

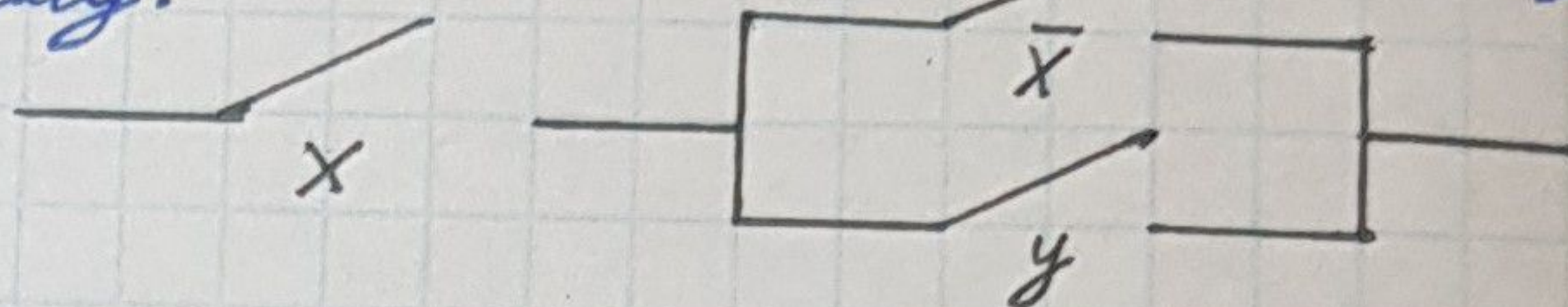
Применение алгебры высказываний в релейно-контактных схемах и логических задачах. 27.10.2020

Под релейно-контактной схемой будем понимать ус-во из проводников и переключателей. Кондаму переключателю на схеме поставили в соответствие логическую переменную, принимающую значение 1, если переключатель замкнут и значение 0, если он разомкнут. Все переключатели на схеме, обозначенные одной и той же переменной, подключены к одному реле, которое может изменить положение "выключено" на положение "включено" и наоборот.

Из двух эквивалентных схем более простой будем считать ту, которая содержит меньше переключателей.

Задача 1. Для функции $f(x, y) = x \wedge (\bar{x} \vee y)$ постройте схему. Упростите эту функцию и постройте для неё более простую схему.

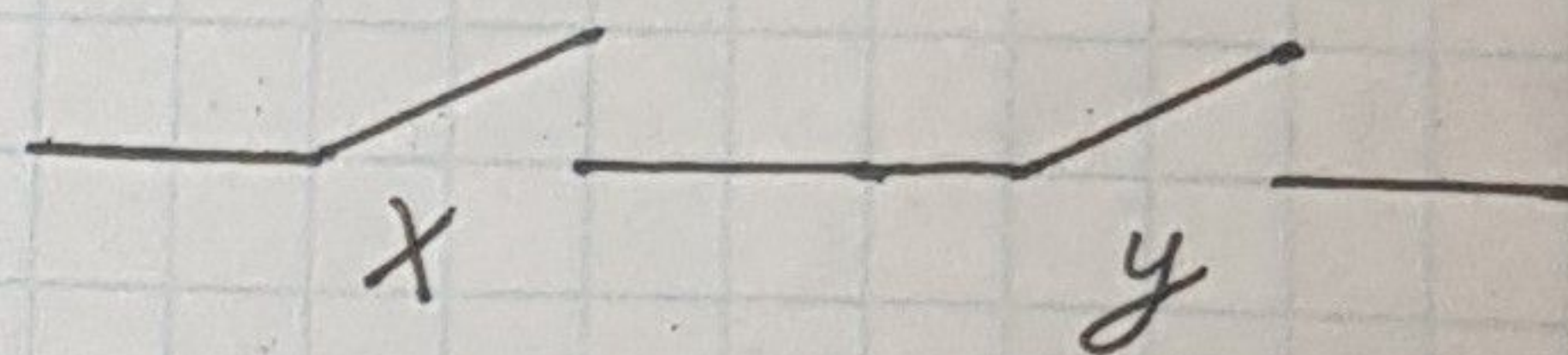
Решение:



