ARHITECTURA SISTEMELOR DE CALCUL - CURS 0x01

EVOLUȚIA SISTEMELOR DE CALCUL ȘI SISTEMUL BINAR DE CALCUL

Cristian Rusu

CUPRINS

- **scurt istoric al sistemelor de calcul**
- **sistemul binar**
  - reprezentarea binară
  - reprezentarea în complement față de doi
  - funcții logice
- **referințe bibliografice**

SCURT ISTORIC AL SISTEMELOR DE CALCUL

- **contribuții majore ale:**
  - Blaise Pascal
  - Gottfried Wilhelm von Leibniz
  - George Boole
  - Charles Babbage
  - Ada Lovelace
  - Konrad Zuse
  - Alan Turing
  - John von Neumann
  - Claude Shannon
  - după 1945 interestul în sisteme de calcul a crescut semnificativ iar progresul este dificil de atribuit doar unor indivizi

BLAISE PASCAL (1623 - 1662)

- **în 1642, când încă nu avea 19 ani, crează Pascaline**
  - un calculator mecanic
  - capabil de adunări/scăderi (utilizat pentru calcul de taxe)
  - nu a fost o mașină practică
  - mai puțin de 50 au fost create
  - era utilizată pe post de “jucarie” pentru aristocrație

- **limbajul Pascal e numit în onoarea lui**

https://en.wikipedia.org/wiki/Blaise_Pascal

GOTTFRIED WILHELM VON LEIBNIZ (1646 – 1716)

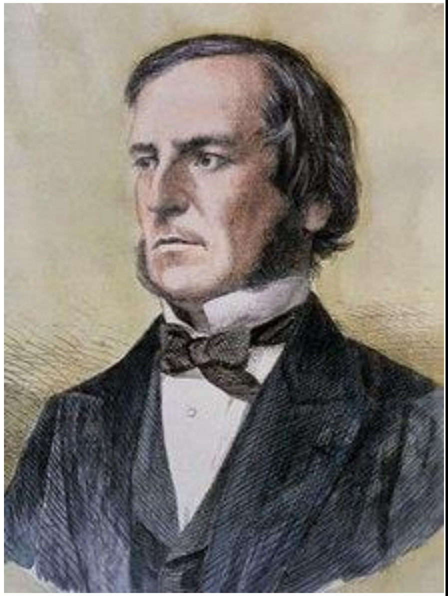
- **toate contribuțiile lui sunt imposibil de enumerat**

- **două contribuții majore:**
  - studiază sistemul binar
  - extinde mașina lui Pascal, adăugând operațiile de înmulțire și împărțire – tot o mașină mecanică creată în 1673

https://en.wikipedia.org/wiki/Gottfried_Wilhelm_Leibniz
http://www.leibniz-translations.com/binary.htm

GEORGE BOOLE (1815 – 1864)

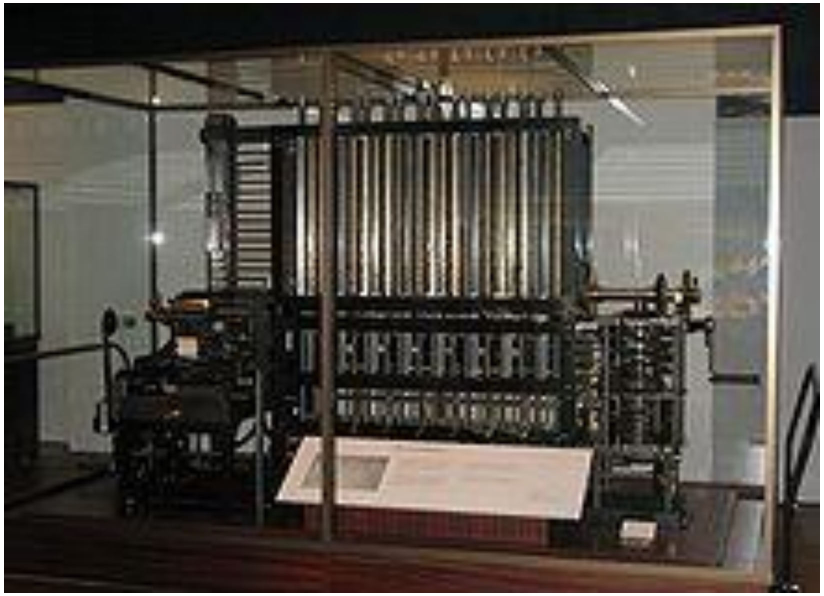
- **scrie “The Laws of Thought” (1854)**
- **introduce logica booleană și analizează operațiile de bază**
  - negația
  - conjuncția
  - disjuncția
  - disjuncția exclusivă
- **toate acestea stau la baza teoriei informației**

