ARHITECTURA SISTEMELOR DE CALCUL SEMINAR 0x02

NOTIȚE SUPORT SEMINAR

Cristian Rusu

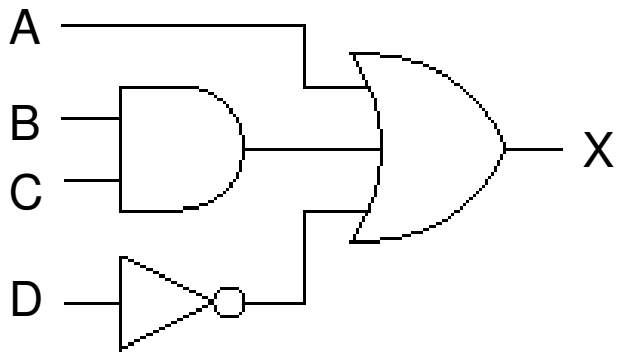
TABELE DE ADEVĂR, EX 1

$X = A + BC$

A	B	C	BC	X
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

DESENAȚI CIRCUITUL, EX 2

$X = A + BC + \overline{D}$



DE MORGAN, EX 3

$$
\begin{aligned}
X &= \overline{\overline{(A\bar{B})}(\bar{B}+C)} \\
&= \overline{\overline{(A\bar{B})}} + \overline{(\bar{B}+C)} \\
&= A\bar{B} + \overline{(\bar{B}+C)} \\
&= A\bar{B} + (\bar{\bar{B}}\bar{C}) \\
&= A\bar{B} + (B\bar{C}) \\
&= A\bar{B} + B\bar{C}
\end{aligned}
$$

DE MORGAN, EX 3

$$
\begin{aligned}
X &= \overline{(\bar{\mathrm{A}} + \mathrm{C})(\overline{\mathrm{AB}})} \\
&= \overline{(\bar{\mathrm{A}} + \mathrm{C})} + \overline{(\overline{\mathrm{AB}})} \\
&= \overline{(\bar{\mathrm{A}} + \mathrm{C})} + (\mathrm{AB}) \\
&= (\overline{\bar{\mathrm{A}}}\,\overline{\mathrm{C}}) + (\mathrm{AB}) \\
&= (\mathrm{A}\overline{\mathrm{C}}) + (\mathrm{AB}) \\
&= \mathrm{A}(\mathrm{B} + \overline{\mathrm{C}})
\end{aligned}
$$

DE MORGAN, EX 3

- !(!A+!B) = AB
- !(!A!B) = A+B
- !(A+B+C) = !A!B!C
- !(ABC) = !A+!B+!C
- !(A+B)!A!B = !A!B
- !(AB)(!A+!B) = !A+!B
- !(A+B)(!A+!B) = !A!B
- !A!B!(AB) = !A!B
- C+!(CB) = 1
- !(AB)(!A+B)(!B+!B) = !A!B

