**דוגמא 7 (טור Chebyshev):** קרב את  בקטע  ע"י פולינום ממעלה 4 עם פ' משקל 

**הערה 1:** הפולינומים של Chebyshev אורתוגונאליים בקטע  עם פ' משקל . בדרך כלל קירובי מינימום ריבועים מדויקים במרכז הקטע ופחות מדויקים ליד הקצוות. פונקציה *w* שואפת לאינסוף בקצוות ובזכות זאת השגיאה אינה גדולה שם ומסתבר שהיא גם מפוזרת באופן אחיד בקטע. לכן אם רוצים לקרב פונקציה בקטע ע"י פולינום, הדרך הטובה ביותר (אם לא יודעים משהו מיוחד על הפונקציה) היא להשתמש בשיטת מינימום ריבועים עם פ' משקל *w*.

**פתרון:**

5 הפולינומים הראשונים של Chebyshev נתונים ע"י:



אנחנו נלמד את הנושא פולינומים של Chebyshev בהמשך. אנחנו נלמד שהפולינומים של Chebyshev אורתוגונאליים בקטע  עם פ' משקל *w*. לכן נחסוך מעצמנו פתרון מערכת משוואות ונשתמש ישר בבסיס האורתוגונאלי שעומד לרשותנו. מקבלים . חישוב האינטגרל במונה אינו פשוט ומתבטא דרך פונקציות Bessel. לצורך חישובים אלה מומלץ להשתמש בתוכנה לחישובים סימבוליים או בקירובים נומריים. באותה דרך  (יכולנו מראש לראות שנקבל 0 כי  אי-זוגי, פ' משקל זוגית ו-  גם זוגית; אותו דבר נקבל גם עבור ).

נחשב  וגם . נציב את המקדמים ואת הפולינומים וקבל . רואים שבנקודה  הקירוב מדויק עד הספרה הרביעית אחרי הנקודה. אם נציב  נקבל , כלומר, הקירוב מדויק עד הספרה השלישית אחרי הנקודה. עם זאת אנו זוכרים שנקודה  נמצאת מחוץ לקטע  והשגיאה בה עלולה להיות (וזה מה שבפועל קורה) גדולה מהשגיאה בתוך הקטע.

**הערה 2:** הצגת פונקציה כטור  כאשר  נקרא פיתוח פונקציה לטור Chebyshev. מה היתרונות של טור Chebyshev על פני טור Taylor (שניהם פולינומיים), למשל? השגיאה של טור Taylor קטנה מאד ליד נק' הפיתוח, אך היא גדלה מהר עם התרחקות מאותה הנקודה. בטור Chebyshev השגיאה מפוזרת באופן אחיד על קטע (וזה מה שצריכים במקרים רבים).