Бинарные отношения на множествах

15.09.2020

Задание 1.

Пусть $A = \{1; 2; 3; 4\}$
$B = \{x; y; z\}$
$C = \{3; 5\}$

$A \times B = \{ \langle 1,x\rangle \langle 1,y\rangle \langle 1,z\rangle, \langle 2,x\rangle \langle 2,y\rangle \langle 2,z\rangle \langle 3,x\rangle,$
$\langle 3,y\rangle \langle 3,z\rangle, \langle 4,x\rangle \langle 4,y\rangle \langle 4,z\rangle \}$

$B \times A = \{\langle x,1\rangle \langle x,2\rangle \langle x,3\rangle \langle x,4\rangle \langle y,1\rangle \langle y,2\rangle \langle y,3\rangle$
$\langle y,4\rangle \langle z,1\rangle \langle z,2\rangle \langle z,3\rangle \langle z,4\rangle \}$

$A \times B \times C = \{ \langle 1,x,3\rangle \langle 1,x,5\rangle \langle 1,y,3\rangle \langle 1,y,5\rangle \langle 1,z,3\rangle$
$\langle 1,z,5\rangle \langle 2,x,3\rangle \langle 2,x,5\rangle \langle 2,y,3\rangle \langle 2,y,5\rangle \langle 2,z,3\rangle$
$\langle 2,z,5\rangle \langle 3,x,3\rangle \langle 3,x,5\rangle \langle 3,y,3\rangle \langle 3,y,5\rangle \langle 3,z,3\rangle$
$\langle 3,z,5\rangle \langle 4,x,3\rangle \langle 4,x,5\rangle \langle 4,y,3\rangle \langle 4,y,5\rangle \langle 4,z,3\rangle$
$\langle 4,z,5\rangle \}$

$A \times C = \{\langle 1,3\rangle \langle 1,5\rangle \langle 2,3\rangle \langle 2,5\rangle \langle 3,3\rangle \langle 3,5\rangle \langle 4,3\rangle$
$\langle 4,5\rangle \}$

$C \times A = \{ \langle 3,1\rangle \langle 3,2\rangle \langle 3,3\rangle \langle 3,4\rangle \langle 5,1\rangle \langle 5,2\rangle$
$\langle 5,3\rangle \langle 5,4\rangle \}$

Задание 2

Пусть $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

$\rho = \{ \langle x, y \rangle : x + y \neq 6 \}$

$Dom\rho - ?$ $\rho = \{\langle 1,5\rangle \langle 2,4\rangle \langle 5,1\rangle \langle 4,2\rangle \langle 3,3\rangle\}$

$Im\rho - ?$

$\rho^{v} - ?$

$Dom\rho = \{1, 2, 3, 5, 4\}$

$Im\rho = \{5, 4, 3, 2, 1\}$

$\rho^{v} = \{\langle 5,1\rangle \langle 4,2\rangle \langle 1,5\rangle \langle 2,4\rangle \langle 3,3\rangle\}$

