

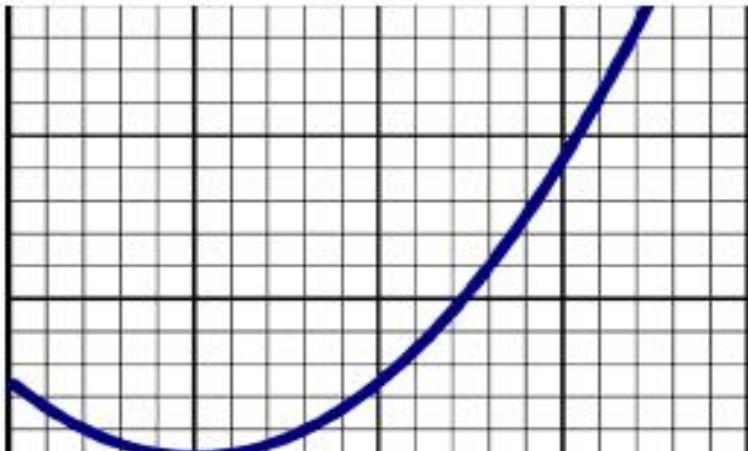
MINISTERUL EDUCAȚIEI

CENTRUL NAȚIONAL DE POLITICI
ȘI EVALUARE ÎN EDUCAȚIE

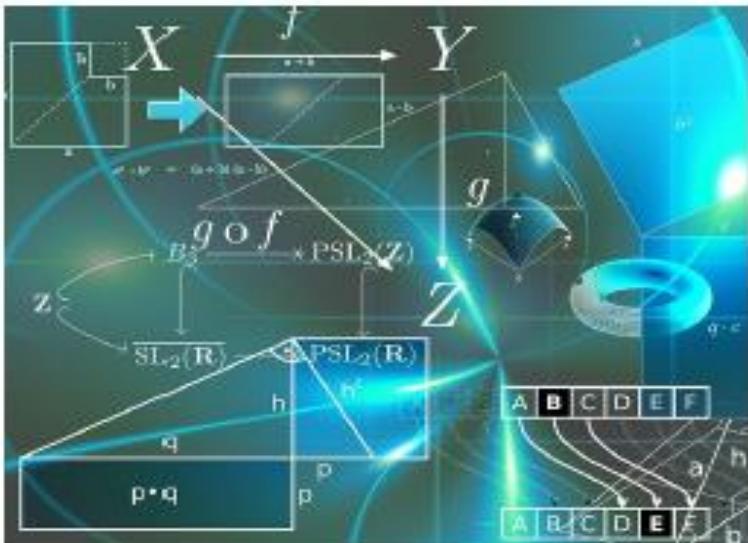
REPERE METODOLOGICE

PENTRU APLICAREA CURRICULUMULUI
LA CLASA a IX-a
ÎN ANUL ȘCOLAR 2021-2022

DISCIPLINA MATEMATICĂ



$$y = ax^2 + bx + c$$



**MINISTERUL EDUCAȚIEI
CENTRUL NAȚIONAL DE POLITICI ȘI EVALUARE ÎN EDUCAȚIE**

**REPERE METODOLOGICE PENTRU APLICAREA CURRICULUMULUI
LA CLASA a IX-a
ÎN ANUL ȘCOLAR 2021-2022**

DISCIPLINA MATEMATICĂ

București, 2021

**SECȚIUNEA I.
ARGUMENT. PREZENTAREA STRUCTURII. ADRESABILITATE**

ARGUMENT

Prezentul material, intitulat *Repere metodologice pentru aplicarea curriculumului la clasa a IX-a în anul școlar 2021-2022, disciplina matematică*, a fost elaborat în cadrul grupurilor de lucru constituite prin decizie a Ministerului Educației.

În elaborarea unui astfel de îndrumar, atât la disciplina matematică, precum și la o serie de alte discipline, s-a pornit de la următoarele realități:

- actuala generație de elevi, care va urma cursurile clasei a IX-a în învățământul liceal și cel profesional în anul școlar 2021-2022, a finalizat ciclurile anterioare (cel primar și cel gimnazial) în baza unui curriculum național diferit de cel al generațiilor anterioare;
- din perspectiva curriculumului intenționat (documentele curriculare), atât programele școlare în vigoare pentru învățământul primar/gimnazial, precum și programele școlare pentru învățământul liceal oferă cadrul necesar ca procesul educațional să pună în centru formarea de competențe; din această perspectivă, există o convergență între programe, însă există și o serie de aspecte diferite, ce țin de construcția curriculară.

În raport cu cele evidențiate anterior, prin materialul de față, autorii propun practicienilor, profesorilor de matematică din învățământul preuniversitar liceal, un material care să permită o cât mai bună transpunere a curriculumului intenționat în practică, asigurându-se astfel premisele unui curriculum realizat care să atingă scopul propus: formarea de competențe.

STRUCTURA MATERIALULUI

Materialul de față este structurat pe cinci secțiuni prezentate succint în cele ce urmează.

Secțiuni	Descriere succintă
SECȚIUNEA I. Argument. Prezentarea structurii. Adresabilitate	secțiune introductivă, cu evidențierea contextului care a necesitat elaborarea reperelor, prezentarea succintă a structurii materialului și indicarea prin link-uri a decupajelor de conținut care se adresează fiecăreia dintre cele trei tipuri de programe școlare pentru disciplina matematică
SECȚIUNEA a II-a. Specificul disciplinei matematică	secțiune care prezintă <i>elemente comune</i> și <i>elemente specifice</i> celor trei tipuri de programe școlare pentru clasa a IX-a, la disciplina matematică, decupajul din profilul de formare al absolventului privind competența matematică și competența în științe și tehnologie, tipurile de programe școlare în vigoare pentru clasa a IX-a
SECȚIUNEA a III-a. Lectura comparată a programelor școlare în vigoare pentru gimnaziu – liceu (clasa a IX-a). Considerații metodologice	secțiune organizată pe patru capitole, în care se propune o lectură comparată a programelor școlare de gimnaziu și de liceu – clasa a IX-a, se evidențiază relația dintre competențele generale gimnaziu-liceu (clasa a IX-a), se replică organizarea programei de gimnaziu, asociindu-se competențele specifice stabilite de programa de liceu în vigoare cu serii de exemple de activități de învățare, cu o abordare separată a exemplificărilor în funcție de tipul programei; se continuă cu listarea conținuturilor definite la nivelul celor trei tipuri de programe pentru disciplina matematică, clasa a IX-a, se continuă cu dezvoltarea secțiunii <i>Sugestii metodologice</i> din programa școlară în vigoare pentru clasa a IX-a, atât într-o abordare generală care orientează profesorul de matematică <i>în aplicarea evaluării inițiale, în interpretarea rezultatelor și luarea unor decizii privind organizarea unor activități de învățare remedială/consolidare/progres, în realizarea planificării calendaristice</i> , cât și într-o abordare personalizată , pe specificul fiecăreia dintre cele trei programe școlare, cu evidențierea <i>de corelații intra și interdisciplinare și tratarea diferențiată a grupurilor de elevi, în relație cu nivelul achizițiilor învățării anterioare și forma de învățământ aleasă (de exemplu învățământ tehnic/invățământ profesional)</i>
SECȚIUNEA a IV-a. Anexe	secțiune care conține patru anexe , <i>prima anexă</i> completând <i>lectura comparată a programelor școlare în vigoare pentru gimnaziu și liceu, clasa a IX-a</i> , cu evidențierea elementelor de continuitate la trecerea de la un ciclu la altul, <i>a doua anexă</i> dezvoltând secțiunea de <i>considerații metodice</i> (sugestii și recomandări), <i>a treia anexă</i> conținând <i>patru exemple de evaluări inițiale</i> , urmate de o <i>analiză a unor itemi propuși în evaluare</i> , pe tipuri de răspuns și asocierea de <i>exemple de activități de învățare remedială/progres, ultima anexă</i> reprezentând un <i>chestionar de autoevaluare și de feedback</i> pe care vă invităm să-l parcurgeți după lectura prezentului material
SECȚIUNEA a V-a. Colectiv de autori. Referințe bibliografice. Cuprins	secțiune în care sunt prezentate colectivele de autori ale prezentului material, referințele bibliografice și cuprinsul materialului

ADRESABILITATE

Având în vedere faptul că, la disciplina Matematică, pentru clasa a IX-a se utilizează trei tipuri de programe, în funcție de filieră/profil/specializare/calificare, am folosit în cadrul materialului de față, ca delimitare între cele 3 tipuri de programe, numărul de ore asociate acestora: *programa școlară – 2 ore (2 ore TC), programa școlară – 3 ore (2 ore TC + 1 ora CD), programa școlară – 4 ore (2 ore TC + 2 ore CD)*

În acest sens, tabelul următor conține link-urile prin accesarea cărora veți fi direcționați către *decupajele de conținut generale* și către *decupajele de conținut specifice* fiecareia dintre cele trei tipuri de programe școlare:

Programa școlară – 2 ore (2 ore TC)	Programa școlară – 3 ore (2 ore TC + 1 ora CD)	Programa școlară – 4 ore (2 ore TC + 2 ore CD)
	<u>Elemente comune tuturor tipurilor de programe</u>	
	<u>Decupaj al competenței matematică și al competenței în științe, tehnologie și inginerie (din profilul de formare al absolventului)</u>	
	<u>Tipurile de programe scolare în vigoare pentru clasa a IX-a</u>	
<u>Specificul programei scolare pentru învățământul liceal, filiera teoretică, profil umanist, respectiv filiera vocatională, cu excepția profilului militar</u>	<u>Specificul programei scolare pentru învățământul liceal, filiera tehnologică, respectiv pentru învățământul profesional, inclusiv învățământul profesional dual</u>	<u>Specificul programei scolare pentru învățământul liceal, filiera teoretică, profil real, respectiv filiera vocatională, profilul militar (MAPN)</u>
<u>Relația dintre competențele generale (CG) pentru gimnaziu și competențele generale (CG) pentru liceu</u>	<u>Cadru general - Corelare competente specifice (CS) - exemple de activități de învățare (EAI)</u>	
<u>Corelare CS - EAI pentru programe scolare clasa a IX-a</u>	<u>Corelare CS - EAI pentru programe scolare clasa a IX-a</u>	<u>Corelare CS - EAI pentru programe scolare clasa a IX-a</u>
<u>Continuturi asociate programei scolare pentru cls. a IX-a</u>	<u>Continuturi asociate programei scolare pentru cls. a IX-a</u>	<u>Continuturi asociate programei scolare pentru cls. a IX-a</u>
	<u>Sugestii metodologice – abordare generală</u>	
	<u>Recomandări privind aplicarea evaluării inițiale</u>	
	<u>Sugestii de analiză și de utilizare a concluziilor evaluărilor inițiale</u>	
	<u>Recomandări privind realizarea planificărilor calendaristice</u>	
<u>Sugestii metodologice</u>	<u>Sugestii metodologice</u>	<u>Sugestii metodologice</u>
<u>Lista decupajelor de conținut prevăzute de programele scolare în vigoare, pentru gimnaziu și pentru liceu, clasa a IX-a</u>	<u>Lista decupajelor de conținut prevăzute de programele scolare în vigoare, pentru gimnaziu și pentru liceu, clasa a IX-a</u>	<u>Lista decupajelor de conținut prevăzute de programele scolare în vigoare, pentru gimnaziu și pentru liceu, clasa a IX-a</u>
	<u>Considerații metodologice la trecerea de la învățământul gimnazial la cel liceal/profesional - Anexă</u>	
	<u>Exemplul 1 de evaluare inițială (subiect, barem, competențe specifice evaluate)</u>	
	<u>Exemple de activități remediale și de progres asociate Exemplului 1</u>	
	<u>Exemplul 2 de evaluare inițială (subiect, barem, competențe specifice evaluate)</u>	
	<u>Exemple de activități remediale și de progres asociate Exemplului 2</u>	
	<u>Exemplul 3 de evaluare inițială (subiect, barem, competențe specifice evaluate)</u>	
	<u>Exemplul 4 de evaluare inițială (subiect, barem, competențe specifice evaluate)</u>	
	<u>Exemple de activități remediale și de progres asociate Exemplului 4</u>	
	<u>Chestionar de autoevaluare și de feedback (google forms)</u>	
	<u>Referințe bibliografice</u>	

**SECȚIUNEA a II-a.
SPECIFICUL DISCIPLINEI MATEMATICĂ**



CAPITOLUL II.1. ELEMENTE COMUNE TUTUROR TIPURILOR DE PROGRAME PENTRU DISCIPLINA MATEMATICĂ

- Matematica reprezintă o disciplină care definește, relaționează și operează cu o serie de concepte, de principii și de reguli, având drept scop dezvoltarea gândirii logice, cultivarea abilităților de a observa și de a interpreta diverse procese și fenomene, precum și de a înțelege, de a selecta, de a construi și de a aplica diferite metode pentru rezolvarea problemelor.
- Înțelegerea și aplicarea conceptelor matematice, precum și dezvoltarea de abilități de rezolvare a problemelor, sunt premise pentru învățarea cu succes în cadrul altor discipline și contribuie, de asemenea, la dezvoltarea abilităților profesionale și a capacitații de a rezolva probleme sociale, morale, de mediu etc.
- Mai mult, cunoașterea matematică și structurarea de strategii de gândire, bazate pe raționament logico-matematic, reprezintă o forță în dezvoltarea civilizației umane și sunt implicate, în mod necesar, în identificarea unor răspunsuri rapide, eficiente și sustenabile la schimbarea rapidă a societăților și la provocările cu care individul sau societatea se confruntă.
- În curriculumul național, disciplina matematică este prezentă în mod constant de la debutul până la finalul învățământului obligatoriu, fiind continuată în cadrul anumitor filiere, profiluri și specializări pe tot parcursul învățământului preuniversitar.
- Disciplina Matematică are o vizibilitate majoră, rezultatele învățării fiind obiectul unor evaluări și examene externe, naționale și internaționale, anuale/la doi ani - *evaluări naționale la finalul claselor a II-a, a IV-a, a VI-a, evaluarea națională a absolvenților de clasa a VIII-a, evaluări PISA și TIMSS, examen național de bacalaureat*. ([Revenire la cuprinsul interactiv](#))
- Disciplina contribuie la profilul de formare al absolventului și la competențele-cheie; în acest sens, prin O.M.E. nr. 3239/05.02.2021 a fost aprobat documentul de politici publice „[Repere pentru proiectarea, actualizarea și evaluarea curriculumului național - Cadrul de referință al curriculumului național](#)”, document care are ca anexă profilul absolventului dezvoltat pe cele ***opt competențe-cheie din perspectiva învățării pe parcursul întregii vieții*** (2018) și pe trei niveluri (elementar – funcțional – dezvoltat); prezentăm, în continuare, decupajul din profilul de formare al absolventului care este în relație directă cu disciplina matematică și care descrie ce se așteaptă în termeni de competență de la absolvenții diferitelor cicluri de învățământ:

COMPETENȚA-CHEIE	NIVEL ELEMENTAR	NIVEL FUNCȚIONAL	NIVEL DEZVOLTAT
Competența matematică și competența în științe, tehnologie și inginerie	<p>Utilizarea limbajului matematic și a unui aparat matematic de bază (numere, operații, reguli elementare) pentru rezolvarea de probleme</p>	<p>Utilizarea unui limbaj <i>corect</i> și a unui aparat matematic <i>diversificat</i> (inclusiv demonstrații și raționamente matematice) pentru identificarea de probleme, stabilirea demersului de rezolvare și prezentarea rezultatelor</p>	<p>Utilizarea unor moduri de gândire și forme de prezentare <i>specifice</i> matematicii (de exemplu, formule, modele, construcțe, grafice), inclusiv în relație cu întrebări <i>relevante</i> pentru viața reală</p>
	<p>Utilizarea unor noțiuni, operații și raționamente matematice elementare pentru rezolvarea unor probleme simple, raportate la universul familiar</p>	<p>Valorificarea conceptelor, a cunoștințelor procedural și a raționamentelor matematice, în rezolvarea de probleme raportate la contexte cotidiene date</p>	<p>Construirea demersului de rezolvare a problemelor identificate într-o varietate de contexte, prin aplicarea principiilor și proceselor matematice</p>
	<p>Manifestarea curiozității pentru aflarea adevărului, realizând distincția corect/incorect pe baza unui set de criterii simple</p>	<p>Manifestarea interesului pentru identificarea soluțiilor unor probleme argumentând demersul matematic utilizat</p>	<p>Preocuparea constantă pentru evaluarea validării unor raționamente matematice aplicate în contexte diverse</p>
	<p>Observarea unor aspecte din mediul apropiat în scopul rezolvării intuitive a unor probleme și al formulării unor predicții în situații simple de viață</p>	<p>Efectuarea unor experimente controlate în scopul explicării unor fenomene, prin aplicarea unor metode specifice științelor</p>	<p>Manifestarea gândirii științifice prin cercetarea unor situații/probleme specific științelor naturii și prin raportarea propriilor convingeri la rezultatele experimentale validate</p>
	<p>Manifestarea curiozității pentru aflarea adevărului în ceea ce privește funcționarea unor produse și procese tehnologice simple din mediul apropiat</p>	<p>Aplicarea cunoașterii științifice pentru rezolvarea unor probleme din cotidian și pentru explicarea funcționării produselor și proceselor tehnologice</p>	<p>Utilizarea datelor științifice și a instrumentelor tehnologice, pentru a fundamenta concluzii sau decizii</p>
	<p>Manifestarea unor deprinderi de comportament adecvat privind sănătatea personală și a mediului înconjurător, influențată de activitatea umană</p>	<p>Analiza problemelor legate de siguranță și dezvoltare durabilă, în condițiile progresului științific și tehnologic, în relație cu propria persoană, cu familia și cu comunitatea</p>	<p>Aprecierea avantajelor, limitărilor și riscurilor teoriilor științifice și aplicațiilor tehnologice ale acestora, pentru luarea deciziilor informate și pentru rezolvarea unor probleme de natură etică</p>

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

Pentru anul școlar 2021-2022, procesul de predare-învățare-evaluare pentru clasa a IX-a se raportează la:

- programele în vigoare, **Anexa nr. 2 la O.M.E.C.I. nr. 5099/09.09.2009** – programa școlară Matematică, clasa a IX-a, ciclul inferior al liceului;
- planurile-cadru în vigoare, aprobată prin **O.M.E.C.I. nr. 3410, 3411 din 16.03.2009**.

<i>Nr. ore/ săptămână</i>	<i>Filiera</i>	<i>Profilul</i>	<i>Specializarea</i>
<i>2 ore/ săptămână</i> <i>(2 ore TC)</i>	<i>teoretică</i>	umanist	<i>filologie</i> <i>științe sociale</i>
		artistic	<i>toate specializările</i>
	<i>vocațională</i>	teologic	<i>toate specializările</i>
		pedagogic	<i>toate specializările</i>
		sportiv	<i>toate specializările</i>
		ordine și securitate publică (MAI)	<i>științe sociale</i>
<i>3 ore/ săptămână</i> <i>(2 ore TC + 1 oră CD)</i>	<i>tehnologică</i>	toate profilurile	<i>toate specializările</i>
<i>4 ore/ săptămână</i> <i>(2 ore TC + 2 ore CD)</i>	<i>teoretică</i>	real	<i>matematică-informatică</i> <i>științe ale naturii</i>
	<i>vocațională</i>	militar (MApN)	<i>matematică-informatică</i>

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)



**CAPITOLUL II.2.
SPECIFICUL PROGRAMEI PENTRU DISCIPLINA MATEMATICĂ,
ÎN FUNCȚIE DE FILIERA/PROFILUL/SPECIALIZAREA
PENTRU CARE A FOST ELABORATĂ**

Programa disciplinei matematică pentru clasa a IX-a este defalcată pe trei categorii, evidențiate în secțiunea anterioară, după numărul și tipul orelor (2-3-4 ore, trunchi comun + curriculum diferențiat). Toate cele 3 programe vizează structurarea acelorași competențe generale, acelorași valori și atitudini. Diferențele dintre programe apar în formularea competențelor specifice și privind anumite conținuturi.

Astfel, se recomandă:

- ca accentul învățării matematicii să fie pus pe proces, pe raționamentele cognitive și, doar în cele din urmă, pe reproducerea unor afirmații sau pe rezultatul obținut în urma rezolvării de probleme;
- a se urmări dezvoltarea capacității elevilor de a face conexiuni intra- și interdisciplinare, precum și între matematică și viața cotidiană/realitatea încunjurătoare.

II.2.1. Specificul programei școlare pentru *învățământul liceal, filiera teoretică, profilul umanist, respectiv filiera vocațională, cu excepția profilului militar (MAPN)* (programa școlară 2 ore)

În cazul profilului pedagogic, în procesul de predare-învățare-evaluare a matematicii se vor avea în vedere:

- conceptualizarea aspectelor teoretice în scopul dezvoltării capacității elevilor, viitoare cadre didactice, de a procesa didactic cunoștințele teoretice în vederea predării-învățării matematicii în *învățământul preșcolar și primar*;
- evidențierea legăturilor interdisciplinare ale conceptelor matematice studiate cu viața de zi cu zi și cu alte discipline în scopul dezvoltării competenței de integrare la nivel de bază/ elementar a cunoștințelor matematice cu alte domenii.

În cazul altor profiluri decât cel pedagogic, în procesul de predare-învățare-evaluare a matematicii se vor avea în vedere:

- conceptualizarea aspectelor teoretice în scopul dezvoltării capacității elevilor de a utiliza cunoștințele teoretice în rezolvarea de situații problemă;
- evidențierea legăturilor interdisciplinare ale conceptelor matematice studiate cu viața de zi cu zi în scopul dezvoltării competenței de integrare a cunoștințelor matematice în activitățile cotidiene.

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

II.2.2. Specificul programei școlare pentru *învățământul liceal, filiera tehnologică, respectiv pentru *învățământul profesional, inclusiv învățământul profesional dual* (programa școlară 3 ore)*

Programele școlare au în vedere tipurile de ieșiri din sistemul educațional preuniversitar (continuarea studiilor în ciclul superior al liceului – pentru absolenții de *învățământ profesional*, continuarea studiilor universitare în domeniul tehnic/economic – pentru absolenții de liceu, integrarea pe piața muncii a absolenților IPT):

- din perspectiva *învățământului liceal, filiera tehnologică*;
- din perspectiva *învățământului profesional*.

Trebuie avut în vedere că opțiunile absolenților de clasa a VIII-a pentru continuarea studiilor în *învățământul profesional* și tehnic nu reprezintă întotdeauna o opțiune realistă, în baza unor înclinații și aptitudini descoperite și care să fi stat la baza unor abilități dezvoltate anterior. De asemenea, rezultatele învățării anterioare pentru majoritatea elevilor, atât la disciplina matematică precum și în ansamblu, sunt la un nivel mediu.

În aceste condiții, disciplina matematică trebuie să fie un răspuns coerent pentru două provocări:

- disciplina matematică – *disciplină de cultură generală*
- disciplina matematică – *disciplină prin care se structurează competențe specifice care sprijină obținerea de rezultate ale învățării la majoritatea disciplinelor de cultură de specialitate (învățământ profesional și tehnic)*

Pentru a optimiza relația dintre curriculum intenționat și cel realizat, din perspectiva învățământului profesional și tehnic, profesorul – în vederea planificării și proiectării activităților didactice – trebuie să realizeze o lectură critică a programei școlare. Într-o astfel de perspectivă, trebuie diminuate două **tendințe negative**:

- 1) *eliminarea/ignorarea intuiției naturale din procesul de învățare a matematicii*; se exagerează în continuare cu metoda structuralistă, în defavoarea intuiției, în condițiile în care educația matematică în majoritatea țărilor nu mai pune accent pe această metodă;
- 2) *memorarea de „rețete de rezolvare”*, în defavoarea unei învățări sistematice, constructiviste, într-un ansamblu coherent de exemplificări și contextualizări, definiții, rezultate teoretice și, apoi, aplicații relevante .

Cele două tendințe au drept **consecințe**:

- *o abordare mecanică a cunoașterii matematice;*
- *incapacitatea/capacitatea redusă de transfer intra- și interdisciplinar a competențelor matematice.*

Astfel, sunt situații în care elevul ajunge să opereze cu obiecte matematice fundamentale ale căror definiții nu le stăpânește, uneori nici la nivel intuitiv.

Este de menționat faptul că, mai ales în contextul învățământului profesional și tehnic, un aspect ce trebuie abordat cu atenție privește nivelul achizițiilor anterioare asociate domeniului geometriei elementare. Astfel, structurarea noilor competențe la clasele de liceu/învățământ profesional presupune ancore în geometria euclidiană. În acest sens, profesorul va avea în vedere faptul că primul contact al elevului cu rigoarea științifică (în combinație cu intuiția) se face prin geometrie (definiție, ipoteză, concluzie, demonstrație, acestea sprijinindu-se pe reprezentări prin desen).

În procesul de predare-învățare-evaluare a matematicii se vor avea în vedere:

- conceptualizarea aspectelor teoretice în scopul dezvoltării capacitații elevilor de a utiliza cunoștințele teoretice în situații problemă corespunzătoare domeniului tehnologic de specializare al elevului;
- evidențierea legăturilor interdisciplinare ale conceptelor matematice studiate cu viața de zi cu zi și cu domeniul tehnologic de specializare al elevului în scopul dezvoltării competenței de integrare a cunoștințelor matematice cu alte domenii practice.

În cadrul **Secțiunii III.4.5.** dezvoltăm specificul pentru fiecare dintre domeniile de conținut prevăzute de programe școlare, cu o defalcare pe învățământ liceal, filiera tehnologică, respectiv învățământ profesional.

II.2.3. Specificul programei școlare pentru învățământul liceal, filiera teoretică, profilul real, respectiv filiera vocațională, profil militar (programe școlare 4 ore)

În procesul de predare-învățare-evaluare a matematicii se vor avea în vedere:

- dezvoltarea unei gândiri matematice riguroase și structurate din punct de vedere științific care să permită transferul cunoștințelor matematice la alte discipline;
- evidențierea legăturilor interdisciplinare ale conceptelor matematice studiate cu viața de zi cu zi și cu alte discipline în scopul dezvoltării competenței de integrare a cunoștințelor matematice în alte domenii științifice;
- formarea unei imagini de ansamblu a matematicii elementare ca parte a unui sistem aflat într-o permanentă evoluție și interacțiune cu celelalte discipline și cu lumea înconjurătoare.

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

**SECȚIUNEA a III-a.
LECTURA COMPARATĂ A PROGRAMELOR ȘCOLARE ÎN VIGOARE
PENTRU GIMNAZIU – LICEU (CLASA A IX-A).
CONSIDERAȚII METODOLOGICE**



**CAPITOLUL III.1.
ANALIZĂ COMPARATIVĂ PRIVIND
COMPETENȚELE GENERALE GIMNAZIU – LICEU (CLASA A IX-A)**

III.1.1. Relația dintre competențele generale (CG) pentru gimnaziu și competențele generale (CG) pentru liceu

CG gimnaziu	CG liceu (clasa a IX-a)
1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar	1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite
2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale	2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunțuri matematice
3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice	3. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete
4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată	4. Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora
5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date	5. Analizarea și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații problemă
6. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii	6. Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii

* Extras din Anexa nr. 2 la O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017 – programa școlară Matematică, clasele a V-a – a VIII-a

** Extras din Anexa nr. 2 la O.M.E.C.I. nr. 5099/09.09.2009 – programa școlară Matematică, clasa a IX-a, pentru ciclul inferior al liceului

III.1.2. Comentarii

- Se remarcă o continuitate în modul în care au fost definite competențele generale în programa școlară la gimnaziu și competențele generale în programa școlară la liceu, clasa a IX-a, cu utilizarea acelorași tipuri de acțiuni, în acord cu taxonomia *Bloom* (recunoaștere, înțelegere, aplicare, analizare, evaluare, creare) și cu taxonomia *Webb's DOK* (recunoaștere și reproducere, abilități și conceptualizare, gândire strategică și raționament, gândire extinsă – abordări integrate).

IDENTIFICARE → PRELUCRARE → UTILIZARE → EXPRIMARE → ANALIZARE → MODELARE

- Este demarcată trecerea de la *nivelul funcțional* al competențelor (gimnaziu) la *nivelul dezvoltat* (liceu); deși acțiunile sunt aproximativ aceleași, putem remarca creșterea în complexitate și/sau dezvoltarea ariei de aplicații ale matematicii.

- Evidențiem în schema următoare relația dintre competențele generale în programa școlară pentru gimnaziu (anterioare celei în vigoare) și competențele generale din programa școlară pentru gimnaziu (în vigoare); se remarcă astfel o continuitate în modul de definire a competențelor generale și, în același timp, o formulare a competențelor generale cuprinse în programa în vigoare în acord cu nivelul funcțional asociat ciclului de învățământ.

CG gimnaziu (2009)*	CG gimnaziu (2017)**
1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite	1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar
2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunțuri matematice	2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale
3. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete	3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
4. Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora	4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată
5. Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații-problemă	5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date
6. Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii	6. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

* Extras din Anexa nr. 2 la O.M.E.C.I. nr. 5097/09.09.2009 – programa școlară Matematică, clasele a V-a – a VIII-a (ordin abrogat)

** Extras din Anexa nr. 2 la O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017 – programa școlară Matematică, clasele a V-a – a VIII-a (ordin în vigoare)

- Punctăm faptul că elementele de noutate ale programei școlare în vigoare, elemente care diferențiază substanțial cele două programe invocate anterior, sunt explicitate în secțiunea *Sugestii metodologice*, atât la modul general, cât și cu o defalcare pe fiecare an de studiu.
- **Se recomandă** lectura critică a secțiunii *Sugestii metodologice* a programei școlare pentru gimnaziu, în vigoare, pentru formarea unei percepții corecte asupra acestor elemente de noutate.

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)



CAPITOLUL III.2. CORELARE COMPETENȚE SPECIFICE - EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE

În capitolul de față, venim în sprijinul profesorilor de matematică cu o abordare a programei școlare pentru matematică, clasa a IX-a, similară cu cea a noilor programe școlare pentru ciclurile anterioare de învățământ (primar și gimnazial).

Astfel, în acest capitol:

- din programele școlare pentru clasa a IX-a (în vigoare), sunt preluate toate **competențele generale** (CG) și toate **competențele specifice** (CS), acestea fiind componente ale programei școlare cu titlu obligatoriu;
- ca element de noutate, se introduc **exemple de activități de învățare (EAI)**, asociate fiecărei competențe specifice.

În acest sens, considerăm *benefică relaționarea dintre competențele specifice stabilite prin programele școlare pentru clasa a IX-a și exemplele de activități de învățare*.

Activitățile de învățare (AI)	<p>Sunt procesele prin care <i>conținuturile</i> matematice propuse (cunoștințe declarative și procedurale de matematică), dar și <i>valorile și atitudinile</i> propuse în programele școlare sunt <i>incorporate</i> (transformate) în <i>competențe specifice</i> ale elevilor.</p> <p>Prin activitățile de învățare propuse elevii ajung să își formeze, să-și dezvolte și să-și consolideze competențele specifice matematice.</p>
Ce sunt, practic, AI, în raport cu competențele specifice?	<p>Activitățile de învățare <i>operationalizează</i>, adică transpun în acțiuni ale elevilor (aplicații) <i>competențele specifice din programă</i>.</p> <p>A fi operaționale înseamnă a se putea lucra cu ele, adică din lectura lor se poate identifica sarcina de lucru pentru elevi, scopul acesteia (exersarea unei anumite CS) și contextul aplicării.</p>

<p>Într-o astfel de perspectivă, prin exemplele furnizate, profesorul își poate forma o imagine asupra modului în care poate structura la elevi competențele specifice. Astfel, profesorul poate interveni în zona exemplelor, <i>utilizând selectiv</i> – ca punct de pornire al proiectării didactice – unele dintre <i>exemplele</i> de activități de învățare, <i>adaptându-le</i> după caz sau <i>completându-le</i> cu alte activități, în acord cu specificul colectivului de elevi.</p> <p>Profesorul trebuie să aibă în vedere că nu există o rețetă care să fie aplicată în afara specificului colectivului de elevi căruia i se adresează demersul didactic. În acest sens, exemplele furnizate în secțiunea de față sunt cu titlu orientativ.</p> <p>Este de menționat faptul că, în elaborarea exemplelor de activități de învățare, s-a avut în vedere specificul filierei/profilului/specializării/calificării și, după caz, însotirea exemplificării de comentarii care să orienteze profesorul din perspectiva abordării sau a limitărilor necesare.</p>

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

Prin accesarea *linkurilor* evidențiate mai jos, puteți vizualiza secțiunea destinată fiecărei dintre cele trei tipuri de programe școlare:

[Programa 2 ore](#) [Programa 3 ore](#) [Programa 4 ore](#)

III.2.1. Corelare CS - EAI pentru programa școlară clasa a IX-a – 2 ore (2 ore TC)

C.G.1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite

Clasa a IX-a – 2 ore

C.S.1.1. Identificarea în limbaj cotidian sau în probleme de matematică a unor noțiuni specifice logicii matematice și teoriei mulțimilor

- **Identificarea** unor numere reale, scrise sub diferite forme (întregi, fracții ordinare, fracții zecimale, puteri, radicali, exprimări procentuale) în diferite contexte, specifice profilului și specializațiilor
- **Identificarea** aproximărilor unui număr real în enunțuri concrete (*de exemplu, calcularea lungimii unei laturi, a ariei unui triunghi sau a unui patrulater, a dobânzii aferente unei sume, a mediei anuale a consumului casnic a diferitelor utilități, a mediei lunare a investițiilor unei firme într-un anumit domeniu etc.*)
- **Identificarea** unui interval de numere reale în condiții date/prin proprietăți caracteristice ale elementelor unei mulțimi
- **Identificarea** în limbajul cotidian a unor enunțuri care sunt propoziții din punct de vedere al logicii matematice, inclusiv eventual operații logice și cuantificatori (*de exemplu, „Nu toate orașele din România sunt reședință de județ.”*)
- **Identificarea** apartenenței unui element la o mulțime definită printr-o proprietate a elementelor ei

C.S.1.2. Recunoașterea unor corespondențe care sunt siruri, progresii aritmetice sau geometrice

- **Recunoașterea** unui sir numeric, când regula sa de construire este dată efectiv
- **Recunoașterea** în viața cotidiană a unor corespondențe care sunt siruri (în sala de clasă, în mediul înconjurător, sirul lui Fibonacci în natură, etc.)
- **Identificarea** apartenenței unui element la un sir definit prin proprietate a elementelor lui
- **Identificarea** unei forme convenabile de scriere a unui sir în funcție de un context dat
- **Recunoașterea** unor relații matematice care definesc un sir, în particular o progresie aritmetică sau geometrică

C.S.1.3. Identificarea valorilor unei funcții folosind reprezentarea grafică a acesteia

- **Identificarea** domeniului de definiție și a imaginii unei funcții, în diferite situații (funcția este definită pe o mulțime finită, pe un interval/reuniune de intervale), folosind lectura graficului acesteia
- **Identificarea** legăturilor dintre domeniul de definiție și reprezentarea grafică a funcției
- **Identificarea** valorilor unei funcții pe o restricție a domeniului (interval, mulțime discretă) utilizând reprezentarea grafică a funcției
- **Alegerea** unității de măsură adecvate pentru a putea estima lungimile/distanțele, ariile și volumele, în diverse situații practice, folosind reprezentarea grafică a unor funcții asociate acestora (*de exemplu, funcția distanță, în cazul deplasării rectilinii și uniforme a unui mobil într-un interval de timp dat, funcția arie a pătratului, când latura acestuia parcurge o mulțime finită/un interval sau funcția volum al unui cub, când latura acestuia parcurge o mulțime finită/un interval*)

C.S.1.4. Recunoașterea funcției de gradul I descrisă în moduri diferite

- **Identificarea** exprimărilor și a relațiilor matematice, specifice funcției de gradul I, existente într-un enunț
- **Recunoașterea** unei funcții de gradul I, dacă sunt enumerate suficiente valori ale sale ($f(x_1) = y_1, f(x_2) = y_2, \dots$), sau dacă acestea sunt înscrise într-un tabel, pornind mai întâi de la funcții ce provin din formule de forma $f(x) = x + b$, cu $b \in \mathbb{R}$ sau $f(x) = ax$, cu $a \in \mathbb{R}^*$ și apoi $f(x) = ax + b$, cu $a, b \in \mathbb{R}$
- **Recunoașterea** funcției constante ca funcție de forma $f(x) = ax + b$, cu $a, b \in \mathbb{R}$ și identificarea coeficienților a și b
- **Recunoașterea** unei funcții de gradul I dintr-o listă cu mai multe funcții definite prin formule sau într-un context matematic sau practic (*mărimi direct proporționale, probleme de geometrie, probleme de mișcare, probleme cu caracter financiar etc.*)
- **Identificarea** coeficienților unei funcții de forma $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$

C.S.I.5. Diferențierea, prin exemple, a variației liniare de cea pătratică

- **Furnizarea** unor exemple de funcții cu variație liniară și de funcții cu variație pătratică, care descriu fenomene din lumea reală
- **Exemplificarea** unor situații concrete care au impus studiul funcției de gradul al II-lea - din matematică (aria cercului sau a pătratului), fizică (aruncarea unui corp pe verticală sau cădere în vid), economie sau din alte domenii
- **Reprezentarea** unor puncte aparținând graficului unor funcții de gradul al II-lea, cu evidențierea necoliniarității acestora

C.S.I.6. Recunoașterea corespondenței dintre seturi de date și reprezentări grafice

- **Recunoașterea formei** reprezentării grafice a unei funcții de gradul al doilea (parabolă cu ramurile în sus/jos) în funcție de semnul coeficientului dominant al acesteia
- **Identificarea** semnului lui a , analizând diferite reprezentări grafice ale funcțiilor de forma $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$
- **Recunoașterea** legăturilor între coeficienții unei funcții de gradul al doilea și coordonatele vârfului parabolei asociate acesteia
- **Verificarea** faptului că unul sau mai multe puncte din plan aparțin graficului unei funcții de gradul al doilea

C.S.I.7. Identificarea unor elemente de geometrie vectorială în diferite contexte

- **Identificarea** unor situații practice care permit o interpretare vectorială, precum și a mărimilor vectoriale care intervin (de exemplu, forțele care acționează asupra unui corp pe un plan înclinat)
- **Recunoașterea** unor elemente de geometrie vectorială (segment orientat, dreaptă-suport, origine, modul, direcție etc.) în configurații geometrice date
- **Identificarea** unor elemente de geometrie vectorială în configurații geometrice date din realitatea înconjurătoare

C.S.I.8. Descrierea sintetică sau vectorială a proprietăților unor configurații geometrice în plan

- **Descrierea** elementelor componente ale unui vector de poziție al unui punct dat M în raport cu polul O , \overrightarrow{OM}
- **Exprimarea** unui vector dat în funcție de vectorii de poziție ai extremităților acestuia (originea și extremitatea vectorului dat)
- **Reprezentarea** punctului care împarte un segment într-un raport dat, atunci când este caracterizat prin expresia vectorului său de poziție în funcție de vectorii de poziție ai extremităților segmentului
- **Verificarea** unor relații între vectori de poziție ai unor puncte remarcabile dintr-o configurație geometrică dată

C.S.I.9. Identificarea elementelor necesare pentru calcularea unor lungimi de segmente și a unor măsuri de unghiuri

- **Identificarea** rolurilor duble (același segment poate fi într-un anumit triunghi catetă, în altul ipotenuză) sau multiple pentru un element al unui triunghi
- **Identificarea** unor construcții ajutătoare, cerute de anumite date ale problemei, pentru rezolvarea triunghiului oarecare (de exemplu, construirea înălțimii dintr-un vârf al unui triunghi pentru a aplica relațiile trigonometrice în rezolvarea triunghiului dreptunghic)
- **Identificarea** în schițe de arhitectură a unor valori utile pentru calcularea de perimetre și arii în diverse reprezentări

C.G.2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunțuri matematice

Clasa a IX-a – 2 ore

C.S.2.1. Transcrierea unui enunț în limbajul logicii matematice sau al teoriei mulțimilor

- **Transcrierea** unor inegalități utilizând modulul unui număr real și limbajul teoriei mulțimilor
- **Aproximarea** numerelor reale și transcrierea inegalităților obținute prin limbajul logicii matematice
- **Transcrierea** operațiilor logice în limbajul operațiilor cu mulțimi

C.S.2.2. Reprezentarea în diverse moduri a unor corespondențe, siruri în scopul caracterizării acestora

- **Reprezentarea** unor corespondențe funcționale prin tabele sau reprezentări grafice
- **Corelarea** cu situații practice a unor siruri, în particular a unor progresii
- **Sortarea** și organizarea unor date după criterii de tip progresie aritmetică sau geometrică
- **Verificarea** apartenenței unui termen la un sir, în particular la o progresie (aritmetică sau geometrică), definit/definită prin termenul general sau printr-o relație de recurență

C.S.2.3. Identificarea unor puncte semnificative de pe graficul unei funcții

- **Identificarea** punctelor de intersecție a graficului unei funcții cu axele de coordonate sau cu o dreaptă de ecuație $y = a$ sau $x = a$, $a \in \mathbb{R}$, utilizând (sau nu) reprezentarea grafică a funcției
- **Identificarea** unor puncte de extrem, intervale pentru care funcția ia valori negative/pozitive, centre de simetrie, puncte fixe, puncte caracterizate prin apartenența la un cadran sau prin alte proprietăți ale coordonatelor, prin lecturarea unui grafic care modelează situații concrete (*de exemplu, variația temperaturii într-un interval de timp, variația vitezei/distanței parcuse de un mobil, consumul unor resurse în dependență de diferiți factori*)
- **Identificarea** unui punct care aparține graficului unei funcții, cunoscând o relație între coordonatele acestuia

C.S.2.4. Identificarea unor metode grafice pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor de ecuații

- **Reprezentarea** grafică a unei funcții de forma $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$, folosind două puncte distincte, convenabil alese, ce aparțin imaginii geometrice a graficului funcției
- **Reprezentarea** grafică a unei funcții de forma $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, cu $a, b \in \mathbb{R}$, $D \subset \mathbb{R}$ interval
- **Determinarea** coordonatelor punctelor de intersecție a graficului unei funcții $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, cu $a, b \in \mathbb{R}$ și $D \subset \mathbb{R}$ cu axele de coordonate
- **Identificarea** abscisei punctului de intersecție cu axa Ox a graficului unei funcții de gradul I, $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, cu soluția ecuației de gradul I, $ax + b = 0$, unde $a \in \mathbb{R}^*$ și $b \in \mathbb{R}$
- **Utilizarea** unor softuri educaționale pentru realizarea reprezentării grafice a funcției de gradul I

C.S.2.5. Completarea unor tabele de valori necesare pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea

- **Determinarea** formei canonice a funcției de gradul al doilea
- **Determinarea** punctelor de intersecție a graficului funcției de gradul al doilea cu axele de coordonate
- **Determinarea** coordonatelor vârfului și a axei de simetrie a parabolei care reprezintă graficul unei funcții de gradul al II-lea

C.S.2.6. Reprezentarea grafică a unor date diverse în vederea comparării variației lor

- **Reprezentarea** grafică în același sistem de axe de coordonate ortogonale a unor funcții de gradul al II-lea care au același vîrf, pentru a compara creșterea/descrescerea lor pe intervalele determinate de abscisa vârfului
- **Reprezentarea** grafică a unei funcții de gradul al II-lea, cu evidențierea intervalelor de monotonie ale acesteia
- **Reprezentarea** grafică a unei funcții de gradul al II-lea, determinarea punctului său de extrem și indicarea tipului de extrem (*maxim/minim*)

C.S.2.7. Utilizarea rețelelor de pătrate pentru determinarea caracteristicilor unor segmente orientate pe configurații date

- **Determinarea** segmentelor orientate dintr-o configurație geometrică dată, care au aceeași direcție/același sens/același modul cu un segment orientat dat
- **Construirea** unor segmente orientate care verifică anumite proprietăți prin raportarea la un alt segment orientat
- **Construirea** unui segment orientat, echivalent cu un segment orientat dat

C.S.2.8. Reprezentarea prin intermediul vectorilor a unei configurații geometrice plane date

- **Reprezentarea** geometrică a vectorului de poziție care împarte un segment într-un raport dat
- **Exprimarea** condițiilor vectoriale echivalente cu proprietăți/caracterizări ale unor noțiuni geometrice (*de exemplu, caracterizarea paralelogramului, suma vectorilor de poziție ai vârfurilor unui triunghi și a vectorilor de poziție ai mijloacelor laturilor triunghiului respectiv*) din geometria sintetică
- **Verificarea** unor relații implicând vectori de poziție în raport cu un punct convenabil ales pentru o configurație geometrică descrisă sintetic
- **Reprezentarea** geometrică a vectorului de poziție al centrului de greutate al unui triunghi

C.S.2.9. Utilizarea unor tabele și formule pentru calcule în trigonometrie și în geometrie

- **Utilizarea** tabelelor trigonometrice sau a calculatoarelor de buzunar pentru a găsi măsura unui unghi când se cunoaște valoarea unui element trigonometric
- **Utilizarea** tabelelor de valori pentru sinus, cosinus, tangentă și cotangentă pentru aproximarea măsurii unor unghiuri (*de exemplu, unghiul format la amiază de razele soarelui cu verticala, în ziua solstițiului de vară sau unghiul optim dintre planul unui perete și dreapta reprezentată de o coloană a unei clădiri, pentru evitarea oricărei deformări care ar putea cauza prăbușirea clădirii*) sau aproximarea unor distanțe (*de exemplu, estimarea distanței față de anumite obiecte în realizarea reprezentărilor prin desen a unor obiecte mai îndepărtate, utilizând estimări ale unghiurilor*)
- **Utilizarea** măsurătorilor aproximative pentru determinarea proporțiilor în construcții (*de exemplu, la construcția unei statui se poate calcula sinusul unghiului de incidență al privirii*)

C.G.3. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete

Clasa a IX-a – 2 ore

C.S.3.1. Utilizarea reprezentărilor grafice (diagrame, reprezentări pe axă), a tabelelor de adevăr, pentru efectuarea unor operații logice

- **Aproximarea** numerelor reale pentru reprezentarea pe axă
- **Verificarea** apartenenței unui număr real la un interval
- **Reprezentarea** pe axa reală a intervalelor de numere reale și a operațiilor cu intervale de numere reale
- **Determinarea** numerelor întregi care aparțin unui interval de numere reale
- **Reprezentarea** unor mulțimi prin diagrame și/sau prin enumerarea elementelor
- **Utilizarea** tabelelor de adevăr pentru efectuarea operațiilor logice

C.S.3.2. Identificarea unor formule de recurență pe bază de raționamente de tip inductiv

- **Identificarea** termenului general al unui sir, în particular al unei progresii aritmetice sau geometrice
- **Efectuarea** unor calcule care presupun utilizarea proprietăților unei progresii
- **Utilizarea** raționamentului de tip inductiv pentru calcularea sumei primilor n termeni ai unei progresii aritmetice sau geometrice (*de exemplu, pentru determinarea formulei de calcul al sumei lui Gauss*)

C.S.3.3. Folosirea unor proprietăți ale funcțiilor pentru completarea graficului unei funcții pare, impare sau periodice

- **Folosirea** proprietăților unei funcții pare/impare/periodice pentru completarea graficului acesteia (*de exemplu, completarea graficului unei funcții pare/impare de la intervalul $[0, +\infty)$ la \mathbb{R} sau completarea graficului unei funcții periodice definite pe \mathbb{R} , atunci când, pe un interval de lungime egală cu perioada, aceasta este o restricție a unei funcții de gradul I - de exemplu, funcția parte fracționară*)
- **Folosirea** proprietăților unei funcții pare/impare/periodice pentru verificarea corectitudinii reprezentării sale grafice
- **Folosirea** lecturii grafice pentru a evidenția caracteristici ale funcțiilor pare/impare/periodice
- **Folosirea** proprietăților unei funcții pare/impare pentru determinarea coordonatelor unor puncte de pe graficul său simetrice față de Oy /față de origine.
- **Folosirea** periodicității unei funcții pentru completarea graficului acesteia, în diferite situații concrete (*de exemplu, reprezentarea clapelor unui pian ca valori ale unei funcții periodice, identificarea periodicității unui model din realitatea înconjurătoare și completarea lui*)

C.S.3.4. Descrierea unor proprietăți desprinse din rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor de ecuații și din reprezentarea grafică a funcției de gradul I

- **Stabilirea** monotoniei unei funcții de gradul I, prin observarea reprezentării geometrice a graficului acesteia, prin aplicarea definiției și prin aplicarea proprietății specifice (condiția referitoare la semnul coeficientului $a \in \mathbb{R}^*$)
- **Stabilirea** semnului unei funcții de gradul I, prin observarea reprezentării geometrice a graficului acesteia și prin rezolvarea unei inecuații asociate, de forma $ax + b \leq 0$ ($<$, $>$, \geq), unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$
- **Determinarea** coordonatelor punctului de intersecție a graficelor a două funcții de gradul I, ca soluție a unui sistem de două ecuații liniare cu două necunoscute
- **Utilizarea** de softuri educaționale pentru stabilirea unor proprietăți ale funcției de gradul I (observarea modului în care schimbarea coeficienților funcției de gradul I influențează aspectul reprezentării grafice și proprietățile funcției)

C.S.3.5. Aplicarea unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea (prin puncte semnificative)

- **Reprezentarea** graficului funcției de gradul al II-lea prin puncte simetrice față de axa sa de simetrie, evidențiind vârful parabolei și intersecțiile acesteia cu axele de coordonate (cazul $\Delta \geq 0$)
- **Reprezentarea** grafică a unor cazuri speciale de funcții de gradul al II-lea al căror grafic intersectează axa Ox în cel mult un punct
- **Utilizarea** unor aplicații (*de exemplu, a softului GeoGebra*) menite să evidențieze felul în care forma graficului funcției de gradul al II-lea depinde de valorile coeficienților săi
- **Evidențierea** poziției graficului funcției de gradul al II-lea față de axele de coordonate, în raport cu valorile discriminantului Δ și a coeficientului dominant a

C.S.3.6. Utilizarea lecturii grafice pentru rezolvarea unor ecuații, inecuații și sisteme de ecuații

- **Utilizarea** lecturii grafice pentru rezolvarea unor ecuații de forma $ax^2 + bx + c = 0$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$
- **Utilizarea** lecturii grafice pentru determinarea semnului funcției de gradul al II-lea
- **Utilizarea** lecturii grafice pentru rezolvarea unor inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$, ($<$, \geq , $>$), unde $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, folosind semnul funcției de gradul al II-lea
- **Utilizarea** lecturii grafice pentru interpretarea geometrică a mulțimii soluțiilor unor inecuații de gradul al II-lea

C.S.3.7. Efectuarea de operații cu vectori pe configurații geometrice date

- **Construirea** unui reprezentant al unui vector dat, cu anumite proprietăți (*de exemplu, fiind dat triunghiul ABC, construiește vectorul CD, știind că $CD = 2 \cdot AB$*)
- **Aplicarea** regulii paralelogramului în configurații geometrice date
- **Aplicarea** regulii triunghiului în configurații geometrice date
- **Verificarea** unor egalități, utilizând reguli de adunare a doi vectori

C.S.3.8. Utilizarea calcului vectorial sau a metodelor sintetice în rezolvarea unor probleme de geometrie metrică

- **Utilizarea** calcului vectorial pentru determinarea lungimilor segmentelor determinate de un punct situat pe un segment dat
- **Determinarea** lungimii unui segment utilizând egalitatea sau coliniaritatea vectorilor
- **Determinarea** unor lungimi de segmente/proportionalități de segmente în triunghiuri, trapeze, paralelograme sau alte configurații geometrice

C.S.3.9. Aplicarea teoremelor și formulelor pentru determinarea unor măsuri (de lungimi sau de unghiuri)

- **Aplicarea** formulelor trigonometrice pentru calcularea sinusului sau a cosinusului unui unghi obtuz
- **Aplicarea** relației $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ pentru calcularea sinusului sau cosinusului unui unghi ascutit
- **Rezolvarea** triunghiului oarecare în diferite cazuri, utilizând teorema sinusurilor sau teorema cosinusului

C.G.4. Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora

Clasa a IX-a – 2 ore

C.S.4.1. Explicitarea caracteristicilor unor mulțimi folosind limbajul logicii matematice

- **Determinarea** elementelor unei mulțimi definite printr-o proprietate caracteristică a elementelor sale, în care apar, eventual, disjuncția, conjuncția sau negația propozițiilor
- **Determinarea** de submulțimi ale unei mulțimi date prin utilizarea implicației predicatelor asociate celor două mulțimi
- **Interpretarea** asocierilor între conjuncția propozițiilor și intersecția mulțimilor, disjuncția propozițiilor și reuniunea mulțimilor, negație și complementara unei mulțimi, implicația propozițiilor și incluziunea mulțimilor, echivalența propozițiilor și egalitatea mulțimilor
- **Determinarea** cardinalului reuniunii a două mulțimi
- **Verificarea** relațiilor între două mulțimi (*inclusiune, egalitate, complementaritate*)

C.S.4.2. Exprimarea caracteristicilor unor siruri folosind diverse reprezentări (formule, diagrame, grafice)

- **Determinarea** elementelor unui sir, în particular a elementelor unei progresii (*primul termen, rația, rangul unui termen*), utilizând formula termenului general
- **Exprimarea** unor presupuneri matematice despre o corespondență, un sir, în particular despre o progresie (*utilizând, de exemplu, regula de construire, o diagramă sau un grafic*)
- **Utilizarea** unor exemple sau contraexemple pentru a susține un argument, în contextul definirii unei progresii aritmetice sau geometrice

C.S.4.3. Exprimarea proprietăților unor funcții pe baza lecturii grafice

- **Exprimarea** mărginirii sau nemărginirii unei funcții studiind reprezentarea sa grafică
- **Exprimarea** monotoniei unei funcții studiind reprezentarea sa grafică
- **Exprimarea** semnului unei funcții, studiind poziția față de axa Ox a graficului acesteia
- **Compararea** unor distanțe/lungimi folosind proprietățile reprezentării grafice a unei funcții convenabil alese

C.S.4.4. Exprimarea în limbaj matematic a unor situații concrete ce se pot descrie prin funcții de gradul I, ecuații, inecuații sau sisteme de ecuații

- **Determinarea** unei funcții de forma $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, când se cunosc coordonatele a două puncte distințe ce aparțin graficului funcției
- **Determinarea**, din reprezentarea grafică a funcției de gradul I, a unor puncte ale căror coordonate îndeplinesc anumite condiții date (abscisa egală cu ordinata, abscisa egală cu triplul ordinatei, etc.)
- **Utilizarea** semnului funcției de gradul I pentru rezolvarea unor inecuații de forma $(ax + b)(cx + d) \leq 0$ ($<$, $>$, \geq) sau $\frac{ax + b}{cx + d} \leq 0$ ($<$, $>$, \geq), cu $a, b, c, d \in \mathbb{R}$
- **Descrierea** metodei de verificare a coliniarității a trei sau mai multe puncte într-un reper cartezian, cu ajutorul funcției de gradul I
- **Stabilirea** poziției relative a două drepte reprezentate într-un reper cartezian și corelarea acesteia cu numărul soluțiilor unui sistem de ecuații de tipul $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$, unde a, b, c, m, n, p sunt numere reale

C.S.4.5. Exprimarea proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice

- **Determinarea** valorii extreme a unei funcții de gradul al II-lea și exprimarea tipului de extrem (minim/maxim) în funcție de semnul coeficientului dominant
- **Identificarea** intervalelor de monotonie a unei funcții de gradul al II-lea și a legăturilor acestora cu forma graficului
- **Stabilirea** legăturilor dintre soluțiile unei inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ (\geq , $<$, $>$) și poziția față de axa Ox a graficului funcției de gradul al II-lea atașate inecuației
- **Exprimarea** algebrică a unei condiții geometrice referitoare la graficul unei funcții de gradul al II-lea (simetria față de o dreaptă dată, puncte de intersecție cu axe de coordinate, relații între coordonatele vârfului parabolei)

C.S.4.6. Exprimarea prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice; exprimarea prin condiții algebrice a unor reprezentări grafice

- **Exprimarea** condiției ca vârful parabolei asociate unei funcții de gradul al II-lea să fie situat pe axa Ox
- **Exprimarea** condiției ca parabola asociată unei funcții de gradul al II-lea să nu intersecteze axa Ox
- **Exprimarea** condiției ca parabola asociată unei funcții de gradul al II-lea să intersecteze axa Ox în două puncte distincte
- **Exprimarea** condițiilor verificate de semnul discriminantului și semnul coeficientului dominant, în cazul reprezentărilor grafice ale unor funcții de gradul al II-lea

C.S.4.7. Utilizarea limbajului calculului vectorial pentru a descrie anumite configurații geometrice

- **Identificarea** unor drepte paralele și recunoașterea unor vectori coliniari
- **Stabilirea** unor condiții necesare și suficiente pentru ca un patrilater să fie paralelogram (de exemplu, $ABCD$ este paralelogram - eventual degenerat - dacă și numai dacă $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$)
- **Verificarea** coliniarității a trei puncte, utilizând proprietăți ale coliniarității vectorilor
- **Identificarea** unor figuri geometrice particulare, pe baza proprietăților operațiilor cu vectori

C.S.4.8. Trecerea de la caracterizarea sintetică la cea vectorială (și invers) într-o configurație geometrică dată

- **Exprimarea** sintetică a caracteristicilor unei configurații geometrice descrise vectorial
- **Exprimarea** vectorială a caracteristicilor unei configurații geometrice descrise sintetic
- **Utilizarea** trecerii de la caracterizarea sintetică la cea vectorială (și invers) a exprimării liniei mijlocii în triunghi sau în trapez, a teoremei lui Thales și a centrului de greutate al unui triunghi

C.S.4.9. Transpunerea într-un limbaj specific trigonometriei și geometriei a unor probleme practice

- **Utilizarea** în context practic-aplicativ a strategiilor de rezolvare învățate (de exemplu, pentru determinarea înălțimii unui copac, cunoscând înălțimea observatorului, distanța de la punctul din care se face măsurătoarea până la copac și unghiul pe care îl formează direcția orizontală cu dreapta care unește ochiul observatorului cu vârful copacului; pentru determinarea înălțimii unei clădiri utilizând funcția tangentă, atunci când se cunoaște distanța de la privitor până la clădire și unghiul pe care îl formează direcția orizontală cu dreapta care unește ochiul observatorului cu partea superioară a clădirii)
- **Transpunerea** unor situații practice care necesită argumentarea demersului ales (de exemplu, măsurarea traiectoriei rectilinii a unui obiect - mingă de fotbal, proiectil, rachetă - căutând un unghi și un punct bine definit spre care se îndreaptă obiectul; determinarea distanței dintre două puncte situate într-o porțiune de teren înaccesibilă, folosind instrumente topografice specifice arhitecturii - un triunghi în care se cunosc două laturi și unghiul cuprins între ele)
- **Exprimarea** formulei ariei unui triunghi folosind relații în care intervin și elemente de trigonometrie (pentru determinarea de perimetru și arii, se poate utiliza aplicația Google Maps)

C.G.5. Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații problemă

Clasa a IX-a – 2 ore

C.S.5.1. Redactarea rezolvării unei probleme, corelând limbajul uzual cu cel al logicii matematice și al teoriei mulțimilor

- **Aplicarea** în probleme practice a proprietăților modulului unui număr real
- **Utilizarea** regulilor de negație pentru propoziții existențiale și universale în limbaj uzual
- **Utilizarea** regulilor de negație pentru disjuncție și conjuncție corelate cu complementara reuniunii și intersecției
- **Rezolvarea** de probleme cu mulțimi pornind de la situații practice (de exemplu, codificarea curselor aeriene dintr-un aeroport prin coduri numerice de trei sau patru cifre cu semnificații privind tipul zborului, destinația/punct de plecare, informații tehnice; selectarea pe anumite criterii a unor curse aeriene se modelează prin determinarea submulțimilor cu anumite proprietăți ale unei mulțimi)
- **Compararea** unor metode diferite de rezolvare a unei probleme de logică matematică

C.S.5.2. Deducerea unor proprietăți ale sirurilor folosind diferite reprezentări sau raționamente de tip inductiv

- **Determinarea** monotoniei unui sir, în particular progresie
- **Determinarea** termenului general al unei progresii aritmetice sau geometrice
- **Deducerea** proprietății unei progresii aritmetice, respectiv geometrice cu termeni pozitivi, că fiecare termen al unei astfel de progresii, începând cu cel de al doilea, este media aritmetică, respectiv geometrică a termenilor vecini lui

C.S.5.3. Reprezentarea graficului prin puncte și aproximarea acestuia printr-o curbă continuă

- **Reprezentarea** punctelor graficului unei funcții definite pe o mulțime finită
- **Reprezentarea** grafică a unei funcții, folosind puncte semnificative ale sale - intersecțiile cu axele de coordonate și alte puncte care să ajute la o bună aproximare a curbei graficului
- **Reprezentarea** prin puncte a graficelor unor funcții numerice concrete (de exemplu, funcția viteză sau funcția acceleratie)
- **Reprezentarea** graficelor unor funcții numerice folosind softul *GeoGebra*:
<https://www.GeoGebra.org/classic#graphing>

C.S.5.4. Interpretarea cu ajutorul proporționalității a condițiilor pentru ca diverse date să fie caracterizate cu ajutorul unei funcții de gradul I

- **Recunoașterea** unei situații de proporționalitate a unor mărimi care poate fi caracterizată cu ajutorul unei funcții de gradul I
- **Transpunerea** în limbaj matematic specific funcției de gradul I a unor condiții de proporționalitate
- **Interpretarea** rezultatelor obținute prin aplicarea în rezolvarea unei probleme de proporționalitate a tehniciilor specifice funcției de gradul I și formularea concluziilor

C.S.5.5. Utilizarea relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor unei ecuații de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații

- **Scrierea** relațiilor lui Viète pentru ecuații de gradul al II-lea date ($\Delta \geq 0$)
- **Utilizarea** calculului mintal pentru identificarea soluțiilor unei ecuații de gradul al II-lea (cu coeficienți numere întregi) cu ajutorul relațiilor lui Viète
- **Descompunerea** trinomului de gradul al II-lea în produs de factori de gradul I
- **Determinarea** ecuației de gradul al II-lea, când se cunosc soluțiile reale ale acesteia
- **Rezolvarea** unor sisteme de ecuații simetrice simple, cu două necunoscute, scriind ecuațiile în funcție de suma și de produsul necunoscutelor, determinând necunoscutele folosind ecuația $\alpha^2 - S\alpha + P = 0$

C.S.5.6. Interpretarea unei configurații din perspectiva pozițiilor relative ale unor drepte

- **Determinarea** punctelor de intersecție dintre o dreaptă și o parabolă, utilizând variante reprezentări grafice ale unei funcții de gradul al II-lea
- **Determinarea** condiției ca o dreaptă să fie tangentă la o parabolă care reprezintă graficul unei funcții de gradul al II-lea
- **Rezolvarea** unor sisteme de forma $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$, cu $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$ și interpretarea geometrică a soluțiilor acestor sisteme

C.S.5.7. Identificarea condițiilor necesare pentru efectuarea operațiilor cu vectori

- **Recunoașterea** perechilor de vectori pentru care extremitatea unui vector coincide cu originea celuilalt vector
- **Identificarea** unui paralelogram într-o configurație geometrică dată și stabilirea perechilor de vectori care au aceeași origine
- **Redactarea** unor demonstrații, utilizând terminologia adecvată
- **Verificarea** unor afirmații, pe cazuri particulare sau prin construirea de exemple/contraexemple

C.S.5.8. Determinarea condițiilor necesare pentru coliniaritate, concurență sau paralelism

- **Determinarea** caracteristicilor sintetice/vectoriale și a condițiilor necesare demonstrării coliniarității a trei puncte, în configurații geometrice date
- **Determinarea** caracterizărilor sintetice/vectoriale și a condițiilor necesare demonstrării paralelismului a două drepte, în configurații geometrice date
- **Utilizarea** condițiilor necesare pentru concurența unor segmente date (exprimarea în două moduri a vectorului de poziție al punctului de intersecție)

C.S.5.9. Utilizarea unor elemente de trigonometrie în rezolvarea triunghiului dreptunghic/oarecare

- **Utilizarea** metodei optime de rezolvare a triunghiului oarecare (activități pe grupe de elevi), în funcție de elementele cunoscute (identificarea apartenenței problemei la unul dintre cazurile studiate)
- **Utilizarea** strategiilor de rezolvare a problemelor de calculare a lungimii unei laturi și a măsurii unui unghi (folosirea informațiilor de pe o hartă, prin identificarea latitudinii și longitudinii unui punct, pentru a determina distanța, în linie dreaptă, dintre două puncte)
- **Determinarea** pantei (inclinare față de orizontală) unui drum, când se cunosc distanța, în plan orizontal, dintre două puncte și diferența de altitudine

C.G.6. Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii

Clasa a IX-a – 2 ore

C.S.6.1. Transpunerea unei situații cotidiene în limbaj matematic, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului

- **Utilizarea** aproximărilor prin lipsă și prin adaos pentru compararea numerelor reale în situații cotidiene

- **Rezolvarea** unor probleme cu conținut practic utilizând calculul cu numere reale.

