

Algoritmi Fundamentali

Ruxandra Marinescu & Marius Dumitran

marius.dumitran@unibuc.ro

A dark blue diagonal gradient bar that starts from the bottom left corner and extends towards the top right corner, covering the lower half of the slide.

Programa



Programa (Grafuri + Stringuri)

- Parcurgeri
- Secvențe de grade
- Conectivitate
- Arbori, arbori parțiali de cost minim
- Drumuri minime
- Fluxuri în rețele de transport
- Cuplaje
- Grafuri planare
- Kmp ???
- Dinamici pe șiruri de caractere

Obiectiv general

- Dezvoltarea gândirii algoritmice prin familiarizarea cu algoritmi fundamentali de grafuri și șiruri de caractere și aplicații ale acestora și cu noi tipuri de abordare ale problemelor dificile de algoritmică

Obiective specifice

- **Prezentarea principalelor noțiuni și rezultate + utilitatea acestora**
- **Modelarea** problemelor cu ajutorul grafurilor și **elaborarea de algoritmi** de grafuri pentru rezolvarea acestora
- **Justificarea corectitudinii** algoritmilor propuși + estimarea eficienței acestora
- **Implementarea** eficientă a algoritmilor

Motivații

- ☐ Este un domeniu fundamental
- ☐ Apar în numeroase aplicații în diverse domenii
- ☐ Sunt folosiți în procesarea imaginilor, bioinformatică, rețele, baze de date, proiectare, strategii
- ☐ Există instrumente pentru a dezvolta algoritmi eficienți
- ☐ Apar des la interviuri
- ☐ Vor apărea în cursuri viitoare

Structura cursului

□ **Curs**

- 2 ore pe săptămână
- finalizat cu examen scris

□ **Laborator**

- 2 ore la două săptămâni
- limbaje de programare: C / C++ / Python ??
- Finalizat cu examen de laborator dat **1 singura data pe an**

□ **Seminar**

- 2 ore la două săptămâni
- discuții probleme curs / laborator, calcul complexități, exerciții

Evaluare



Evaluare

□ Laborator 30% (+0.5p bonus)

— ~~Nota minim 5~~

— Examen Laborator 10p

— Teme (2p)

◦ Nota maxim 10 la laborator (10 -> inseamna 30% din nota finala)

— Nu mai este obligatoriu minim 5 dar o sa va fie greu fără el!

□ Seminar 10-20% + 0.5p bonus

◦ Prezență, activitate, teme

Evaluare

- Examen 50-60%
 - Nota **minim 5**
 - Scris
- **Medie minim ~~5.50~~ 5**
- Donăm contăm
 - O donare de sânge ne dă o prezentă în plus la seminar



Bibliografie



Bibliografie – curs

- Douglas B. West, **Introduction to Graph Theory**, Prentice Hall 1996, 2001
- J.A. Bondy, U. S. R Murty, **Graph theory with applications**, The Macmillan Press 1976 / Springer 2008
- Dragoş-Radu Popescu, **Combinatorică şi teoria grafurilor**, Editura Societatea de Ştiinţe Matematice din România, Bucureşti, 2005

Bibliografie – curs + seminar

- Dragoș-Radu Popescu, R. Marinescu-Ghemeci, **Combinatorică și teoria grafurilor prin exerciții și probleme**, Editura Matrixrom, 2014
- Ioan Tomescu, **Probleme de combinatorică și teoria grafurilor/ Problems in Combinatorics and Graph Theory**

Bibliografie – algoritmi + laborator

- Jon Kleinberg, Éva Tardos, **Algorithm Design**, Addison-Wesley, 2005
<http://www.cs.princeton.edu/~wayne/kleinberg-tardos/>
- T.H. Cormen, C.E. Leiserson, R.R. Rivest, **Introducere în algoritmi**, MIT Press, trad. Computer Libris Agora
- H. Georgescu, **Tehnici de programare**, Editura Universității din București, 2005

Bibliografie

- ☐ coursera.org
- ☐ infoarena.ro
- ☐ csacademy.com

Resurse

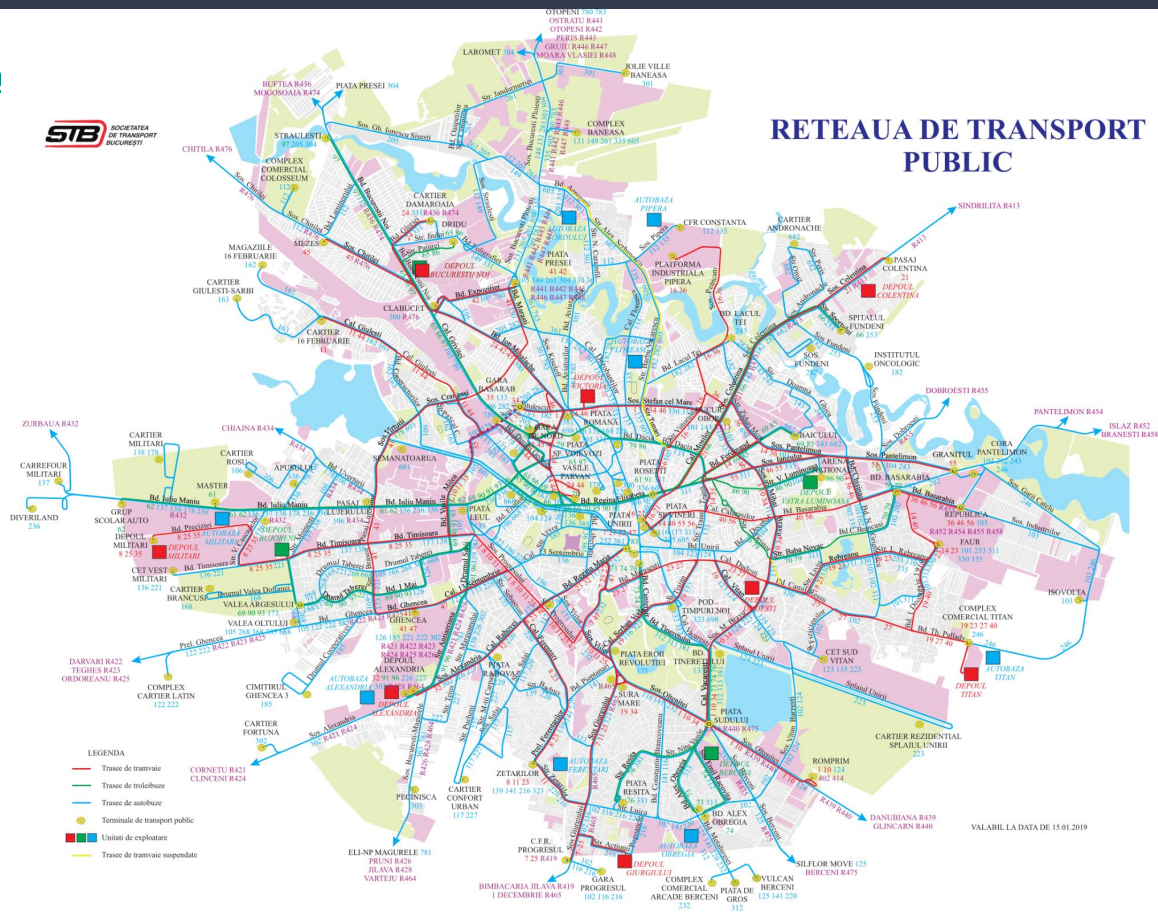
- O să fie pe [teams](#).
- Consultații
 - marius.dumitran@unibuc.ro
 - Sau vorbiți cu profesorii de laborator/seminar