SIMPLIFICĂRI, EX 4

$(A + C)(AD + A\bar{D}) + AC + C$

$(A + C)A(D + \bar{D}) + AC + C$ //distribuim, invers

$(A + C)A + AC + C$ //suma variabila si complement

$A((A + C) + C) + C$ //distribuim, invers

$A(A + C) + C$ //asociem, idempotent

$AA + AC + C$ //distribuim

$A + (A + 1)C$ //idempotent, identitate, factor

$A + C$ //identitate de doua ori

SIMPLIFICĂRI, EX 4

$\bar{A}(A + B) + (B + AA)(A + \bar{B})$

$\bar{A}(A + B) + (B + A)(A + \bar{B})$ //AA este A

$(A + B)(\bar{A} + A + \bar{B})$ // factor A + B

$(A + B)(1 + \bar{B})$ // variabila sau complement

$A + B$ // 1 sau orice este 1

SIMPLIFICĂRI, EX 4

a) A+0 = A

b) !Ax0 = 0

c) A+!A = 1

d) A+A = A

e) A+AB = A

f) A+!AB = A+B

g) A(!A+B) = AB

h) AB+!AB = B

i) (!A!B+!AB) = !A

j) A(A+B+C+...) = A

k) subpuncte

   a) A+B
   b) 1
   c) 1

l) A+A!A = A

m) AB+A!B = A

n) !A+B!A = !A

o) (D+!A+B+!C)B = B

p) (A+!B)(A+B) = A

q) C(C+CD) = C

r) A(A+AB) = A

s) !(!A+!A) = A

t) !(A+!A) = 0

u) D+(D!CBA) = D

v) !D!(DBCA) = !D

w) AC+!AB+BC = AC+!AB

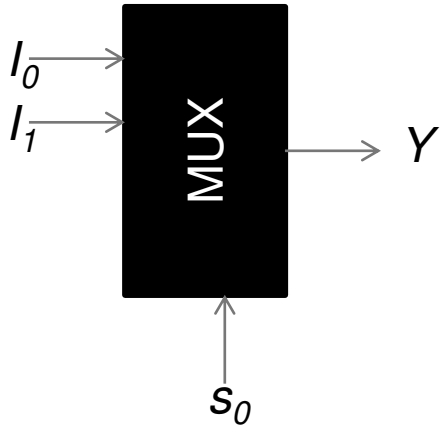
x) (A+C)(!A+B)(B+C) = AB+!AC

y) !A+!B+AB!C = !A+!B+!C

$(A+B)^2+(A+B)^3+A+3!A+A^3 = 1$

MUX, EX 5 A

- **MUX, două intrări, un semnal s de selecție și o ieșire**

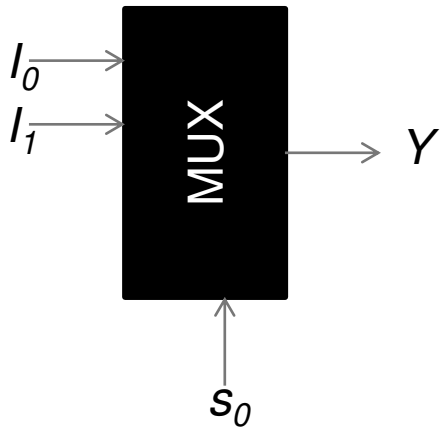


I_0	I_1	s_0	Y
*	*	0	I_0
*	*	1	I_1

- **care este relația ieșire-intrare?**
  - $Y = I_0\bar{s}_0 + I_1 s_0$

MUX, EX 5 B

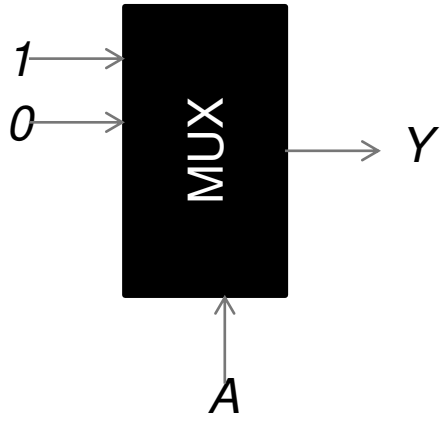
- **MUX, două intrări, un semnal s de selecție și o ieșire**



- **un MUX este un circuit universal, adică poate implementa porți NOT, OR și AND**
  - implementați o poartă NOT cu un MUX

MUX, EX 5 B

- **MUX, două intrări, un semnal s de selecție și o ieșire**

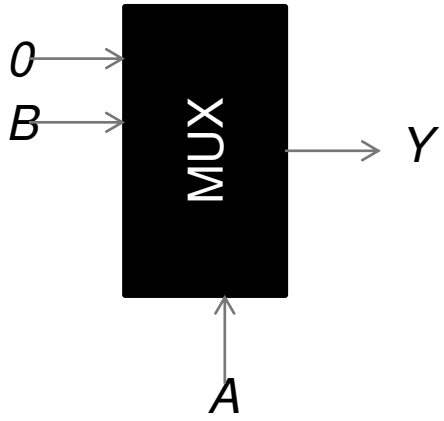


I_0	I_1	s_0 (A)	Y
1	0	0	I_0
1	0	1	I_1

- **un MUX este un circuit universal, adică poate implementa porți NOT, OR și AND**
  - implementați o poartă NOT cu un MUX: Y = NOT A
  - $Y = I_0\bar{s}_0 + I_1 s_0 = 1\bar{A} + 0A = \bar{A}$

MUX, EX 5 B

- **MUX, două intrări, un semnal s de selecție și o ieșire**

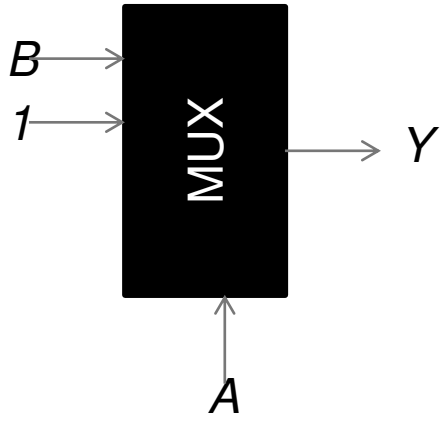


I_0	I_1 (B)	s_0 (A)	Y
0	B	0	I_0 (0)
0	B	1	I_1 (B)

- **un MUX este un circuit universal, adică poate implementa porți NOT, OR și AND**
  - implementați o poartă AND cu un MUX: Y = A AND B
  - $Y = I_0\bar{s}_0 + I_1 s_0 = 0\bar{A} + BA = AB$

MUX, EX 5 B

- **MUX, două intrări, un semnal s de selecție și o ieșire**

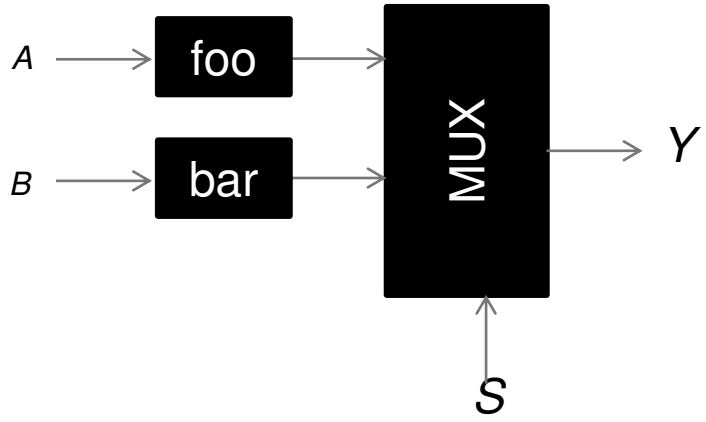


I_0 (B)	I_1	s_0 (A)	Y
B	1	0	I_0 (B)
B	1	1	I_1 (1)

- **un MUX este un circuit universal, adică poate implementa porți NOT, OR și AND**
  - implementați o poartă OR cu un MUX: Y = A OR B
  - Y = $I_0\bar{s}_0 + I_1 s_0 = B\bar{A} + 1A = A + B\bar{A}$ = A + B [vezi ex. 4 f)]

MUX, EX 5 C

- **Y = S ? foo(A) : bar(B)**

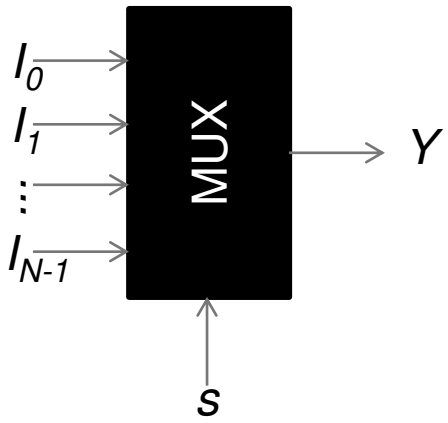


I_0 foo(X)	I_1 bar(Y)	S	Y
*	*	0	I_1
*	*	1	I_0

- **care e diferența cu un limbaj de programare?**
  - indiferent de valoarea lui S, se execută foo(A) și bar(B)
  - doar că la ieșire vedem doar una dintre funcții (cea selectată de S)

