

Numele și Prenumele.....

Grupa.....

RESTANȚĂ/MĂRIRE LA CALCUL DIFERENȚIAL ȘI INTEGRAL

03.09.2024

Oficiu: 1 punct

(2 puncte) **1.** Fie, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$,

$$x_n = \frac{n^2 + 1}{2n^2 + 3n + 1} \sin\left(\frac{(-1)^n \pi}{2}\right) + \frac{n^3 + 2}{3n^3 + 3n + 4} \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right).$$

Determinați limita inferioară a șirului $(x_n)_n$, limita superioară a șirului $(x_n)_n$ și precizați dacă există limita șirului $(x_n)_n$.

(1 punct) **2.** Studiați convergența simplă și uniformă pentru șirul de funcții $(f_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$, unde $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \frac{1}{1 + x + n \ln(1 + x^n)}$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

(2 puncte) **3.** Determinați mulțimea de convergență a seriei de puteri

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{(n+3)\sqrt[n]{n}}.$$

4. Fie funcția $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{\sqrt{x^4 + y^8}} & ; \text{dacă } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & ; \text{dacă } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(0,5 puncte) *a)* Studiați continuitatea funcției f .

(1 punct) *b)* Determinați $\frac{\partial f}{\partial x}$ și $\frac{\partial f}{\partial y}$.

(0,5 puncte) *c)* Studiați diferențiabilitatea funcției f .

(2 puncte) **5.** Determinați

$$\iint_A x dx dy,$$

unde $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 + 2 \leq 2x + 2y + 9\}$.