Aplicații ale grafurilor

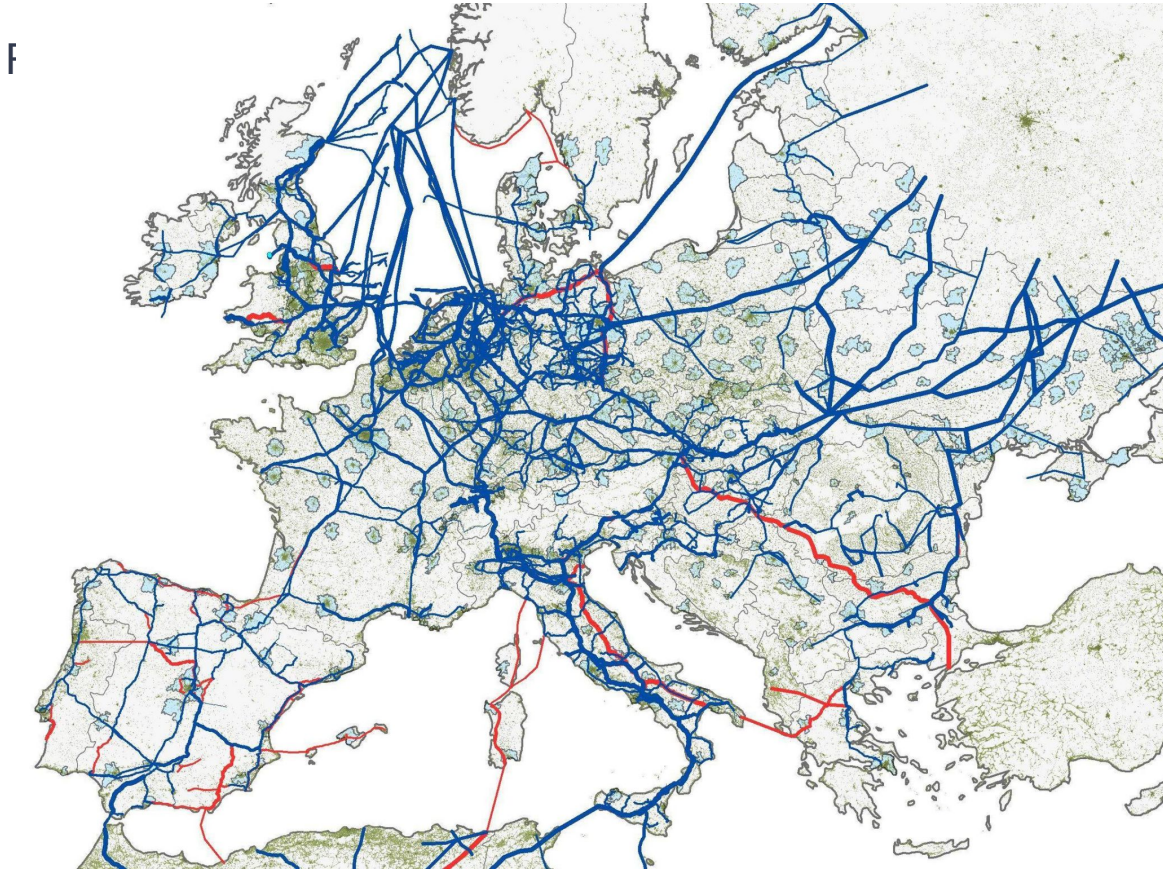


Rețele de transport în comun, trasee turistice, GPS

<https://nonstopb>



Rețele de transport în comun, trasee turistice, GPS



[https://britishbusinessenergy.co.uk/
blog/europe-natural-gas-network/](https://britishbusinessenergy.co.uk/blog/europe-natural-gas-network/)

Analiza rețelelor

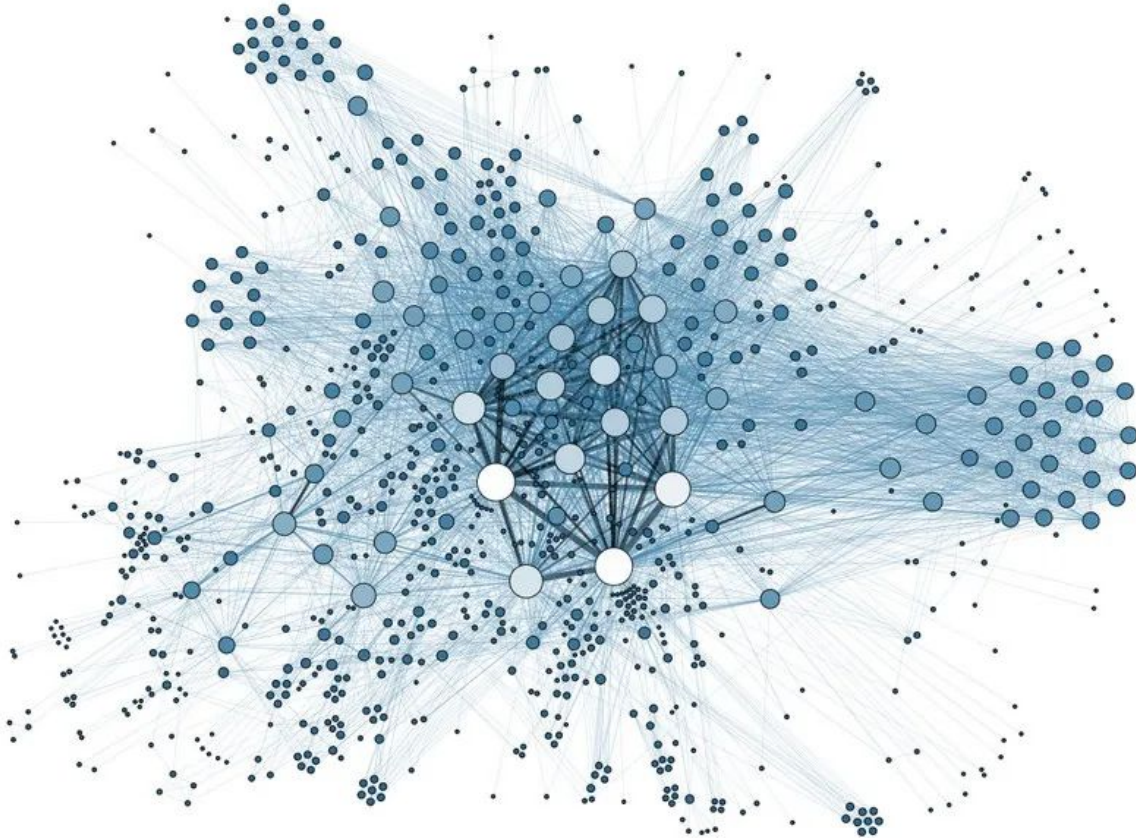
□ Interacțiuni

- Rețele sociale
- Rețele biologice
- Rețele de citări, de știri, de spionaj etc



<https://github.com/XinyueTan/Social-Network-Analysis->

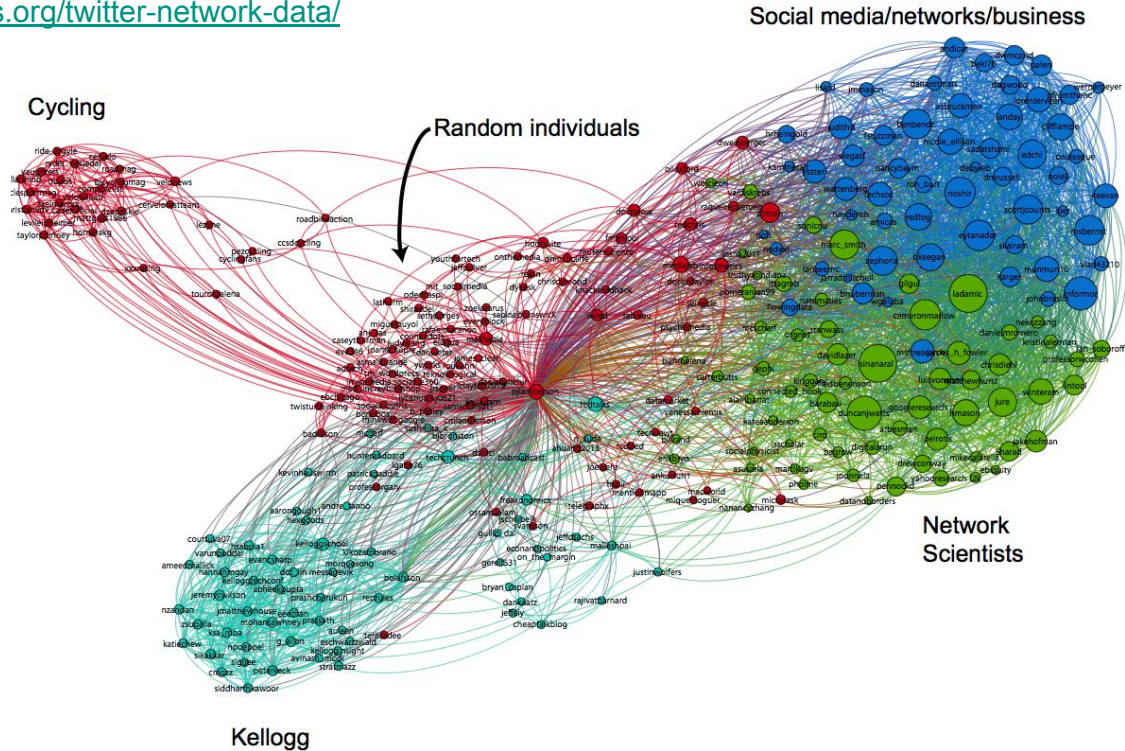
Software pentru vizualizarea și analiza rețelelor



[mation-visualization](#)

