图像处理基础（九）泊松图像编辑 Possion Image Editing

山与水你...
图像处理小白，尚未入门

前言

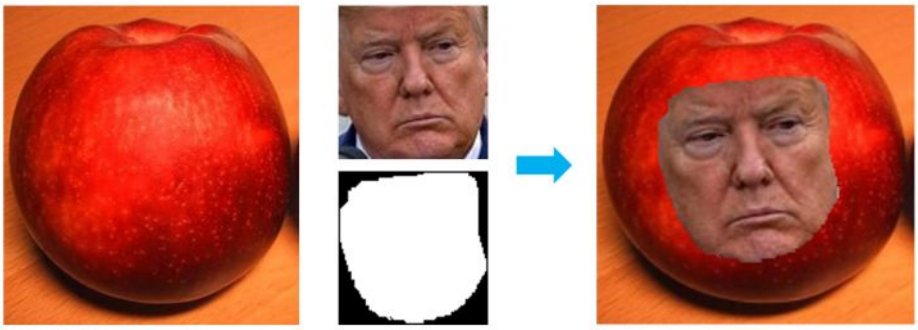
泊松图像编辑，2003 SIGGRAPH 的研究，数学公式上不复杂，但效果不错，尤其是改变梯度信息这一出发点为后续诸多工作提供了思路。

> Image editing tasks concern either global changes (color/intensity corrections, filters, deformations) or local changes confined to a selection. Here we are interested in achieving local changes, ones that are restricted to a region manually selected, in a seamless and effortless manner.

融合、图像合成……看的我好晕，新手太难了）。

泊松图像编辑不仅仅是可以做无缝的图像融合！还可以做很多任务，论文中提到了两个主要应用——Seamless Cloning 和 Selection Editing，前者是给定一个参考图的某个选定区域做 guide，对背景图像做无缝融合，PS 中的 P 个人脸就是这一类；后者没有给出参考图，只利用背景图本身的选定区域 A，经过一定变换得到 B，以 B 为参考图像再无缝地镶嵌到原图对应位置中，不是很准确，大概这意思。

一般从 Seamless Cloning，无缝的图像融合出发，如下图



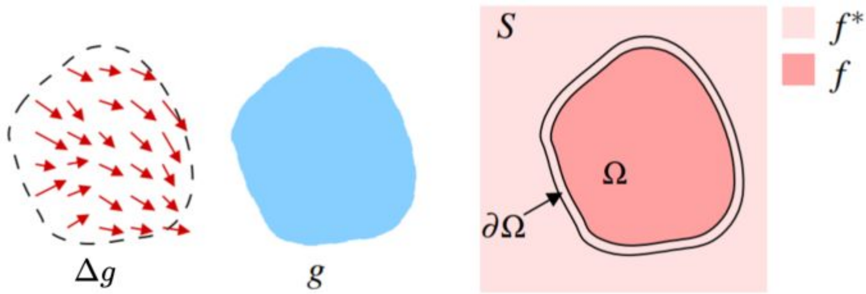
如果要把川普的人脸，选定白色区域内的纹理，镶嵌到红红的苹果上。

最简单的做法就是直接把人脸拷贝过去，结果如最右边，边界过渡十分不自然，理想的情况应该是这样

因此，要解决的问题就是如何保留参考图的纹理，同时使得与背景图的边界过渡自然。一个是基本内容，一个是结果的颜色与背景图相近。

原理

问题建模



论文对已有的条件做了数学描述，如上图

g : 参考图（川普的脸），已知

Δg : 参考图 g 的梯度向量场（川普脸上的纹理细节信息），已知

S : 背景图（红苹果），其二维标量场构成的函数为 f^* ，已知

Ω : 目标区域（把川普的脸镶嵌到红苹果后的结果），其二维标量场构成的函数为 f ，未

要把参考图的纹理复制到背景图上，则得到的结果和参考图在梯度上是尽可能接近的，即最小化下式

$$\min_{f} \int\int_{\Omega} |\nabla f - \nabla g|^2$$

要让边界过渡自然， f, f^* 在边界 $\partial\Omega$ 上要相等，加上约束条件

$$s.t.\ f|_{\partial\Omega} = f^*|_{\partial\Omega}$$

求解目标 f 存在无数的可能，同时 f 是一个函数，自变量是一个函数，没法直接求导，因此需要用到泛函的知识，可参考 博客 1 和 博客 2

这是一个带有狄利克雷边界条件（给出边界上的值）的泊松方程，其解同样满足

$$\Delta f = \Delta g = div(\nabla g),\ \ s.t.\ f|_{\partial\Omega} = f^*|_{\partial\Omega}$$