MUX, EX 5 D

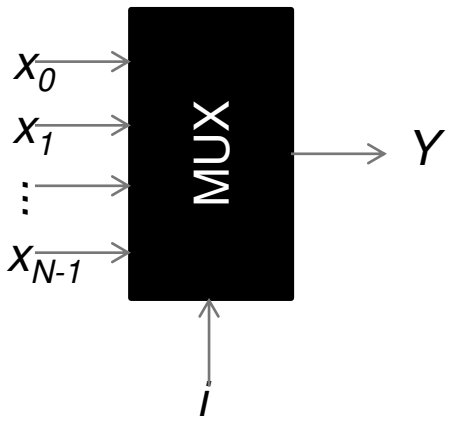
- **vrem să accesăm un element al unui vector x_i**



- **ce putem la intrări?**
- **ce este semnalul s?**

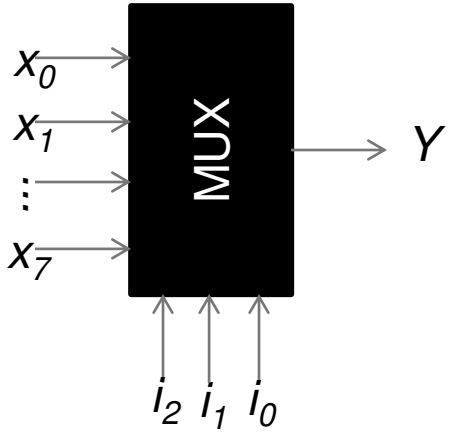
MUX, EX 5 D

- vrem să accesăm x_i



s_0 (i)	Y
000	I_0 (x_0)
001	I_1 (x_1)
010	I_2 (x_2)
011	I_3 (x_3)
100	I_4 (x_4)
101	I_5 (x_5)
110	I_6 (x_6)
111	I_7 (x_7)

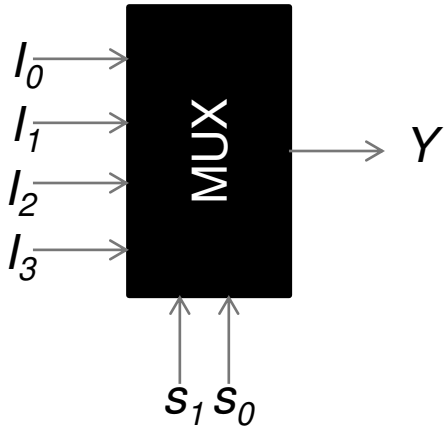
- ce putem la intrări? punem vectorul x
- ce este semnalul s? punem index-ul i



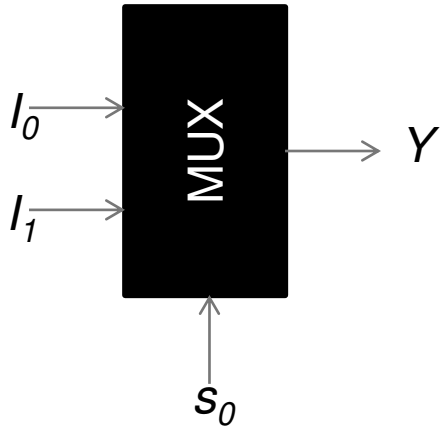
- care este dimensiunea intrării? N
- care este dimensiunea lui s? ceil($\log_2$ N)

MUX, EX 5 E

- **un MUX cu 4 intrări**
  - automat știm că semnalul s are doi biți

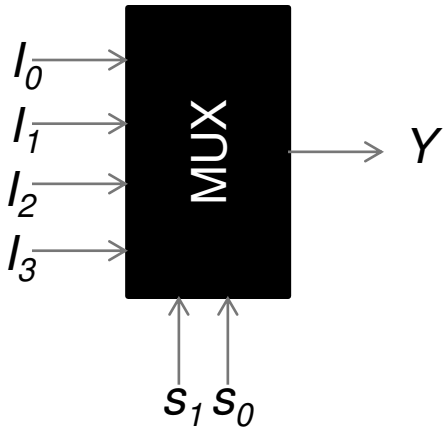


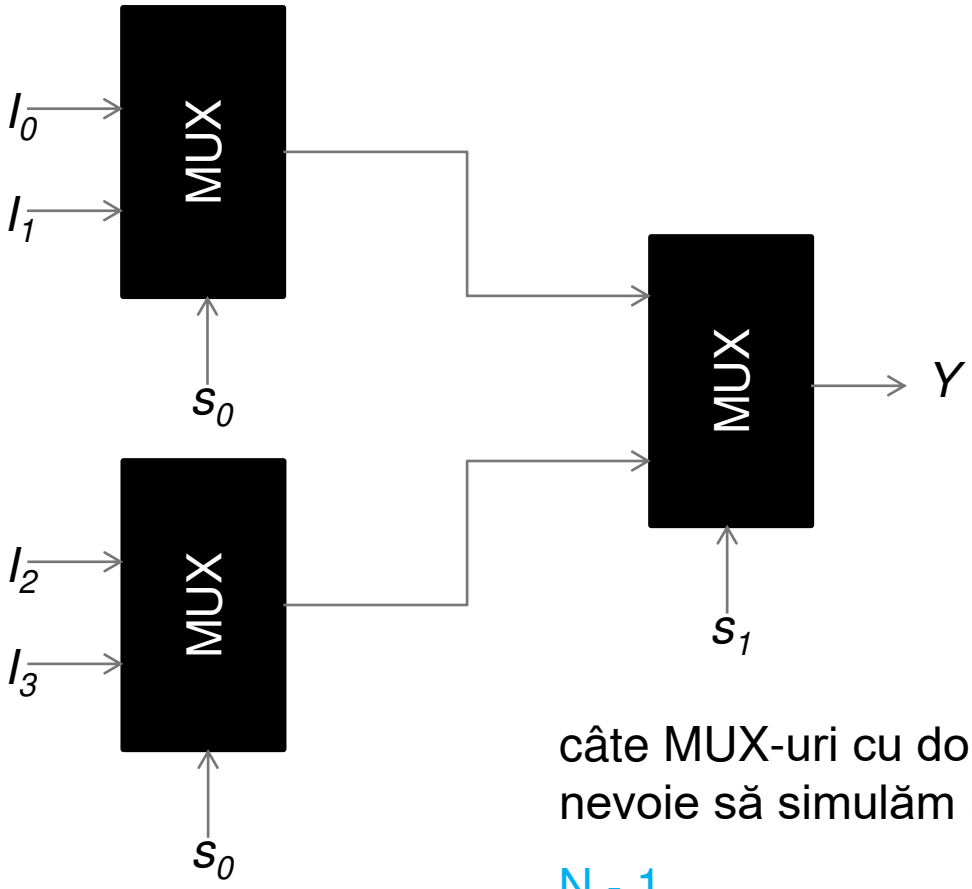
- **avem la dispoziție un MUX cu 2 intrări**