Retele sociale

<http://social-dynamics.org/twitter-network-data/>

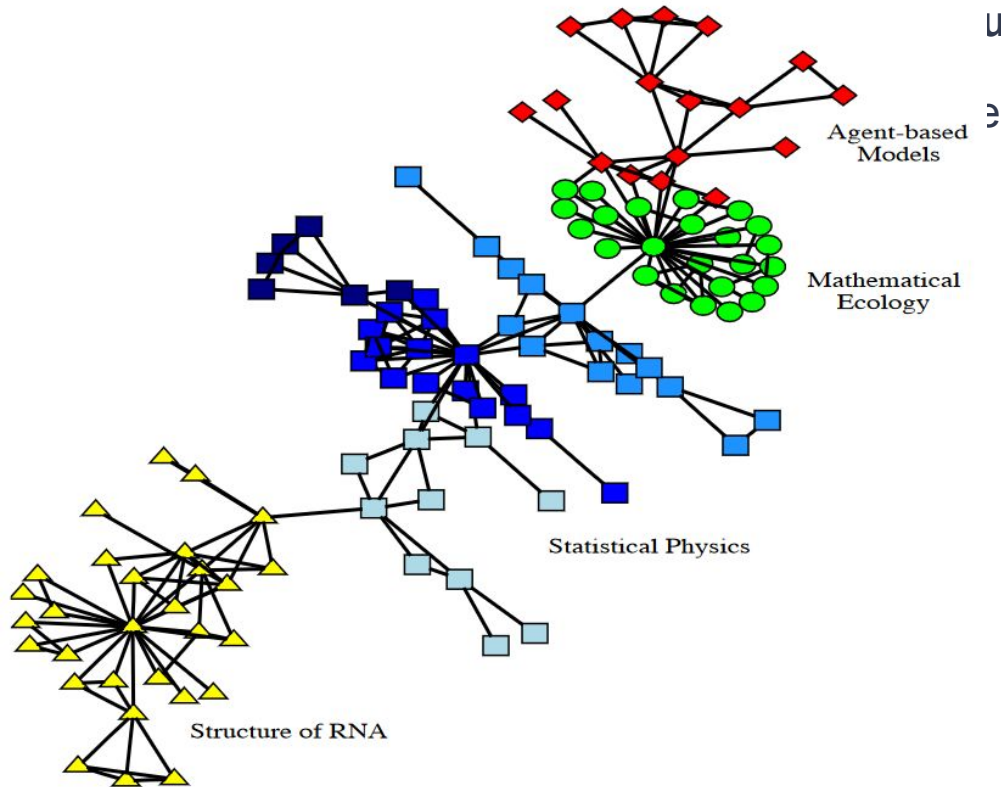


Rețele sociale

R

C

ul Santa Fe



Santo Fortunato, **Community detection in graphs**, Physics Reports 486 (2010) 75–174

<https://arxiv.org/pdf/0906.0612.pdf>

Rețele

- **Rețele de știri** - detectarea de știri false
 - <https://neo4j.com/blog/machine-learning-graphs-fake-news-epidemic-part-2/>
 - <https://cambridge-intelligence.com/detecting-fake-news/>
- **Rețele de teroriști**
 - Palantir :)

Bioinformatică

- Grafuri de interacțiuni între gene/proteine
 - https://domaingraph.bioinf.mpi-inf.mpg.de/docu/dg_network.php
- Clustering
- Grafuri de intersecție, grafuri De Bruijn
- Arbori filogenetici

<https://openi.nlm.nih.gov/d>

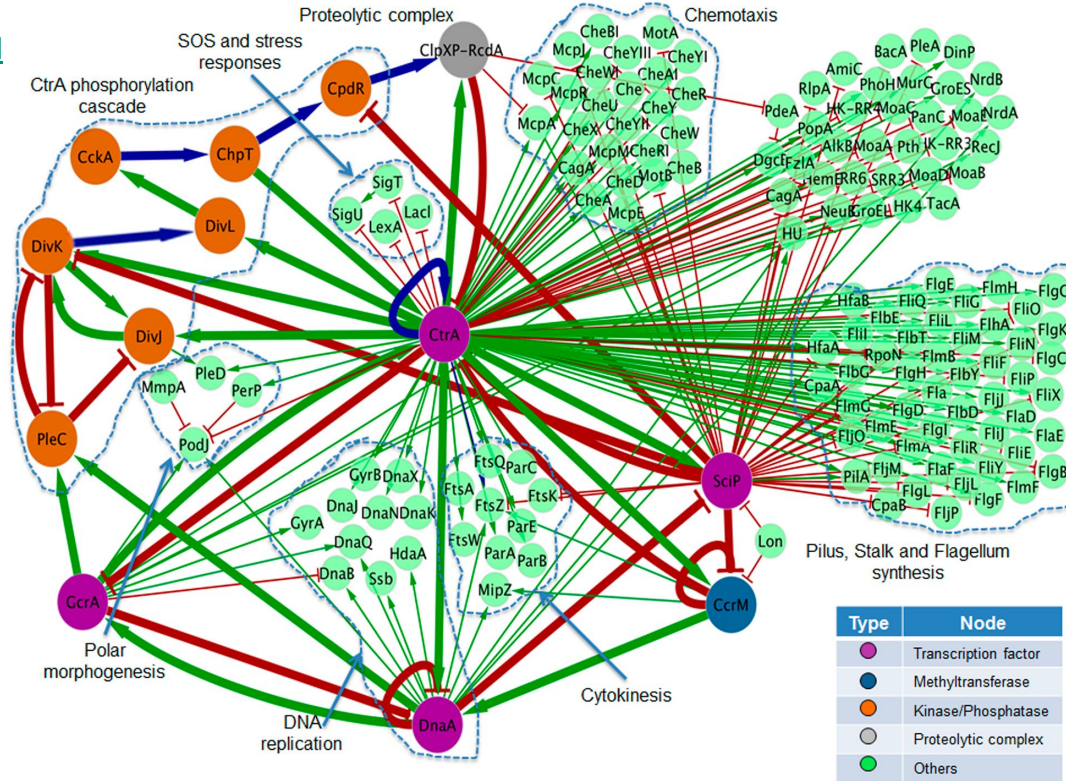
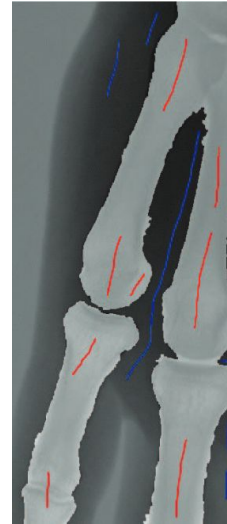


Image segmentation

- tăietură minimă - fluxuri în rețele de transport
- medicină



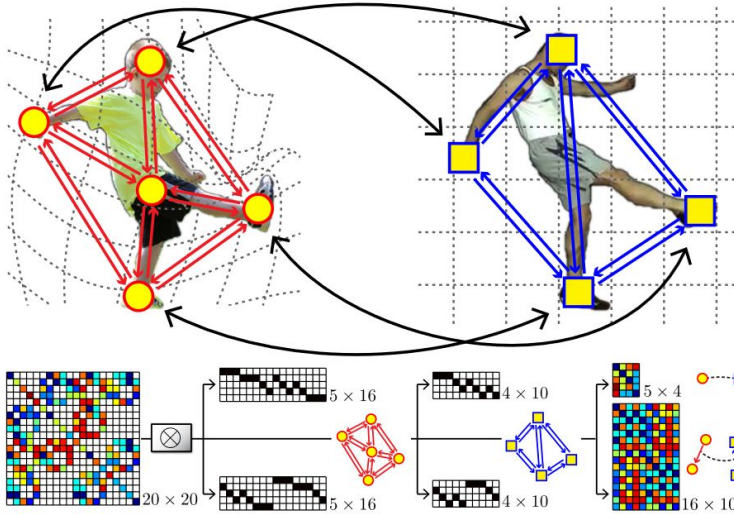
Spatially Varying Color Distributions for Interactive Multi-Label Segmentation (C. Nieuwenhuis, D. Cremers), In IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, volume 35, 2013

https://vision.in.tum.de/_media/spezial/bib/nieuwenhuis-cremers-pami12_2.pdf

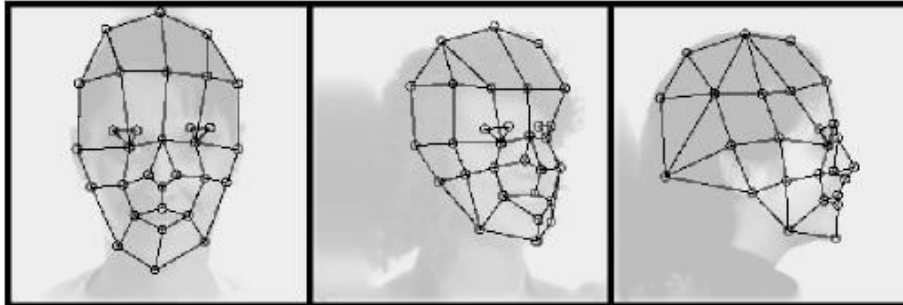
Computer vision

F. J.
20

[http](#)



Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR),

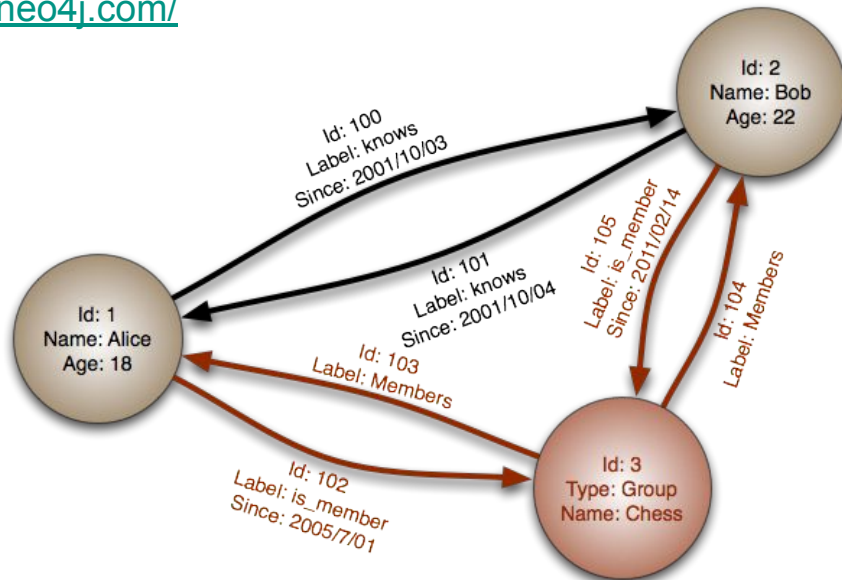


Face recognition by elastic bunch graph matching

<https://www.ini.rub.de/PEOPLE/wiskott/Projects/EGMFaceRecognition.html>

Baze de date

- Graph database
 - Neo4J: <https://neo4j.com/>



https://en.wikipedia.org/wiki/Graph_database

Probleme de planificare, orar

Exemplu: Care este numărul minim de săli necesare pentru programarea într-o zi a n conferințe cu intervale de desfășurare date?

Conf. 1: interval **(1,4)**

Conf. 2: interval **(2,3)**

Conf. 3: interval **(2,5)**

Conf. 4: interval **(6,8)**

Conf. 5: interval **(3,8)**

Conf. 6: interval **(6,7)**

Probleme de planificare, orar

Exemplu: Care este numărul minim de săli necesare pentru programarea într-o zi a n conferințe cu intervale de desfășurare date?

Conf. 1: interval **(1,4)**

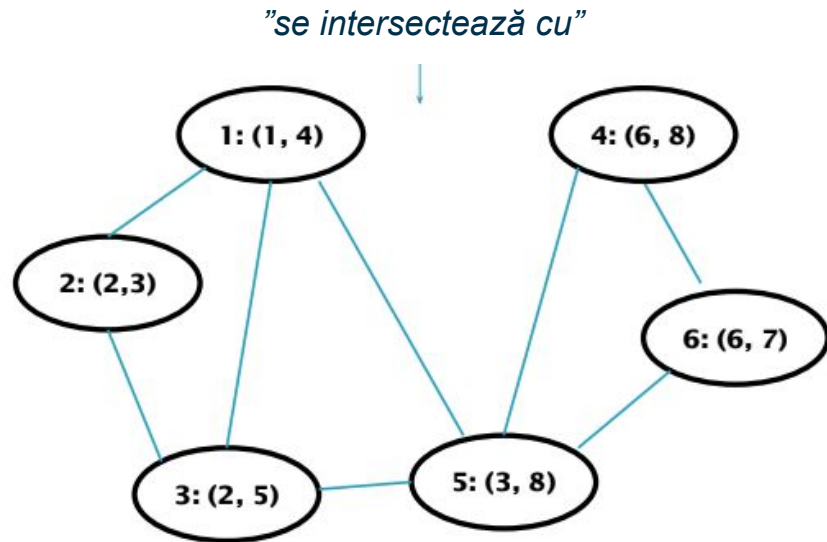
Conf. 2: interval **(2,3)**

Conf. 3: interval **(2,5)**

Conf. 4: interval **(6,8)**

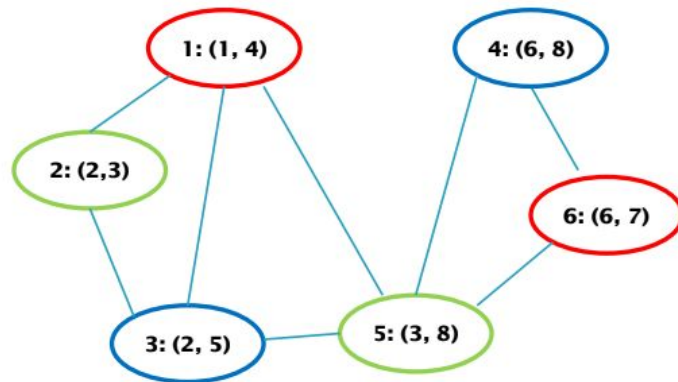
Conf. 5: interval **(3,8)**

Conf. 6: interval **(6,7)**



Probleme de planificare, orar

Graful intersecției intervalelor este **3-colorabil**



Sunt necesare minim **3 săli** (corespunzătoare celor 3 culori):

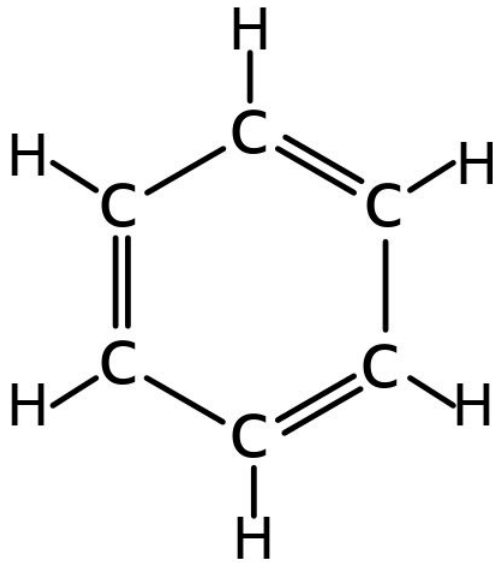
Sala 1: (1, 4), (6, 7)

Sala 2: (2, 3), (3, 8)

Sala 3: (2, 5), (6, 8)

Chimie

- Graf ← "notație grafică" din chimie
 - J. Silvester, 1878



Matematică

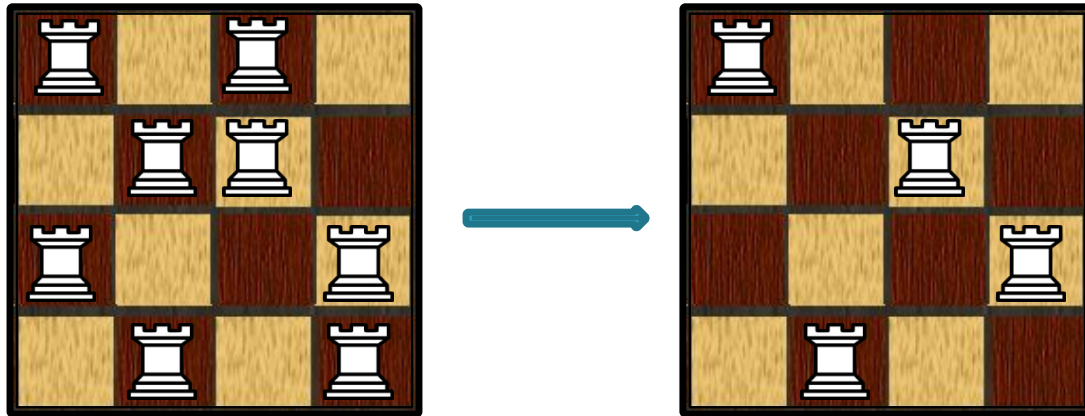
- Demonstrarea unor rezultate matematice
 - Matrice \rightarrow graf
 - Diagonală / Matrice de permutări - cuplaj

Probleme

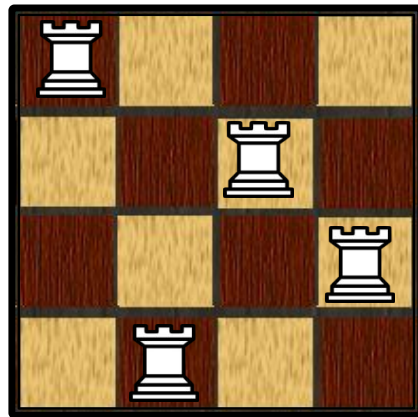
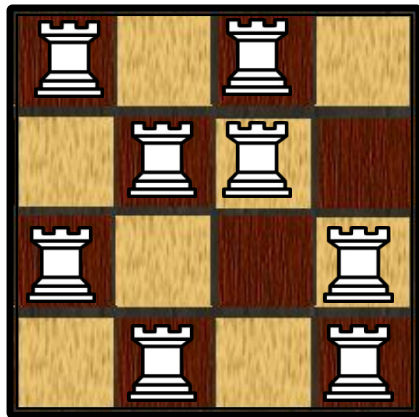


Probleme

Pe o tablă de tip șah de dimensiuni $n \times n$ sunt așezate ture. Găsiți numărul maxim de ture care nu se atacă două câte două.



