EXAMEN LA CALCUL DIFERENȚIAL ȘI INTEGRAL-NR. 1 05.02.2024

Oficiu: 1 punct

(2 puncte) 1. Determinați mulțimea de convergență a seriei de puteri

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (2 + \sqrt{1}) (2 + \sqrt{2}) \cdot \dots \cdot (2 + \sqrt{n})}{(5 + \sqrt{1}) (5 + \sqrt{2}) \cdot \dots \cdot (5 + \sqrt{n})} \cdot (x + 1)^n.$$

2. Fie funcția $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^4 y^3}{\sqrt{x^{12} + y^8}} & ; \operatorname{dacă}(x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ; \operatorname{dacă}(x,y) = (0,0). \end{cases}$$

(0,5 puncte) a) Studiați continuitatea funcției f.

(1 punct) b) Determinați $\frac{\partial f}{\partial x}$ și $\frac{\partial f}{\partial y}$.

(0,5 puncte) c) Studiați diferenția
bilitatea funcției f.

(2 puncte) **3.** Fie funcția $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = -x^2 + 3xy - y^2.$$

Determinați valorile extreme ale funcției $f|_{B[(0,0),1]}$, unde

$$B[(0,0),1] = \overline{B}((0,0),1) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \le 1\}.$$

(1 punct) 4. Fie funcția $f:[2,\infty)\to(0,\infty)$,

$$f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right).$$

Studiați convergența integralei improprii

$$\int_{2}^{\infty} \left(2^{f(x)} - 1\right) dx.$$

(2 puncte) 5. Determinați

$$\iint_A x dx dy,$$
 unde $A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\mid x\geq y^2-5,\, x\leq 1+y,\, x\leq 1-y\}.$

Grupa.....

EXAMEN LA CALCUL DIFERENȚIAL ȘI INTEGRAL-NR. 2 05.02.2024

Oficiu: 1 punct

(2 puncte) 1. Determinați mulțimea de convergență a seriei de puteri

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(2 + \sqrt[5]{1}\right) \left(2 + \sqrt[5]{2}\right) \cdot \dots \cdot \left(2 + \sqrt[5]{n}\right)}{2^n \left(5 + \sqrt[5]{1}\right) \left(5 + \sqrt[5]{2}\right) \cdot \dots \cdot \left(5 + \sqrt[5]{n}\right)} \cdot (x - 1)^n.$$

2. Fie funcția $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^5}{\sqrt{x^8 + y^{12}}} & \text{; dacă } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{; dacă } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

(0,5 puncte) a) Studiați continuitatea funcției f.

(1 punct) b) Determinați $\frac{\partial f}{\partial x}$ și $\frac{\partial f}{\partial y}$.

(0,5 puncte) c) Studiați diferenția
bilitatea funcției f.

(2 puncte) **3.** Fie funcția $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = 4x^2 - xy + 4y^2.$$

Determinați valorile extreme ale funcției $f|_{B[(0,0),1]}$, unde

$$B[(0,0),1] = \overline{B}((0,0),1) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \le 1\}.$$

(1 punct) 4. Fie funcția $f:[5,\infty)\to(0,\infty)$,

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right).$$

Studiați convergența integralei improprii

$$\int_{5}^{\infty} \left(5^{f(x)} - 1\right) dx.$$

(2 puncte) 5. Determinați

$$\iint_A x dx dy,$$
 unde $A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\mid x\geq -5+y,\, x\geq -5-y,\, x\leq -y^2+1\}.$