MUX, EX 5 E

- **un MUX cu 4 intrări**
  - automat știm că semnalul s are doi biți





câte MUX-uri cu două întrari avem nevoie să simulăm un MUX cu N intrări?

N - 1

DEPLASĂRI, EX 7 A

- **numarul nostru x este**

- **deplasare normală cu 2 la dreapta >>**

echivalent cu o împărțire la 2^2

- **deplasare aritmetică cu 2 la dreapta $>>_a$**

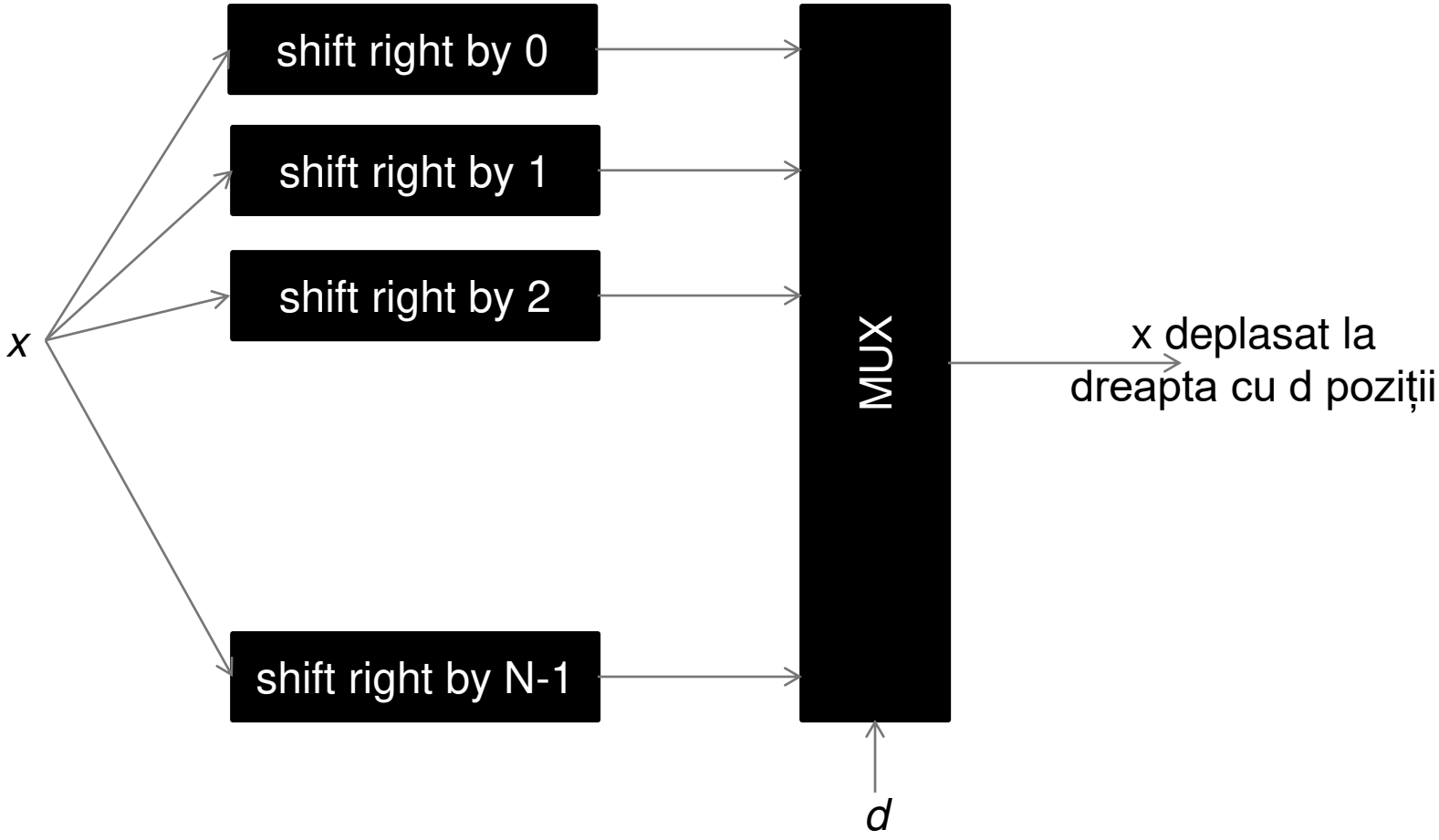
echivalent cu o împărțire la 2^2

- **deplasare circulară cu 2 la dreapta $>>_c$**

Toate deplasările pot fi definite pentru orice bază numerică, nu doar 2. De exemplu: în baza 10 avem $754 <<_c 2 = 475$ pentru deplasare circular la stânga și $754 << 2 = 400$ pentru deplasare normală la stânga (pe 3 cifre)