Probleme



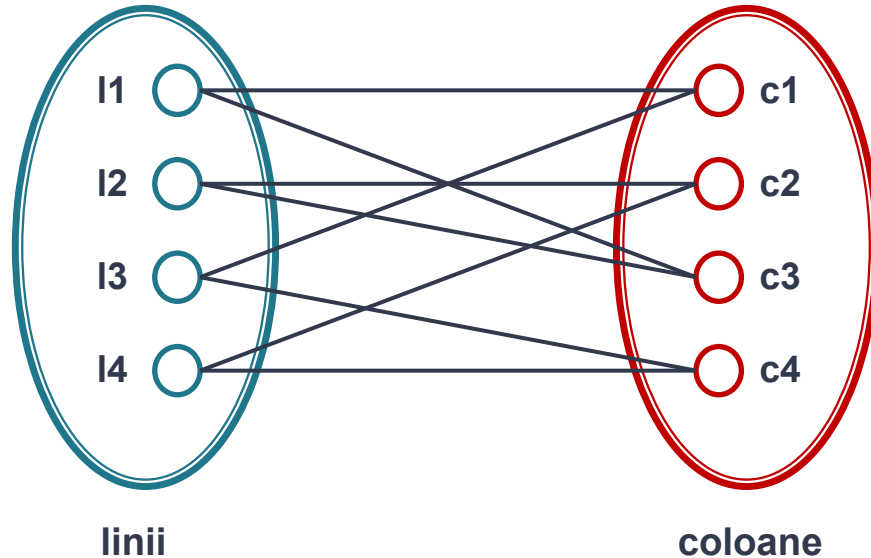
$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

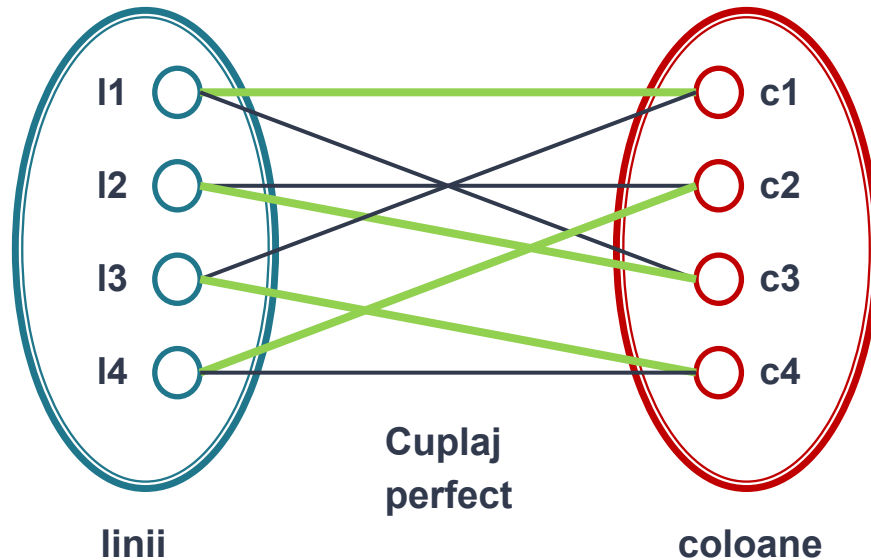
Probleme

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \longrightarrow P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



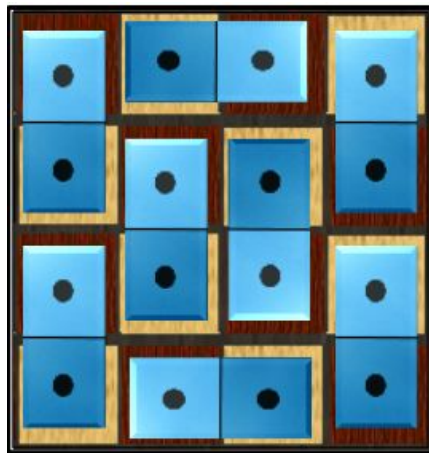
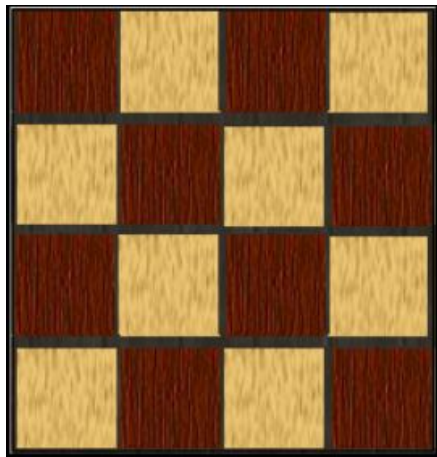
Probleme

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \longrightarrow P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