即 f 和 g 的拉普拉斯算子结果是一样的，且满足边界条件。以上得到的公式即可求解 f 。

离散的求解

在图像中，图像 g 已知，其拉普拉斯（梯度的散度）可以直接得到，一般是使用拉普拉斯模板，上下左右四个边界分别减去中间点

$$\Delta g = g(x+1,y) + g(x-1,y) + g(x,y+1) + g(x,y-1) - 4g(x,y)$$

对应 f 就是

$$\Delta f = f(x+1,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1) - 4f(x,y)$$

满足 $\Delta f = \Delta g$ ，

但是以上有些点是不存在的，对于 f 处在边界上的点而言，上下左右不一定在边界范围内了，加进去只会添加更多的未知数，导致无法求解，因此需要用边界条件 $s.t.\ f|_{\partial\Omega} = f^*|_{\partial\Omega}$ 来减少这些未知数。例如 $(x+1,y)$ 这个点恰好处于边界上，不在边界内，它的值为 $f^*(x+1,y)$ ，则有

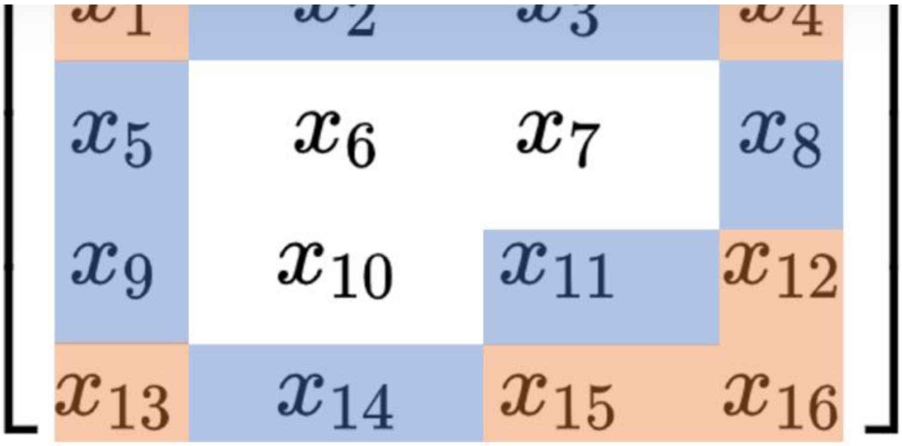
$$\begin{aligned}\Delta f &= f(x+1,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1) - 4f(x,y)\\ &= f^*(x+1,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1) - 4f(x,y)\\ &= \Delta g\end{aligned}$$
$$\Delta g - f^*(x+1,y) = f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1) - 4f(x,y)$$

同理，如果 $(x,y-1)$ 也不在边界内，则有

$$\Delta g - f^*(x+1,y) - f(x,y-1) = f(x-1,y) + f(x,y+1) - 4f(x,y)$$

博客 3 和 博客 4 都有十分经典的示例。

借用一下



处于蓝色阴影区域的点是恰好在边界上的，背景图的离散函数 f^* 上都有对应的值；

处于橙色阴影区域的点是边界之外的点，对于求解没有影响；

而被包围的这些 x_6, x_7, x_{10} 是目标区域要求解的值，根据上面的 $\Delta f = \Delta g$ 方程和边界条件 $f|_{\partial\Omega} = f^*|_{\partial\Omega}$ ，具体化为以下方程

$$\begin{cases} f(x_7) + f(x_{10}) - 4f(x_6) & = \Delta g(x_6) - f^*(x_2) - f^*(x_5) \\ f(x_6) - 4f(x_7) & = \Delta g(x_7) - f^*(x_3) - f^*(x_8) - f^*(x_{11}) \\ f(x_6) - 4f(x_{10}) & = \Delta g(x_{10}) - f^*(x_9) - f^*(x_{11}) - f^*(x_{14}) \end{cases}$$