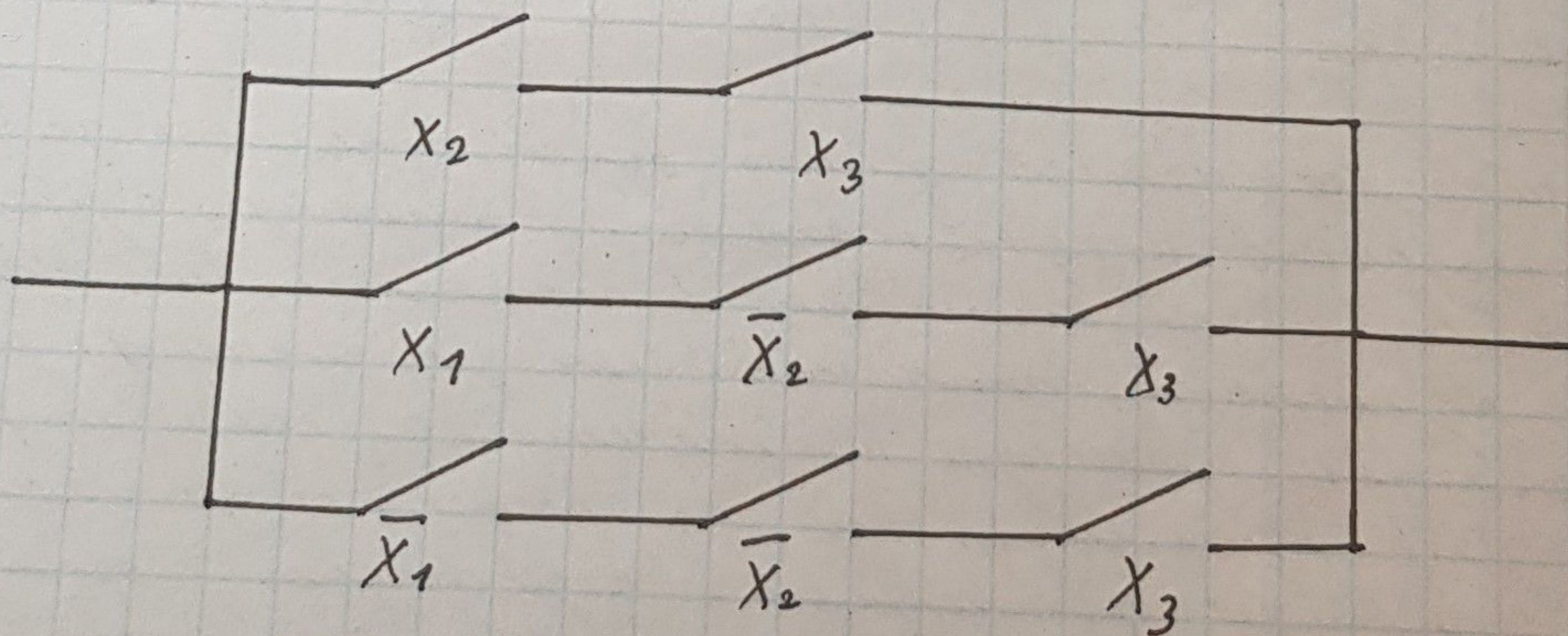
Способ 1. Упрощение с помощью законов логики
 $f(x, y) = x \wedge (\bar{x} \vee y) = (x \wedge \bar{x}) \vee (x \wedge y) = x \wedge y$
 Способ 2. Построение таблицы истинности.

x	y	\bar{x}	$\bar{x} \vee y$	$x \wedge (\bar{x} \vee y)$
0	0	1	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	1	0	1	1

$$f(x, y) = x \cdot y$$



Задача 2. Для схемы составить функцию проводимости, упростите эту функцию и постройте для неё более простую схему.

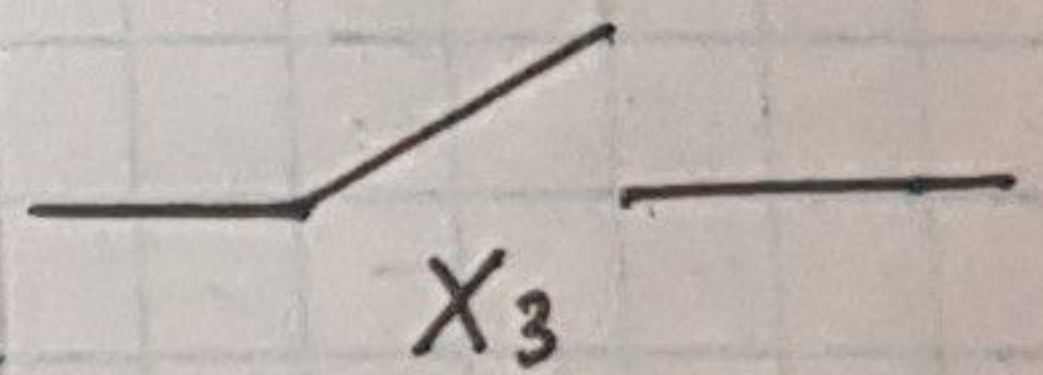


Решение:

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_3) \vee (\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_3)$$

X_1	X_2	X_3	$X_2 \wedge X_3$	$X_1 \wedge \bar{X}_2 \wedge X_3$	$\bar{X}_1 \wedge \bar{X}_2 \wedge X_3$	$f(X_1, X_2, X_3)$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	1

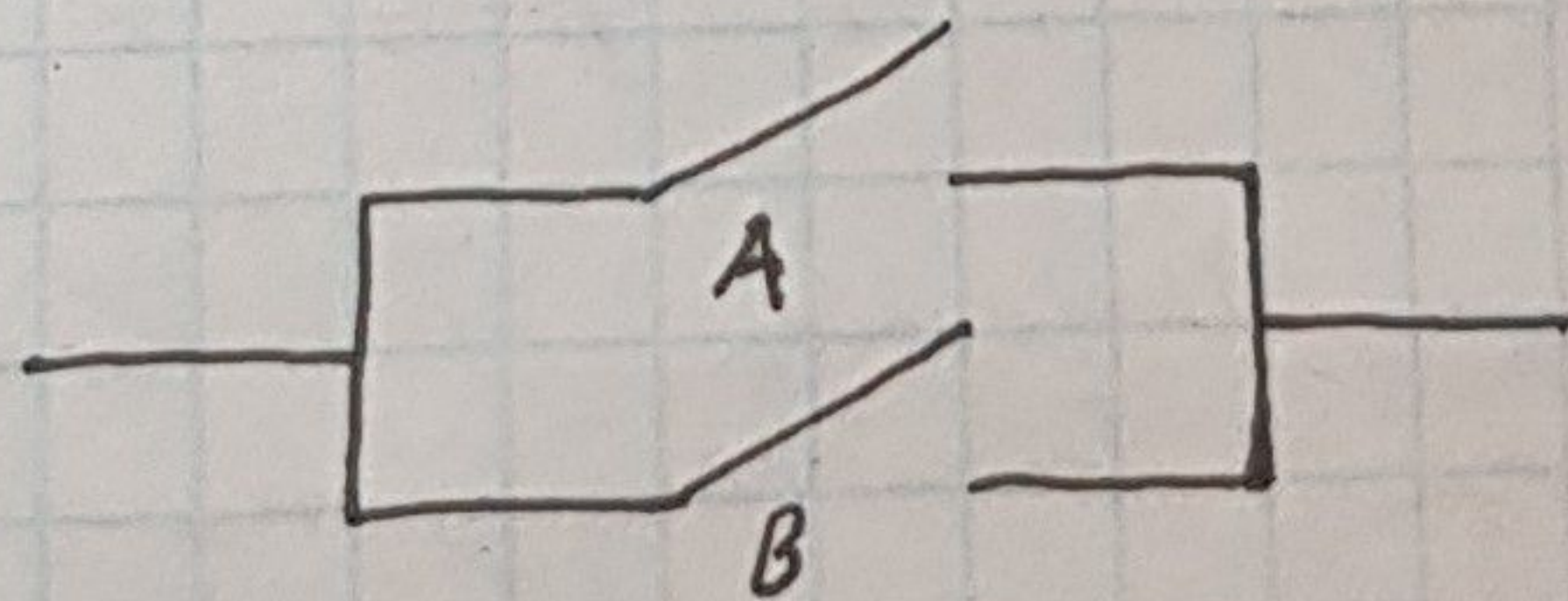
$$f(X_1, X_2, X_3) = X_3$$



Задача 3. Синтезируйте схему, заданную таблицей истинности функцией $f(A, B) = (0, 1, 1, 1)$
 Решение:

A	B	$f(A, B)$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$\begin{aligned}
 f(A, B) &= \bar{A}B \vee A\bar{B} \vee AB = \bar{A}B \vee A(\bar{B} \vee B) = \\
 &= \bar{A}B \vee A = (\bar{A} \vee A)(B \vee A) = B \vee A = A \vee B
 \end{aligned}$$



Для решения логических задач, все условия задачи записываются

в виде формулы алгебры логики, упрощая конструкцию, получают вид, отвечающий на вопрос задачи.

