Опр 3.6. Отношение ρ на множестве A называется **транзитивным**, если $\forall x, y, z \in A$ (не обязательно различных) из $x \rho y$ и $y \rho z \Rightarrow x \rho z$. В противном случае ρ называется **нетранзитивным**. 28.09.2020

Опр 3.7 Пусть $A = (a_{ij})$ и $B = (b_{ij})$ – булевы матрицы размера $n \times n$. Под булевым произведением A на B ($A \circ B$) будем понимать матрицу $C = (c_{ij})$ любой элемент которой $c_{ij} = \max\{\min(a_{i1}, b_{1j}), \min(a_{i2}, b_{2j}), \ldots, \min(a_{in}, b_{nj})\}$

Опр 3.8 Для булевых матриц A и B: $A \leq B \Leftrightarrow \forall i, j = \overline{1, n}$ выполняются $a_{ij} \leq b_{ij}$.

Замечание 3.3 !!! Отношение ρ – транзитивно тогда и только тогда, когда $A(\rho) \circ A(\rho) \leq A(\rho)$.

Опр. 3.9 Отношение ρ на множестве A называется **частичным порядком** (строгим частичным порядком), если оно рефлексивно (соответственно, антирефлексивно), антисимметрично и транзитивно.

Множество A с заданным на нём частичным порядком (строгим) называется **частично упорядоченным** (строго).

Отношение ρ на множестве A называется **отношение эквивалентности**, если оно рефлексивно, симметрично, транзитивно.

Опр 3.10 Совокупность подмножества A_i, где $i \in I$, называется **разбиением** этого множества, если выполнены 2 условия:

1) $A = \bigcup_{i \in I} A_i$

2) $A_i \cap A_j = \emptyset$, где $i \neq j$

Любое отношение эквивалентности на множестве A задает на нём некоторое разбиение: $a, b \in A_i \Leftrightarrow a \rho b$.

A_i, $i \in I$ называется **классом эквивалентности отношения** ρ.
$\forall a \in A_i$ называется **представителем этого класса**.

Булева алгебра. Алгебра булевых отношений

Опр.4.1 Булевой алгеброй B называется множество B с заданными на нём двумя бинарными алгебраическими операциями ($a \vee b$ и $a \wedge b$), одной унарной алгебраической операцией ($\bar{a}$) и фиксированными элементами 0 и 1 т.е. $B = \{B, \wedge, \vee, \bar{\ }, 0, 1\}$

1°. Законы коммутативности $a \vee b = b \vee a$
$a \wedge b = b \wedge a$

2°. Законы ассоциативности $a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$
$a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$

3° Законы дистрибутивности $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$
$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$

4° Законы поглощения $a \vee (a \wedge b) = a$
$a \wedge (a \vee b) = a$

5° Законы идемпотентности $a \vee a = a$
$a \wedge a = a$

6° Законы двойного дополнения $\bar{\bar{a}} = a$

7° Законы универсальных границ $a \vee \bar{a} = 1$
$a \wedge \bar{a} = 0$
$a \wedge 0 = 0$
$a \vee 0 = a$
$a \wedge 1 = a$
$a \vee 1 = 1$

8° Законы де Моргана $\overline{a \vee b} = \bar{a} \wedge \bar{b}$
$\overline{a \wedge b} = \bar{a} \vee \bar{b}$

В любой булевой алгебре B универсальные границы 0 и 1, т.е. фиксированные элементы, удовлетворяющие условию 7, определены однозначно. Так же однозначно для любого элемента **a** определено его дополнение, т.е. элемент $\bar{a}$, удовлетворяющий условиям 6 и 7.

Опр 4.2 В любой булевой алгебре B для любых элементов $a, b \in B$ следующие условия эквивалентны:

1) $a \wedge b = a$
2) $a \vee b = b$
3) $a \wedge \bar{b} = 0$
4) $\bar{a} \vee b = 1$