

Numele și Prenumele.....

Grupa.....

RESTANȚĂ LA CALCUL DIFERENȚIAL ȘI INTEGRAL

21.02.2024

Oficiu: 1 punct

(2 puncte) **1.** Fie, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$,

$$x_n = \frac{n^2}{2n^2 + 3n + 4} \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right) + \frac{n^3 + 1}{2n^3 + 3n + 1} \arcsin\left(\frac{(-1)^n}{2}\right).$$

Determinați limita inferioară a șirului $(x_n)_n$, limita superioară a șirului $(x_n)_n$ și precizați dacă există limita șirului $(x_n)_n$.

(2 puncte) **2.** Studiați continuitatea și uniform continuitatea funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right) & ; \text{dacă } x \neq 0 \\ 0 & ; \text{dacă } x = 0. \end{cases}$$

(1 punct) **3.** Studiați convergența simplă și uniformă pentru șirul de funcții $(f_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$, unde

$$f_n : (2, 21) \rightarrow \mathbb{R}, f_n(x) = \frac{[nx^{21}]}{n + x^{21}},$$

$[\alpha]$ reprezintă partea întreagă a numărului real α .

4. Fie funcția $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^6}{\sqrt{x^4 + y^{12}}} & ; \text{dacă } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & ; \text{dacă } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

(0,5 puncte) *a)* Studiați continuitatea funcției f .

(1 punct) *b)* Determinați $\frac{\partial f}{\partial x}$ și $\frac{\partial f}{\partial y}$.

(0,5 puncte) *c)* Studiați diferențiabilitatea funcției f .

(2 puncte) **5.** Determinați

$$\iint_A y dx dy,$$

unde $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \leq 2 - x, y \leq x + 2, x \leq 2y + 2, x \geq -2y - 2\}$.