t $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\\ -3 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -2 & 5\\ 3 & 4 & 0\end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix}-1 & -8 & 10\\ 1 & -2 & 5\\ -9 & 22 & -3\end{pmatrix}$

$3\times 2 \quad 2\times 3 = 3\times 3$

) $A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 5\\ 7 & 22 & 3\end{pmatrix}$ $\begin{matrix}-1 & 2\\ 1 & 0\\ 7 & 22\end{matrix}$ $= 70 + 22 - (-110 + 6)$

$= 92 + 110 - 6$

$= 196$

) $A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 5\\ 7 & 22 & 3\end{pmatrix}$ $l_2 - 11l_1 \Rightarrow l_1 \begin{pmatrix}18 & 0 & -8\\ 1 & 0 & 5\\ 7 & 22 & 3\end{pmatrix}$

$\det A = 22(-1)^5 \begin{vmatrix}18 & -8\\ 1 & 5\end{vmatrix}$ X

$A \begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$; $A^T = \begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot A^T$

$= \frac{-1}{2} \cdot \begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1/2 & -3/2\\ -1 & -2\end{pmatrix}$

$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{array}\right)$ $\left|\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \end{array}\right.$ $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{array}\right)$

$rA = r\bar{A} = n$ có nghiệm

$rA = r\bar{A} < n$ vô số nghiệm

$rA < r\bar{A}$ vô nghiệm

14. Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & 4 \\ 4 & -6 & 2 & 6 \\ -1 & 3 & 4 & k+5 \end{bmatrix}$.

$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & -6 & 2 & -6 \\ 0 & 3 & 4 & k+8 \end{matrix}$

$= \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & -10 \\ 0 & 0 & 4 & k+10 \end{matrix}$

$k = -20 \Rightarrow r = 3 \quad r > 3$

$k + 10 \neq -20$

$k \neq -30$

n $B = \begin{pmatrix} a & 1 \\ a+2 & a \end{pmatrix}$ có hạng là 2.

$\begin{matrix} a & 1 \\ 0 & a+2-a^2 \end{matrix}$

$a \neq \begin{cases} 2 \\ -1 \end{cases}$

$a(a+2) - (a+2).a$

$1(a+2) - (a.a) = a+2-a^2$

$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & -3 & m \end{pmatrix}$ $\begin{matrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \\ 1 & -3 \end{matrix}$ $= 2m - 4 + 24 + 3m = 5$

$5m + 20 = 5$

$m = -3$

i. Nếu $\text{rank}(A) < \text{rank}(\overline{A})$ thì hệ vô nghiệm.

ii. Nếu $\text{rank}(A) = \text{rank}(\overline{A}) = n$ thì hệ có duy nhất nghiệm.

iii. Nếu $\text{rank}(A) = \text{rank}(\overline{A}) < n$ thì hệ có vô số nghiệm.

$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{array}\right)$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \end{array}\right)$ $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{array}\right)$

$rA = r\overline{A} = n$ có nghiệm

$rA = r\overline{A} < n$ vô số nghiệm

$rA < r\overline{A}$ vô nghiệm

HPTN: $\begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$

Cramer: $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$

Câu 2

Tìm k để hệ sau có vô số nghiệm

$$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1 \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 9 \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = k \end{cases}$$

$n = 4$

$\left(\begin{array}{cccc|c} 5 & -3 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & -2 & 3 & 7 & 1 \\ 8 & -6 & -1 & -5 & 9 \\ 7 & -3 & 7 & 17 & k \end{array}\right) \Rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 5 & -3 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & -7 & -19 & 7 \\ 0 & 6 & 21 & 57 & -21 \\ 0 & -6 & -21 & -57 & 21 - 5k \end{array}\right)$

$rA = 2 = r\overline{A} < n = 4$

$k = 0$

$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 4x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 - 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$

$\begin{array}{cccc} 1 & 3 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & -1 & -1 \\ 4 & 3 & -4 & -1 \end{array}$

$\begin{array}{cccc} 1 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 13 & -7 & 5 \\ 0 & 9 & -4 & 5 \end{array} = \begin{array}{cccc} 1 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -11 & -20 \\ 0 & 0 & -11 & -20 \end{array}$

$$x + 3y - 2z + t = 0$$
$$4y - 3z = 0$$
$$-11z - 20t = 0$$

$t = \alpha$

$z = \frac{-20}{11}\alpha$

$y = \frac{-15}{11}\alpha$

$x = \frac{-6}{11}\alpha$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 2m \\ 3x_1 - 8x_2 + 4x_3 + x_4 = m - 2 \\ 5x_1 - 14x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 3m + 4 \end{cases}$$

i. Nếu $\text{rank}(A) < \text{rank}(\bar{A})$ thì hệ vô nghiệm

ii. Nếu $\text{rank}(A) = \text{rank}(\bar{A}) = n$ thì hệ có duy nhất nghiệm.

iii. Nếu $\text{rank}(A) = \text{rank}(\bar{A}) < n$ thì hệ có vô số nghiệm.

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & -3 & 2 & 2m \\ 3 & -8 & 4 & 1 & m-2 \\ 5 & -14 & -2 & 5 & 3m+4 \end{array}\right) \quad 10m - 3m - 4$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & -3 & 2 & 2m \\ 0 & -1 & -13 & 5 & 5m+2 \\ 0 & -1 & -13 & 5 & 7m-4 \end{array}\right)$$

$r A = 2 < r \bar{A} \Rightarrow$ Có $\forall m \in R$