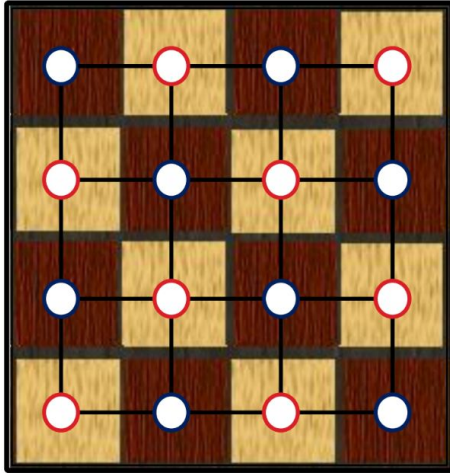
Probleme

Acoperirea unei table cu piese de domino

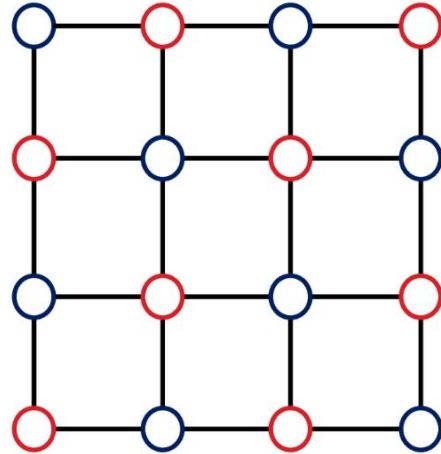


Probleme

Tabla

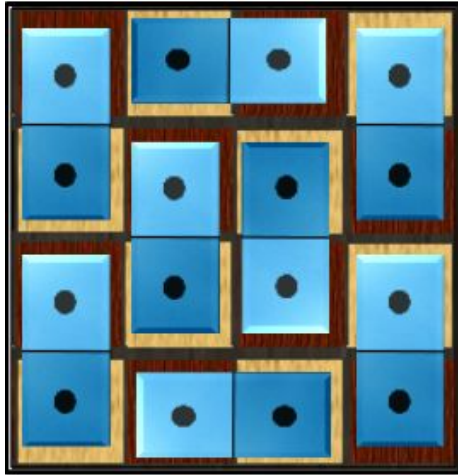


Graful grid



Probleme

Tabla
Acoperire

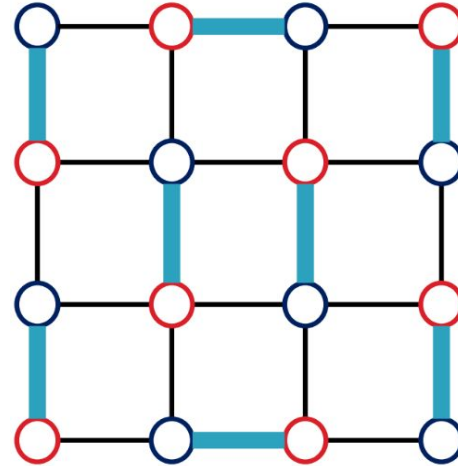


⇒

Graful grid

⇒

Cuplaj perfect



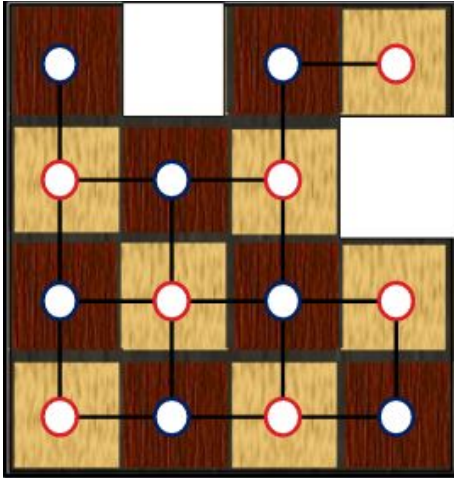
Probleme

Acoperirea unei table cu piese de domino

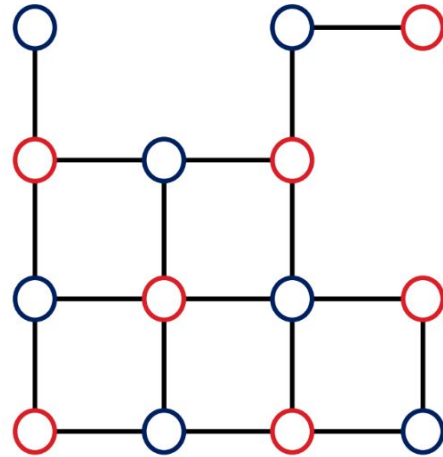
- ☐ Tabla poate fi acoperită $\Leftrightarrow m \cdot n$ par
- ☐ Dacă tabla de șah poate fi acoperită, dar eliminăm două pătrățele din ea, în ce condiții rămâne acoperibilă?

Probleme

Tabla

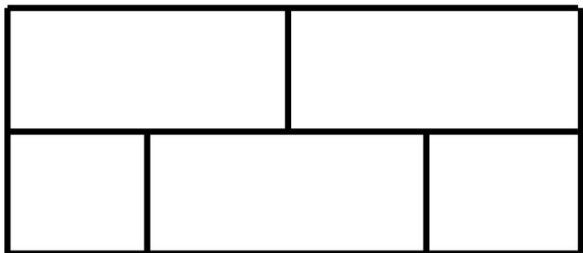
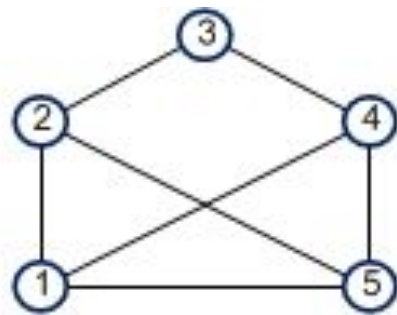
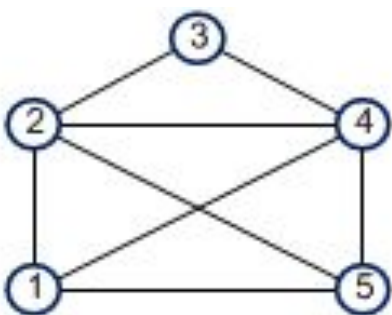
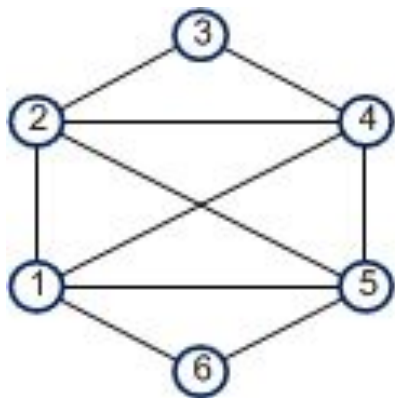


Graful grid



Probleme

Se poate desena diagrama printr-o curbă continuă închisă, fără a ridica pixul de pe hârtie și fără a desena o linie de două ori?



Există o linie continuă, neînchisă, care să intersecteze, în interior, fiecare segment, o singură dată?

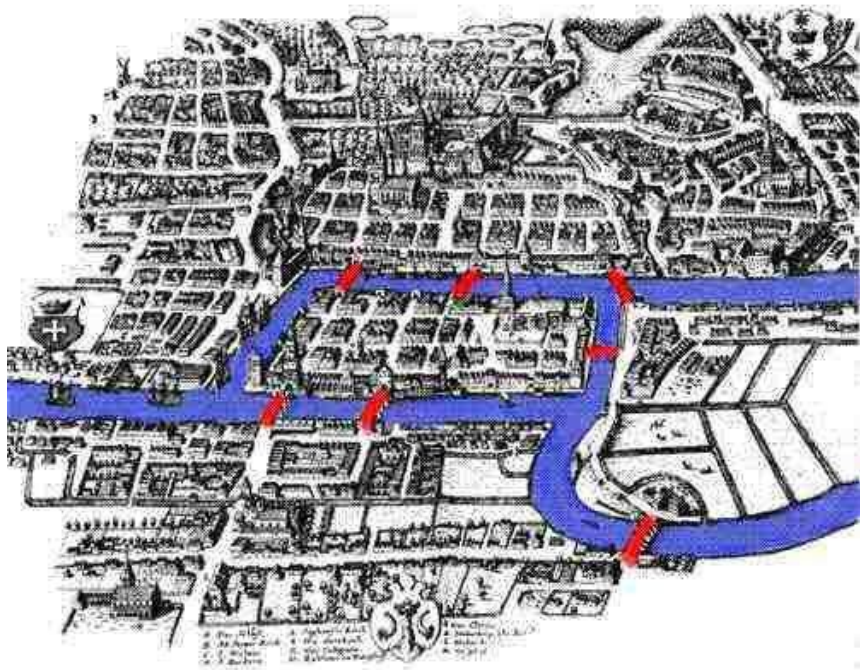
Alte aplicații

- ☐ Rețele de calculatoare
- ☐ Limbaje formale
- ☐ Probleme de planificări, repartiții etc
- ☐ Teoria jocurilor

Istoric



Problema celor 7 poduri din Königsberg

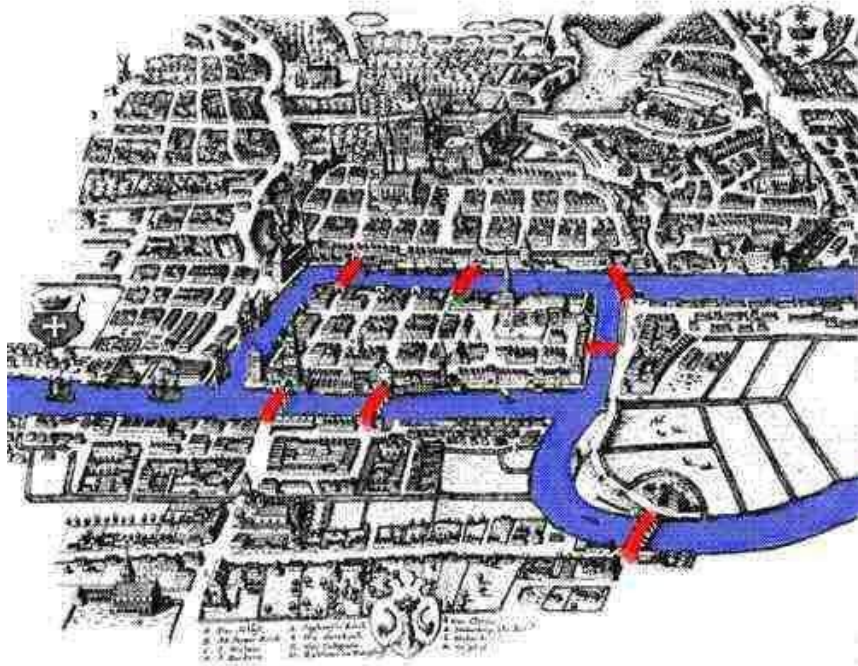


care să treacă pe toate cele 7 poduri, o singură



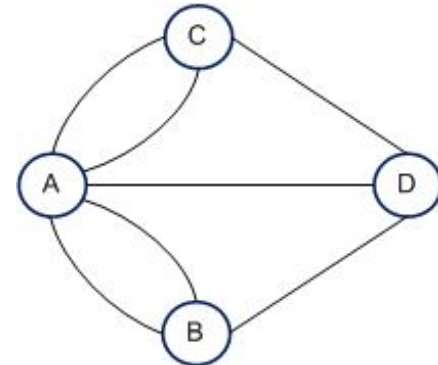
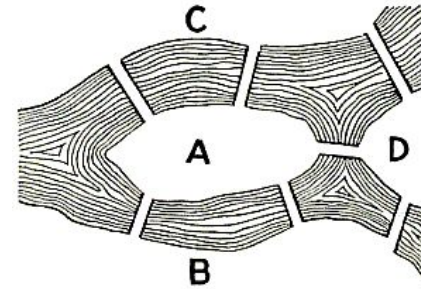
<https://www.maa.org/book/export/html/116597>