- **Verificarea** legii terțului exclus pentru o situație care poate fi modelată printr-un enunț de tipul:

$$A, B \text{ mulțimi nevide, } A \subset B, x \in B \Rightarrow x \in A \text{ sau } x \in C_B A.$$

- **Rezolvarea** unei probleme transpușe dintr-o situație cotidiană, care poate fi modelată prin negația unei propoziții universale sau prin negația unei propoziții existențiale și interpretarea rezultatului obținut în limbaj de teoria mulțimilor

- **Modelarea** unor situații concrete utilizând limbajul matematic (*de exemplu, prelucrarea datelor numerice conținute într-un tabel, într-o diagramă sau într-un grafic pentru determinarea unor valori relevante: minim, maxim, suma, media etc.*)

C.S.6.2. Asocierea unei situații – problemă cu un model matematic de tip sir, progresie aritmetică sau geometrică

- **Identificarea** și notarea datelor cunoscute și a datelor necunoscute, în cazul problemelor care se rezolvă cu ajutorul unui model matematic de tip sir (oarecare), progresie aritmetică sau geometrică

- **Rezolvarea** unor probleme practice care conduc la șiruri (*de exemplu, interpretarea unor fenomene din cotidian descrise cu ajutorul șirurilor*)

- **Interpretarea** soluțiilor unei ecuații sau inecuații în rezolvarea unor probleme concrete cu șiruri oarecare, progresii aritmetice sau geometrice

C.S.6.3. Deducerea unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin lectură grafică

- **Deducerea** numărului de zerouri ale unei funcții, observând numărul punctelor de intersecție cu axa Ox ale reprezentării grafice a acesteia

- **Deducerea** soluțiilor unor ecuații de forma $f(x) = g(x)$, identificând coordonatele punctelor de intersecție ale graficelor funcțiilor f și g

- **Deducerea** soluțiilor unor inecuații de forma $f(x) > f(a)$, $f(x) \geq f(a)$, $f(x) < f(a)$, $f(x) \leq f(a)$, folosind reprezentarea grafică, unde a este un număr real precizat din domeniul de definiție al funcției f

- **Deducerea** cu ajutorul reprezentărilor grafice ale unor funcții a unor legături, în contexte reale, între diferite tipuri de măsurători (*de exemplu, determinarea indicelui de masă corporală, determinarea cantității de apă care se acumulează într-un vas în timp dat*)

- **Deducerea** unor proprietăți ale unor funcții numerice concrete prin lectura graficelor acestora (*de exemplu, stabilirea variației dozei optime de antibiotic care trebuie administrată unui pacient, în funcție de greutatea acestuia; determinarea pragului de profitabilitate al unei firme, ca punct de intersecție dintre dreapta veniturilor și cea a costurilor; stabilirea variației solubilității în apă a unei substanțe, în raport cu temperatura; stabilirea evoluției masei monetare a unei țări într-o perioadă de timp etc.*)

C.S.6.4. Rezolvarea cu ajutorul funcției de gradul I a unei situații-problemă și interpretarea rezultatului

- **Rezolvarea** unor probleme din viața cotidiană cu ajutorul funcției de gradul I

- **Interpretarea** unor situații din viața cotidiană descrise cu ajutorul funcției de gradul I

- **Lecturarea** și interpretarea informațiilor oferite de reprezentarea grafică asociată unei situații-problemă modelate cu ajutorul funcției de gradul I

C.S.6.5. Identificarea unor metode grafice de rezolvare a ecuațiilor sau sistemelor de ecuații

- **Determinarea** soluției/soluțiilor unei ecuații de gradul al II-lea, folosind interpretarea geometrică a graficului funcției de gradul al II-lea
- **Determinarea** soluției unui sistem format dintr-o ecuație de gradul întâi și una de gradul al II-lea sau din două ecuații de gradul al II-lea, determinând coordonatele punctelor de intersecție dintre graficele funcțiilor asociate (dacă există)
- **Rezolvarea** unor ecuații de gradul al II-lea sau a unor sisteme formate dintr-o ecuație de gradul întâi și una de gradul al II-lea sau din două ecuații de gradul al II-lea, folosind softuri matematice: GeoGebra, Wolfram, Matlab etc.

C.S.6.6. Utilizarea lecturilor grafice în vederea optimizării rezolvării unor probleme practice

- **Determinarea** ariei maxime a unui dreptunghi cu perimetrul dat, reprezentând grafic funcția de gradul al II-lea asociată ariei dreptunghiului
- **Determinarea** lungimilor laturilor unui dreptunghi cu perimetrul dat, astfel încât aria dreptunghiului să fie maximă, folosind reprezentarea grafică a funcției de gradul al II-lea asociate ariei dreptunghiului
- **Determinarea** lungimilor laturilor unui dreptunghi cu aria dată, astfel încât perimetru dreptunghiului să fie minim

C.S.6.7. Aplicarea calculului vectorial în descrierea proprietăților unor configurații geometrice date

- **Demonstrarea** coliniarității a doi vectori prin exprimarea unui vector în funcție de celălalt vector
- **Aplicarea** operațiilor cu vectori pentru a descompune un vector după doi vectori dați, necoliniari
- **Analizarea** rezolvării vectoriale a unei probleme din punct de vedere al simplității, corectitudinii și clarității
- **Formularea** unor consecințe posibile ce decurg dintr-un set de ipoteze privind configurații plane

C.S.6.8. Analizarea comparativă a rezolvărilor vectorială și sintetică ale aceleiași probleme

- **Analizarea** comparativă a metodei vectoriale și a metodei sintetice în rezolvarea unor probleme având dată configurația geometrică
- **Analizarea** comparativă a determinării vectoriale și sintetice a poziției centrului de greutate pe una dintre medianele unui triunghi: cu metoda vectorială, se impune condiția ca în triunghiul ABC - cu G punctul de intersecție a medianelor AM și BN , $M \in BC$, $N \in AC$ - vectorii \overrightarrow{AG} și \overrightarrow{BG} să fie coliniari cu \overrightarrow{AM} , respectiv \overrightarrow{BN} și se identifică coeficienții în egalitatea $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG}$ (scrisă în funcție de doi vectori necoliniari); cu metoda sintetică, se folosesc proprietățile liniei mijlocii a unui triunghi și asemănarea dintre triunghiurile ABG și MNG

C.S.6.9. Analizarea și interpretarea rezultatelor obținute prin rezolvarea unor probleme practice

- **Verificarea** validității unui rezultat obținut prin diverse metode de calcul
- **Stabilirea** altor posibile căi de rezolvare alternative, discutarea în grup a soluțiilor obținute
- **Elaborarea** (în cadrul unor grupuri de lucru) a unor scheme de recapitulare a metodelor de determinare a diferitelor elemente într-un triunghi oarecare, însotită de analizarea metodelor optime de determinare a acestora
- **Crearea** de cerințe noi, pornind de la o problemă dată

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

III.2.2. Corelare CS - EAI pentru programa școlară clasa a IX-a – 3 ore (2 ore TC + 1 oră CD)

C.G.1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite

Clasa a IX-a – 3 ore

C.S.1.1. Identificarea în limbaj cotidian sau în probleme de matematică a unor noțiuni specifice logicii matematice și teoriei mulțimilor

- **Identificarea** unor numere reale într-o varietate de scrieri, într-o diagramă, într-un grafic sau într-un tabel ce conțin date referitoare la o situație practică (de exemplu, măsurători ale dimensiunilor unor piese, unor înregistrări privind evoluția unor procese din cadrul specializării sau înregistrări ale unor date asociate unor caracteristici ale unor obiecte sau produse utilizate în domeniul de calificare)
- **Identificarea** elementelor unei mulțimi, ale unor intervale sau a rezultatelor operațiilor cu mulțimi pe baza proprietăților caracteristice (de exemplu, prin verificarea unor inegalități, a unor proprietăți de divizibilitate; stabilirea apartenenței unui obiect la o mulțime oarecare în contexte specifice specializării și domeniilor de calificare etc.)
- **Identificarea** metodelor de calcul numeric adecvate și a formulelor algebrice utile în parcurgerea unui raționament logic sau a etapelor de demonstrare a unei relații prin inducție matematică
- **Recunoașterea** unor propoziții, predicate, operații logice în situații practice referitoare la domeniul de calificare
- **Identificarea** mulțimii de adevăr pentru predicate, a unor relații logice între enunțurile specifice domeniului de calificare

C.S.1.2. Recunoașterea unor corespondențe care sunt funcții, siruri, progresii aritmetice sau geometrice

- **Recunoașterea** funcțiilor ce reprezintă un sir de numere (Orice funcție numerică reprezintă un sir?)
- **Recunoașterea** modului de definire a unui sir de numere (descriptiv, termen general sau recurență)
- **Recunoașterea** unor situații din viața reală care implică progresii aritmetice sau geometrice (costul unei curse de transport în regim de taximetrie, dobânda simplă la un depozit bancar, ritmul mediu de creștere a unor plante etc.)
- **Recunoașterea** unui număr ca valoare posibilă a unui/unor termeni ai unui sir de numere dat
- **Recunoașterea** sirurilor cu un număr finit/infințit de valori
- **Recunoașterea** unui sir de numere care formează o progresie aritmetică sau geometrică utilizând diferența sau raportul a oricărora doi termeni consecutivi nenuli

C.S.1.3. Identificarea valorilor unei funcții folosind reprezentarea grafică a acesteia

- **Identificarea** reprezentărilor grafice a unor procese sau fenomene întâlnite (de exemplu, temperatura unui pacient, cursul valutar, mișcarea corpuriilor, alungirea/comprimarea unui resort etc.) precum și a unor caracteristici (cea mai mare/mică valoare, media unui set de valori, alte valori particulare)
- **Recunoașterea** unor dependențe funcționale (inclusiv compunerii de funcții) prezentate în forme variate (tabele, grafice, formule, diagrame) în contexte specifice specializării și domeniilor de calificare
- **Identificarea** dintr-o mulțime de puncte (sau dintr-un set de valori) a punctelor (valorilor) care aparțin graficului unei funcții, în baza observațiilor și măsurătorilor realizate

C.S.1.4. Recunoașterea funcției de gradul I descrisă în moduri diferite

- **Intuirea** ideii de dependență funcțională, prin colectarea și organizarea de date în grafice, din contexte reale, observate și înregistrate
- **Identificarea** funcției de gradul I în diferite contexte practice (de exemplu, în baza unui tabel reprezentând înregistrări ale unor procese din cadrul domeniului de calificare)
- **Recunoașterea** unor exemple de dependențe funcționale din diverse domenii, inclusiv din viața cotidiană (de exemplu, dobândă bancară simplă)

- **Recunoașterea** elementelor legate de definirea unei funcții (*domeniul de definiție, codomeniul sau domeniul de valori, legea de corespondență*)
- **Recunoașterea** pe reprezentări grafice a imaginii unui element prin funcția f și a preimaginii
- **Recunoașterea** cazului a două funcții egale (*de exemplu, funcție definită pe o mulțime de cardinal redus - 4-5 elemente, descrisă în diferite forme*)

C.S.1.5. Diferențierea, prin exemple, a variației liniare de cea pătratică

- **Recunoașterea** unei funcții liniare, a unei funcții pătratice și identificarea **diferențelor** dintre acestea
- **Diferențierea** comportamentului unei variații pătratice după tipul coeficienților (*de exemplu, coeficientul dominant pozitiv/negativ, coeficienți nuli*)
- **Diferențierea** variației, reprezentate prin tabele date, dintre perimetrul unui pătrat și aria sa în funcție de latură, dintre lungimea unui cerc și aria discului, în funcție de rază, spațiul parcurs în funcție de timp în mișcarea rectilinie uniformă și mișcarea uniform accelerată
- **Diferențierea** variației liniare de cea pătratică prin lecturi grafice pentru funcții numerice de tipul $f(x) = x$ și $f(x) = x^2$ sau $f(x) = x + 1$ și $f(x) = (x + 1)^2$
- **Diferențierea** unei variații liniare de una pătratică în cazul unor dependențe funcționale în diferite contexte simple practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există) sau din realitatea încurajoatoare

C.S.1.6. Recunoașterea corespondenței dintre seturi de date și reprezentări grafice

- **Recunoașterea**, prin lectură grafică, a apartenenței unui punct la reprezentarea geometrică a graficului unei funcții (*de exemplu, dacă ordonata punctului este negativă și reprezentarea geometrică este situată deasupra axei Ox atunci acesta nu aparține graficului, dacă punctul este situat pe axa Ox și parabola nu intersectează această axă atunci nu aparține graficului etc.*)
- **Recunoașterea**, folosind software/aplicații digitale, a apartenenței unor puncte la o reprezentare grafică și validarea acestor observații prin calcul (*de exemplu, <https://www.desmos.com/calculator/zukjgk9iry>, <https://www.GeoGebra.org/classic#graphing>*)
- **Recunoașterea**, prin lectură grafică și pe bază de modele (*compararea cu reprezentări asemănătoare*), a punctului de extrem al unei funcții de gradul al II-lea, recunoașterea pe grafic a punctului de minim/maxim și a minimului/maximului funcției
- **Recunoașterea**, prin lectură grafică și pe bază de modele (*compararea cu reprezentări asemănătoare*), a punctelor de intersecție cu axele de coordonate ale graficului unei funcții de gradul al II-lea, recunoașterea rădăcinilor ecuației atașate funcției
- **Recunoașterea**, prin lectură grafică și pe bază de modele (*compararea cu reprezentări asemănătoare*), a monotoniei unei funcții de gradul al II-lea
- **Recunoașterea** axei de simetrie a parabolei prin exerciții practice (*realizarea graficului pe o foaie de hârtie și apoi îndoirea foii după axa de simetrie*)

C.S.1.7. Identificarea unor elemente de geometrie vectorială în diferite contexte

- **Identificarea** mărimilor scalare și a mărimilor vectoriale plecând de la analizarea unei situații concrete (*de exemplu, estimarea poziției unui automobil dacă se cunoaște direcția și sensul de deplasare*)
- **Identificarea** elementelor definitorii ale unui segment orientat/vector (*lungime, direcție, sens, origine, extremitate*)
- **Identificarea**, în configurații geometrice plane date, a vectorilor egali, opuși, de aceeași lungime/direcție/sens, a vectorilor coliniari
- **Descrierea** caracteristicilor segmentului orientat/vectorului: modul, direcție, sens, respectiv origine și extremitate în context interdisciplinar (*de exemplu, forță, viteza, accelerația, cuplul de forțe, impulsul corpului, intensitatea câmpurilor electrice, forța electromagnetică etc.*)
- **Identificarea** coordonatelor unui punct, ale unui vector într-un reper cartezian
- **Identificarea** vectorilor coliniari în diferite configurații geometrice/situații practice
- **Reprezentarea** prin desen a unor segmente orientate, vectori opuși, vectori de aceeași direcție, de același sens sau de aceeași lungime

C.S.1.8. Descrierea sintetică sau vectorială a proprietăților unor configurații geometrice în plan

- **Descrierea** vectorială sau sintetică a proprietăților geometrice ale unor configurații geometrice în plan utilizând softuri matematice (*de exemplu, GeoGebra*) și analizând diferite exemple practice
- **Descrierea** paralelismul dintre două drepte AB și CD , folosind metoda vectorială sau folosind elemente de geometrie plană
- **Recunoașterea** unor proprietăți ale triunghiului/paralelogramului/trapezului în vederea rezolvării vectoriale a unor probleme

C.S.1.9. Identificarea elementelor necesare pentru calcularea unor lungimi de segmente și a unor măsuri de unghiuri

- **Identificarea**, prin măsurători, a lungimilor unor segmente, a măsurilor de unghiuri, ca elemente ale suprafețelor plane ale unor obiecte din mediul înconjurător și aprecierea acurateței măsurătorilor făcute în raport cu adevăruri matematice (*Prin sumarea măsurilor unghiurilor unui triunghi se obține o măsură de 180° ? Suma lungimilor a oricărora două laturi ale unui triunghi este mai mare decât lungimea celei de-a treia laturi?*)

- **Identificarea** elementelor cunoscute din configurații geometrice simple, pentru a determina natura unor triunghiuri (ascuțitunghice, obtuzunghice, dreptunghice, isoscele, dreptunghice și isoscele, echilaterale, dreptunghice cu un unghi de 30°), folosind relații de bază între unghiuri și/sau laturi (*de exemplu, suma măsurilor unghiurilor triunghiului este egală cu 180° , la unghiuri congruente corespund laturi congruente, proprietăți ale bisectoarei, medianei, înălțimii, medianoarei, liniei mijlocii*)

- **Identificarea** elementelor necesare pentru calcularea/estimarea unor lungimi de segmente și a unor măsuri de unghiuri în situații reale, dar nu toate elementele permit măsurarea directă (*de exemplu, estimarea înălțimii unui bloc de locuințe prin măsurarea înălțimii unui etaj, estimarea măsurii unui unghi determinat de doi pereți care nu ajung să aibă o muchie comună*) sau corespunzătoare unor suprafețe non-standard ale unor produse din domeniul de calificare

- **Identificarea** perechilor de laturi/segmente, corespunzătoare unui triunghi dreptunghic, care intervin în determinarea lungimilor altor laturi/segmente sau a elementelor de trigonometrie ca rezultat al aplicării mediei geometrice sau ca raport de lungimi

- **Identificarea** de unghiuri congruente aparținând unor triunghiuri dreptunghice pentru a evidenția proporționalitatea unor seturi de segmente

- **Identificarea**, în situații particulare, a coordonatelor asociate unor puncte situate pe cercul trigonometric, prin măsurători și/sau prin calcul, a măsurii în radiani asociată respectivelor puncte precum și corespondența cu măsuri exprimate în grade, folosind punctele de intersecție ale cercului trigonometric cu axe de coordonate și punctele de pe cerc ce determină jumătăți sau treimi ale sferturilor de cerc corespunzătoare celor patru cadrane

C.G.2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunțuri matematice

Clasa a IX-a – 3 ore

C.S.2.1. Reprezentarea adecvată a mulțimilor și a operațiilor logice în scopul identificării unor proprietăți ale acestora

- **Reprezentarea** numerelor reale ce aparțin unei mulțimi/unui interval/ca rezultat al unor operații cu mulțimi/intervale definite prin proprietăți ce implică egalități/inegalități (*de exemplu, reprezentări cu diagrame pentru mulțimi finite, reprezentări pe axa numerelor pentru intervale și operații cu intervale, reprezentarea prin puncte în plan pentru produsul cartezian*)

- **Reprezentarea** prin desene, prin modele (*diagrame Venn Euler*), în reper cartezian a unor operații cu mulțimi, intervale și operații logice, în vederea identificării conexiunilor existente între unele noțiuni deja cunoscute cu noțiuni legate de operații cu mulțimi, operații logice (*de exemplu, negația unei propoziții și complementara unei mulțimi; conjuncția a două propoziții și intersecția a două mulțimi; disjuncția a două propoziții și reuniunea a două mulțimi; implicația a două propoziții și incluziunea a două mulțimi; echivalența a două propoziții și egalitatea a două mulțimi*)

- **Reprezentarea** unor mulțimi finite (*diagrame, tabele cu date etc.*) sau infinite (*pe axă, în plan*) de numere reale ce conțin date referitoare la situații specifice specializării sau domeniului de calificare
- **Reprezentarea** adekvată a unei mulțimi, în funcție de cerințele problemei, în vederea verificării apartenenței unui element la mulțime prin calcul direct, aproximări, măsurări, estimări, a încadrării unui număr real între două numere întregi consecutive (*de exemplu, la modul sintetic de definire a unei mulțimi, se va ține cont de proprietatea/condiția menționată, de cerințele din enunțul problemei*)
- **Scrierea** unui enunț referitor la rezultatul unui calcul cu numere reale sau la descrierea unui obiect, proces specific calificării, utilizând limbajul teoriei mulțimilor și/sau cuantificatorii logici

C.S.2.2. Calcularea valorilor unor șiruri care modeleză situații practice în scopul caracterizării acestora

- **Calcularea** numărului de termeni ai unui șir de numere cu valorile mai mici sau mai mari față de un număr dat sau care aparțin unui interval (*de exemplu: Prețul plătit pentru o cursă pe distanță de x km cu un taxi, știind că plecarea are un tarif de 4 lei, apoi tariful este de 3 lei/km. Care este distanța maximă pe care o putem parcurge cu taxiul pentru care costul cursei să se încadreze în y lei? Ce sumă este necesară pentru a parcurge z km?*)

- **Calcularea** sumelor primilor n termeni ai unor progresii aritmetice cu rație diferită, în context practic-aplicativ (*de exemplu: La angajare se propun un salar de 3000 lei pe lună și două variante de creștere a salariului: a) După fiecare 6 luni, salariul se mărește cu 5% sau b) După fiecare an, salariul se mărește cu 10%. Comparați evoluția salariului în cele 2 cazuri, pe o perioadă de 5, 10 și 15 ani.*)

- **Calcularea** valorilor unui șir de numere utilizând suma primilor n termeni ai șirului (*de exemplu: Determinați numărul pieselor produse în ziua k a unei luni, știind că numărul total al pieselor produse într-o firmă de la începutul lunii în ziua n este dat de a_n .*)

C.S.2.3. Determinarea soluțiilor unor ecuații, inecuații utilizând reprezentările grafice

- **Citirea/estimarea** valorilor absciselor punctelor de intersecție a reprezentării geometrice a graficului funcției f cu axa Ox , în relație cu ecuația $f(x) = 0$, a valorilor absciselor punctelor de intersecție a reprezentării geometrice a graficului funcției f cu dreapta $y = m$ (m număr real) în cazul ecuațiilor $f(x) = m$, respectiv citirea/estimarea valorilor absciselor punctelor de intersecție a reprezentărilor geometrice a graficelor funcțiilor f și g , în cazul rezolvării ecuațiilor de tipul $f(x) = g(x)$

- **Stabilirea** intervalului corespunzător soluțiilor unor inecuații, utilizând poziția reprezentării geometrice a graficului funcției f față de axa Ox , ca aplicație la inecuațiile de tipul $f(x) > 0$ ($f(x) \geq 0$, $f(x) < 0$, $f(x) \leq 0$)

- **Stabilirea** intervalului în care valorile funcției f sunt mai mari (mai mari au egale, mai mici, mai mici sau egale) față de valorile funcției g în cazul inecuațiilor de tipul $f(x) > g(x)$, $f(x) \geq g(x)$, $f(x) < g(x)$, $f(x) \leq g(x)$, utilizând reprezentările geometrice ale graficelor funcțiilor f și g

- **Verificarea și stabilirea**, prin calcul, a punctelor care reprezintă soluția/soluțiile diferitelor ecuații și inecuații, folosind reprezentări grafice

C.S.2.4. Utilizarea unor metode algebrice sau grafice pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor de ecuații

- **Transpunerea** unor situații-problemă din viața cotidiană în limbajul ecuațiilor, inecuațiilor și/sau sistemelor de ecuații (*de exemplu, determinarea unor mărimi fizice sau electrice*)

- **Utilizarea** reprezentărilor grafice pentru a determina/estima soluția unei ecuații de gradul I (*de exemplu, reprezentarea geometrică a graficului funcției de gradul I și determinarea intersecției acesteia cu axa Ox sau cu drepte paralele cu axa Ox*)

- **Utilizarea** intersecției graficelor/a reprezentărilor geometrice a graficelor a două drepte, pentru a determina soluția unui sistem compus din două ecuații de gradul I

- **Utilizarea** de software/aplicații digitale pentru a determina imaginea unei funcții de gradul I pentru anumite valori ale argumentului

C.S.2.5. Completarea unor tabele de valori necesare pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea

- **Completarea** unor tabele de valori care să exprime dependențe funcționale (*de exemplu, pentru funcții de tipul $f(x) = x^2$ sau $f(x) = (x+1)^2$, în baza unor modele date*)
- **Determinarea** soluțiilor unei ecuații de forma $ax^2 + bx + c = 0$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, prin aplicarea formulelor de calcul prescurtat (*formula pătratului sumei sau diferenței și formula diferenței de pătrate*) sau prin formulele de calcul
- **Determinarea** intersecțiilor reprezentării geometrice a graficului unei funcții numerice de forma $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, cu axele de coordonate
- **Verificarea** apartenenței unui punct la reprezentarea geometrică a graficului unei funcții numerice de forma $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$
- **Determinarea** maximului/minimului funcției de gradul al II-lea
- **Completarea** tabelului de valori pentru funcții numerice de forma $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, în vederea trasării graficului (de exemplu, <https://www.desmos.com/>)

C.S.2.6. Reprezentarea grafică a unor date diverse în vederea comparării variației lor

- **Reprezentarea** grafică a dependenței ariei unui pătrat în funcție de latura sa și compararea cu reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ sau a ariei unui cerc în funcție de raza sa și compararea cu reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \pi x^2$
- **Utilizarea reprezentării** grafice a funcției de gradul al II-lea pentru determinarea semnului funcției (*de exemplu, completarea tabelului de semn pornind de la lectura grafică, colorarea părții din reprezentarea geometrică a graficului funcției pentru care funcția este pozitivă, identificarea valorilor pozitive ale variabilei pentru care funcția este negativă*)
- **Utilizarea reprezentării** grafice a funcției de gradul al II-lea pentru determinarea monotoniei funcției (*de exemplu, pornind de la lectura grafică, determinarea valorilor variabilei pentru care funcția este crescătoare/descrescătoare, completarea tabelului de variație a funcției*)
- **Utilizarea reprezentării** grafice a funcției de gradul al II-lea pentru determinarea valorilor variabilei pentru care $f(x) \leq m$, $f(x) \geq m$, unde $m \in \mathbb{R}$
- **Utilizarea reprezentării** grafice a funcției de gradul al II-lea pentru determinarea coordonatelor vârfului parabolei și a unor puncte de pe parabolă
- **Reprezentarea** grafică a funcției de gradul al II-lea și a punctelor $A(a, f(a)), B(b, f(b))$, compararea cu 0 a diferenței $f(a) - f(b)$ în cazurile $a < b < x_v$, $x_v < a < b$ și $a < x_v < b$

C.S.2.7. Aplicarea regulilor de calcul pentru determinarea caracteristicilor unor segmente orientate pe configurații date

- **Aplicarea** proprietăților înmulțirii cu scalar pentru determinarea segmentelor orientate cu același modul, cu același sens sau de sensuri opuse
- **Determinarea**, folosind reprezentarea segmentelor orientate/a vectorilor în reperul cartezian, a sumei sau diferenței a 2 vectori și, reciproc, descompunerea segmentelor orientate/a vectorilor după direcții date (*de exemplu, în mecanică, punerea în evidență a eforturilor/tensiunilor care apar în secțiunea unei piese solicitată din exterior și descompunerea rezultantei după direcții date*)
- **Exprimarea** unui vector ca rezultat al unor operații cu vectori într-o configurație geometrică dată: triunghi, paralelogram, dreptunghi, pătrat, romb
- **Aplicarea** regulilor de calcul la compunerea/descompunerea de vectori în context interdisciplinar (*de exemplu, în fizică: mecanică, electricitate*)

C.S.2.8. Reprezentarea prin intermediul vectorilor a unei configurații geometrice plane date

- **Construirea** unei figuri geometrice potrivite cu enunțul problemei
- **Reprezentarea** unei configurații geometrice plane date prin intermediul vectorilor de poziție
- **Reprezentarea**, într-un reper cartezian, a unor configurații geometrice plane prin intermediul vectorilor
- **Reprezentarea** vectorului de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, prin intermediul vectorilor de poziție ai capetelor segmentului
- **Reprezentarea** vectorului de poziție al centrului de greutate al unui triunghi

C.S.2.9. Utilizarea unor tabele și formule pentru calcule în trigonometrie și în geometrie

- **Utilizarea** formulelor de exprimare ca rapoarte de lungimi de segmente a elementelor de trigonometrie sin, cos, tg și ctg asociate unghiurilor/măsurilor de 30° , 45° și 60° prin utilizarea de triunghiuri dreptunghice particulare și utilizarea tabelului de valori, astfel obținut, pentru a extinde studiul la măsuri exprimate în radiani și/sau în grade, folosind și proprietăți de simetrie față de axele de coordonate și față de centrul cercului trigonometric, pentru reducerea la primul cadran
- **Utilizarea** cercului trigonometric pentru definirea funcțiilor trigonometrice și pentru justificarea, prin lectură grafică, implicând utilizarea de softuri educaționale (*GeoGebra*) a proprietăților fundamentale ale funcțiilor trigonometrice (*imaginarea funcțiilor sin, cos, tg și ctg, relația $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, pentru orice număr real x , paritatea și imparitatea, respectiv periodicitatea acestor funcții*)
- **Utilizarea** proprietăților fundamentale ale funcțiilor trigonometrice și a tabelelor de valori ale funcțiilor trigonometrice pentru cadranul I, implicând calcule în trigonometrie și geometrie (*de exemplu, determinarea valorii pentru $\cos x$ când se cunoaște valoarea pentru $\sin x$ și apartenența lui x la un cadran, reunirea de cadrane, stabilirea naturii unui unghi – ascuțit, drept, obtuz – funcție de semnul valorii lui $\cos x$, pentru $x \in (0, \pi)$*)
- **Utilizarea** de software/ aplicații digitale pentru a calcula valoarea unei funcții trigonometrice pentru anumite valori ale argumentului funcției, exprimate în grade/radiani sau a valorii/valorilor din domeniul de definiție al funcțiilor trigonometrice, cunoscând imaginea funcției, precum și pentru a observa, pe valori particulare, formulele pentru $\cos(a-b), \cos(a+b), \sin(a-b)$ și $\sin(a+b)$ (*de exemplu, <https://www.omnicalculator.com/math/trigonometry>*)
- **Utilizarea** formulelor $\cos(a-b)$, $\cos(a+b)$, $\sin(a-b)$, $\sin(a+b)$, $\cos 2a$, $\sin 2a$, pe cazuri particulare (de exemplu, identificarea legăturilor de tipul $75^\circ = 30^\circ + 45^\circ$, $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{6} = 2 \cdot \frac{\pi}{12}$, $\frac{2\pi}{3} = 2 \cdot \frac{\pi}{3}$)
- **Utilizarea** tabelelor de valori și a aplicațiilor digitale, ce permit obținerea de imagini ale funcțiilor trigonometrice prin introducerea de valori ale argumentului, pentru verificarea teoremei sinusurilor și a teoremei cosinusului, precum și pentru a verifica anumite legi sau principii în context interdisciplinar (*de exemplu, în fizică – aplicații la planul înclinat, pendul, mișcare circulară, optică – reflexie, refracție*)
- **Utilizarea** mediei geometrice și a elementelor de trigonometrie în raport cu triunghiul dreptunghic pentru rezolvarea triunghiului

C.G.3. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete

Clasa a IX-a – 3 ore

C.S.3.1. Alegerea și utilizarea de algoritmi pentru efectuarea unor operații cu numere reale, cu mulțimi, cu propoziții/predicate

- **Utilizarea** unor algoritmi de calcul cu numere reale (*cu fracții, puteri, radicali*) și de obținere a unor expresii echivalente pentru verificarea unor relații (*de apartenență, de divizibilitate, de ordine*)

- **Utilizarea** unor aproximări convenabile pentru a facilita efectuarea unor calcule cu numere reale caracteristice specializării și/sau domeniului de calificare (*de exemplu, pentru calcularea calorilor într-un meniu/ rețetă; calcule economice elementare pentru buget; calcularea unei oferte de preț pentru un serviciu etc.*)
- **Alegerea** operațiilor adecvate cu mulțimi, cu propoziții logice și cu predicate, pentru rezolvarea unor probleme matematice sau a unor situații practice
- **Transformarea** unor inegalități prin echivalență, folosind proprietăți ale relației de ordine, ale modulului unui număr real, ale părții întregi
- **Utilizarea** tabelelor de adevar pentru efectuarea operațiilor logice elementare și determinarea elementelor unei mulțimi prin asocierea operațiilor cu mulțimi cu operații logice și invers (*intersecția mulțimilor și conjuncția propozițiilor, reuniunea mulțimilor și disjuncția propozițiilor, complementara unei mulțimi și negația propozițiilor, incluziunea mulțimilor și implicația, egalitatea mulțimilor și echivalența propozițiilor*)
- **Utilizarea** unor diagrame, tabele, scheme grafice pentru ilustrarea unor situații cotidiene sau profesionale și rezolvarea problemelor practice folosind interpretările acestora
- **Utilizarea** metodei inducției matematice pentru descoperirea sau demonstrarea unor relații/propoziții matematice (de exemplu, demonstrarea unor relații de divizibilitate, inegalități sau a unor relații de calcul pentru sume de numere reale)

C.S.3.2. Alegerea și utilizarea unor modalități adecvate de calculare a elementelor unui șir

- **Alegerea** elementelor necesare pentru determinarea termenului general al unui șir de numere/a unor termeni particulari
- **Utilizarea** caracteristicilor șirurilor particulare de numere de tip progresie aritmetică sau progresie geometrică pentru calcularea termenilor unui șir (*Orice termen al unei progresii aritmetice/geometrice, începând cu al doilea, este egal cu media aritmetică/proportională (geometrică, în cazul șirului de termeni pozitivi) a doi termeni egal depărtați termenului. Suma termenilor egal depărtați de un termen este aceeași. Produsul termenilor egal depărtați de un termen ai unei progresii geometrice este același.*)
- **Utilizarea** diferenței sumelor primilor $n+1$, respectiv primilor n termeni ai unei progresii pentru calcularea termenilor particulari ai unui șir de numere

C.S.3.3. Alegerea și utilizarea unei modalități adecvate de reprezentare grafică în vederea evidențierii unor proprietăți ale funcțiilor

- **Reprezentarea** geometrică a graficului unor funcții numerice, folosind metode diferite de reprezentare (*prin valori arbitrară, intersecția cu axele*), în scopul caracterizării acestora
- **Analiza comparată** a metodelor de reprezentare geometrică a graficelor de funcții, folosind diferite softuri și aplicații care permit trasarea graficelor funcțiilor
- **Stabilirea** proprietăților funcțiilor prin verificarea comparată a condițiilor algebrice/în baza lecturii grafice (*de exemplu, paritate/imparitate, mărginire, periodicitate*)

C.S.3.4. Descrierea unor proprietăți desprinse din reprezentarea grafică a funcției de gradul I sau din rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor, sistemelor de ecuații

- **Deducerea** proprietăților funcției de gradul I (*zero, semn, monotonie*) prin lectură grafică și/sau prin metode algebrice
- **Interpretarea** proprietăților funcției de gradul I, prin lectură grafică sau prin metode algebrice
- **Descrierea** unor caracteristici particulare, având la bază utilizarea unor proprietăți ale funcției de gradul I, ca modelare a unor contexte reale (*de exemplu, determinarea valorii maxime a unei mărimi pe un anumit interval*)
- **Descrierea**, prin lectură grafică, a proprietăților funcției de gradul I
- **Descrierea** unor proprietăți care sunt consecință a restricțiilor domeniului unor funcții de gradul I (*de exemplu, mărginire*)

C.S.3.5. Aplicarea unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea (prin puncte semnificative)

- **Aplicarea** unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea, pornind de la lecturi grafice (*compararea cu reprezentări grafice explicite*), eventual pentru funcții de gradul al II-lea de tipul: $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2$, $f(x) = ax^2 + c$, $f(x) = ax^2 + bx$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, nenule
- **Aplicarea** unor algoritmi pentru trasarea graficului unor funcții de forma $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 \pm 4$ sau $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x \pm 2)^2$, pornind de la reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$
- Utilizarea de software/aplicații digitale pentru trasarea graficului unei funcții (*de exemplu <https://www.GeoGebra.org/graphing>, sau <https://www.omnicalculator.com/math/polynomial-graphing>*)
- **Aplicarea** unor algoritmi pentru trasarea graficului unor funcții numerice de forma $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, pentru $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, folosind tabelul de valori
- **Identificarea în situații concrete** (*spațiul parcurs în funcție de timp în mișcare uniformă/accelerată, aria unui pătrat în funcție de latura sa*) a punctelor semnificative ale reprezentării geometrice a graficului unei funcții și **aplicarea unor strategii** de reprezentare geometrică a funcției de gradul al II-lea care modelează fenomenul
- **Reprezentarea** grafică a funcției de gradul al II-lea, utilizând software/aplicații digitale (*de exemplu <https://teacher.desmos.com/collection/5f05de47be286245c2bb18a6>*) pentru determinarea caracteristicilor unei funcții în relație cu diverse forme de reprezentare a legii de corespondență (*în formă generală, formă canonică sau formă descompusă ca produs de 2 factori ireductibili*), folosirea aplicației electronice pentru a modela traекторia unei mingi (*de exemplu, într-un joc de baschet*)

C.S.3.6. Aplicarea formulelor de calcul și a lecturii grafice pentru rezolvarea de ecuații, inecuații și sisteme de ecuații

- **Rezolvarea** unor inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($\geq, <, >$), $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$
- **Aplicarea** formulelor de calcul prescurtat și obținerea unor ecuații/inecuății echivalente cu formă generală a ecuației/inecuăției de gradul al II-lea
- **Utilizarea** semnului funcției de gradul al II-lea pentru rezolvarea de inecuații cu fracții algebrice folosind tabele de semn
- **Aplicarea** formulelor de calcul prescurtat pentru obținerea unor sisteme de ecuații echivalente cu $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$, cu $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$ și rezolvarea acestora
- **Aplicarea** formulelor de calcul și a lecturii grafice pentru rezolvarea unor ecuații/ inecuații de tipul $f(x) = g(x)$ sau $f(x) \geq g(x)$, unde ambele funcții sunt de gradul al II-lea sau una este de gradul al II-lea și cealaltă de gradul I sau una este de gradul al II-lea și cealaltă o constantă (*prin determinarea punctelor de intersecție, apoi lectură grafică și demonstrarea unicității rădăcinilor, utilizând monotonia*)
- **Aplicarea** lecturii grafice pentru rezolvarea de ecuații, inecuații și sisteme de ecuații, folosind reprezentarea grafică sau software/aplicații digitale (*de exemplu, <https://www.desmos.com/calculator/zukjgk9iry>, <https://www.GeoGebra.org/classic#graphing>*)

C.S.3.7. Utilizarea operațiilor cu vectori pentru a descrie configurații geometrice date

- **Utilizarea** operațiilor cu vectori pentru a descrie paralelismul a două drepte, coliniaritatea a doi sau mai mulți vectori, coliniaritatea a trei puncte, concurența a două drepte
- **Utilizarea** operațiilor cu vectori pentru a descrie un triunghi, un paralelogram, un trapez etc.
- **Utilizarea** de softuri matematice (*de exemplu, GeoGebra*) pentru a ilustra operațiile cu vectori și proprietățile acestora
- **Utilizarea** operațiilor cu vectori pentru a descompune un vector după două direcții date/într-un reper cartezian și pentru a descrie configurații geometrice date într-un reper cartezian

C.S.3.8. Utilizarea calculului vectorial sau a metodelor sintetice în rezolvarea unor probleme de geometrie metrică

- **Utilizarea** calculului vectorial și a condiției de coliniaritate pentru deducerea expresiei analitice a vectorului de poziție al unui punct în reperul cartezian xOy , exprimarea vectorului de poziție cu ajutorul coordonatelor
- **Utilizarea** operațiilor cu vectori pentru determinarea relației dintre un vector și vectorii de poziție ai originii și extremității vectorului respectiv
- **Utilizarea** (în aplicații imediate) unor diverse caracterizări ale paralelismului
- **Utilizarea** (în aplicații imediate) teoremelor de calcul pentru diferite măsuri (Teorema Thales)

C.S.3.9. Determinarea măsurii unor unghiuri și a lungimii unor segmente utilizând relații metrice

- **Determinarea** măsurii unui unghi ascuțit al unui triunghi dreptunghic folosind, după caz, tabele de valori pentru aproximare, când se cunosc lungimile a două laturi ale triunghiului, înălțimea și lungimea unei catete, lungimile proiecțiilor catetelor pe ipotenuză în contexte interdisciplinare sau proprii unor situații-problemă reale
- **Determinarea** triunghiului, folosind eventual aproximări și softuri (de exemplu, <https://www.omnicalculator.com/math/trigonometry>) pentru a investiga situații-problemă predefinite (de exemplu, rezolvarea triunghiului dreptunghic când se cunosc două elemente ale sale, a măsurii unghiurilor ascuțite ale unui triunghi dreptunghic când se cunosc lungimile a două laturi ale triunghiului)
- **Determinarea**, folosind eventual aproximări, a unor măsuri de unghiuri și lungimi de laturi ale unei figuri geometrice ce se poate compune sau descompune în triunghiuri dreptunghice cu elemente cunoscute (de exemplu un trapez dreptunghic, trapez isoscel, un patrulater convex cu diagonalele perpendiculare)
- **Determinarea**, folosind eventual aproximări, a măsurilor unor unghiuri și a lungimilor unor segmente în configurații în care avem un poligon înscris într-un cerc

C.G.4. Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora

Clasa a IX-a – 3 ore

C.S.4.1. Deducerea unor rezultate și verificarea acestora utilizând inducția matematică sau alte raționamente logice

- **Deducerea** unui rezultat pornind de la exemple simple sau în urma realizării unor verificări prin calcule directe, generalizarea acestuia și demonstrarea prin inducție (de exemplu: verificarea unor inegalități folosind inegalitatea mediilor a două numere sau inegalități cu două module sau doi radicali și extinderea acestora pentru n numere; observarea numărului obiectelor realizate într-un interval fixat de timp în condițiile creșterii/scăderii producției și intuirea numărului de obiecte realizat într-un interval mare de timp, a materialelor utilizate pentru realizarea unui număr mic de piese, într-o zi/săptămână și estimarea necesarului pentru o lună/un an)
- **Folosirea** particularizării, a generalizării, a inducției sau analogiei pentru alcătuirea sau rezolvarea de probleme noi, pornind de la o proprietate sau problemă dată (se vor utiliza exemple din viața cotidiană în care din contexte generale se formulează contexte particulare – raționament deductiv, sau invers, de la particular se trece la general – raționament inductiv)
- **Deducerea** unor rezultate și verificarea acestora prin raționamente logice, având la bază utilizarea unor exemple/contraexemple specifice specializării/domeniului de calificare
- **Deducerea** unor identități algebrice cu ajutorul formulelor de calcul prescurtat pentru cazuri particulare și verificare generalizării acestuia prin inducție matematică

C.S.4.2. Interpretarea grafică a unor relații provenite din probleme practice

- **Interpretarea grafică în cazul reprezentării geometrice** a termenilor unui șir de numere (*cu observarea caracteristicilor de distribuție a punctelor*)
- **Interpretarea grafică** în cazul reprezentării geometrice a termenilor unei progresii aritmetice (*de exemplu evidențierea coliniarității și a egalității de segmente determinate de puncte consecutive*)
- **Interpretarea** grafică a reprezentării în reperul cartezian a punctelor asociate termenilor unui șir de numere determinat în urma unei situații problemă (*de exemplu: Punctele se găsesc pe o dreaptă? Se poate aproxima configurația punctelor printr-o dreaptă? Cum este dreapta în raport cu axa Ox? Care sunt distanțele între punctele reprezentate? Este șirul o progresie aritmetică?*)
- **Interpretarea** grafică a **reprezentării geometrice ce modelează** relații între mărimi, în situații reale (*de exemplu: Productivitatea unui robot se dublează în fiecare zi datorită optimizării programului. Știind că robotul realizează o comandă în 10 zile, estimați în câte zile asigură 50% din comandă. Câți roboți sunt necesari pentru a finaliza comanda în 8 zile? În câte zile finalizează comanda doi roboți? Estimarea termenilor mai mari sau mai mici față de un număr. Șirul este monoton?*)

C.S.4.3. Exprimarea monotoniei unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice

- **Analizarea** evoluției ascendentă sau descendente a unui proces sau fenomen ce poate fi descris printr-o dependență funcțională sau printr-o compunere de funcții în contexte specifice specializării și domeniilor de calificare
- **Exprimarea adevărată** a condițiilor algebrice de monotonie în urma corelării informațiilor obținute din lectura grafică (*de exemplu, prin punere în corespondență*)
- **Stabilirea** intervalor de monotonie, a punctelor și a valorilor de extrem dintr-o reprezentare grafică și/sau în baza condițiilor algebrice

C.S.4.4. Exprimarea legăturii între funcția de gradul I și reprezentarea ei geometrică

- **Formularea** unui rezultat matematic, obținut sau indicat într-o exprimare analitică, în corelație cu lectura grafică a funcțiilor și reciproc
- **Exprimarea** ca mulțime de puncte geometrice a mulțimii soluțiilor unor ecuații, inecuații și sisteme de ecuații
- **Exprimarea** în formă algebrică a unei funcții de gradul I, prin identificarea unor caracteristici ale reprezentării geometrice a graficului funcției
- **Exprimarea** mulțimii soluțiilor ecuației $f(x) = m$, unde $m \in \mathbb{R}$, în cazul unor funcții de gradul I, care descriu procese definite pe submulțimi ale mulțimii numerelor reale
- **Formularea** unor consecințe posibile în studiul proceselor economice, sociale (*de exemplu, reducerea populației pe un anumit areal*)

C.S.4.5. Exprimarea proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice

- **Exprimarea** prin lecturi grafice și pe bază de modele (*compararea cu reprezentări grafice explicite*) a unor proprietăți ale funcției de forma $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, pentru $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$
- **Determinarea** axei de simetrie a reprezentării grafice a funcției de gradul al II-lea prin calcul, prin lecturi grafice sau prin plierea unui grafic desenat pe coala de hârtie
- **Determinarea** imaginii funcției de gradul al II-lea prin calcul sau prin lecturi grafice
- **Determinarea** funcției de gradul al II-lea când se cunosc coordonatele unor puncte care aparțin graficului
- **Determinarea** monotoniei funcției de gradul al II-lea prin lecturi grafice
- **Determinarea** punctului de extrem al funcției de gradul al II-lea prin lecturi grafice
- **Determinarea** semnului funcției (*de exemplu din lectura grafică determinarea tabelului de semn, colorarea părții din reprezentarea grafică care este pozitivă, găsirea valorilor pozitive ale variabilei pentru care funcția este negativă*)
- **Exprimarea** unor proprietăți pentru funcția de gradul al II-lea în cazurile în care ecuația atașată are două rădăcini/o rădăcină/nicio rădăcină

C.S.4.6. Exprimarea prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice; exprimarea prin condiții algebrice a unor reprezentări grafice

- Utilizarea de software/aplicații digitale pentru reprezentarea grafică și rezolvarea unor sisteme de forma $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$, cu $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$ (de exemplu, <https://www.GeoGebra.org/classic#graphing>.)
- **Determinarea** prin calcul a coordonatelor punctului/punctelor de intersecție a graficelor a două funcții și interpretarea acestor coordonate ca soluție/a/soluții ale unui sistem de două ecuații, una de gradul I și cealaltă de gradul al II-lea
- **Exprimarea** dirijată prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice care implică contexte simple, practic-aplicative, din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare legate de funcția de gradul al II-lea
- **Explicitarea**, sub îndrumare, a funcțiilor $\min(f(x); g(x))$, $\max(f(x); g(x))$, unde cele două funcții sunt de gradul întâi sau al doilea, pornind de la lecturile grafice ale funcțiilor f și g
- **Exprimarea** prin reprezentări grafice ale unor seturi de condiții algebrice de tipul $f(x) \geq m$ ($\leq, >, <$), $x \in \mathbb{R}$ sau $f(x) \geq m$ ($\leq, >, <$), $x \in (\alpha, \beta)$, $\Delta < 0, a > 0 (<)$ (în fiecare situație pot fi formulate cerințe suplimentare precum determinarea intervalelor de monotonie, a punctelor de extrem, a semnului funcției)
- **Exprimarea** prin condiții algebrice a unor situații de tipul: a) parabola este situată în întregime deasupra/sub axa Ox ; b) parabola este situată în întregime deasupra/sub dreapta $y = m$, $m \in \mathbb{R}$; c) parabola este tangentă axei Ox (în fiecare situație pot fi formulate cerințe suplimentare precum determinarea intervalelor de monotonie, a punctelor de extrem, a semnului funcției)

C.S.4.7. Utilizarea limbajului calculului vectorial pentru a descrie configurații geometrice

- **Exprimarea** în limbaj specific a regulilor de calcul pentru determinarea caracteristicilor unor segmente orientate pe configurații date
- **Utilizarea** limbajului calculului vectorial pentru a descrie coliniaritatea a trei puncte, mijlocul unui segment, coliniaritatea a doi sau mai mulți vectori, paralelismul a două drepte
- **Utilizarea** limbajului calculului vectorial pentru a descrie condiții ca un set de puncte să reprezinte vârfurile unui triunghi, ale unui paralelogram/pătrat/romb/trapez
- **Recunoașterea** unor relații vectoriale într-o configurație geometrică dată

C.S.4.8. Trecerea de la caracterizarea sintetică la cea vectorială (și invers) într-o configurație geometrică dată

- **Determinarea** coordonatelor vectorului de poziție corespunzător mijlocului unui segment, folosind definiția sintetică a mijlocului unui segment
- **Exemplificarea** echivalenței dintre caracterizarea vectorială și cea sintetică a centrului de greutate
- **Rezolvarea** sintetică și vectorială a aceleiași probleme de geometrie
- **Verificarea**, în context practic-aplicativ, a coliniarității unor puncte prin utilizarea rezolvărilor vectorială și sintetică ale aceleiași probleme

C.S.4.9. Transpunerea într-un limbaj specific trigonometriei și geometriei a unor probleme practice

- **Utilizarea, în context practic-aplicativ**, a strategiilor de rezolvare de probleme de calcul al lungimii unei laturi a unui triunghi dreptunghic când se cunosc lungimea altrei laturi și măsura unui unghi (de exemplu determinarea cu aproximare a înălțimii unui copac, folosind unghiul de elevație ca unghi măsurat între orizontală locului și dreapta determinată de la un punct de observație la extremitatea de sus a copacului, sau determinarea cu aproximare a distanței de la un observator aflat la o anumită înălțime la un obiect situat pe orizontală locului, știind valoarea unghiului de depresie – adică al unghiului format de paralela prin poziția la care se află observatorul la orizontală locului cu direcția determinată de poziția observatorului și poziția obiectului)

- **Verificarea, în context practic-aplicativ**, a coliniarității unor puncte prin utilizarea elementelor de trigonometrie exprimate ca rapoarte egale de lungimi (*inclusiv prin decuparea unui dreptunghi într-un triunghi și un trapez și regruparea părților*)
- **Utilizarea, în context practic-aplicativ**, a exprimării ariei unui triunghi sau prin formule ce implică diferite elemente ale acestuia, implicând și elemente de trigonometrie, pentru a evalua lungimi de segmente și măsuri de unghiuri (*de exemplu, prin reducerea la scară a unei suprafețe din situații reale prin fotografiere cu o dronă sau utilizarea unei aplicații de localizare precum Google Earth*)

C.G.5. Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații problemă

Clasa a IX-a – 3 ore

C.S.5.1. Redactarea rezolvării unei probleme, corelând limbajul uzual cu cel al logicii matematice și al teoriei mulțimilor

- **Redactarea** unor demonstrații simple, folosind terminologia adecvată și utilizând propoziții matematice studiate (*de exemplu: rezolvarea de probleme cu medii, module sau demonstrarea faptului că un număr nu poate fi patrat perfect utilizând ultima cifră*)
- Descrierea unor situații practice cu ajutorul unor modele matematice și **rezolvarea** problemelor asociate utilizând mulțimi de numere reale, operații cu mulțimi, propoziții, predicate, cuantificatori, raționamente și operații logice
- **Rezolvarea** unor probleme de numărare în care intervin operații cu mulțimi finite (*utilizând principiul incluziei și excluderii, reguli de negație pentru disjuncție și conjuncție corelate cu complementara reuniunii și intersecției*)
- **Redactarea** rezolvării utilizând reducerea la absurd, analogii, deducția, inducția matematică, pentru a stabili unicitatea unei soluții sau pentru a determina toate soluțiile unei probleme referitoare la o situație practică
- **Rezolvarea** unor probleme, având la bază intuirea algoritmului și adevararea acestuia, ca succesiune dată de etape de raționament, exprimată verbal sau simbolic și verificarea pe cazuri particulare a regulilor descoperite

C.S.5.2. Analizarea datelor în vederea aplicării unor formule de recurență sau a raționamentului de tip inductiv în rezolvarea problemelor

- **Analizarea** elementelor necesare pentru definirea/caracterizarea unui sir de numere/progresie aritmetică/progresie geometrică
- **Analizarea**, cu ajutorul raționamentului inductiv, a termenului general al unui sir/progresie aritmetică/progresie geometrică
- **Analizarea** termenilor unui sir de numere pentru identificarea de reguli prin care sirul se încadrează în tipul progresiilor aritmetice/progresii geometrice (*Orice termen al unui sir, începând cu la doilea, este egal cu media aritmetică/geometrică a doi termeni egali depărtați termenului? Suma termenilor egali depărtați de un termen este aceeași? Produsul termenilor egali depărtați de un termen este același?*)
- **Analizarea** caracteristicilor unui sir de numere, pentru a determina natura acestora (*progresie aritmetică sau progresie geometrică*), folosind relații de bază între termenii consecutivi ai sirului (*de exemplu, diferența/raportul a oricărora doi termeni consecutivi, începând cu al doilea termen; calcularea mediei aritmetice/ geometrice a oricărora doi termeni vecini ai unui termen, începând cu al doilea termen; calcularea sumei primilor n termeni ai unei progresii*)
- **Analizarea** datelor în vederea stabilirii apartenenței unui număr la un sir de numere dat
- **Determinarea** elementelor necesare pentru calcularea/stabilirea unor mărimi sau proprietăți ale unor numere (*pătrate perfecte, multiplii ai unui număr dat etc.*)
- **Analizarea** datelor în vederea aplicării unor formule de recurență pentru stabilirea numărului de termeni ai unui sir de numere care îndeplinește anumite condiții (*de exemplu, mai mari sau mai mici decât un număr sau cuprinderea într-un interval dat*)

C.S.5.3. Reprezentarea geometrică a graficului unei funcții prin puncte și aproximarea acestuia printr-o curbă continuă

- **Trasarea** graficului cu o cât mai mare precizie, alegând unitatea de măsură și puncte suplimentare pe grafic (*inclusiv cu utilizarea foilor cu hașură milimetrică*)
- **Trasarea** graficului în baza proprietăților funcției (*monotonie, mărginire, paritate, imparitate, periodicitate*)
- **Reprezentarea** grafică utilizând aplicații informatiche specifice specializării/domeniilor de calificare (*Excel, GeoGebra, MatLab, MAFA Plotter, AutoCAD* etc.)

