

Numele și Prenumele.....

Grupa.....

EXAMEN LA CALCUL DIFERENȚIAL ȘI INTEGRAL-NR. 1

02.02.2023

Oficiu: 1 punct

1. (0,75 puncte) a) Studiați uniform continuitatea funcției $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = e^{x^3}.$$

- (0,75 puncte) b) Studiați convergența simplă și uniformă pentru șirul de funcții $(f_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$, $f_n : (2, 3) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f_n(x) = \frac{x^n e^x}{x^n + 1}.$$

- (2 puncte) c) Determinați mulțimea de convergență a seriei de puteri

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{\sqrt[3]{n+1} \cdot \sqrt[4]{n+2}} \cdot (x+2)^n.$$

2. Fie funcția $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{\sqrt{x^4 + y^8}} & ; \text{dacă } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & ; \text{dacă } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (0,5 puncte) a) Studiați continuitatea funcției f .

- (1 punct) b) Determinați $\frac{\partial f}{\partial x}$ și $\frac{\partial f}{\partial y}$.

- (0,5 puncte) c) Studiați diferențiabilitatea funcției f .

3. Folosind eventual funcțiile Γ și B , determinați:

(0,75 puncte) a) $\int_0^{\infty} x^5 e^{-x^4} dx.$

(0,75 puncte) b) $\int_0^{64} \frac{x^4}{\sqrt[3]{64-x}} dx.$

- (2 puncte) 4. Determinați

$$\iint_A x dx dy,$$

unde $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \leq x^2 + 1, y \geq -x^2 - 1, x \geq -1, x \leq 1, y \leq 1 - 3x\}.$

Numele și Prenumele.....

Grupa.....

EXAMEN LA CALCUL DIFERENȚIAL ȘI INTEGRAL-NR. 2

02.02.2023

Oficiu: 1 punct

1. (0,75 puncte) a) Studiați uniform continuitatea funcției $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \cos(x^3).$$

- (0,75 puncte) b) Studiați convergența simplă și uniformă pentru șirul de funcții $(f_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$,
 $f_n : \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f_n(x) = \frac{x^n \cos x}{x^n + 1}.$$

- (2 puncte) c) Determinați mulțimea de convergență a seriei de puteri

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt[5]{n+2} \cdot \sqrt[3]{n+1}} \cdot (x-3)^n.$$

2. Fie funcția $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{\sqrt{x^8 + y^2}} & ; \text{dacă } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & ; \text{dacă } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (0,5 puncte) a) Studiați continuitatea funcției f .

- (1 punct) b) Determinați $\frac{\partial f}{\partial x}$ și $\frac{\partial f}{\partial y}$.

- (0,5 puncte) c) Studiați diferențiabilitatea funcției f .

3. Folosind eventual funcțiile Γ și B , determinați:

(0,75 puncte) a) $\int_0^{\infty} x^8 e^{-x^6} dx.$

(0,75 puncte) b) $\int_0^{81} \frac{x^3}{\sqrt[4]{81-x}} dx.$

- (2 puncte) 4. Determinați

$$\iint_A x dx dy,$$

unde $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \leq x^2 + 1, y \geq -x^2 - 1, x \leq 1, x \geq -1, y \leq 3x + 1\}.$