Problema celor 7 poduri din Königsberg

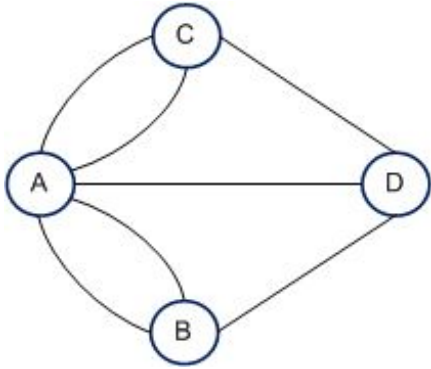


<https://www.maa.org/book/export/html/116597>

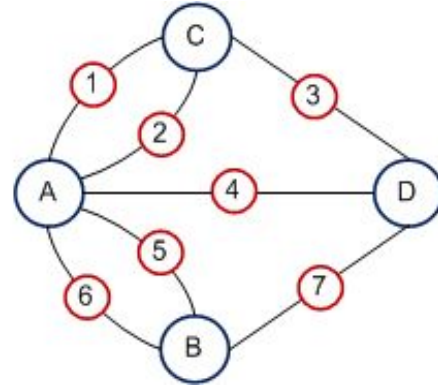
Modelare:



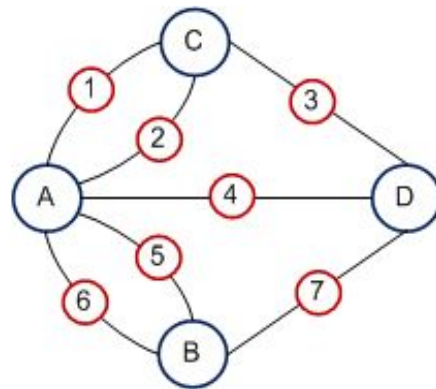
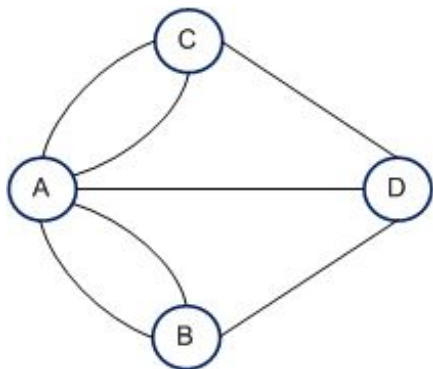
Problema celor 7 poduri din Königsberg



Multigraf



Problema celor 7 poduri din Königsberg



□ 1736 - **Leonhard Euler**

Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis

Ciclu eulerian - traseu închis care trece o singură dată prin toate muchiile

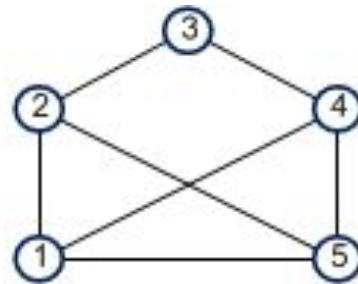
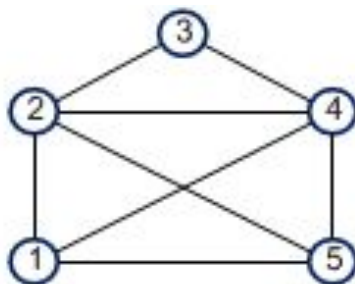
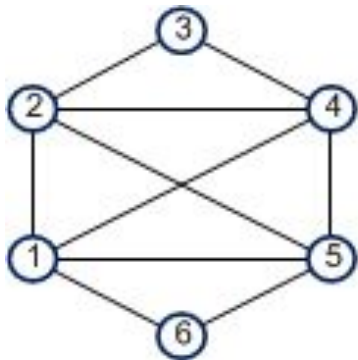
Graf eulerian - graf care conține un ciclu eulerian

Problema celor 7 poduri din Königsberg

Interpretare

Se poate desena diagrama printr-o curbă continuă închisă, fără a ridica pixul de pe hârtie și fără a desena o linie de două ori (în plus: să terminăm desenul în punctul în care l-am început)?

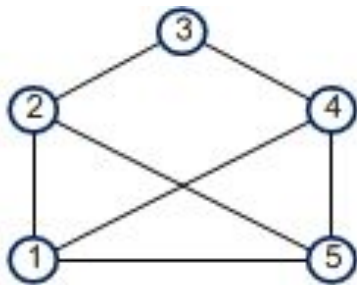
- tăierea unui material



Problema celor 7 poduri din Königsberg

Interpretare

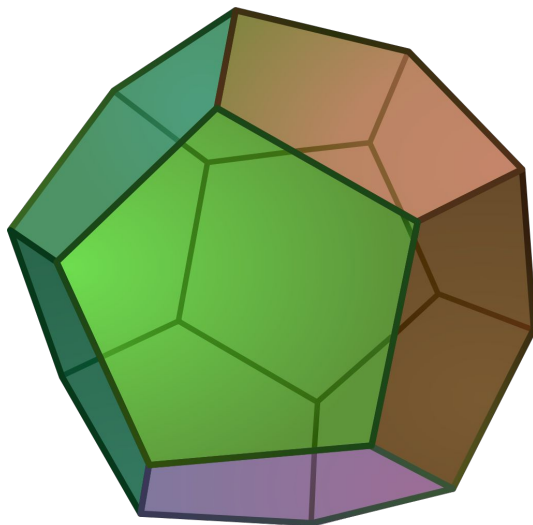
De câte ori (minim) trebuie să ridicăm pixul de pe hârtie pentru a desena diagrama?



Jocul icosian

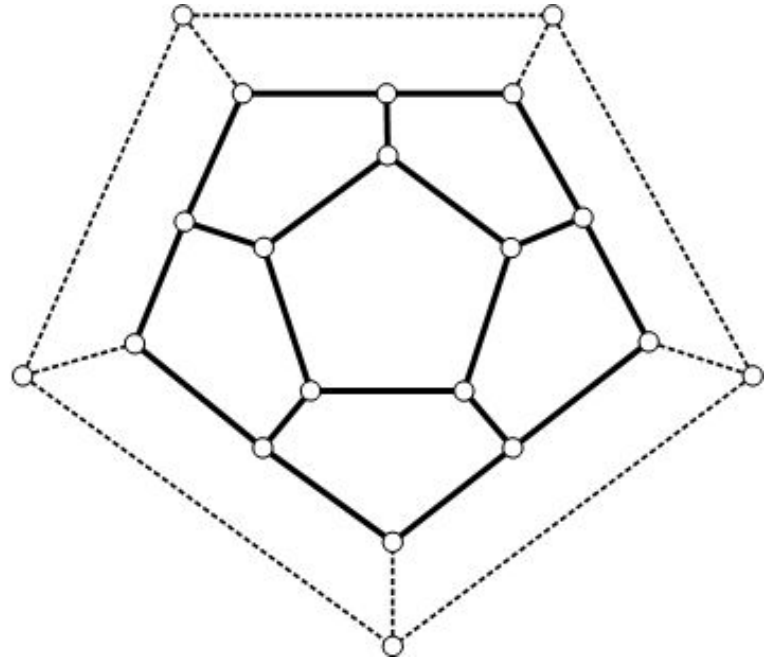
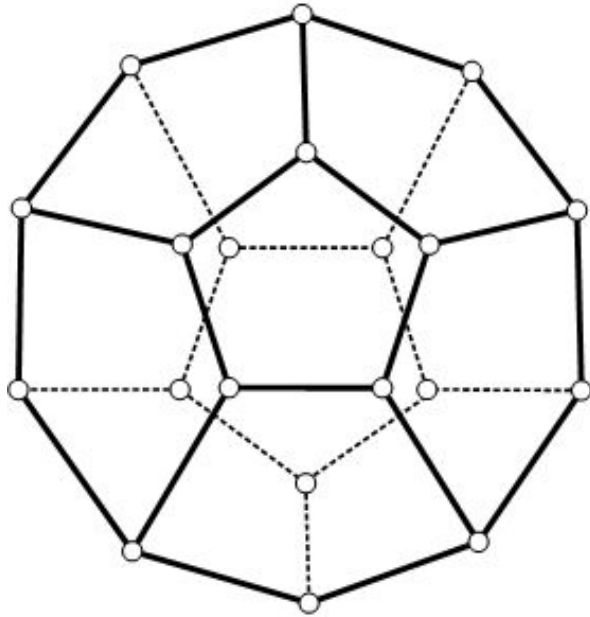
- 1856 - **Hamilton** - "voiaj în jurul lumii"

Există un traseu închis pe muchiile dodecaedrului care să treacă prin fiecare vârf o singură dată?