C.S.5.4. Interpretarea graficului funcției de gradul I utilizând proprietățile algebrice ale funcției

- **Explorarea** unor proprietăți cu caracter local și/sau global ale unor funcții de gradul I, în situații reale și/sau modelate
- **Interpretarea** în context a rezultatelor obținute în urma rezolvării situațiilor-problemă
- **Interpretarea** proprietăților cu caracter local și/sau global ale funcțiilor

C.S.5.5. Utilizarea relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații

- **Utilizarea** descompunerii în factori a expresiilor de gradul al II-lea în vederea deducerii relațiilor lui Viète
- **Utilizarea** relațiilor lui Viète pentru determinarea unei ecuații de gradul al II-lea când cunoaștem soluțiile ei
- **Utilizarea** relațiilor lui Viète pentru determinarea soluțiilor unei ecuații de gradul al II-lea cu parametru, când cunoaștem o relație între rădăcini
- **Rezolvarea** sistemelor de forma $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$ și compararea soluțiilor cu soluțiile ecuației de gradul al II-lea obținută prin **utilizarea** relațiilor lui Viète
- **Utilizarea** relațiilor lui Viète pentru determinarea semnului soluțiilor unei ecuații de gradul al II-lea fără a rezolva ecuația
- **Utilizarea** relațiilor lui Viète pentru calcularea valorilor unor expresii (*de exemplu, suma pătratelor soluțiilor ecuației, suma cuburilor lor, suma inverselor lor etc.*), fără a rezolva ecuația

C.S.5.6. Determinarea unor relații între condiții algebrice date și graficul funcției de gradul al II-lea

- **Descrierea** mulțimii soluțiilor unei probleme, care implică funcția de gradul al II-lea, printr-o proprietate care le caracterizează
- **Selectarea**, din mulțimea soluțiilor unei ecuații de gradul al II-lea/inecuății de gradul al II-lea/sistem de ecuații care conțin cel puțin o ecuație de gradul al II-lea, a elementelor care verifică o condiție suplimentară
- **Determinarea** unor relații algebrice pentru poziționarea parabolei față de axa Ox și determinarea semnului funcției de gradul al II-lea pornind de la reprezentarea grafică a funcției
- **Determinarea** unor relații algebrice pentru poziționarea rădăcinilor funcției de gradul al II-lea față de un număr real folosind lecturi grafice
- **Determinarea** prin lecturi grafice a poziției punctului de extrem față de capetele unui interval atunci când funcția își schimbă monotonia/ nu își schimbă monotonia pe acel interval
- **Determinarea** unor relații algebrice pentru determinarea monotoniei funcției de gradul al II-lea pe un interval care conține sau nu conține punctul de extrem, folosind lecturi grafice

C.S.5.7. Identificarea condițiilor necesare pentru ca o configurație geometrică să verifice cerințe date

- **Verificarea** validității unor afirmații legate de proprietăți ale unor configurații geometrice, prin exemple și contraexemple
- **Identificarea** condițiilor necesare pentru ca trei puncte să determine un triunghi (*condiția de necoliniaritate a 3 puncte*)

- **Identificarea** condițiilor necesare pentru ca patru puncte să determine un paralelogram
- **Construcția** unei configurații geometrice vectoriale având proprietăți date, cu ajutorul instrumentelor geometrice sau al softurilor matematice

C.S.5.8. Interpretarea coliniarității, concurenței sau paralelismului în relație cu proprietăile sintetice sau vectoriale ale unor configurații geometrice

- **Formularea** de concluzii privind coliniaritatea unor puncte, concurența sau paralelismul diferitelor drepte din configurații geometrice simple date, utilizând proprietăile geometrice sau vectoriale ale acestora
- **Interpretarea** corectă a diferitelor proprietăți vectoriale ale unor configurații geometrice (*de exemplu: linia mijlocie în triunghi, linia mijlocie în trapez, poziția centrului de greutate în triunghi etc.*)
- **Interpretarea**, în context practic aplicativ, a coliniarității unor puncte sau concurenței unor drepte prin utilizarea proprietăților sintetice sau vectoriale ale unor configurații geometrice

C.S.5.9. Utilizarea unor elemente de trigonometrie în rezolvarea triunghiului oarecare

- **Rezolvarea triunghiului oarecare** prin construirea unei înălțimi și partajarea figurii în triunghiuri dreptunghice
- **Rezolvarea triunghiului oarecare** prin măsurări de laturi și aproximarea măsurilor de unghiuri, implicând teorema cosinusului
- **Rezolvarea triunghiului oarecare** în contextul în care datele cunoscute permit aplicarea teoremei sinusurilor și/sau alte relații metrice și trigonometrice
- **Calcularea perimetrului și al ariei** unor figuri geometrice plane/ suprafețe plane, implicând compuneri și descompuneri de figuri/suprafețe și formule în care intervin elemente de trigonometrie

C.G.6. Modelarea matematică a unor contexte problematice variante, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii

Clasa a IX-a – 3 ore

C.S.6.1. Transpunerea unei situații-problemă în limbaj matematic, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului

- **Transpunerea** unei situații-problemă în limbajul propozițiilor și predicatorilor logice și rezolvarea acesteia cu ajutorul tabelelor de adevară
- **Transpunerea** unei situații-problemă de minim/maxim în problemă cu inegalități și rezolvarea prin transformări echivalente și prin utilizarea unor identități/inegalități cunoscute
- **Transpunerea** unor probleme practice utilizând ecuații și sisteme, rezolvarea acestora folosind metode învățate în gimnaziu și interpretarea soluțiilor
- **Modelarea** unor situații practice utilizând operații cu mulțimi, modul, parte întreagă și rezolvarea acestora, interpretarea rezultatului (*de exemplu: selectarea, dintr-o mulțime dată, a elementelor care verifică o condiție suplimentară*)
- **Reformularea** unei probleme utilizând raționamente logice (*negație, metoda reducerii la absurd, formularea unei afirmații generale, construirea unui contraexemplu*)
- Rezolvarea unei situații practice prin **modelare**, utilizând negația unor propoziții universale sau existențiale, prin aplicarea legii terțului exclus
- **Transpunerea** unei probleme cu predicate în probleme cu mulțimi (*respectiv cu mulțimile de adevară ale acestora*), rezolvarea ei cu ajutorul reprezentărilor grafice
- Utilizarea rezultatelor și a raționamentelor logice pentru **crearea** unor strategii de lucru în domeniul de calificare (*de exemplu, creșterea profitului, adeverarea plasării unor investiții, creșterea eficienței instituției, etc.*)
- Identificarea și utilizarea axiomelor, teoremelor directe/reciproce pentru **modelarea** și rezolvarea de probleme de logică matematică

C.S.6.2. Analizarea și adaptarea scrierii termenilor unui sir în funcție de context

- **Analizarea și adaptarea** scrierii termenilor unui sir pentru verificarea apartenenței unui număr la un sir de numere dat
- **Analizarea** caracteristicilor termenilor unui sir de numere în vederea completării cu termenii lipsă
- **Adaptarea** scrierii unui număr finit de termeni ai unui sir de numere pentru verificarea unei proprietăți (*de exemplu: Termenii sunt divizibili cu un număr natural p? Există un patrat perfect printre acești termeni? Un număr k este termen al acestui sir?*)
- **Analizarea și adaptarea** scrierii termenilor unui sir în vederea stabilirii naturii sirului sau a unor caracteristici prin raportare la modele date (*de exemplu: Formează termenii o progresie aritmetică/geometrică? Există un termen al sirului cuprins într-un interval? Este sirul monoton? Este mărginit?*)

C.S.6.3. Deducerea unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin lectură grafică

- **Analizarea** pozițiilor diferitelor puncte de pe reprezentarea geometrică a graficului unei funcții și a poziției acesteia față de axele de coordonate, față de anumite puncte sau drepte
- **Analizarea** reprezentărilor geometrice ale graficelor unor funcții numerice (*asemănări, deosebiri*) în vederea stabilirii proprietăților de monotonie, paritate/imparitate, mărginire și periodicitate
- **Formularea de ipoteze și concluzii** cu privire la proprietățile funcțiilor numerice, folosind lectura grafică, care modeleză fenomene și procese specifice specializării/domeniilor de calificare

C.S.6.4. Rezolvarea cu ajutorul funcțiilor a unei situații-problemă și interpretarea rezultatului

- **Rezolvarea** situațiilor-problemă transpușe din viața cotidiană, folosind metodologia adecvată (*de exemplu, în studiul unor procese fizice, chimice, economice, sociale modelate prin funcții de gradul I*)
- **Utilizarea** unor reprezentări variate ca punct de plecare pentru intuirea și clarificarea unor idei și căi de rezolvare
- **Realizarea unor investigații** privind variațiile și dependențele create de modificarea funcției (*de exemplu, pentru funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ valoarea lui a se modifică, valoarea lui b rămânând aceeași*)

C.S.6.5. Identificarea unor metode grafice de rezolvare a ecuațiilor sau sistemelor de ecuații

- **Utilizarea** de software/aplicații digitale pentru rezolvarea grafică a unor ecuații sau sisteme de ecuații (*de exemplu, <https://www.GeoGebra.org/classic#graphing>, <https://teacher.desmos.com/collection/5f05de47be286245c2bb18a6>*)
- **Identificarea**, prin lecturi grafice, a soluțiilor unei ecuații de gradul al II-lea și, după caz, a aproximărilor adecvate a soluțiilor
- **Identificarea**, prin lecturi grafice, a soluțiilor unei ecuații de forma $f(x) = m$, unde $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
- $f(x) = ax^2 + bx + c$, pentru $a, b, c, m \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$ și, după caz, a aproximărilor adecvate a soluțiilor
- **Identificarea**, prin lecturi grafice, a soluției unui sistem de două ecuații de gradul al II-lea sau o ecuație de gradul al II-lea și una de gradul întâi
- **Transpunerea** relațiilor cuprinse într-o situație dată sub formă de ecuație/sistem de ecuații
- **Identificarea** unor metode grafice de rezolvare a ecuațiilor sau sistemelor de ecuații în diferite contexte simple practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există) sau din realitatea încunjurătoare

C.S.6.6. Utilizarea monotoniei și a punctelor de extrem în optimizarea rezultatelor unor probleme practice

- **Interpretarea** soluțiilor unei inecuații de gradul al II-lea în rezolvarea unor probleme concrete
- **Utilizarea** monotoniei funcției de gradul al II-lea în optimizarea rezultatelor unor probleme practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există) sau din realitatea încunjurătoare
- **Utilizarea** monotoniei și a punctului de extrem pentru determinarea distanței minime între două puncte (*ale căror coordonate depind de un parametru*) sau a maximului unui produs a doi factori pozitivi variabili a căror sumă este constantă

- **Utilizarea** monotoniei funcției de gradul al II-lea pentru a demonstra că dintre toate dreptunghiurile de perimetru constant, pătratul este de arie maximă sau că dreptunghiul de arie maximă înscris într-un cerc dat este pătratul
- **Utilizarea** software/aplicații digitale pentru cerințe care folosesc funcția pătratică pentru a optimiza aria unui teren de perimetru dat (de exemplu <https://teacher.desmos.com/collection/5f05de47be286245c2bb18a6>)

C.S.6.7. Aplicarea calculului vectorial în rezolvarea unor probleme din domenii conexe

- **Analizarea** datelor din ipoteza unei probleme și **elaborarea** unei strategii de rezolvare prin raportarea adecvată la calculul vectorial
- **Aplicarea** calculului vectorial în rezolvarea de probleme din context interdisciplinar (de exemplu, în fizică) sau în situații din realitatea înconjurătoare
- **Aplicarea** calculului vectorial în rezolvarea problemelor legate de determinarea drumurilor/ distanțelor optime între două localități utilizând harta și măsurătorile/ reprezentările realizate vectorial (de exemplu, utilizând software GeoGebra)

C.S.6.8. Analizarea comparativă a rezolvărilor vectorială și sintetică ale aceleiași probleme

- **Analizarea** rezolvărilor vectorială și sintetică ale aceleiași probleme de geometrie și compararea celor două rezolvări
- **Analizarea** unor metode alternative de rezolvare a problemelor de geometrie
- **Analizarea** comparativă a rezolvărilor vectorială și sintetică ale aceleiași probleme de fizică/ în context practic-aplicativ

C.S.6.9. Analizarea și interpretarea rezultatelor obținute prin rezolvarea unor probleme practice

- **Realizarea unei investigații** privind modificarea unui triunghi prin mărirea/micșorarea lungimilor laturilor pe criteriul proporționalității, identificând invarianții sau dependențe ale altor elemente și utilizând contexte practic-aplicative (de exemplu, se dorește extinderea unei clădiri, a cărei amprentă la sol este o suprafață triunghiulară, prin dublarea lungimilor laturilor; investigația va identifica invarianții, dependențe dintre lungimile segmentelor, dintre măsurile de arii)
- **Realizarea unei investigații** privind invarianții și dependențele create prin modificarea unui triunghi dat considerând lungimile fixe ale unei laturi și ale înălțimii corespunzătoare acesteia, punctul de intersecție a acestora fiind mobil pe dreapta suport a laturii
- **Realizarea unei investigații** privind construirea unei ceviene care împarte un unghi ascuțit al unui triunghi dreptunghic în două unghiuri cu măsurile a și b și utilizarea de relații metrice și trigonometrice pentru a valida formulele pentru $\cos(a+b)$ și pentru $\sin(a+b)$, inclusiv în cazul particular $a=b$

(Revenire la cuprinsul interactiv)

III.2.3. Corelare CS - EAI pentru programa școlară clasa a IX-a – 4 ore (2 ore TC + 2 ore CD)

C.G.1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite

Clasa a IX-a – 4 ore

C.S.1.1. Identificarea în limbaj cotidian sau în probleme de matematică a unor noțiuni specifice logicii matematice și teoriei mulțimilor

- **Identificarea** în limbaj cotidian sau în probleme de matematică a unor noțiuni legate de numere reale
- **Exemplificarea** noțiunilor de propoziție, predicat, cuantificatori și a operațiilor logice elementare în contexte variate
- **Exprimarea** prin simboluri specifice teoriei mulțimilor a relațiilor matematice dintr-o problemă
- **Recunoașterea și identificarea** datelor unei probleme prin raportare la sisteme de comparare standard

C.S.1.2. Recunoașterea unor corespondențe care sunt funcții, siruri, progresii

- **Intuirea** algoritmului după care este construită o succesiune dată, exprimată verbal sau simbolic și verificarea pe cazuri particulare a regulilor descoperite
- **Recunoașterea** unor siruri care sunt progresii și identificarea rației lor
- **Interpretarea** unor diagrame, tabele, scheme grafice ilustrând situații cotidiene

C.S.1.3. Identificarea valorilor unei funcții folosind reprezentarea grafică a acesteia

- **Identificarea** imaginii și a preimaginii unui element printr-o funcție, pe baza graficului acesteia, utilizând eventual softuri specifice (*de exemplu, www.desmos.com*)
- **Identificarea** imaginii și a preimaginii unei mulțimi printr-o funcție, pe baza graficului acesteia, utilizând eventual softuri specifice
- **Identificarea** coordonatelor punctelor de intersecție a graficului unei funcții cu axele de coordinate sau cu o altă funcție, pe baza reprezentării grafice a acesteia, utilizând eventual softuri specifice

C.S.1.4. Recunoașterea funcției de gradul I descrisă în moduri diferite

- **Scrierea** corectă a simbolurilor matematice și utilizarea limbajului specific funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$
- **Scrierea** sub formă explicită a funcției de gradul I și identificarea coeficienților
- **Determinarea** coeficienților funcției de gradul I când se cunosc valorile funcției în două puncte

C.S.1.5. Diferențierea, prin exemple, a variației liniare de cea pătratică

- **Identificarea** dependenței funcționale pentru calcularea perimetrului și a ariei unui patrat cu latura de lungime x , $x \in (0, +\infty)$
- **Identificarea** imaginii unui număr real x prin funcția f , respectiv a preimaginii unui număr real y prin funcția f folosind egalitatea $f(x) = y$, unde $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$
- **Diferențierea** variației liniare de cea pătratică, prin exemplul dependenței funcționale liniare/pătratică a lungimii/ariei cercului de raza sa

C.S.1.6. Recunoașterea corespondenței dintre seturi de date și reprezentări grafice

- **Identificarea** unor funcții sau a proprietăților acestora utilizând tabelele de valori sau reprezentarea geometrică a graficului acestora
- **Identificarea** intervalor de monotonie și a semnului unei funcții de gradul al II-lea pornind de la reprezentarea grafică a acesteia
- **Identificarea** imaginii funcției de gradul al II-lea cunoscând reprezentarea grafică a acesteia

C.S.1.7. Identificarea unor elemente de geometrie vectorială în diferite contexte

- **Identificarea** într-o configurație geometrică dată, a segmentelor orientate echivalente cu un segment dat
- **Identificarea**, într-o configurație geometrică dată, a diferenței dintre segmente orientate echivalente și segmente congruente
- **Identificarea** într-o configurație geometrică dată, a segmentelor orientate care corespund aceluiași vector

C.S.1.8. Descrierea sintetică sau vectorială a proprietăților unor configurații geometrice în plan

- **Exprimarea** prin simboluri specifice a vectorului de poziție a unui punct și a unui vector cu ajutorul vectorilor de poziție ai extremităților sale
- **Exprimarea** vectorului de poziție a punctului care împarte un segment într-un raport dat; exprimarea vectorului de poziție a mijlocului unui segment
- **Descrierea și identificarea** vectorului de poziție a centrului de greutate al unui triunghi

C.S.1.9. Identificarea legăturilor între coordonate unghiulare, coordonate metrice și coordonate carteziene pe cercul trigonometric

- **Identificarea** unor metode de exprimare a caracteristicilor unei configurații geometrice date (sintetic sau vectorial)
- **Identificarea**, pentru o configurație geometrică dată, a unui set minimal de ipoteze care ar conduce la o concluzie dată
- **Identificarea**, pentru o configurație geometrică dată, a unor concluzii posibile pornind de la ipoteze date

C.S.1.10. Identificarea unor metode posibile în rezolvarea problemelor de geometrie

- **Elaborarea** unor aplicații/probleme de către grupe de elevi, pornind de la ipoteze date (*de la simplu la complex*), compararea rezultatelor și identificarea metodelor distințe de rezolvare pentru cerințe similare.
- **Elaborarea** setului minimal de ipoteze, de către grupuri de elevi, pornind de la concluzii formulate, compararea datelor și optimizarea procesului cu întreaga clasă.
- **Selectarea** unei probleme de geometrie, corect formulată, împărțirea clasei în două grupe, prima grupă având sarcina să găsească setul minimal de ipoteze necesar concluziei formulate, a doua grupă având sarcina să descopere o concluzie cât mai complexă pornind de la ipotezele formulate, urmată de analizarea datelor obținute și prezentarea problemei originale (*cu întreaga clasă*)

C.G.2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunțuri matematice

Clasa a IX-a – 4 ore

C.S.2.1. Utilizarea proprietăților operațiilor algebrice ale numerelor, a estimărilor și aproximărilor în contexte variante, inclusiv folosind calculatorul

- **Reprezentarea** unor numere reale pe axă și compararea lor folosind aproximări, utilizând eventual softuri specifice (de exemplu, www.desmos.com sau www.GeoGebra.org)
- **Rezolvarea** unor ecuații și a unor inecuații utilizând proprietățile modulului
- **Efectuarea** unor calcule cu valori aproximative ale unor numere reale cu scopul încadrării într-o marjă de eroare dată, inclusiv folosind calculatorul

C.S.2.2. Utilizarea unor modalități variate de descriere a funcțiilor în scopul caracterizării acestora

- **Folosirea** unor criterii de comparare și de clasificare pentru descoperirea unor proprietăți, reguli etc.
- **Intuirea** ideii de dependență funcțională, utilizând diagrame, tabele, scheme grafice ilustrând situații cotidiene
- **Construirea** unor diagrame, tabele, scheme grafice ilustrând situații cotidiene

C.S.2.3. Caracterizarea egalității a două funcții prin utilizarea unor modalități variate de descriere a funcțiilor

- **Determinarea** egalității a două funcții, una definită analitic, cealaltă reprezentată grafic
- **Modificarea** domeniului sau a codomeniului unei funcții pentru ca aceasta să fie egală cu o altă funcție dată
- **Stabilirea** valorii de adevăr a unor propoziții matematice (*de exemplu, compunerea funcțiilor este comutativă*)

C.S.2.4. Utilizarea unor metode algebrice și grafice pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și sistemelor

- **Rezolvarea** ecuației de gradul I, $ax + b = 0$, în necunoscuta x și a ecuațiilor reductibile la ecuații de gradul I

- **Utilizarea** semnului funcției de gradul I pentru rezolvarea inecuațiilor de forma $ax + b \leq 0$ ($<$, $>$, \geq), $\frac{ax + b}{cx + d} \leq 0$ ($<$, $>$, \geq) sau $(ax + b)(cx + d) \leq 0$ ($<$, $>$, \geq), unde $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

- **Rezolvarea** unui sistem de ecuații de forma $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$, $a, b, c, m, n, p \in \mathbb{R}$, folosind metode algebrice

(metoda substituției, metoda reducerii) și compararea soluției cu soluția obținută prin metoda grafică, inclusiv prin utilizarea de soft-uri specifice, pentru interpretarea geometrică a rezolvării unui sistem de două ecuații de gradul I cu două necunoscute

C.S.2.5. Completarea unor tabele de valori necesare pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea

- **Determinarea** coordonatelor punctelor de intersecție a graficului funcției de gradul al II-lea cu axele de coordonate Ox , Oy

- **Determinarea** maximului sau minimului funcției de gradul al II-lea, precum și a imaginii funcției

- **Determinarea** axei de simetrie pentru graficul unei funcții de gradul al II-lea

C.S.2.6. Determinarea unor funcții care verifică anumite condiții precizate

- **Determinarea** funcției de gradul al II-lea având anumite date despre graficul acesteia (tangent la axa Ox , nu intersectează axa Ox etc.)

- **Reprezentarea** în același sistem de coordonate ortogonale a graficelor funcțiilor $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x+a)$, unde $a \in \mathbb{R}$, sau $g(x) = f(-x)$, pornind de la reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

- **Determinarea** unei funcții de gradul al II-lea cunoscând intervalurile de monotonie ale acesteia (semnul, punctele de intersecție cu axele de coordonate, imaginea acesteia etc.)

C.S.2.7. Transpunerea unor operații cu vectori în contexte geometrice date

- **Transpunerea** în limbaj vectorial a proprietăților unei configurații de puncte pe o dreaptă

- **Folosirea**, într-o configurație dată, a proprietăților operațiilor cu vectori pentru a justifica o anumită relație

- **Folosirea**, într-o configurație dată, a proprietăților operațiilor cu vectori pentru a efectua mai rapid/mai simplu un anumit calcul

C.S.2.8. Caracterizarea sintetică sau/și vectorială a unei configurații geometrice date

- **Determinarea** condițiilor de paralelism într-o configurație geometrică dată

- **Folosirea** proprietăților bisectoarelor și ale centrului cercului înscris într-un triunghi într-o configurație geometrică dată

- **Utilizarea** vectorului de poziție al ortocentrului unui triunghi într-o configurație geometrică dată

C.S.2.9 Calcularea unor măsuri de unghiuri și arce utilizând relații trigonometrice, inclusiv folosind calculatorul

- **Utilizarea** lecturii grafice (inclusiv cu softuri educaționale – GeoGebra) pentru justificarea proprietăților fundamentale ale funcțiilor trigonometrice (imaginea funcțiilor \sin , \cos , \tg și \ctg , relația $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, pentru orice număr real x , paritatea și imparitatea, respectiv periodicitatea acestor funcții)

- **Determinarea** valorilor $\sin x$, $\cos x$, $\tg x$, $\ctg x$ când se cunoaște una dintre aceste valori și apartenența lui x la unul dintre cadrane/la o reuniune de cadrane, stabilirea naturii unui unghi (ascuțit, drept, obtuz) în funcție de semnul valorii lui $\cos x$ pentru $x \in (0, \pi)$

- **Utilizarea** unor aplicații digitale pentru a calcula valoarea unei funcții trigonometrice pentru anumite valori ale argumentului funcției, exprimate în grade/radiani sau a valorii/valorilor din domeniul de definiție al funcțiilor trigonometrice, cunoscând imaginea funcției, precum și pentru a observa, pe valori particulare, formulele pentru $\cos(a - b)$, $\cos(a + b)$, $\sin(a - b)$, $\sin(a + b)$

C.S.2.10. Aplicarea unor metode diverse pentru determinarea unor distanțe, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii

- **Determinarea lungimilor laturilor unui triunghi oarecare, a unor măsuri de unghiuri sau a unor arii de suprafețe plane, cu posibilitatea folosirii produsului scalar a doi vectori sau a relațiilor metrice și a diverselor formule de arie.**
- **Calcularea elementelor specifice unui triunghi (perimetru, arie, raza cercului circumscris, raza cercului înscris etc.) date fiind trei elemente ale triunghiului**
- **Aplicarea partițiilor pentru calcularea elementelor unui poligon, prin descompunere în triunghiuri**

C.G.3. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete

Clasa a IX-a – 4 ore

C.S.3.1. Alegerea formei de reprezentare a unui număr real și utilizarea unor algoritmi pentru optimizarea calculelor cu numere reale

- **Folosirea** formulelor de calcul prescurtat pentru aducerea unor expresii la o formă mai simplă
- **Evidențierea** avantajelor/dezavantajelor utilizării celor două forme de reprezentare a numerelor raționale: fracții ordinare și fracții zecimale finite sau periodice
- **Utilizarea** unor metode specifice în rezolvarea problemelor cu parte întreagă/parte fraționară

C.S.3.2. Descrierea unor siruri/funcții utilizând reprezentarea geometrică a unor cazuri particulare și rationamentul inductiv

- **Folosirea** unor reprezentări grafice ca punct de plecare pentru intuirea, ilustrarea, clarificarea sau justificarea unor idei, algoritmi, metode, căi de rezolvare etc.
- **Utilizarea** unor softuri specifice (*de exemplu, www.desmos.com sau www.GeoGebra.org*) pentru intuirea proprietăților de monotonie și mărginire ale unui sir
- **Studierea** monotoniei și a mărginirii unui sir definit recurrent sau prin formula termenului general

C.S.3.3. Operarea cu funcții reprezentate în diferite moduri și caracterizarea calitativă a acestor reprezentări

- **Efectuarea** de adunări, scăderi, înmulțiri de funcții, inclusiv funcții definite pe ramuri
- **Efectuarea** de compuneri de funcții definite analitic (*inclusiv funcții definite pe ramuri*)
- **Reprezentarea** grafică a unor funcții de tipul $f(x \pm c)$, $f(x) \pm c$, $f(cx)$, $c \cdot f(x)$, pornind de la graficul funcției f , identificând modul de construire a graficului, eventual cu ajutorul unor softuri specifice

C.S.3.4. Descrierea unor proprietăți desprinse din reprezentarea grafică a funcției de gradul I sau din rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și sistemelor

- **Utilizarea** graficului funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ pentru stabilirea monotoniei și corelarea cu semnul raportului $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$, $x_1 \neq x_2$
- **Determinarea** intervalelor pe care funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ ia valori pozitive/negative (*semnul funcției pentru valori ale argumentului mai mici/mari decât $x = -\frac{b}{a}$*)
- **Întocmirea** tabelului de semn pentru rezolvarea de inecuații de gradul I sau sisteme de inecuații de gradul I

C.S.3.5. Aplicarea unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea (prin puncte semnificative)

- **Evidențierea** unor proprietăți ale punctelor graficului funcției de gradul al II-lea (*de exemplu, oricare trei puncte distincte ale graficului funcției de gradul al II-lea sunt necoliniare*)
- **Determinarea** aspectului geometric al graficului funcției de gradul al II-lea (*parabolă cu ramurile în sus pentru $a > 0$, respectiv cu ramurile în jos pentru $a < 0$*)
- **Realizarea** tabelului de valori în care se introduc coordonatele punctelor de intersecție cu axele de coordinate, coordonatele punctului de extrem, precum și coordonatele altor puncte necesare pentru trasarea parabolei

C.S.3.6. Utilizarea unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și a sistemelor de ecuații și pentru reprezentarea grafică a soluțiilor acestora

- **Stabilirea** semnului unei funcții de gradul al II-lea
- **Rezolvarea** inecuațiilor de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($<$, $>$, \geq), $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, în mulțimea numerelor reale sau pe un interval de numere reale precizat
- **Interpretarea** geometrică a rezolvării inecuațiilor de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($<$, $>$, \geq), $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ (poziționarea unor porțiuni din parabolă față de axa Ox)
- **Determinarea** imaginii/preimaginii unor intervale de numere reale prin funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, folosind interpretarea mulțimii soluțiilor inecuațiilor de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($<$, $>$, \geq), $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$

C.S.3.7. Utilizarea operațiilor cu vectori pentru a descrie o problemă practică

- **Descrierea** vectorială a unei configurații de puncte din plan
- **Descrierea** vectorială a unei configurații definite prin folosirea punctelor cardinale
- **Descrierea** unor figuri asemenea, alcătuite din segmente respectiv paralele, prin intermediul unor vectori înmulțiti cu scalari

C.S.3.8. Alegerea metodei adecvate de rezolvare a problemelor de coliniaritate, concurență sau paralelism

- **Compararea** descrierilor sintetică și vectorială a paralelismului în vederea alegерii metodei adecvate de rezolvare a unei probleme
- **Compararea** descrierilor sintetică și vectorială a coliniarității în vederea alegерii metodei adecvate de rezolvare a unei probleme
- **Intuirea** algoritmilor după care sunt construite diferite probleme de coliniaritate, concurență sau paralelism și în vederea alegерii metodei adecvate de rezolvare

C.S.3.9. Determinarea măsurii unor unghiuri și a lungimii unor segmente utilizând relații metrice

- **Determinarea** măsurii unui unghi ascuțit al unui triunghi dreptunghic folosind, după caz, tabele de valori pentru aproximare, când se cunosc lungimile a două laturi ale triunghiului, înălțimea și lungimea unei catete, lungimile proiecțiilor catetelor pe ipotenuză în contexte interdisciplinare sau proprii unor situații-problemă reale
- **Determinarea**, folosind eventual aproximări, a măsurii unghiurilor ascuțite ale unui triunghi dreptunghic când se cunosc lungimile a două laturi ale triunghiului
- **Determinarea**, folosind eventual aproximări, a unor măsuri de unghiuri și lungimi de laturi ale unei figuri geometrice ce se poate descompune în triunghiuri dreptunghice cu elemente cunoscute (de exemplu, un trapez dreptunghic, trapez isoscel, un patrulater convex cu diagonalele perpendiculare)

C.S.3.10. Prelucrarea informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acesteia

- **Transpunerea** unor situații din viață reală în probleme care se rezolvă cu ajutorul elementelor de trigonometrie, cu diverse relații metrice, respectiv cu produsul scalar a doi vectori
- **Utilizarea** mediei geometrice și a elementelor de trigonometrie în triunghiul dreptunghic, pentru rezolvarea acestuia
- **Utilizarea** tabelelor de valori și a aplicațiilor digitale, ce permit obținerea de imagini ale funcțiilor trigonometrice prin introducerea de valori ale argumentului, pentru verificarea teoremei sinusurilor și a teoremei cosinusului, precum și pentru a verifica anumite legi sau principii în context interdisciplinar (de exemplu, în fizică – aplicații la planul înclinat, pendul, mișcare circulară, optică – reflexie, refacție)

C.G.4. Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora

Clasa a IX-a – 4 ore

C.S.4.1. Deducerea unor rezultate și verificarea acestora utilizând inducția matematică sau alte raționamente logice

- **Calcularea** unor sume și verificarea rezultatului obținut folosind metoda inducției matematice
- **Rezolvarea** unor inecuații pe mulțimea numerelor naturale (*de exemplu*, $2^n \leq n^2$)
- **Utilizarea** reducerii la absurd pentru a demonstra că un număr real este irațional

C.S.4.2. Caracterizarea unor siruri folosind diverse reprezentări (formule, grafice) sau proprietăți algebrice ale acestora

- **Caracterizarea** unei progresii aritmetice/geometrice cu ajutorul formulei termenului general
- **Caracterizarea** unei progresii aritmetice/geometrice cu ajutorul mediei aritmetice/geometrice a vecinilor unui termen oarecare al sirului
- **Exprimarea** sumei primilor n termeni ai unei progresii aritmetice/geometrice

C.S.4.3. Caracterizarea unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin utilizarea graficelor acestora și a ecuațiilor asociate

- **Caracterizarea** monotoniei și a semnului unei funcții numerice prin utilizarea graficului acesteia și a ecuațiilor asociate
- **Caracterizarea** parității, periodicității, a simetriei graficului față de drepte de forma $x = m$, prin utilizarea graficelor acestora și a ecuațiilor asociate
- **Rezolvarea** unor ecuații și inecuații de forma: $f(x) = a$ ($<$, $>$, \leq , \geq), $f(x) = g(x)$ ($<$, $>$, \leq , \geq) sau $a < f(x) < b$ (\leq), atât algebric, cât și pe baza reprezentării grafice, utilizând eventual softuri specifice

C.S.4.4. Exprimarea legăturii între funcția de gradul I și reprezentarea ei geometrică

- **Reprezentarea** geometrică, în același sistem de axe ortogonale xOy , a funcției de gradul I și a dreptei de ecuație $y = ax + b$
- **Determinarea** coordonatelor punctelor de intersecție a graficului funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$
- **Rezolvarea** ecuației $f(x) = g(x)$, unde $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $g(x) = cx + d$ și determinarea coordonatelor punctului de intersecție a graficelor celor două funcții.
- **Determinarea** funcției de gradul I cunoscând coordonatele a două puncte distincte ale graficului

C.S.4.5. Exprimarea proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice

- **Rezolvarea** inecuațiilor $f(x) \leq 0$ ($\geq, <, >$) pentru $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, utilizând reprezentarea grafică
- **Determinarea** funcției de gradul al II-lea atunci când se cunosc coordonatele unor puncte aparținând graficului funcției (*punctul de extrem, punctele de intersecție cu axele*)
- **Determinarea** funcției de gradul al II-lea dacă se cunosc coordonatele punctului de tangență a graficul acesteia cu axa Ox

C.S.4.6. Exprimarea prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice; exprimarea prin condiții algebrice a unor reprezentări grafice

- **Stabilirea** poziției unei drepte față de o parabolă, prin reprezentarea graficelor celor două funcții corespunzătoare
- **Stabilirea** poziției unei drepte față de o parabolă, prin determinarea numărului de soluții ale sistemelor de forma $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$, cu $a, b, c, m, n, p \in \mathbb{R}$
- **Determinarea** coordonatelor punctelor de intersecție dintre o dreaptă și o parabolă prin rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$, cu $a, b, c, m, n, p \in \mathbb{R}$

C.S.4.7. Utilizarea limbajului calculului vectorial pentru a descrie configurații geometrice

- **Exprimarea** într-o configurație geometrică, a unui vector ca o combinație liniară de doi vectori necolinari
- **Justificarea coliniarității**, într-o configurație geometrică, folosind vectori
- **Justificarea**, folosind vectori, a relației dintre pozițiile unor puncte din plan date prin coordonatele lor

C.S.4.8. Trecerea de la caracterizarea sintetică la cea vectorială (și invers) într-o configurație geometrică dată

- **Folosirea** atât a metodei sintetice cât și a metodei vectoriale pentru a verifica anumite proprietăți într-o configurație geometrică
- **Îmbinarea** folosirii metodelor vectoriale cu cele sintetice, în aceeași problemă
- **Descrierea** vectorială a altor proprietăți cu caracter sintetic într-o configurație geometrică dată

C.S.4.9. Caracterizarea unor configurații geometrice plane utilizând calculul trigonometric

- **Utilizarea**, în context practic-aplicativ, a strategiilor de rezolvare de probleme de calcul al lungimii unei laturi a unui triunghi dreptunghic când se cunosc: lungimea altrei laturi și măsura unui unghi (*de exemplu determinarea cu aproximare a înălțimii unui copac, folosind unghiul de elevație ca unghi măsurat între orizontală locului și dreapta determinată de la un punct de observație la extremitatea de sus a copacului, sau determinarea cu aproximare a distanței de la un observator aflat la o anumită înălțime la un obiect situat pe orizontală locului, știind valoarea unghiului format de paralela prin poziția la care se află observatorul la orizontală locului cu direcția determinată de poziția observatorului și poziția obiectului*)
- **Verificarea**, în context practic-aplicativ, a coliniarității unor puncte prin utilizarea elementelor de trigonometrie exprimate ca rapoarte egale de lungimi (*inclusiv prin decuparea unui dreptunghi într-un triunghi și un trapez și regruparea părților*)
- **Utilizarea**, în context practic-aplicativ, a exprimării ariei unui triunghi prin formule ce implică diferite elemente ale acestuia, implicând și elemente de trigonometrie, pentru a evalua lungimi de segmente și măsuri de unghiuri (*de exemplu, prin reducerea la scară a unei suprafețe din situații reale prin fotografiere cu o dronă sau utilizarea unei aplicații de localizare precum Google Earth*)

C.S.4.10. Analizarea unor configurații geometrice pentru alegerea algoritmilor de rezolvare

- **Prezentarea** soluțiilor unor probleme folosind metoda vectorială și sintetică, apoi alegerea metodei optime pentru o configurație asemănătoare
- **Analizarea** configurațiilor poligonale și descompunerea acestora în patrulatere particulare sau în triunghiuri pentru o alegere mai facilă a metodei de rezolvare în fiecare caz în parte
- **Formularea** unor probleme plecând de la exemple de probleme simple date

C.G.5. Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații problemă

Clasa a IX-a – 4 ore

C.S.5.1. Redactarea rezolvării unei probleme, corelând limbajul uzual cu cel al logicii matematice și al teoriei mulțimilor

- **Exprimarea** în termeni logici, cu ajutorul invariantei specifici, a unor rezolvări de probleme
- **Folosirea** particularizării, a generalizării, a inducției sau a analogiei pentru alcătuirea sau rezolvarea de probleme noi, pornind de la o proprietate sau de la o problemă dată
- **Redactarea** unor demonstrații utilizând limbajul logicii matematice sau al teoriei mulțimilor și făcând apel la propoziții matematice studiate

C.S.5.2. Analizarea unor valori particulare în vederea determinării formei analitice a unei funcții definite pe N prin raționament de tip inductiv

- **Deducerea** formulei termenului general pentru un sir definit descriptiv
- **Calcularea** unor sume de numere în progresie aritmetică sau geometrică
- **Determinarea** formei analitice a unui sir/progresii aritmetice sau geometrice, folosind inducția matematică

C.S.5.3. Deducerea unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin lectură grafică

- **Utilizarea** unor corespondențe prezentate prin grafice, tabele, diagrame, pentru a stabili care dintre acestea sunt funcții
- **Deducerea** mărginirii, parității, periodicitatei, simetriei graficului față de drepte de forma $x = m$, prin lectură grafică, utilizând eventual softuri specifice (*de exemplu, www.desmos.com*)
- **Deducerea** monotoniei sumei, produsului sau compunerii de funcții monotone prin lectură grafică, utilizând eventual softuri specifice

C.S.5.4. Interpretarea graficului funcției de gradul I utilizând proprietățile algebrice ale funcției

- **Utilizarea** lecturii graficului pentru validarea unor proprietăți ale funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, raportate la valorile sau semnul lui a (*de exemplu, cu cât valoarea pozitivă a lui a este mai mare, cu atât funcția crește mai repede pe mulțimea de definiție; funcția este strict crescătoare/descrescătoare dacă și numai dacă $a > 0/a < 0$*)
- **Determinarea** coordonatelor unui punct care aparține graficului unei funcții când se cunoaște abscisa / ordonata punctului
- **Stabilirea** coliniarității a trei puncte din plan prin determinarea funcției de gradul I al cărei grafic conține două dintre cele trei puncte

C.S.5.5. Utilizarea relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații

- **Determinarea** semnului soluțiilor ecuației de gradul al II-lea atunci când se cunosc semnele pentru suma și produsul acestora (*determinate cu ajutorul relațiilor lui Viète*)
- **Calcularea** sumei pătratelor (*cuburilor etc.*) soluțiilor unei ecuații de gradul al II-lea
- **Determinarea** unui parametru real (*într-o ecuație de gradul al II-lea*), cunoscând una sau ambele relații ale lui Viète
- **Determinarea** ecuației de gradul al II-lea, cunoscându-se soluțiile acesteia

C.S.5.6. Utilizarea unor metode algebrice sau grafice pentru determinarea sau aproximarea soluțiilor ecuației asociate funcției de gradul al II-lea

- **Determinarea** semnului soluțiilor unei ecuații de gradul al II-lea în funcție de valorile unui parametru real (*de exemplu, $mx^2 - (2m + 2)x + 3 = 0$*)
- **Identificarea** funcției de gradul al II-lea, știind că parabola asociată acesteia îndeplinește anumite condiții (*de exemplu, se cunoaște distanța dintre punctele de intersecție a parabolei cu axa Ox*)
- **Determinarea** soluțiilor ecuațiilor de formă $f(x) = g(x)$, unde f și g sunt funcții de gradul al II-lea, utilizând reprezentarea grafică a celor două funcții
- **Determinarea** soluțiilor ecuației $f(x) = 0$, interpretând reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$

C.S.5.7. Identificarea condițiilor necesare pentru ca o configurație geometrică să verifice cerințe date

- **Descrierea**, folosind vectori, a pozițiilor relative ale unor puncte date prin anumite condiții și obținerea unor concluzii suplimentare
- **Identificarea** utilității folosirii vectorilor într-o anumită configurație geometrică dată
- **Obținerea** unor concluzii (sau a unor rezultate parțiale) în probleme de geometrie sintetică folosind vectori

C.S.5.8. Interpretarea coliniarității, concurenței sau paralelismului în relație cu proprietățile sintetice sau vectoriale ale unor configurații geometrice

- **Rezolvarea** sintetică sau vectorială a unor probleme de geometria triunghiului folosind cercul lui Euler
- **Rezolvarea** sintetică sau vectorială a unor probleme de geometria triunghiului folosind relația lui Sylvester
- **Folosirea** coliniarității/concurenței pentru a deduce rezultate semnificative

C.S.5.9. Determinarea unor proprietăți ale funcțiilor trigonometrice prin lecturi grafice

- **Rezolvarea** triunghiului oarecare prin construirea unei înălțimi și partajarea figurii în triunghiuri dreptunghice
- **Rezolvarea** triunghiului oarecare în contextul în care ipotezele permit aplicarea teoremei sinusului și/sau alte relații metrice și trigonometrice
- **Calcularea** perimetrelor unor figuri geometrice plane și a ariilor unor suprafețe plane, implicând compuneri și descompuneri de figuri/suprafețe și formule în care intervin elemente de trigonometrie

C.S.5.10. Aplicarea unor metode variate pentru optimizarea calculelor de distanțe, de măsuri de unghiuri și de arii

- **Suprapunerea** reperului cartezian peste diverse configurații geometrice pentru optimizarea rezolvării: model prezentat întregii clase, apoi sarcină nouă de lucru
- **Rezolvarea** triunghiului oarecare prin măsurări de laturi și aproximarea măsurilor de unghiuri, implicând teorema cosinusului
- **Analizarea** configurațiilor poligonale și descompunerea acestora în patrulatere particulare sau în triunghiuri pentru calcularea ariei/perimetru/unghiurilor poligonului dat

C.G.6. Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii

Clasa a IX-a – 4 ore

C.S.6.1. Transpunerea unei situații-problemă în limbaj matematic, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului

- **Expunerea** de metode standard sau nonstandard ce permit modelarea matematică a unor situații-problemă
- **Utilizarea** rezultatelor și a metodelor matematice pentru crearea unor strategii de rezolvare a unor probleme de numărare
- **Analizarea** rezolvării unei probleme din punct de vedere al corectitudinii, al simplității, al clarității și al semnificației rezultatelor

C.S.6.2. Transpunerea unor situații-problemă în limbaj matematic utilizând funcții definite pe \mathbb{N}

- **Identificarea și formularea** a cât mai multor consecințe posibile ce decurg dintr-un set de ipoteze
- **Folosirea creativă** a unor reprezentări variate pentru exprimarea unor situații-problemă în limbaj matematic
- **Transferul și extrapolarea** soluțiilor unor probleme cu șiruri/progresii pentru rezolvarea altora

C.S.6.3. Analizarea unor situații practice și descrierea lor cu ajutorul funcțiilor

- **Analizarea** unor corespondențe din viața cotidiană pentru a stabili care dintre acestea sunt funcții; în caz afirmativ, stabilirea domeniului maxim de definiție, a legii de corespondență, a codomeniului (*de exemplu, valoarea contabilă a unui mijloc fix în funcție de timpul scurs de la achiziția până la amortizarea acestuia*)
- **Analizarea** variației unei mărimi din viața cotidiană, utilizând proprietățile unei funcții asociate mărimii respective (*de exemplu, stabilirea volumului de apă dintr-un bazin în funcție de timp atunci când bazinul se umple/se golește, iar debitul este constant*)
- **Compararea** a două mărimi din viața cotidiană, utilizând lectura grafică a unor funcții asociate mărimilor respective (*de exemplu, compararea ofertelor a două companii de taxi cunoscând tariful de pornire și tariful pe kilometru parcurs*)

C.S.6.4. Modelarea unor situații concrete prin utilizarea ecuațiilor și inecuațiilor, rezolvarea problemei obținute și interpretarea rezultatului

- **Calcularea** perimetrului/ariei unui triunghi ale cărui laturi au ca drepte suport axele sistemului de axe ortogonale xOy și graficul funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$
- **Rezolvarea** de probleme practice din viața cotidiană care au ca model ecuații de gradul I, sisteme liniare cu două ecuații cu două necunoscute, inecuații de gradul I (*de exemplu, determinarea unui termen dintr-o proporție dată, calcularea dobânzii simple la un depozit bancar*)
- **Aplicarea** proprietăților funcției de gradul I în rezolvarea unor probleme cu caracter trans și interdisciplinar (*de exemplu, probleme de mișcare – analizarea pe grafic a distanței $s(t)$ parcuse de un mobil cu viteză v constantă $s(t) = vt + s_0$*)

C.S.6.5. Utilizarea funcțiilor în rezolvarea unor probleme și în modelarea unor procese

- **Exprimarea** sub forma unei funcții de gradul al II-lea a ariei unui teren cu formă dreptunghiulară având dimensiunile exprimate în funcție de variabila x , $x \in \mathbb{R}$ și determinarea valorii maxime a acesteia.
- **Determinarea** coordonatelor unui punct $M \in Ox$ sau $M \in Oy$ pentru care suma $MA^2 + MB^2$ este minimă, unde $A(x_A, y_A)$ și $B(x_B, y_B)$ sunt puncte date
- **Demonstrarea** că anumite puncte (de exemplu, vârfurile parabilelor asociate unor funcții de gradul al II-lea) aparțin unei drepte sau unei parabole
- **Modelarea matematică** a datelor unei probleme din viața cotidiană (de exemplu: O minge este aruncată în sus de la o înălțime de 4 metri cu o viteză inițială de 12 m/s. Determinați după cât timp va ajunge mingea la sol, știind că înălțimea h la care ajunge mingea la momentul t este data de relația $h = 4 + 12t - 5t^2$)

C.S.6.6. Interpretarea informațiilor conținute în reprezentări grafice prin utilizarea de estimări, aproximări și strategii de optimizare

- **Determinarea** mulțimii valorilor unui parametru real pentru care parabola asociată funcției are anumite proprietăți (de exemplu, determinarea mulțimii valorilor numărului real m pentru care parabola asociată funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx^2 - 4x + 4m$ este situată deasupra axei Ox sau intersectează axa Ox în două puncte distincte etc.)
- **Modelarea** datelor matematice cu scopul determinării mulțimii valorilor unei funcții (de exemplu, determinarea imaginii funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - x + 1}$)
- **Interpretarea** algebrică a condițiilor geometrice în vederea determinării mulțimii valorilor unui parametru real pentru care două parabole sunt secante/tangente/nu au niciun punct comun (de exemplu, determinați valorile parametrului real m pentru care parabilele $y = 2x^2 + x + m$ și $y = x^2 + mx + 1$ sunt tangente)

C.S.6.7. Aplicarea calculului vectorial în rezolvarea unor probleme de fizică

- **Exprimarea** vectorului de poziție a unui punct în condiții date
- **Folosirea** faptului că, dacă asupra unui corp acționează două forțe, atunci ele au același efect ca rezultanta acestora
- **Folosirea** faptului că dacă viteza unui mobil este compusa din două viteză (de exemplu, o barcă ce se deplasează pe un râu), atunci deplasarea mobilului se face cu o viteză egală cu suma vectorială a acestora

C.S.6.8. Analizarea comparativă a rezolvărilor vectoriale și sintetică ale aceleiași probleme

- **Folosirea** particularizării și a generalizării pentru rezolvarea de probleme noi, pornind de la o proprietate sau problemă dată
- **Redactarea** unor demonstrații utilizând terminologia adecvată și făcând apel la propoziții matematice studiate
- **Analizarea** rezolvării unei probleme din punct de vedere al simplității demersului

C.S.6.9. Optimizarea calculului trigonometric prin alegerea adecvată a formulelor

- **Realizarea** unei investigații privind modificarea unui triunghi prin mărire/micșorare lungimilor laturilor pe criteriul proporționalității, identificând invariante sau dependențe ale altor elemente și utilizând contexte practic-aplicative (de exemplu, se dorește extinderea unei clădiri, a cărei amprentă la sol este o suprafață dreptunghiulară, prin dublarea lungimilor laturilor; investigația va identifica invariante, dependențe dintre lungimile segmentelor, dintre măsurile de arii)
- **Realizarea** unei investigații privind invariante și dependențe create prin modificarea unui triunghi dat considerând lungimile fixe ale unei laturi și ale înălțimii corespunzătoare acesteia, punctul de intersecție a acestora fiind mobil pe dreapta suport a laturii
- **Realizarea** unei investigații privind construirea unei ceviene care împarte un unghi ascuțit al unui triunghi dreptunghic în două unghiuri cu măsurile a și b și utilizarea de relații metrice și trigonometrice pentru a valida formulele pentru $\cos(a+b)$ și pentru $\sin(a+b)$, inclusiv în cazul particular $a = b$

C.S.6.10. Modelarea unor configurații geometrice utilizând metode vectoriale sau sintetice

- **Determinarea** distanței dintre două stele folosind măsurători, teorema sinusurilor sau teorema cosinusului
- **Determinarea** poziției a trei puncte pe o dreaptă folosind teorema lui Menelau, coliniaritatea vectorilor, măsura unghiurilor
- **Demonstrarea** concurenței a trei drepte folosind teorema lui Ceva sau produsul scalar

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)



CAPITOLUL III.3. DOMENII DE CONȚINUT/SUBDOMENII/UNITĂȚI DE CONȚINUT (CLASA A IX-A)

În cadrul acestui capitol, venim în sprijinul dumneavoastră cu organizarea domeniilor/decupajelor de conținut și a conținuturilor în formă de listă, replicând organizarea acestora din programele școlare în vigoare (pentru învățământul primar și gimnazial).

În cadrul **Secțiunii a IV-a. ANEXE**, am considerat util să evidențiem cuplajele de conținuturi (clasele de gimnaziu – clasa a IX-a), defalcate atât pe *domeniile Algebră*, respectiv *Geometrie și Trigonometrie*, cât și pe tipuri de programe, în vederea identificării simple a ancorelor învățării în clasa a IX-a ([Anexa IV.1.](#)).

Prin accesarea *linkurilor* evidențiate mai jos, puteți vizualiza secțiunea destinată fiecărei dintre cele trei tipuri de programe școlare:

[Programa 2 ore](#) [Programa 3 ore](#) [Programa 4 ore](#)

III.3.1. Conținuturi asociate programei școlare pentru clasa a IX-a – 2 ore (2 ore TC)

Domenii de conținut	Subdomenii. Unități de conținut
Mulțimi. Numere	<p>1. Mulțimi și elemente de logică matematică</p> <ul style="list-style-type: none"> • Multimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos; operații cu intervale de numere reale • Propoziție, predicat, cuantificatori • Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate)
Algebră. Organizarea datelor	<p>2. Siruri</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modalități de a descrie un sir; siruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, determinarea termenului general al unei progresii; suma primilor n termeni ai unei progresii <p>3. Funcții; lecturi grafice</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reper cartezian, produs cartezian, reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma $x=m$ sau de forma $y=m$, $m \in \mathbb{R}$ • Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lectură grafică; egalitatea a două funcții, imaginea unei funcții, graficul unei funcții • Funcții numerice $f : I \rightarrow \mathbb{R}$, I interval de numere reale; graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului, intersecția graficului cu axe de coordonate, interpretarea grafică a unor ecuații de forma $f(x) = g(x)$; proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie, paritate, imparitate (simetria graficului față de axa Oy sau față de origine), periodicitate <p>4. Funcția de gradul I</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definiție; reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, intersecția graficului cu axe de coordonate, ecuația $f(x) = 0$ • Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonie, semnul funcției • Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($<$, $>$, \geq), $a, b \in \mathbb{R}$, studiate pe \mathbb{R} • Poziția relativă a două drepte; sisteme de tipul $\begin{cases} ax + b = c \\ mx + ny = p \end{cases}$, a, b, c, m, n, p numere reale

5. Funcția de gradul al II-lea

- Reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m$, cu $m \in \mathbb{R}$
- Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$, cu $s, p \in \mathbb{R}$

6. Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea

- Monotonie; punct de extrem (vârful parabolei), interpretare geometrică
- Poziționarea parabolei față de axa Ox , semnul funcției, inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($\geq, <, >$), $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, interpretare geometrică
- Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$, cu $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$, interpretare geometrică

Geometrie

7. Vectori în plan

- Segment orientat, vectori, vectori coliniari
- Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu scalari, proprietăți ale înmulțirii cu scalari; condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori dați, necoliniari

8. Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană

- Vectorul de poziție al unui punct
- Vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism)
- Vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi)

9. Aplicații ale trigonometriei în geometrie

- Rezolvarea triunghiului dreptunghic
- Formulele (fără demonstrație): $\cos(180^\circ - x) = -\cos x$, $\sin(180^\circ - x) = \sin x$
- Modalități de calcul a lungimii unui segment și a măsurii unui unghi: teorema sinusurilor și teorema cosinusului

*Se va preciza elevilor legătura între exprimările *reper cartezian* (Programa școlară Matematică, clasa a IX-a, ciclul inferior al liceului) și *sistem de axe ortogonale* (programa de gimnaziu).

Notă:

Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice.

Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

III.3.2. Conținuturi asociate programei școlare pentru clasa a IX-a – 3 ore (2 ore TC + 1 ora CD)

Domenii de conținut

Conținuturi

Mulțimi. Numere

1. Mulțimi și elemente de logică matematică

- Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adăos; operații cu intervale de numere reale
- Propoziție, predicat, cuantificatori
- Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd
- Inducția matematică

Algebră

2. Șiruri

- Modalități de a descrie un șir; șiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, determinarea termenului general al unei progresii; suma primilor n termeni ai unei progresii
- Condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru $n \geq 3$

3. Funcții; lecturi grafice

- Reper cartezian*, produs cartezian, reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma $x = m$ sau de forma $y = m$, $m \in \mathbb{R}$
- Funcție: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, egalitatea a două funcții, imaginea unei funcții
- Funcții numerice $f : I \rightarrow \mathbb{R}$, I interval de numere reale; graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului, intersecția graficului cu axe de coordonate, interpretarea grafică a unor ecuații de forma $f(x) = g(x)$; proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie, paritate, imparitate (simetria graficului față de axa O sau origine), periodicitate
- Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice

4. Funcția de gradul I

- Definiție; reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, intersecția graficului cu axe de coordonate, ecuația $f(x) = 0$
- Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonie, semnul funcției
- Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($\geq, <, >$) $a, b \in \mathbb{R}$, studiate pe \mathbb{R}
- Poziția relativă a două drepte; sisteme de tipul $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$, a, b, c, m, n, p numere reale

5. Funcția de gradul al II-lea

- Reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, intersecția graficului cu axe de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m$, cu $m \in \mathbb{R}$
- Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$, cu $s, p \in \mathbb{R}$

6. Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea

- Monotonie; punct de extrem (vârful parabolei), interpretare geometrică
- Poziționarea parabolei față de axa Ox , semnul funcției, inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($<, >, \geq$), $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, interpretare geometrică
- Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$, cu $a, b, c, m, n, p \in \mathbb{R}$

Geometrie

7. Vectori în plan

- Segment orientat, vectori, vectori coliniari
- Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu scalari, proprietăți ale înmulțirii cu scalari; condiția de coliniaritate; descompunerea după doi vectori dați, necoliniari

8. Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană

- Vectorul de poziție al unui punct
- Vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism)
- Vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi)

9. Trigonometrie și aplicații ale trigonometriei în geometrie

- Rezolvarea triunghiului dreptunghic
- Cercul trigonometric, definirea funcțiilor trigonometrice: $\sin, \cos : [0; 2\pi] \rightarrow [-1; 1]$,
 $\operatorname{tg} : [0; \pi] \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $\operatorname{ctg} : (0; \pi) \rightarrow \mathbb{R}$
- Definirea funcțiilor trigonometrice: $\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $\cos : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $\operatorname{tg} : \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}$,
 $\text{cu } D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$, $\operatorname{ctg} : \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}$, $\text{cu } D = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$
- Reducerea la primul cadran; formule trigonometrice: $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$, $\cos(a+b)$,
 $\cos(a-b)$, $\sin 2a$, $\cos 2a$
- Modalități de calcul a lungimii unui segment și a măsurii unui unghi: teorema sinusurilor și teorema cosinusului

*Se va preciza elevilor legătura între exprimările *reper cartezian* (Programa școlară Matematică, clasa a IX-a, ciclul inferior al liceului) și *sistem de axe ortogonale* (programa de gimnaziu).

Notă:

Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice.

Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

III.3.3. Conținuturi asociate programei școlare pentru clasa a IX-a – 4 ore (2 ore TC + 2 ore CD)

Domenii de conținut	Conținuturi
Mulțimi. Numere	<p>1. Mulțimi și elemente de logică matematică</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adăos, partea întreagă, partea fracționară a unui număr real; operații cu intervale de numere reale • Propoziție, predicat, cuantificatori • Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate, regulile lui De Morgan); raționament prin reducere la absurd • Inducția matematică • Probleme de numărare
Algebra	<p>2. Siruri</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modalități de a defini un sir, siruri mărginite, siruri monotone • Siruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor n termeni ai unei progresii • Condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru $n \geq 3$ <p>3. Funcții; lecturi grafice</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reper cartezian*, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma $x=m$ sau $y=m$, cu $m \in \mathbb{R}$

- Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lecturi grafice. Egalitatea a două funcții, imaginea și preimaginea unei mulțimi printr-o funcție, graficul unei funcții, restricții ale unei funcții
- Funcții numerice ($F = \{f : D \rightarrow \mathbb{R} \mid D \subseteq \mathbb{R}\}$) reprezentarea geometrică a graficului: intersecția cu axele de coordonate, rezolvări grafice ale unor ecuații și inecuații de forma $f(x) = g(x)$ ($\leq, <, >, \geq$); proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie; alte proprietăți: paritate, imparitate, simetria graficului față de drepte de forma $x = m$, $m \in \mathbb{R}$, periodicitate
- Componerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice

4. Funcția de gradul I

- Definiție; reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$
- Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției; studiul monotoniei prin semnul diferenței $f(x_1) - f(x_2)$ (sau prin studierea semnului raportului $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$, $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 \neq x_2$)
- Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($<, >, \geq$), studiate pe \mathbb{R} sau pe intervale de numere reale
- Poziția relativă a două drepte, sisteme de ecuații de tipul $\begin{cases} ax + b = c \\ mx + ny = p \end{cases}$, a, b, c, m, n, p numere reale
- Sisteme de inecuații de gradul I

5. Funcția de gradul al II-lea

- Reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m$, cu $m \in \mathbb{R}$
- Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$, cu $s, p \in \mathbb{R}$

6. Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea

- Monotonie; studiul monotoniei prin semnul diferenței $f(x_1) - f(x_2)$ sau prin rata creșterii/ descreșterii: $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$, $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 \neq x_2$, punct de extrem (vârful parabolei)
- Poziționarea parabolei față de axa Ox , semnul funcției, inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($<, >, \geq$), $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, studiate pe \mathbb{R} sau pe intervale de numere reale, interpretare geometrică: imagini și preimagini ale unor intervale (proiecțiile unor porțiuni de parabolă pe axe)
- Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$, cu $a, b, c, m, n, p \in \mathbb{R}$
- Rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} a_1x^2 + b_1x + c_1 = y \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 = y \end{cases}$, $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 \in \mathbb{R}$, interpretare geometrică

Geometrie

7. Vectori în plan

- Segment orientat, relația de echipolență, vectori, vectori coliniari
- Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu scalari, proprietăți ale înmulțirii cu scalari; condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori dați, necoliniari

8. Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană

- Vectorul de poziție al unui punct
- Vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism)
- Vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi)
- Teorema bisectoarei, vectorul de poziție al centrului cercului înscris într-un triunghi; ortocentrul unui triunghi; relația lui Sylvester, concurența înălțimilor
- Teorema lui Menelau, teorema lui Ceva

9. Elemente de trigonometrie

- Cercul trigonometric, definirea funcțiilor trigonometrice: $\sin, \cos : [0; 2\pi] \rightarrow [-1; 1]$,
 $\tg : [0; \pi] \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $\ctg : (0; \pi) \rightarrow \mathbb{R}$
- Definirea funcțiilor trigonometrice: $\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1; 1]$, $\cos : \mathbb{R} \rightarrow [-1; 1]$, $\tg : \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}$, cu $D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$, $\ctg : \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}$, cu $D = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$
- Reducerea la primul cadran; formule trigonometrice: $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$, $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin 2a$, $\cos 2a$, $\sin a + \sin b$, $\sin a - \sin b$, $\cos a + \cos b$, $\cos a - \cos b$ (transformarea sumei în produs)

10. Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în geometria plană

- Produsul scalar a doi vectori: definiție, proprietăți. Aplicații: teorema cosinusului, condiții de perpendicularitate, rezolvarea triunghiului dreptunghic
- Aplicații vectoriale și trigonometrice în geometrie: teorema sinusurilor, rezolvarea triunghiurilor oarecare
- Calcularea razei cercului înscris și a razei cercului circumscris în triunghi, calcularea lungimilor unor segmente importante din triunghi, calcul de arii

*Se va preciza elevilor legătura între exprimările *reper cartezian* (Programa școlară Matematică, clasa a IX-a, ciclul inferior al liceului) și *sistem de axe ortogonale* (programa de gimnaziu).

Notă:

Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice.

Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)



CAPITOLUL III.4. SUGESTII METODOLOGICE

III.4.1. Sugestii metodologice – abordare generală (pentru toate programele)

Recomandăm lectura critică a secțiunii „Sugestii metodologice” din cadrul programei școlare pentru clasa a IX-a, în vigoare.

Având în vedere specificul acestui an de studiu, completăm sugestiile metodologice ale programei școlare în vigoare cu o serie de considerații care vin în sprijinul organizării și desfășurării procesului educațional la disciplina matematică, clasa a IX-a.

Programele școlare au în centru formarea de competențe la elevi. Elementele fixe ale programei școlare sunt competențele generale, competențele specifice și conținuturile asociate. Activitățile de învățare sunt cu titlul de exemple, deci reprezintă zona prin care profesorul poate și trebuie să personalizeze procesul de predare-învățare-evaluare, în funcție de specificul și de caracteristicile grupului de elevi. Competențele generale se structurează pe întreg parcursul educațional corespunzător unui ciclu de învățământ. Competențele specifice se structurează, de regulă, pe parcursul unei unități de învățare și sunt asociate unor conținuturi, realizându-se prin activitățile de învățare.

Ordinea parcurgerii domeniilor/subdemeniilor sau a decupajelor de conținut nu este predefinită, lista din programa școlară fiind una orientativă, singurele restricții privind ordinea fiind determinate de logica internă a disciplinei și legăturile intradisciplinare.

Lectura programei școlare, precum și concluziile fundamentate pe baza rezultatelor evaluărilor inițiale, orientează profesorul în elaborarea planificării calendaristice și a proiectelor didactice ale unităților de învățare. Atât planificarea, cât și proiectarea didactică sunt supuse apriori revizuirii, ca urmare a organizării și desfășurării propriu-zise a procesului de predare-învățare-evaluare.

Proiectarea didactică trebuie să aibă în vedere stiluri și ritmuri de învățare diferite și trebuie să aibă adresabilitate atât către elevii cu dificultăți în învățare, cât și către elevii capabili de performanță. În clase eterogene, atenția profesorului trebuie să fie echitabil repartizată diferitelor grupuri, implicând strategii de învățare diferențiată. Accentul nu trebuie pus pe separarea continuă a activităților pe grupuri de nivel (omogene), ci pe subgrupuri eterogene, facilitând o învățare colegială, prin cooperare.

Evaluarea va urmări acordarea către elev a unui feedback prompt, pe fiecare dintre cele trei componente ale competențelor: cunoștințe, abilități și atitudini.

Dezvoltăm recomandările și sugestiile metodologice în **Anexa IV.2. Considerații metodologice la trecerea de la învățământul gimnazial la cel liceal/profesional.**

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

III.4.2. Recomandări privind aplicarea evaluării inițiale

În contextul clasei a IX-a, a aplica o evaluare inițială pentru noul colectiv de elevi format este mai mult decât o recomandare. Susținem afirmația anterioară prin următoarele:

- în situația în care toți elevii ce constituie colectivul unei clase a IX-a au susținut proba de matematică din cadrul Evaluării naționale, profesorul care se raportează la nota obținută de elev are cel mult o imagine asupra unei ierarhizări a indivizilor la nivelul clasei și a colectivului clasei față de promoție, în acest caz notele reprezentând un feedback strict cantitativ, dar nu și calitativ;

- avem în vedere că orice construct coerent al procesului de predare-învățare-evaluare pe un întreg an școlar necesită planificare, deci implică o bugetare a timpului cu defalcare pe unități de învățare; repartizarea bugetului de timp trebuie să țină cont de nivelul achizițiilor învățării anterioare, un deficit de competență pe care se sprijină construirea noilor achiziții necesitând suplimentarea alocării orare pentru anumite unități de învățare, cu introducerea de activități de învățare remedială;
- administrarea unei evaluări inițiale va furniza profesorului informații asupra nivelul achizițiilor anterioare, prin raportare la competențele specifice; astfel, analizarea răspunsurilor elevilor în cazul evaluării inițiale permite identificarea eventualelor deficiențe de formare/dezvoltare a competențelor specifice și, în raport cu acestea, planificarea activităților de învățare remedială/de recuperare, în consecință o facilitate mai bună a construcției noilor achiziții specifice clasei a IX-a.

Acceptând necesitatea aplicării la elevi a unei evaluări inițiale, acesta va fi administrată la început de an școlar, de preferat doar cu anunțarea acesteia către elevi, fără ca, în prealabil, să se rezerve un timp didactic pentru recapitulare. Astfel, rezultatele elevilor la evaluarea inițială vor descrie, punctual și în ansamblu, ce știe și ce poate face elevul fără sprijin în raport cu învățarea anterioară. De asemenea, în condițiile în care se optează pentru o structură a instrumentului de evaluare similară cu cea a celui pe care elevul a susținut-o în cadrul probei de matematică la Evaluarea națională, profesorul va avea informații și în ceea ce privește calitatea învățării, din perspectiva a ceea ce s-a păstrat la 3 luni de la aplicarea primului instrument de evaluare. Totuși, trebuie avut în vedere că la proiectarea instrumentului de evaluare inițială, matricea de specificație să fie relevantă în ceea ce privește propunerea de itemi, adaptând instrumentul la obiectivul principal – acela de a radiografia starea învățării anterioare ce va sprijini construcția noilor achiziții.

Asociem **Anexa IV.3. Modele de evaluări inițiale, exemple de analiză a tipurilor de răspuns și exemple de activități de învățare remedială/progres** la capitolul de față, în care sunt cuprinse patru exemple de evaluări inițiale. Oricare dintre exemplificări se poate adapta în vederea utilizării la clasă. Deși cele patru exemple au la bază abordări diferite, acestea, prin adaptare, pot fi utilizate pentru orice tip de clasă (din perspectiva filierei, profilului sau specializării/calificării).

(Revenire la cuprinsul interactiv)

III.4.3. Sugestii de analiză și de utilizare a concluziilor evaluărilor inițiale

Orice demers evaluativ are ca scop luarea deciziilor asupra procesului de predare-învățare. În consecință, evaluarea inițială este parte a procesului decizional în planificarea proceselor de predare-învățare și se bazează pe analiza a *ce știu și a ce știu a face* elevii. Profesorul realizează această analiză asupra nivelului de structurare a competențelor de la nivel gimnazial și pe care se bazează structurarea competențelor vizate de programa școlară pentru clasa a IX-a.

De exemplu, structurarea competenței specifice C.S.3.3. **Alegerea și utilizarea unei modalități adecvate de reprezentare grafică în vederea evidențierii unor proprietăți ale funcțiilor** din programa școlară pentru clasa a IX-a (3 ore) se bazează, printre altele, pe un nivel acceptabil de structurare al competenței specifice CS.2.3 **Reprezentarea în diverse moduri a unor corespondențe și/ sau a unor funcții în scopul caracterizării acestora** din programa școlară pentru clasa a VIII-a. În consecință, profesorul trebuie să realizeze diagnoza nivelului de structurare al competenței 2.3. din programa clasei a VIII-a, înainte de aborda unitatea de învățare Funcția de gradul I.

Pentru aceasta, profesorul

- formulează itemi/ sarcini de evaluare care să verifice acele competențe specifice din programa școlară pentru gimnaziu pe care se bazează structurarea competențelor vizate de programa școlară pentru clasa a IX-a
- fiecare item/sarcină de evaluare este necesar să vizeze o singură competență specifică
- pentru fiecare competență specifică ce trebuie evaluată se vor elabora cel puțin 3 sarcini de evaluare, câte unul pentru fiecare din domeniile cognitive *cunoaștere, aplicare și raționament*

După elaborarea și aplicarea itemilor prin care se realizează diagnoza, profesorul centralizează informația furnizată de răspunsurile elevilor pentru a avea o diagnoză atât la nivel de elev, cât și la nivel de clasă. Informațiile colectate cu ajutorul evaluării inițiale permit profesorului să realizeze planificarea calendaristică pentru clasa a IX-a, planificarea și proiectarea activităților de învățare.

În cazul în care evaluarea inițială evidențiază existența unor competențe care au fost nestructurate/partial structurate în gimnaziu, profesorul va realiza activități remediale. Sarcinile de lucru din cadrul activităților remediale trebuie să individualizeze învățarea, adică, în funcție de rezultatele evaluării nivelului de structurare a competenței, profesorul proiectează mai multe activități de remediere pentru structurarea aceleiași competențe.

În cadrul **Reperelor metodologice pentru consolidarea achizițiilor din anul școlar 2019 -2020 – Disciplina matematică** <https://educațiacontinua.edu.ro/repere-metodologice.html> sunt prezentate exemple de activități remediale proiectate pe baza rezultatelor evaluării inițiale, în acest sens **recomandăm** utilizarea materialului indicat ca punct de pornire în construirea unor activități de învățare.

Pentru a fi în sprijinul dumneavoastră, în baza exemplelor de evaluare inițială prezentate în secțiunea anterioară, considerăm utilă asocierea unor activități de învățare remedială pentru testele nr. 1 și nr. 4, precum și o analiză a tipurilor de răspuns la itemii ce constituie testul nr. 2 de evaluare inițială, urmată de propuneri de sarcini de lucru în vederea remedierii deficiențelor de învățare.