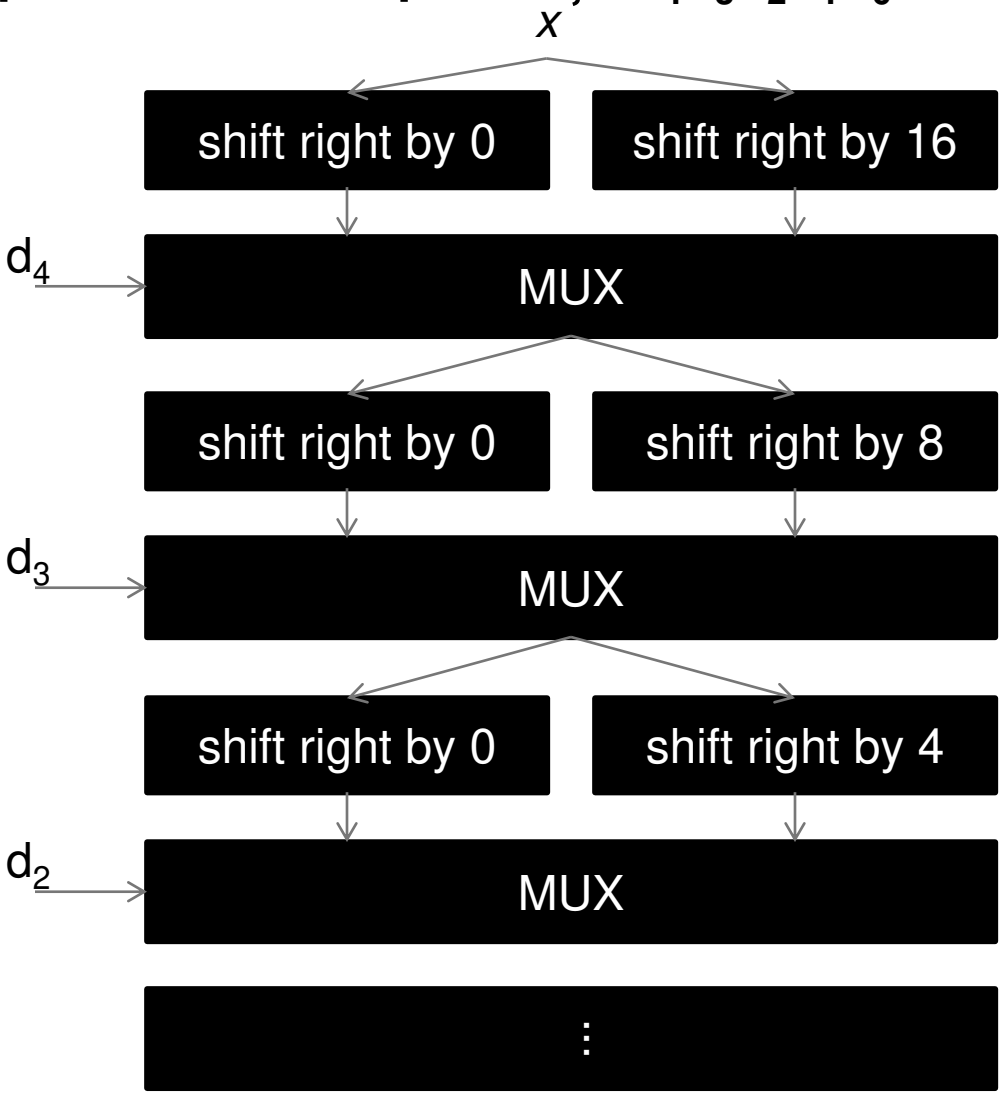
DEPLASĂRI, EX 7 B

- **deplasare a unui numar x cu d poziții la dreapta**



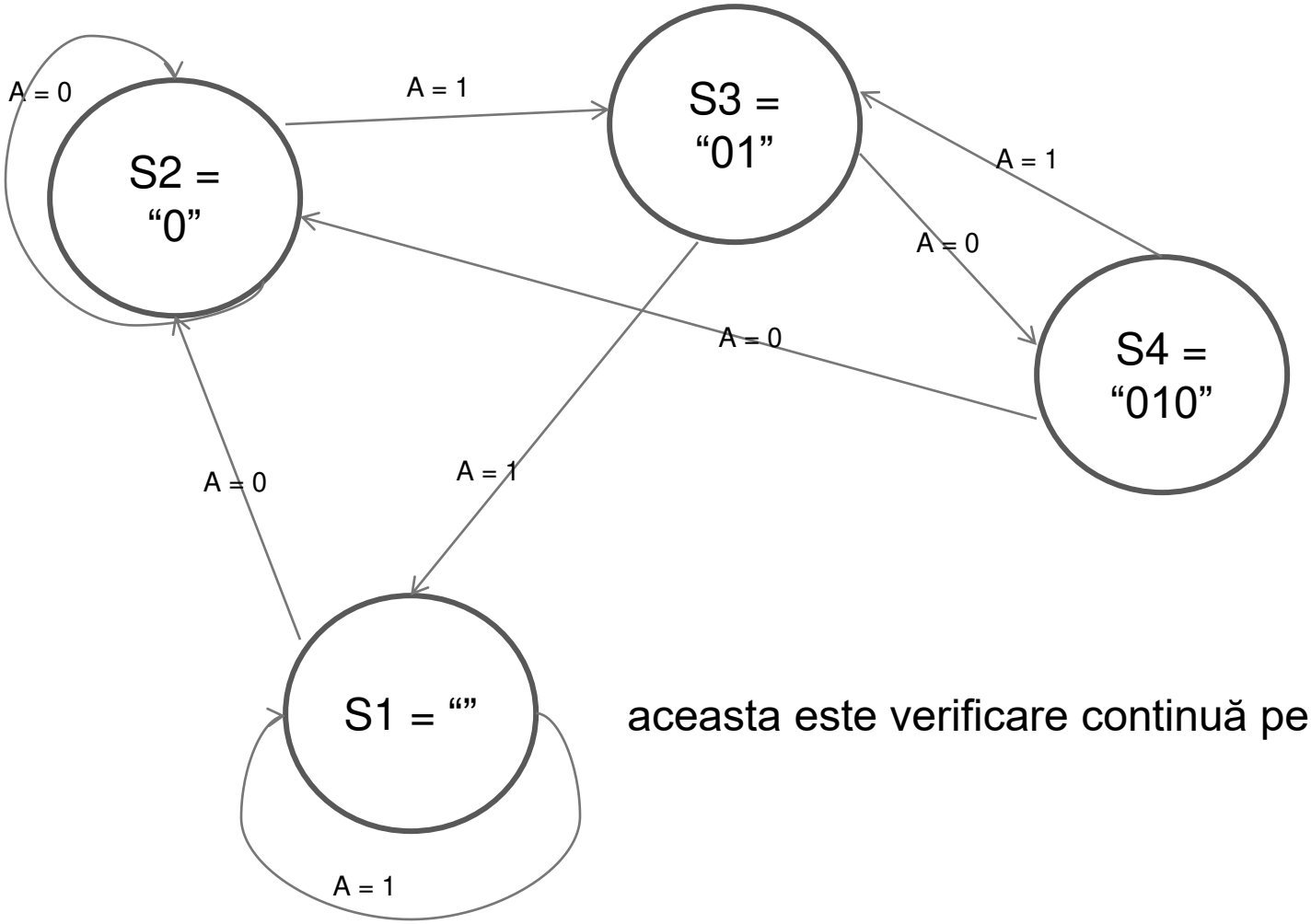
DEPLASĂRI, EX 7 C

- **presupunem că x este pe 32 de biți**
