Lista 1

1) Determinați $\underline{\lim}\, x_n$, $\overline{\lim}\, x_n$ și precizați dacă există $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$, unde:

a) $x_n = \dfrac{1+(-1)^n}{2} + (-1)^n \cdot \dfrac{n}{2n+1}$

b) $x_n = 1+2\cdot(-1)^{n+1}+3\cdot(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}$

c) $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n \sin\dfrac{n\pi}{3}$

d) $x_n = \dfrac{n\cos\frac{n\pi}{2}}{n^2+1}$

e) $x_n = \dfrac{n}{2n+1}\left(\cos\dfrac{n\pi}{3}\right)^n$

f) $x_n = \dfrac{2+(-1)^n}{1+n^{(-1)^n}} + \sin\dfrac{n\pi}{2}$

g) $x_n = \sqrt[n]{4^{(-1)^n}+2}$

h) $x_n = \dfrac{1}{2}\left(n-2-3\left\lfloor\dfrac{n-1}{3}\right\rfloor\right)\left(n-3-3\left\lfloor\dfrac{n-1}{3}\right\rfloor\right)$

i) $x_n = \dfrac{\left(1-(-1)^n\right)\cdot 2^n+1}{2^n+3}$

j) $x_n = \dfrac{(1+\cos n\pi)\ln(3n)+\ln n}{\ln(2n)}$, $\forall n\in\mathbb{N}^*$.

2) Faceți analiza topologică a mulțimii $A \subset \mathbb{R}$, unde:

a) $A=\mathbb{R}$

b) $A=\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$

c) $A=\mathbb{Q}$

d) $A=\mathbb{Q}\cap(0,1)$

e) $A=\mathbb{Z}$

f) $A=\mathbb{N}$

g) $A=[1,9)\cup\{10,12\}$

h) $A=[-3,2)\cup(5,7)$

i) $A=(-1,2]\cup\{5\}$

j) $A=[0,2]\times[1,4]$

k) $A=\{\frac{1}{n} / n\in\mathbb{N}^*\}$

l) $A=\{\frac{n}{3n+1} / n\in\mathbb{N}\}$

m) $A=[0,4]\setminus\{2\}$

n) $A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / x^2+y^2<9\}$

o) $A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / x^2+y^2\leq 25\}$

p) $A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / |x|\geq 1$ sau $|y|\geq 1\}$

q) $A=(\mathbb{Q}\cap[0,1])\times(\mathbb{Q}\cap[-1,1])$

r) $A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / x^2+y^2<4\}\cap\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / y\geq x^2\}$

s) $A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / x+y=1$ și $x<5\}$

t) $A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / \frac{x^2}{4}+y^2\leq 1\}\cup \cancel{x^2+y^2\leq 9}\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / x^2+y^2\leq\frac{9}{4}\}$.