Exemplul menționat este cuprins în **Anexa IV.3. Modele de evaluări inițiale, exemple de analiză a tipurilor de răspuns și exemple de activități de învățare remedială/progres.**

Pentru a stabili oportunitățile și limitele exemplificărilor, atât cele la care am făcut trimitere ca link anterior, cât și pentru exemplele următoare, profesorul va avea în vedere că:

- exemplul de activități remediale sunt gândite astfel încât acestea să acopere o gamă cât mai largă de posibile greșeli pe care le-ar putea depista un profesor în urma aplicării unui test inițial
- exemplul de activități remediale nu au caracter de obligativitate; fiecare profesor se concentreză pe acele situații pe care le consideră relevante pentru elevii săi, iar ceea ce este propus în acest material se dorește a fi o sursă de inspirație, sperăm bogată, nu stufoasă, pentru orice profesor mai mult sau mai puțin experimentat
- aplicarea exemplului de activități remediale nu înseamnă predarea încă o dată a celor lecții, ci reluarea unor elemente esențiale, prezentarea unor exemple relevante, iar profesorul poate da sarcini de studiu individual care să regleze problemele depistate

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

III.4.4. Recomandări privind realizarea planificărilor calendaristice

Planificarea calendaristică se va raporta, în principal, la programa școlară pentru clasa a IX-a (Anexa nr. 2 la O.M.E.C.I. nr. 5099/09.09.2009), în vigoare, precum și la ordinul ministrului educației nr. 3243/2021 din 5 februarie 2021, privind structura anului școlar 2021 – 2022.

De asemenea, la elaborarea planificării calendaristice, se **recomandă** a se avea în vedere:

a) Rezultatele evaluării inițiale ale elevilor de clasa a IX-a

Astfel, în urma analizei calitative a rezultatelor evaluării inițiale, în vederea proiectării conforme a activităților remediale, de consolidare sau de dezvoltare – după caz, se vor considera două direcții:

- includerea în planificare a unor activități prin care să se realizeze corecții necesare ale nivelului de structurare a competențelor formate anterior la elevi; se recomandă ca unele activități remediale să se planifice în primele 2 săptămâni de la începerea cursurilor și să fie axate pe deficiențele de învățare din registrul de competențe care sunt ancore implicate în construirea noilor achiziții corespunzătoare semestrului I al anului școlar

- includerea în planificare a unor activități pentru elevii capabili de performanță, cu accent pe componenta atitudini a competențelor matematice, în vederea stimulării participării elevilor la concursuri de specialitate

În planificarea demersului didactic se va avea în vedere tratarea diferențiată și individuală a elevilor, în funcție de nivelul cognitiv identificat pe baza evaluării inițiale, a ritmurilor de învățare și, după caz, a unor nevoi speciale de învățare. Planificarea calendaristică trebuie percepută ca un instrument în evoluție, care, de regulă, necesită corecții în urma unor *situări obiectiv-externe* (de exemplu, situația pandemică) sau a unor *situări obiectiv-interne*. În acest caz, o serie de corecții este necesară în urma analizei asociate desfășurării procesului de evaluare continuă, formativă, ce poate evidenția fie neconformități ale învățării, deci o temporizare a ritmului de parcurgere a programei școlare, fie oportunități pentru elevi cu ritm bun de învățare, caz în care este necesară stimularea acestora pentru accelerarea progresului.

b) Valorizarea legăturilor intradisciplinare

Considerăm utilă întărirea colaborării în cadrul echipelor de profesori care predau la aceeași clasă din două perspective:

- punerea în acord asupra planificării în relație a celor unități de învățare care, în mod natural, sunt în interdependență la nivelul diferitelor discipline; în acest sens, la începutul lunii septembrie, organizarea unor întâlniri de lucru pe echipe multidisciplinare, ar permite un construct coerent al planificării calendaristice;
- identificarea unor activități cu pronunțat caracter integrat, implicând o planificare comună multidisciplinară, prin care elevul este pus în situații semnificative de învățare prin investigație sau prin proiect.

În acest sens, **recomandăm** organizarea de consfătuiri/cercuri pedagogice interdisciplinare, la diferite niveluri (local/județean), pentru stimularea schimbului de experiență și a stabilirii unitare a direcțiilor de parcurgere a conținuturilor din programele școlare specifice fiecărei discipline.

În cazul **planificării calendaristice la disciplina matematică pentru clasele a IX-a din învățământul profesional, inclusiv cel dual**, se fac următoarele **recomandări**:

- planificarea calendaristică va avea în vedere distribuirea echilibrată a programelor școlare pentru liceu, clasele a IX-a și a X-a, pe parcursul celor trei ani de studiu, avându-se în vedere numărul cresător al săptămânilor de practică de specialitate de la an; profesorul va decide în baza propriei experiențe sau prin consultare la nivelul unității de învățământ fracțiile de parcurgere a programelor școlare pentru cei trei ani de studiu;
- parcurgerea conținuturilor trebuie corelată cu specificul claselor, respectiv a nivelului achizițiilor învățării anterioare și a ritmului de învățare a elevilor;
- distribuirea alternantă pe săptămâni a orelor alocate celor două domenii majore de conținut, *Algebră* și *Geometrie/Trigonometrie* (ore din același domeniu în cadrul aceleiași săptămâni);
- având în vedere implicarea calculului numeric și algebric în structurarea competențelor din domeniul de calificare, este indicată alocarea de timp pentru activități de consolidare a calculului numeric (5 minute de calcul la începutul fiecărei de *Algebră*, inclusiv cu utilizarea de calculatoare, de preferat exerciții de calcul în situații contextualizate, în relație cu specificul domeniului de calificare);
- în cazul anumitor domenii de calificare, competențele specifice în relație cu geometria sintetică sunt extrem de utile pentru facilitarea rezultatelor învățării prevăzute de anumite module de specialitate; în acest sens, atât în etapa de recapitulare, cât și în cadrul unităților de învățare din domeniul Geometrie/Trigonometrie, trebuie consolidate cunoșterea și deprinderile privind configurațiile geometrice de bază (plane și spațiale), printr-o exemplificare și operare cu modele și obiecte reale proprii unor module de specialitate.

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

III.4.5. Sugestii metodologice „personalizate”, în funcție de tipul programei

Prin administrarea evaluării inițiale, aplicate la începutul anului școlar 2021-2022, profesorul va obține date privind nivelul efectiv de competență deținut de fiecare elev al clasei, va planifica procesul de predare-învățare-evaluare și va proiecta eficient unitățile de învățare, cu un buget corespunzător de timp care va permite, după caz, debutul unității de învățare cu activități remediale/de recuperare, apoi continuarea procesului cu activități de învățare în vederea construirii noilor achiziții, precum și activități de evaluare pentru învățare (formativă) și evaluare a învățării (sumativă).

Prin accesarea *linkurilor* evidențiate mai jos, puteți vizualiza secțiunea destinată fiecărei dintre cele trei tipuri de programe școlare:

[Programa 2 ore](#) [Programa 3 ore](#) [Programa 4 ore](#)

III.4.5.1. Sugestii metodologice pentru programa școlară – 2 ore (2 ore TC)

În cadrul subdomeniului de conținut *Șiruri* se consolidează competențele formate și dezvoltate anterior pentru dependența funcțională și calculul numeric. Unele dintre formulele de calcul pot fi deduse, pe baza definiției sau a proprietăților (de exemplu, pentru primul termen și formula sumei primilor n termeni ai unei progresii aritmetice), altele, mai complexe, vor fi prezentate fără demonstrație. Pentru înțelegerea proprietăților este utilă aplicarea formulelor cu o anumită ritmicitate, în situații concrete cât mai diverse.

Subdomeniul de conținut *Funcții; lecturi grafice*, este un subdomeniu al cărui studiu a debutat în matematica de gimnaziu, studiul la nivel dezvoltat (liceu) având la bază legături directe cu programa de algebră pentru clasa a VIII-a. Astfel, prin inserarea în evaluarea inițială a unor itemi vizând competențele corespunzătoare domeniului *Funcții. Organizarea datelor și probabilități*, profesorul va constata necesitatea/oportunitatea derulării de activități de recuperare la începutul sudomeniului de conținut. Conținuturile permit o serie de corelații intradisciplinare la nivelul programei școlare pentru clasa a IX-a (funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea) și este recomandabilă introducerea și fixarea noțiunilor referitoare la funcții prin lecturarea unor grafice care modelează situații concrete din viața cotidiană. De asemenea, subdomeniul vizat oferă cadrul de organizare a unor activități integrate de învățare, în context interdisciplinar. În acest sens, evidențiem, în programele școlare pentru o serie de discipline de cultură generală și discipline de cultură/module de specialitate, exemple de legături ce pot fi valorificate interdisciplinar:

➤ Disciplina Fizică

- în raport cu unitatea de conținut *Principii și legi în mecanica clasnică*, elevul își structurează competențele specifice Descrierea și explicarea într-un limbaj specific a mișcării corpuri folosind mărimile fizice vectoriale viteza și accelerăție; Interpretarea diagramei dependenței efortului unitar de alungirea relativă pentru diferite materiale
- în raport cu unitatea de conținut *Elemente de statică*, elevul își structurează competențele specifice Rezolvarea unor probleme simple prin aplicarea în diferite situații a condițiilor de echilibru la translație sau rotație

➤ Disciplina Geografie

- în raport cu decupajul de conținut *Măsurarea și reprezentarea spațiului terestru*, elevul își structurează competența specifică Citirea și interpretarea informației cartografice și grafice
- în raport cu decupajul de conținut *Relieful terestru*, elevul își structurează competențele specifice Construirea unui text structurat utilizând o informație cartografică sau grafică, Utilizarea unor metode și tehnici simple, specifice diferitelor discipline științifice, pentru analiza unor elemente ale reliefului în contextul mediului înconjurător

➤ Discipline de cultură de specialitate/ module de specialitate

- având în vedere specificitatea domeniilor de calificare, este indicată o consultare între profesorul de matematică și profesorii care predau discipline/module de specialitate, pentru a se identifica, împreună cu aceștia, aplicațiile din domeniul de specialitate al elevilor care pot fi valorificate în activitățile de învățare referitoare la subdomeniul de conținut *Funcții; lecturi grafice*.

În studiul *Funcției de gradul I*, accentul este pus pe funcțiile care modeleză situații practice, ca de exemplu: probleme cu conținut finanțier (costurile asociate unor cantități de mărfuri când se cunoaște prețul unitar, sumele generate de o dobândă când se cunoaște rata dobânzii, costurile asociate unor servicii când se cunosc condițiile financiare de achiziție a acestora, veniturile unei persoane obținute din desfășurarea unor activități când se cunoaște retribuția pe oră/zi/săptămână/lună, evoluția masei monetare, determinarea profitului unei companii), stabilirea necesarului de materiale pentru realizarea unor lucrări practice când se cunoaște necesarul pe unitate de lucru, probleme de mișcare (exprimarea distanței în funcție de viteză și timp), etc.

Subdomeniul de conținut *Funcția de gradul al II-lea*, va debuta cu actualizarea cunoștințelor și a deprinderilor anterioare ale elevilor privind ecuația de gradul al II-lea și noțiunile generale despre funcții. Lecțiile vor începe cu o activitate introductivă, de prezentare contextualizată a noilor conținuturi, abordată intradisciplinar și interdisciplinar. Pot fi utilizate exemple matematice, din fizică, economie sau din alte domenii. Pentru a facilita înțelegerea noilor concepte, se vor utiliza resurse didactice în format digital (materiale audio-video, aplicații) sau platforme de învățare, dintre care exemplificăm:

- <https://www.mathsisfun.com/algebra/quadratic-equation-graph.html> - aplicație menită să evidențieze modul în care forma graficului funcției de gradul al II-lea depinde de valorile coeficienților săi a , b și c
- <https://www.mathsisfun.com/data/function-grapher.php> - aplicație pentru reprezentarea graficului funcției de gradul al II-lea
- <https://www.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratic-functions-equations/x2f8bb11595b61c86:intro-parabolas/v/interpret-parabola-context?modal=1> – exemplu de interpretare a parabolei în contexte practice
- <https://www.mathsisfun.com/algebra/quadratic-factoring-practice.html> – descompunerea trinomului de gradul al II-lea în produs de factori liniari

Pentru formarea și structurarea competențelor vizate prin subdomeniul de conținut *Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea*, se va avea în vedere captarea atenției la începutul orelor prin analiza critică a modalităților de reprezentare a graficului funcției de gradul al II-lea și rezolvarea unor probleme practice.

La debutul subdomeniului de conținut *Vectori în plan*, sugerăm să fie reamintite câteva noțiuni și proprietăți studiate în gimnaziu:

- Planul este o mulțime de puncte care conține ca submulțimi drepte paralele
- Oricare două puncte distincte determină o dreaptă
- Două drepte din plan care nu au niciun punct comun se numesc paralele
- Axioma lui Euclid
- Proprietatea de tranzitivitate a relației de paralelism
- Noțiuni referitoare la semidrepte, „de aceeași parte”, „de o parte și de alta”, segment, unghiuri, bisectoarea unui unghi etc.
- Proprietăți echivalente de caracterizare a paralelogramului. Paralelograme particulare: dreptunghiul, pătratul, rombul
- Teorema lui Thales, Teorema paralelelor neechidistante, Teorema fundamentală a asemănării.

Recomandăm și utilizarea exemplelor din fizică pentru predarea adunării vectorilor (aplicații în mecanică).

Domeniul de conținut *Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană*, are legături cu o serie de noțiuni și deprinderi de lucru structurate în gimnaziu, și anume puncte coliniare, unghi alungit, unghiuri opuse la vârf, drepte concurente, paralelism, mediană, centrul de greutate al unui triunghi și teorema Thales. În acest sens, pe baza aplicării evaluării initiale, profesorul va decide, după caz, debutul unității de învățare cu activități remediale sau cu activități de consolidare și de construire a noilor achiziții.

Formarea competențelor vizate de programă implică o serie de procedee de abordare a problemelor precum:

- În probleme de coliniaritate - folosirea faptului că două semidrepte formează unghi cu măsura de 180° , a reciprocei teoremei unghiurilor opuse la vârf, a unicării paralelei printr-un punct la o dreapta, sau utilizarea metodei vectoriale
- În probleme de concurență - transformarea problemei de concurență într-o problemă de coliniaritate (arătăm că punctul comun al două drepte este coliniar cu două puncte de pe a treia dreaptă) sau metoda vectorială
- În probleme de paralelism – utilizarea reciprocei teoremei lui Thales sau a condițiilor suficiente pentru ca un patrulater să fie paralelogram, folosirea proprietăților liniei mijlocii a unui triunghi, metoda reducerii la absurd și metoda vectorială: dreptele AB și CD sunt paralele dacă și numai dacă există un număr real nenul t astfel încât $\overrightarrow{AB} = t \cdot \overrightarrow{CD}$

La subdomeniul de conținut *Aplicații ale trigonometriei în geometrie* se va pune accent pe realizarea transferului cunoștințelor și abilităților obținute în rezolvarea triunghiului dreptunghic la rezolvarea triunghiurilor oarecare, identificate în configurații geometrice sau practice date. Utilizând noțiunile prezentate la *Relații metrice în triunghiul dreptunghic* în clasa a VII-a, se vor calcula elemente ale triunghiurilor oarecare. Aceste elemente vor fi utile pentru calcularea de distanțe și arii, prevăzute în programa în vigoare pentru clasa a X-a.

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

III.4.5.2. Sugestii metodologice pentru programa școlară - 3 ore (2 ore TC + 1 oră CD)

Prin accesarea *linkurilor* evidențiate mai jos, puteți vizualiza secțiunea destinată fiecărui dintre cele nouă decupaje de conținut:

<u>Multimi și elemente de logică matematică</u>	<u>Functii. Siruri</u>	<u>Functii; lecturi grafice</u>
<u>Functia de gradul I</u>	<u>Functia de gradul al II-lea</u>	<u>Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea</u>
<u>Vectori în plan</u>	<u>Coliniaritate, concurență, paralelism – calcul vectorial în geometria plană</u>	<u>Trigonometrie și aplicații ale trigonometriei în geometrie</u>

Specificul domeniului de conținut „Mulțimi și elemente de logică matematică”

- domeniu al cărui studiu a debutat în matematica de gimnaziu; în acest sens, studiul la nivel dezvoltat (liceu) are la bază conținuturi în programa de matematică pentru gimnaziu, directe (*V.1 Numere naturale; V.2 Fracții ordinare. Fracții zecimale; VI.1 Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale; VI.3 Mulțimea numerelor întregi; VI.4 Mulțimea numerelor raționale; VII.1 Mulțimea numerelor reale; VIII.1 Intervale de numere reale. Inecuații în \mathbb{R} ; VIII.2 Calcul algebraic în \mathbb{R}*)
- domeniu care implică o serie de *corelații intradisciplinare* la nivelul programei școlare pentru clasa a IX-a; în acest sens, pentru a asigura logica internă a disciplinei și eficiența activității de structurare a noilor achiziții, **se recomandă ca unitățile de învățare asociate acestui domeniu să fie planificate la începutul clasei a IX-a, în primele săptămâni de școală din semestrul I**
- domeniu care oferă posibilitatea unor activități integrate de învățare, în context interdisciplinar; în acest sens, în programele școlare pentru o serie de discipline de cultură generală și discipline/module de specialitate, evidențiem o **serie de exemple** de legături ce pot fi valorificate interdisciplinar
 - Disciplinele **Fizică și Chimie**
 - în raport cu toate domeniile de conținut ale acestor discipline care presupun calculul numeric (mai ales cu numere raționale), aproximări ale numerelor reale, citirea și interpretarea unor grafice și diagrame, analizarea situațiilor-problemă pentru a stabili ipotezele de lucru, pașii logici care trebuie parcursi, relațiile relevante, etapele rezolvării, interpretarea rezultatelor, verificarea soluțiilor și concluziile/consecințele situației-problemă.
 - Disciplina **Logică, argumentare și comunicare**
 - în raport cu domeniul de conținut *Societate, comunicare și argumentare* (decupajele de conținut *Argumentarea și structura argumentelor; analiza logică a argumentelor și Tipuri de argumente*), elevul își structurează competențe specifice precum *Identificarea, în diferite contexte, a unor tipuri de argumentare formulate în limbaj natural sau formal, Identificarea unor erori logice în argumentare și comunicare, Dezvoltarea unor tehnici de argumentare și de comunicare, în vederea învățării pe parcursul întregii vieți, Întemeierea critică a propriilor argumente, Raportarea critică la argumente și contraargumente în conversații, dezbateri, discurs public și mass-media, Utilizarea unor raționamente adecvate (deductive și nedeductive -analogia, inducția) în luarea deciziilor*
 - Disciplina **Geografie**
 - în raport cu domeniile de conținut care presupun calcul numeric, analogii sau raționamente logice deductive, elevul își structurează competențe specifice precum *Argumentarea unui demers explicativ, Utilizarea unor metode și tehnici simple, specifice diferitelor discipline științifice, pentru analiza unor elemente ale reliefului în contextul mediului înconjurător*
 - Discipline de **cultură de specialitate / module de specialitate**
 - în raport cu acestea, având în vedere specificitatea domeniilor de calificare (17 domenii), **se recomandă** o analiză realizată de profesorul de matematică și profesorii care predau discipline/module de specialitate pentru a se identifica oportunitățile de a introduce în activitățile de învățare, aplicații din domeniul de specialitate sau de colaborare a profesorilor în realizarea unei învățări la elevi, prin metoda proiectului interdisciplinar; *importantă este dezvoltarea la elevi a unor tehnici bune de calcul atât mintal, „cu pixul pe hârtie”, dar și utilizând calculatorul sau softuri specifice calculului numeric, a competențelor de argumentare, a utilizării raționamentelor logice adecvate (deducția, analogia, inducția)*

Recomandări diferențiate asociate domeniului de conținut „Mulțimi și elemente de logică matematică”, pentru elevii din clasa a IX-a liceu, filiera tehnologică, respectiv pentru elevii din clasa a IX-a, învățământ profesional, defalcate pe decupaje de conținut:

Decupaje de conținut	Liceu, filiera tehnologică	Învățământ profesional
Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos; operații cu intervale de numere reale	<p>Identificarea unor numere reale, într-o varietate de scrieri, într-un grafic, diagramă, identificarea elementelor unei mulțimi, unui interval, recunoașterea părții întregi a unui număr real, verificarea apartenenței unui element la o mulțime caracterizată printr-o proprietate a elementelor sale, reprezentarea unor mulțimi finite / infinite, a unor operații cu mulțimi (diagrame Venn Euler, axa numerelor reale, reper cartezian), utilizarea unor algoritmi de calcul cu numere reale, a unor aproximări convenabile pentru a facilita efectuarea unor calcule din specialitate sau domeniul de calificare, deducerea unui rezultat pornind de la exemple simple, descrierea unor situații practice cu ajutorul unor modele matematice utilizând mulțimi de numere reale, rezolvarea unor probleme de numărare (principiul incluzerii și al excluderii), transpunerea unor probleme de optim specifice calificării și rezolvarea acestora utilizând aproximări, inegalități cunoscute</p>	<p>Identificarea unor numere reale, într-o varietate de scrieri (ca întregi, ca fracții ordinare, ca fracții zecimale finite*, ca puteri, ca aproximări* ale unor radicali, exprimări procentuale), într-o diagramă, într-un grafic sau într-un tabel care conțin date referitoare la o situație practică, identificarea elementelor unei mulțimi, unui interval, verificarea apartenenței unui obiect la o mulțime, reprezentarea unor mulțimi finite / infinite, a unor operații cu mulțimi (folosind aplicații digitale**), utilizarea unor aplicații digitale** pentru rezolvarea unor exerciții cu mulțimi, operații cu numere reale, operații cu mulțimi, deducerea unui rezultat pornind de la observații, măsurători, realizarea unor verificări prin calcule directe, descrierea cu sprijin unor situații practice utilizând mulțimi de numere reale, rezolvarea cu sprijin a unor probleme de numărare, transpunerea cu sprijin a unor probleme de optim specifice domeniului de calificare și rezolvarea acestora utilizând aproximări, aplicații digitale**</p> <p>* sunt tipuri de rezultate pe care le afișează ecranul unui calculator de buzunar, deci ne situăm în zona utilizării curente</p> <p>** exemple pentru utilizarea aplicațiilor online la:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● <i>reprezentarea mulțimilor</i> https://learningapps.org/display?v=p7gek9qpk21 https://learningapps.org/display?v=pwh51a4kj21 https://learningapps.org/display?v=pg5wp2yen21 https://wordwall.net/ro/resource/3570672/mul%C8%9Bimi https://wordwall.net/ro/resource/3536864/mul%C8%9Bimi https://view.genial.ly/60b740d762c1740e57cd3deb/interactive-content-multimi-quiz https://quizlet.com/429795654/logica-matematica-flash-cards/ ● <i>rezolvarea unor exerciții cu mulțimi</i> https://create.kahoot.it/details/a1841a9a-efdd-4989-aca0-41a1a28b098 https://create.kahoot.it/details/04ef2de2-1df5-4fc2-a056-5923ae689eac https://quizizz.com/admin/quiz/5f9e80c4daf65b001b45cec3 https://create.kahoot.it/share/multimi-si-elemente-de-logica/4c2fe3d5-5f83-481e-a969-d6659f0c0de3 ● <i>operații cu numere reale, compararea unor numere reale</i> https://app.wizer.me/preview/D8F9QS https://quizizz.com/admin/quiz/5dd58e22c77807001b099a43 https://quizizz.com/admin/quiz/5e8e0ab4216733001b680dea

Propoziție, cuantificatori predicat,	<p>Recunoașterea unor simboluri specifice logicii matematice, a unor propoziții, predicate, identificarea valorii de adevăr, a mulțimii de adevăr, transcrierea unui enunț referitor la rezultatele unor măsurători utilizând predicate, cuantificatori logici, utilizarea unor calcule cu numere reale pentru stabilirea mulțimii de adevăr, a valorii de adevăr pentru o propoziție existențială sau universală, deducerea valorii de adevăr pentru o propoziție universală / existențială pornind de la exemple/contraexemple, descrierea unor situații practice cu ajutorul unor propoziții, predicate, transpunerea unei probleme cu predicate în problemă cu mulțimi (respectiv cu mulțimile de adevăr ale acestora) și rezolvarea ei cu ajutorul reprezentărilor grafice, utilizând aplicații digitale</p> <p>Exemple: https://eduboom.ro/video/140/elemente-de-logica-matematica-propozitii-predicat-cuantificatori-m2-m3 https://eduboom.ro/video/150/conectorii-logici-non-Si-sau-m2-m3</p>
Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicatie, echivalentă), corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd	<p>Identificarea negației, conjuncției, disjuncției, ipotezei, concluziei, recunoașterea propozițiilor echivalente, reprezentarea operațiilor logice și evidențierea legăturii cu operațiile cu mulțimi, utilizarea tabelelor de adevăr pentru efectuarea operațiilor logice elementare și determinarea elementelor unei mulțimi prin asocierea operațiilor cu mulțimi cu operații logice și invers, utilizarea unor exemple/ contraexemple specifice specializării, domeniului de calificare, pentru deducerea unor rezultate și verificarea acestora prin reducere la absurd, utilizarea regulilor de negație pentru disjuncție și conjuncție corelate cu complementara reuniunii și intersecției sau pentru propoziții existențiale și universale</p> <p>Identificarea negației, conjuncției, disjuncției, ipotezei, concluziei, recunoașterea propozițiilor echivalente, reprezentarea operațiilor logice și evidențierea legăturii cu operațiile cu mulțimi, utilizarea tabelelor de adevăr pentru efectuarea operațiilor logice elementare și determinarea elementelor unei mulțimi prin asocierea operațiilor cu mulțimi cu operații logice și invers, utilizarea unor exemple/ contraexemple specifice specializării, domeniului de calificare, pentru deducerea unor rezultate și verificarea acestora prin reducere la absurd, transpunerea unei probleme în limbajul propozițiilor logice și rezolvarea cu ajutorul tabelelor de adevăr, reformularea unei probleme utilizând raționamente logice, rezolvarea unei situații practice prin modelarea cu sprijin utilizând operații logice elementare</p>

	<p>cu exemple din domeniul de calificare, transpunerea unei probleme în limbajul propozițiilor logice și rezolvarea cu ajutorul tabelelor de adevăr, reformularea unei probleme utilizând raționamente logice, rezolvarea unei situații practice prin modelarea utilizând negația unor propoziții universale sau existențiale, prin aplicarea legii tertului exclus</p>	
Inducția matematică	<p>Identificarea unor elemente comune, analogii în exemple, date reprezentând situații practice particulare, transcrierea unor caracteristici ale unor procese prin particularizare, analogie, utilizarea inducției pentru a stabili unicitatea unei soluții sau pentru a determina toate soluțiile unei probleme referitoare la o situație practică, deducerea unui rezultat pornind de la exemple simple sau în urma realizării unor măsurători, verificări prin calcule directe particulare, generalizarea acestuia și demonstrarea prin inducție, folosirea particularizării, a generalizării, a inducției sau analogiei pentru alcătuirea sau rezolvarea de probleme noi, intuirea algoritmului după care este construită o succesiune dată, exprimată verbal sau simbolic și verificarea pe cazuri particulare a regulilor descoperite, utilizarea rezultatelor și a raționamentelor logice pentru crearea unor strategii de lucru în domeniul de calificare</p>	<p>Identificarea unor elemente comune, analogii în exemple, date reprezentând situații practice particulare, transcrierea unor caracteristici ale unor procese prin particularizare, analogie, utilizarea algoritmului inducției matematice pentru demonstrarea unor relații cu numere reale, deducerea unui rezultat pornind de la rezultatele unor măsurători, verificări prin calcule directe particulare și demonstrarea acestuia prin inducție matematică, redactarea rezolvării unor probleme utilizând principiul inducției, utilizarea datelor, a rezultatelor unor observații / măsurători pentru interpretarea unor strategii de lucru în domeniul de calificare</p> <p>Exemple de utilizare a unor aplicații digitale: https://eduboom.ro/video/167/inductia-matematica-m2 https://eduboom.ro/video/168/inductia-matematica-exercitii-m2</p>

Specificul domeniului de conținut „Funcții. Siruri”

- domeniu al cărui studiu a debutat în matematica de gimnaziu; în acest sens, studiul la nivel dezvoltat (liceu) are la bază ancore în programa de matematică pentru gimnaziu, directe (*noțiuni de siruri de numere: pare, impare, prime, pătrate perfecte, multiplii unui număr etc.*), respectiv din alte domenii ale matematicii (domeniul algebră: *mulțimea numere reale, ecuații și relații între rădăcini, elemente de organizare a datelor, calcul algebric, funcții, matematici financiare*); în acest sens, prin administrarea evaluării inițiale, aplicate la începutul anului școlar 2021-2022, profesorul va obține date privind nivelul funcțional de competență deținut de fiecare elev al clasei și va planifica procesul de predare-învățare-evaluare și va proiecta unitățile de învățare corespunzătoare, cu un buget corespunzător de timp care va permite, după caz, debutul unității de învățare cu activități remediale/de recuperare, apoi continuarea procesului prin activități de învățare în vederea construirii noilor achiziții, precum și activități de evaluare pentru învățare (formativă) și a învățării (sumativă)
- domeniu care implică o serie de corelații intradisciplinare la nivelul programei școlare pentru clasa a IX-a; în acest sens, pentru a asigura logica internă a disciplinei și eficiența activității de structurare a noilor achiziții, se recomandă ca unitățile de învățare asociate acestui domeniu să fie planificate ulterior parcurgerii unităților de învățare asociate decupajelor de conținut referitoare la *funcții*
- domeniu care oferă cadrul de organizare a unor activități integrate de învățare, în context interdisciplinar; în acest sens, în programele școlare pentru o serie de discipline de cultură generală și discipline de cultură/module de specialitate, evidențiem următoarele **exemple** de legături ce pot fi valorificate interdisciplinar:
 - **Disciplina Fizică**
 - în raport cu unitatea de conținut *Producerea și utilizarea curentului continuu*, elevul își structurează competențele specifice *Utilizarea algoritmilor de rezolvare de probleme în cazul grupărilor serie, paralel, mixt a rezistoarelor și generatoarelor electrice*
 - în raport cu unitatea de conținut *Principii și legi în mecanica clasice*, elevul își structurează competențele specifice *Rezolvarea unor probleme simple prin aplicarea în diferite situații a legii lui Hooke*
 - în raport cu unitatea de conținut *Cinematica punctului material, Mișcarea rectilinie uniform, Mișcarea rectilinie uniformă variată, Mișcarea circulară uniformă*, elevul își structurează competențele specifice *Descrierea și explicarea într-un limbaj specific a mișcării corporilor folosind mărimile fizice vectoriale viteză și acceleratie*
 - **Disciplina Chimie**
 - *Rezolvarea de probleme în scopul stabilirii unor corelații relevante, demonstrând raționamente deductive și inductive*
 - în raport cu decupajele de conținut *Calcule stoichiometrice, Ecuația de stare a gazului ideal, Volum molar* elevul își structurează competențele specifice *Integrarea relațiilor matematice în rezolvarea de probleme*
 - **Disciplina Geografie**
 - în raport cu decupajul de conținut *Atmosfera terestră*, elevul își structurează competențele specifice *Utilizarea unor metode și tehnici simple, specifice diferențelor discipline științifice, pentru analiza unor elemente ale climei, hidrografiei și învelișului biogeografic în contextul mediului înconjurător*
 - **Discipline de cultură de specialitate/ module de specialitate**
 - în raport cu acestea, având în vedere specificitatea domeniilor de calificare (17 domenii), **se recomandă** o consultare între profesorul de matematică și profesorii care predau discipline/module de specialitate pentru a se identifica oportunitățile de a introduce în activitățile de învățare aplicații din domeniul de specialitate sau de colaborare a profesorilor în realizarea unei învățări la elevi, prin metoda proiectului interdisciplinar

Recomandări diferențiate asociate domeniului de conținut „Funcții. Siruri”, pentru elevii din clasa a IX-a liceu, filiera tehnologică, respectiv pentru elevii din clasa a IX-a, învățământ profesional, defalcate pe decupaje de conținut:

Decupaje de conținut	Liceu, filiera tehnologică	Învățământ profesional
Modalități de a descrie un sir Şiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, determinarea termenului general al unei progresii	<p>Identificarea datelor cunoscute (termenii de rang k, modul de definire a unui sir), recunoașterea cazului prin raportare la exemplificări anterioare ale acestuia, adecvarea metodei de rezolvare ce presupune un raționament cu un număr redus de pași la ipotezele date, utilizarea mijloacelor de calcul electronice pentru determinare, determinarea unor termeni și validarea rezultatelor în contextul dat</p> <p>Investigarea unor contexte practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea încurătoare</p>	<p>Identificarea datelor cunoscute (primul termen, termenul de rang k), recunoașterea cu sprijin a cazului a modului de definire al unui sir în baza unor indicații, parcursarea etapelor de rezolvare cu sprijin (defalcarea acestora într-o prezentare secvențială de tip item structurat), utilizarea mijloacelor de calcul electronice în vederea obținerii termenilor de rang mare, determinarea valorilor unui sir de numere definit prin termen general sau recurență și validarea rezultatelor în contextul dat</p> <p>Investigarea dirijată a unor contexte simple, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea încurătoare</p>
Calcularea sumei primilor n termeni ai unei progresii aritmetice sau geometrice	<p>Identificarea termenilor unui sir care aparțin unei progresii aritmetice sau geometrice, recunoașterea unui sir de numere care formează o progresie aritmetică sau geometrică prin diferență sau raportul a oricăror doi termeni consecutivi, începând cu al doilea termen, utilizarea termenului general în determinarea unor termeni ai unui sir de numere utilizarea de mijloace de calcul electronic pentru obținerea termenilor de rang superior utilizând formula termenului general.</p> <p>Investigarea unor contexte practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea încurătoare</p>	<p>Identificarea termenilor unui sir care aparțin unei progresii aritmetice sau geometrice, recunoașterea unui sir de numere care formează o progresie aritmetică sau geometrică prin diferență sau raportul a oricăror doi termeni consecutivi, începând cu al doilea termen, recunoașterea rației unei progresii aritmetice sau geometrice, utilizarea mediei aritmetice sau geometrice pentru determinarea termenilor unei progresii aritmetice sau geometrice, utilizarea de mijloace de calcul electronic pentru obținerea de termeni pentru diferite valori ale rației, adecvarea sub îndrumare, a aproximării la context</p> <p>Investigarea dirijată a unor contexte simple, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea încurătoare</p>
	<p>Identificarea elementelor necesare pentru calcularea sumei primilor n termeni ai unei progresii aritmetice sau geometrice, utilizarea proprietăților</p>	<p>Identificarea elementelor necesare pentru calcularea sumei primilor n termeni ai unei progresii aritmetice sau geometrice, utilizarea proprietăților</p>

	<p>unei progresii aritmetice în vederea calculării sumei primilor n termeni, determinarea unor termeni prin utilizarea unor relații simple a sumei primilor n termeni, adecvarea strategiei de rezolvare a unei situații-problemă prin alegerea de informații și de formule.</p> <p>Investigarea unor contexte matematice, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare</p>	<p>unei progresii aritmetice în vederea calculării sumei primilor n termeni, determinarea numerică a unor termeni prin aplicarea unor relații simple a sumei primilor n termeni, adecvarea strategiei de rezolvare a unei situații-problemă prin alegerea de informații și de formule din lista de formule.</p> <p>Investigarea dirijată a unor contexte simple, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare</p>
<p>Condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru $n \geq 3$</p>	<p>Identificarea, prin lectură grafică a corespondenței a 3 puncte, implicând proprietatea de medie aritmetică a termenilor vecini ai unei progresii aritmetice, identificarea modalității de studiere a proprietăților celor n numere, utilizarea diferenței sau raportului a oricăror 2 termeni consecutivi pentru stabilirea naturii progresiei, justificarea folosirii formulei termenului general al unei progresii pentru validarea ca n numere să fie în progresie, adecvarea strategiei de rezolvare într-un număr redus de pași, a unei situații-problemă, prin alegerea de informații și de formule. Investigarea unor contexte matematice, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare https://lectii-virtuale.ro/video/notiunea-de-sir; https://prepi.ro/page/5bde5a120c165a0016b63841</p>	<p>Identificarea, prin lectură grafică a corespondenței a 3 puncte, implicând proprietatea de medie aritmetică a termenilor vecini ai unei progresii aritmetice, identificarea modalității de studiere a proprietăților celor n numere utilizarea diferenței sau raportului a oricăror 2 termeni consecutivi pentru stabilirea naturii progresiei, justificarea folosirii formulei termenului general al unei progresii pentru validarea ca n numere să fie în progresie, adecvarea strategiei de rezolvare într-un număr redus de pași, a unei situații-problemă, prin alegerea de informații și de formule. Investigarea unor contexte matematice, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există) sau din realitatea înconjurătoare. Utilizarea software/site-uri https://eduboom.ro/video/267/progresii-aritmetice</p>

Specificul domeniului de conținut „Funcții; lecturi grafice”

- domeniu al cărui studiu a debutat în matematica de gimnaziu; în acest sens, studiul la nivel dezvoltat (liceu) are la bază conținuturi în programa de matematică pentru gimnaziu, directe (*VII.3 Elemente de organizare a datelor; VIII.3 Funcții*) și conexe (decupaje de conținut din domeniile: *Mulțimi. Numere; Algebră, Organizarea datelor; Geometrie* de exemplu: *reprezentarea datelor prin grafice; intervale de numere reale; operații cu numere reale; punct, dreaptă, plan; pozițiile relative a două drepte*)
- domeniu care implică o serie de corelații intradisciplinare la nivelul programei școlare pentru clasa a IX-a; în acest sens, pentru a asigura logica internă a disciplinei și eficiența activității de structurare a noilor achiziții, **se recomandă ca unitățile de învățare asociate acestui domeniu să fie planificate la finalul semestrului I sau în primele săptămâni de școală din semestrul al doilea**
- reprezentarea grafică este un instrument de înțelegere a noțiunii de funcție, iar lectura grafică a unei funcții este un mijloc util pentru a determina și studia proprietățile unui proces sau fenomen, specifice specializării și domeniilor de calificare, (de exemplu: în economie putem vorbi de dinamica profitului, în medicină avem cardiograma, *EKG*-ul, în meteorologie studiem fenomene și evoluțiile climei, în inginerie funcții de măsurare, funcții de control etc.) care poate fi modelat grafic. Mai mult de atât, folosirea softurilor și a diferitelor aplicații informatiche (*Excel, GeoGebra, MatLab, MAFA Plotter, AutoCAD* etc.) care permit realizarea de reprezentări grafice și animații conduce la o mai bună înțelegere a proprietăților funcțiilor
- reprezintă un domeniu care oferă posibilitatea unor activități integrate de învățare, în context interdisciplinar; în acest sens, în programele școlare pentru o serie de discipline de cultură generală și discipline/module de specialitate, evidențiem o **serie de exemple** de legături ce pot fi valorificate interdisciplinar
 - **Disciplina Fizică**
 - în raport cu toate domeniile de conținut (de exemplu: *Optică geometrică; Principii și legi în mecanica clasnică; Teoreme de variație și legi de conservare în mecanică*) care presupun dependențe funcționale între mărimele fizice și / sau interpretarea reprezentărilor grafice a unor dependențe; elevul își structurează competențe specifice precum: *Rezolvarea unor probleme simple prin aplicarea relațiilor stabilite între mărimele ce caracterizează diferite sisteme optice cu lentile; Identificarea relației cauzale dintre forță și acceleratie; Evidențierea experimentală a dependenței alungirii corpurilor de forță deformatoare, în domeniul elastic; Explicarea semnificației fizice a puterii și a randamentului, a relației dintre lucrul mecanic și variația energiei cinetice.*
 - **Discipline de cultură de specialitate / module de specialitate**
 - în raport cu acestea, având în vedere specificitatea domeniilor de calificare (17 domenii), se recomandă **se recomandă** o analiză realizată de profesorul de matematică și profesorii care predau discipline/module de specialitate pentru a se identifica oportunitățile de a introduce în activitățile de învățare, aplicații din domeniul de specialitate (reprezentări grafice și interpretări ale acestora pentru funcții specifice calificării) sau de colaborare a profesorilor în realizarea unei învățări la elevi, prin metoda proiectului interdisciplinar. *Importantă este dezvoltarea la elevi a competențelor de identificare, de recunoaștere a unor corelații, dependențe funcționale, de reprezentare grafică și interpretare a datelor obținute din diferite reprezentări, a competențelor de argumentare, justificare, a abilităților de calcul (inclusiv utilizând calculatorul), de utilizare a raționamentului logic*

Recomandări diferențiate asociate domeniului de conținut „Funcții; lecturi grafice”, pentru elevii din clasa a IX-a liceu, filiera tehnologică, respectiv pentru elevii din clasa a IX-a, învățământ profesional, defalcate pe decupaje de conținut:

Decupaje de conținut

Liceu, filiera tehnologică

Învățământ profesional

<p>Reper cartezian, produs cartezian, reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma $x=m$ sau de forma $y=m$, $m \in \mathbb{R}$</p>	<p>Identificarea coordonatelor unor puncte aflate în unul dintre cele patru cadrane sau pe drepte orizontale, verticale; determinarea elementelor unui produs cartezian, determinarea coordonatelor unor puncte situate la intersecția a două reprezentări grafice sau aflate într-un cadran și pe o dreaptă de forma $x=m$ sau de forma $y=m$, m număr real; utilizarea unor reprezentări grafice ale produsului cartezian de mulțimi numerice finite și ale unor drepte orizontale, verticale obținute cu aplicații informatiche în vederea evidențierii unor condiții algebrice pentru anumite puncte; repräsentarea unor drepte de forma $x=m$ sau de forma $y=m$, m număr real, inclusiv utilizând aplicații informatiche</p>	<p>Identificarea coordonatelor unor puncte aflate în unul dintre cele patru cadrane sau pe drepte orizontale, verticale; determinarea punctelor cu coordonate ce corespund elementelor unui produs cartezian de mulțimi numerice finite, determinarea cu sprijin a coordonatelor unor puncte situate la intersecția a două reprezentări grafice sau aflate într-un cadran și pe o dreaptă de forma $x=m$ sau de forma $y=m$, m număr real; utilizarea unor reprezentări grafice ale produsului cartezian de mulțimi numerice finite și ale unor drepte orizontale, verticale, obținute cu aplicații informatiche, în vederea evidențierii unor condiții algebrice pentru anumite puncte (de exemplu, condiții pentru coordonatele unor puncte situate în primul cadran sau situate pe axele de coordonate); repräsentarea unor drepte de forma $x=m$ sau de forma $y=m$, m număr real, (utilizând aplicații informatiche)</p>
<p>Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, egalitatea a două funcții, imaginea unei funcții</p>	<p>Recunoașterea unor dependențe funcționale prezentate în forme variate (tabele, grafice, formule, diagrame) în contexte specifice specializării și domeniilor de calificare; stabilirea egalității a două funcții utilizând reprezentări grafice; utilizarea reprezentării grafice în vederea evidențierii imaginii unei funcții numerice, a coordonatelor unor puncte situate, sau nu, pe reprezentarea grafică; compararea - prin lectură grafică, măsurare – a coordonatelor unor puncte situate pe o reprezentare grafică; deducerea existenței soluției unei ecuații de forma $f(x)=m$, m număr real, prin lecturi grafice</p>	<p>Recunoașterea unor dependențe funcționale prezentate în forme variate (tabele, grafice, formule, diagrame) în contexte specifice specializării și domeniilor de calificare; stabilirea egalității a două funcții numerice utilizând reprezentări grafice; utilizarea reprezentării grafice în vederea evidențierii imaginii unei funcții numerice cu domeniul o mulțime finită, coordonatelor unor puncte situate pe reprezentare; compararea - prin lectură grafică, măsurare – a coordonatelor unor puncte situate pe o reprezentare grafică; deducerea cu sprijin a existenței soluției unei ecuații de forma $f(x)=0$ prin lecturi grafice</p>

<p>Funcții numerice $f : I \rightarrow \mathbb{R}$, I interval de numere reale; graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului, intersecția graficului cu axele de coordonate, interpretarea grafică a unor ecuații de formă $f(x) = g(x)$; proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie, paritate, imparitate (simetria graficului față de axa Oy sau origine), periodicitate</p>	<p>Identificarea, dintr-o mulțime dată, a elementelor care aparțin graficului unei funcții, în baza observațiilor și măsurătorilor realizate; estimarea coordonatelor punctelor de intersecție a reprezentării geometrice a graficului funcției f cu axele de coordonate, cu drepte orizontale sau cu o altă reprezentare grafică; reprezentarea grafică a funcțiilor numerice folosind diferite metode de reprezentare; evidențierea evoluției ascendentă sau descendente a unui proces sau fenomen ce poate fi descris printr-o dependență funcțională; trasarea graficului unor funcții numerice cu o cât mai mare precizie, utilizând eventual și proprietăți ale funcției sau aplicații informatiche, analizarea reprezentărilor grafice ale unor funcții numerice în vederea deducerii unor proprietăți ale acestora</p>	<p>Identificarea, dintr-o mulțime dată, a elementelor care aparțin graficului unei funcții, în baza observațiilor și măsurătorilor realizate; estimarea unor coordonate ale punctelor de intersecție a reprezentării geometrice a graficului funcției f cu axele de coordonate, cu drepte orizontale sau cu o altă reprezentare grafică; reprezentarea grafică a unor funcții numerice, utilizând aplicații informatiche; evidențierea cu sprijin a evoluției ascendentă sau descendente a unui proces sau fenomen ce poate fi descris printr-o dependență funcțională, prin lecturi grafice; trasarea graficului unor funcții numerice cu o cât mai mare precizie, utilizând eventual aplicații informatiche, analizarea cu sprijin a reprezentărilor grafice ale unor funcții numerice în vederea deducerii unor proprietăți ale acestora</p>
<p>Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice</p>	<p>Identificarea imaginii unui element prin compunerea a două funcții numerice reprezentate sub diferite forme (diagrame, tabele de valori, grafice, formule); determinarea funcției $f \circ g$, prin calcul, prin observare, prin lecturi grafice; determinarea soluției unei ecuații de formă $(f \circ g)(x) = m$, m număr real, utilizând diferite forme de scriere a funcțiilor; reprezentarea graficului funcției $f \circ g$; deducerea unor proprietăți (monotonie) ale funcției $f \circ g$ pornind de la proprietățile funcțiilor f și g, prin lecturi grafice.</p>	<p>Identificarea imaginii unui element prin compunerea a două funcții numerice reprezentate sub diferite forme (diagrame, tabele de valori); determinarea valorii $(f \circ g)(x)$, pentru un element x dat, prin calcul, prin observare, prin lecturi grafice; determinarea soluției unei ecuații de formă $(f \circ g)(x) = m$, m număr real, utilizând funcții numerice reprezentate prin diagrame; reprezentarea prin puncte a graficului funcției $f \circ g$, pentru funcții numerice definite pe mulțimi finite; deducerea cu sprijin a monotoniei funcției $f \circ g$ pornind de la monotonia funcțiilor f și g, prin lecturi grafice.</p>

Specificul domeniului de conținut „Funcția de gradul I”

- domeniu al cărui studiu a debutat în matematica de gimnaziu; urmând în acest sens, studiul la nivel dezvoltat (liceu). Domeniul urmează logic domeniului de conținut „**Funcții; lecturi grafice**”, Prin administrarea evaluării inițiale, aplicate la începutul anului școlar 2021-2022, profesorul va obține date privind nivelul efectiv de competență detinut de fiecare elev al clasei și va proiecta unitățile de învățare corespunzătoare, cu un buget corespunzător de timp care va permite, după caz, debutul unității de învățare cu activități remediale/de recuperare, apoi continuarea procesului prin activități de învățare în vederea construirii noilor achiziții, precum și activități de evaluare pentru învățare (formativă) și evaluare a învățării (sumativă);
- domeniu care implică o serie de corelații intradisciplinare la nivelul programei școlare pentru clasa a IX-a; în acest sens, pentru a asigura logica internă a disciplinei și eficiența activității de structurare a noilor achiziții, se recomandă ca unitățile de învățare asociate acestui domeniu să fie planificate la finalul semestrului I sau în primele săptămâni de școală din semestrul al doilea.
- reprezentarea grafică este un instrument de înțelegere a noțiunii de funcție, iar lectura grafică a unei funcții este un mijloc util pentru a determina și studia proprietățile unui proces sau fenomen, specifice specializării și domeniilor de calificare, (de exemplu: în economie putem vorbi de dinamica profitului, în medicină avem cardiograma, *EKG*-ul, în meteorologie studiem fenomene și evoluțiile climei, în inginerie funcții de măsurare, funcții de control etc.) care poate fi modelat grafic. Mai mult de atât, folosirea softurilor și a diferitelor aplicații informatiche (*Excel, GeoGebra, MatLab, MAFA Plotter, AutoCAD etc.*) care permit realizarea de reprezentări grafice și animații conduce la o mai bună înțelegere a proprietăților funcțiilor.
- domeniu care oferă posibilitatea unor activități integrate de învățare, în context interdisciplinar; în acest sens, în programele școlare pentru o serie de discipline de cultură generală și discipline/module de specialitate, evidențiem următoarele exemple de legături ce pot fi valorificate interdisciplinar:
 - **Disciplina Fizică**
 - în raport cu toate domeniile de conținut (de exemplu: *Optică geometrică; Principii și legi în mecanica clasăcă; Teoreme de variație și legi de conservare în mecanică*) care presupun dependențe funcționale între mărimile fizice și/sau interpretarea reprezentărilor grafice a unor dependențe. Elevul își structurează competențe specifice: *Rezolvarea unor probleme simple prin aplicarea relațiilor stabilite între mărimile ce caracterizează diferite sisteme optice cu lentile; Identificarea relației cauzale dintre forță și accelerare; Evidențierea experimentală a dependenței alungirii corpurilor de forță deformatoare, în domeniul elastic; Explicarea semnificației fizice a puterii și a randamentului, a relației dintre lucrul mecanic și variația energiei cinetice.*
 - Discipline de cultură de specialitate / module de specialitate:
 - în raport cu acestea, având în vedere specificitatea domeniilor de calificare (17 domenii), se recomandă o analiză cu profesorul de matematică și profesorii care predau discipline/module de specialitate pentru a se identifica oportunitățile de a introduce în activitățile de învățare, aplicații din domeniul de specialitate (reprezentări grafice și interpretări ale acestora pentru funcții specifice calificării) sau de colaborare a profesorilor în realizarea unei învățări la elevi, prin metoda proiectului interdisciplinar. Importantă este dezvoltarea la elevi a competențelor de identificare, de recunoaștere a unor corelații, dependențe funcționale, de reprezentare grafică și interpretare a datelor obținute din diferite reprezentări, a competențelor de argumentare, justificare, a abilităților de calcul (inclusiv utilizând calculatorul), de utilizare a raționamentului logic.

Recomandări diferențiate asociate domeniului de conținut „**Funcția de gradul I**”, pentru elevii din clasa a IX-a liceu, filiera tehnologică, respectiv pentru elevii din clasa a IX-a, învățământ profesional, defalcate pe decupaje de conținut:

Decupaje de conținut

Liceu, filiera tehnologică

Învățământ profesional

Definiție; reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$

Recunoașterea formei unei funcții liniare; **determinarea** coordonatelor unor puncte situate pe reprezentarea grafică a unei funcții liniare ; **reprezentarea** grafică a funcțiilor de forma $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, inclusiv utilizând aplicații informatiche; **identificarea** dintr-o mulțime de puncte a punctelor care aparțin reprezentării grafice a unei funcții liniare, **utilizarea** condiției de apartenență a unui punct la reprezentarea grafică a unei funcții; **determinarea** punctelor de intersecție ale reprezentării grafice a unei funcții liniare cu axe de coordonate; **reprezentarea** grafică a funcțiilor de forma $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, utilizând punctele de intersecție ale reprezentării grafice cu axe de coordonate; **determinarea** unor proprietăți ale reprezentării grafice a unei funcții liniare (de exemplu calcularea distanței de la originea reperului cartezian la reprezentarea grafică a funcției); **reprezentarea** grafică a funcțiilor de forma $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $D \subseteq \mathbb{R}$ punând în evidență forma reprezentării grafice (dreaptă, semidreaptă, segment de dreaptă, mulțime finită de puncte)

Recunoașterea formei unei funcții liniare; **determinarea** coordonatelor unor puncte situate pe reprezentarea grafică a unei funcții liniare; **reprezentarea** grafică a funcțiilor de forma $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, inclusiv utilizând aplicații informatiche; **identificarea** dintr-o mulțime de puncte a punctelor care aparțin reprezentării grafice a unei funcții liniare, **utilizarea cu sprijin** a condiției de apartenență a unui punct la reprezentarea grafică a unei funcții; **determinarea** punctelor de intersecție ale reprezentării grafice a unei funcții liniare cu axe de coordonate; **reprezentarea** grafică a funcțiilor de forma $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, utilizând punctele de intersecție ale reprezentării grafice cu axe de coordonate; **determinarea cu sprijin** a unor proprietăți ale reprezentării grafice a unei funcții liniare (de exemplu calcularea distanței de la originea reperului cartezian la reprezentarea grafică a funcției); **reprezentarea** grafică a funcțiilor de forma $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $D \subseteq \mathbb{R}$ punând în evidență forma reprezentării grafice (dreaptă, semidreaptă, segment de dreaptă, mulțime finită de puncte)

<p>Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonie, semnul funcției</p>	<p>Descrierea conceptului de funcție monotonă; analizarea reprezentărilor grafice ale unor funcții liniare în vederea deducerii monotoniei acestora; evidențierea evoluției ascendentă sau descendente a unui proces sau fenomen ce poate fi descris printr-o funcție liniară în contexte specifice specializării și domeniilor de calificare;; stabilirea monotoniei unei funcții liniare prin metode algebrice; utilizarea monotoniei unei funcții liniare pentru stabilirea unor valori extreme ale funcției ; identificarea semnului unei funcții liniare prin lecturi grafice sau metode algebrice; utilizarea semnului funcției pentru rezolvarea unor inecuații</p>	<p>Descrierea conceptului de funcție monotonă; analizarea reprezentărilor grafice ale unor funcții liniare în vederea deducerii monotoniei acestora; evidențierea evoluției ascendentă sau descendente a unui proces sau fenomen ce poate fi descris printr-o funcție liniară în contexte specifice specializării și domeniilor de calificare;; stabilirea monotoniei unei funcții liniare prin metode algebrice; utilizarea cu sprijin a monotoniei unei funcții liniare pentru stabilirea unor valori extreme ale funcției ; identificarea semnului unei funcții liniare prin lecturi grafice sau metode algebrice; utilizarea cu sprijin a semnului funcției pentru rezolvarea unor inecuații</p>
<p>Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($\geq, <, >$) $a, b \in \mathbb{R}$, studiate pe \mathbb{R}</p>	<p>Recunoașterea formei unei inecuații de gradul I; determinarea soluției unei inecuații de gradul I; exprimarea ca mulțime de puncte geometrice a mulțimii soluțiilor unor inecuații de gradul I; determinarea soluției unui sistem de inecuații de gradul I; deducerea ca mulțime de puncte geometrice a mulțimii soluțiilor unor sisteme de inecuații de gradul I</p>	<p>Recunoașterea formei unei inecuații de gradul I; determinarea soluției unei inecuații de gradul I; exprimarea cu sprijin ca mulțime de puncte geometrice a mulțimii soluțiilor unor inecuații de gradul I; determinarea soluției unui sistem de inecuații de gradul I; deducerea cu sprijin ca mulțime de puncte geometrice a mulțimii soluțiilor unor sisteme de inecuații de gradul I</p>
<p>Poziția relativă a două drepte; sisteme de tipul $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$, a, b, c, m, n, p numere reale</p>	<p>Stabilirea poziției relative a două drepte; recunoașterea formei unui sistem de ecuații liniare; determinarea soluției unui sistem de ecuații liniare prin metode algebrice sau lecturi grafice; transpunerea unei situații practice în rezolvarea unui sistem de ecuații liniare; interpretarea geometrică a soluției unui sistem de ecuații liniare</p>	<p>Stabilirea poziției relative a două drepte; recunoașterea formei unui sistem de ecuații liniare; determinarea soluției unui sistem de ecuații liniare prin metode algebrice sau lecturi grafice; transpunerea unei situații practice în rezolvarea unui sistem de ecuații liniare; interpretarea geometrică cu sprijin a soluției unui sistem de ecuații liniare</p>

Specificul domeniului de conținut „Funcția de gradul al II-lea”

- domeniu al cărui studiu a debutat în matematica de gimnaziu; în acest sens, studiul la nivel dezvoltat (liceu) are la bază ancore în programa de matematică pentru gimnaziu, directe (*noțiunea de dependență liniară, noțiunea de funcție – lecturi grafice*) și conexe din domeniul *Algebră* (*ecuația de gradul al II-lea*)
- domeniu care implică o serie de corelații intradisciplinare la nivelul programei școlare pentru clasa a IX-a; în acest sens, pentru a asigura logica internă a disciplinei și eficiența activității de structurare a noilor achiziții, **se recomandă ca unitățile de învățare asociate acestui domeniu să fie planificate ulterior parcurgerii unităților de învățare asociate decupajelor de conținut referitoare la mulțimea numerelor reale și la funcții – lecturi grafice**
- domeniu care oferă cadrul de organizare a unor activități integrate de învățare, în context interdisciplinar; în acest sens, în programele școlare pentru o serie de discipline de cultură generală și discipline de cultură/module de specialitate, evidențiem o **serie de exemple** de legături ce pot fi valorificate interdisciplinar

➤ Disciplina **Fizică**

- În raport cu unitatea de conținut *Principii și legi în mecanica newtoniană*, elevul își structurează competențe specifice precum *Rezolvarea unor probleme simple prin aplicarea în diferite situații a principiilor II și III ale mecanicii newtoniene (mișcarea rectilinie uniform variată, mișcarea în câmp gravitațional)*
- În raport cu unitatea de conținut *Teoreme de variație și legi de conservare în mecanică*, elevul își structurează competențe specifice precum *Descrierea și explicarea într-un limbaj specific a mișcării corpuri folosind mărimele fizice vectoriale viteza și accelerație*

➤ Discipline de cultură de specialitate/ module de specialitate

- În raport cu acestea, având în vedere specificitatea domeniilor de calificare (17 domenii), **se recomandă** o consultare între profesorul de matematică și profesorii care predau discipline/module de specialitate pentru a se identifica oportunitățile de a introduce în activitățile de învățare aplicații din domeniul de specialitate sau de colaborare a profesorilor în realizarea unei învățări la elevi, prin metoda proiectului interdisciplinar

Pentru învățământul profesional **se recomandă** ca activitatea să se bazeze pe lecturi grafice, software/aplicații digitale care să modeleze noțiunile.

Recomandări diferențiate asociate domeniului de conținut „Funcția de gradul al II-lea”, pentru elevii din clasa a IX-a liceu, filiera tehnologică, respectiv pentru elevii din clasa a IX-a, învățământ profesional, defalcate pe decupaje de conținut:

Decupaje de conținut

Liceu, filiera tehnologică

Reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
 $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m$ cu $m \in \mathbb{R}$

Recunoașterea unei funcții liniare, a unei funcții pătratice și identificarea **diferențelor** dintre acestea. Identificarea coeficienților unei funcții de gradul al II-lea. **Diferențierea** variației, reprezentate prin tabele date, dintre perimetrul unui pătrat și aria sa în funcție de latură, dintre lungimea și aria unui cerc în funcție de rază, spațiul parcurs în funcție de timp în mișcarea rectilinie uniformă și mișcarea uniform accelerată. **Diferențierea** dintre o variație liniară de una pătratică în cazul unor dependențe funcționale în diferite contexte simple practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/sau din realitatea înconjurătoare.. **Completarea** dirijată a unor tabele de valori care să exprime dependențe funcționale. **Completarea** tabelului de valori pentru funcții numerice de forma $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$ în vederea trasării graficului după determinarea punctelor de intersecție ale graficului funcției cu axele de coordonate, a coordonatelor vârfului parabolei. **Aplicarea** unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea pornind de la lecturi grafice și pe bază de modele (compararea cu reprezentări grafice explicite), eventual pentru funcții de gradul al II-lea cu o parte din coeficienți nuli. **Aplicarea** unor algoritmi pentru trasarea graficului unor funcții de formă prin translarea reprezentării grafice a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$. Utilizarea de software/aplicații digitale (de exemplu <https://www.GeoGebra.org/graphing>, sau <https://www.omnicalculator.com/math/polynomial-graphing>) pentru trasarea graficului. **Aplicarea** unor algoritmi pentru trasarea graficului unor funcții numerice de formă $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$ folosind tabelul de valori. Identificarea în situații concrete (spațiul parcurs în funcție de timp în mișcare uniformă/accelerată, aria unui pătrat în funcție de latura sa) a punctelor semnificative ale graficului și reprezentarea geometrică a funcției de gradul al II-lea care modeleză fenomenul. **Reprezentarea** grafică a funcției de gradul al II-lea utilizând software/aplicații digitale (de exemplu <https://teacher.desmos.com/collection/5f05de47be286245c2bb18a6>) pentru determinarea caracteristicilor graficului unei parabole când

Învățământ profesional

Recunoașterea unei funcții liniare, a unei funcții pătratice și identificarea **diferențelor** dintre acestea. Identificarea coeficienților unei funcții de gradul al II-lea.). **Diferențierea** variației, reprezentate prin tabele date, dintre perimetrul unui pătrat și aria sa în funcție de latură, dintre lungimea și aria unui cerc în funcție de rază, spațiul parcurs în funcție de timp în mișcarea rectilinie uniformă și mișcarea uniform accelerată. **Diferențierea** dintre o variație liniară de una pătratică în cazul unor dependențe funcționale în diferite contexte simple practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/sau din realitatea înconjurătoare. **Completarea** dirijată a unor tabele de valori care să exprime dependențe funcționale. **Completarea** tabelului de valori pentru funcții numerice de formă $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$ în vederea trasării graficului după determinarea punctelor de intersecție ale graficului funcției cu axele de coordonate, a coordonatelor vârfului parabolei. **Aplicarea** unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea pornind de la lecturi grafice și pe bază de modele (compararea cu reprezentări grafice explicite), eventual pentru funcții de gradul al II-lea cu o parte din coeficienți nuli. **Aplicarea** unor algoritmi pentru trasarea graficului unor funcții de formă prin translatarea reprezentării grafice a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$. Utilizarea de software/aplicații digitale (de exemplu <https://www.GeoGebra.org/graphing>, sau <https://www.omnicalculator.com/math/polynomial-graphing>) pentru trasarea graficului. **Aplicarea** unor algoritmi pentru trasarea graficului unor funcții numerice de formă $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$ folosind tabelul de valori. Identificarea în situații concrete (spațiul parcurs în funcție de timp în mișcare uniformă/accelerată, aria unui pătrat în funcție de latura sa) a punctelor semnificative ale graficului și reprezentarea geometrică a funcției de gradul al II-lea care modeleză fenomenul. **Reprezentarea** grafică a funcției de gradul al II-lea utilizând software/aplicații digitale (de exemplu

	<p>legea de corespondență a funcției de gradul al II-lea este data în diverse forme (în formă generală, formă canonică sau formă descompusă ca produs de 2 factori ireductibili), folosirea aplicației pentru a modela traiectoria unei mingi (de exemplu într-un joc de baschet). Exprimarea prin lecturi grafice și pe bază de modele (compararea cu reprezentări grafice explicite) a unor proprietăți ale funcției de forma $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$. Determinarea axei de simetrie a reprezentării grafice a funcției de gradul al II-lea prin calcul, prin lecturi grafice sau prin plierea unui grafic desenat pe coala de hârtie. Determinarea imaginii funcției de gradul al II-lea prin calcul sau prin lecturi grafice. Determinarea monotoniei funcției de gradul al II-lea prin lecturi grafice. Determinarea punctului de extrem al funcției de gradul al II-lea prin lecturi grafice. Determinarea semnului funcției (de exemplu din lectura grafică determinarea tabelului de semn, colorarea părții din reprezentarea grafică care este pozitivă, găsirea valorilor pozitive ale variabilei pentru care funcția este negativă). Determinarea funcției de gradul al II-lea când se cunosc coordonatele unor puncte care aparțin graficului său. Exprimarea unor proprietăți pentru funcția de gradul al II-lea care are două rădăcini/o rădăcină/nicio rădăcină.</p> <p>https://teacher.desmos.com/collection/5f05de47be286245c2bb18a6) pentru determinarea caracteristicilor graficului unei parabole când legea de corespondență a funcției de gradul al II-lea este data în diverse forme (în formă generală, formă canonică sau formă descompusă ca produs de 2 factori ireductibili), folosirea aplicației pentru a modela traiectoria unei mingi (de exemplu într-un joc de baschet). Exprimarea prin lecturi grafice și pe bază de modele (compararea cu reprezentări grafice explicite) a unor proprietăți ale funcției de forma $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$. Determinarea axei de simetrie a reprezentării grafice a funcției de gradul al II-lea prin calcul, prin lecturi grafice sau prin plierea unui grafic desenat pe coala de hârtie. Determinarea monotoniei funcției de gradul al II-lea prin lecturi grafice. Determinarea punctului de extrem al funcției de gradul al II-lea prin lecturi grafice. Determinarea semnului funcției (de exemplu din lectura grafică determinarea tabelului de semn, colorarea părții din reprezentarea grafică care este pozitivă, găsirea valorilor pozitive ale variabilei pentru care funcția este negativă).</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x + y = s, \text{ cu } s, p \in \mathbb{R} \\ xy = p \end{cases}$ 	<p>Scrierea relațiilor lui Viète pentru o ecuație de gradul al II-lea. Utilizarea relațiilor lui Viète pentru determinarea unei ecuații de gradul al II-lea când cunoaștem soluțiile ei. Utilizarea relațiilor lui Viète pentru determinarea soluțiilor unei ecuații de gradul al II-lea cu parametru, când cunoaștem o relație între rădăcini. Rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$ și compararea soluțiilor cu soluțiile ecuației de gradul al II-lea obținută prin utilizarea relațiilor lui Viète. Utilizarea de software/aplicații digitale (de exemplu https://www.GeoGebra.org/classic#graphing, https://teacher.desmos.com/collection/5f05de47be286245c2bb18a6) pentru reprezentarea rezolvarea grafică a unor ecuații sau sisteme de ecuații. Identificarea prin lecturi grafice a soluțiilor unei ecuații de gradul al II-lea și aproximarea soluțiilor. Identificarea prin lecturi grafice a soluțiilor unei ecuații de forma $f(x) = m$, unde $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$ și</p>

<https://www.GeoGebra.org/classic#graphing>,
<https://teacher.desmos.com/collection/5f05de47be286245c2bb18a6>) pentru reprezentarea rezolvarea grafică a unor ecuații sau sisteme de ecuații. **Identificarea** prin lecturi grafice a soluțiilor unei ecuații de gradul al II-lea și aproximarea soluțiilor. **Identificarea** prin lecturi grafice a soluțiilor unei ecuații de forma $f(x) = m$, unde $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$ și aproximarea soluțiilor. **Identificarea** prin lecturi grafice a soluției unui sistem de două ecuații de gradul al II-lea sau o ecuație de gradul al II-lea și una de gradul întâi. Transpunerea relațiilor cuprinse într-o situație dată sub formă de ecuație/sistem de ecuații. **Identificarea** unor metode grafice de rezolvare a ecuațiilor sau sistemelor de ecuații în diferite contexte simple practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/sau din realitatea înconjurătoare.

aproximarea soluțiilor. **Identificarea** unor metode grafice de rezolvare a ecuațiilor sau sistemelor de ecuații în diferite contexte simple practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/sau din realitatea înconjurătoare.