- **deplasarea d este pe 5 biți: $d_4d_3d_2d_1d_0$**



avem nevoie de $\log_2 d$ MUX-uri

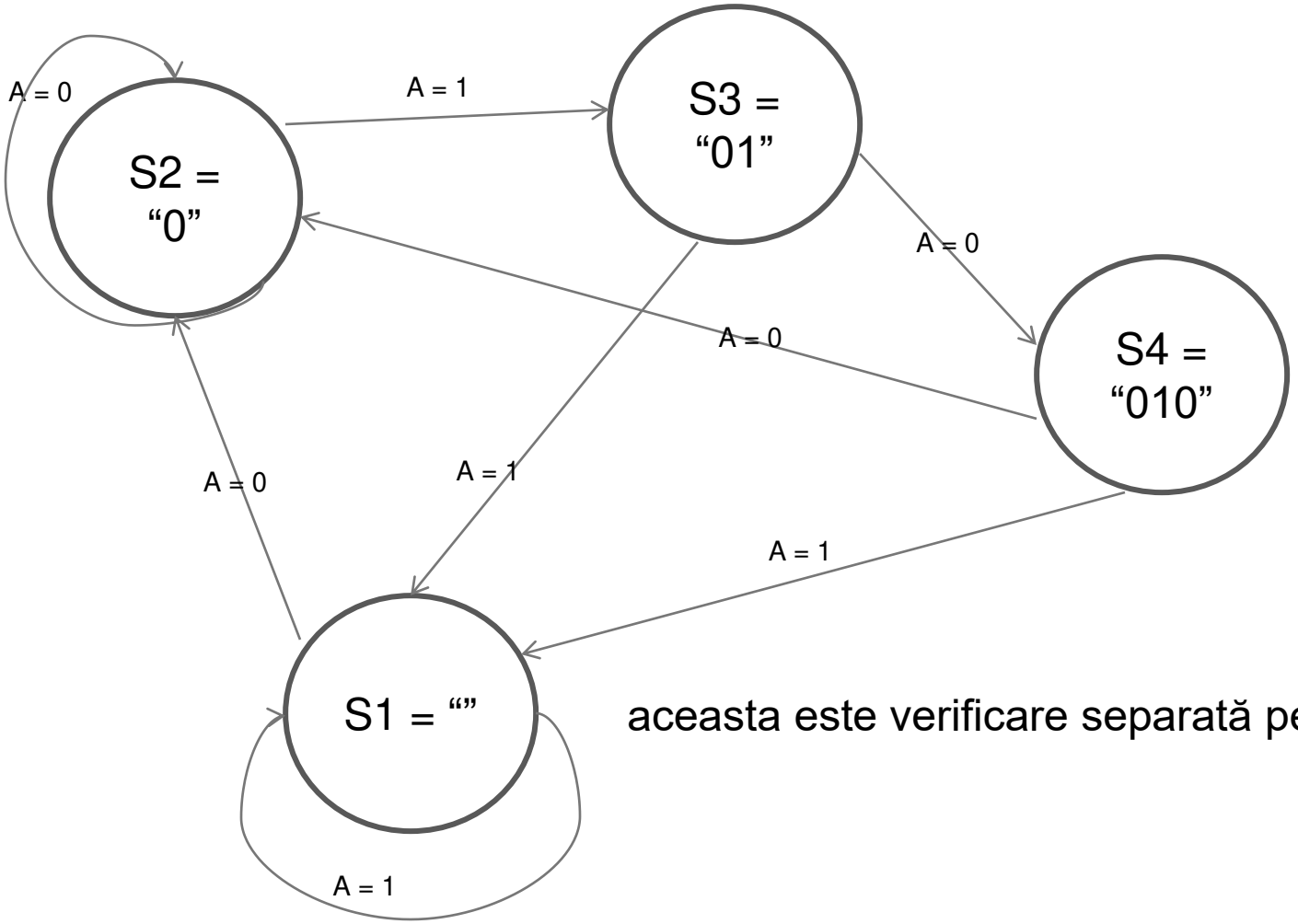
SECVENȚIAL, EX 10



aceasta este verificare continuă pentru 010

.