未知数三个 $f(x_6), f(x_7), f(x_{10})$ ，有三个方程，恰好求解。

等式右边分别等于 $b1, b2, b3$ ，根据已知可以直接得到，上面三个方程转化成解线性方程组 $Af = b$ ，如下图，注意 **实际参与的点** 标红了

A										b
x2	x3	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x14	
			-4	1			1			b1
			1	-4						b2
			1				-4			b3

同时，可以发现，上面的表中 A 很稀疏，对应实际的图像求解，就很可能是 1000×1000 ，但参与到线性方程组 A 的系数只有 1000×5 个，所以这里需要用稀疏矩阵存储，Matlab 、Scipy、Eigen3 等多种工具都可以完成。

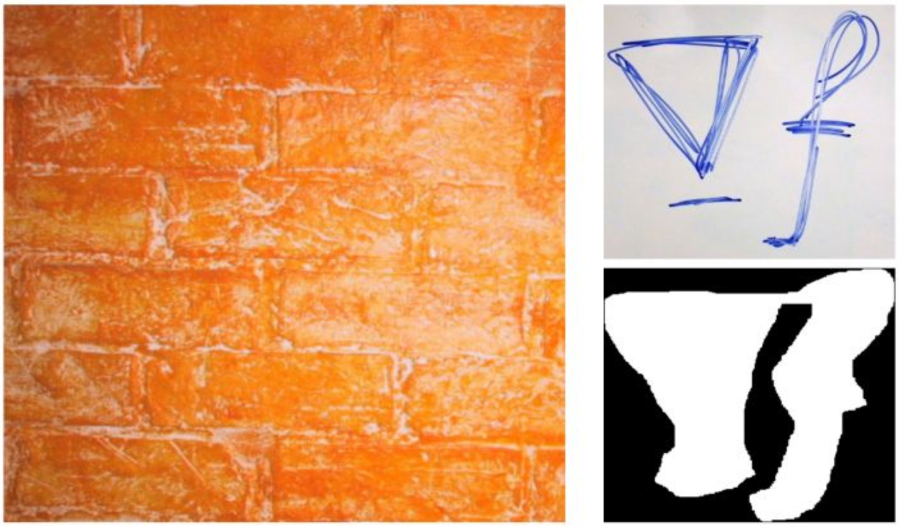
实际求解结果

看起来效果还不错。原理不难，但效果惊人。

梯度混合

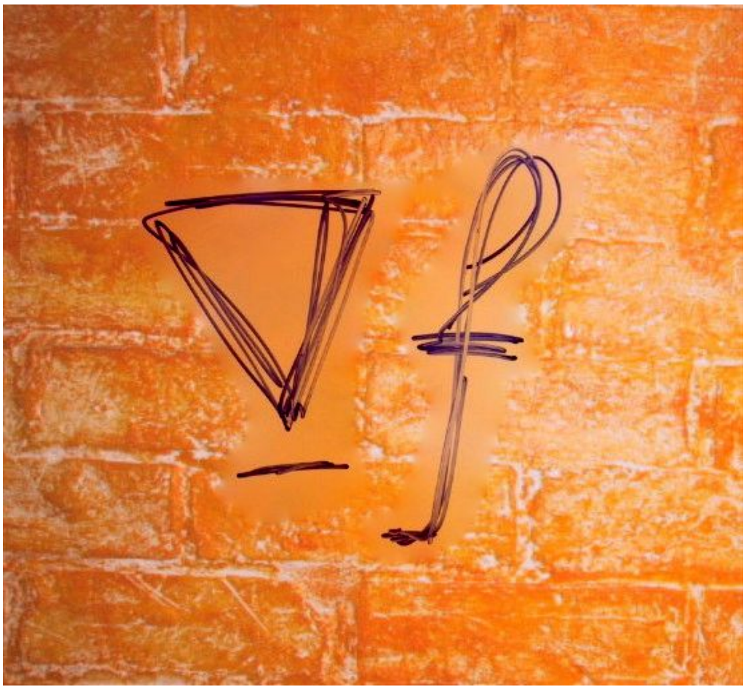
也可能不自然，如下面几个例子

例子 1



背景图 - 前景图 - mask图

其中前景图和 mask 图决定了参考图，是不规则区域，如果直接泊松融合，得到的结果如下，一片朦朦胧胧，因为参考图除了笔画之外都是平滑区，没有纹理信息，而背景图对应位置都有复杂的纹理，因此直接融合不合适。



