14.09.20

Опр. Говорят, что задано отображение f из множества "X" в множество "Y", если элементам из "X" ставится в соответствие элементы из "Y" по закону "f".

Обозначение:

$f: X \to Y$; $y = f(x)$; где: y - образ элемента x - прообраз элемента "y".

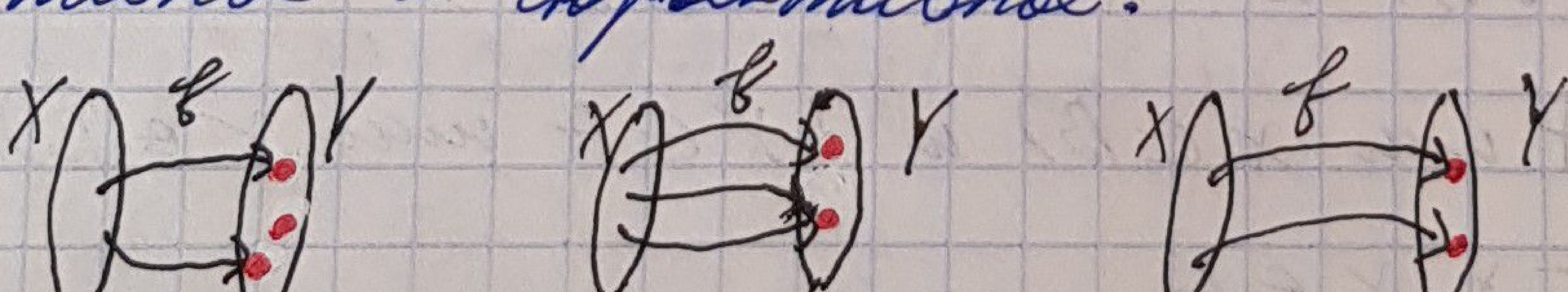
Область определения отображения f (Dom f) - это множество элементов "X", которые имеют образы в "Y".

"f" Называется всюду определённым, если Dom f = "X"

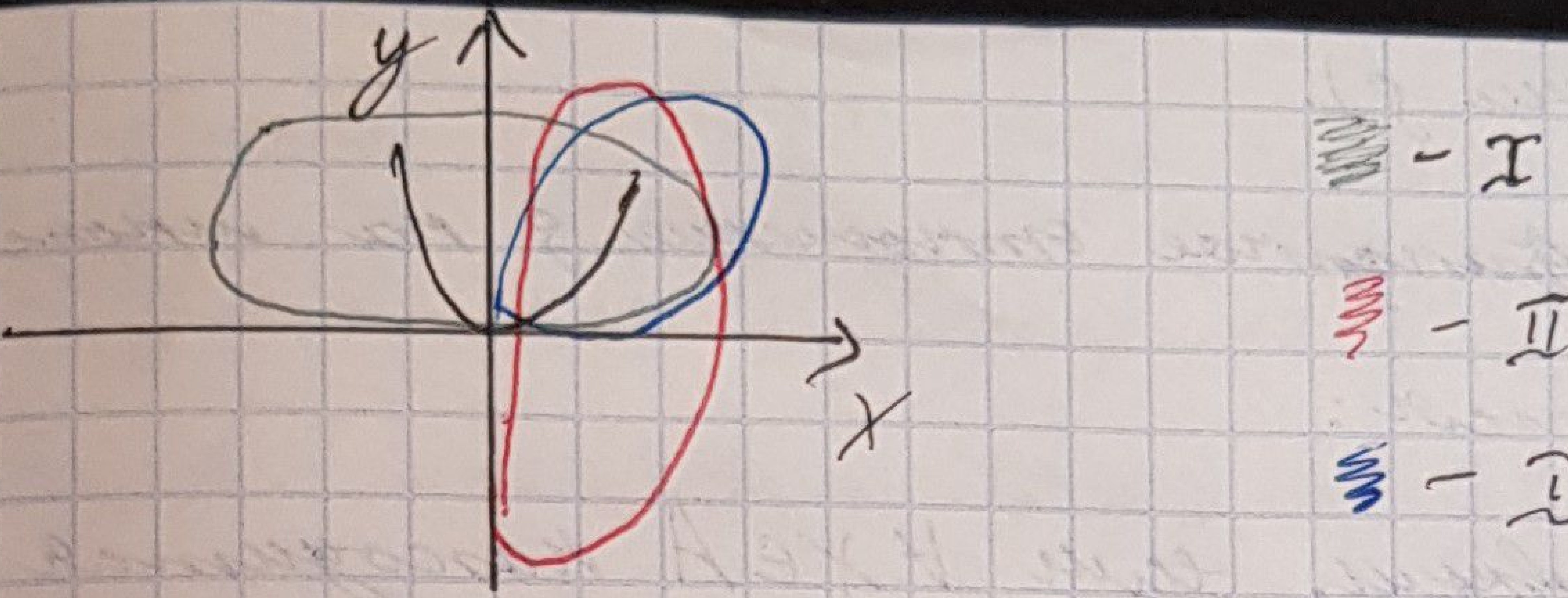
Опр. Отображение $f: X \to Y$ называется <u>инъективным</u>, $\forall x_1, x_2 \in X$, для которых $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

