Домашняя работа №1

"Вычисление центра тяжести плоской фигуры"

Вариант 6

Задание :

Найти центр тяжести плоской фигуры, указанной на рисунке 1.

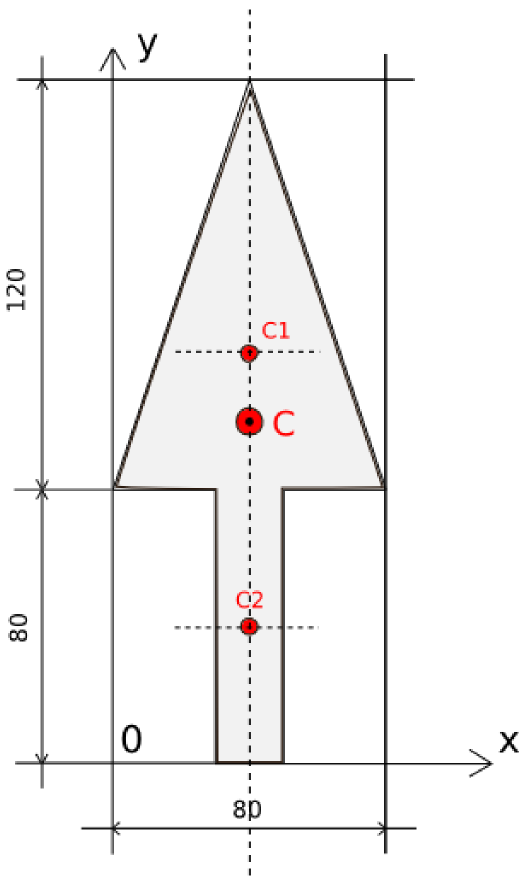

Рис. 1:

Решение :

Для нахождения центра тяжести данной фигуры воспользуемся методом разбиения.
Данная фигура состоит из 2 фигур:

1. Треугольника с вершинами, условно обозначенными как (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)
2. Треугольника с вершинами, условно обозначенными как (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4)

Введем декартову систему координат O_{XY} с центром в точке $O(0,0)$.Отметим также что так как исходная плоская фигура симметрична, то и центр тяжести этой фигуры будет лежать на оси симметрии этой фигуры.

I Находим координаты точки центра тяжести треугольника, обозначив эту точку C_1.C_1 находится на пересечении медиан треугольника, а её координаты представляют собой среднее арифметическое суммы координат соответствующих вершин

$$(C_1)_x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = \frac{0 + 40 + 80}{3} = 40 \tag{1}$$

$$(C_1)_y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} = \frac{80 + 200 + 80}{3} = 120 \tag{2}$$

Найдем также и площадь треугольника $S_1 : S_1 = \frac{1}{2} \cdot (80 \cdot 120) = 4800$.

II Найдем координаты точки центра тяжести C_2 прямоугольника, находящиеся на пересечении диагоналей :

$$(C_2)x = \frac{80}{2} = 40 \tag{3}$$

$$(C_2)y = \frac{80}{2} = 40 \tag{4}$$

Площадь прямоугольника $S_2 : S_2 = 80 \cdot 20 = 1600$

III Зная координаты центров тяжести составных плоских фигур, а также их площади, можно найти координаты точки центра тяжести C исходной плоской фигуры по формулами :

$$x_c = \frac{x_{c1} \cdot S_1 + x_{c2} \cdot S_2}{S_1 + S_2} \tag{5}$$

$$y_c = \frac{y_{c1} \cdot S_1 + y_{c2} \cdot S_2}{S_1 + S_2} \tag{6}$$

Найдем координаты, подставив известные значения :

$$x_c = \frac{40 \cdot 4800 + 120 \cdot 1600}{4800 + 1600} = 40 \tag{7}$$

$$y_c = \frac{40 \cdot 4800 + 40 \cdot 1600}{4800 + 1600} = 100 \tag{8}$$

Центром тяжести плоской фигуры, изображённой на рисунке 1, является точка C с координатами $(40, 120)$.