不混合背景图梯度的结果

为解决这个问题，论文提出混合梯度，如果背景图的梯度大于参考图的梯度，则采用背景图的梯度，即

$$\forall x \in \Omega, \nabla g(x) = \begin{cases} \nabla f^*(x), & if|\nabla f^*(x)| > |\nabla g(x)| \\ \nabla g(x), & otherwise \end{cases}$$

注意，这个是梯度 ∇ （一阶导），不是拉普拉斯 Δ ，具体实现时，我就掉这个坑里了，具体实现不能对拉普拉斯的结果做绝对值大小比较，而应该求四个方向的梯度时作比较！

更改之后的结果如下图：

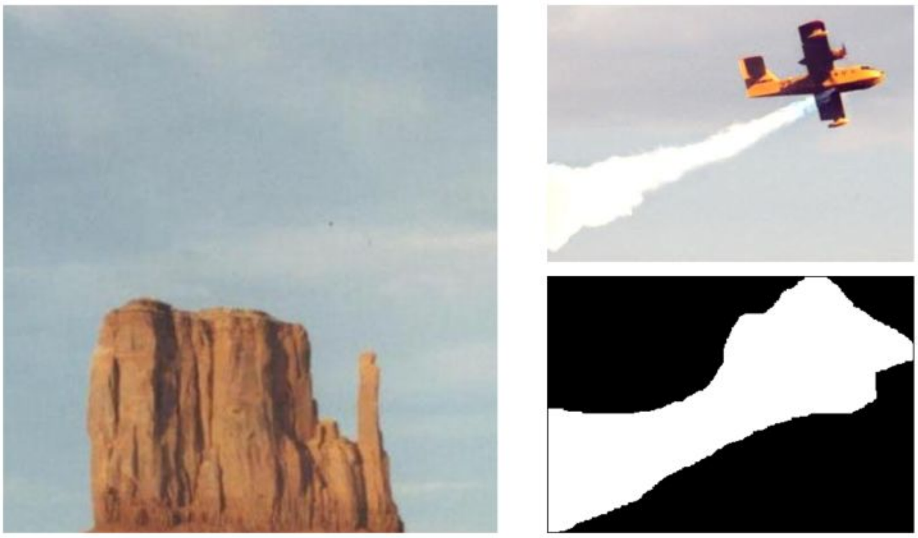
混合背景图梯度的结果，取绝对值更大的哪一个

看起来，效果要好多了，背景的纹理信息也得到了保留，数学真的太漂亮了，我惊呆了。

也可以采取某个归一化权重对背景图和参考图的梯度做加权，再做泊松融合（感觉这里可以通过深度学习的方式来学一个权重图，水一篇论文，应该有人做过了）

