

08.12.2020
ср

Теорема Поста

Задача 1.

а) $f_1(x, y) = x \oplus y$, $f_2(x, y) = x \rightarrow y$;

					T_0	T_1	L	M	S
x	y	f_1	f_2	f_1	+	-	-	-	-
0	0	0	1	f_2	-	+	-	-	-
0	1	1	1						
1	0	1	0						
1	1	0	1						

$$f_1(x, y) = \bar{x}y \vee x\bar{y}$$

$$f_2(x, y) = \bar{x}\bar{y} \vee \bar{x}y \vee xy$$

По теореме Поста f_1, f_2 являются функционально полными.

б) $f_1(x, y) = x \vee y$, $f_2(x, y) = x \sim y$;

					T_0	T_1	L	M	S
x	y	f_1	f_2	f_1	+	+	-	+	-
0	0	0	1	f_2	-	+	-	-	-
0	1	1	0						
1	0	1	0						
1	1	1	1						

$$f_2(x, y) = \bar{x}\bar{y} \vee xy$$

ЭВ - ся функционально не полной.

Задача 2.

x	y	z	f ₁	f ₂
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	0	1

	T ₀	T ₁	L	M	S
f ₁	-	-	-	-	-
f ₂	+	+	+	-	+

f₁: функционально полная
f₂: функционально не полная

$$f_2(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xyz =$$

$$= (x \oplus 1)(y \oplus 1)z \oplus (x \oplus 1)y(\bar{z} \oplus 1) \oplus x(y \oplus 1)(\bar{z} \oplus 1) \oplus xyz =$$

$$\oplus x\bar{y}z = x\bar{y}z \oplus yz \oplus x\bar{x}z \oplus x\bar{y} \oplus x\bar{y}z \oplus x\bar{y}z \oplus x\bar{y}z =$$

$$= yz$$

Задача 3.

x	y	z	f ₁	f ₂
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1

	T ₀	T ₁	L	M	S
f ₁	-	-	-	-	+
f ₂	+	+	-	-	-

$$f_1(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}yz \vee x\bar{y}\bar{z} =$$

$$\begin{aligned} & (1 \oplus x)(y \oplus 1)(z \oplus 1) \oplus (x \oplus 1)y(1 \oplus z) \oplus (x \oplus 1)yz \oplus x\bar{y}(\bar{z} \oplus 1) \\ &= x\bar{y}\bar{z} \oplus x\bar{y} \oplus y\bar{z} \oplus xz \oplus x \oplus \bar{y} \oplus z \oplus 1 \oplus x\bar{y} \oplus x\bar{y}z \oplus \\ & \oplus \bar{y} \oplus y\bar{z} \oplus x\bar{y}\bar{z} \oplus y\bar{z} \oplus x\bar{y}z \oplus \bar{y} = x\bar{y} \oplus y\bar{z} \oplus xz \oplus 1 \end{aligned}$$

f₁, f₂ - функционально не полные.

Задача 4.

	T_0	T_1	L	M	S
f_1	+	-	+	-	-
f_2	-	+	-	-	-

x	y	f_1	f_2
0	0	0	1
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	1

$$\begin{aligned}
 f_1(x, y) &= \bar{x}y \vee x\bar{y} = \\
 &= (x \oplus 1)y \oplus x(y \oplus 1) = \\
 &= xy \oplus y \oplus xy \oplus x = x \oplus y
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_2(x, y) &= \bar{x}\bar{y} \vee \bar{x}y \vee xy = (x \oplus 1)(y \oplus 1) \oplus \\
 &\oplus (x \oplus 1)y \oplus xy = \underline{xy} \oplus x \oplus y \oplus 1 \oplus \underline{xy} \oplus y \oplus xy = \\
 &= xy \oplus x \oplus 1
 \end{aligned}$$

$$x \vee y = \underline{f(\bar{x}, y)}$$

$$x \wedge y = \underline{f(x, \bar{y})}$$

$$f(a, a) = \bar{a}$$

$$x \vee y = f(f(x, x), y)$$

$$x \wedge y = f(f(x, f(y, y)), f(x, f(x, y)))$$