

Lista tutorial 5

1. a) Fie $\varphi: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție diferentiabilă și $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,
 $f(x,y) = \varphi(e^{x^3y}, \sin(xy), x^2e^{y^2})$. Determinați $\frac{\partial f}{\partial x}$ și $\frac{\partial f}{\partial y}$.

b) Fie $h: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție diferentiabilă și $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$,
 $f(x,y,z) = h(xy, x^2+y^2+z^2, x+y+z)$, $h(x,y,z) = (xyz, x^2+y^2+z^2, \cos \frac{1}{x+y+z})$.
 Arătați că f e diferentiabilă și determinați $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial f}{\partial z}$ și $df|_{(0,0,0)}$.

2. a) Studiați continuitatea funcției f

b) Determinați $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$

c) Studiați diferentiabilitatea funcției f , unde $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ și:

i) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

vi) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{\sqrt{x^4+y^4}}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

ii) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^6y^5}{x^{10}+y^{10}}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

vii) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{(x^2-y^2)^2}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

iii) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^4}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

iv) $f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2) \cos \frac{1}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

v) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^5y^2}{\sqrt{x^{10}+y^{10}}}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

viii) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{\sqrt{x^4+y^4}}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$