混合梯度的更多例子如下：

例子 2



背景图 - 前景图 - mask

混合梯度之前 VS 混合梯度之后

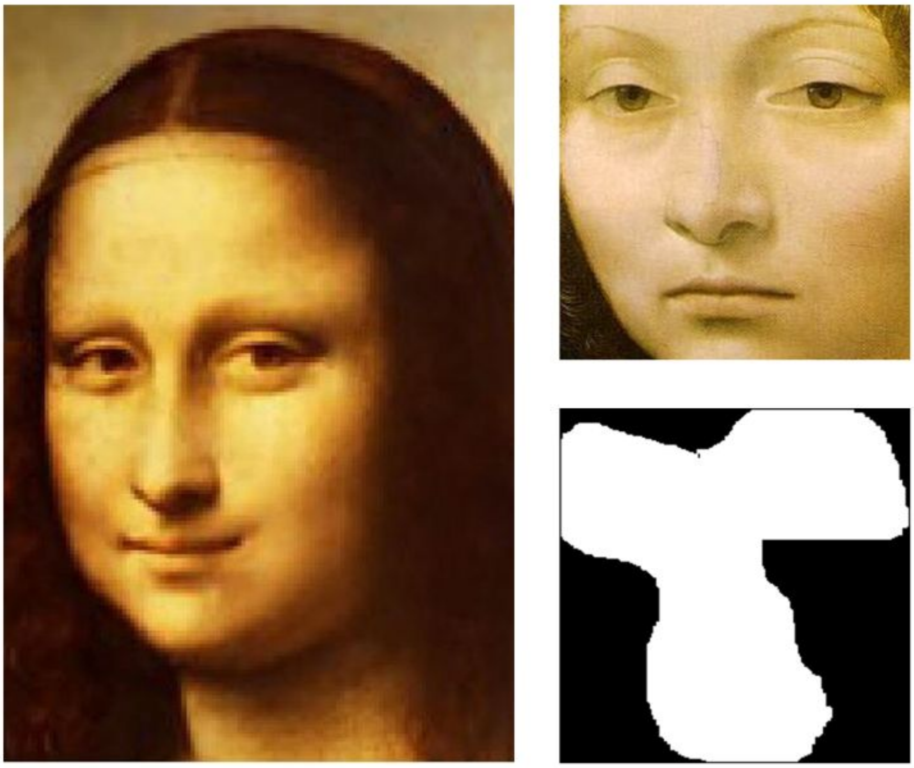
例子 3

背景图 - 前景图 - mask

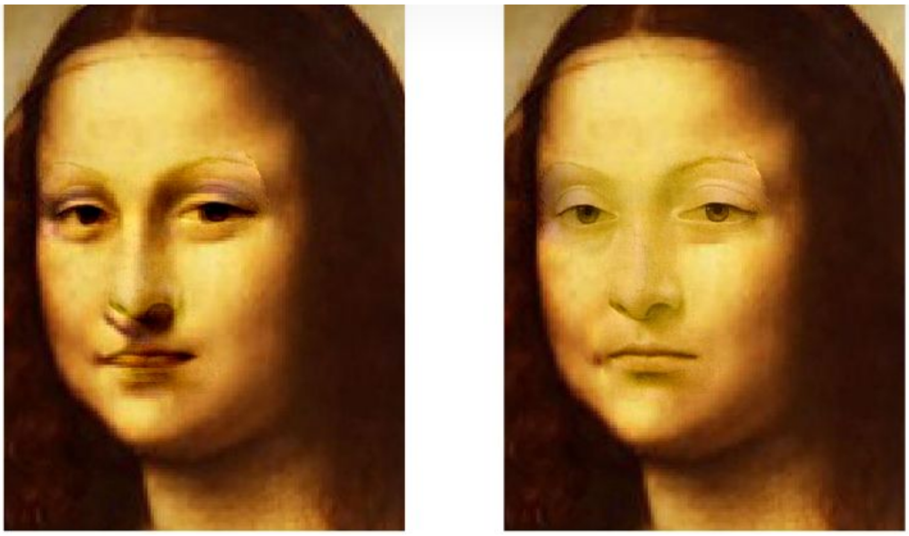
梯度混合之前，飞机周围一段模糊

梯度混合之后

但也不是所有的例子都用混合梯度，视情况而定，如果不想保留背景图的纹理，则直接覆盖就行了，如下图



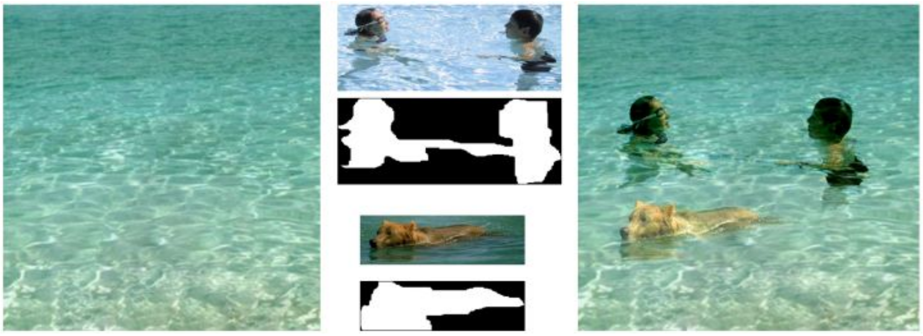
背景图 - 前景图 - mask



不混合梯度 VS 混合梯度

如果想保留蒙娜丽莎的脸部纹理，不好控制，就会出现真的缝合怪。右边的结果稍微好一些，神态都是参考图的，但个人扣的 mask 图没有论文中那么精准，眼角区域的过渡不是很自然，这就提出了泊松图像编辑的一大限制，对于那些要求完美缝合的场合，对 mask 的要求特别高。