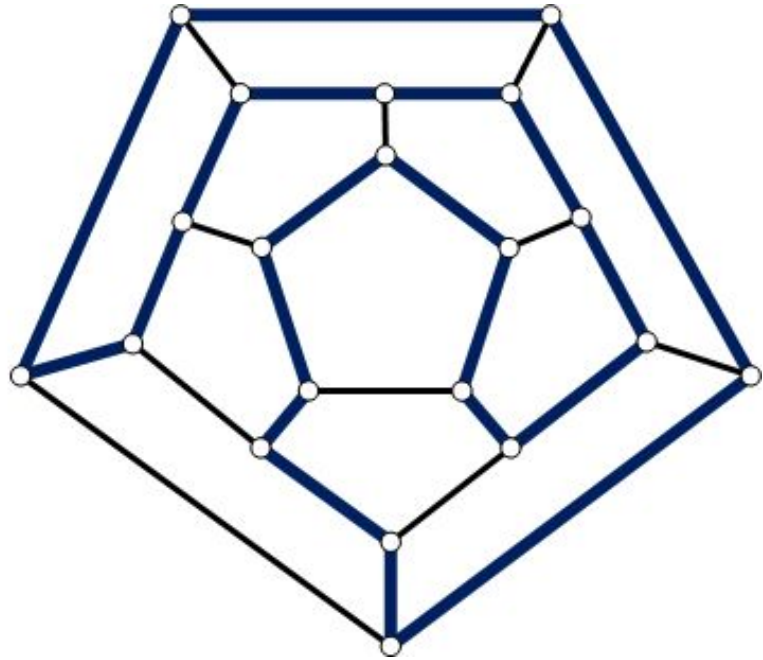
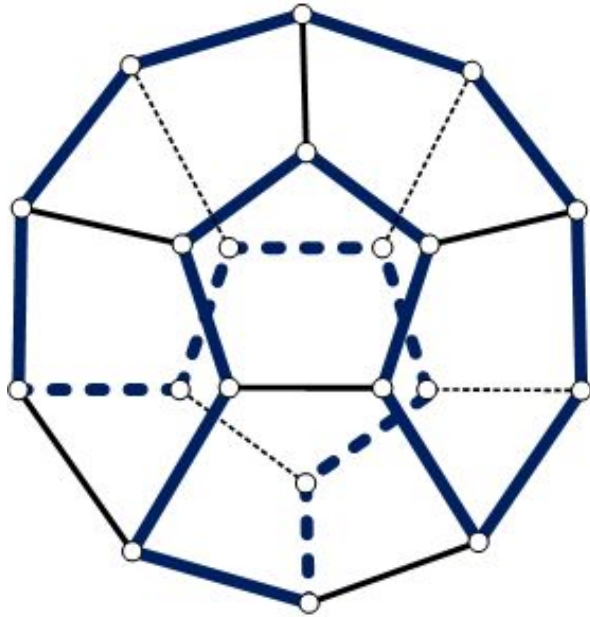


<https://ro.wikipedia.org/wiki/Dodecaedru>

Jocul icosian



Jocul icosian



Jocul icosian

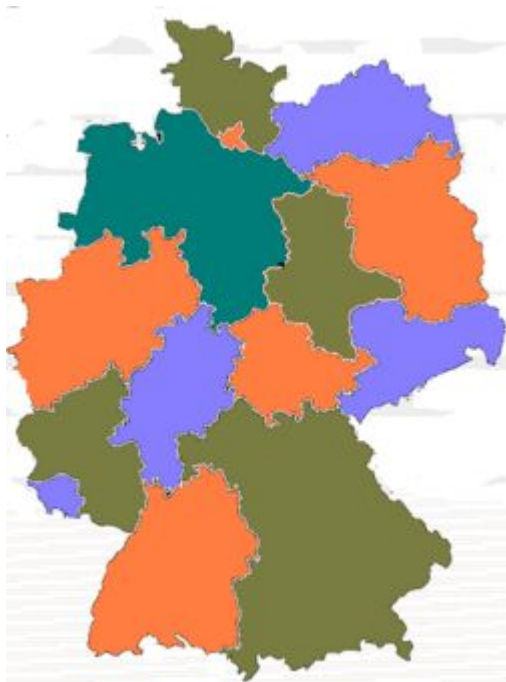
Ciclu hamiltonian - trece o singură dată prin toate vârfurile

Graf hamiltonian - graf care conține un ciclu hamiltonian

Problema comis-voiajorului

Problema celor 4 culori

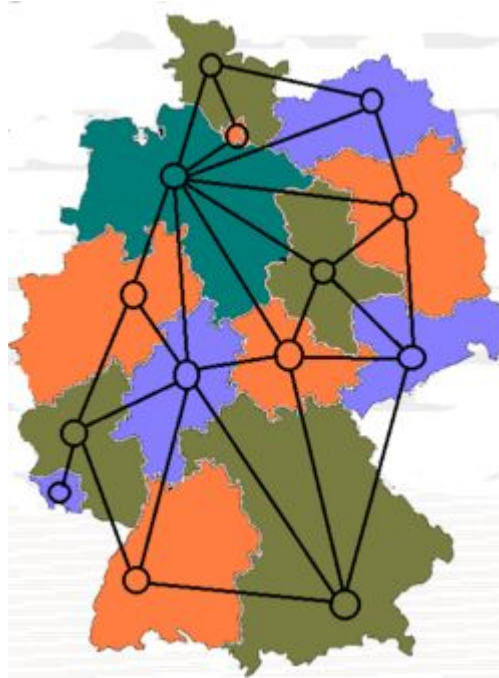
- 1852 - **DeMorgan** - "Problema celor 4 culori"



Se poate colora o hartă cu patru culori, astfel încât orice două țări, care au frontieră comună și care **nu se reduc la un punct**, să aibă culori diferite?

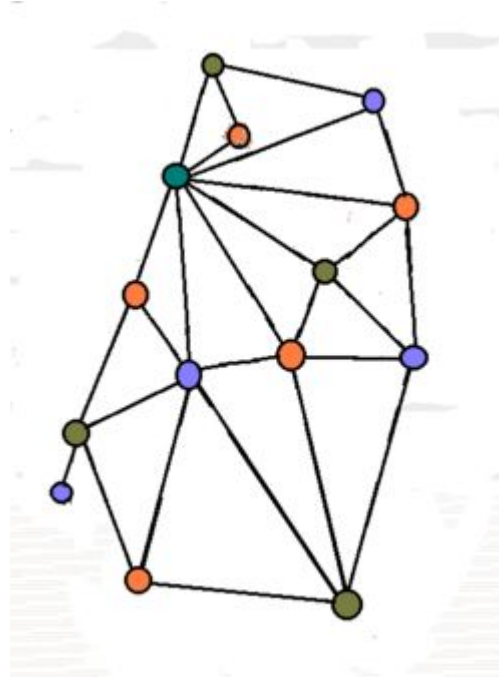
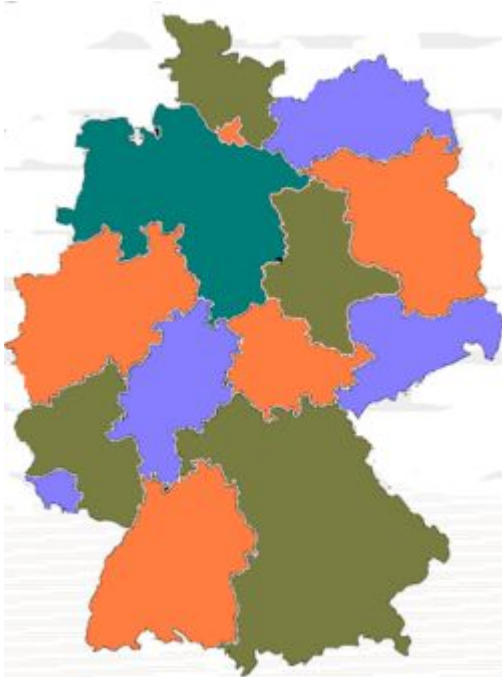
Problema celor 4 culori

- 1852 - **DeMorgan** - "Problema celor 4 culori"



Problema celor 4 culori

- 1852 - **DeMorgan** - "Problema celor 4 culori"



Problema celor 4 culori

- **Problema celor 4 culori - Appel și Haken** au răspuns afirmativ, în 1976, cu ajutorul calculatorului