Specificul domeniului de conținut „**Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea**”

- domeniu al cărui studiu a debutat în matematica de gimnaziu; în acest sens, studiul la nivel dezvoltat (liceu) are la bază ancore în programa de matematică pentru gimnaziu, directe (*noțiunea de dependență liniară, noțiunea de funcție – lecturi grafice*) și conexe din domeniul Algebră (ecuația de gradul al II-lea), iar apoi continuat prin capitolul anterior *Funcția de gradul al II-lea*
- domeniu care implică o serie de corelații intradisciplinare la nivelul programei școlare pentru clasa a IX-a; în acest sens, pentru a asigura logica internă a disciplinei și eficiența activității de structurare a noilor achiziții, **se recomandă ca unitățile de învățare asociate acestui domeniu să fie planificate ulterior parcurgerii unităților de învățare asociate decupajelor de conținut referitoare la mulțimea numerelor reale și la funcții – lecturi grafice**
- domeniu care oferă cadrul de organizare a unor activități integrate de învățare, în context interdisciplinar; în acest sens, în programele școlare pentru o serie de discipline de cultură generală și discipline de cultură/module de specialitate, evidențiem o **serie de exemple** de legături ce pot fi valorificate interdisciplinar

➤ Disciplina Fizică

- În raport cu unitatea de conținut *Principii și legi în mecanica newtoniană*, elevul își structurează competențe specifice precum *Rezolvarea unor probleme simple prin aplicarea în diferite situații a principiilor II și III ale mecanicii newtoniene (mișcarea rectilinie uniform variată, mișcarea în câmp gravitațional)*
- În raport cu unitatea de conținut *Teoreme de variație și legi de conservare în mecanică*, elevul își structurează competențe specifice precum *Descrierea și explicarea într-un limbaj specific a mișcării corpurilor folosind mărimile fizice vectoriale viteza și accelerație*

➤ Discipline de cultură de specialitate/ module de specialitate

- în raport cu acestea, având în vedere specificitatea domeniilor de calificare (17 domenii), **se recomandă** o consultare între profesorul de matematică și profesorii care predau discipline/module de specialitate pentru a se identifica oportunitățile de a introduce în activitățile de învățare aplicații din domeniul de specialitate sau de colaborare a profesorilor în realizarea unei învățări la elevi, prin metoda proiectului interdisciplinar

Pentru învățământul profesional **se recomandă ca activitatea să se bazeze pe lecturi grafice, software/aplicații digitale care să modeleze noțiunile.**

Recomandări diferențiate asociate domeniului de conținut „**Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea**”, pentru elevii din clasa a IX-a liceu, filiera tehnologică, respectiv pentru elevii din clasa a IX-a, învățământ profesional, defalcate pe decupaje de conținut:

Decupaje de conținut	Liceu, filiera tehnologică	Învățământ profesional
Monotonie; punct de extrem (vârful parbolei), interpretare geometrică	<p>Liceu, filiera tehnologică</p> <p>Recunoașterea, prin lectură grafică, a apartenenței unui punct la graficul unei funcții. Recunoașterea, folosind software/aplicații digitale (de exemplu https://www.desmos.com/calculator/zukjgk9iry, https://www.GeoGebra.org/classic#graphing) a apartenenței unor puncte la o reprezentare grafică și validarea acestor observații prin calcul. Recunoașterea, prin lectură grafică și pe bază de modele (compararea cu reprezentări asemănătoare) a punctului de extrem al unei funcții de gradul al II-lea, recunoașterea pe grafic a punctului de minim/maxim și a minimului/maximului funcției. Recunoașterea, prin lectură grafică și pe bază de modele (compararea cu reprezentări asemănătoare) a punctelor de intersecție cu axele de coordonate ale graficului unei funcții de gradul al II-lea, recunoașterea rădăcinilor ecuației atașate funcției. Recunoașterea, prin lectură grafică și pe bază de modele (compararea cu reprezentări asemănătoare) a monotoniei unei funcții de gradul al II-lea. Recunoașterea axei de simetrie prin îndoire pentru reprezentarea unei funcții de gradul al II-lea desenată pe o coală de hârtie. Folosirea reprezentării grafice a funcției de gradul al II-lea pentru determinarea monotoniei funcției (de exemplu din lectura grafică determinarea valorilor variabilei pentru care funcția este crescătoare, scrierea tabelului de variație al funcție). Folosirea reprezentării grafice a funcției de gradul al II-lea pentru determinarea coordonatelor vârfului parbolei și a unor puncte de pe parabolă. Reprezentarea grafică a funcției de gradul al II-lea, a punctelor $A(a, f(a)), B(b, f(b))$, compararea cu 0 a diferenței $f(a) - f(b)$ în cazurile $a < b < x_v$, $x_v < a < b$ și $a < x_v < b$. Determinarea unor relații algebrice pentru exprimarea monotoniei funcției de gradul al II-lea pornind de la reprezentarea grafică a funcției. Determinarea unor relații algebrice pentru determinarea monotoniei funcției de gradul al II-lea pe un interval care conține sau nu conține punctul de extrem, folosind lecturi grafice. Utilizarea monotoniei funcției de gradul al II-lea în optimizarea rezultatelor unor probleme practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există) sau din realitatea înconjurătoare. Utilizarea punctului de extrem al funcției de gradul al II-lea în optimizarea rezultatelor unor probleme practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există) sau din realitatea înconjurătoare. Utilizarea monotoniei și a punctului de extrem pentru</p>	<p>Recunoașterea, prin lectură grafică, a apartenenței unui punct la graficul unei funcții. Recunoașterea, folosind software/aplicații digitale (de exemplu https://www.desmos.com/calculator/zukjgk9iry, https://www.GeoGebra.org/classic#graphing) a apartenenței unor puncte la o reprezentare grafică și validarea acestor observații prin calcul. Recunoașterea, prin lectură grafică și pe bază de modele (compararea cu reprezentări asemănătoare) a punctului de extrem al unei funcții de gradul al II-lea, recunoașterea pe grafic a punctului de minim/maxim și a minimului/maximului funcției, a punctelor de intersecție cu axele de coordonate ale graficului unei funcții de gradul al II-lea, recunoașterea rădăcinilor ecuației atașate funcției. Recunoașterea, prin lectură grafică și pe bază de modele (compararea cu reprezentări asemănătoare) a monotoniei unei funcții de gradul al II-lea. Recunoașterea axei de simetrie prin îndoire pentru reprezentarea unei funcții de gradul al II-lea desenată pe o coală de hârtie. Folosirea reprezentării grafice a funcției de gradul al II-lea pentru determinarea monotoniei funcției (de exemplu din lectura grafică determinarea valorilor variabilei pentru care funcția este crescătoare, scrierea tabelului de variație al funcție). Folosirea reprezentării grafice a funcției de gradul al II-lea pentru determinarea coordonatelor vârfului parbolei și a unor puncte de pe parabolă. Determinarea unor relații algebrice pentru exprimarea monotoniei funcției de gradul al II-lea pornind de la reprezentarea grafică a funcției. Utilizarea punctului de extrem al funcției de gradul al II-lea în optimizarea rezultatelor unor probleme practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există) sau din realitatea înconjurătoare. Utilizarea software/aplicații digitale (de exemplu https://teacher.desmos.com/collection/5f05de47be286245c2bb18a6) pentru cerințe care folosesc funcția pătratică pentru a optimiza aria unui teren de perimetru dat.</p>

	<p>determinarea distanței minime între două puncte (ale căror coordonate depind de un parametru) sau a maximului unui produs a doi factori pozitivi variabili a căror sumă este constantă. Utilizarea monotoniei funcției de gradul al II-lea pentru a demonstra că dintre toate dreptunghiurile de perimetru constant, pătratul este de arie maximă sau că dreptunghiul de arie maximă înscris într-un cerc dat este pătratul. Utilizarea software/aplicații digitale (de exemplu https://teacher.desmos.com/collection/5f05de47be286245c2bb18a6) pentru cerințe care folosesc funcția pătratică pentru a optimiza aria unui teren de perimetru dat.</p>
<p>Poziționarea parabolei față de axa Ox, semnul funcției, inecuații de formă, $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($<, >, \geq$), $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ interpretare geometrică</p>	<p>Reprezentarea grafică a dependenței ariei unui pătrat în funcție de latura sa și compararea cu reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ sau a ariei unui cerc în funcție de raza sa și compararea cu reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \pi x^2$. Folosirea repräsentării grafice a funcției de gradul al II-lea pentru determinarea semnului funcției (de exemplu din lectura grafică determinarea tabelului de semn, colorarea părții din reprezentarea grafică care este pozitivă, găsirea valorilor pozitive ale variabilei pentru care funcția este negativă). Folosirea repräsentării grafice a funcției de gradul al II-lea pentru determinarea valorilor variabilei pentru care $f(x) \leq m$, $f(x) \geq m$, $m \in \mathbb{R}$. Rezolvarea unor inecuații de formă $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($<, >, \geq$), $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$. Aplicarea formulelor de calcul prescurtat și obținerea unor ecuații/inecuății echivalente cu forma generală a ecuației/inecuăției de gradul al II-lea. Aplicarea semnului funcției de gradul al II-lea pentru fracții algebrice folosind tabele de semn. Aplicarea formulelor de calcul și a lecturii grafice a unor ecuații/ inecuații de tipul $f(x) = g(x)$, $f(x) \geq g(x)$, unde ambele funcții sunt de gradul al II-lea sau una e de gradul al II-lea și cealaltă de gradul I sau una este de gradul al II-lea și cealaltă o constantă (prin determinarea punctelor de intersecție, apoi lectură grafică și demonstrarea unicății soluțiilor utilizând monotonia). Aplicarea lecturii grafice pentru rezolvarea de ecuații, inecuații și sisteme de ecuații, folosind reprezentarea grafică sau software/aplicații digitale (de exemplu https://www.desmos.com/calculator/zukjgk9iry, https://www.GeoGebra.org/classic#graphing). Exprimarea prin</p> <p>Reprezentarea grafică a dependenței ariei unui pătrat în funcție de latura sa și compararea cu reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ sau a ariei unui cerc în funcție de raza sa și compararea cu reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \pi x^2$. Folosirea repräsentării grafice a funcției de gradul al II-lea pentru determinarea semnului funcției (de exemplu din lectura grafică determinarea tabelului de semn, colorarea părții din reprezentarea grafică care este pozitivă, găsirea valorilor pozitive ale variabilei pentru care funcția este negativă). Folosirea dirijată a repräsentării grafice a funcției de gradul al II-lea pentru determinarea valorilor variabilei pentru care $f(x) \leq m$, $f(x) \geq m$, $m \in \mathbb{R}$. Rezolvarea unor inecuații de formă $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($<, >, \geq$), $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$. Aplicarea formulelor de calcul prescurtat și obținerea unor ecuații/inecuății echivalente cu forma generală a ecuației/inecuăției de gradul al II-lea. Aplicarea semnului funcției de gradul al II-lea pentru fracții algebrice folosind tabele de semn. Aplicarea dirijată a formulelor de calcul și a lecturii grafice a unor ecuații/ inecuații de tipul $f(x) = g(x)$, $f(x) \geq g(x)$, unde ambele funcții sunt de gradul al II-lea sau una e de gradul al II-lea și cealaltă de gradul I sau una este de gradul al II-lea și cealaltă o constantă (prin determinarea punctelor de intersecție, apoi lectură grafică și demonstrarea unicății soluțiilor utilizând monotonia). Aplicarea lecturii grafice pentru rezolvarea de ecuații, inecuații și sisteme de ecuații, folosind reprezentarea grafică sau</p>

<p>reprezentări grafice ale unor seturi de condiții algebrice de tipul $f(x) \geq m$ ($\leq, >, <$), pentru orice $x \in \mathbb{R}$ sau $\Delta < 0, a > 0 (<)$. Exprimarea prin condiții algebrice a unor situații de tipul: a) parabola este situată în întregime deasupra/sub axa Ox, b) parabola este situată în întregime deasupra/sub dreapta $y = m$; c) parabola este tangentă axei Ox. Exprimarea dirijată prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice care implică contexte simple, practic-aplicative, din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare legate de funcția de gradul al II-lea. Determinarea unor relații algebrice pentru poziționarea parbolei față de axa Ox și determinarea semnului funcției de gradul al II-lea pornind de la reprezentarea grafică a funcției. Determinarea unor relații algebrice pentru poziționarea soluțiilor funcției de gradul al II-lea față de un număr real folosind lecturi grafice. Interpretarea soluțiilor unei inecuații în rezolvarea unor probleme concrete</p>	<p>software/aplicații digitale (de exemplu https://www.desmos.com/calculator/zukjgk9iry, https://www.GeoGebra.org/classic#graphing). Exprimarea dirijată prin condiții algebrice a unor situații de tipul: a) parabola este situată în întregime deasupra/sub axa Ox, b) parabola este situată în întregime deasupra/sub dreapta $y = m$; c) parabola este tangentă axei Ox. Exprimarea dirijată prin reprezentări grafice a unor condiții algebrice care implică contexte simple, practic-aplicative, din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare legate de funcția de gradul al II-lea. Determinarea unor relații algebrice pentru poziționarea parbolei față de axa Ox și determinarea semnului funcției de gradul al II-lea pornind de la reprezentarea grafică a funcției</p>
<p>Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma</p> $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}, \text{ cu } a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$ <p>rezolvarea acestora. Aplicarea lecturii grafice pentru rezolvarea de ecuații, inecuații și sisteme de ecuații, folosind reprezentarea grafică sau software/aplicații digitale (de exemplu https://www.desmos.com/calculator/zukjgk9iry, https://www.GeoGebra.org/classic#graphing). Determinarea prin calcul a coordonatelor punctului/punctelor de intersecție a graficelor a două funcții și interpretarea acestor coordonate ca soluție/a/soluții ale unui sistem de două ecuații, una de gradul I și cealaltă de gradul al II-lea. Rezolvarea dirijată a unor contexte simple, practic-aplicative, din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare. Descrierea mulțimii soluțiilor unei probleme printr-o proprietate care le caracterizează. Selectarea, din mulțimea soluțiilor unei ecuații de gradul al II-lea/inecuții de gradul al II-lea/sistem de ecuații, a elementelor care verifică o condiție suplimentară</p>	<p>Aplicarea formulelor de calcul prescurtat și obținerea unor sisteme de ecuații echivalente cu</p> $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}, \text{ cu } a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$ <p>și rezolvarea acestora. Aplicarea lecturii grafice pentru rezolvarea de ecuații, inecuații și sisteme de ecuații, folosind reprezentarea grafică sau software/aplicații digitale (de exemplu https://www.desmos.com/calculator/zukjgk9iry, https://www.GeoGebra.org/classic#graphing). Determinarea prin calcul a coordonatelor punctului de intersecție a graficelor a două funcții și interpretarea acestor coordonate ca soluție a unui sistem de două ecuații, una de gradul I și cealaltă de gradul al II-lea. Rezolvarea dirijată a unor contexte simple, practic-aplicative, din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare.</p>

Specificul domeniilor de conținut „Vectori în plan”

- domeniu al cărui studiu debutează în clasa a IX-a dar care are ancore în programa de matematică pentru gimnaziu în geometria sintetică plană: *puncte coliniare, pozițiile relative a două drepte: drepte paralele, drepte concurente, drepte perpendiculare în plan, triunghiul, liniile importante în triunghi, proprietăți ale triunghiului isoscel, echilateral, dreptunghic, paralelogramul și paralelograme particulare, trapezul – clasificare și proprietăți, asemănarea triunghiurilor și în algebră: reprezentarea punctelor într-un reper cartezian, distanța dintre două puncte în plan*
- domeniu care oferă cadrul de organizare a unor activități integrate de învățare, în context interdisciplinar; în acest sens, în programele școlare pentru discipline de cultură generală și discipline de cultură/module de specialitate, evidențiem o **série de exemple** de legături ce pot fi valorificate interdisciplinar

➤ Disciplina Fizică:

- în raport cu unitățile de conținut *Principii și legi în mecanica clasică, Teoreme de variație și legi de conservare în mecanică și Elemente de statică* elevul își structurează competențe specifice – de exemplu: *Identificarea relației cauzale dintre forță și accelerație și a faptului că pe durata unei interacțiuni asupra fiecărui corp acționează câte o forță, determinarea caracteristicilor perechii de forțe care există într-o interacțiune, rezolvarea unor probleme simple prin aplicarea în diferite situații a legilor frecării la alunecare, evidențierea faptului că toate corpurile din Univers se atrag cu o forță care depinde de masele corpurilor și de distanța dintre ele, calcularea lucrului mecanic efectuat de diferite forțe - greutatea, forța de frecare la alunecare, rezolvarea unor probleme simple prin aplicarea în diferite situații a condițiilor de echilibru la translație sau rotație*

➤ Disciplina Geografie

- cu decupajele de conținut *Măsurarea și reprezentarea spațiului terestru și Relieful terestru*, elevul își structurează competențe specifice precum *Operarea cu sistemul conceptual și metodologic specific științelor și, respectiv, Utilizarea unor metode și tehnici simple, specifice diferitelor discipline științifice, pentru analiza unor elemente ale reliefului în contextul mediului înconjurător*

➤ Discipline de cultură de specialitate/ module de specialitate

- în raport cu acestea, având în vedere specificitatea domeniilor de calificare (17 domenii), **se recomandă** o consultare între profesorul de matematică și profesorii care predau discipline/module de specialitate pentru a se identifica oportunitățile de a introduce în activitățile de învățare aplicații din domeniul de specialitate sau de colaborare a profesorilor în realizarea unei învățări la elevi, prin metoda proiectului interdisciplinar

Structurarea competențelor specifice aferente acestui domeniu de conținut presupune accesibilizarea conținuturilor pentru elevi. Comparativ cu algebra, geometria (chiar dacă este geometrie vectorială) are o structură mult mai complicată. Utilizarea reprezentărilor configurațiilor geometrice este o necesitate. De aceea, utilizarea cât de mult posibil a softurilor matematice (de exemplu: GeoGebra) permite elevilor vizualizarea conceptelor matematice, înțelegerea configurațiilor geometrice utilizate în cadrul activităților de învățare, reprezentarea cu acuratețe a configurațiilor geometrice și, evident, implicarea elevilor în învățare. O resursă GeoGebra care poate fi folosită pentru susținerea activităților de învățare se găsește la adresa <https://www.GeoGebra.org/m/gy23yhgs>. Această resursă conține activități de învățare GeoGebra și foi GeoGebra interactive pentru fiecare din lecturile acestui domeniu de conținut, utile atât pentru investigarea conceptelor și a operațiilor cu vectori cât și pentru dirijarea învățării.

Recomandări diferențiate asociate domeniului de conținut „Vectori în plan”, pentru elevii din clasa a IX-a liceu, filiera tehnologică, respectiv pentru elevii din clasa a IX-a, învățământ profesional, defalcate pe decupaje de conținut:

Decupaje de conținut	Liceu, filiera tehnologică	Învățământ profesional
Segment orientat, vectori, vectori coliniari	<p>Identificarea mărimarilor scalare și vectoriale plecând de la analizarea de situații din domenii conexe (de exemplu, estimarea poziției unui automobil dacă se cunoaște direcția și sensul de deplasare); recunoașterea elementelor definitorii ale unui segment orientat/ vector (lungime, direcție, sens, origine, extremitate); identificarea în figuri geometrice date a vectorilor egali, opuși, de aceeași lungime, direcție sau sens sau a vectorilor coliniari; verificarea validității unor afirmații legate de egalitatea vectorilor, prin exemple și contraexemple; repräsentarea prin desen de segmente orientate, vectori opuși, vectori de aceeași direcție, de același sens sau de aceeași lungime; descrierea caracteristicilor vectorului: modul, direcție, sens, respectiv origine și extremitate în context interdisciplinar (de exemplu, forță, poziția, viteza, accelerația, cuplul de forțe, impulsul corpului, intensitatea câmpurilor electrice, forța electromagnetică etc.); identificarea coordonatelor unui punct, ale unui vector într-un reper cartezian.</p>	<p>Identificarea de drepte care au aceeași direcție cu o dreaptă dată și al sensului unor segmente orientate în contexte cotidiene (de exemplu: benzi de circulație cu același sens/ sens opus pe o stradă în linie dreaptă cu 5 benzi); recunoașterea cu sprijin a elementelor definitorii ale unui vector (lungime, direcție, sens, origine, extremitate); identificarea în paralelograme și paralelograme particulare a vectorilor egali, opuși, de aceeași lungime, direcție sau sens sau a vectorilor coliniari; verificarea cu sprijin a validității unor afirmații legate de egalitatea vectorilor, prin exemple și contraexemple; repräsentarea prin desen de segmente orientate, vectori opuși, vectori de aceeași direcție, de același sens sau de aceeași lungime; descrierea caracteristicilor vectorului: modul, direcție, sens, respectiv origine și extremitate în contexte simple din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare</p>
Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu scalari, proprietăți ale înmulțirii cu scalari	<p>Identificarea sumei a doi sau mai mulți vectori, diferenței a doi vectori, repräsentarea sumei a doi vectori în paralelogram, pătrat, dreptunghi, romb utilizând regula paralelogramului, repräsentarea sumei a mai mulți vectori cu ajutorul regulii triunghiului și a poligonului în paralelogram, pătrat, dreptunghi, romb și în alte configurații geometrice plane, utilizarea regulii triunghiului aplicată succesiv pentru adunarea a trei sau mai mulți vectori și aplicarea regulii poligonului de adunare a trei sau mai mulți vectori și compararea rezultatelor obținute, utilizarea regulii de înmulțire a unui vector cu un număr scalar, verificarea proprietăților operației de adunare cu ajutorul reprezentărilor geometrice, verificarea proprietăților operației de înmulțire cu un scalar cu ajutorul reprezentărilor geometrice, descrierea diferitelor configurații geometrice (stabilirea vectorilor, determinarea legăturii dintre ei, a operațiilor care intervin, stabilirea rezultatelor), utilizarea regulilor de adunare și înmulțire a unui vector cu un scalar atunci când vectorii sunt dați prin coordonatele lor, aplicarea operațiilor cu vectori în rezolvarea unor probleme simple de geometrie, fizică sau a unor probleme practice.</p>	<p>Identificarea sumei a doi vectori, diferenței a doi vectori, repräsentarea sumei a doi vectori în paralelogram, pătrat, dreptunghi, romb utilizând regula paralelogramului, repräsentarea sumei a doi vectori cu ajutorul regulii triunghiului în paralelogram, pătrat, dreptunghi, romb, utilizarea regulii triunghiului aplicată succesiv pentru adunarea a trei vectori și aplicarea regulii poligonului de adunare a trei vectori și compararea rezultatelor obținute, utilizarea regulii de înmulțire a unui vector cu un număr întreg, verificarea proprietăților operației de adunare în configurații geometrice date, verificarea proprietăților operației de înmulțire cu un scalar în configurații geometrice date, descrierea cu sprijin a diferitelor configurații geometrice (stabilirea vectorilor, determinarea legăturii dintre ei, a operațiilor care intervin, stabilirea rezultatelor), aplicarea operațiilor cu vectori în rezolvarea unor probleme simple de geometrie, sau a unor probleme practice.</p> <p>Investigarea unor contexte simple, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea</p>

	<p>probleme practice.</p> <p>Investigarea unor contexte matematice sau fizice, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare.</p>	<p>înconjurătoare.</p>
Condiția de coliniaritate	<p>Identificarea condiției de coliniaritate a 2 vectori, utilizarea limbajului calculului vectorial pentru a descrie coliniaritatea a trei puncte, mijlocul unui segment, identificarea condițiilor necesare pentru ca trei puncte să determine un triunghi (condiția de necoliniaritate), identificarea condiției ca patru puncte să determine un paralelogram, identificarea condiției ca un patrulater să fie paralelogram sau trapez, identificarea perechilor de vectori coliniari/ necoliniari atunci când vectorii sunt dați prin coordonatele lor, analiza situației de coliniaritate a doi vectori.</p> <p>Investigarea unor contexte matematice sau fizice, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare.</p>	<p>Identificarea condiției de coliniaritate a 2 vectori, utilizarea limbajului calculului vectorial pentru a descrie coliniaritatea a trei puncte, mijlocul unui segment, identificarea cu sprijin a condițiilor necesare pentru ca trei puncte să determine un triunghi (condiția de necoliniaritate), identificarea condiției ca patru puncte să determine un paralelogram, identificarea condiției ca un patrulater să fie paralelogram, identificarea perechilor de vectori coliniari/ necoliniari în configurații geometrice.</p> <p>Investigarea unor contexte simple, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare.</p>
Descompunerea unui vector după doi vectori dați, necoliniari	<p>Reprezentarea prin desen a descompunerii unui vector după direcții date în diferite configurații geometrice, utilizarea operațiilor cu vectori pentru a descompune un vector după două direcții date în diferite configurații geometrice plane, utilizarea operațiilor cu vectori pentru a descompune un vector dintr-un reper cartezian după versorii axelor de coordonate, aplicarea regulii de descompunere a vectorilor după două direcții date în rezolvarea unor probleme de geometrie, fizică de exemplu în mecanică, punerea în evidență a eforturilor /tensiuni care apar în secțiunea unei piese solicitată din exterior și descompunerea rezultantei după direcții date.</p> <p>Investigarea unor contexte matematice sau fizice, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare.</p>	<p>Reprezentarea prin desen a descompunerii unui vector după direcții date în configurații geometrice simple, utilizarea operațiilor cu vectori pentru a descompune un vector după două direcții date în diferite configurații geometrice simple, utilizarea operațiilor cu vectori pentru a descompune, cu sprijin, un vector dintr-un reper cartezian după versorii axelor de coordonate, aplicarea regulii de descompunere a vectorilor după două direcții date în rezolvarea unor probleme simple de geometrie, fizică.</p> <p>Investigarea unor contexte simple, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare.</p>

Specificul domeniilor de conținut „Coliniaritate, concurență, paralelism – calcul vectorial în geometria plană”

- domeniu al cărui studiu debutează în clasa a IX-a dar care are ancore în programa de matematică pentru gimnaziu în geometria sintetică plană: *puncte coliniare, pozițiile relative a două drepte: drepte paralele, drepte concurente, triunghiul, linii importante în triunghi, proprietăți ale triunghiului isoscel, echilateral, dreptunghic, paralelogramul și paralelograme particulare, trapezul – clasificare și proprietăți, asemănarea triunghiurilor și în algebră: reprezentarea punctelor într-un reper cartezian, distanța dintre două puncte în plan*
- domeniu care implică o serie de corelații intradisciplinare la nivelul programei școlare pentru clasa a IX-a; în acest sens, pentru a asigura logica internă a disciplinei și eficiența activității de structurare a noilor achiziții, se recomandă ca unitățile de învățare asociate acestui domeniu să fie planificate ulterior parcumerii unităților de învățare asociate decupajelor de conținut referitoare la *vectori în plan*
- domeniu care oferă cadrul de organizare a unor activități integrate de învățare, în context interdisciplinar; în acest sens, în programele școlare pentru discipline de cultură generală și discipline de cultură/module de specialitate, evidențiem o **serie de exemple** de legături ce pot fi valorificate interdisciplinar
 - Disciplina **Geografie**
 - cu decupajele de conținut *Măsurarea și reprezentarea spațiului terestru și Relieful terestru*, elevul își structurează competențele specifice precum *Operarea cu sistemul conceptual și metodologic specific științelor și, respectiv, Utilizarea unor metode și tehnici simple, specifice diferitelor discipline științifice, pentru analiza unor elemente ale reliefului în contextul mediului înconjurător*
 - Discipline de **cultură de specialitate/ module de specialitate**
 - în raport cu acestea, având în vedere specificitatea domeniilor de calificare (17 domenii), se recomandă o consultare între profesorul de matematică și profesorii care predau discipline/module de specialitate pentru a se identifica oportunitățile de a introduce în activitățile de învățare aplicații din domeniul de specialitate sau de colaborare a profesorilor în realizarea unei învățări la elevi, prin metoda proiectului interdisciplinar.

În demersul de structurare a competențelor specifice aferente acestui domeniu de conținut **se va avea în vedere** conceptualizarea aspectelor teoretice în scopul dezvoltării capacitații elevilor de a utiliza cunoștințele teoretice în situații problemă corespunzătoare domeniului de calificare; de aceea, accesibilizarea conținuturilor pentru elevi este esențială. Comparativ cu algebra, geometria (chiar dacă este geometrie vectorială) are o structură mult mai complicată. Utilizarea reprezentărilor configurațiilor geometrice este o necesitate. În consecință, utilizarea cât de mult posibil a softurilor matematice (de exemplu: *GeoGebra*) permite elevilor vizualizarea conceptelor matematice, înțelegerea configurațiilor geometrice utilizate în cadrul activităților de învățare, reprezentarea cu acuratețe a configurațiilor geometrice și, evident, implicarea elevilor în învățare. O resursă *GeoGebra* care poate fi folosită pentru susținerea activităților de învățare se găsește la adresa <https://www.GeoGebra.org/m/gy23yhgs>. Această resursă conține activități de învățare *GeoGebra* și foi *GeoGebra* interactive pentru fiecare din lecțiile acestui domeniu de conținut, utile atât pentru investigarea conceptelor și a configurațiilor geometrice cât și pentru dirijarea învățării.

Recomandări diferențiate asociate domeniului de conținut „Coliniaritate, concurență, paralelism – calcul vectorial în geometria plană”, pentru elevii din clasa a IX-a liceu, filiera tehnologică, respectiv pentru elevii din clasa a IX-a, învățământ profesional, defalcate pe decupaje de conținut:

Decupaje de conținut	Liceu, filiera tehnologică	Învățământ profesional
Vectorul de poziție al unui punct	<p>Reprezentarea vectorilor de poziție într-o configurație geometrică în plan; alegerea convenabilă a punctului fix în plan pentru determinarea vectorilor de poziție ai diferitelor puncte dintr-o configurație geometrică; reprezentarea unei configurații geometrice plane date prin intermediul vectorilor de poziție utilizând softuri matematice (de exemplu <i>GeoGebra</i>); reprezentarea vectorului de poziție al unui punct într-un reper cartezian; reprezentarea, într-un reper cartezian, a unor configurații geometrice plane prin intermediul vectorilor utilizând softuri matematice (de exemplu <i>GeoGebra</i>); utilizarea operațiilor cu vectori pentru determinarea relației dintre un segment orientat și vectorii de poziție ai capetelor segmentului; utilizarea calculului vectorial și a condiției de coliniaritate pentru deducerea expresiei analitice a vectorului de poziție al unui punct în reperul cartezian xOy, exprimarea vectorului de poziție cu ajutorul coordonatelor; determinarea vectorului de poziție ale mijlocului unui segment folosind definiția sintetică a mijlocului unui segment; determinarea coordonatelor vectorului de poziție ale mijlocului unui segment reprezentat într-un reper cartezian; investigarea unor contexte matematice sau fizice, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare prin intermediul vectorilor de poziție.</p>	<p>Reprezentarea vectorilor de poziție într-o configurație geometrică în plan; alegerea convenabilă, cu sprijin, a punctului fix în plan pentru determinarea vectorilor de poziție ai diferitelor puncte dintr-o configurație geometrică; reprezentarea unei configurații geometrice plane date prin intermediul vectorilor de poziție utilizând softuri matematice (de exemplu <i>GeoGebra</i>); reprezentarea vectorului de poziție al unui punct într-un reper cartezian utilizând softuri matematice (de exemplu <i>GeoGebra</i>); reprezentarea cu sprijin, într-un reper cartezian, a unor configurații geometrice plane prin intermediul vectorilor utilizând softuri matematice (de exemplu <i>GeoGebra</i>); utilizarea operațiilor cu vectori pentru determinarea relației dintre un segment orientat și vectorii de poziție ai capetelor segmentului; utilizarea cu sprijin a calculului vectorial și a condiției de coliniaritate pentru deducerea expresiei analitice a vectorului de poziție al unui punct în reperul cartezian xOy, exprimarea vectorului de poziție cu ajutorul coordonatelor; determinarea coordonatelor vectorului de poziție ale mijlocului unui segment reprezentat într-un reper cartezian; investigarea unor contexte simple, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare.</p>
Vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism)	<p>Reprezentarea vectorului de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat prin intermediul vectorilor de poziție ai capetelor segmentului; verificarea pentru cazuri particulare a relației vectoriale care exprimă vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat prin intermediul vectorilor de poziție ai capetelor segmentului; descrierea paralelismului dintre două drepte AB și CD folosind metoda vectorială (2 vectori egali au dreptele suport paralele sau confundate, vectori coliniari) sau folosind elemente de geometrie plană; recunoașterea unor proprietăți ale paralelogramului în vederea rezolvării vectoriale a unor probleme; utilizarea (în aplicații imediate) a T. Thales pentru demonstrarea paralelismului dintre 2 drepte sau pentru</p>	<p>Reprezentarea cu sprijin vectorului de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat prin intermediul vectorilor de poziție ai capetelor segmentului; verificarea pentru cazuri particulare a relației vectoriale care exprimă vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat prin intermediul vectorilor de poziție ai capetelor segmentului; descrierea cu sprijin a paralelismului dintre două drepte AB și CD folosind metoda vectorială (2 vectori egali au dreptele suport paralele sau confundate, vectori coliniari) sau folosind elemente de geometrie plană; recunoașterea cu sprijin a unor proprietăți ale paralelogramului în vederea rezolvării vectoriale a unor probleme; utilizarea (în aplicații imediate) a T. Thales pentru demonstrarea paralelismului dintre 2 drepte sau pentru</p>

	<p>determinarea a diferite măsuri (<i>T. Thales</i>); rezolvarea sintetică și vectorială, folosind caracterizarea coliniarității sau paralelismului, ale aceleiași probleme de geometrie urmată de analizarea și compararea celor două rezolvări; verificarea, în context practic-aplicativ, a coliniarității unor puncte prin utilizarea rezolvărilor vectorială și sintetică ale aceleiași probleme; formularea de concluzii privind coliniaritatea unor puncte, paralelismul diferitelor drepte din configurații geometrice simple date, utilizând proprietățile geometrice sau vectoriale ale acestora; interpretarea corectă a diferitelor proprietăți vectoriale ale unor configurații geometrice (de exemplu: linia mijlocie în triunghi, linia mijlocie în trapez etc.). Investigarea unor contexte matematice sau fizice, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare.</p>	<p>determinarea a diferite măsuri (<i>T. Thales</i>); rezolvarea sintetică și vectorială cu sprijin, folosind caracterizarea coliniarității sau paralelismului, ale aceleiași probleme de geometrie urmată de analizarea și compararea celor două rezolvări; formularea de concluzii privind paralelismul diferitelor drepte din configurații geometrice simple date, utilizând proprietățile geometrice sau vectoriale ale acestora; interpretarea corectă a diferitelor proprietăți vectoriale ale unor configurații geometrice (de exemplu: linia mijlocie în triunghi).</p> <p>Investigarea unor contexte simple, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare.</p>
<p>Vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi)</p>	<p>Reprezentarea vectorului de poziție al centrului de greutate al unui triunghi; exemplificarea echivalenței dintre caracterizarea vectorială și cea sintetică a centrului de greutate utilizând softuri matematice (de exemplu <i>GeoGebra</i>); interpretarea corectă a diferitelor proprietăți vectoriale ale unor configurații geometrice (de exemplu: poziția centrului de greutate în triunghi); formularea de concluzii privind concurența unor drepte din configurații geometrice simple date, utilizând proprietățile geometrice sau vectoriale ale acestora; interpretarea, în context practic aplicativ, a concurenței unor drepte prin utilizarea proprietăților sintetice sau vectoriale ale unor configurații geometrice.</p> <p>Investigarea unor contexte matematice sau fizice, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare.</p>	<p>Reprezentarea cu sprijin a vectorului de poziție al centrului de greutate al unui triunghi; exemplificarea echivalenței dintre caracterizarea vectorială și cea sintetică a centrului de greutate utilizând softuri matematice (de exemplu <i>GeoGebra</i>); interpretarea corectă, cu sprijin, a diferitelor proprietăți vectoriale ale unor configurații geometrice (de exemplu: poziția centrului de greutate în triunghi); formularea de concluzii privind concurența unor drepte din configurații geometrice simple date, utilizând proprietățile geometrice sau vectoriale ale acestora; interpretarea, în context practic aplicativ, a concurenței unor drepte prin utilizarea proprietăților sintetice sau vectoriale ale unor configurații geometrice.</p> <p>Investigarea unor contexte simple, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare.</p>

Specificul domeniului de conținut „Trigonometrie și aplicații ale trigonometriei în geometrie”

- domeniu al cărui studiu a debutat în matematica de gimnaziu; în acest sens, studiul la nivel dezvoltat (liceu) are la bază ancore în programa de matematică pentru gimnaziu, directe (*noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic: sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit*) și conexe din domeniul Geometrie (*proiecții ortogonale pe o dreaptă; teorema înălțimii; teorema catetei, teorema lui Pitagora; reciproca teoremei lui Pitagora, rezolvarea triunghiului dreptunghic; aplicații: calcularea elementelor - latură, apotemă, arie, perimetru - în triunghiul echilateral, în pătrat și în hexagonul regulat; aproximarea în situații practice a distanțelor folosind relații metrice, precum și patrulaterul, cercul, asemănarea triunghiurilor*), respectiv din alte domenii ale matematicii (domeniul algebră: *mulțimea numerelor reale, ecuații și sisteme de ecuații liniare, elemente de organizare a datelor, calcul algebric în \mathbb{R} , funcții*)
- reprezintă un domeniu care implică o serie de corelații intradisciplinare la nivelul programei școlare pentru clasa a IX-a; în acest sens, pentru a asigura logica internă a disciplinei și eficiența activității de structurare a noilor achiziții, **se recomandă ca unitățile de învățare asociate acestui domeniu să fie planificate ulterior parcurgerii unităților de învățare asociate decupajelor de conținut referitoare la mulțimea numerelor reale și la funcții – lecturi grafice**
- domeniu care oferă cadrul de organizare a unor activități integrate de învățare, în context interdisciplinar; în acest sens, în programele școlare pentru o serie de discipline de cultură generală și discipline de cultură/module de specialitate, evidențiem o **série de exemple** de legături ce pot fi valorificate interdisciplinar

➤ Disciplina Fizică

- în raport cu unitatea de conținut *Optică geometrică*, elevul își structurează competențele specifice *Identificarea unor noțiuni și caracterizarea unor mărimi fizice utile în studiul opticii geometrice, Rezolvarea unor probleme simple prin aplicarea relațiilor stabilite între mărimile ce caracterizează diferite sisteme optice cu lentile*
- în raport cu unitatea de conținut *Principii și legi în mecanica clasnică*, elevul își structurează competențele specifice *Rezolvarea unor probleme simple prin aplicarea în diferite situații a legilor frecării la alunecare*
- în raport cu unitatea de conținut *Teoreme de variație și legi de conservare în mecanică*, elevul își structurează competențele specifice *Calcularea lucrului mecanic efectuat de diferite forțe - greutatea, forța de frecare la alunecare*
- în raport cu unitatea de conținut *Elemente de statică*, elevul își structurează competențele specifice *Rezolvarea unor probleme simple prin aplicarea în diferite situații a condițiilor de echilibru la translatăie sau rotație*

➤ Disciplina Chimie

- în raport cu decupajele de conținut *Corelații între structura învelișului electronic pentru elementele din perioadele 1, 2, 3, poziție în tabelul periodic și proprietăți ale elementelor și Variația proprietăților periodice ale elementelor, în grupele principale și în perioadele 1, 2, 3, elevul își structurează competențele specifice Colectarea informațiilor prin observări calitative și cantitative, Formularea de concluzii folosind informațiile din surse de documentare, grafice, scheme, date experimentale care să răspundă ipotezelor formulate, Analizarea problemelor pentru a stabili contextul, relațiile relevante, etapele rezolvării și Modelarea conceptelor, structurilor, relațiilor, proceselor, sistemelor*

➤ Disciplina Geografie:

- în raport cu decupajul de conținut *Măsurarea și reprezentarea spațiului terestru*, elevul își structurează competențele specifice *Citirea și interpretarea informației cartografice și grafice, Construirea unor schițe cartografice simple*
- în raport cu decupajul de conținut *Relieful terestru*, elevul își structurează competențele specifice *Utilizarea unor metode și tehnici simple, specifice diferitelor discipline științifice, pentru analiza unor elemente ale reliefului în contextul mediului înconjurător și Utilizarea unor metode experimentale și de simulare*
- Discipline de **cultură de specialitate/ module de specialitate**
 - în raport cu acestea, având în vedere specificitatea domeniilor de calificare (17 domenii), **se recomandă** o consultare între profesorul de matematică și profesorii care predau discipline/module de specialitate pentru a se identifica oportunitățile de a introduce în activitățile de învățare aplicații din domeniul de specialitate sau de colaborare a profesorilor în realizarea unei învățări la elevi, prin metoda proiectului interdisciplinar.

Recomandări diferențiate asociate domeniului de conținut „**Trigonometrie și aplicații ale trigonometriei în geometrie**”, pentru elevii din clasa a IX-a liceu, filiera tehnologică, respectiv pentru elevii din clasa a IX-a, învățământ profesional, defalcate pe decupaje de conținut:

Decupaje de conținut	Liceu, filiera tehnologică	Învățământ profesional
Rezolvarea triunghiului dreptunghic	<p>Identificarea datelor cunoscute (lungimi de laturi, măsuri de unghiuri, perimetre, măsuri de arii, valori asociate pentru sin, cos, tg și ctg), recunoașterea cazului prin raportare la exemplificări anterioare ale acestuia, adecvarea metodei de rezolvare ce presupune un raționament cu un număr redus de pași la ipotezele date, utilizarea de tabele de valori/aplicații digitale pentru obținerea de aproximări, determinarea unor lungimi de segmente/ măsuri de unghiuri și validarea rezultatelor în contextul dat</p> <p>Investigarea unor contexte practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea încurajătoare</p>	<p>Identificarea datele cunoscute (lungimi de laturi, măsuri de unghiuri, perimetre, măsuri de arii, valori asociate pentru sin, cos, tg și ctg), recunoașterea cu sprijin a cazului prin raportare la exemplificări anterioare ale acestuia/ în baza unor indicații, parcurgerea etapelor de rezolvare cu sprijin (defalcarea acestora într-o prezentare sevențială (de tip item structurat)), utilizarea de tabele de valori/aplicații digitale pentru obținerea de aproximări, determinarea unor lungimi de segmente/ măsuri de unghiuri și validarea rezultatelor în contextul dat</p> <p>Investigarea dirijată a unor contexte simple, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea încurajătoare</p>
<p>Cercul trigonometric, definirea funcțiilor trigonometrice: $\sin, \cos : [0; 2\pi] \rightarrow [-1; 1]$, $\tan : [0; \pi] \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $\cotan : (0; \pi) \rightarrow \mathbb{R}$</p>	<p>Identificarea punctelor cercului trigonometric în funcție de cadranul/axei cărora aparțin și determinare semnului pentru sin, cos, tg și ctg, recunoașterea cazurilor care implică puncte particulare ale cercului trigonometric și a valorilor asociate corespunzătoare pentru sin, cos, tg și ctg, utilizarea regulii de trei simplă pentru a exprima argumentul funcțiilor trigonometrice în grade/în radiani, utilizarea de tabele de valori/aplicații digitale pentru obținerea de aproximări, adecvarea aproximării la context</p> <p>Investigarea unor contexte practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea încurajătoare</p>	<p>Identificarea punctelor cercului trigonometric în funcție de cadranul/axei cărora aparțin și determinare semnului pentru sin, cos, tg și ctg, recunoașterea cazurilor care implică puncte ale cercului trigonometric corespunzătoare la $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$, a multiplilor acestor măsuri exprimate în grade și corelarea valorilor asociate corespunzătoare pentru sin, cos, tg și ctg prin identificarea în tabele, utilizarea regulii de trei simplă pentru a exprima argumentul funcțiilor trigonometrice în grade/în radiani, utilizarea de tabele de valori/aplicații digitale pentru obținerea de aproximări, adecvarea sub îndrumare, a aproximării la context</p> <p>Investigarea dirijată a unor contexte simple, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea încurajătoare</p>
<p>Definirea funcțiilor trigonometrice: $\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $\cos : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $\tan : \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}$, cu $D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$, $\cotan : \mathbb{R} \setminus D \rightarrow \mathbb{R}$, cu $D = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$</p>	<p>Identificarea, prin lectură grafică, a unor proprietăți ale unor puncte aparținând reprezentărilor grafice ale funcțiilor trigonometrice, utilizarea lecturii grafice pentru validarea unor proprietăți ale funcțiilor \sin, \cos, \tan și \cotan, determinarea unor relații simple care implică elemente de trigonometrie, adecvarea strategiei de rezolvare a unei situații-problemă</p>	<p>Identificarea, prin lectură grafică și pe bază de modele (compararea cu reprezentări asemănătoare, explicite) a unor proprietăți ale unor puncte aparținând reprezentărilor grafice ale funcțiilor trigonometrice, utilizarea lecturii grafice pentru validarea pe cazuri particulare a unor proprietăți ale funcțiilor \sin și \cos, determinarea unor relații simple care implică elemente de trigonometrie pe cazuri numerice, adecvarea strategiei de rezolvare a unei situații-problemă prin alegerea de</p>

	<p>prin alegerea de informații și de formule trigonometrice din tabele/liste de formule Investigarea unor contexte matematice, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare</p>	<p>informații și de formule trigonometrice din tabele/liste de formule Investigarea dirijată a unor contexte simple, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare</p>
Reducerea la primul cadran; formule trigonometrice: $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$, $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin 2a$, $\cos 2a$	<p>Identificarea, prin lectură grafică sau cu ajutorul cercului trigonometric, a corespondenței unor puncte, implicând proprietatea de periodicitate a funcțiilor trigonometrice, utilizarea proprietăților fundamentale ale funcțiilor \sin, \cos, \tg și \ctg în contextul reducerii la primul cadran, justificarea formulelor $\sin 2a$, $\cos 2a$, a formulelor pentru \sin și \cos implicând complementul sau suplementul unui unghi, prin metode algebrice sau geometrice, $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$, $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, adevarea strategiei de rezolvare într-un număr redus de pași, a unei situații-problemă, prin alegerea de informații și de formule trigonometrice din tabele/liste de formule</p> <p>Investigarea unor contexte matematice, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare</p>	<p>Identificarea, prin lectură grafică sau cu ajutorul cercului trigonometric, a corespondenței unor puncte, implicând proprietatea de periodicitate a funcțiilor trigonometrice, utilizarea proprietăților fundamentale ale funcțiilor \sin și \cos, în contextul reducerii la primul cadran, validarea formulelor $\sin 2a$, $\cos 2a$, $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$, $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, pentru cazuri numerice, utilizând tabele de valori principale, replicarea strategiei de rezolvare într-un număr redus de pași, având la bază model, a unei situații-problemă, prin alegerea de informații și de formule trigonometrice din tabele/liste de formule</p> <p>Investigarea unor contexte simple, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare</p>
Modalități de calcul a lungimii unui segment și a măsurii unui unghi: teorema sinusurilor și teorema cosinusului	<p>Identificarea datelor cunoscute (lungimi de laturi, măsuri de unghiuri, perimetre, măsuri de arii, valori asociate pentru \sin, \cos, \tg și \ctg), adevarea metodei de rezolvare ce presupune un raționament cu un număr redus de pași la ipotezele date, utilizarea de tabele de valori/aplicații digitale pentru obținerea de aproximări, determinarea unor lungimi de segmente/ măsuri de unghiuri și validarea rezultatelor în contextul dat</p> <p>Investigarea unor contexte practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare</p>	<p>Identificarea datelor cunoscute (lungimi de laturi, măsuri de unghiuri, perimetre, măsuri de arii, valori asociate pentru \sin, \cos, \tg și \ctg), parcurgerea etapelor de rezolvare cu sprijin (defalcarea acestora într-o prezentare secvențială (de tip item structurat), utilizarea de tabele de valori/aplicații digitale pentru obținerea de aproximări, determinarea unor lungimi de segmente/ măsuri de unghiuri și validarea rezultatelor în contextul dat</p> <p>Investigarea dirijată a unor contexte simple, practic-aplicative din domeniul de calificare (dacă există)/ sau din realitatea înconjurătoare</p>

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

III.4.5.3. Sugestii metodologice pentru programa școlară - 4 ore (2 ore TC + 2 ore CD)

- Conținuturile referitoare la **Mulțimi și elemente de logică matematică** reiau, extind și completează noțiunile învățate în clasele a VII-a (compararea și ordonarea numerelor reale, modulul) și a VIII-a (operații cu numere reale, calcul algebric).
- Elementele de **Logică matematică** vor fi abordate plecând de la probleme practice sau de la situații-problemă care se pot (re)formula folosind limbajul logicii matematice sau al teoriei mulțimilor, precum și de la necesitatea de a descrie formal diferențele tipuri de raționament.
- În ceea ce privește **Inducția matematică**, se va evidenția posibilitatea folosirii acestei metode pentru a obține rezultate general valabile.
- Pentru capitolul **Șiruri** se va avea în vedere modelarea unor situații cotidiene cu ajutorul șirurilor, fie pentru a rezolva probleme concrete, fie pentru a face estimări (predicții) asupra proceselor/fenomenelor viitoare.
- Subdomeniile de conținut **Funcții; lecturi grafice**, și **Funcția de gradul I** au fost studiate începând cu matematica din gimnaziu, așa încât elevii au unele cunoștințe elementare. În clasa a IX-a se revine la aceste conținuturi pe o treaptă superioară, atât din punct de vedere calitativ cât și cantitativ. Nu trebuie neglijată abordarea interdisciplinară a conținuturilor specifice, fiind cunoscut faptul că funcțiile modeleză matematic o multitudine de fenomene și situații din cotidian și de la alte discipline. Ca urmare, aspectele teoretice, exercițiile și problemele trebuie în permanență corelate cu exemple din viața cotidiană și, în plus trebuie evidențiate conexiuni între lectura graficului unei funcții, scrierea algebrică și metode numerice de rezolvare.
- Anterior parcurgerii conținuturilor domeniului **Funcția de gradul al II-lea** se recomandă reactualizarea noțiunilor legate de ecuația de gradul al II-lea studiate în gimnaziu (coeficienții ecuației, rezolvarea ecuației, condiții de existență a soluțiilor reale, descompuneri în factori etc). În parcurgerea conținuturilor aferente subdomeniilor **Funcția de gradul al II-lea** și **Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea** se vor avea în vedere proprietățile funcțiilor evidențiate în subdomeniile anterioare (*Funcții; lecturi grafice, Funcția de gradul I*). **Studiul funcției de gradul al II-lea și a proprietăților acestora** (realizarea graficului, reprezentarea axei de simetrie, a punctelor de intersecție cu axele etc.) se recomandă a fi realizat și cu ajutorul softurilor educaționale, în vederea corelării acestora cu proprietățile algebrice ale funcțiilor. Este util ca în procesul didactic să se pună accent pe constituirea unei varietăți de contexte problematice care să genereze atât deschideri către alte domenii ale matematicii sau către alte discipline cât și transferul achizițiilor matematice dobândite și conștientizate în cotidian. Se vor folosi diverse metode (*grafică, algebrică*) în rezolvarea aceleiași probleme.
- Pentru domeniile de conținut **Vectori în plan și Coliniaritate, concurență, paralelism – calcul vectorial în geometria plană** trebuie ca, alături de prezentarea formală a noțiunilor, să se accentueze importanța abordării calculatorii a unor proprietăți cu caracter sintetic, precum și aspectele interdisciplinare, mai ales cele de la disciplina Fizică (principii și legi în mecanica clasice, teoreme de variație și legi de conservare în mecanică, elemente de statică).
- În parcurgerea domeniilor de conținut **Elemente de trigonometrie și Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în geometria plană** trebuie ținut cont că ele continuă un studiu care a debutat în matematica de gimnaziu. Prin administrarea evaluării inițiale, aplicate la începutul anului școlar, profesorul va obține date privind nivelul de competență deținut de fiecare elev al clasei. Deoarece există o serie de corelații intradisciplinare se recomandă ca unitățile de învățare asociate acestui domeniu să fie planificate ulterior parcurgerii unităților de învățare asociate decupajelor de conținut referitoare la mulțimea numerelor reale și la funcții – lecturi grafice. În ceea ce privește abordarea interdisciplinară, se pot face conexiuni cu lucrurile studiate la Fizică (*optică geometrică*), Geografie (*măsurarea și reprezentarea spațiului terestru, relieful terestru*).

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

**SECTIUNEA a IV-a.
ANEXE**



ANEXA IV.1. LISTA DECUPAJELOR DE CONȚINUT PREVĂZUTE DE PROGRAMELE ȘCOLARE ÎN VIGOARE, GIMNAZIU ȘI LICEU, CLASA a IX-a

IV.1.1. Lista decupajelor de conținut prevăzute de programele școlare în vigoare, pentru gimnaziu și pentru liceu, clasa a IX-a, (2 ore TC)

DOMENIUL ALGEBRĂ	
Gimnaziu (nivel funcțional)	Liceu, clasa a IX-a (nivel dezvoltat)
V.1. Operații cu numere naturale	
V.2. Divizibilitatea numerelor naturale	
V.3. Fracții ordinare	
V.4. Fracții zecimale	
VI.1. Mulțimi	
VI.2. Mulțimea numerelor naturale	IX.1. Mulțimi și elemente de logică matematică
VI.3. Rapoarte. Proporții	IX.2. Siruri
VI.4. Mulțimea numerelor întregi	IX.3. Funcții; lecturi grafice
VI.5. Mulțimea numerelor raționale	IX.4. Funcția de gradul I
VII.1. Mulțimea numerelor reale	IX.5. Funcția de gradul al II-lea
VII.2. Ecuații și sisteme de ecuații liniare	IX.6. Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea
VII.3. Elemente de organizare a datelor	
VIII.1. Intervale de numere reale. Inecuații în \mathbb{R}	
VIII.2. Calcul algebric în \mathbb{R}	
VIII.3. Funcții	



DOMENIUL GEOMETRIE ȘI TRIGONOMETRIE	
Gimnaziu (nivel funcțional)	Liceu, clasa a IX-a (nivel dezvoltat)
V.5. Elemente de geometrie și unități de măsură	
VI.6. Noțiuni geometrice fundamentale	
VI.7. Triunghiul	
VII.4. Patrulaterul	
VII.5. Cercul	
VII.6. Asemănarea triunghiurilor	IX.7. Vectori în plan
VII.7. Relații metrice în triunghiul dreptunghic	IX.8. Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană
VIII.4. Elemente ale geometriei în spațiu	IX.9. Aplicații ale trigonometriei în geometrie
VIII.5. ARII și volume ale unor corpuri geometrice	

Notă:

Tabelele anterior prezentate permit identificarea abordării prin continuitate a decupajelor de conținut, la trecerea de la nivelul gimnazial la nivelul liceal – clasa a IX-a, pe fiecare dintre domeniile ALGEBRĂ, respectiv GEOMETRIE ȘI TRIGONOMETRIE. Se vor avea în vedere și legături intradisciplinare între decupaje de conținut aferente domeniului ALGEBRĂ și decupaje de conținut aferente domeniului GEOMETRIE ȘI TRIGONOMETRIE (spre exemplificare legătura dintre decupajul *Mulțimea numerelor reale*, din programa școlară pentru gimnaziu, și *toate cele trei decupaje asociate* domeniului GEOMETRIE ȘI TRIGONOMETRIE, din programa școlară pentru liceu, clasa a IX-a).

Domenii de conținut (conform programelor școlare gimnaziu – liceu, clasa a IX-a)	
Gimnaziu – nivel funcțional	Liceu - nivel dezvoltat
Mulțimi. Numere	Mulțimi. Numere
Algebra	Algebra
Geometrie	Geometrie și trigonometrie
Organizarea datelor, probabilități și elemente de statistică matematică	Organizarea datelor

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

IV.1.2. Lista decupajelor de conținut prevăzute de programele școlare în vigoare, pentru gimnaziu și pentru liceu, clasa a IX-a, (2 ore TC, 1 oră CD)

DOMENIUL ALGEBRĂ	
Gimnaziu (nivel funcțional)	Liceu, clasa a IX-a (nivel dezvoltat)
V.1. Operații cu numere naturale	
V.2. Divizibilitatea numerelor naturale	
V.3. Fracții ordinare	
V.4. Fracții zecimale	
VI.1. Mulțimi	
VI.2. Mulțimea numerelor naturale	IX.1. Mulțimi și elemente de logică matematică
VI.3. Rapoarte. Proporții	IX.2. Siruri
VI.4. Mulțimea numerelor întregi	IX.3. Funcții; lecturi grafice
VI.5. Mulțimea numerelor raționale	IX.4. Funcția de gradul I
VII.1. Mulțimea numerelor reale	IX.5. Funcția de gradul al II-lea
VII.2. Ecuații și sisteme de ecuații liniare	IX.6. Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea
VII.3. Elemente de organizare a datelor	
VIII.1. Intervale de numere reale. Inecuații în \mathbb{R}	
VIII.2. Calcul algebric în \mathbb{R}	
VIII.3. Funcții	



DOMENIUL GEOMETRIE ȘI TRIGONOMETRIE	
Gimnaziu (nivel funcțional)	Liceu, clasa a IX-a (nivel dezvoltat)
V.5. Elemente de geometrie și unități de măsură	
VI.6. Noțiuni geometrice fundamentale	
VI.7. Triunghiul	
VII.4. Patrulaterul	
VII.5. Cercul	
VII.6. Asemănarea triunghiurilor	IX.7. Vectori în plan
VII.7. Relații metrice în triunghiul dreptunghic	IX.8. Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană
VIII.4. Elemente ale geometriei în spațiu	IX.9. Aplicații ale trigonometriei în geometrie
VIII.5. Arii și volume ale unor corpuri geometrice	

Notă:

Tabelele anterior prezentate permit identificarea abordării prin continuitate a decupajelor de conținut, la trecerea de la nivelul gimnazial la nivelul liceal – clasa a IX-a, pe fiecare dintre domeniile ALGEBRĂ, respectiv GEOMETRIE ȘI TRIGONOMETRIE. Se vor avea în vedere și legături intradisciplinare între decupaje de conținut aferente domeniului ALGEBRĂ și decupaje de conținut aferente domeniului GEOMETRIE ȘI TRIGONOMETRIE (spre exemplificare legătura dintre decupajul *Mulțimea numerelor reale*, din programa școlară pentru gimnaziu, și *toate cele trei decupaje asociate* domeniului GEOMETRIE ȘI TRIGONOMETRIE, din programa școlară pentru liceu, clasa a IX-a).