又如下例，mask 中平滑区颜色和背景图相近时，过渡看不出太大的异样，但平滑区换成其它颜色，就有些明显了。



mask 不精准导致的有缝融合

纹理交换

回到最开始，泊松图像编辑提出了两大类应用，Seamless Cloning 和 Selection Editing。

前者是给定一个参考图的某个选定区域做 guide，对背景图像做无缝融合；后者没有给出参考图，只利用背景图本身的选定区域 A，经过一定变换得到 B，以 B 为参考图像再无缝地镶嵌到原图对应位置中。

后者的应用就多了，如纹理交换，如下图，将梨和橙子的的纹理交换，原理很简单，从图中扣出梨、橙子的有纹理区域，然后分别作为参考图，给橙子、梨对应区域做 Seamless Cloning 无缝融合，为了不保留原来的纹理，不做梯度融合，效果还不错，如下图

赞同 19
分享

交换之前

交换之后

纹理抹平

有了参考图（属于背景图的某个区域），可以把参考图中 ∇g 绝对值小于某个阈值的都置为 0，相当于消除了一部分低频纹理，将新梯度融合到原来的位置就可以做一些平滑了，但这个平滑比较狠了，局部区域选的太大了。

纹理去除

从原图的主要纹理中，扣出一部分，对图中另一个纹理做替换，这样得到的结果相当于纹理去除了，如下图，把梨的枝干去掉，换成席子的纹理，有点类似于 inpainting 的应用了。

例子 1

例子 2

选定要抹除的目标

选定要去掉的目标，从周围的草地选一块区域（左边）替换框中的部分，得到以下结果

草地不够大，还遗留了一部分，继续删除

继续删除纹理

第二次泊松编辑结果

看起来还是有点不自然，草地上过亮，同样可以用左边的草地替代；树木由于遮挡，效果不太好，但其实也可以用另一半的数目镜像过去，这里不做展示了。

局部色彩改变

这个应用也比较神奇，粗略地抠一个参考图，对参考图的 r, g, b 三通道的梯度信息做一些加减乘除运算，就可以对花儿做颜色变换。

局部亮度变换

也可以对图中过曝的区域，对梯度信息做伽马变换，再镶嵌回去，效果如下：

结果

效果不是很好，主要修复的是过曝区域和橙子皮过渡的那个颜色变化，降低了这个梯度差，扩大了过曝区域的梯度差。不知道原论文如何实现的。

内容翻转

waiting

风格迁移

waiting

总结

从上面的诸多应用可以看出，无论是 Seamless Cloning 还是 Selection Editing，本质都是对参考图(guide image) 梯度的应用，保留梯度（纹理信息）的同时满足边界和背景图过渡自然。

优缺点分析

优点

1. 不需要太精确的 mask 抠图，大多数情况下都能过渡地很自然

1. 要解泊松方程，计算量大，耗时长
2. 需要人手动选择感兴趣的区域生成 mask 图

参考资料

1. Pérez P, Gangnet M, Blake A. Poisson image editing[M]//ACM SIGGRAPH 2003 Papers. 2003: 313-318.
2. 泊松图像编辑(Possion Image Edit)原理、实现与应用
3. 图像的泊松(Poisson)编辑、泊松融合 - 何人之名 - 博客园
4. 成指导：从泊松方程的解法，聊到泊松图像融合
5. menkez：【变分计算1】欧拉-拉格朗日方程
6. 使用Eigen解稀疏线性方程组

代码

相关代码和所用图片都放在以下链接中：

环境：C++14、MinGW、OpenCV-4.5.2、Eigen3

编辑于 2022-01-06 13:25

图像处理　图像编辑　泊松方程

文章被以下专栏收录

图像处理入门