SECVENȚIAL, EX 10

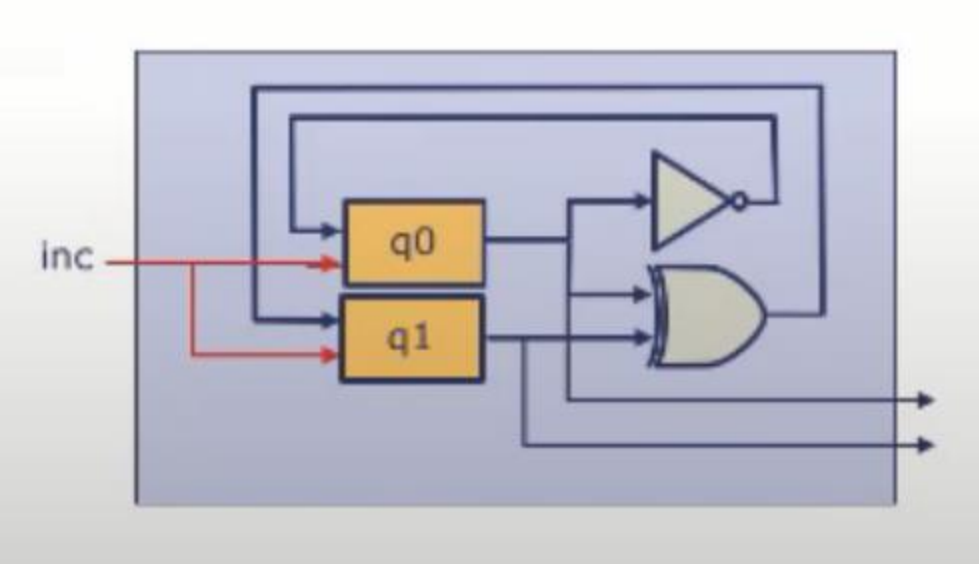


aceasta este verificare separată pentru 010

COUNTER 2 BIȚI, EX 12

- $q_0^{(t+1)} = !\mathrm{INC} \times q_0^{(t)} + \mathrm{INC} \times !q_0^{(t)}$, $q_1^{(t+1)} = !\mathrm{INC} \times q_1^{(t)} + \mathrm{INC} \times (q_1^{(t)} \otimes q_0^{(t)})$

$q_1^{(t)}$	$q_0^{(t)}$	$q_1^{(t+1)}$	$q_0^{(t+1)}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0



- **aici INC e pe post de semnal Enable**

COUNTER 2 BIȚI, EX 12

- counter cod Gray

$q_2^{(t)}$	$q_1^{(t)}$	$q_0^{(t)}$	$q_2^{(t+1)}$	$q_1^{(t+1)}$	$q_0^{(t+1)}$
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1

- $q_0^{(t+1)} = !q_2^{(t)}!q_1^{(t)}!q_0^{(t)} + !q_2^{(t)}!q_1^{(t)}q_0^{(t)} + q_2^{(t)}q_1^{(t)}!q_0^{(t)} + q_2^{(t)}q_1^{(t)}q_0^{(t)}$

  $= q_2^{(t)}q_1^{(t)} + !q_2^{(t)}!q_1^{(t)}$
- $q_1^{(t+1)} = \ldots$
- $q_2^{(t+1)} = \ldots$

CMMDC, EX 13

- **implementați algoritmul lui Euclid pentru CMMDC folosind un circuit secvențial.**
- **exemplu: se dau a = 15, b = 6**
  - pasul 1: a = 9, b = 6 (a := a – b)
  - pasul 2: a = 3, b = 6 (a := a – b)
  - pasul 3: a = 6, b = 3 (a,b := b,a)
  - pasul 4: a = 3, b = 3 (a := a – b)
  - pasul 5: a = 0, b = 3
  - răspunsul este 3

- **codul python:**

```
def cmmdc(a, b):
    if a == b: return b
    elif a > b: return cmmdc(a-b, b)
    else: return cmmdc(b, a)
```

CMMDC, EX 13

- **codul python:**

```
def cmmdc(a, b):
    if a == b: return b
    elif a > b: return cmmdc(a-b, b)
    else: return cmmdc(b, a)
```

  - avem variabilele $a^{(t)}$ și $b^{(t)}$
  - conform algoritmului de mai sus avem ecuațiile de evoluție
    - facem ceva doar dacă $a^{(t)} != 0$
    - $p = (a^{(t)} > b^{(t)})$
    - $a^{(t+1)} = p \times (a^{(t)} - b^{(t)}) + !p \times b^{(t)}$
    - $b^{(t+1)} = p \times b^{(t)} + !p \times a^{(t)}$

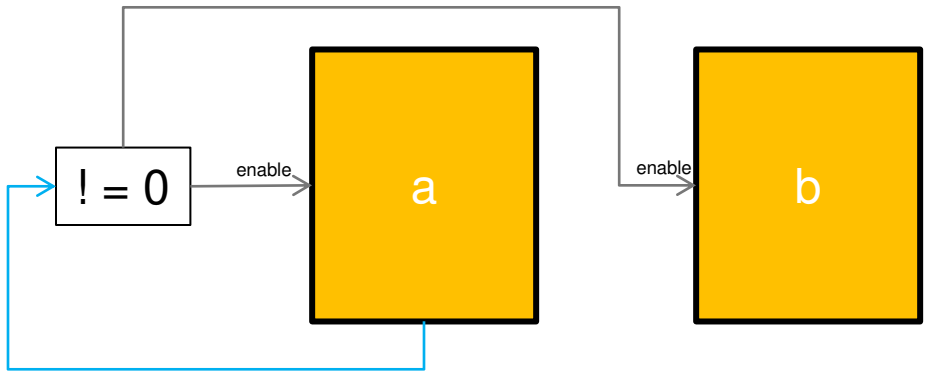
CMMDC, EX 13

- **codul python:**

```
def cmmdc(a, b):
    if a == b: return b
    elif a > b: return cmmdc(a-b, b)
    else: return cmmdc(b, a)
```

$p = (a^{(t)} > b^{(t)})$
$a^{(t+1)} = p \times (a^{(t)} - b^{(t)}) + !p \times b^{(t)}$
$b^{(t+1)} = p \times b^{(t)} + !p \times a^{(t)}$

cum se schimbă a și b?