Domenii de conținut (conform programelor școlare gimnaziu – liceu, clasa a IX-a)	
Gimnaziu – nivel funcțional	Liceu - nivel dezvoltat
Mulțimi. Numere	Mulțimi. Numere
Algebră	Algebră
Geometrie	Geometrie și trigonometrie
Organizarea datelor, probabilități și elemente de statistică matematică	Organizarea datelor

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

IV.1.3. Lista decupajelor de conținut prevăzute de programele școlare în vigoare, pentru gimnaziu și pentru liceu, clasa a IX-a, (2 ore TC, 2 ore CD)

DOMENIUL ALGEBRĂ	
Gimnaziu (nivel funcțional)	Liceu, clasa a IX-a (nivel dezvoltat)
V.1. Operații cu numere naturale	
V.2. Divizibilitatea numerelor naturale	
V.3. Fracții ordinare	
V.4. Fracții zecimale	
VI.1. Mulțimi	
VI.2. Mulțimea numerelor naturale	IX.1. Mulțimi și elemente de logică matematică
VI.3. Rapoarte. Proporții	IX.2. Siruri
VI.4. Mulțimea numerelor întregi	IX.3. Funcții; lecturi grafice
VI.5. Mulțimea numerelor raționale	IX.4. Funcția de gradul I
VII.1. Mulțimea numerelor reale	IX.5. Funcția de gradul al II-lea
VII.2. Ecuații și sisteme de ecuații liniare	IX.6. Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea
VII.3. Elemente de organizare a datelor	
VIII.1. Intervale de numere reale. Inecuații în \mathbb{R}	
VIII.2. Calcul algebric în \mathbb{R}	
VIII.3. Funcții	



DOMENIUL GEOMETRIE ȘI TRIGONOMETRIE	
Gimnaziu (nivel funcțional)	Liceu, clasa a IX-a (nivel dezvoltat)
V.5. Elemente de geometrie și unități de măsură	
VI.6. Noțiuni geometrice fundamentale	
VI.7. Triunghiul	
VII.4. Patrulaterul	
VII.5. Cercul	
VII.6. Asemănarea triunghiurilor	IX.7. Vectori în plan
VII.7. Relații metrice în triunghiul dreptunghic	IX.8. Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană
VIII.4. Elemente ale geometriei în spațiu	IX.9. Elemente de trigonometrie
VIII.5. Arii și volume ale unor corpuri geometrice	IX.10. Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în geometria plană

Notă:

Tabelele anterior prezentate permit identificarea abordării prin continuitate a decupajelor de conținut, la trecerea de la nivelul gimnazial la nivelul liceal – clasa a IX-a, pe fiecare dintre domeniile ALGEBRĂ, respectiv GEOMETRIE ȘI TRIGONOMETRIE. Se vor avea în vedere și legături intradisciplinare între decupaje de conținut aferente domeniului ALGEBRĂ și decupaje de conținut aferente domeniului GEOMETRIE ȘI TRIGONOMETRIE (spre exemplificare legătura dintre decupajul *Mulțimea numerelor reale*, din programa școlară pentru gimnaziu, și *toate cele trei decupaje asociate* domeniului GEOMETRIE ȘI TRIGONOMETRIE, din programa școlară pentru liceu, clasa a IX-a).

Domenii de conținut (conform programelor școlare în vigoare pentru gimnaziu – liceu, clasa a IX-a)	
Gimnaziu – nivel funcțional	Liceu - nivel dezvoltat
Mulțimi. Numere	Mulțimi. Numere
Algebră	Algebră
Geometrie	Geometrie și trigonometrie
Organizarea datelor, probabilități și elemente de statistică matematică	Organizarea datelor

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)



ANEXA IV.2. CONSIDERAȚII METODOLOGICE LA TRECEREA DE LA ÎNVĂȚĂMÂNTUL GIMNAZIAL LA CEL LICEAL/PROFESIONAL

Învățarea matematicii trebuie să conducă elevul în situații în care să interpreteze acțiuni, procese și fenomene în moduri matematice. Elevului trebuie să i se ofere situații de învățare care au la bază experiențe concrete, în relație cu viața cotidiană și cu realitatea înconjurătoare, fiind ghidat să relateze faptele/situatiile concrete și concepțele matematice, abstracte, potrivite pentru a le descrie, a le caracteriza și, după caz, a le rezolva. Intuiția și situațiile practice-aplicative, concrete, trebuie să stea la baza activităților de învățare prin care elevul descoperă relații, configurații și structuri și prin care interiorizează concepțele, principiile, regulile și algoritmii specifici matematicii.

Pentru ca elevul să devină un bun utilizator al matematicii, abordarea procesuală a învățării nu trebuie să sără etape. În acest sens, atenția pe care cadrul didactic trebuie să o acorde elevului implică rezervarea unui timp corespunzător, în funcție de rezultatele învățării anterioare, pentru ca elevul să perceapă corect proprietatea termenilor de specialitate și, apoi, a formalismului matematic.

De asemenea, trebuie avută în vedere, cu atât mai mult cu cât trecerea de la un ciclu de învățământ la altul presupune, ca regulă, schimbarea profesorului, necesitatea adaptării limbajului nu numai la specificul de vîrstă a elevului, ci și la nivelul de competență de comunicare pe care acesta și l-a format anterior. Nu trebuie considerat ca de la sine înțeles că noțiuni și concepții studiate anterior le sunt proprii, în aceeași măsură, tuturor elevilor. Din acest motiv, explicarea termenilor și, mai general, vocabularul utilizat de profesor pentru a prezenta noi conținuturi, trebuie să fie unul adaptat specificului grupului de elevi. Aceasta nu înseamnă a relua de la începuturi toată matematica studiată în ciclul primar și cel gimnazial, ci a oferi situații noi de învățare, pe conținuturi anterior studiate, acestea permitând profesorului să radiografieze corect profunzimea vocabularului esențial în matematică. *De exemplu, o exprimare de tipul „rezolvă ecuația ... în necunoscuta ...” poate fi un impediment în construirea răspunsului așteptat la elev în condițiile în care profesorul nu se asigură că elevul are proprietatea termenilor specifici cuprinși în enunțul unei probleme.*

Pentru a preveni o învățare automată, profesorul trebuie să apeleze la contexte generatoare de situații-problemă cât mai diverse, care favorizează creșterea capacitatii elevilor de înțelegere a problemelor. Mai mult, varietatea situațiilor-problemă va permite elevului să sesizeze atât oportunitățile cât și limitele aplicării tehniciilor de rezolvare, creând obișnuința unei lecturi critice a textului-sursă, asociind acestuia un plan particularizat de rezolvare și, la un nivel superior, creând obișnuința de a revizui strategia de rezolvare și de a valida un răspuns prin abordări diferite, sesizând astfel elemente de optimizare.

În aceeași idee, a învățării semnificative, acceptăm, ca proprie domeniul matematic, implicarea gândirii deterministe, bazată pe o logică binară – adevărat/fals, în studiul unor contexte în care majoritatea ipotezelor și concluziilor sunt expuse și a căror analiză conduce la o înlanțuire de cauze și de efecte determinante, generând strategia de rezolvare. La fel, trebuie să acceptăm și faptul că, pentru consolidarea competențelor matematice, nu trebuie să se ignore aducerea în atenția elevilor a celor situații-problemă pentru care abordarea rațional-deterministă este neficientă (*de exemplu, un context cu un număr mic de invariante și un număr mare de variabile care nu relatează continuu și nu conduc la definirea unor dependențe facil modelabile matematic, situații care descriu cele mai multe situații de viață, greu încadrabile în tipare*).

Într-o astfel de situație, în care nu doar un răspuns poate fi corect sau în care orice răspuns antrenează atât o serie de consecințe pozitive, cât și o serie de consecințe negative, gândirea deterministă este incapabilă să formuleze mai mult de un răspuns la o modelare matematică a situației, obținut oricum în condițiile în care o serie de variabile vor fi considerate ca factori de perturbare minoră a răspunsului. Astfel, crearea unor situații de conflict heuristic generate de evenimente caracterizate de incertitudine, care implică o gândire probabilistică, poate fi modul stimulativ pentru creativitate și inovație. *Spre exemplificare, să ne gândim că putem asocia un model matematic determinist pentru a evalua implicațiile pozitive asupra mediului în condițiile reducerii consumului de energie poluantă.*

Chiar dacă matematica și-a dovedit eficiența într-o astfel de situație, măsurarea consecințelor reducerii consumului de energie poluantă reprezintă o analiză a unor factori cu pronunțat caracter de incertitudine (*de exemplu, creșterea somajului în domeniul extracției materiei prime – petrol, cărbune, gaze naturale - și a producției de combustibili antrenează consecințe și impact greu de modelat în sens determinist*). Considerăm că oferirea acestor contexte în cadrul disciplinei matematică aduce o reală plusvaloare învățării prin care sunt vizate exact competențele-cheie care stau la baza definirii profilului de formare a absolventului.

Astfel, contextualizarea matematicii trebuie să aibă în vedere, în principal, lucrurile cele mai simple. Spre exemplificare, avem:

- utilizarea numerelor naturale și a operațiilor de bază dintre acestea explicit pentru cele două funcții pe care acest tip de numere le au: de *cardinal* (*mi-am păstrat 3 lei - rest de la cumpărăturile de ieri și 4 lei - rest de la cumpărăturile de azi, deci am un total de 7 lei din resturile rămase*); de *ordinal* (*în sala de spectacol, ne-am așezat pe același rând, eu pe al treilea scaun de la marginea din dreapta și colega mea pe al șaptelea scaun, tot din marginea din dreapta a rândului, deci între noi sunt trei scaune pe care le păstrăm pentru alți trei colegi*);
- operarea cu mărimi dimensionale și nu adimensionale, astfel elevul va fi mai atras să efectueze operațiile aritmetice, imaginând sau vizualizând la propriu situația respectivă (*4 lei + 7 lei, față de 4+7; la fel, din punct de vedere al percepției, elevul se va simți mai confortabil să fixeze un punct la o distanță de 1,45 metri față de un punct dat – tocul ușii – cu ajutorul unui instrument de măsură, față de situația de a poziționa 1,45 pe axa numerelor*);
- asocierea unei configurații geometrice cu o configurație posibil de întâlnit; *astfel, poate părea inutil să spunem „o cutie în formă de paralelipiped dreptunghic...” și să nu avem o cerință care să implice faptul că avem cutia respectivă, însă, din punct de vedere al elevului, prezența în enunț a cutiei îl va conduce la proiectarea pe un obiect din realitate a formei corpului dat, deci și numai acest fapt reprezintă o contextualizare necesară*;
- colectarea de date în vederea unei analize statistice descriptive de tip frecvență, medie, modul sau mediană privind un hobby al elevului (*de exemplu, colectarea de date privind autoturismele: mărci, tipuri, caracteristici ale motorului, consum de carburant etc. sau privind tipurile de produse de cofetărie, relația lor cu prețurile, cu numărul de calorii etc.*).

Corelând cunoștințele cu abilități matematice în diverse situații din viața reală și/sau, după caz, în situații și contexte ale domeniului de calificare, elevii vor percepe utilitatea matematicii și vor recunoaște necesitatea acesteia, atât ca instrument, cât și ca suport al oricărui tip de raționament logic. Contextualizarea învățării matematice, prin facilitarea unor experiențe inter-, cros- și transdisciplinare, conduce în timp și la motivație intrinsecă, precum și la formarea unor atitudini pro-învățare, ca răspuns la nevoi reale de acțiune.

Se recomandă utilizarea unor strategii de instruire variate, bazate pe teoria constructivistă a învățării, cum ar fi:

- **învățarea prin descoperire**
 - *Exemplu: introducerea conceptului de progresie aritmetică/geometrică prin enumerarea unor termeni și completarea enumerării cu alți termeni, apoi identificarea de tipare în baza cărora se deduce formula termenului general; elevul este încurajat astfel să nu preia mecanic formulele asociate acestui context, ci să se bazeze pe formularea propriului exemplu de sir, apoi reconstruirea formulelor pe baza proprietăților sirului respectiv*
- **învățarea prin explorare**
 - *Exemplu: în baza modelării matematice predefinite a unor procese și fenomene studiate la alte discipline, elevul poate utiliza aplicația GeoGebra pentru a introduce funcțiile (exprimarea algebraică) ce descriu procesele și evoluția fenomenelor respective, apoi să realizeze lectura grafică a reprezentărilor asociate pentru a identifica invarianți, tipare, asemănări, deosebiri, caracterizări; o astfel de activitate va susține învățarea privind studiul*

funcțiilor și va crea o atitudine pozitivă față de studiu accesibil ce permite modelarea asistată de calculator; suplimentar, pentru a accentua dimensiunea exploratorie, elevul poate desfășura un experiment real care presupune colectarea de date pentru un proces sau fenomen care are o exprimare matematică, prin care să valideze corespondența dintre realitate și model, să identifice cauze perturbatoare care produc diferențe între datele experimentale și modelul matematic asociat

➤ **învățarea prin cooperare**

- *Exemplu: cele două exemplificări anterioare cresc ca valoare privind susținerea învățării dacă sarcinile de lucru sunt distribuite pe grupe eterogene, stabilitate de profesor – pentru a diminua conformismul elevilor și a preveni lipsa de implicare a unora dintre elevi; astfel, studiul caracteristicilor unor șiruri, cu formularea de concluzii, este potențiat de abordarea pe grupe, fiind utile atât discuțiile intragrup cât, apoi, și intergrupuri; de menționat că orice activitate care presupune învățarea prin cooperare are inclusă și o secvență – de obicei inițială, în care fiecare membru al grupului primește sarcini de lucru individuale, urmând ca rezultatele activității individuale să fie prezentate și validate/imbunătățite/completate la nivelul discuțiilor intragrup; o exemplificare a organizării activității pe grupuri este cea privind formarea și dezvoltarea deprinderilor de calcul cu numere reale/calcul algebric, în care se poate propune un calcul numeric/prelucrarea unei expresii algebrice în care sunt implicate tipurile de operații studiate; ca sarcini individuale, pregătitoare efectuării calculului/prelucrării ce conține operațiile studiate, fiecare membru al grupului primește un set de cerințe de efectuare a unui același tip de operație, cu reamintirea regulilor și procedeeelor de calcul, el fiind expert al acelui tip de operație; după finalizarea acestei etape de activitate individuală, fiecare expert va prezenta membrilor grupului elementele cheie ale efectuării operației pentru care a fost desemnat expert, apoi, împreună vor rezolva sarcina de lucru comună, discutând asupra relațiilor dintre operații (ordinea efectuării calculului, după ordinul operației/altor condiții, de exemplu, calculul cu paranteze)*

➤ **sarcini de lucru individual**

- *Exemplu: profesorul trebuie să acorde atenție calibrării sarcinilor de lucru individual/independent pentru ca acestea să motiveze elevul, deci să fie în acord cu achizițiile anterioare ale elevului și, mai ales, să-i permită elevului să rezolve sarcina de lucru prin varii metode; calibrarea sarcinilor de lucru individual trebuie avută în vedere, cu atât mai mult când acestea reprezintă o secvență inițială sau intermediară a unei activități de învățare în cooperare, pentru a preveni blocajul activității întregii grupe, ca urmare a nereușitei uneia sau mai multor membri ai grupului; se va ține cont că activitatea de lucru individual/independent nu se rezumă doar la propunerea de rezolvare de către elev a unei fișe de exerciții și probleme, ci organizarea materialului pus la dispoziția elevului trebuie să respecte caracteristicile unei fișe de învățare dirijată, descompunerea cerinței pe pași mici, eventual în baza unui model pe care elevul trebuie să-l înțeleagă și, apoi, să-l transfere spre rezolvarea unui context similar modelului, în acest caz având în vedere, în special, elevul cu dificultăți de învățare; în cazul elevului capabil de performanță înaltă, profesorul trebuie să pună în balanță întărirea unor deprinderi prin creșterea volumului de muncă, deprinderi care au la bază întrebări închise (cu menționarea răspunsului așteptat), dar în condiții de transfer ce necesită lectura reflexivă a textului sursă; de menționat că, pentru un astfel de elev, este extrem de util ca, după formarea deprinderilor privind utilizarea conceptelor matematice la modul abstract teoretic și aplicativ matematic, un salt în învățare îl va reprezenta contextualizarea matematicii pe domenii de interes ale elevului; un alt salt definitoriu în calitatea învățării este cel prin care elevului i se propun sarcini de lucru care au la bază întrebări deschise, un nivel de provocare superior fiind acela în care elevul primește un text sursă pe care-l analizează, identifică posibile întrebări și formulează răspunsurile la propriile întrebări, conducând astfel elevul în zona de cercetare (formulează premise, apoi, identifică strategiile necesare pentru a le valida/invalida, după caz)*

➤ **potențarea învățării prin integrarea noilor tehnologii**

- *Exemplu: efectuarea calculelor numerice, reprezentarea grafică a funcțiilor, determinarea unor caracteristici ale unor seturi de date în context statistic; elevul este încurajat să utilizeze noile tehnologii pentru a accesa atât informație, cât și pentru a aborda/rezolva anumite sarcini de lucru cu sprijinul unor aplicații digitale; astfel, în cazul în care activitatea de învățare nu are ca scop înțărirea abilităților de calcul, efectuarea calculelor cu un simplu calculator sau cu aplicații accesate pe tabletă/laptop/telefon permite elevului să se concentreze și să-și structureze noile achiziții, prevenindu-se astfel invalidarea unui raționament ca urmare a unei erori de calcul; astfel, elevul poate fi obiectiv privind capacitatea sa de răspuns la sarcina dată, din perspectiva scopului propus*

Este necesar să întreținem curiozitatea elevilor, prin încurajarea exprimării de idei și prin formularea de sarcini de lucru/adresarea de întrebări semnificative. Pentru ca participarea la dialogul euristic să fie posibilă, motivată, atractivă și stimulativă:

- sarcinile de lucru/intrebările trebuie calibrate, ca mod de formulare și ca implicații privind formularea unui răspuns, la specificul grupului de elevi, în acord cu experiențele anterioare de învățare ale acestora; *la furnizarea răspunsului profesorul nu trebuie să se axeze doar pe validarea/invalidarea acestuia – evident implicând regulile furnizării unui feedback relevant, deci nu doar prin menționarea „corect/incorrect” – din perspectiva adevărului matematic, ci și privind atitudinea elevului față de subiectul întrebării, precum și asupra unor parametri psihico-emocionali (temp de răspuns, ton, siguranță, emoții);*
- o învățare profundă are la bază formularea de *întrebări deschise*, în acest fel este încurajată creativitatea elevilor; într-o astfel de situație, nu ne vom grăbi să invalidăm un răspuns care nu este conform așteptărilor noastre, recomandat fiind să solicităm elevului să argumenteze decizia de răspuns; în acest sens putem sesiza fie erori de raționament sau de exprimare a mesajului, fie o abordare nonconformistă, dar plauzibilă din anumite puncte de vedere (*de exemplu, la o întrebare/cerință de tipul „care este numărul care continuă secvența finită de numere date”, în realitate, poate urma orice număr, deci elevul poate avea argumente pentru care dă un răspuns diferit de cel așteptat de profesor*);
- din perspectiva răspunsurilor pe care le construiește elevul, profesorul trebuie să dețină abilitatea de a sesiza relația dintre răspuns și învățare, în sensul în care elevul poate furniza fie un răspuns *corect*, fie un răspuns *greșit* – consecință a unui raționament incorrect sau incomplet, fie un răspuns *absurd* – formulat în lipsa unui raționament;
- de asemenea, este foarte important să „valorizăm greșeala” conținută în răspunsul furnizat de un elev, din *triplă perspectivă*:
 - acordăm şansa ca încadrarea răspunsului la „incorrect” să fie realizată de elevul însuși, întrebându-l dacă a utilizat o anumită informație/ipoteză din textul sursă, semnalându-i astfel că validarea răspunsului îl poate face numai după ce toate informațiile textului sunt analizate din perspectiva răspunsului formulat (*este ceva contradictoriu?*);
 - acordăm şansa ca încadrarea răspunsului la „incorrect” să fie realizată de un alt elev, inițiind astfel un dialog euristic colegial în care cei doi susțin argumentat, în plenul clasei (frontal), propriul răspuns, întreaga clasă fiind în situația de a-și valida – invalida răspunsul și strategia care a condus la răspuns, cu evidențierea producerii unei posibile erori tipice de utilizare a conceptului sau de aplicare a acestuia; fiecare elev trebuie să aibă obișnuința de a audia o astfel de expunere de motive, cu consemnarea pe caiet a acelor aspecte care contribuie la întărirea învățării;
 - validarea/invalidarea o face profesorul, în cazul nefericit când, pentru invalidare, nici elevul care a formulat răspunsul, nici alți colegi nu intervin; în acest caz, profesorul trebuie să analizeze condițiile care au condus la lipsa de reacție de la nivelul clasei și să acționeze în consecință, plauzibil fiind faptul că la nivelul întregului grup s-a înregistrat o barieră în

învățare ce trebuie identificată, clasificată și remediată; încadrarea într-o eroare tipică trebuie să semnaleze profesorului faptul că la nivelul proiectării propriului demers, anumite aspecte nu au fost suficient pregătite, deci atât în activitatea remedială, cât și în proiectarea inițială viitoare a activității va aduce schimbări care să preîntâmpine repetarea situației;

- este important de menționat faptul că participarea activă la propria învățare a elevului este posibilă, în contextul învățării dirijate de profesor, atunci când profesorul a acordat atenția cuvenită elementelor de organizare a activității și dicționarului de termeni, de expresii și de notații care sunt implicate în activitatea de învățare; neglijarea acestor aspecte poate produce blocaje sau conflicte în raport cu achizițiile anterioare – *spre exemplificare, a se avea în vedere diminuarea formalismului matematic în domeniul geometriei, cu o simplificare a notațiilor utilizate pentru segmente și unghiuri; în acest sens, elevul trebuie obișnuit să rezerve pe caietul de notițe spații în care să-și noteze aceste elemente; mai mult, pentru organizarea învățării/consolidării acesteia, pentru lectura informațiilor din caiet ar putea fi util să se regăsească schematic următoarele informații pe care profesorul le oferă în debutul activității:*

În atenția elevului				În atenția profesorului		
ȘTIU-VREAU SĂ ȘTIU-AM ÎNVĂȚAT		Detalieri		DA	NU	Comentarii
Elemente de organizare			Algebră/ Geometrie			Domeniu/decupaj de conținut
Domeniu						
Titlul lecției						
Ce știm (concepțe)	1.		DA	NU		Pe ce sprijinim învățarea – ancore privind achizițiile anterioare
Ce știm să facem (procedural)	1.					
				AM ÎNVĂȚAT		În raport cu ceea ce este stabilit ca premisă privind învățarea, la finalul orei elevul trebuie să fie obișnuit să evaluateze nivelul de învățare
Ce vrem să știm (concepțe)	1.		DA	NU		Conținuturi
Ce vrem să facem (procedural)	1.					Competențe specifice
	Motivat să consolidez ceea ce am învățat (da/nu)		Implicit (da/nu)	Neinteresat (da/nu)		
Cum m-am simțit pe parcursul activității pentru că ...						Elevul trebuie încurajat să motiveze atât o alegere de stare pozitivă, cât și de stare negativă
Îmi propun să ...	-					Elevul trebuie încurajat să își stabilească propriile ținte de învățare
Dicționar de termeni, expresii și notații	Definiție/ explicare/ caracterizare	Exemplu/contraexemplu				
...						
...						

Comentarii

- Fișa anterior prezentată se dorește un exemplu adaptabil scopurilor pe care le definește profesorul, putând fi aplicată rezumativ și secvențial sau dezvoltată, după caz.
- Cu siguranță că o completare a unei astfel de fișe poate fi discutabilă din perspectiva utilizării eficiente a timpului didactic, însă trebuie precizat că abordarea consecventă în acest sens va crea o obișnuință pentru elev prin care are o oglindă cuprinzătoare asupra activității la care a participat și care îi reamintește acestuia ce ținte are de urmărit, timpul consumat cu un astfel de exercițiu fiind, în final și privit ca o țintă pe termen mediu și lung, un timp câștigat, vizând dincolo de formarea de competențe generale ale disciplinei, contribuind, în mod esențial, cel puțin la competența-cheie de a învăța să înveți.
- De precizat că această fișă trebuie completată secvențial, la începutul activității, pe parcursul acesteia (în zona de dicționar de termeni, expresii și notații), precum și la finalul activității, deci timpul alocat este unul fragmentat, dozat astfel încât să nu înlocuiască/perturbe obiectivele pe care profesorul și le stabilește prin proiectarea didactică.
- Dacă formatul acestei scheme este transpus ca instrument asociat unei aplicații digitale, atât elevul cât și profesorul vor avea acces la un *jurnal al învățării*, devenind astfel un instrument extrem de util pentru o acțiune de corecție sau de stimulare, după caz, a procesului de învățare, inclusiv permitând profesorului să acționeze diferențiat.
- Riscurile pe care le comportă un astfel de instrument sunt:
 - o atitudine inițial pozitivă a elevului față de completarea fișei, urmată de o scădere a interesului față de completarea asumată a fișei, într-un timp secund;
 - o utilizare în exces a informațiilor din fișă de către profesor, din perspectivă individuală, în detrimentul unei perspective holistice asupra învățării la nivel de grup.
- Din perspectiva unui management al riscurilor, evidențiem măsurile recomandate privind controlul riscului:
 - explicarea către elev a semnificației și a importanței instrumentului din perspectiva monitorizării propriei învățări, încă de la debutul aplicării instrumentului;
 - utilizarea consecventă a instrumentului;
 - analizarea informațiilor și formularea de concluzii și recomandări asupra celor consemnate, atât de către elev, cât și de către profesor, generându-se astfel un plan logic și obiectivat, asumat și personalizat, de învățare.

Captarea atenției reprezintă o provocare la debutul oricărei activități, însă o și mai mare provocare este menținerea interesului pentru învățare. Dacă pentru captarea atenției elevului, o obișnuință ce ține de organizarea notișelor este un câștig indiscretabil – pe modelul anterior prezentat, alături de prezentarea unui context familiar elevilor în care cunoașterea factuală și cea procedurală intervin semnificativ, aceste aspecte nu vor garanta că elevul va rămâne conectat la activitate în mod real și eficient.

În acest sens, menținerea atenției și interesului pentru învățare se poate face prin:

- varietatea și alternanța strategiilor didactice utilizate;
- adaptarea demersului didactic la condițiile și caracteristicile concrete ale mediului de învățare, ale grupului de educabili, ale infrastructurii și dotărilor existente, precum și altor variabile care influențează;

- analizarea critică a surselor și a resurselor de învățare, incluzând aici și manualele școlare, nu numai auxiliarele didactice, ce vor fi suport la activităților de învățare; în raport cu acestea, ceea ce trebuie urmărit cu mare atenție este:
- corespondența acestora cu programa școlară în vigoare;
 - structura și conținutul acestora, din perspectiva suportului real al activității de învățare, în sensul în care resursa nu trebuie să se rezume la o colecție de exerciții și probleme, chiar dacă sunt incluse și rezumate privind concepțele și procedurile implicate; *este foarte important ca ponderea majoritară a unei resurse să aibă ca adresabilitate nivelul de bază, nivel care presupune dirijarea elevului în parcurgerea sarcinii de lucru, urmat de o pondere medie care vizează exersarea conceptelor în situații superpozabile cu cele de bază, crescând gradul de contextualizare, iar cea mai mică pondere să vizeze consolidarea și profundarea, în acest sens trebuind să existe un echilibru între creșterea complexității raționamentului pur matematic și deschiderea spre elev a unor zone în care poate explora, prin întrebări deschise sau prin analizarea de contexte pentru care elevul trebuie să creeze modele matematice, cu implicații interdisciplinare; spre exemplificare, în domeniul bursier, se pot face două tipuri de analize:*
 - *analiza tehnică* – aceasta ne arată când să investim, financiar, într-un instrument, având la bază modelarea matematică (media prețului pe o anumită perioadă, evoluția prețului pe graficul bursier, fluctuațiile prețului acțiunilor etc.);
 - *analiza fundamentală* - aceasta ne arată ce acțiuni au potențial de câștig financiar, având la bază știrile din domeniul financiar, dar și conexe (factori de mediu, micro și macro), informații privind sectorul de activitate/industria, informații privind produsul/serviciul oferit etc.;
 - îndeplinirea caracteristicilor de resursă educațională deschisă, punctând aici pe cea care se referă la faptul că resursa poate fi adaptată, personalizată de utilizator (profesor sau elev, după caz), pentru a servi cu acuratețe scopului pentru care este utilizată/implicată în activitatea de învățare;
 - centrarea procesului pe elev, sintagmă des utilizată, uneori golită de conținut; spre contraexemplificare, a propune elevului rezolvarea a 3 - 4 pagini de exerciții nu reprezintă o centrare a procesului pe elev, așa cum nu orice întrebare pe care o adresăm elevului contribuie la întărirea învățării dacă nu are scop educațional bine definit;
 - prezentarea matematicii ca pe o poveste detectivistică; *facem o paralelă cu un roman polițist în care de la început devoalează criminalul și modul în care acesta ajunge să fie descoperit, urmând apoi zeci de pagini care detaliază rezumatul; în aceste condiții, vom pierde, cu siguranță, o parte din auditoriu; astfel, trebuie să încurajăm elevul să-și asume un rol de detectiv care construiește un raționament pe bază de dovezi – ce pot fi serie de exemple și contraexemple – care îl vor conduce la a defini un concept sau de a descrie un procedeu de urmat; dacă elevul va ajunge singur să-și definească un concept pe baza exemplelor, atunci va fi capabil să-l utilizeze în contextele potrivite; în situația în care încurajăm elevul să reconstruiască parte a cunoașterii matematice, vom fi permisiivi în ceea ce privește exprimarea conceptului, acceptând reformulări care sunt în acord cu vocabularul preexistent al elevului, accentul fiind pus pe stimularea elevului în a descoperi; să ne gândim prin câte transformări au trecut exprimările unor concepte matematice până să se ajungă la rafinamentul simbolic matematic de astăzi; consecutiv familiarizării elevului cu concepțele și procedeele, vom fi persuasivi și vom îndruma elevul înspre acuratețea exprimării și înspre forma optimă de exprimare a mesajului matematic; ar fi o eroare să fie penalizat un elev care, în redactarea unei rezolvări sau în transcrierea din limbaj literal în limbaj simbolic a unei înmulțiri, ar utiliza simbolul „×” în locul simbolului „·”; de altfel, pentru stimularea creativității și originalității – cu implicații pe gândire laterală – un joc al*

operațiilor în care simbolurile utilizate sunt diferite față de cele standard poate decela între o abordare mecanică și una reflexivă prin care elevul descoperă principii și reguli implicate:

$$\text{Stim } (5 \times 40) \div 3 = 15$$

$$(14 \times 2 \div 5) \div 2 = 4$$

$$4 \times (14 \div 6) \times 2 = 64$$

Vrem să aflăm valoarea expresiei	$2 \times 3 \times (4 \times 3 \div 10) \times 6 \div 2 \times (4 \times 1) \times (1 \div 4 \times 20) = ?$
---	--

- nu în ultimul rând, un bun management al timpului didactic, cu rezervarea unui interval de timp suficient pentru a observa elevii și de a oferi feedback în raport cu activitatea pe care o desfășoară; evident, observarea elevilor nu va avea drept unic scop doar urmărirea aspectelor ce țin de utilizarea conceptelor și elaborarea/replicarea procedurilor matematice, ci și din perspectivă atitudinală și de management al învățării (poziționarea elevului față de sarcina de lucru, modul în care își organizează spațiul de lucru, acceseză surse de informare, utilizează instrumentul specific, colaborează în termeni colegiali și în situații în care aceasta este permisă, concentrarea pe sarcina de lucru etc.); feedbackul trebuie să fie dezvoltat, astfel încât elevul să percepă corect reușita și din punct de vedere calitativ, precum și nereușita, din punct de vedere al tipului de eroare care a generat-o, fiind invitat să fie reflexiv asupra aspectelor evidențiate prin feedback; să nu uităm că feedbackul poate fi și intragrup, colegial.

Utilizarea și dezvoltarea raționamentului matematic (gândirii matematice) trebuie să fie urmărite consecvent prin activitățile de învățare pe care le propunem elevilor. În acest sens, în acord cu tipul de competență specifică ce se dorește a fi structurată, vom aduce în atenția elevilor texte-sursă pe baza cărora aceștia să dezvolte raționamente de tip deductiv (inferențe) – a formula/a valida concluzii necesare dintr-o ipoteză/dintr-un set de ipoteze, respectiv raționamente de tip inductiv (raționament prin recurență) sau prin analogie (asemănare).

Dacă pentru un elev cu un nivel mediu-funcțional de competențe, vom propune raționamente care presupun o înlănuire a unui număr redus de pași și accentul va fi pus pe validarea unei concluzii formulate explicit, pentru un elev capabil de performanță, vom propune și raționamente care presupun parcurgerea unui număr mai mare de pași, utilizarea unor proprietăți sau formule care să diminueze numărul de pași (optimizarea strategiei – de exemplu exprimarea ariei în două moduri pentru a calcula anumite lungimi sau măsuri de unghiuri în triunghiuri, utilizarea unei formule de calcul prescurtat, identificarea unui factor numeric într-un produs de numere etc.) sau formularea de către elev a unor concluzii pe care, apoi să le valideze/invalideze, după caz, prin strategia de rezolvare pe care o asociază.

În vederea dezvoltării raționamentului matematic, învățarea prin cooperare contribuie substanțial. Astfel, constituind grupuri eterogene și propunând un același text-sursă sau o aceeași situație-problemă, sarcina de lucru fiind analizarea informației și formularea unor concluzii pe care apoi să le supună unui proces reflexiv, de validare/invalidare, în baza tiparului achizițiilor anterioare care va personaliza fiecare grup, se creează premisele interpretării textelor/situatiilor într-o mulțime de perspective, generându-se o varietate de concluzii și, de asemenea, generându-se – pentru concluzii similare – strategii de rezolvare diferite. Într-o abordare frontală, prezentarea rezultatelor activității de fiecare grup va reprezenta cadrul de discuții prin care se consolidează învățarea. Într-o astfel de situație, este foarte important să fie valorizată orice idee care a fost corect formulată drept consecință a ipotezelor din text/situatie și orice strategie de validare/invalidare. Vom evita etichetarea de tipul „aceasta este cea mai bună metodă de rezolvare”, scopul activității fiind tocmai de a evidenția elevilor că pot utiliza achizițiile anterioare în orice combinație corectă pentru a formula răspuns la sarcina de lucru și nu de ierarhizare a elevilor. Astfel, elevii vor fi încrezători în propriile puteri și nu vor

evita să-și aducă o contribuție la rezolvarea unei sarcini de lucru pentru că nu au viteza de reacție și/sau nu au nivelul de achiziții anterioare ca ale „celui mai bun” elev la matematică, din clasă. De altfel, elevul trebuie să înțeleagă faptul că „cel mai bun” este cel care înregistrează progres în raport cu propria învățare, care își consolidează, oră de oră, zona proximei dezvoltări.

La disciplina matematică, realizarea procesului de predare-învățare-evaluare are la bază **dezvoltarea competențelor de comunicare** și, referindu-ne la domeniile de competențe-generale, la dezvoltarea competențelor de literație și de multilingvism. Evident că prioritizăm comunicarea matematică, însă nu se va neglija faptul că, prin contextualizarea matematicii și prin utilizarea corelațiilor inter- și transdisciplinare, a ne rezuma doar la domeniul matematic reprezintă o abordare limitată. În sensul literației și multilingvismului, utilizarea de texte-sursă într-o prezentare cât mai diferită (literal, simbolic, grafic etc.), crearea obișnuinței de „transcriere” a acestor texte în forme diferite, de a compara informațiile conținute de un text-sursă compozit (de exemplu, un articol dintr-o revistă de specialitate, care conține text literal, simbolic și grafic) pentru a identifica elementele comune diferitelor reprezentări, dar și elementele diferențiale, reprezintă un exercițiu extrem de util situat în zona unei lecturi reflexive. De asemenea, implicarea lecturii textelor-sursă scrise în limbi de circulație internațională în secvențe de activitate didactică/de învățare sau a utilizării unor aplicații digitale care sprijină învățarea, creează obișnuințe la elevi de a accesa informația fără bariere lingvistice, având în vedere avantajul major al matematicii – acela de a deține un „alfabet” internațional valabil, cu mici excepții pe care, totuși, trebuie să le avem în vedere astfel încât elevul să nu fie pus într-un conflict cu învățarea anterioară (de exemplu, vom fi atenți ca la utilizarea pachetul *Office*, în cadrul aplicației *Excel*, consemnarea unui număr exprimat prin fracție zecimală, utilizarea *virgulei* care delimitizează întregii de partea zecimală, caracteristică scrierii matematice în formalismul programelor școlare pentru matematică, din România, trebuie înlocuită cu utilizarea *punctului*). Raportat la exemplul dat, aducem în discuție și comunicarea mediată de noile tehnologii, nu numai comunicarea directă, și din această perspectivă profesorul trebuie să fie facilitator.

Revenind la consolidarea comunicării în matematică, vom avea în vedere următoarele:

- îndepărtarea barierelor de învățare care pot fi reprezentate de lacune ale dicționarului de termeni, de expresii și de simboluri; complementar acestui dicționar pe care trebuie să-l avem, ca profesor, constant în atenție, cu reveniri (întărire) și cu actualizări (completare, reinterpretare la un nivel superior), vom acorda atenție elementelor de organizare a datelor prin tabele, grafice, reprezentări geometrice (*de exemplu, poate părea „natural” că elevul, în clasa a IX-a, ar trebui să aibă achiziții la nivel funcțional de a identifica și a prelucra informații dintr-un tabel organizat pe linii și coloane, însă a ne asigura de faptul că toți elevii înțeleg tipul de organizare de date într-o astfel de reprezentare, va permite ca o sarcină de lucru privind identificarea unor caracteristici ale datelor și prelucrarea informației să poată fi realizată la un nivel corespunzător*); o abordare de tipul „elevul ar fi trebuit să știe până acum despre... / ar fi trebuit să poată rezolva o cerință de tipul...”, deci nu rezerv un timp didactic pentru a remedia situația, este neproductivă; a sesiza bariere la nivelul înțelegерii și comunicării informației necesită o acțiune imediată;
- având ancorele necesare în achizițiile anterioare, acordând atenție îndepărtării barierelor de comunicare, posibil legate de experiențele anterioare de învățare, în construirea noilor achiziții vom acorda atenție însoțirii comunicării cu diferite forme de reprezentare; un concept/o idee/un procedeu matematic este cu atât mai bine perceput de elev dacă, în comunicarea acestuia de către profesor, aceeași informație este prezentată în diferite forme (atât la nivel de comunicare – orală și scrisă, cât și la nivel de reprezentare – literal, simbolic, reprezentare grafică – desen);
- faptul că aceeași informație va fi prezentată în mai multe forme, va permite atât profesorului, cât și elevului, să structureze mai bine mesajul și, în consecință, să eficientizeze comunicarea matematică, lăsându-se libertatea elevului de a alege de a-și reprezenta informația și de a comunica sub acea formă de reprezentare care îi este proprie; o situație precum cea pe care o exemplificăm în continuare este întâlnită de profesori: există elevi care se blochează în rezolvarea unei sarcini de lucru, de exemplu de redactare a unei rezolvări, afirmând: „aveam în minte ce etape trebuie să parcurg, dar nu mi-am dat seama cum trebuie să scriu”; într-o astfel de situație, un elev, care într-adevăr are un blocaj la nivelul exprimării printr-un limbaj simbolic, trebuie încurajat să îl depășească, din punct de

vedere al scopului – rezolvarea unei probleme – fiind secundară modalitatea de comunicare a etapelor rezolvării, deci evaluarea competenței de rezolvare de probleme, din perspectiva unui lanț logic al ipotezelor – consecințelor/implicațiilor acestora – formulării/validării/invalidării unei concluzii, nu ar trebui să influențeze evaluarea acestei competențe;

- comunicarea eficientă are la bază propunerea de situații și întrebări semnificative; acestea pot fi identificate de către profesor, la momentul elaborării proiectului de activitate (proiectării unității de învățare), ca urmare a experiențelor anterioare, deci pot fi pregătite răspunsurile cele mai potrivite care să conducă la clarificări conceptuale și procedurale (*după caz, prin suplimentarea exemplelor și contraexemplelor, printr-o analiză suplimentară asupra unor condiții necesare și/sau suficiente, identificarea de tipare, utilizarea unor analogii etc.*); de asemenea, cum orice proiect are limitele sale, o serie de întrebări pot să fie formulate de elevi, explicit (*prin adresarea acestora direct de către elevi*) sau implicit (*prin observarea directă a elevilor pe parcursul activității, în condițiile în care se situează într-un impas*); în acest caz, profesorul trebuie să dea dovdă în primul rând că este un bun manager al timpului didactic, urmând a lua o decizie privind necesitatea de a răspunde pe loc la întrebare sau – în condițiile în care întrebarea nu este punctuală și implică majoritar grupul de elevi – rezervând un timp didactic pentru a formula răspuns în ora următoare; în oricare dintre situații, recomandarea este ca răspunsul la întrebările de specialitate să nu fie grăbit de profesor, în sensul de a-l concentra sau de a-l formula; astfel, un răspuns formulat de alt elev este motivator pentru elevul respectiv și va fi exprimat în termenii propriei experiențe de învățare, mai apropiată de cea a colegului care a formulat întrebarea, deci cu un impact mai mare și asupra elevului care a adresat întrebarea; o altă recomandare este cea privind faptul că o întrebare adresată de un elev poate semnala profesorului un aspect ce trebuie clarificat nu doar pentru acel elev, ci pentru cel puțin o parte a grupului, mai ales în specificul colectivelor de elevi nou formate, cum este cazul colectivelor formate la clasa a IX-a, situație în care elevul este circumspect față de comunicare, neștiind consecințele participării sale la comunicare sau fiind rezervat o perioadă față de o comunicare deschisă în cadrul grupului;
- un alt aspect important îl reprezintă bugetul de timp asociat comunicării profesor – elev, elev – elev; timpul este o resursă ce trebuie utilizată eficient, dar acest aspect trebuie relaționat cu specificul colectivului de elevi; prin adresarea unei întrebări de specialitate, profesorul nu va urmări doar obținerea răspunsului, deci rapiditatea cu care primul elev reușește să formuleze răspunsul corect; intervalul de timp de la formularea întrebării/expunerea cerinței trebuie să permită tuturor elevilor parcurgerea unor etape de clarificare a conținutului întrebării (*de fapt, ce se așteaptă ca răspuns la întrebarea respectivă, identificarea ancorelor în achizițiile anterioare, eventual accesarea surselor de informare care să permită elevului să nu apeleze doar la memorie și învățare mecanică*), precum și de structurare a răspunsului; astfel, vom avea în vedere că răspunsul primit trebuie să fie unul cu valoare pentru învățare; în acest context, este important ca elevul să aibă o miză care să stimuleze participarea sa la comunicarea matematică, însă elevul nu trebuie să vizeze exclusiv obținerea unei recompense – în niciun caz nu vom asocia penalizări pentru răspunsuri neconforme sau incomplete, când acestea sunt parte a secvențelor de învățare – și trebuie să i se creeze obișnuința de asumare a unui rol de co-tutor al grupului de elevi, alături de profesor; crearea unei astfel de obișnuință la elevi de a facilita altora învățarea, inclusiv prin acest demers de formulare de răspunsuri la întrebările de specialitate, conduce în timp la consolidarea la un nivel superior al propriei învățări;
- mai ales în condițiile actuale, ale dezvoltării mediilor de învățare online sau de organizare a procesului prin utilizarea noilor tehnologii, comunicarea matematică nu se rezumă la comunicarea directă ci și cea în care transmițătorul este o terță parte (nici profesor, nici elev); astfel, manualele interactive pot fi asimilate – pentru acele secvențe în care pot furniza feedback – ca parte terță a comunicării în specialitate; la fel, softurile/aplicațiile electronice au secvențe prin care se pot stabili direcții de comunicare, creându-se premisele unui dialog euristic;
- un sprijin în eficientizarea comunicării îl reprezintă și crearea unei obișnuințe la elevi privind adnotarea, sublinierea, organizarea și reorganizarea notișelor, cu accent pe elemente de vocabular de specialitate (*a se vedea propunerea de organizare a învățării prin fișă prezentată anterior în prezentul material*), defalcarea clară a noilor achiziții – concepte și/sau acțiuni/proceduri –,

sumarizarea etc.; fie că vorbim despre un caiet de notițe sau alt instrument utilizat și agreat de elev ca organizator al propriei învățări, trebuie înțeles că un astfel de instrument, eficient utilizat, reprezintă un mijloc prin care elevul comunică despre învățare cu el însuși – de exemplu, în etapa de recapitulare, necesară pregătirii pentru o evaluare, faptul că elevul a fost obișnuit să-și facă adnotări și sublinieri, acestea sunt mesaje pe care el le receptează și cu ajutorul cărora își consolidează învățarea; de menționat că existența și utilizarea acestor instrumente – caietul de notițe/de lucru individual, nu și portofoliul – trebuie privite ca mijloace de evaluare pentru învățare (facilitatoare de feedback) și nu, în mod determinant, ca o componentă a evaluării învățării (cu asocierea de notă), pentru a preveni situații de abordare formală sau mecanică;

- revine ca un lait-motiv învățarea prin cooperare; o astfel de formă de organizare a învățării aduce beneficii substanțiale la nivelul consolidării competențelor de comunicare; în cadrul grupului, dialogul dintre elevi va facilita învățarea colegială (peer to peer learning), în condițiile unor grupe eterogene, echilibrat constituie la decizia profesorului și, important, în componențe diferite asociate unor activități diferite în ore diferite, pentru a preveni instalarea unor relații de suficiență intergrupuri (ierarhizare – noi suntem cei mai buni) sau de dominare intragrup (preluarea sarcinilor de unul sau doar de o parte dintre membrii grupului); evitarea unor astfel de situații, care vor bloca în fapt comunicarea, ține și de reorganizarea periodică a componenței grupurilor, precum și de complementaritatea sarcinilor intergrupale (urmăresc ca fiecare grup să aducă o contribuție la activitate), deci fie au aceeași sarcină de lucru, dar produsul rezultat diferă ca formă de prezentare/prin anumite caracteristici (exprimare literală, exprimare simbolică, reprezentare grafică), fie au sarcini diferite care, reunite spre finalul activității, completează, ca un puzzle, sau contribuie la formularea unei concluzii generale asupra unui aspect matematic; pentru a nu induce ideea că majoritatea problemelor legate de învățare au ca răspuns învățarea prin cooperare, dar insistând că majoritatea problemelor de învățare își au originea în bariere ale comunicării, aducem în atenție și valoarea punerii în dezbatere a unei idei matematice (*debate*), prin acesta urmărindu-se, de exemplu, parcurserea unor etape de observare, recunoaștere, organizare de date și informații, analizare și modelare, modelul creat ca răspuns la o contextualizare a matematicii (fenomene sociale, de mediu, din domeniul de calificare), urmând a fi dezbatut din perspectiva unor constrângeri și consecințe, metoda fiind astfel o sursă de consolidare a mai multor competențe-cheie.

Continuăm parcursul recomandărilor noastre în relație cu taxonomiile și teoriile învățării, din perspectiva abilităților ce trebuie structurate la elevi, privind **rezolvarea de probleme** (*problem solving*). Încă de la început trebuie să menționăm faptul că, atunci când vorbim despre abilitatea de a rezolva probleme, vom urmări atât care rezolvare este un răspuns concret, corect și complet la probleme din domeniul matematic, precum și transferul ce trebuie facilitat de tehnici de rezolvare atunci când situațiile-problemă nu mai sunt strict specifice domeniului matematic; în acest sens, este extrem de important ca elevul să percepă tehniciile dincolo de un context pur matematic.

Pentru a facilita elevului această dublă perspectivă, vom avea în vedere următoarele:

- în raport cu orice domeniu/subdomeniu/decupaj de conținut putem identifica sau construi situații-problemă pentru care trebuie să asociem o rezolvare; prin rezolvarea unei probleme vom înțelege nu doar validarea/invalidarea, după caz, a unei concluzii, ci și abordarea rezolvării prin tehnici diferite; vom ține cont de faptul că, de regulă, în evaluările, examenele și concursurile în specialitate, în cazul itemilor semiobiectivi și subiectivi, pentru acordarea punctajului maxim asociat acestuia, elevul trebuie să redacteze un răspuns corect și complet fundamentat logico-matematic, orice astfel de răspuns, indiferent de tehnica de rezolvare implicată fiind punctat la maximum; astfel, ceea ce vom urmări atunci când sarcina de lucru este de tip rezolvare de probleme, este ca, prin identificarea alternativelor de rezolvare, elevul să fie reflexiv și, astfel, să sesizeze adecvarea metodei/tehnicii de rezolvare la context; referindu-ne la adecvare, elevul va fi îndrumat:
 - să compare rezolvări diferite ale unei aceleiași situații-problemă; astfel, spre exemplificare, elevul va sesiza faptul că, prin noile achiziții, o situație-problemă pentru care aplică anumite

metode/tehnici de rezolvare aritmetice/figurative se poate rezolva într-o nouă manieră, ca urmare aprofundării cunoașterii (*formalizare algebrică, implicând ecuații, inecuații, sisteme de ecuații și/sau inecuații*); în același sens, un elev de clasa a VIII-a care este pus în situația de calcul a sumei soluțiilor reale ale unei ecuații de gradul al II-lea cu coeficienți reali, cel mai probabil va apela la tehnica de rezolvare a ecuației de gradul al II-lea, consecutiv determinării fiecărei soluții efectuând suma valorilor obținute și răspunzând cerinței, pe când, la finalul clasei a IX-a, elevul va sesiza că metoda adecvată a rezolvării cerinței o reprezintă verificarea condiției de discriminant pozitiv, pentru a se asigura consistența, apoi utilizarea relațiilor lui Viète, prima dintre relații, corespunzătoare sumei soluțiilor, conducând la calculul cerut; mai mult, la finalul clasei a X-a, suma soluțiilor unei ecuații de gradul al II-lea va putea fi calculată doar apelând la prima relație a lui Viète, formulată pentru ecuația dată, fără a mai fi necesar studiul semnului discriminantului (avem în vedere că cerința, aşa cum am formulat-o inițial, nu cere determinarea sumei soluțiilor reale, pentru clasa a VIII-a și a IX-a nefiind necesar de precizat, iar pentru clasa a X-a, studiul ecuației pe mulțimea numerelor complexe asigurând consistența); elevul va sesiza, de asemenea, că în unele situații-problemă apelul la anumite tehnici de lucru este limitativ, ca de exemplu în cazul unei evaluări în care resursa timp este limitată, deci adecvarea tehnicii va reprezenta eficientizarea timpului alocat rezolvării cerinței și repartizarea timpului câștigat pentru abordarea altor cerințe;

- să compare varianța sau limitele unei tehnici aplicate la situații-problemă diferite; când vorbim despre situații-problemă diferite este suficient să modificăm fie ipoteze, fie concluzia, fie ambele, fie să contextualizăm intra sau interdisciplinar, în acest ultim caz elevul observând că, prin modelarea matematică adecvată a unor situații aparent diferite, se poate utiliza o aceeași tehnică de rezolvare, adăugându-se, cel mult, o interpretare a rezultatului în relație cu contextul dat (*de exemplu, obținerea unei soluții exprimată printr-o valoare negativă nu convine în contextul în care soluția reprezintă lungimea unui segment sau corespunde unei densități, unei concentrații etc.*);
- să se focalizeze nu doar pe reușita rezolvării, prin replicarea unei tehnici sau chiar prin inovarea tehnicii; în ambele situații – de aplicare/de inovare – elevul trebuie să fie reflexiv și, astfel, să analizeze procesul/tehnica/metoda și relația acesteia cu situația-problemă propusă, să identifice premise de replicare a tehnicii în alte situații, să se bazeze pe analogii/izomorfisme, în acest sens putând determina un răspuns al unei acțiuni în cadrul unui nou model prin corespondență cu răspunsul unei acțiuni asociate pe modelul cunoscut (*de exemplu, să verifice dacă distribuția pe anumite capitoare de cheltuieli din bugetul familiei este superpozabilă/în corelație cu distribuția pe aceleași capitoare de cheltuieli din bugetul național*);
- să fie creativ în ceea ce privește rezolvarea de probleme; se va avea în vedere că stimularea creativității nu este posibilă în condițiile în care elevul nu a interiorizat cunoașterea la un nivel funcțional, aplicativ-standard; considerând că această etapă a fost atinsă, elevul va fi pus în contexte non-standard, î se vor lansa provocări prin formularea de întrebări și probleme deschise; într-o astfel de abordare, inevitabil elevul va fi pus în situația să investigheze, să ia decizii privind neglijarea unor variabile – deci să decidă care dintre variabile influențează major și care influențează minor rezultatul final – astfel încât să adapteze situația pe un model matematic exersat anterior; elevul va fi impulsionat ca, prin investigația pe care o face, să compare rezultatele obținute în baza propriilor decizii cu rezultatele obținute de colegii săi; în acest sens, poate compara cât de adecvate au fost tehnica și deciziile luate, cât de relevant este rezultatul său în raport cu imaginea mai amplă și deci mai fidelă a unei rezolvări pe caz general; pentru a fi mai expliciti, fără a introduce conceptul de familie de funcții, se poate propune studiul unei astfel de mulțimi de funcții pe o anumită caracteristică – fie aceasta numărul de intersecții ale reprezentării geometrice a graficelor funcțiilor din mulțimea dată cu axa absciselor; asocierea unui model matematic pentru o investigație practică (situație reală) reprezintă următorul pas în stimularea creativității în raport cu rezolvarea de probleme; spre exemplificare, elevilor li se poate solicita să facă înregistrări de date privind numărul

știrilor care se referă la domeniul educație și privind durata acestora pe un același interval de timp zilnic, pe diferite media (radio, TV, online)/pe diferite posturi de același tip de media; o astfel de cerință este complexă, se pretează la partajarea investigației pe elevi/grupe de elevi, implică abilități de comunicare și relaționare, de management al resurselor, iar construirea unui model matematic prin care să se reliefze existența unui tipar sau a unui profil al anumitor categorii de media va fi un bun context de exersare și de stimulare a creativității;

- rezolvarea de probleme trebuie extinsă cu atenție de la cea care are la bază raționamente deterministe la cea care are la bază raționamente probabilistice, în prezența unor factori de incertitudine; ne apropiem astfel de o abordare rațională a problemelor cotidiene, pentru care putem determina recurențe și tipare, fiind astfel pregătiți de acțiune și de reacțione constientă și eficientă, atunci când se impune.

În ceea ce am prezentat până acum, accentul a fost pus pe componentele *cunoaștere și abilitate*, ca părți ale structurii competențelor. În condițiile în care ne punem în acord cu tripla valență a competenței, cea de-a treia referindu-se la atitudini, trebuie să admitem că **nicio învățare relevantă nu se poate realiza fără formarea și dezvoltarea de atitudini pozitive**. În medicină, principiul „nu există boli, ci bolnavi” are ca înțeles că fiecare plan terapeutic trebuie individualizat în funcție de particularitățile pacientului. La fel, reușita unui plan educațional nu poate fi asigurată decât dacă planul este personalizat.

Prin personalizare, vom înțelege atât raportarea la nivelul achizițiilor prin învățarea anterioară, cât și la atitudinile formate la elev. O învățare care se produce în baza unui sistem pavlovian (recompensă-pedeapsă) nu este nici recomandată și nici nu produce rezultate la un nivel de calitate ca în cazul unei învățări constructiviste, participative, având la bază motivații intrinseci, mai mult decât motivații extrinseci, care hrănește curiozitatea naturală a elevului, oferind experiențe de învățare în baza celor prezентate anterior.

Astfel, a dezvolta o atitudine pozitivă față de matematică înseamnă, în primul rând, a aduce elevul în situația în care ceea ce învață îi este util în rezolvarea problemelor cotidiene; a cere elevului să percepă puterea matematicii prin prisma structurării gândirii este dificil. Mai adekvat este a-i semnala periodic elevului acest lucru, printr-un interrogatoriu simplu asupra a ceea ce a făcut pe parcursul unei zile, profesorul sprijinind elevul să identifice, în lista de acțiuni pe care acesta o va menționa, acele situații în care acțiunea a implicat raționamente logico-matematice.

Privind evaluarea elevilor la disciplina matematică, accentul va fi pus pe evaluarea formativă (pentru învățare), cea care permite profesorului furnizarea de feedback către fiecare elev, constând în recomandări ce permit corecția la timp a învățării. Din perspectiva profesorului, într-o astfel de abordare, acesta are posibilitatea de a utiliza eficient timpul didactic la dispoziția sa (cele 25% dintre orele alocate studiului disciplinei), cu definirea unor planuri personalizate de învățare pentru elevi. Din perspectiva elevului, feedbackul primit constant pe parcursul evaluărilor formative îi va permite să-și analizeze strategiile de învățare, raportând rezultatele învățării cu obiectivele pe care și le-a stabilit.

Având în vedere faptul că elevul de clasa a IX-a a intrat într-un nou ciclu de învățământ, la care competențele trebuie să ajungă la un nivel dezvoltat, cele ce se vor evalua în cadrul întregului proces sunt:

- în termeni de *abilități*:
 - abilitatea de a înțelege și de a aplica concepții, regulile și principiile de bază specifice matematicii;
 - abilitatea de a înțelege reprezentările și modelele matematice și de a le aplica corect;
 - abilitatea de a opera și relaționa cunoștințe factuale și procedurale în contexte intradisciplinare;
 - abilitatea de a rezolva probleme, în diverse situații, implicând raționamente logico-matematice;
 - abilitatea de a observa, de a analiza și de a organiza, în baza cunoașterii matematice, diverse situații-problemă/fenomene/procese din cotidian, din domeniul natural, social sau din perspectiva unor domenii de calificare profesională;

- abilitatea de a comunica, în mod rezonabil, rezultatul raționamentelor și argumentele prin care fundamentează respectivele rezultate;
- în termeni de *atitudini*:
 - atitudinea pozitivă față de matematică;
 - poziționarea obiectivă față de propriul proces de învățare;
 - respectul față de adevăr.

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)



ANEXA IV.3. MODELE DE EVALUĂRI INITIALE, EXEMPLE DE ANALIZĂ A TIPURILOR DE RĂSPUNS ȘI EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE REMEDIALĂ/PROGRES

EVALUARE INITIALĂ LA MATEMATICĂ CLASA a IX-a AN ȘCOLAR 2021-2022

Exemplul 1

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Pentru rezolvarea corectă a tuturor subiectelor se obțin nouăzeci de puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 40 de minute.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

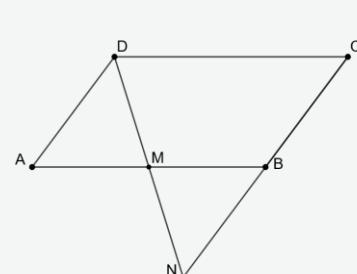
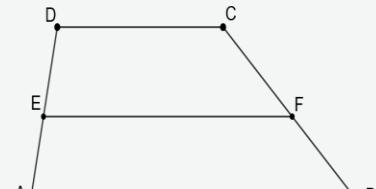
5p	1. Rezultatul calculului $(8+12):2$ este egal cu:											
	a) 5	b) 10	c) 14	d) 20								
5p	2. În tabelul următor este prezentată o dependență funcțională.											
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$y = 2x + 1$</td><td>1</td><td>3</td><td>a</td></tr></table>	x	0	1	2	$y = 2x + 1$	1	3	a			
x	0	1	2									
$y = 2x + 1$	1	3	a									
	Conform informațiilor din tabel, numărul real a este egal cu:											
	a) $-\frac{1}{2}$	b) $\frac{1}{2}$	c) 5	d) 7								
5p	3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$. Numărul real x pentru care $f(x) = 8$ este egal cu:											
	a) 4	b) 6	c) 10	d) 16								
5p	4. Numerele reale care verifică egalitatea $x^2 - 3x + 2 = 0$ sunt:											
	a) -2 și -1	b) -1 și 2	c) -2 și 1	d) 1 și 2								
5p	5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABD . Punctele C și E aparțin laturilor AB , respectiv AD ale triunghiului, astfel încât dreptele CE și BD sunt paralele. Știind că $AC = 2\text{ cm}$, $BC = 4\text{ cm}$ și $EC = 1\text{ cm}$, lungimea segmentului BD este egală cu:											
	a) 2 cm	b) 3 cm	c) 4 cm	d) 6 cm								
5p	6. Valoarea expresiei $E = \sin 30^\circ + \cos 60^\circ - \tan 45^\circ$ este egală cu:											
	a) 0	b) 1	c) $\sqrt{2}$	d) $\sqrt{3}$								

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

5p	1. Numărul $E = 3\sqrt{2} - 4 - 3\sqrt{2} - 4$ este egal cu:			
	a) -8	b) 0	c) $6\sqrt{3} - 8$	d) $6\sqrt{3}$
5p	2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 1$. Numărul real a pentru care punctul $A(a, a + 1)$ aparține graficului funcției f este:			
	a) -1	b) 0	c) 1	d) 2
5p	3. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 2$. Punctul de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy are coordonatele:			
	a) $(-1, 0)$	b) $(0, 2)$	c) $(1, 0)$	d) $(0, -2)$
5p	4. Se consideră expresia $E(x) = x^2 + 4x + 5$, unde x este număr real. Valoarea minimă a acestei expresii este egală cu:			
	a) -2	b) 0	c) 1	d) 5
5p	5. În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$, cu laturile neparalele de 3 cm, respectiv 5 cm și linia mijlocie de 4 cm. Perimetru trapezului $ABCD$ este egal cu:			
	a) 10 cm	b) 12 cm	c) 14 cm	d) 16 cm
5p	6. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$. Punctul M este mijlocul segmentului AB și N este punctul de intersecție a dreptelor DM și BC . Raportul dintre aria triunghiului BMN și aria paralelogramului $ABCD$ este egal cu:			
	a) $\frac{1}{4}$	b) $\frac{1}{2}$	c) $\frac{3}{4}$	d) $\frac{3}{2}$



SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Scrieți rezolvările complete.

	1. Într-un garaj se află motociclete și autoturisme. Vehiculele aflate în garaj au în total 34 de roți.
5p	a) Este posibil ca în garaj să fie exact 10 motociclete? Justificați răspunsul.
10p	b) Determinați câte motociclete sunt în garaj, știind că, dacă ar mai fi aduse 3 motociclete, atunci numărul acestora ar fi egal cu dublul numărului de autoturisme.
	2. În patrulaterul convex $ABCD$ măsurile unghiurilor A , B , C și D sunt direct proporționale cu numerele 2, 4, 6 și 8.
5p	a) Calculați măsura unghiului D al patrulaterului $ABCD$.
5p	b) Știind că semidreapta DE este bisectoarea unghiului ADC , $E \in AB$, arătați că triunghiul ADE este isoscel.
5p	c) Demonstrați că patrulaterul $BCDE$ este paralelogram.

Link către varianta electronică a **Exemplului 1 de Evaluare inițială**.

Evaluare inițială clasa a IX-a

2021-2022

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Exemplul 1

Se acordă zece puncte din oficiu.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea

Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.

Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	b)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a)	5p
2.	c)	5p
3.	b)	5p
4.	c)	5p
5.	d)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	10 motociclete au 20 de roți Autoturismele ar avea în total 14 roți, ceea ce este imposibil, încât 14 nu este multiplu de 4	2p 3p
1.b)	$2m + 4a = 34 \Leftrightarrow m + 2a = 17$, unde m este numărul de motociclete și a este numărul de autoturisme $m + 3 = 2a \Rightarrow 2m + 3 = 17 \Rightarrow m = 7$	5p 5p
2.a)	$\frac{\angle A}{2} = \frac{\angle B}{4} = \frac{\angle C}{6} = \frac{\angle D}{8}$, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$ Măsura unghiului D este egală cu 144°	2p 3p
2.b)	$\angle ADE = \frac{\angle ADC}{2} = 72^\circ$ $\angle DAE = 36^\circ$, de unde obținem $\angle AED = 180^\circ - (\angle ADE + \angle DAE) = 72^\circ$, deci triunghiul ADE este isoscel	2p 3p
2.c)	$\angle CDE = \frac{\angle ADC}{2} = 72^\circ$, deci $\angle CDE = \angle AED$, de unde rezultă că dreptele CD și BE sunt paralele $\angle B = 2 \cdot \angle A = 72^\circ$ și $\angle B = \angle AED$, de unde rezultă că dreptele BC și DE sunt paralele, deci patrulaterul $BCDE$ este paralelogram	2p 3p

Competențe specifice evaluate

SUBIECTUL I

1.	VII.CS.3.1. Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale
2.	VIII.CS.1.3. Identificarea unor dependențe funcționale în diferite situații date
3.	VII.CS.2.2. Utilizarea regulilor de calcul cu numere reale pentru verificarea soluțiilor unor ecuații sau sisteme de ecuații liniare:
4.	VIII.CS.3.2. Utilizarea formulelor de calcul prescurtat și a unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor și a inecuațiilor
5.	VII.CS.3.6. Utilizarea asemănării triunghiurilor în configurații geometrice date pentru determinarea de lungimi, măsuri și arii
6.	VII.CS.3.7. Deducerea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic

SUBIECTUL al II-lea

1.	VII.CS.4.1. Folosirea terminologiei aferente noțiunii de număr real (semn, modul, opus, invers)
2.	VII.CS.3.3. Alegerea metodei adecvate de reprezentare a problemelor în care intervin dependențe funcționale și reprezentări ale acestora
3.	VIII.CS.3.3. Reprezentarea în diverse moduri a unor funcții cu scopul caracterizării acestora
4.	VIII.CS.5.2. Interpretarea unei situații date utilizând calcul algebraic
5.	VII.CS.5.4. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculării unor lungimi de segmente, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii
6.	VII.CS.5.4. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculării unor lungimi de segmente, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii

SUBIECTUL al III-lea

1.a)	VII.CS. 6.1. Modelarea matematică a unor situații practice care implică operații cu numere reale
1.b)	VII.CS.6.2. Transpunerea matematică a unor situații date, utilizând ecuații și/sau sisteme de ecuații liniare
2.a)	VI.CS.6.2. Modelarea matematică a unei situații date în care intervin rapoarte, proporții și mărimi direct sau invers proportionale
2.b)	VI.CS.4.6. Exprimarea în limbaj geometric simbolic și figurativ a caracteristicilor triunghiurilor și ale liniilor importante în triunghi
2.c)	VII.CS.3.4. Utilizarea proprietăților patrulaterelor în rezolvarea unor probleme

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

**Activități remediale și de progres
asociate Evaluării inițiale clasa a IX-a
2021-2022**

Exemplul 1 – Item I.1.