простейший

Задача 4. При опросе 5 зрителей туркира выяснилось:

- 1) Антон был вторым, Борис - пятым;
- 2) Виктор был вторым, Денис - третьим;
- 3) Григорий - первым, Борис - третьим;
- 4) Антон - третьим, Евгений - шестым;
- 5) Виктор - третьим, Евгений - четвертым;

Найдите истинное распределение мест в туркире, если любой зритель ошибся в одном из двух своих высказываний.

Решение:

$$1) A_2 \vee B_5 \equiv 1;$$

$$2) B_2 \vee D_3 \equiv 1;$$

$$3) G_1 \vee B_3 \equiv 1;$$

$$4) A_3 \vee E_6 \equiv 1;$$

$$5) B_3 \vee E_4 \equiv 1;$$

$$(A \vee B)(C \vee D) = (A(C \vee D)) \vee (B(C \vee D)) = AC \vee BC \vee AD \vee BD$$

$$\mathcal{F} = (A_2 \vee B_5) \wedge (B_2 \vee D_3) \wedge (G_1 \vee B_3) \wedge (A_3 \vee E_6) \wedge (B_3 \vee E_4) \equiv$$

$$= (A_2 B_2 \vee A_2 D_3 \vee B_5 B_2 \vee B_5 D_3) \wedge (G_1 A_3 \vee G_1 E_6 \vee B_3 A_3 \vee B_3 E_6) \wedge$$

$$\wedge (B_3 \vee E_4) = (A_2 D_3 \vee B_5 B_2 \vee B_5 D_3) \wedge (G_1 A_3 \vee G_1 E_6 \vee B_3 E_6) \wedge$$

$$\wedge (B_3 \vee E_4) = (A_2 D_3 G_1 E_6 \vee B_5 B_2 G_1 A_3 \vee B_5 B_2 G_1 E_6 \vee B_5 B_2 B_3 E_6 \vee$$

$$\vee B_5 D_3 G_1 E_6) \wedge (B_3 \vee E_4) = B_5 B_2 G_1 A_3 E_4 \Rightarrow$$

Григорий был первым, Виктор был вторым, Антон был третьим, Евгений был четвертым, Борис был пятым, Денис был шестым.

Задача 5. Определите кто из четырех студентов сдал экзамен, если

- 1) если первый сдал, то второй сдал;
- 2) если второй сдал, то третий сдал или первый не сдал;
- 3) если четвертый не сдал, то первый сдал, а третий не сдал;
- 4) если четвертый сдал, то первый сдал.

Решение:

Пусть A - первый сдал, B - второй сдал, C - третий сдал, D - четвертый сдал.

$$\begin{aligned} & \varphi = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow (C \vee \bar{A})) \wedge (\bar{D} \rightarrow (A \wedge \bar{C})) \wedge (D \rightarrow A) = \\ & = (\bar{A} \vee B) \wedge (B \vee (C \vee \bar{A})) \wedge (D \vee (A \wedge \bar{C})) \wedge (\bar{D} \vee A) = \\ & = (\bar{A} \wedge \bar{B} \vee \bar{A} \wedge C \vee \bar{A} \vee B \wedge C \vee B \wedge \bar{A}) \wedge (D \wedge A \vee A \wedge \bar{C} \wedge \bar{D}) = \\ & = (\bar{A} \vee C \wedge (\bar{A} \vee B)) \wedge (A \wedge (\bar{C} \vee D)) = (\bar{A} \vee C \wedge \bar{A} \vee C \wedge B) \wedge \\ & \wedge (A \wedge \bar{C} \vee A \wedge D) = \bar{A} \wedge A \wedge \bar{C} \vee \bar{A} \wedge A \wedge D \vee \bar{A} \wedge C \wedge A \wedge \bar{C} \vee \\ & \vee \bar{A} \wedge C \wedge A \wedge D \vee C \wedge B \wedge A \wedge \bar{C} \vee C \wedge B \wedge A \wedge D = A \wedge B \wedge C \wedge D \end{aligned}$$