CMMDC, EX 13

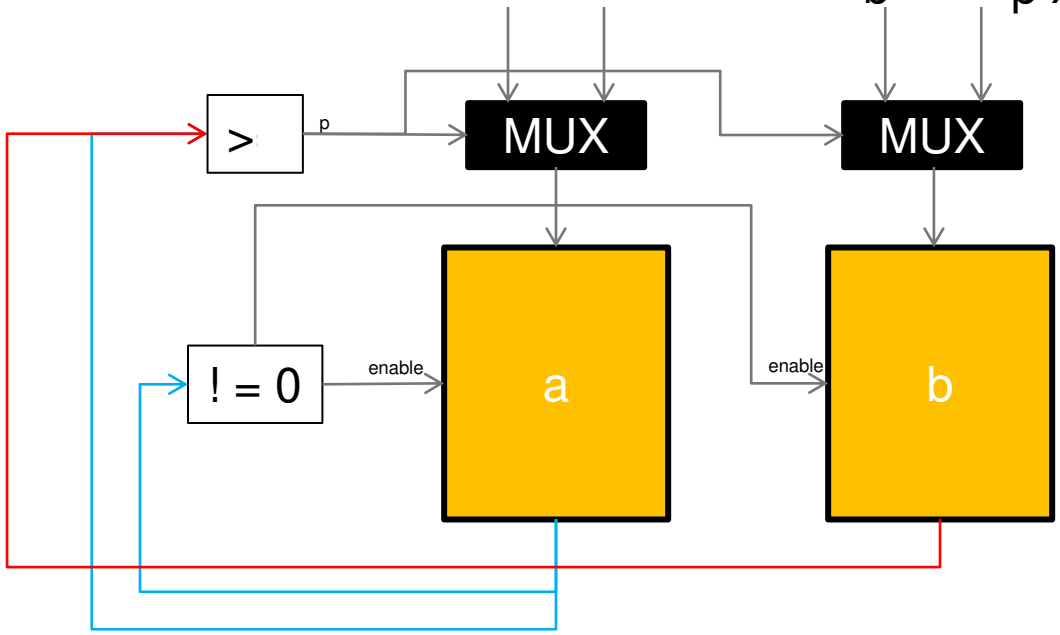
- **codul python:**

```
def cmmdc(a, b):
    if a == b: return b
    elif a > b: return cmmdc(a-b, b)
    else: return cmmdc(b, a)
```

$p = (a^{(t)} > b^{(t)})$

$a^{(t+1)} = p \times (a^{(t)} - b^{(t)}) + !p \times b^{(t)}$

$b^{(t+1)} = p \times b^{(t)} + !p \times a^{(t)}$



care sunt întrările pentru MUX 1?

CMMDC, EX 13

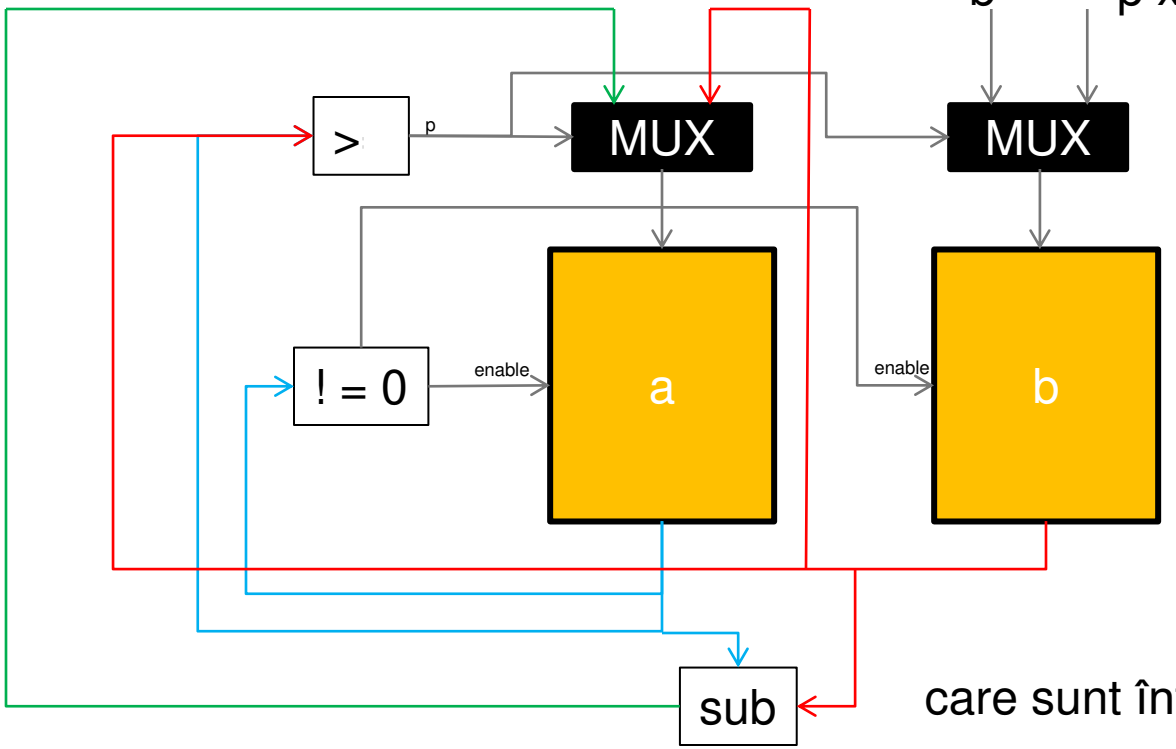
- **codul python:**

```
def cmmdc(a, b):
    if a == b: return b
    elif a > b: return cmmdc(a-b, b)
    else: return cmmdc(b, a)
```

$p = (a^{(t)} > b^{(t)})$

$a^{(t+1)} = p \times (a^{(t)} - b^{(t)}) + !p \times b^{(t)}$

$b^{(t+1)} = p \times b^{(t)} + !p \times a^{(t)}$



care sunt întrările pentru MUX 2?

CMMDC, EX 13

- **codul python:**

```
def cmmdc(a, b):
    if a == b: return b
    elif a > b: return cmmdc(a-b, b)
    else: return cmmdc(b, a)
```

$p = (a^{(t)} > b^{(t)})$

$a^{(t+1)} = p \times (a^{(t)} - b^{(t)}) + !p \times b^{(t)}$

$b^{(t+1)} = p \times b^{(t)} + !p \times a^{(t)}$