Item: I.1

Tipul itemului: Item cu alegere multiplă

Competență specifică evaluată: VII.CS3.1. Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

5p 1. Rezultatul calculului $(8+12):2$ este egal cu:

a) 5

b) 10

c) 14

d) 20

Interpretarea alegerii răspunsului		Dacă elevul alege răspunsul a , cel mai probabil, elevul efectuează greșit operația de adunare
	Răspuns corect	Dacă elevul alege răspunsul b , putem concluziona că, cel mai probabil, elevul utilizează corect algoritmi și proprietăți ale operațiilor cu numere naturale
		Dacă elevul alege răspunsul c , cel mai probabil, elevul nu utilizează corect parantezele în ordinea efectuării operațiilor cu numere reale
		Dacă elevul alege răspunsul d , cel mai probabil, elevul se oprește după efectuarea adunării din paranteză (neatenție)

Sarcini de lucru (remediale și de progres)

Activități remediale: I, II.1, II.2, II.3, III.1, III.2, III.3, IV.1, IV.2, IV.3

Activități de progres: II.4, II.5, III.4, III.5, IV.4

I. Efectuează:

Arată cum ai procedat:	Rezultat
1) $(6+18):2 =$	
2) $6+18:2 =$	
3) $6:2+18:2 =$	
4) Folosind o singură dată fiecare dintre numerele 2, 6 și 18 și o operație de adunare și una de împărțire (și, eventual, paranteze, dacă vei considera necesar), arată cum se obține cel mai mare rezultat posibil	
5) Determină media aritmetică a numerelor 6 și 18.	

II. Efectuează:

Arată cum ai procedat:	Rezultat
1) $3 \cdot (9 + 17) =$	
2) $3 \cdot 9 + 17 =$	
3) $3 \cdot 9 + 3 \cdot 17 =$	
4) Folosind o singură dată fiecare dintre numerele 3, 9 și 17 și o operație de adunare și una de înmulțire (și, eventual, paranteze, dacă vei considera necesar), arată cum se obține cel mai mare rezultat posibil.	
5) Ana a mers într-o excursie de trei zile și în fiecare zi, la prânz, a cumpărat o pizza de 17 lei și o prăjitură cu 9 lei. a) Ce sumă a cheltuit Ana pentru mesele de prânz din excursie? b) Ana plănuia să îl ia în excursie și pe fratele ei și să stea la munte cât mai multe zile. Pentru câte zile cu astfel de mese de prânz le ajunge suma de 150 de lei?	

III. Efectuează:

Arată cum ai procedat:	Rezultat
1) $2^3 \cdot 7 - 60 =$	
2) $7^2 \cdot 3 - 60 =$	
3) $(3 - 2)^7 \cdot 60 =$	
4) Un panou luminos cu 6000 de becuri afișează continuu un aranjament de lumini dinamic, prin aprinderea inițială a unui număr prestabilit de becuri și dublarea, la fiecare 10 secunde, a numărului de becuri aprinse, atât timp cât acest lucru este posibil, apoi afișarea se reia de la început. Care este durata maximă (exprimată în secunde) a unui aranjament, dacă se începe cu 5 becuri aprinse?	

Materiale de verificare și de suport

I. Efectuează:

Enunț:	O modalitate de lucru:	Rezultat
1) $(6+18):2$	$(6+18):2 = (6+14+4):2 = 24:2 = 12$	12
2) $6+18:2$	$6+18:2 = 6+9 = 15$	15
3) $6:2+18:2$	$6:2+18:2 = 3+9 = 12$	12
4) Folosind o singură dată fiecare dintre numerele 2, 6 și 18 și o operație de adunare și una de împărțire (și paranteze, dacă vei considera necesar), arată cum se obține cel mai mare rezultat posibil.	<p>$6:2+18=3+18=21$</p> <p>Dacă nu utilizăm paranteze, pentru ca rezultatul să fie mai mare decât 18, vom considera 18 ca termen al sumei și vom efectua împărțirea utilizând numerele 2 și 6, deci, în acest caz, 21 este cel mai mare rezultat posibil</p> <p>Dacă utilizăm paranteze, acestea influențează ordinea efectuării operațiilor doar dacă conțin operația de adunare, în acest caz cel mai mare rezultat posibil fiind $(6+18):2 = 12$</p> <p>Obținem că cel mai mare rezultat posibil, în condițiile exercițiului, este 21</p>	21
5) Determină media aritmetică a numerelor 6 și 18.	$(6+18):2 = 12$	12

II. Efectuează:

Enunț:	O modalitate de lucru:	Rezultat
1) $3 \cdot 9 + 3 \cdot 17$	$3 \cdot 9 + 3 \cdot 17 = 27 + 51 = 20 + 7 + 50 + 1 = 78$	78
2) $3 \cdot 9 + 17$	$3 \cdot 9 + 17 = 27 + 17 = 20 + 7 + 10 + 7 = 44$	44
3) $3 \cdot (9+17)$	$3 \cdot (9+17) = 3 \cdot (9+11+6) = 3 \cdot (20+6) =$ $= 3 \cdot 20 + 3 \cdot 6 = 60 + 18 = 78$	78
4) Folosind o singură dată fiecare dintre numerele 3, 9 și 17 și o operație de adunare și una de înmulțire (și paranteze, dacă vei considera necesar), arată cum se obține cel mai mare rezultat posibil.	$17 \cdot (3+9) = 17 \cdot (3+7+2) = 17 \cdot (10+2) =$ $= 17 \cdot 10 + 17 \cdot 2 = 170 + 34 = 204$ <p>Dacă nu utilizăm paranteze, cel mai mare rezultat este $17 \cdot 9 + 3 = 156$</p> <p>Dacă utilizăm paranteze, analiza cazurilor posibile arată că cel mai mare rezultat care se obține este 204</p>	204
5) Ana a mers într-o excursie de trei zile și în fiecare zi, la prânz, a cumpărat o pizza de 17 lei și o prăjitură cu 9 lei. a) Ce sumă a cheltuit Ana pentru mesele de prânz din excursie? b) Ana plănuia să îl ia în excursie și pe fratele ei și să stea la	<p>a)</p> <p>Meniul pentru o zi costă $17 + 9 = 26$ de lei</p> <p>Suma pentru 3 meniuri este $3 \cdot 26 = 78$ de lei</p> <p>b)</p>	<p>a)</p> <p>78 de lei</p> <p>b)</p>

munte cât mai multe zile. Pentru câte zile cu astfel de mese de prânz le ajunge suma de 150 de lei?	Meniul pentru o zi, pentru Ana și fratele ei, costă $2 \cdot 26 = 52$ de lei $2 \cdot 52 < 150 < 3 \cdot 52$, deci 150 de lei este suficientă pentru 2 zile	2 zile
---	---	--------

III. Efectuează:

Enunț:	O modalitate de lucru:	Rezultat
1) $2^3 \cdot 7 - 60$	$2^3 \cdot 7 - 60 = 8 \cdot 7 - 60 = 56 - 60 = -4$	-4
2) $7^2 \cdot 3 - 60$	$7^2 \cdot 3 - 60 = 49 \cdot 3 - 60 = 147 - 60 = 87$	87
3) $(3 - 2)^7 \cdot 60$	$(3 - 2)^7 \cdot 60 = 1^7 \cdot 60 = 1 \cdot 60 = 60$	60
4) Un panou luminos cu 6000 de becuri afișeaază continuu un aranjament de lumini dinamic, prin aprinderea unui număr prestabilit de becuri și dublarea, la fiecare 10 secunde, a numărului de becuri aprinse, atât timp cât acest lucru este posibil, apoi afișarea se reia de la început. Care este durata maximă (exprimată în secunde) a unui aranjament, dacă se începe cu 5 becuri aprinse?	După m intervale de 10 secunde sunt aprinse $5 \cdot 2^m$ becuri $5 \cdot 2^m \leq 6000 \Leftrightarrow 2^m \leq 1200$, de unde obținem că valoarea maximă a lui m este 10 Aranjamentul durează $10 \cdot 10 = 100$ de secunde	100 de secunde

Comentariu metodic:

- Cadrul didactic poate extinde activitatea, solicitând elevilor, la finalul secvențelor I, II, III, respectiv IV, să compare rezultatele obținute la fiecare cerință a secvenței, dirijând analizarea acestora către identificarea avantajelor utilizării proprietăților operațiilor cu numere reale în efectuarea unor calcule.

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

Activități remediale și de progres

**asociate Evaluării inițiale clasa a IX-a
2021-2022**

Exemplul 1 - Item I.2.

Item: I.2

Tipul itemului: Item cu alegere multiplă

Competența specifică evaluată: VIII.CS 1.3. Identificarea unor dependențe funcționale în diferite situații date

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

5p 2. În tabelul următor este prezentată o dependență funcțională.

	x	0	1	2
	$y = 2x + 1$	1	3	a

Conform informațiilor din tabel, numărul real a este egal cu:

a) $-\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{2}$

c) 5

d) 7

Interpretarea alegerii răspunsului		Dacă elevul alege răspunsul a , putem concluziona că, cel mai probabil, elevul nu recunoaște modalitatea de exprimare a dependenței funcționale, egalând cu 0 expresia dată
		Dacă elevul alege răspunsul b , putem concluziona că, cel mai probabil, elevul nu identifică dependența funcțională și îl calculează pe x în funcție de y
	Răspuns corect	Dacă elevul alege răspunsul c , putem concluziona că, cel mai probabil, elevul recunoaște corect dependențe funcționale
		Dacă elevul alege răspunsul d , putem concluziona că, cel mai probabil, elevul nu identifică valoarea corectă pentru x , dar utilizează corect relația algebrică dată

Sarcini de lucru (remediale și de progres)

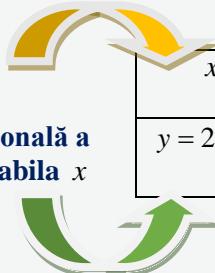
Activități remediale: I.1, II.1, III.1

Activități de progres: I.2, II.2, III.2, IV.1, IV.2, IV.3

I. Reamintim:

1. Faptul că o mărime depinde de una sau mai multe mărimi variabile, care sunt independente, se exprimă printr-o formulă de calcul. Acest mod de scriere arată **dependență funcțională** dintre mărimile respective.

Valori ale variabilei



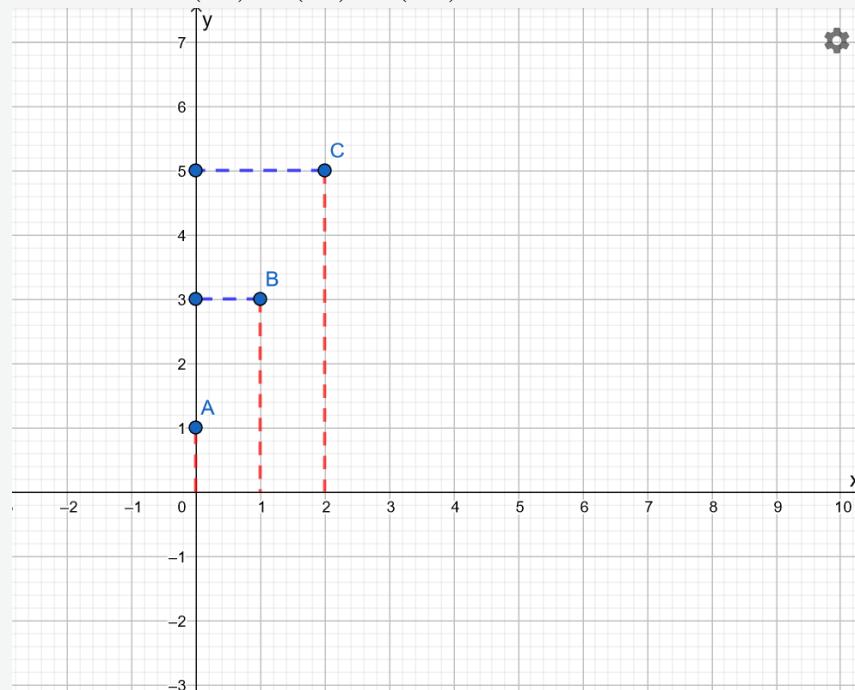
**Variabila
Dependența funcțională a
mărimii y de variabila x**

x	0	1	2
$y = 2x + 1$	$2 \cdot 0 + 1 =$ = 1	$2 \cdot 1 + 1 =$ = 3	$2 \cdot 2 + 1 =$ = 5

(aceste calcule se redactează, de regulă, separat)

2. Perechile de numere reale (x, y) , cu $y = 2x + 1$, pot fi reprezentate în sistemul de axe ortogonale xOy . În figura următoare sunt reprezentate punctele $A(0,1)$, $B(1,3)$ și $C(2,5)$ din tabelul dependenței funcționale.

Observă cum au fost utilizate coordonatele punctelor $A(0,1)$, $B(1,3)$, $C(2,5)$ pentru reprezentare, pe baza corespondențelor colorilor în figura de mai jos.



II. În tabelul următor este prezentată o dependență funcțională.

x	1	2	3	4
$y = 3x - 2$	1	4	a	b

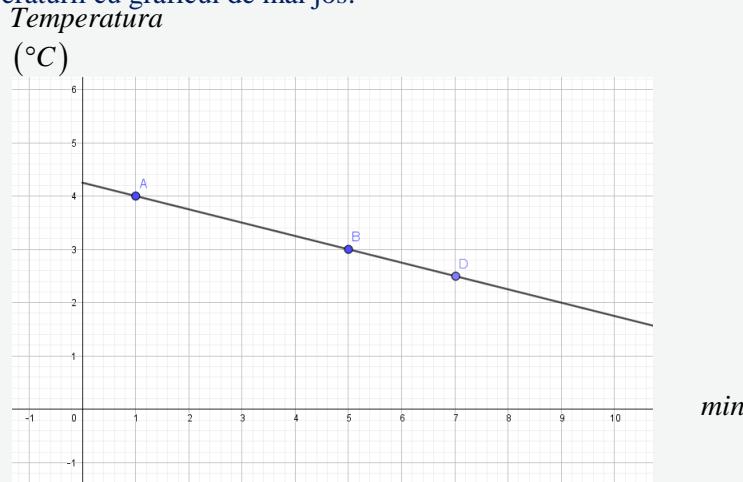
1. Folosind informațiile din tabel, determină numerele reale a și b .
2. Reprezintă într-un sistem de axe ortogonale xOy punctele $A(1,1)$ și $B(2,4)$.

III. În tabelul următor este prezentată o dependență funcțională.

x	-1	a	3	c
$y = 5 - 2x$	7	1	b	$-c$

1. Folosind informațiile din tabel, determină numerele reale a , b și c .
2. Reprezintă într-un sistem de axe ortogonale xOy punctele asociate perechilor de numere $(x, 5 - 2x)$ din tabelul anterior.

IV. Pasionat de meteorologie, Andrei a observat că toamna, înaintea unei furtuni, temperatura aerului scade rapid într-un interval relativ scurt de timp, până la declanșarea furtunii. Observând acumularea norilor, el a pornit cronometrul și a notat că, după 1 minut, temperatura era de $4^{\circ}C$, după 5 minute temperatura era de $3^{\circ}C$, iar după 7 minute temperatura ajunsese la $2,5^{\circ}C$. Andrei a remarcat că furtuna s-a declanșat la 25 de minute de la pornirea cronometrului. El a reprezentat grafic valorile înregistrate și a aproximat variația temperaturii cu graficul de mai jos:



- 1) Estimează temperatura înregistrată de Andrei la minutul 9.
- 2) Conform informațiilor furnizate de grafic, la ce minut temperatura aerului ajunge la 0°C ?
- 3) Determinați formula de calcul a dependenței temperaturii de timp, aşa cum a înregistrat-o Andrei.

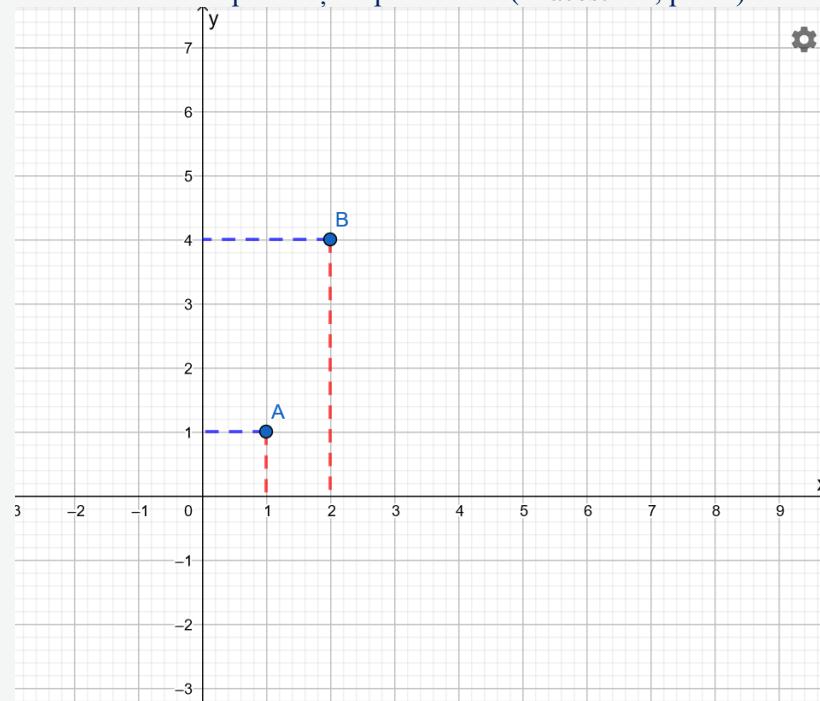
Materiale de verificare și de suport

I.

1. Răspuns corect: $a = 7$ și $b = 10$. Pentru verificare sau detalierea modului de lucru, urmărește explicațiile din tabelul următor.

x	1	2	3	4
$y = 3x - 2$	1	4	$a = 3 \cdot 3 - 2 =$ $= 7$	$b = 3 \cdot 4 - 2 =$ $= 10$

2. Pentru reprezentarea punctului $A(1,1)$ în sistemul de axe ortogonale xOy , marcăm pe axa Ox punctul corespunzător valorii 1 și pe axa Oy punctul corespunzător valorii 1, „completând” apoi dreptunghiul ce are vârfuri în aceste puncte și în punctul O (în acest caz, pătrat).



III.

1. Răspuns corect: $a = 2$, $b = -1$ și $c = 5$. Pentru verificare sau detalierea modului de lucru, urmărește explicațiile din tabelul următor și rezolvările de mai jos:

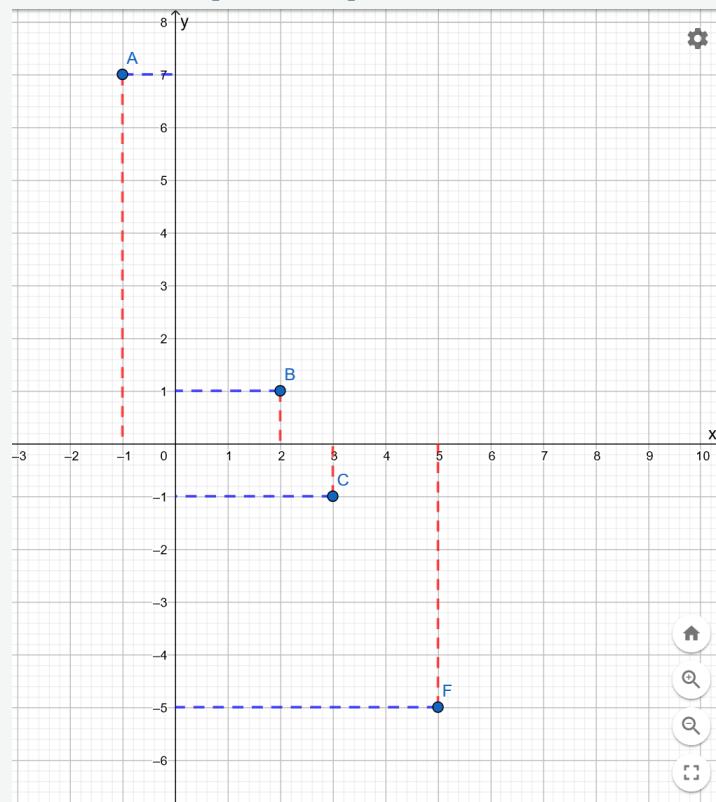
x	-1	a	3	c
$y = 5 - 2x$	7	$1 = 5 - 2a$	$b = 5 - 2 \cdot 3$	$-c = 5 - 2 \cdot c$

$$1 = 5 - 2a \Leftrightarrow 2a = 4, \text{ deci } a = 2$$

$$b = 5 - 2 \cdot 3, \text{ deci } b = -1$$

$$-c = 5 - 2 \cdot c \Leftrightarrow -c + 2c = 5, \text{ deci } c = 5$$

2. Punctele corespunzătoare perechilor de numere din tabel sunt $A(-1, 7)$, $B(2, 1)$, $C(3, -1)$, $F(5, -5)$.



IV.

1) Temperatura la minutul 9 este de 2°C .



2) Se observă că, la fiecare 4 minute, temperatura scade cu 1°C , deci la minutul 17 temperatura va fi de 0°C .

3) Graficul trasat de Andrei este o dreaptă, deci funcția care descrie variația temperaturii (dependența funcțională a temperaturii de timp) în această situație este liniară. Notăm $T(x) = ax + b$ temperatura înregistrată de Andrei la minutul x și folosind informațiile din tabel, obținem $T(1) = 4$ și $T(5) = 3$.

$$T(x) = -\frac{1}{4} \cdot x + \frac{17}{4}.$$

Comentarii metodice:

- Cadrul didactic poate semnala elevilor că efectuarea de calcule în celulele unui tabel este utilizată pentru explicarea rezolvării exercițiilor
- O modalitate de extindere a activității, dacă specificul clasei sau al unei grupe de elevi o permite, este studiul dependențelor funcționale „inverse” celor date în enunțuri („inversarea” tabelului conduce tot la dependență funcțională? De ce formă?)

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

EVALUARE INITIALĂ LA MATEMATICĂ
CLASA a IX-a
AN ȘCOLAR 2021-2022

Exemplul 2

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Pentru rezolvarea corectă a tuturor subiectelor se obțin nouăzeci de puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 40 de minute.

Subiectul I

(30 de puncte)

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

5p 1. Rezultatul calculului: $2^3 - 10$ este egal cu:

- a) -4
- b) -2
- c) 2
- d) 18

5p 2. Ecuația $3x + a = 10$ are soluția $x = 1$ pentru a egal cu:

- a) 3
- b) 4
- c) 7
- d) 13

5p 3. Intervalul ce reprezintă mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $2x - 6 \leq 0$ este:

- a) $[2, 6]$
- b) $(-\infty, 3]$
- c) $[3, +\infty)$
- d) $(2, +\infty)$

5p 4. Se consideră sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$. Soluția sistemului este:

- a) $x = 3, y = 5$
- b) $x = 5, y = 3$
- c) $x = 4, y = 4$
- d) $x = 1, y = 1$

5p 5. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 3$. Punctul cu abscisa 5 care aparține reprezentării geometrice a graficului funcției f este:

- a) $(5, 2)$
- b) $(8, 5)$
- c) $(2, 5)$
- d) $(5, 0)$

5p 6. Propoziția „ $(x+1)^2 = x^2 + 1$, pentru orice număr real x .” este:

- a) adevărată
- b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

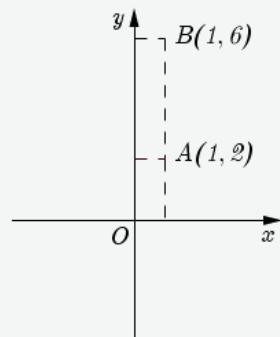
5p 1. În figura alăturată, A și B sunt puncte distincte, punctul C este simetricul punctului A față de punctul B și punctul D este simetricul punctului A față de punctul C . Valoarea raportului $\frac{AD}{AB}$ este egală cu:

- a) 4
- b) 3
- c) $\frac{3}{4}$
- d) $\frac{1}{2}$



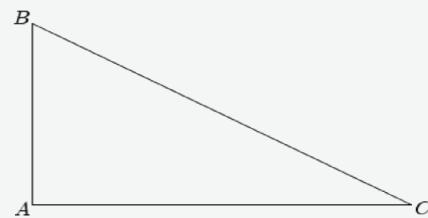
5p 2. În sistemul de axe ortogonale xOy , sunt reprezentate punctele $A(1,2)$ și $B(1,6)$. Lungimea segmentului AB este egală cu:

- a) 6
- b) 4
- c) 2
- d) 1



5p 3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC , cu $\angle A = 90^\circ$, $AB = 4\text{cm}$ și $BC = 8\text{cm}$. Lungimea segmentului AC este egală cu:

- a) 4cm
- b) $4\sqrt{2}\text{ cm}$
- c) $4\sqrt{3}\text{ cm}$
- d) $4\sqrt{5}\text{ cm}$



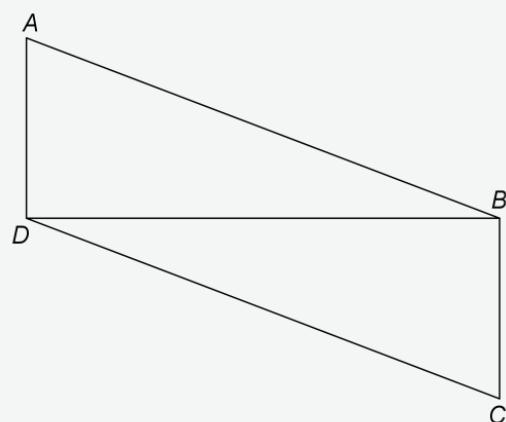
5p 4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC , cu $\angle A = 90^\circ$, $AB = 3\text{cm}$ și $AC = 4\text{cm}$. Tangenta unghiului B este egală cu:

- a) $\frac{3}{5}$
- b) $\frac{3}{4}$
- c) $\frac{5}{4}$
- d) $\frac{4}{3}$



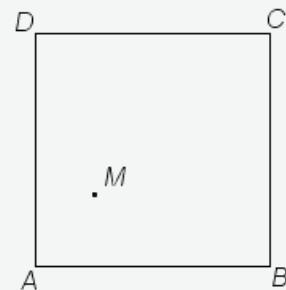
5p 5. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$, cu $AD = 3\text{cm}$, $DB = 8\text{cm}$ și segmentul AD este perpendicular pe dreapta BD . Suma lungimilor segmentelor AC și BD este egală cu:

- a) 13cm
- b) 14cm
- c) 16cm
- d) 18cm



- 5p** **6.** În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$, cu $AB = 10\text{cm}$, iar punctul M este situat în interiorul pătratului. Suma distanțelor de la punctul M la laturile pătratului $ABCD$ este egală cu:

- a) 10cm
- b) $10\sqrt{2}\text{ cm}$
- c) 20cm
- d) $20\sqrt{2}\text{ cm}$



SUBIECTUL al III-lea- la dispoziția profesorului

30 puncte

Subiectul al III-lea, la dispoziția profesorului, urmărește ca instrumentul de evaluare să poată fi adaptat la specificul colectivului de elevi.

BAREM DE (AUTO)EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea la dispoziția profesorului

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	b)	5p
2.	c)	5p
3.	b)	5p
4.	a)	5p
5.	a)	5p
6.	b)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a)	5p
2.	b)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	d)	5p
6.	c)	5p

SUBIECTUL I			
PROFILUL ITEMULUI			
ITEM	TIPUL ITEMULUI	COMPETENȚA SPECIFICĂ VIZATĂ	DOMENIUL COGNITIV
1.	Item cu alegere multiplă	VII.CS 3.1	aplicare
2.	Item cu alegere multiplă	VII.CS 3.2	aplicare
3.	Item cu alegere multiplă	VIII.CS 5.1	raționament
4.	Item cu alegere multiplă	VII.CS 2.2	cunoaștere
5.	Item cu alegere multiplă	VIII.CS 2.3	cunoaștere
6.	Item cu alegere duală	VIII.CS 1.2.	cunoaștere

SUBIECTUL al II-lea			
PROFILUL ITEMULUI			
ITEM	TIPUL ITEMULUI	COMPETENȚA SPECIFICĂ VIZATĂ	DOMENIUL COGNITIV
1.	Item cu alegere multiplă	V.CS 1.3	cunoaștere
2.	Item cu alegere multiplă	VII.CS 4.3	aplicare
3.	Item cu alegere multiplă	VII.CS 3.7	aplicare
4.	Item cu alegere multiplă	VII.CS 2.7	cunoaștere
5.	Item cu alegere multiplă	VII.CS 2.4	cunoaștere
6.	Item cu alegere multiplă	VII.CS 4.4.	aplicare

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

ANALIZA EVALUĂRII INITIALE LA CLASA a IX-a ÎN VEDEREA STABILIRII INTERVENȚIILOR DE TIP REMEDIAL. EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE REMEDIALĂ

Exemplul 2

Vom analiza răspunsurile de la Subiectul I din testul de evaluare inițială prezentat în secțiunea anterioară.

ITEM 1. Rezultatul calculului: $2^3 - 10$ este egal cu:

- a) -4 b) -2 c) 2 d) 18

PROFILUL ITEMULUI

Tipul itemului: Item cu alegere multiplă

Competență specifică vizată: VII.CS 3.1. Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale

Conținuturi vizate: Operații cu numere reale

Domeniul cognitiv: Aplicare

Itemul verifică aplicarea corectă a regulilor privind ordinea efectuării operațiilor cu numere reale.

Interpretare alegere varianta de răspuns		Dacă elevul alege răspunsul a atunci, cel mai probabil, elevul nu calculează corect ridicarea la putere (este important ca elevul să identifice corect baza și exponentul puterii și să înmulțească baza cu ea însăși de câte ori indică exponentul).
	Răspuns corect	Dacă elevul alege răspunsul b (răspuns corect) putem concluziona că, cel mai probabil, elevul aplică corect procedeul de ridicare la putere când baza și exponentul sunt numere naturale.
		Dacă elevul alege răspunsul c putem concluziona că, cel mai probabil, elevul calculează corect puterea 2^3 dar calculează greșit diferența a două numere întregi.
		Dacă elevul alege răspunsul d putem concluziona că, cel mai probabil, elevul calculează corect, dar confundă operația de scădere a două numere întregi cu operația de adunare a numerelor întregi.

ITEM 2. Ecuația $3x + a = 10$ are soluția $x = 1$ pentru a egal cu:

- a) 3 b) 4 c) 7 d) 13

PROFILUL ITEMULUI

Tipul itemului: Item cu alegere multiplă

Competență specifică vizată: VII.CS 3.2

Conținuturi vizate: Utilizarea transformărilor echivalente în rezolvarea unor ecuații și sisteme de ecuații liniare

Domeniul cognitiv: Aplicare

Itemul verifică utilizarea transformărilor echivalente în rezolvarea ecuațiilor.

Interpretare alegere varianta de răspuns	Dacă elevul alege răspunsul a) , cel mai probabil, a confundat soluția $x = 1$ cu $a = 1$.
	Dacă elevul alege răspunsul b) , atunci acesta nu utilizează transformări echivalente în rezolvarea ecuației date.
	Dacă elevul alege răspunsul c) , atunci acesta aduce egalitatea la o formă mai simplă prin transformări echivalente și determină corect valoarea numărului real a .
	Dacă elevul alege răspunsul d) , atunci acesta înlocuiește corect $x = 1$, dar pentru a determina valoarea numărului real a efectuează $a = 3 \cdot 1 + 10$ neidentificând transformările echivalente în rezolvarea ecuației date.

ITEM 3. Intervalul ce reprezintă mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $2x - 6 \leq 0$ este:

- a)** $(-\infty, 3)$ **b)** $(-\infty, 3]$ **c)** $[3, \infty)$ **d)** $(2, \infty)$

PROFILUL ITEMULUI

Tipul itemului: Item cu alegere multiplă

Competență specifică vizată: VIII.CS 5.1. Interpretarea unei situații date utilizând intervale și inecuații

Conținuturi vizate: Intervale de numere reale. Inecuații în \mathbb{R}

Domeniul cognitiv: Raționament

Itemul verifică rezolvarea inecuațiilor în \mathbb{R} și exprimarea soluției printr-un interval de numere reale.

Interpretare alegere varianta de răspuns	Dacă elevul alege răspunsul a) , cel mai probabil elevul nu cunoaște strategiile de rezolvare a inecuației, dar cunoaște scrierea de tip interval și corelarea tipului de capăt cu inegalitatea nestrictă, folosind coeficienții inecuației pe post de capete ale intervalului.
	Dacă elevul alege răspunsul b) , atunci acesta rezolvă corect inecuațiile de forma $ax + b \geq 0$, $(\leq, <, >)$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ și identifică intervalul corespunzător soluției corecte.
	Dacă elevul alege răspunsul c) , atunci acesta rezolvă corect inecuațiile de forma $ax + b \geq 0$, $(\leq, <, >)$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, dar nu identifică intervalul corespunzător soluției corecte sau nu cunoaște semnificația semnului „ \leq ”.
	Dacă elevul alege răspunsul d) , acesta asociază valoarea 2 sau 3 lui x și selectează acest răspuns fără a realiza calcule matematice în prealabil.

ITEM 4. Fie sistemul: $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$, unde $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$. Soluția sistemului este:

- a)** $x = 3$, $y = 5$ **b)** $x = 5$, $y = 3$ **c)** $x = 4$, $y = 4$ **d)** $x = 1$, $y = 1$

PROFILUL ITEMULUI

Tipul itemului: Item cu alegere multiplă

Competența specifică vizată: VII.CS 2.2. Utilizarea regulilor de calcul cu numere reale pentru verificarea soluțiilor unor ecuații sau sisteme de ecuații liniare

Conținuturi vizate: Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute; rezolvare prin metoda substituției și/sau prin metoda reducerii

Domeniul cognitiv: Cunoaștere

Itemul verifică rezolvarea sistemelor de două ecuații liniare cu două necunoscute; rezolvare prin metoda substituției și/sau prin metoda reducerii sau utilizarea regulilor de calcul cu numere reale pentru verificarea soluțiilor unor ecuații sau sisteme de ecuații liniare.

Interpretare alegere variantă de răspuns	Răspuns corect	Dacă elevul alege răspunsul a), atunci acesta deține abilitatea de a rezolva corect un sistem de două ecuații liniare cu două necunoscute prin metoda substituției și/sau prin metoda reducerii sau verifică corect, prin calcul, că perechea ordonată $(x, y) = (3, 5)$ este soluție a sistemului de ecuații liniare cu două necunoscute.
		Dacă elevul alege răspunsul b), atunci acesta înlocuiește valorile $x = 5$ și $y = 3$ doar în prima ecuație a sistemului.
		Dacă elevul alege răspunsul c), atunci acesta intuiște că suma valorilor $x = 4$ și $y = 4$ este egală cu 8, verificând astfel prima relație a sistemului de ecuații, dar nu știe să rezolve un sistem de două ecuații liniare cu două necunoscute prin metoda substituției și/sau prin metoda reducerii.
		Dacă elevul alege răspunsul d), atunci acesta înlocuiește valorile $x = 1$, $y = 1$ în a doua ecuație a sistemului obținând rezultatul corect, dar nu și în prima ecuație; astfel deducem că elevul nu cunoaște faptul că soluția sistemului trebuie să verifice ambele ecuații ce alcătuiesc sistemul de două ecuații liniare cu două necunoscute.

ITEM 5. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 3$. Punctul cu abscisa 5 care aparține reprezentării geometrice a graficului funcției f este:

- a) (5,2) b) (8,5) c) (2,5) d) (5,0)**

PROFILUL ITEMULUI

Tipul itemului: Item cu alegere multiplă

Competența specifică vizată: VIII.CS 2.3. Descrierea unei dependențe funcționale într-o situație dată, folosind diagrame, tabele sau formule

Conținuturi vizate: Funcții de forma $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde a și b sunt numere reale și D este o mulțime finită de numere reale sau un interval nedegenerat; interpretare geometrică; lecturi grafice

Domeniul cognitiv: Cunoaștere

Itemul verifică determinarea punctului de abscisă dată care aparține reprezentării geometrice a graficului funcției f .

Interpretare alegere variantă de răspuns	Răspuns corect	Dacă elevul alege răspunsul a), atunci acesta cunoaște noțiunea de abscisă a unui punct și identifică corect punctul de abscisă 5 care aparține reprezentării geometrice a graficului funcției f .
		Dacă elevul alege răspunsul b), atunci acesta confundă abscisa cu ordonata punctului, adică rezolvă ecuația $x - 3 = 5$.
		Dacă elevul alege răspunsul c), atunci acesta înlocuiește corect x cu 5 și determină ordonata 2, dar în rezultatul selectat confundă abscisa cu ordonata.
		Dacă elevul alege răspunsul d), atunci acesta cunoaște noțiunea de abscisă a unui punct, dar nu identifică corect ordonata punctului de abscisă 5 care aparține reprezentării geometrice a graficului funcției f .

ITEM 6. Propoziția “ $(x+1)^2 = x^2 + 1$, oricare număr real x .” este:

- a)** Adevărată **b)** Falsă

PROFILUL ITEMULUI

Tipul itemului: Item cu alegere multiplă

Competență specifică vizată: VIII.CS 1.2. Identificarea componentelor unei expresii algebrice

Conținuturi vizate: Recunoașterea unei formule de calcul prescurtat

Domeniul cognitiv: Cunoaștere

Itemul verifică recunoașterea formulei de calcul prescurtat $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Interpretare alegere variantă de răspuns		Dacă elevul alege răspunsul a), atunci acesta nu identifică formula de calcul prescurtat $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, efectuând ridicarea la puterea a două a fiecărui termen al binomului.
	Răspuns corect	Dacă elevul alege răspunsul b), atunci acesta recunoaște formula de calcul prescurtat $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ în item și identifică corect valoarea de adevăr a propoziției date.

Vom analiza răspunsurile de la Subiectul al II-lea din testul de evaluare inițială prezentat în secțiunea anterioară.

ITEM 1. În figura alăturată, A și B sunt puncte distincte, punctul C este simetricul punctului A față de punctul B și punctul D este simetricul punctului A față de punctul C . Valoarea raportului $\frac{AD}{AB}$ este egală cu:

- a) 4 b) 3 c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{1}{2}$



PROFILUL ITEMULUI

Tipul itemului: Item cu alegere multiplă

Competență specifică vizată: V.CS 1.3. Identificarea noțiunilor geometrice elementare și a unităților de măsură în diferite contexte

Conținuturi vizate: Distanța dintre două puncte

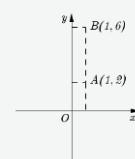
Domeniul cognitiv: Cunoaștere

Itemul verifică: Distanța dintre două puncte; lungimea unui segment; segmente congruente; mijlocul unui segment; simetricul unui punct față de un punct

Interpretare alegere variantă de răspuns	Răspuns corect	Dacă elevul alege răspunsul a , atunci acesta cunoaște noțiunile geometrice elementare și calculează corect valoarea raportului a două segmente exprimate în aceeași unitate de lungime .
		Dacă elevul alege răspunsul b , cel mai probabil, acesta identifică segmentele congruente raportându-se la centrele de simetrie din enunțul problemei dar calculează greșit valoarea raportului $\frac{AD}{AB}$.
		Dacă elevul alege răspunsul c , atunci acesta stabilește corect relațiile existente între lungimile segmentelor din figură dar exprimă raportul $\frac{BD}{AB}$. De menționat că nu face distincție între raportul a două segmente și valoarea raportului a două segmente.
		Dacă elevul alege răspunsul d , atunci acesta cunoaște noțiunea de simetrie dar nu identifică corect centrul de simetrie considerând punctul D ca simetricul punctului C față de punctul A .

ITEM 2. În sistemul de axe ortogonale xOy , sunt reprezentate punctele $A(1,2)$ și $B(1,6)$. Lungimea segmentului AB este egală cu :

- a) 6 b) 4 c) 2 d) 1



PROFILUL ITEMULUI

Tipul itemului: Item cu alegere multiplă

Competență specifică vizată: VII.CS 4.3. Descrierea în limbajul specific matematicii a unor elemente de organizare a datelor

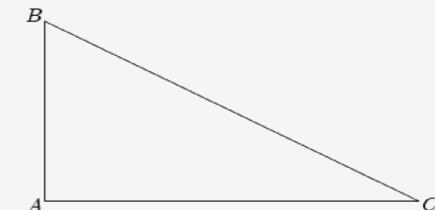
Conținuturi vizate: Exprimarea distanței dintre două puncte în plan

Domeniul cognitiv: Aplicare

Itemul verifică calculul distanței dintre două puncte în plan.

Interpretare alegere varianta de răspuns		Dacă elevul alege răspunsul a), atunci acesta identifică cea mai mare ordonată a celor două puncte, adică ordonata punctului B și intuiște din figură distanța de la axa Ox la punctul B ca fiind egală cu 6.
	Răspuns corect	Dacă elevul alege răspunsul b), atunci acesta aplică corect formula distanței dintre două puncte, adică $AB = \sqrt{(1-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{0^2 + 4^2} = \sqrt{16} = 4$ sau identifică că $AB = 6 - 2 = 4$.
		Dacă elevul alege răspunsul c), atunci acesta identifică că cele două puncte au aceeași abscisă 1 și interpretează că ordonata 2 a punctului A este de fapt lungimea segmentului AB.
		Dacă elevul alege răspunsul d), atunci acesta nu cunoaște formula distanței dintre două puncte și alege acest răspuns deoarece confundă distanța de la originea sistemului de axe de coordinate la abscisa punctului A cu distanța dintre cele două puncte.

ITEM 3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC , cu
 $\angle A = 90^\circ$, $AB = 4\text{ cm}$ și $BC = 8\text{ cm}$. Lungimea segmentului AC este egală cu:



- a)** 4cm **b)** $4\sqrt{2}$ cm **c)** $4\sqrt{3}$ cm **d)** $4\sqrt{5}$ cm

PROFILUL ITEMULUI

Tipul itemului: Item cu alegere multiplă

Competență specifică vizată: VII.CS 3.7. Deducerea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic.

Conținuturi vizate:

- Aplicarea teoremei lui Pitagora, pentru a determina elemente ale unui triunghi dreptunghic
- Utilizarea valorilor pentru sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unghiurilor de 30° , 45° sau 60° pentru determinarea unor lungimi de segmente într-un triunghi dreptunghic.
- Determinarea unor lungimi de segmente în configurații geometrice

Domeniul cognitiv: Aplicare

Itemul verifică determinarea lungimii unui segment într-un triunghi dreptunghic

Interpretare alegere variantă de răspuns		Dacă elevul alege răspunsul a , atunci acesta nu aplică corect teorema lui Pitagora și nu cunoaște inegalitățile existente între elementele unui triunghi (suma lungimilor a două laturi este mai mare decât lungimea celei de a treia laturi)
		Dacă elevul alege răspunsul b , atunci acesta, cel mai probabil, aplică corect teorema lui Pitagora, dar nu scoate corect factorii de sub radical.
	Răspuns corect	Dacă elevul alege răspunsul c , atunci acesta aplică corect teorema lui Pitagora și stăpânește operațiile cu numere reale în determinarea rezultatului corect.
		Dacă elevul alege răspunsul d , atunci acesta nu cunoaște teorema lui Pitagora sau confundă cateta cu ipotenuza și o aplică sub forma $BC^2 = AC^2 - AB^2$. De asemenea, elevul nu cunoaște faptul că ipotenuza este latura cu lungimea mai mare

ITEM 4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC , cu

$$\angle A = 90^\circ, AB = 3\text{cm} \text{ și } AC = 4\text{cm}.$$

Tangenta unghiului B este egală cu:

- a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{5}{4}$ d) $\frac{4}{3}$



PROFILUL ITEMULUI

Tipul itemului: Item cu alegere multiplă

Competență specifică vizată: VII.CS 2.7. Aplicarea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia
Conținuturi vizate: Calcularea sinusului, cosinusului, tangentei și cotangentei pentru unghiuri ascuțite ale

unui triunghi dreptunghic.

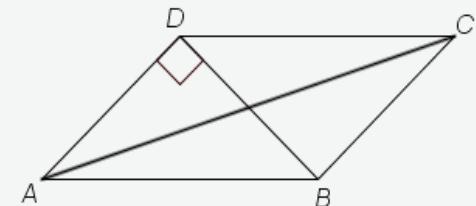
Domeniul cognitiv: Cunoaștere

Itemul verifică determinarea lungimii unui segment într-un triunghi dreptunghic

Interpretare alegere variantă de răspuns		Dacă elevul alege răspunsul a , atunci acesta calculează corect lungimea ipotenuzei triunghiului dreptunghic, dar confundă tangentă unghiului B cu valoarea cosinusului unghiului B .
		Dacă elevul alege răspunsul b , atunci acesta identifică faptul că tangentă unghiului B utilizează cateta opusă unghiului și cateta alăturată acestuia, dar calculează cotangenta unghiului B .
		Dacă elevul alege răspunsul c , atunci acesta identifică corect lungimea ipotenuzei triunghiului dreptunghic, dar calculează inversul raportului aferent sinusului unghiului B .
	Răspuns corect	Dacă elevul alege răspunsul d , atunci acesta cunoaște definiția tangentei unui unghi, determinând corect valoarea raportului $\tg(\angle B) = \frac{\text{cateta opusă unghiului}}{\text{cateta alăturată unghiului}} = \frac{4}{3}$.

ITEM 5. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$, cu $AD = 3\text{cm}$, $DB = 8\text{cm}$ și segmentul AD este perpendicular pe dreapta BD . Suma lungimilor segmentelor AC și BD este egală cu:

- a) 13cm b) 14cm c) 16cm d) 18cm



PROFILUL ITEMULUI

Tipul itemului: Item cu alegere multiplă

Competență specifică vizată: VII.CS 2.4 Descrierea patrilaterelor utilizând definiții și proprietăți ale acestora, în configurații geometrice date

Conținuturi vizate: Descrierea unor proprietăți ale laturilor, unghiurilor și diagonalelor unor patrulatere particulare.

Domeniu cognitiv: Cunoaștere

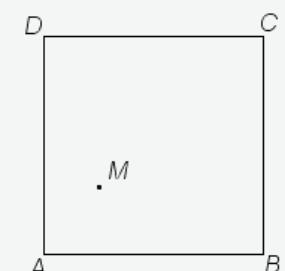
Itemul verifică proprietatea referitoare la diagonalele unui paralelogram, precum și determinarea lungimii unui segment într-un triunghi dreptunghic

Interpretare alegere varianta de răspuns		Dacă elevul alege răspunsul a , atunci acesta, cel mai probabil, calculează corect lungimea diagonalei AC , dar greșește la final, calculând suma lungimilor segmentelor AD și AC .
		Dacă elevul alege răspunsul b , atunci acesta identifică lungimea diagonalei AC , dar, la final, calculează suma lungimilor segmentelor AC și lungimea jumătății diagonalei BD .
		Dacă elevul alege răspunsul c , atunci acesta presupune că diagonalele paralelogramului sunt congruente și determină suma lungimilor segmentelor AC și BD ca fiind: $AC + DB = 2 \cdot DB = 2 \cdot 8 = 16\text{ cm}$.
	Răspuns corect	Dacă elevul alege răspunsul d , atunci acesta identifică: <ul style="list-style-type: none"> - proprietatea referitoare la diagonalele unui paralelogram (diagonalele unui paralelogram se înjumătătesc), astfel determinând lungimea jumătății diagonalei de 4 cm; - aplicabilitatea teoremei lui Pitagora în ΔADO, unde $\{O\} = AC \cap DB$, și determinarea lungimii jumătății diagonalei AC; - suma lungimilor segmentelor AC și BD ca fiind: $AC + DB = 2 \cdot AO + DB = 2 \cdot 5 + 8 = 18\text{ cm}$.

ITEM 6. În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$,

cu $AB = 10\text{cm}$, iar punctul M este situat în interiorul pătratului. Suma distanțelor de la punctul M la laturile pătratului $ABCD$ este egală cu:

- a) 10cm b) $10\sqrt{2}\text{ cm}$ c) 20cm d) $20\sqrt{2}\text{ cm}$



PROFILUL ITEMULUI

Tipul itemului: Item cu alegere multiplă

Competență specifică vizată: VII.CS 4.4 Exprimarea în limbaj geometric a noțiunilor legate de patrulatere

Conținuturi vizate: Transpunerea în desen a unei configurații geometrice referitoare la patrulatere descrise matematic.

Domeniul cognitiv: Aplicare

Itemul verifică transpunerea în desen a unei configurații geometrice referitoare la pătrat.

Interpretare alegere varianta de răspuns		Dacă elevul alege răspunsul a), atunci acesta, cel mai probabil, trasează distanțele de la punctul M la două dintre laturile opuse pătratului (de exemplu, distanța de la punctul M la AD și distanța de la punctul M la BC) și apreciază că suma distanțelor de la punctul M la laturile pătratului $ABCD$ este egală cu lungimea laturii pătratului.
		Dacă elevul alege răspunsul b), atunci acesta presupune că punctul M este situat pe diagonala AC și identifică lungimea diagonalei AC ca fiind distanța cerută.
	Răspuns corect	Dacă elevul alege răspunsul c), atunci acesta trasează cele patru distanțe de la punctul M la laturile pătratului și identifică corect că suma distanțelor de la punctul M la laturile pătratului $ABCD$ este egală cu dublul lungimii laturii pătratului.
		Dacă elevul alege răspunsul d), atunci acesta presupune că punctul M este situat pe diagonala AC și identifică suma distanțelor de la punctul M la laturile pătratului $ABCD$ ca fiind egală cu dublul lungimii diagonalei AC .

Notă: Justificarea alegerii răspunsului sprijină profesorul în a identifica motivul pentru care elevul a răspuns greșit/ corect și a planifica și realiza activități de învățare de tip remedial (dacă e cazul).

Exemple de activități de învățare remedială în relație cu itemii I.1 și II.3

Activitatea 1 – asociată itemului I.1.

Noțiuni de bază – Puterea cu exponent număr natural a unui număr real

Terminologia matematică	Relații matematice	Exemple. Exersare																
Puterea n a unui număr real a se notează a^n -numărul real a se numește <i>bază</i> , -numărul natural n se numește <i>exponent</i> . .	<p>Pentru n număr natural, $n \geq 2$ ridicarea la putere este definită ca o înmulțire repetată:</p> $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{\text{de } n \text{ ori}}$ <p>Prin convenție: $a^1 = a$</p> $a^0 = 1, \text{ pentru orice număr real } a \neq 0$ $0^0 - \text{nu se definește}$	<p>1. Completează tabelul:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Putere</th> <th>Baza</th> <th>Exponent</th> <th>Rezultat</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>5^2</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>2</td> <td></td> <td>32</td> </tr> <tr> <td>$\sqrt{3}^2$</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>2. Înlocuiește spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate:</p> $4^0 = \dots ; \dots^1 = 5 ; 6^2 = 6 \cdot \dots = 36$ $4^0 + 5^1 + 6^2 = \dots$ <p>3. Completează \square pentru a obține propoziții adevărate:</p> $a) \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^\square}{3^3}; b) (-\sqrt{3})^4 = (\sqrt{3})^\square = \square;$	Putere	Baza	Exponent	Rezultat	5^2					2		32	$\sqrt{3}^2$			
Putere	Baza	Exponent	Rezultat															
5^2																		
	2		32															
$\sqrt{3}^2$																		
Reguli de calcul cu puteri	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, \text{ unde } n \in \mathbb{N}, a \neq 0 \text{ și } b \neq 0$	<p>4. Propoziția: "Rezultatul calculului $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = -\frac{1}{4}$" este:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) Adevărată b) Falsă <p>5. Completează \square pentru a obține propoziții adevărate:</p> $a) 0,01 = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^\square} = \square^{-2}; b) 1 \text{ mm} = 0,001 \square = 10^{-\square} \text{ m};$																

	$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$, unde $a, b \in \mathbb{R}^*, m \in \mathbb{Z}$	c) $\left((-2)^9\right)^{10} = (-2)^{9 \cdot 10}$ 7. a) Completează: $2^3 = \dots$; $32 = 2^{\dots}$ b) Calculează $8^5 \cdot 32^4 : 16^3 : (4^2)^5$
Formule de calcul prescurtat	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ unde a și b sunt numere reale	8. Completează \square pentru a obține propoziții adevărate: a) $(2+3)^2 = \square^2 = 25$ b) $(2+\sqrt{2})^2 = 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot \square + \square^2 = 6 + 4 \cdot \square$ c) $19 \cdot 21 = (20-\dots)(\dots+1) = 20^2 - 1^2 = \dots$

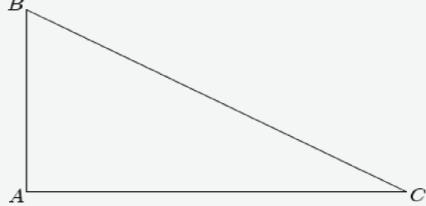
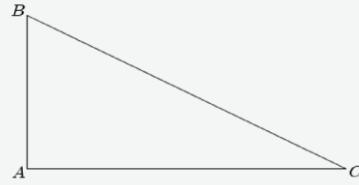
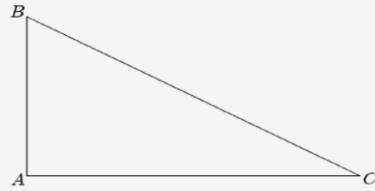
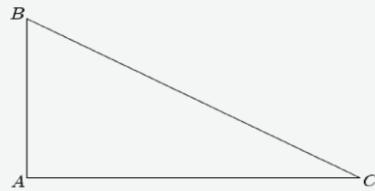
Activitatea 2 – asociată itemului I.1.

Consider numărul: $a = 8$.

- a) Calculez a^3
- b) Scriu numărul a ca o putere cu baza 2
- c) Determin numărul întreg n astfel încât $\left(\frac{1}{2}\right)^n = a$
- d) Calculez diferența dintre pătratul și cubul numărului a
- e) Încercuiesc litera corespunzătoare răspunsului corect: $a^2 = b^3$ pentru b egal cu:
 - a) 6
 - b) 4
 - c) 3
 - d) 2
- f) Stabilesc valoarea de adevăr a propoziției: „ $(a+4)^2$ este egal cu 80”
- g) Calculez produsul dintre suma și diferența numerelor a și $\sqrt{2}$
- h) Respect ordinea de efectuare a operațiilor și calculez: $(a+b)^3$

Activitatea 3 – asociată itemului II.3.

Noțiuni de bază – teorema lui Pitagora și reciproca teoremei lui Pitagora

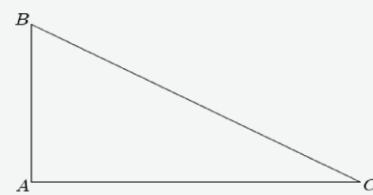
Terminologia matematică	Relații matematice	Exemple. Exersare
Triunghiul dreptunghic – definiție, elemente	<p>Definiție: Triunghiul dreptunghic este triunghiul cu un unghi cu măsura de 90°. Latura opusă unghiului drept se numește ipotenuză. Laturile care formează unghiul drept se numesc catete.</p> 	<p>Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect</p> <p>În figura de mai jos este reprezentat triunghiul ABC cu $\angle A = 90^\circ$.</p> <p>1. Unghiul C este:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) ascuțit b) drept c) obtuz d) alungit <p>2. Ipotenuza triunghiului ABC este:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) AB b) AC c) BC d) nu există 
Teorema lui Pitagora	<p>Enunț: Într-un triunghi dreptunghic suma pătratelor lungimilor catetelor este egală cu pătratul lungimii ipotenuzei.</p> $\angle A = 90^\circ \xrightarrow{\text{t.Pitagora}} BC^2 = AB^2 + AC^2$	<p>Completează spațiile punctate pentru a obține propoziții adevărate</p> <p>1. În figura de mai jos este reprezentat triunghiul ABC, $\angle A = 90^\circ$, $AC = 7\text{ cm}$, $AB = 24\text{ cm}$</p> <p>Lungimea ipotenuzei BC este egală cu ... cm.</p> <p>2. În figura de mai jos este reprezentat triunghiul ABC, $\angle A = 90^\circ$, $BC = 13\text{ cm}$, $AB = 5\text{ cm}$</p> <p>Lungimea laturii AC este egală cu ... cm.</p>   

Reciproca teoremei lui Pitagora

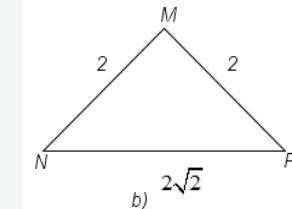
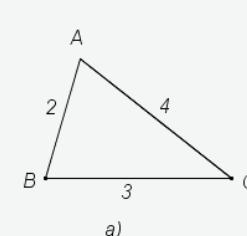
Enunț: Dacă într-un triunghi suma pătratelor lungimilor a două laturi este egală cu pătratul lungimii celei de-a treia laturi atunci triunghiul este dreptunghic.

Dacă $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \angle A = 90^\circ$

Observație: Unghiul drept este cel care se opune laturii celei mai lungi.



Stabilește prin calcul care dintre triunghiurile de mai jos este dreptunghic. Precizează care este ipotenuza în fiecare caz.



[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

EVALUARE INITIALĂ LA MATEMATICĂ
CLASA a IX-a
AN ȘCOLAR 2021-2022

Exemplul 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Pentru rezolvarea corectă a tuturor subiectelor se obțin nouăzeci de puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 40 de minute.

Subiectul I

(30 de puncte)

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

5p 1. Rezultatul calculului $\sqrt{7 \cdot 13 + 30} - \sqrt{7 \cdot 13 - 10}$ este egal cu:

- a) 2
- b) 3
- c) $2\sqrt{5}$
- d) 10

5p 2. Știind că $x + y < 6$, $x = 2$ și y este număr natural par nenul, atunci y este egal cu:

- a) -2
- b) 0
- c) 2
- d) 3

5p 3. Se consideră ecuația $(m+1)x + m(x+1) = 1$. Numărul real m , pentru care $x = 0$ reprezintă soluție a ecuației, este:

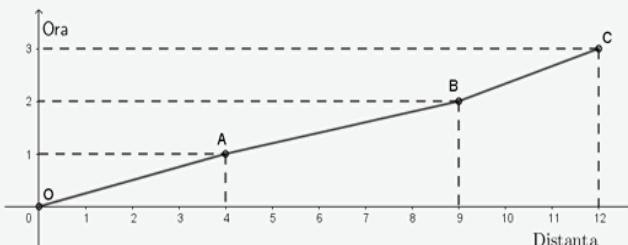
- a) -1
- b) 0
- c) 1
- d) 2

5p 4. Mulțimea soluțiilor numere naturale ale inecuației $|2x - 1| \leq 3$ este:

- a) $[-1, 2]$
- b) $(-1, 2]$
- c) $\{-1, 0, 1, 2\}$
- d) $\{0, 1, 2\}$

5p 5. În graficul alăturat sunt reprezentate, pe ore, distanțele parcuse de un grup de elevi aflat în excursie. Conform graficului, distanța parcursă de grupul de elevi în ultimele două ore este de:

- a) 12 km
- b) 9 km
- c) 8 km
- d) 5 km



5p 6. Știind că a și b sunt numere reale nenule și $\frac{a}{5} = \frac{b}{7}$, atunci egalitatea $\frac{3a+2b}{5a-4b} = -\frac{29}{3}$ este:

- a) adeverată
- b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

- 5p** 1. În figura alăturată, distanța de la punctul A la punctul B este egală cu 5 cm .

Știind că punctul D este simetricul lui A față de punctul B și că punctul C este simetricul lui B față de punctul A , lungimea segmentului CD este egală cu:

- a) 5 cm
- b) 10 cm
- c) 15 cm
- d) 20 cm

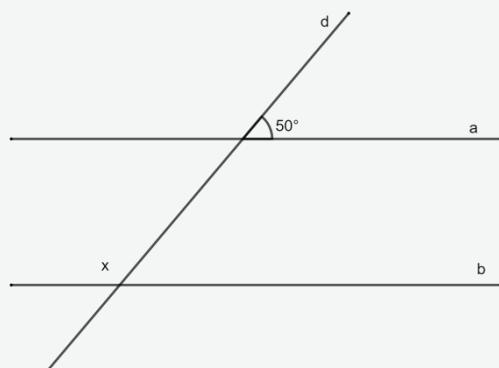


- 5p** 2. În figura alăturată, dreptele a și b sunt paralele,

d este o secantă a acestora, și sunt evidențiate măsurile a două unghiuri, de 50° și x .

Măsura reprezentată de x este egală cu:

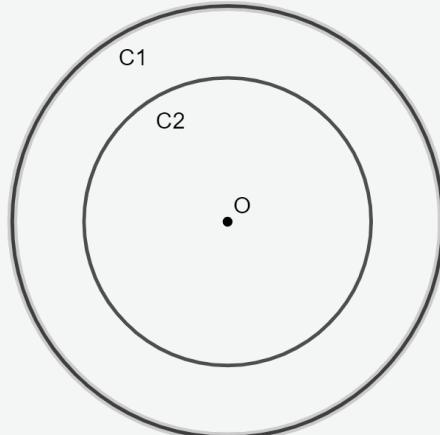
- a) 50°
- b) 70°
- c) 110°
- d) 130°



- 5p** 3. Două cercuri concentrice, C_1 și C_2 , au razele R ,

respectiv $\frac{2R}{3}$. Raportul dintre aria suprafeței dintre cele două cercuri și aria discului interior este:

- a) $\frac{2}{3}$
- b) $\frac{4}{5}$
- c) $\frac{5}{4}$
- d) $\frac{3}{2}$

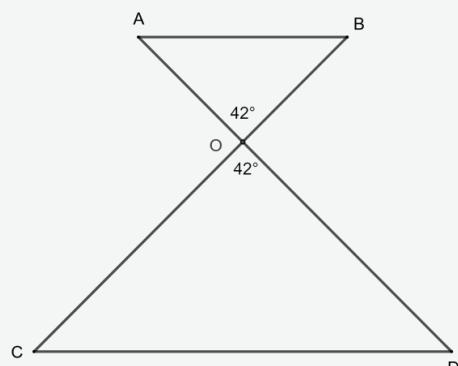


- 5p** 4. În figura alăturată este prezentată schița drumurilor

dintre cinci localități reprezentate de punctele A , B , O , C și D . Triunghiurile OAB și OCD sunt isoscele, de baze AB , respectiv CD , unghiiurile AOB și COD sunt opuse la vârf și au măsurile egale cu 42° , $AO = 37$ km , $BC = 111$ km .