Отображение субъективное, если Im $f = Y$

Отображение биективное, если оно инъективное и сюръективное.



Инъекция I | сюръекция II | Биекция III



Опр 2.3. Отображение $f: A \to A$ называется __унарной__ операцией на A

Опр. 2.4. Декартовым произведением множества A на множество B называется множество всех упорядоченных пар элементов $\langle a, b \rangle$, где $a \in A$, $b \in B$

Если $A = B$, то декартово произведение $A \times A$ называется __декартовым квадратом__ множества A.

Опр. 2.5. Отображение $f: A \times A \to A$ называется бинарной операцией на множестве A.

Опр. 3.1. Любое подмножество ρ декартова квадрата $A \times A$ называется бинарным отношением на множестве A.

Обозначение:

$x \rho y$, $\langle x, y \rangle \in \rho$ (эл. x находится с эл. y в отношении ρ).

Опр. 3.2. Бинарное отношение ρ на множестве A называется:

- рефлексивным, если $\forall x \in A$ находится сам с собой в отношении ρ. $\forall x \in A \to x \rho x$;
- антирефлексивным, если $\forall x \in A$ не находится сам с собой в отношении ρ. $\forall x \in A \to x \bar{\rho} x$;
- нерефлексивным, если ρ не является ни рефлексивным, ни антирефлексивным

Опр. 3.3 Под булевой матрицей $A = (a_{ij})$ размера $m \times n$ понимается любая матрица, в которой любой элемент a_{ij} равен или 0, или 1. Булева матрица размером $1 \times n$ называется булевым вектором.

Опр. 3.4. Пусть $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ - произвольное конечное множество, ρ - бинарное отношение на X. Поставим отношению ρ в соответствие булеву матрицу $A(\rho)$ размером $m \times n$, где $a_{ij} = \begin{cases} 1, & x_i \rho x_j \\ 0, & x_i \bar{\rho} x_j \end{cases}$

Замечание 3.1 !!! Если ρ - рефлексивно, то $\forall i \; x_i \rho x_i \Rightarrow$ в $A(\rho)$ $a_{ii}=1$

Если ρ - антирефлексивно, то $\forall i \; \overline{x_i \rho x_i} \Rightarrow$ в $A(\rho)$ $a_{ii}=0$

Т.о. ρ - нерефлексивно тогда и только тогда, когда в $A(\rho)$ на главной диагонали есть и 1, и 0.

Опр. 3.5. Отношение ρ на множестве A называется:

- симметричным, если $\forall x, y \in A$ из того, что $x \rho y$ всегда следует, что $y \rho x$;
- антисимметричным, если $\forall x, y \in A$ и одновременного выполнения $(x \rho y$ и $y \rho x) \Rightarrow x=y$.
- несимметричным, если оно не яв-ся ни симметричным, ни антисимметричным

Замечание 3.2. !!!

Если ρ - симметрично, то при $i \neq j$ и $a_{ij}=1$ $(a_{ij}=0) \Rightarrow a_{ji}=1$ $(a_{ji}=0)$.

Если ρ - антисимметрично, то при $i \neq j$ и $a_{ij}=1 \Rightarrow a_{ji}=0$.

Т.о. ρ - несимметрично тогда и только тогда, когда в $A(\rho)$ есть относительно главной диагонали симметричные и не симметричные 1.