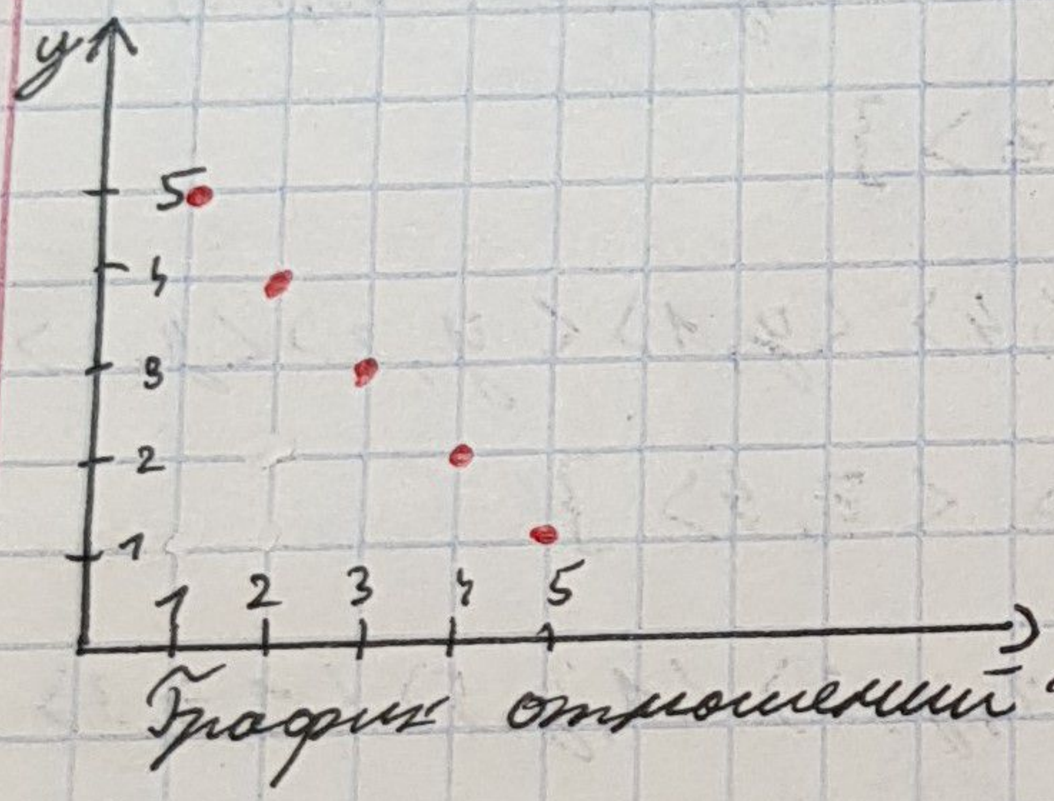


График отношений

	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0
3	0	0	1	0	0
4	0	1	0	0	0
5	1	0	0	0	0

Задание 3

Пусть $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

$\rho = \left\{ \langle x, y \rangle : \frac{y}{x} - \text{простое число} \right\}$

$Dom\rho - ?$

$Im\rho - ?$

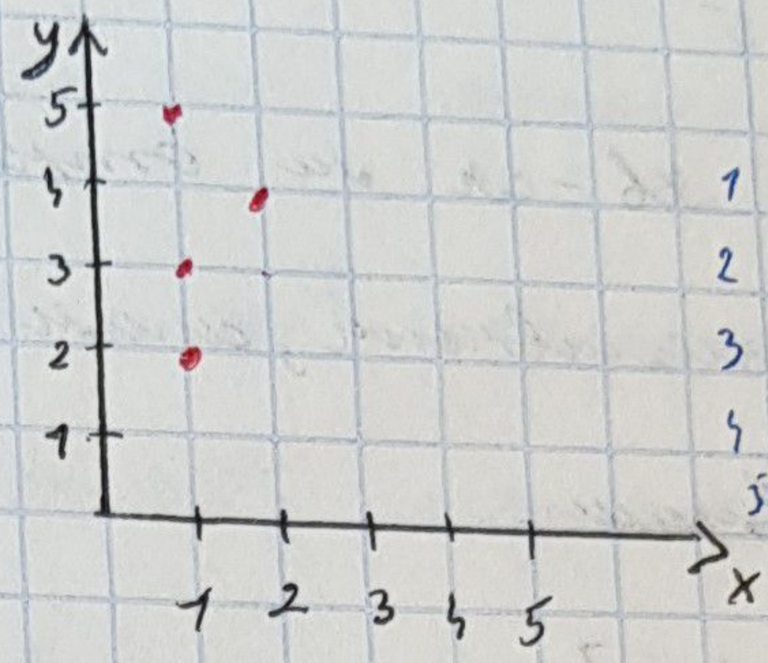
$\rho^{v} - ?$

$\rho = \{\langle 1,2\rangle \langle 1,3\rangle \langle 1,5\rangle \langle 2,4\rangle\}$

$Dom\rho = \{1, 2\}$

$Im\rho = \{2, 3, 5, 4\}$

$\rho^{v} = \{\}$



	1	2	3	4	5
1	0	1	1	0	1
2	0	0	0	1	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0

Задание 4.

Определить яв-ся ли отношение рефлексивным или антирефлексивным, симметричным или антисимметричным, транзитивным,

$A = \{a, b, c, d, e\}$

$\rho = \{\langle a, a\rangle \langle b, b\rangle \langle a, c\rangle \langle c, a\rangle \langle d, e\rangle \langle e, d\rangle\}$

	a	b	c	d	e
a	1	0	1	0	0
b	0	1	0	0	0
c	1	0	0	0	0
d	0	0	0	0	1
e	0	0	0	1	0

Отношение ρ яв-ся нерефлексивным.
яв-ся симметричным
яв-ся нетранзитивным

$a \rho a$ и $a \rho c \Rightarrow a \rho c$

$a \rho c$ и $c \rho a \Rightarrow a \rho a$

$c \rho a$ и $a \rho a \Rightarrow c \rho a$

$a \rho c$ и $c \rho a \Rightarrow c \rho c$

Задание 5

Определить св-ся ли отношение рефлексивным или антирефлексивным, симм. или антисимм., транзитивным.

$A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

$\rho = \{ \langle 1,1\rangle \langle 1,2\rangle \langle 2,1\rangle \langle 2,2\rangle \langle 3,3\rangle \langle 4,4\rangle \langle 5,5\rangle \}$

	1	2	3	4	5	
1	1	1	0	0	0	рефлексивное
2	1	1	0	0	0	
3	0	0	1	0	0	симметричное
4	0	0	0	1	0	
5	0	0	0	0	1	транзитивное

$1 \rho 1$ и $1 \rho 2 \Rightarrow 1 \rho 2$

$2 \rho 1$ и $1 \rho 2 \Rightarrow 2 \rho 2$