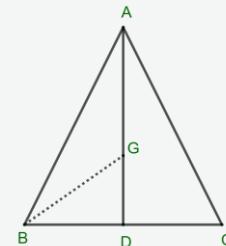
Distanța dintre localitățile A și B este:

- a) egală cu distanța dintre C și D
- b) de două ori mai mică decât distanța dintre C și D
- c) de trei ori mai mică decât distanța dintre C și D
- d) de patru ori mai mică decât distanța dintre C și D



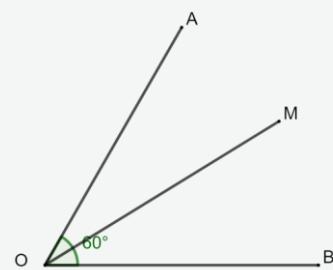
- 5p** 5. În figura alăturată este reprezentat un triunghi isoscel ABC , cu baza $BC = 8 \text{ cm}$. Știind că lungimea medianei AD , $D \in BC$, este egală cu 9 cm , atunci distanța de la punctul B la centrul de greutate al triunghiului este egală cu:

- a) 5 cm
- b) 7 cm
- c) $2\sqrt{13} \text{ cm}$
- d) $\sqrt{73} \text{ cm}$



- 5p** 6. Pe bisectoarea unghiului AOB cu măsura de 60° se consideră un punct M , astfel încât $OM = 8 \text{ dm}$. Distanța de la punctul M la semidreapta OA este egală cu:

- a) 8 dm
- b) 6 dm
- c) 4 dm
- d) 2 dm



SUBIECTUL al III-lea - la dispoziția profesorului

30 puncte

Subiectul al III-lea, la dispoziția profesorului, urmărește ca instrumentul de evaluare să poată fi adaptat la specificul colectivului de elevi.

BAREM DE (AUTO)EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se puntează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea la dispoziția profesorului

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	a)	5p
2.	c)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	c)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	d)	5p
3.	c)	5p
4.	b)	5p
5.	a)	5p
6.	c)	5p

SUBIECTUL I			
PROFILUL ITEMULUI			
ITEM	TIPUL ITEMULUI	COMPETENȚA SPECIFICĂ VIZATĂ	DOMENIUL COGNITIV
1.	Item cu alegere multiplă	VII.CS 5.2	raționament
2.	Item cu alegere multiplă	VII.CS 2.1	cunoaștere
3.	Item cu alegere multiplă	VIII.CS 1.2	cunoaștere
4.	Item cu alegere multiplă	VII.CS 4.1	aplicare
5.	Item cu alegere multiplă	VIII.CS 6.3	raționament
6.	Item cu alegere duală	VIII.CS 3.2	aplicare

SUBIECTUL al II-lea			
PROFILUL ITEMULUI			
ITEM	TIPUL ITEMULUI	COMPETENȚA SPECIFICĂ VIZATĂ	DOMENIUL COGNITIV
1.	Item cu alegere multiplă	VI.CS 3.5	aplicare
2.	Item cu alegere multiplă	VII.CS 2.5	cunoaștere
3.	Item cu alegere multiplă	VII.CS 6.5	raționament
4.	Item cu alegere multiplă	VII.CS 2.6	cunoaștere
5.	Item cu alegere multiplă	VII.CS 2.7	cunoaștere
6.	Item cu alegere multiplă	VII.CS 6.5	raționament

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

**EVALUARE INITIALĂ LA MATEMATICĂ
CLASA a IX-a
AN ȘCOLAR 2021-2022**

Exemplul 4

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Pentru rezolvarea corectă a tuturor subiectelor se obțin nouăzeci de puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 40 de minute.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

5p	1. Numerele naturale din mulțimea $A = \left\{-4, -2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 5, 18\right\}$ sunt:			
	a) -4 și -2	b) $-\frac{1}{2}$ și $\frac{1}{2}$	c) 5 și 18	d) $-4, -2$ și $-\frac{1}{2}$
5p	2. Rezultatul calculului $5 \cdot (10 - 2 \cdot 3) + 10^0$ este egal cu:			
	a) 21	b) 30	c) 41	d) 81
5p	3. Dacă a și b sunt numere reale nenule și $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, atunci raportul $\frac{3a+5b}{6a+b}$ este egal cu:			
	a) $\frac{2}{3}$	b) $\frac{8}{7}$	c) $\frac{7}{5}$	d) $\frac{7}{3}$
5p	4. Produsul soluțiilor ecuației $x^2 - 10x + 16 = 0$ este egal cu:			
	a) -160	b) -10	c) 10	d) 16
5p	5. Soluția sistemului de ecuații liniare $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ -3x - y = 2 \end{cases}$ este:			
	a) (13, -5)	b) (1, 1)	c) (5, -7)	d) (-5, 13)
5p	6. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2x + m$, unde m este număr real. Dacă punctul $A(1, 3)$ aparține graficului funcției f , atunci numărul real m este egal cu:			
	a) -5	b) 1	c) 5	d) 7

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

5p	1. În triunghiul ABC se consideră punctul M pe latura AB și punctul N pe latura AC , astfel încât $MN \parallel BC$, $AN = 12$ cm și $NC = 20$ cm. Raportul $\frac{AM}{AB}$ este egal cu:			
	a) $\frac{3}{8}$	b) $\frac{1}{2}$	c) $\frac{3}{5}$	d) $\frac{8}{3}$
5p	2. Se consideră trapezul dreptunghic $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $\angle BAD = 90^\circ$, $AD = 12$ cm și lungimea liniei mijlocii a trapezului de 8 cm. Aria acestui trapez este egală cu:			
	a) 48cm^2	b) 86cm^2	c) 96cm^2	d) 96cm^2
5p	3. Raza cercului circumscris unui triunghi echilateral este de $3\sqrt{3}$ cm. Perimetrul acestui triunghi este egal cu:			
	a) 18 cm	b) $\frac{81\sqrt{3}}{4}$ cm	c) 27 cm	d) $\frac{81\sqrt{3}}{2}$ cm

- 5p** 4. În triunghiul dreptunghic ABC , punctul M este mijlocul ipotenuzei BC și unghiul AMC are măsura de 120° . Măsura unghiului ABC este de:
 a) 30° b) 45° c) 60° d) 90°
- 5p** 5. Într-un cerc cu centru în punctul O , cu raza de 1cm , se consideră diametrul AB și punctul P mijlocul arcului AB . Lungimea arcului de cerc AP care nu conține punctul B este egală cu:
 a) $\frac{\pi}{2}\text{cm}$ b) πcm c) $\frac{3\pi}{2}\text{cm}$ d) $2\pi\text{cm}$
- 5p** 6. Pe o aplică circulară sunt așezate trei becuri legate prin fire electrice de centrul cercului ca în figura alăturată și care împart cercul în trei arce având măsurile direct proporționale cu numerele 2 , 3 și 4 . Măsura celui mai mic unghi format de două dintre cele trei fire electrice este egală cu:
 a) 30° b) 45° c) 60° d) 80°



SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Scrieți rezolvările complete.

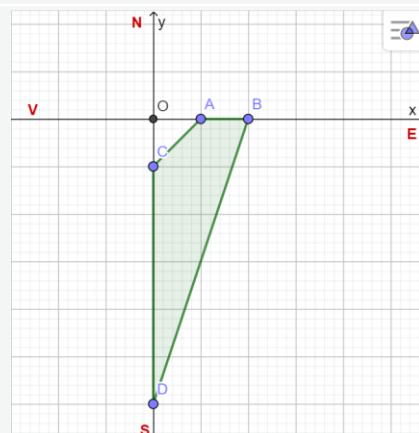
1. Se consideră expresia $E(x)=\frac{(x+2)(x^2+4x+4)-x-2}{x(x+5)+6}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -2\}$.

5p a) Arătați că $(x+2)(x^2+4x+4)-x-2=(x+1)(x+2)(x+3)$, pentru orice număr real x .

5p b) Arătați că $E(x)=x+1$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -2\}$.

5p c) Rezolvați inecuația $\frac{xE(x)}{(x+1)^2} < 1$, în mulțimea $\mathbb{R} \setminus \{-3, -2, -1\}$.

2. În zona sud-estică a obeliscului O , așezat la intersecția a două străzi perpendiculare, cu direcțiile vest-est și sud-nord, se află o suprafață acoperită cu gazon, marcată prin culoarea verde în figura alăturată, astfel încât punctul A se află la distanța de 10m față de obeliscul O .



5p a) Determinați aria suprafeței acoperite cu gazon.

5p b) Determinați tangenta unghiului format de latura cu lungimea cea mai mare a suprafeței acoperite cu gazon și axa suprapusă peste strada cu direcția sud-nord.

5p c) Stabiliți dacă un cablu de 15m este suficient de lung pentru a construi un traseu electric, în linie dreaptă, de la punctul C până la latura BD .

Link către varianta electronică a [Exemplului 4 de Evaluare inițială](#).

Evaluare inițială clasa a IX-a

2021-2022

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Exemplul 4

Se acordă zece puncte din oficiu.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea

Se puntează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	a)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	d)	5p
6.	c)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a)	5p
2.	d)	5p
3.	c)	5p
4.	c)	5p
5.	a)	5p
6.	d)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$(x+2)(x^2 + 4x + 4) - x - 2 = (x+1)(x+2)(x+3) =$ $= (x+2)((x+2)^2 - 1) =$ $= (x+2)(x+2-1)(x+2+1) =$ $= (x+1)(x+2)(x+3), \text{ pentru orice număr real } x$	1p 2p 1p 1p
1.b)	$E(x) = \frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{x^2 + 2x + 3x + 6} =$ $= \frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{x(x+2) + 3(x+2)} =$ $= \frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{(x+2)(x+3)} = x+1, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -2\}$	2p 1p 2p
1.c)	$\frac{x E(x)}{(x+1)^2} = \frac{x(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{x}{x+1}, \text{ pentru orice } x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -2, -1\}$	1p

	$\frac{xE(x)}{(x+1)^2} < 1 \Leftrightarrow \frac{x}{x+1} < 1 \Leftrightarrow \frac{-1}{x+1} < 0$ <p>Deci $x+1 > 0$, de unde obținem $x \in (-1, +\infty)$</p>	2p 1p
2.a)	<p>Triunghiurile DBO și CAO sunt dreptunghice în O, cu $OA = 10\text{ m}$, $OB = 20\text{ m}$, $OC = 10\text{ m}$, $OD = 60\text{ m}$</p> $\mathcal{A}_{\Delta DBO} = \frac{OD \cdot OB}{2} = 600\text{ m}^2, \quad \mathcal{A}_{\Delta CAO} = \frac{OC \cdot OA}{2} = 50\text{ m}^2$ $\mathcal{A}_{ABDC} = \mathcal{A}_{\Delta DBO} - \mathcal{A}_{\Delta CAO} = 550\text{ m}^2$	2p 2p 1p
2.b)	$CD = 50\text{ m}, \quad AB = 10\text{ m}, \quad AC = 2\sqrt{10}\text{ m}, \quad BD = 20\sqrt{10}\text{ m}$ <p>Cea mai mare latură a patrulaterului este BD și, în triunghiul dreptunghic DBO, obținem $\tg(\angle BDO) = \frac{OB}{OD} = \frac{1}{3}$</p>	2p 3p
2.c)	<p>Lungimea minimă a cablului este egală cu distanța de la punctul C la latura BD</p> $\mathcal{A}_{\Delta CBD} = \frac{BD \cdot d(C, BD)}{2} \text{ și } \mathcal{A}_{\Delta CBD} = \frac{CD \cdot BO}{2}, \text{ deci } d(C, BD) = \frac{CD \cdot BO}{BD} = 5\sqrt{10}\text{ m}$ <p>Cum $15 < 5\sqrt{10}$, obținem că un cablu de 15 m nu este suficient</p>	1p 3p 1p

Competențele specifice evaluate

SUBIECTUL I

1.	VII.CS 1.1. Identificarea numerelor aparținând diferitelor submulțimi ale lui \mathbb{R}
2.	VII.CS 3.1. Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale
3.	VI.CS 3.2. Aplicarea unor metode specifice de rezolvare a problemelor în care intervin rapoarte, proporții și mărimi direct/invers proporționale
4.	VIII.CS 4.2. Exprimarea matematică a unor situații concrete prin calcul algebric
5.	VII.CS 2.2. Utilizarea regulilor de calcul cu numere reale pentru verificarea soluțiilor unor ecuații sau sisteme de ecuații liniare
6.	VIII.CS 3.3. Reprezentarea în diverse moduri a unor funcții cu scopul caracterizării acestora

SUBIECTUL al II-lea

1.	VII.CS 1.6. Recunoașterea proporționalității lungimilor unor segmente care reprezintă laturi ale unor triunghiuri
2.	VII.CS 5.4. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculelor de lungimi de segmente, de măsuri de unghiuri și de arii
3.	VII.CS 5.5. Interpretarea unor proprietăți ale cercului și ale poligoanelor regulate folosind reprezentări geometrice
4.	VII.CS 5.7. Interpretarea unor relații metrice între elementele unui triunghi dreptunghic
5.	VII.CS 3.5. Utilizarea proprietăților cercului în rezolvarea de probleme
6.	VII.CS 6.5. Modelarea matematică a unor situații practice în care intervin poligoane regulate sau cercuri

SUBIECTUL al III-lea

1.a)	VIII.CS 2.2. Aplicarea unor reguli de calcul cu numere reale exprimate prin litere
1.b)	VIII.CS 5.2. Interpretarea unei situații date utilizând calcul algebric
1.c)	VIII.CS 3.2. Utilizarea formulelor de calcul prescurtat și a unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor și a inecuațiilor
2.a)	VII.CS 6.4. Modelarea unor situații date prin reprezentări geometrice cu patrulatere
2.b)	VII.CS 6.7. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând relații metrice în triunghiul dreptunghic
2.c)	VII.CS 5.4. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculării unor lungimi de segmente, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

EVALUARE INITIALĂ
Exemple de activități remediale
Clasa a IX-a
2021 – 2022

Exemplul 4

Competența specifică vizată	Enunț și barem item	Exemple de activități remediale
Subiectul I <i>Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.</i>	<p>VII.CS 1.1. Identificarea numerelor aparținând diferitelor submulțimi ale lui R</p> <p>1. Numerele naturale din mulțimea $A = \left\{ -4, -2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 5, 18 \right\}$ sunt:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) -4 și -2 b) $-\frac{1}{2}$ și $\frac{1}{2}$ c) 5 și 18 d) $-4, -2$ și $-\frac{1}{2}$ 	<p style="text-align: center;">30 puncte</p> <p>1) Reactualizarea mulțimilor de numere \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q} și \mathbb{R} - descriere și exemple. 2) Reactualizarea noțiunii de număr pozitiv sau negativ – exemple și reprezentarea pe axa numerelor.</p> <p>Exemplu:</p> <p># Încercuiți numerele negative din mulțimea $\left\{ 3; \frac{1}{2}; -7; \sqrt{2}; -3; 1,4 \right\}$.</p> <p># Se consideră numerele $2, \frac{5}{2}, -5, -3, \sqrt{9}$ și 6.</p> <p>i) Reprezentați aceste numere pe axa numerelor. ii) Precizați care dintre aceste numere sunt pozitive și care sunt negative.</p> <p>3) Identificarea, dintr-o mulțime dată, a numerelor care sunt pătratul unui număr natural și determinarea radicalului acestora.</p> <p>Exemplu: Încercuiți numerele care sunt pătratul unui număr natural din mulțimea $\{16, 18, 32, 36, 50, 64, 72, 75, 81, 100\}$.</p> <p>4) Recunoașterea numerelor întregi scrise sub formă de fracție.</p> <p>Exemplu: Încercuiți numerele întregi din mulțimea următoare $\left\{ -\frac{20}{4}, -\frac{9}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{12}{6} \right\}$.</p> <p>5) Stabilirea apartenenței următoarelor numere la mulțimile de numere cunoscute.</p> <p>Exemplu: Se consideră numerele $1, -9, \sqrt{3}, \frac{8}{4}, 53, -\sqrt{4}, 7,12$ și $-5,01$. Stabiliți, pentru fiecare număr, căreia dintre mulțimile \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q} sau \mathbb{R} îi aparține.</p> <p>Barem: Răspuns corect c)</p> <p>5p</p>

VII.CS 3.1. Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale	<p>2. Rezultatul calculului $5 \cdot (10 - 2 \cdot 3) + 10^0$ este egal cu:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) 21 b) 30 c) 41 d) 81 	<p>1) Reactualizarea proprietăților adunării și/sau înmulțirii numerelor reale și a ordinii efectuării operațiilor.</p> <p>2) Rezolvarea unor exerciții care să consolideze aplicarea corectă a proprietăților operațiilor cu numere reale și a ordinii efectuării operațiilor.</p> <p>Exemple:</p> <p># Calculați:</p> <p>i) $2 \cdot 4 + 1$; ii) $24 - 7 \cdot 3$.</p> <p># Calculați: $2 \cdot (5 \cdot 7)$, $(2 \cdot 5) \cdot 7$ și $2 \cdot 5 \cdot 7$. Ce observați?</p> <p># Calculați: $2 \cdot (5 \cdot 7)$ și $2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7$. Sunt egale cele două rezultate obținute?</p> <p># Calculați $10 \cdot (8 - 3)$ și $10 \cdot 8 - 10 \cdot 3$. Ce observați?</p> <p># Calculați $(2+3)^2$, $2+3^2$, 2^2+3^2. Sunt egale cele trei rezultate obținute?</p>
VI.CS 3.2. Aplicarea unor metode specifice de rezolvare a problemelor în care intervin rapoarte, proporții și mărimi direct/invers proporționale	<p>3. Dacă a și b sunt numere reale nenule și $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, atunci raportul $\frac{3a+5b}{6a+b}$ este egal cu:</p> <ul style="list-style-type: none"> a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{8}{7}$ c) $\frac{7}{5}$ d) $\frac{7}{3}$ 	<p>5p</p> <p>1) Reactualizarea noțiunii de proporție/sir de rapoarte egale.</p> <p>Exemple:</p> <p># Stabiliti care dintre următoarele afirmații sunt adevărate:</p> <p>i) $\frac{3}{4} = \frac{1}{2}$;</p> <p>ii) $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$;</p> <p>iii) $\frac{7}{5} = \frac{14}{10}$;</p> <p>iv) $\frac{3}{4} = \frac{9}{8}$.</p> <p># Scrieți trei rapoarte egale cu raportul $\frac{2}{5}$.</p> <p># Identificați, în enumerarea următoare, raportul care nu este egal cu celelalte: $\frac{1}{3}$,</p> <p>$\frac{3}{9}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{10}{30}$.</p> <p># Determinați numerele a, b și c din sirul de rapoarte egale $\frac{a}{7} = \frac{b}{8} = \frac{c}{9}$, știind că suma numerelor a, b și c este egală cu 48.</p>

		<p># Determinați numerele a, b și c din sirul de rapoarte egale $\frac{a}{7} = \frac{b}{8} = \frac{c}{9}$, știind că diferența dintre cel mai mare număr și cel mai mic număr este egală cu 4.</p> <p># Determinați numerele a, b și c din sirul de rapoarte egale $\frac{a}{7} = \frac{b}{8} = \frac{c}{9}$, știind că produsul numerelor a, b și c este egal cu 4032.</p> <p>2) Reactualizarea și aplicarea proprietății fundamentale a proporțiilor.</p> <p>Exemplu:</p> <p># Scrieți proprietatea fundamentală a proporțiilor pentru $\frac{7}{3} = \frac{14}{6}$.</p> <p># Scrieți o proporție echivalentă cu egalitatea $1 \cdot 10 = 2 \cdot 5$.</p> <p>3) Determinarea unui termen necunoscut dintr-o proporție.</p> <p>Exemplu:</p> <p># Determinați numărul real x, știind că $\frac{2}{5} = \frac{x}{15}$.</p> <p>4) Reactualizarea condițiilor pentru mărimi direct sau invers proporționale.</p> <p>Exemplu:</p> <p># Știind că $v = \frac{d}{t}$, stabiliți dacă următoarele afirmații sunt adevărate sau false:</p> <ul style="list-style-type: none"> i) Viteza este direct proporțională cu timpul. ii) Viteza este direct proporțională cu distanța. iii) Viteza este invers proporțională cu timpul. iv) Viteza este invers proporțională cu distanța. <p>5) Aplicarea condițiilor de direct sau invers proporționalitate.</p> <p>Exemplu:</p> <p># Determinați numerele reale x și y, știind că x, y și 3 sunt direct proporționale cu numerele 1, 2, respectiv 4.</p> <p># Determinați numerele reale x și y, știind că x, y și 3 sunt invers proporționale cu numerele 1, 2, respectiv 4.</p>
VIII.CS 4.2. Exprimarea matematică a unor situatii concrete prin	<p>Barem: Răspuns corect c)</p> <p>4. Produsul soluțiilor ecuației $x^2 - 10x + 16 = 0$ este egal cu:</p> <p>a) -160 b) -10</p>	<p>5p</p> <p>1) Recunoașterea unei ecuații de gradul al II-lea.</p> <p>Exemplu:</p> <p># Precizați care dintre ecuațiile următoare este ecuație de gradul al II-lea:</p> <p>i) $2x - 1 = 7$;</p>

calcul algebric	<p>c) 10 d) 16</p>	<p><i>ii)</i> $x^2 + x - 2 = 0$; <i>iii)</i> $1 - x^2 = -3$; <i>iv)</i> $\frac{x}{2} = \frac{3}{5}$; <i>v)</i> $x^2 = 100x$.</p> <p>2) Identificarea coeficienților unei ecuații de gradul al II-lea.</p> <p>Exemplu:</p> <p># Completați tabelul următor:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="padding: 2px;">$ax^2 + bx + c = 0$</th> <th style="padding: 2px;">a</th> <th style="padding: 2px;">b</th> <th style="padding: 2px;">c</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;">$2x^2 - x + 3 = 0$</td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">$x^2 + 8x = 0$</td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">$9 - x^2 = 0$</td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> <td style="padding: 2px;"></td> </tr> </tbody> </table> <p>3) Reactualizarea metodelor pentru determinarea soluțiilor unei ecuații de gradul al II-lea.</p> <p>4) Rezolvarea ecuației de gradul al II-lea.</p> <p>Exemplu:</p> <p># Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, următoarele ecuații:</p> <p>i) $x^2 - 2x + 1 = 0$; ii) $2x^2 - 18 = 0$; iii) $2x^2 + 4x + 2 = 0$; iv) $4x^2 + 3x = 0$; v) $4x^2 - 3x + 1 = 0$; vi) $x^2 + x - 6 = 0$.</p>	$ax^2 + bx + c = 0$	a	b	c	$2x^2 - x + 3 = 0$				$x^2 + 8x = 0$				$9 - x^2 = 0$			
$ax^2 + bx + c = 0$	a	b	c															
$2x^2 - x + 3 = 0$																		
$x^2 + 8x = 0$																		
$9 - x^2 = 0$																		
VII.CS 2.2. Utilizarea regulilor de calcul cu numere reale pentru verificarea soluțiilor unor	<p>Barem: Răspuns corect d)</p> <p>5. Soluția sistemului de ecuații liniare $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ -3x - y = 2 \end{cases}$ este:</p> <p>a) (13, -5) b) (1, 1) c) (5, -7)</p>	<p>5p</p> <p>1) Reactualizarea noțiunilor referitoare la sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute.</p> <p>2) Stabilirea, prin înlocuire, a faptului că un număr real dat este soluție a unei ecuații.</p> <p>Exemplu:</p> <p># Stabiliți care dintre următoarele numere 4, -4, 3, -3 este soluție a ecuației $2x + 1 = 7$.</p>																

ecuații sau sisteme de ecuații liniare	d) (-5,13)	<p>3) Stabilirea, prin înlocuire, a faptului că o pereche de numere reale este soluție a unui sistem de ecuații liniare.</p> <p>Exemplu:</p> <p># <i>Stabiliți care din perechile de numere reale (1,5), (5,1), (1,-1), (3,2) este soluție a sistemului de ecuații liniare</i> $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$.</p> <p>4) Reactualizarea metodelor de rezolvare a sistemelor de două ecuații liniare cu două necunoscute.</p> <p>Exemplu:</p> <p># <i>Rezolvați prin metoda substituției și, apoi, prin metoda reducerii următorul sistem de ecuații liniare:</i> $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$.</p>
VIII.CS 3.3. Reprezentarea în diverse moduri a unor funcții cu scopul caracterizării acestora	<p>Barem: Răspuns corect d)</p> <p>6. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2x + m$, unde m este număr real. Dacă punctul $A(1,3)$ aparține graficului funcției f, atunci numărul real m este egal cu:</p> <p>a) -5 b) 1 c) 5 d) 7</p>	<p>5p</p> <p>1) Reactualizarea condiției ca un punct să aparțină graficului unei funcții.</p> <p>2) Determinarea unor puncte care aparțin graficului unei funcții numerice.</p> <p>Exemplu:</p> <p># <i>Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 1$. Care dintre următoarele punctele $A(1,2)$, $B(-1, -4)$, $C(2, 7)$, $D(0, -1)$, $E\left(\frac{1}{3}, 0\right)$, $F(-2, 5)$ aparțin graficului funcției f?</i></p> <p>3) Determinarea unor numere reale pornind de la condiția ca un punct să aparțină graficului unei funcții.</p> <p>Exemple:</p> <p># <i>Determinați numărul real p, știind că punctul $A(0, p)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 1$.</i></p> <p># <i>Determinați numărul real t, știind că punctul $A(t, 4)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 1$.</i></p> <p># <i>Determinați numărul real m, știind că punctul $A(1, 0)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + m$.</i></p>

		<p>4) Reprezentarea grafică a unor funcții numerice.</p> <p>Exemple:</p> <p># Determinați numărul punctelor de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 6$ cu axele de coordonate.</p> <p># Reprezentați grafic, într-un sistem de axe ortogonale, fiecare dintre următoarele funcții:</p> <ol style="list-style-type: none"> $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 4$; $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2x + 4$; $f: \{-1; 0; 1; 2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 4$.
	Barem: Răspuns corect c)	5p
Subiectul al II-lea <i>Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.</i>		30 puncte

VII.CS 1.6.
Recunoașterea proporționalității lungimilor unor segmente care reprezintă laturi ale unor triunghiuri

1. În triunghiul ABC se consideră punctul M pe latura AB și punctul N pe latura AC , astfel încât $MN \parallel BC$, $AN = 12$ cm și $NC = 20$ cm. Raportul $\frac{AM}{AB}$ este egal cu:

a) $\frac{3}{8}$
 b) $\frac{1}{2}$
 c) $\frac{3}{5}$
 d) $\frac{8}{3}$

1) Calcularea raportului lungimilor a două segmente determinate de trei sau mai multe puncte coliniare.

Exemplu:

Se consideră punctele A , B și C coliniare, în această ordine, astfel încât $AB = 7$ cm și $BC = 3$ cm.

- Determinați valoarea raportului $\frac{AB}{AC}$.
- Determinați valoarea raportului $\frac{AC}{BC}$.

2) Reactualizarea enunțului teoremei lui Thales și a reciprocei acestia.

3) Aplicarea teoremei lui Thales și a reciprocei sale în determinarea lungimilor unor segmente, a rapoartelor unor lungimi de segmente sau pentru justificarea paralelismului a două drepte.

Exemple:

În triunghiul ABC se consideră punctul M pe latura AB și punctul N pe latura AC , astfel încât $MN \parallel BC$, $AM = 4$ cm și $MB = 8$ cm.

- Determinați valoarea raportului $\frac{AM}{AB}$.
- Determinați valoarea raportului $\frac{AN}{NC}$.
- Determinați valoarea raportului $\frac{AN}{AC}$.

VII.CS 5.4. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculelor de lungimi de segmente, de măsuri de unghiuri și arii	Barem: Răspuns corect a)	<p>iv) Determinați valoarea raportului $\frac{NC}{AC}$.</p> <p># În triunghiul ABC se consideră punctul M pe latura AB și punctul N pe latura AC, astfel încât $MN \parallel BC$, $AM = 4\text{ cm}$, $MB = 8\text{ cm}$ și $AN = 3\text{ cm}$.</p> <p>i) Determinați lungimea segmentului AB.</p> <p>ii) Determinați lungimea segmentului NC.</p> <p>iii) Determinați lungimea segmentului AC.</p> <p># În triunghiul ABC se consideră punctul P mijlocul laturii AB și punctul Q mijlocul laturii AC. Arătați că $PQ \parallel BC$.</p> <p># Se consideră triunghiul ABC în care punctul E este situat pe latura AB, punctul F este situat pe latura BC, $AB = 9\text{ cm}$ și $BC = 12\text{ cm}$. Stabiliți dacă enunțul „Dreapta EF este paralelă cu dreapta AC” este adevărat, știind că $BE = 3\text{ cm}$ și $CF = 4\text{ cm}$. Justificați răspunsul.</p>
		<p>5p</p> <p>1) Reactualizarea definițiilor și proprietăților patrulaterelor particulare (paralelogram, dreptunghi, romb, pătrat, trapez).</p> <p>2) Reactualizarea formulelor de calcul pentru ariile patrulaterelor particulare.</p> <p>3) Reactualizarea unităților de măsură pentru lungimi, arii, volume.</p> <p>Exemplu:</p> <p># Scrieți câte o unitate de măsură pentru lungime, arie, respectiv volum.</p> <p>4) Reactualizarea noțiunii de linie mijlocie într-un trapez și a proprietăților acesteia. Utilizarea lor în determinarea lungimilor unor segmente.</p> <p>Exemplu:</p> <p># Într-un trapez, lungimea bazei mari este egală cu 18 cm și lungimea bazei mici este egală cu 6 cm. Determinați lungimea liniei mijlocii a acestui trapez.</p> <p># Într-un trapez, lungimea bazei mari este egală cu 28 cm și lungimea liniei mijlocii este egală cu 20 cm. Determinați lungimea bazei mici a acestui trapez.</p> <p>5) Calcularea ariilor patrulaterelor particulare în diferite contexte.</p> <p>Exemplu:</p> <p>#</p> <p>i) Calculați aria unui pătrat cu latura de 4 m.</p> <p>ii) Calculați aria unui dreptunghi cu lungimea de 8 dm și lățimea de 5 dm.</p>

VII.CS 5.5. Interpretarea unor proprietăți ale cercului și ale poligoanelor regulate folosind reprezentări geometrice	<p>Barem: Răspuns corect d)</p> <p>3. Raza cercului circumscris unui triunghi echilateral este de $3\sqrt{3}$ cm. Perimetrul acestui triunghi este egal cu:</p> <p>a) 18 cm b) $\frac{81\sqrt{3}}{4}$ cm c) 27 cm d) $\frac{81\sqrt{3}}{2}$ cm</p>	<p>iii) Calculați aria unui romb cu diagonalele de 10cm , respectiv 6cm . iv) Calculați aria unui trapez cu baza mare de 10cm , baza mică de 6cm și înălțimea de 4cm . v) Calculați aria unui paralelogram ABCD , cu DC = 9m și distanța de la C la AB de 5m .</p> <p>5p</p> <p>1) Reactualizarea noțiunii de poligon regulat și a cazurilor particulare studiate. 2) Reactualizarea formulelor de calcul pentru elementele specifice poligoanelor regulate. 3) Determinarea măsurilor elementelor specifice poligoanelor regulate studiate.</p> <p>Exemple:</p> <p># Se consideră un triunghi echilateral, cu latura de 4cm . i) Calculați perimetru triunghiului. ii) Calculați aria triunghiului. iii) Determinați lungimea înălțimii triunghiului. iv) Determinați lungimea apotemei triunghiului. v) Determinați lungimea razei cercului circumscris triunghiului.</p> <p># Se consideră un pătrat cu latura de 4cm . i) Calculați perimetru pătratului. ii) Calculați aria pătratului. iii) Determinați lungimea diagonalei pătratului. iv) Determinați lungimea apotemei pătratului. v) Determinați lungimea razei cercului circumscris pătratului.</p> <p># Se consideră un hexagon regulat, cu latura de 4cm . i) Calculați perimetru hexagonului. ii) Calculați aria hexagonului. iii) Determinați lungimile diagonalelor hexagonului. iv) Determinați lungimea apotemei hexagonului. v) Determinați lungimea razei cercului circumscris hexagonului.</p> <p>Barem: Răspuns corect c)</p> <p>5p</p>

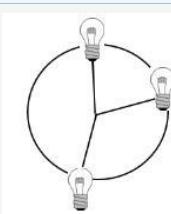
VII.CS 5.7. Interpretarea unor relații metrice între elementele unui triunghi dreptunghic	<p>4. În triunghiul dreptunghic ABC, punctul M este mijlocul ipotenuzei BC și unghiul AMC are măsura de 120°. Măsura unghiului ABC este de:</p> <p>a) 30° b) 45° c) 60° d) 90°</p>	<p>1) Reactualizarea proprietății referitoare la suma măsurilor unghiurilor unui triunghi. 2) Reactualizarea noțiunii de triunghi isoscel și a proprietăților acestuia. 3) Reactualizarea noțiunii de mediană într-un triunghi. 4) Reactualizarea teoremei medianei într-un triunghi dreptunghic.</p> <p>Exemple:</p> <p># Știind că un triunghi are două unghiuri de 40° și, respectiv, 65°, determinați măsura celui de-al treilea unghi al său.</p> <p># Un triunghi isoscel are o latură cu lungimea egală cu 4cm și o alta cu lungimea de 5cm. Ce lungime poate avea cea de-a treia latură?</p> <p># Într-un triunghi ABC, dreptunghic în A, lungimea ipotenuzei este egală cu 14cm. Calculați lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei.</p> <p># Într-un triunghi ABC, dreptunghic în A, ipotenuza are lungimea cu 3cm mai mare decât lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei. Determinați lungimea ipotenuzei.</p> <p># Dacă AM este mediana dusă din vârful drept al triunghiului dreptunghic ABC, cu punctul M situat pe latura BC, demonstrați că triunghiurile AMB și AMC sunt isoscele.</p>
VII.CS 3.5. Utilizarea proprietăților cercului în rezolvarea de probleme	<p>5. Într-un cerc cu centru în punctul O, cu raza de 1cm, se consideră diametrul AB și punctul P mijlocul arcului AB. Lungimea arcului de cerc AP care nu conține punctul B este egală cu:</p> <p>a) $\frac{\pi}{2}$ cm b) π cm c) $\frac{3\pi}{2}$ cm d) 2π cm</p>	<p>Barem: Răspuns corect c)</p> <p>5p</p> <p>1) Reactualizarea noțiunilor legate de elementele cercului (centru, rază, diametru, coarde, arce) și proprietăți ale acestora. 2) Reactualizarea formulelor de calcul pentru lungimea cercului și aria discului.</p> <p>Exemple:</p> <p># Completăți spațiile punctate pentru a obține enunțuri adevărate:</p> <p>i) Coarda care conține centrul cercului se numește ii) Un diametru al unui cerc subîntinde un arc cu măsura de iii) Raza ce conține mijlocul unei coarde într-un cerc este pe acea coardă. iv) Un cerc cu raza de 2cm are lungimea egală cu ...cm . v) Un disc cu raza de 2cm are aria de ...cm². vi) Un semicerc are lungimea de 4π m . Diametrul acestui cerc este de ...m .</p>
	<p>Barem: Răspuns corect a)</p>	<p>5p</p>

VII.CS 6.5.
Modelarea matematică a unor situații practice în care intervin poligoane regulate sau cercuri

6. Pe o aplică circulară sunt așezate trei becuri legate prin fire electrice de centrul cercului ca în figura alăturată și care împart cercul în trei arce având măsurile direct proporționale cu numerele 2, 3 și 4. Măsura celui mai mic unghi format de două dintre cele trei fire electrice este egală cu:

- a) 30°
- b) 45°
- c) 60°
- d) 80°

Barem: Răspuns corect d)



1) Reactualizarea noțiunii de unghi la centru și a proprietăților sale.

Exemple:

Completăți spațiile punctate pentru a obține enunțuri adevărate:

a) Dacă două raze ale unui cerc determină un arc cu măsura de 80° , atunci unghiul ascuțit format de cele două raze are măsura de ... $^\circ$.

b) Două diametre perpendiculare determină pe un cerc patru arce, fiecare având măsura de ... $^\circ$.

c) Pe un cerc, la arce de măsuri egale corespund coarde

Pe un cerc se consideră punctele A, B, C și D în această ordine, care împart cercul în arce de măsuri egale. Calculați măsura arcului AB.

Determinați măsura unghiului cuprins între acele unui ceas care indică ora 2:00.

Aproximați măsura unghiului cuprins între acele unui ceas care indică ora 2:30.

5p

30 puncte

Subiectul al III-lea

Scrie rezolvările complete.

1. Se consideră expresia

$$E(x) = \frac{(x+2)(x^2 + 4x + 4) - x - 2}{x(x+5) + 6}, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -2\}.$$

VIII.CS 2.2.
Aplicarea unor reguli de calcul cu numere reale exprimate prin litere

a) Arătați că

$$(x+2)(x^2 + 4x + 4) - x - 2 = (x+1)(x+2)(x+3),$$

pentru orice număr real x .

1) Reactualizarea regulilor de calcul algebric și a formulelor de calcul prescurtat.

Completăți tabelul următor:

a	b	$(a+b)^2$	$a^2 + 2ab + b^2$
2	3		
x	2		

Completăți tabelul următor:

a	b	$(a-b)^2$	$a^2 - 2ab + b^2$
2	3		
$2x$	1		

Completăți tabelul următor:

a	b	$a^2 - b^2$	$(a-b)(a+b)$
2	3		
$2x+1$	$2x-1$		

Ce observați?

2) Efectuarea unor calcule algebrice cu litere care presupun utilizarea factorului comun sau utilizarea formulelor de calcul prescurtat prevăzute în programa școlară.

Exemple:

Scrieți sub formă de produs, cu ajutorul factorului comun, fiecare dintre expresiile următoare:

i) $3x + 6$;

VIII.CS 5.2.
Interpretarea unei situații date utilizând calcul algebric

VIII.CS 3.2.
Utilizarea formulelor de calcul prescurtat și a unor algoritmi pentru

c) Rezolvați inecuația $\frac{x E(x)}{(x+1)^2} < 1$, în mulțimea $\mathbb{R} \setminus \{-3, -2, -1\}$.

rezolvarea
ecuațiilor și a
inecuățiilor

- ii) $x^2 + 3x$;
iii) $5x^2 + 10x$;
iv) $x(x+1) - 3(x+1)$.

Calculați:

- i) $(x+2)^2$;
ii) $(x-3)^2$;
iii) $(2x+3)^2$;
iv) $(1-3x)^2$;
v) $(x-2)(x+2)$;
vi) $(2x-3)(2x+3)$.

Descompuneți sub formă de produs:

- i) $x^2 - 9$;
ii) $25 - x^2$;
iii) $4x^2 - 1$;
iv) $(x+1)^2 - 4$.

3) Identificarea unui binom la pătrat cu ajutorul formulelor de calcul prescurtat.

Exemple:

Scrieți sub forma unui binom la pătrat expresiile:

- i) $x^2 + 2x + 1$;
ii) $x^2 - 4x + 4$;
iii) $4x^2 + 20x + 25$;
iv) $9 - 30x + 25x^2$.

4) Amplificarea și simplificarea unui raport de numere reale reprezentat prin litere.

Exemple:

Amplificați cu 5, fiecare dintre fracțiile următoare:

- i) $\frac{x}{2}$;

ii) $\frac{3}{x}$;

iii) $\frac{x}{x-3}$;

iv) $\frac{x+1}{x+2}$, unde x este un număr real pentru care fiecare fracție este bine definită.

Simplificați fracțiile următoare:

i) $\frac{3x}{9}$;

ii) $\frac{4x}{5x}$;

iii) $\frac{6}{2x}$;

iv) $\frac{x(x+1)}{x(x+5)}$;

v) $\frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)}$, unde x este un număr real pentru care fiecare fracție este bine definită.

5) Stabilirea semnului unei fracții în funcție de semnul numitorului și al numărătorului.

Exemple:

Completați spațiile punctate cu unul dintre simbolurile $<$, $>$, \leq și \geq pentru a obține enunțuri adevărate:

- dacă $a > 0$ și $b > 0$, atunci $\frac{a}{b} \dots 0$;

- dacă $a < 0$ și $b > 0$, atunci $\frac{a}{b} \dots 0$;

- dacă $a > 0$ și $b < 0$, atunci $\frac{a}{b} \dots 0$;

- dacă $a < 0$ și $b < 0$, atunci $\frac{a}{b} \dots 0$;

- dacă $a \geq 0$ și $b > 0$, atunci $\frac{a}{b} \dots 0$;

- dacă $a \leq 0$ și $b > 0$, atunci $\frac{a}{b} \dots 0$.

6) Reactualizarea tipurilor de intervale de numere reale.

Exemple:

Scrieți sub formă de interval următoarele mulțimi de numere reale:

i) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2\}$;

ii) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\}$;

iii) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 4\}$.

7) Rezolvarea unor inecuații de forma $ax + b > 0 (<, \geq, \leq)$, cu $a \in \mathbb{R}^*$ și $b \in \mathbb{R}$.

Exemple

Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, inecuațiile:

i) $x + 2 > 0$;

ii) $x - 3 < 0$;

iii) $3x > 0$;

iv) $-4x < 0$;

v) $x - 7 \leq 0$;

vi) $4 - 2x \geq 0$;

vii) $x + 3 < 1$;

viii) $2x - 1 > 5$;

ix) $1 - 3x \leq -2$.

Barem:

a)

$$(x+2)(x^2 + 4x + 4) - x - 2 = (x+2)(x^2 + 4x + 4 - 1) =$$

1p

$$= (x+2) \left[(x+2)^2 - 1 \right] =$$

2p

$$= (x+2)(x+2-1)(x+2+1) =$$

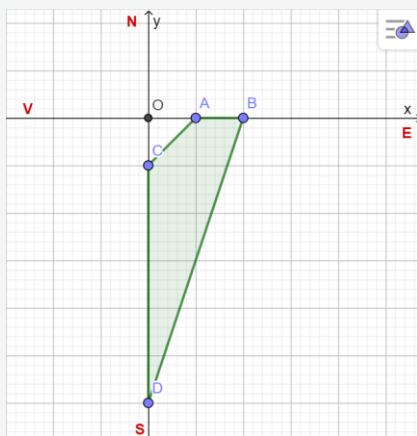
1p

$$= (x+1)(x+2)(x+3), \text{ pentru orice număr real } x$$

1p

<p>b) $E(x) = \frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{x^2 + 2x + 3x + 6} =$</p>	<p>2p</p>
$= \frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{x(x+2)+3(x+2)} =$	<p>1p</p>
$= \frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{(x+2)(x+3)} = x+1, \quad \text{pentru orice}$ $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -2\}$	<p>2p</p>
<p>c) $\frac{x E(x)}{(x+1)^2} = \frac{x(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{x}{x+1}, \text{ pentru orice}$ $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, -2, -1\}$</p>	<p>1p</p>
$\frac{x E(x)}{(x+1)^2} < 1 \Leftrightarrow \frac{x}{x+1} < 1 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \frac{-1}{x+1} < 0$	<p>2p</p>
<p>Deci $x+1 > 0$, de unde obținem $x \in (-1, +\infty)$</p>	<p>2p</p>

2. În zona sud-estică a obeliscului O , așezat la intersecția a două străzi perpendiculare, cu direcțiile vest-est și sud-nord, se află o suprafață acoperită cu gazon, marcată prin culoarea verde în figura de mai jos, astfel încât punctul A se află la distanța de 10m față de obeliscul O .



- 1) Identificarea coordonatelor unor puncte reprezentate într-un reper cartezian.
- 2) Determinarea lungimilor unor segmente pe baza observării coordonatelor unor puncte reprezentate într-un reper cartezian.
- 3) Calcularea lungimilor unor segmente cu ajutorul relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic.
- 4) Calcularea ariei unui triunghi dreptunghic și al ariei unor suprafete poligonale, ca sumă sau diferență de arii ale unor figuri geometrice simple (triunghi, pătrat, dreptunghi etc.).
- 5) Reactualizarea definițiilor pentru funcțiile trigonometrice ale unui unghi într-un triunghi dreptunghic.
- 6) Calcularea funcțiilor trigonometrice ale unui unghi într-un triunghi dreptunghic.
- 7) Identificarea traseului de lungime minimă într-o configurație geometrică dată.
- 8) Determinarea distanței de la un punct la o dreaptă, prin diferite metode (relații metrice în triunghiul dreptunghic, aria unui triunghi exprimată în două moduri etc.).
- 9) Compararea unor mărimi și stabilirea faptului că o mărime îndeplinește sau nu o condiție dată.

VII.CS 6.4.
Modelarea unor situații date prin reprezentări geometrice cu patrulatere

a) Determinați aria suprafeței cu gazon.

VII.CS 6.7.
Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând relații metrice în triunghiul dreptunghic

b) Determinați tangenta unghiului format de latura cu lungimea cea mai mare a suprafeței acoperite cu gazon și axa suprapusă peste strada cu direcția sud-nord.

VII.CS 5.4. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculării unor lungimi de segmente, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii	<p>c) Stabiliți dacă un cablu de 15m este suficient de lung pentru a construi un traseu electric, în linie dreaptă, de la punctul C până la latura BD.</p>	
	<p>Barem:</p> <p>a) Triunghiurile DBO și CAO sunt dreptunghice în O, cu $OA = 10\text{m}$, $OB = 20\text{m}$ $OC = 10\text{m}$, $OD = 60\text{m}$</p> $\mathcal{A}_{\Delta DBO} = \frac{OD \cdot OB}{2} = 600\text{m}^2, \mathcal{A}_{\Delta CAO} = \frac{OC \cdot OA}{2} = 50\text{m}^2$ $\mathcal{A}_{ABDC} = \mathcal{A}_{\Delta DBO} - \mathcal{A}_{\Delta CAO} = 550\text{m}^2$ <p>b) $CD = 50\text{m}$, $AB = 10\text{m}$, $AC = 2\sqrt{10}\text{ m}$, $BD = 20\sqrt{10}\text{ m}$</p> <p>Cea mai mare latură a patrulaterului este BD și, în triunghiul dreptunghic DBO, obținem</p> $\tg(\angle BDO) = \frac{OB}{OD} = \frac{1}{3}$	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>3p</p>

	c) Lungimea minimă a cablului este egală cu distanța de la punctul C la latura BD	1p
	$\mathcal{A}_{\Delta CBD} = \frac{BD \cdot d(C, BD)}{2}$ și $\mathcal{A}_{\Delta CBD} = \frac{CD \cdot BO}{2}$, deci $d(C, BD) = \frac{CD \cdot BO}{BD} = 5\sqrt{10} \text{ m}$	3p
	Cum $15 < 5\sqrt{10}$, obținem că un cablu de 15m nu este suficient	1p

Reamintim faptul că, în cadrul **Reperelor metodologice pentru consolidarea achizițiilor din anul școlar 2019 -2020 – Disciplina matematică** <https://educaziicontinua.edu.ro/repere-metodologice.html>, sunt prezentate și alte exemple de activități remediale proiectate pe baza rezultatelor evaluării inițiale. În acest sens **recomandăm** utilizarea materialului indicat ca punct de pornire în construirea și personalizarea unor activități de învățare, în acord cu specificul colectivului de elevi.

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

ANEXA IV.4. CHESTIONAR DE AUTOEVALUARE ȘI DE FEEDBACK (GOOGLE FORMS)

Prin acest chestionar ne propunem două obiective:

- 1) **Verificarea bunei înțelegeri** a unor aspecte prezentate în materialul intitulat „Repere metodologice pentru aplicarea curriculumului la clasa a IX-a în anul școlar 2021-2022, disciplina matematică”, fiind propusă o serie de zece întrebări/afirmații pentru care vă rugăm să alegeti răspunsul din lista de răspunsuri asociate sau, după caz, să completați răspunsul dumneavoastră
- 2) **Colectarea feedbackului** dumneavoastră în urma lecturii materialului menționat anterior, pe anumite aspecte pe care le-am considerat necesare.

Chestionarul este organizat pe trei secțiuni:

- În vederea unor analize privind feedbackul acordat, în **Secțiunea 1**, *fără a fi obligatoriu*, vă invităm să completați o serie de câmpuri privind *statutul postului și evoluția în carieră*;
- **Secțiunea a 2-a**, de *autoevaluare*, este asociată primului obiectiv, *nu are caracter obligatoriu*, însă apreciem completarea cu răspunsuri a acestei secțiuni de către dumneavoastră;
- **Secțiunea a 3-a**, de *furnizare a feedbackului*, este asociată celui de-al doilea obiectiv, *are caracter obligatoriu*, finalizarea parcurgerii formularului fiind condiționată de finalizarea acestei secțiuni.

O copie a răspunsului dumneavoastră o veți primi pe adresa de email care se solicită să-o completați (*câmp obligatoriu*).

Acces la chestionar:

CHESTIONAR DE AUTOEVALUARE ȘI DE FEEDBACK

Mulțumim!

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

**SECTIUNEA a V-a.
COLECTIV DE AUTORI
REFERINȚE BIBLIOGRAFICE
CUPRINS**

COLECTIV DE AUTORI

GLC 39

NR. CRT.	NUMELE ȘI PRENUMELE	INSTITUȚIA / UNITATEA DE ÎNVĂȚĂMÂNT
1.	STREINU-CERCEL GABRIELA	CNPEE
2.	CRISTESCU BOGDAN	CNPEE
3.	VRÎNCEANU GABRIEL-NARCIS	CNPEE
4.	STOLERIU ANCA	CNPEE
5.	GOLOGAN RADU	Universitatea Politehnica București
6.	SINGER MIHAELA	Universitatea de Petrol și Gaze Ploiești
7.	GHERGHE CĂTĂLIN-LIVIU	Universitatea București
8.	PĂLTÂNEA EUGEN	Universitatea Transilvania Brașov
9.	CHIŞ MIHAI	Universitatea de Vest Timișoara
10.	CONSTANTINESCU OANA	Universitatea „Al. I Cuza” Iași
11.	ANDRONACHE MARIAN	Colegiul Național „Sf. Sava” București
12.	BĂLUNĂ MIHAIL	Colegiul Național „Mihai Viteazul” București
13.	CERBU SFÂRGHIU-VLADIMIR	Colegiul Național Militar „Ștefan cel Mare” Câmpulung Moldovenesc
14.	CHIRILĂ CONSTANTIN	Colegiul Național „G. Ibrăileanu” Iași
15.	CRISTEA CĂTĂLIN-DORU	Colegiul Național Pedagogic „Ştefan Velovan” Craiova
16.	ERCULESCU LAURA-MARIA	Colegiul Național „Ienăchiță Văcărescu” Târgoviște
17.	EZARU LORENA-MIHAELA	Colegiul Național Militar „Dimitrie Cantemir” Breaza
18.	FRIEDRICH GABRIELA	Colegiul Economic „N. Titulescu” Baia Mare
19.	GOGA ROXANA	Colegiul Național „Sf. Sava” București
20.	HEUBERGER DANIELA-ADRIANA	Colegiul Național „Vasile Lucaciu” Baia Mare
21.	IANCU EMILIA	Colegiul Național „Matei Basarab” București
22.	MAGDAŞ ADRIAN	Colegiul Național „Emil Racoviță” Cluj-Napoca
23.	MUNTEAN VALERICA-DOINA	Colegiul Național „Ioan Slavici” Satu Mare
24.	MUŞĂTOIU SILVIA-MIHAELA	Colegiul Național „Gh. Șincai” București
25.	NUȚĂ MARILENA	Școala Gimnazială „I.G. Duca” București
26.	PERIANU MARIUS	Colegiul Național „I. Minulescu” Slatina
27.	STĂNICĂ CĂTĂLIN-NICOLAE	Colegiul Național „Gh. Murgoci” Brăila
28.	ŞONTEA OVIDIU-MIHAI	Colegiul Național „Tudor Vianu” București
29.	ZUBAŞCU ANDREICA-FLORICA	Colegiul Național „A. Șaguna” Brașov

GLC 40

NR. CRT.	NUMELE ȘI PRENUMELE	INSTITUȚIA / UNITATEA DE ÎNVĂȚĂMÂNT
1.	VRÎNCEANU GABRIEL-NARCIS	CNPEE
2.	ȘUȚĂ MARIAN	CNPEE
3.	CRISTESCU BOGDAN	CNPEE
4.	DAN STELUȚA	CNPEE
5.	STOLERIU ANCA	CNPEE
6.	STREINU-CERCEL GABRIELA	CNPEE
7.	BAIAȘ ALINA-RAMONA	Universitatea Tehnică Cluj-Napoca
8.	ISPAS-VÂRNAV MIHAI	Universitatea Tehnică „Gh. Asachi” Iași
9.	LĂZUREANU CRISTIAN-VIRGIL	Universitatea Politehnica Timișoara
10.	OLTEANU MIRCEA	Universitatea Politehnica București
11.	VITCU ANCA-GABRIELA	Universitatea de Arhitectură și Urbanism „Ion Mincu” București

12.	AVGANTI CARMEN	Școala Gimnazială „Titu Maiorescu” București
13.	CRUȚ BIANCA	Liceul Tehnologic Economic de Turism Iași
14.	DÂRSTARU GHEORGHE	Colegiul Economic Buzău
15.	DOBRIČĂ-VĂSI LAVINIA	Colegiul Tehnic de Arhitectură și Lucrări Publice „N.N. Socolescu” București
16.	FEDORCA STELIAN-VICTOR	Colegiul German „Goethe” București
17.	GHERGHE RADU-CĂTĂLIN	Liceul Teoretic „Lucian Blaga” București
18.	HODOROGEA ANCA-CRISTINA	ISJ Cluj
19.	HOFFMANN-BRONTĂ VIORICA-CORNELIA	Liceul Tehnologic Special nr.1 Oradea
20.	HOLHOŞ VIOREL-COSMIN	Liceul Cu Program Sportiv „Cetate” Deva
21.	IONESCU CORINA-MIHAELA	Colegiul Național „Barbu Știrbei” Călărași
22.	NAGHI ELISABETA-ANA	Colegiul Tehnologic „Grigore Cerchez” București
23.	NEȚĂ CAMELIA-ELENA	Școala Gimnazială Nr.2 Piatra-Neamț
24.	OPRIȘ ADONIA-AUGUSTINA	Colegiul Tehnic „Alesandru Papiu Ilarian” Zalău
25.	PETRE MONICA	ISJ Tulcea
26.	POP CRISTIAN-PETRU	ISJ Cluj
27.	SIMON ROXANA-MIRELA	Liceul Tehnologic de Mecatronică și Automatizări Iași
28.	VĂCĂREȚU ARIANA-STANCA	Colegiul Național „Emil Racoviță” Cluj-Napoca
29.	ZEFFER TIMEA-ERZSEBET	Liceul Tehnologic Nr. 1 Valea Lui Mihai, Bihor

GLC 41

NR. CRT.	NUMELE ȘI PRENUMELE	INSTITUȚIA / UNITATEA DE ÎNVĂȚĂMÂNT
1.	STOLERIU ANCA	CNPEE
2.	CRISTESCU BOGDAN	CNPEE
3.	VRÎNCEANU GABRIEL-NARCIS	CNPEE
4.	STREINU-CERCEL GABRIELA	CNPEE
5.	DAN STELUȚA	CNPEE
6.	MAGDAŞ IOANA-CRISTINA	Universitatea „Babes-Bolyai” Cluj-Napoca
7.	FRUMOS FLORIN-VASILE	Universitatea „Alexandru Ioan Cuza” Iași
8.	CARAION MARIA-RALUCA	Liceul Pedagogic „Ștefan Bănulescu”
9.	CAȚARON ADRIANA-IONELA	Liceul „Andrei Mureșanu” Brașov
10.	CHIRILĂ CONSTANTIN	Colegiul Național “Garabet Ibrăileanu” Iași
11.	DOBRIN ALICIA	Liceul Pedagogic „Matei Basarab” Slobozia
12.	LOBONȚ DORIN-CRISTIAN	Colegiul Național Pedagogic „Mihai Eminescu” Târgu Mureș
13.	MAREŞ SILVIA	Colegiul Național „Constantin Cantacuzino” Târgoviște
14.	MATEI CORALIA-ELENA	ISJ Prahova
15.	MIHĂESCU MIRELA	ISJ Dâmbovița
16.	OLARU CLEOPATRA	Colegiul Național „Gheorghe Asachi” Piatra-Neamț
17.	PARASCHIV ALINA	Colegiul Național „Elena Cuza” București
18.	ROMILA AMALIA	Colegiul Pedagogic „Vasile Lupu” Iași

REFERINȚE BIBLIOGRAFICE

1. [Anexa nr. 2 la O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017](#) – programa școlară pentru disciplina Matematică, clasele a V-a – a VIII-a
2. [Anexa nr. 2 la O.M.E.C.I. nr. 5099/09.09.2009](#) – programa școlară pentru disciplina Matematică, clasa a IX-a, pentru ciclul inferior al liceului
3. [O.M.E.C.I. nr. 3410 din 16.03.2009](#) privind aprobarea planurilor cadru pentru liceu
4. [O.M.E.C.I. nr. 3411 din 16.03.2009](#) privind aprobarea planurilor cadru pentru liceu, învățământ tehnologic
4. [Anexa nr. 2 la O.M.E.C.I. nr. 5097/09.09.2009](#) – programa școlară Matematică, clasele a V-a – a VIII-a
5. [Repere pentru proiectarea, actualizarea și evaluarea curriculumului național - Cadrul de referință al curriculumului național](#)
6. [Repere metodologice pentru consolidarea achizițiilor din anul școlar 2019 -2020 – Disciplina matematică](#)

Imaginile utilizate ca elemente în tehnoredactare sunt descărcate de pe aplicația <https://pixabay.com>.
Coperta materialului de față este realizată prin aplicația <https://www.canva.com/design>.

[\(Revenire la cuprinsul interactiv\)](#)

CUPRINS

	Pagina
SECȚIUNEA I. ARGUMENT. PREZENTAREA STRUCTURII. ADRESABILITATE	5
ARGUMENT	7
STRUCTURA MATERIALULUI	9
ADRESABILITATE	10
SECȚIUNEA a II-a. SPECIFICUL DISCIPLINEI MATEMATICĂ	11
CAPITOLUL II.1. ELEMENTE COMUNE TUTUROR TIPURILOR DE PROGRAME PENTRU DISCIPLINA MATEMATICĂ	13
CAPITOLUL II.2. SPECIFICUL PROGRAMEI PENTRU DISCIPLINA MATEMATICĂ, ÎN FUNCȚIE DE FILIERA/PROFILUL/SPECIALIZAREA PENTRU CARE A FOST ELABORATĂ	17
II.2.1. Specificul programei școlare pentru învățământul liceal, filiera teoretică, profilul umanist, respectiv filiera vocațională, cu excepția profilului militar (<i>programa școlară 2 ore</i>)	17
II.2.2. Specificul programei școlare pentru învățământul liceal, filiera tehnologică, respectiv pentru învățământul profesional, inclusiv învățământul profesional dual (<i>programa școlară 3 ore</i>)	17
II.2.3. Specificul programei școlare pentru învățământul liceal, filiera teoretică, profilul real și filiera vocațională, profilul militar (<i>programa școlară 4 ore</i>)	18
SECȚIUNEA a III-a. LECTURA COMPARATĂ A PROGRAMELOR ȘCOLARE ÎN VIGOARE PENTRU GIMNAZIU – LICEU (CLASA A IX-A). CONSIDERAȚII METODOLOGICE	19
CAPITOLUL III.1. ANALIZĂ COMPARATIVĂ PRIVIND COMPETENȚELE GENERALE GIMNAZIU – LICEU (CLASA A IX-A)	21
III.1.1. Relația dintre competențele generale (CG) pentru gimnaziu și competențele generale (CG) pentru liceu	21
III.1.2. Comentarii	21
CAPITOLUL III.2. CORELARE COMPETENȚE SPECIFICE - EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	23
III.2.1. Corelare CS - EAI pentru programa școlară clasa a IX-a – 2 ore (2 ore TC)	24
III.2.2. Corelare CS - EAI pentru programa școlară clasa a IX-a – 3 ore (2 ore TC + 1 oră CD)	35
III.2.3. Corelare CS - EAI pentru programa școlară clasa a IX-a – 4 ore (2 ore TC + 2 ore CD)	51
CAPITOLUL III.3. DOMENII DE CONȚINUT/SUBDOMENII/UNITĂȚI DE CONȚINUT (CLASA A IX-A)	61
III.3.1. Conținuturi asociate programei școlare pentru clasa a IX-a – 2 ore (2 ore TC)	61
III.3.2. Conținuturi asociate programei școlare pentru clasa a IX-a – 3 ore (2 ore TC + 1 oră CD)	62
III.3.3. Conținuturi asociate programei școlare pentru clasa a IX-a – 4 ore (2 ore TC + 2 ore CD)	64
CAPITOLUL III.4. SUGESTII METODOLOGICE	67
III.4.1. Sugestii metodologice – abordare generală (pentru toate programele)	67
III.4.2. Recomandări privind aplicarea evaluării inițiale	67
III.4.3. Sugestii de analiză și de utilizare a concluziilor evaluărilor inițiale	68
III.4.4. Recomandări privind realizarea planificărilor calendaristice	69
III.4.5. Sugestii metodologice „personalizate”, în funcție de tipul programei	71
III.4.5.1. Sugestii metodologice pentru programa școlară – 2 ore (2 ore TC)	71
III.4.5.2. Sugestii metodologice pentru programa școlară - 3 ore (2 ore TC + 1 oră CD)	73
III.4.5.3. Sugestii metodologice pentru programa școlară - 4 ore (2 ore TC + 2 ore CD)	106

SECȚIUNEA a IV-a. ANEXE	107
ANEXA IV.1. LISTA DECUPAJELOR DE CONȚINUT PREVĂZUTE DE PROGRAMELE ȘCOLARE ÎN VIGOARE, GIMNAZIU ȘI LICEU, CLASA a IX-a	109
IV.1.1. Lista decupajelor de conținut prevăzute de programele școlare în vigoare, pentru gimnaziu și pentru liceu, clasa a IX-a (2 ore TC)	109
IV.1.2. Lista decupajelor de conținut prevăzute de programele școlare în vigoare, pentru gimnaziu și pentru liceu, clasa a IX-a (2 ore TC + 1 oră CD)	110
IV.1.3. Lista decupajelor de conținut prevăzute de programele școlare în vigoare, pentru gimnaziu și pentru liceu, clasa a IX-a (2 ore TC + 2 ore CD)	111
ANEXA IV.2. CONSIDERAȚII METODOLOGICE LA TRECEREA DE LA ÎNVĂȚĂMÂNTUL GIMNAZIAL LA CEL LICEAL/PROFESIONAL	113
ANEXA IV.3. MODELE DE EVALUĂRI INITIALE, EXEMPLE DE ANALIZĂ A TIPURILOR DE RĂSPUNS ȘI EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE REMEDIALĂ/PROGRES	129
Exemplul 1 – Evaluare inițială clasa a IX-a, 2021-2022	129
Exemplul 1 - Activități remediale și de progres asociate Evaluării inițiale	133
Exemplul 2 – Evaluare inițială clasa a IX-a, 2021-2022	144
Exemplul 2 - Activități remediale și de progres asociate Evaluării inițiale	148
Exemplul 3 – Evaluare inițială clasa a IX-a, 2021-2022	161
Exemplul 4 – Evaluare inițială clasa a IX-a, 2021-2022	165
Exemplul 4 - Activități remediale și de progres asociate Evaluării inițiale	169
ANEXA IV.4. CHESTIONAR DE AUTOEVALUARE ȘI DE FEEDBACK (GOOGLE FORMS)	187
SECȚIUNEA a V-a. COLECTIV DE AUTORI. REFERINȚE BIBLIOGRAFICE. CUPRINS	189
COLECTIV DE AUTORI	191
REFERINȚE BIBLIOGRAFICE	193
CUPRINS	195