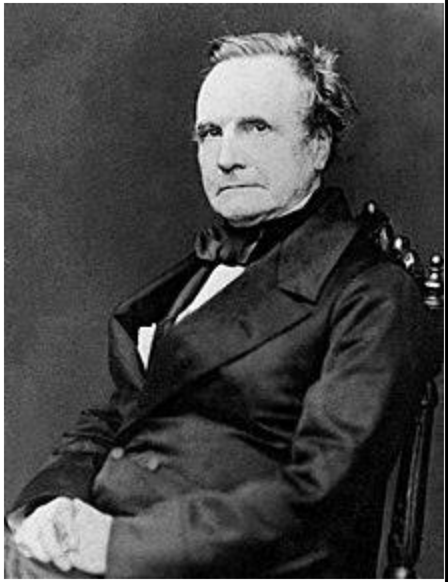


https://en.wikipedia.org/wiki/George_Boole

CHARLES BABBAGE (1791 – 1871)

- **proiectează Mașina Diferențială Nr. 2 (Difference Engine No. 2)**
- **doar teoretic, design-ul este realizat de abia în 1991**
- **totuși, este prima mașină de calcul (mecanică) programabilă**
- **prototipurile sale aveau deja peste 13 tone**
- **este considerat “tatăl calculatoarelor moderne”**

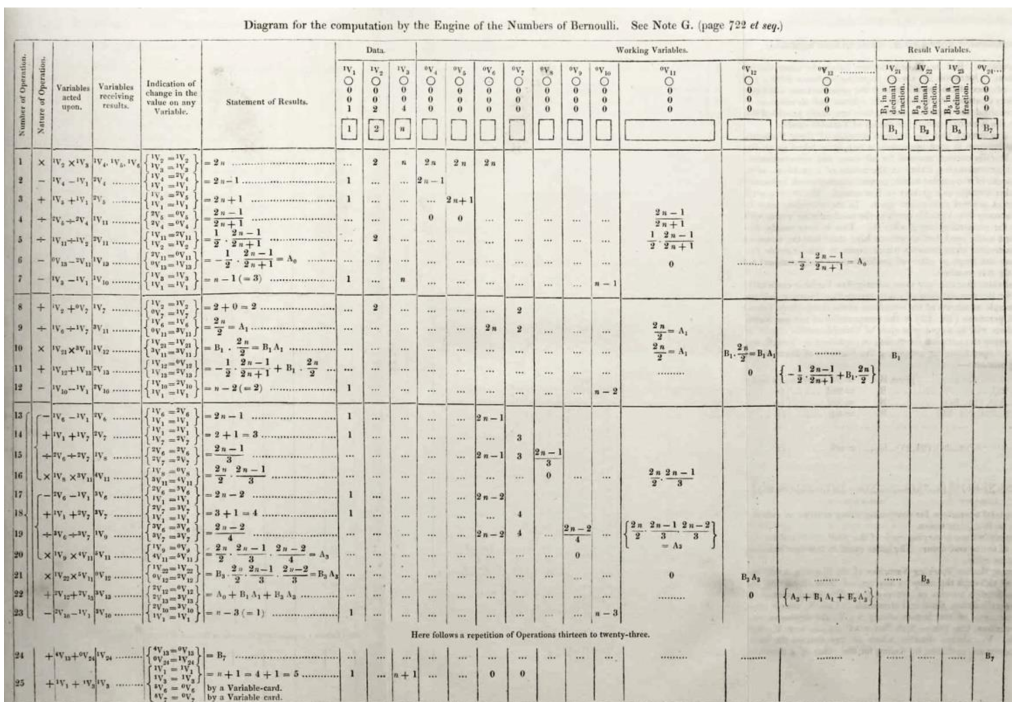




https://en.wikipedia.org/wiki/Charles_Babbage

ADA LOVELACE (1815 – 1852)

- colaboratoare a lui Babbage
- scrie primul program, calculează numere Bernoulli
- nu existau limbaje de programare, dar ea a descris o serie de pași care sa fie executați de o mașină
- este considerată primul “programator”



https://en.wikipedia.org/wiki/Ada_Lovelace

KONRAD ZUSE (1910 – 1995)

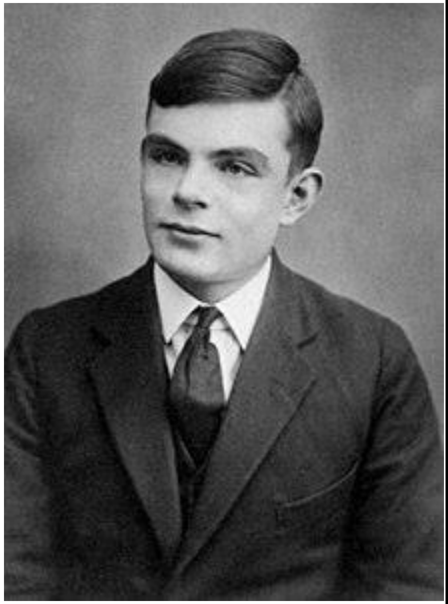
- introduce o serie de calculatoare: Z1, Z2, Z3 și Z4
- primele prototipuri în 1940-1941
- folosește sistemul binar
- instrucțiunile sunt stocate pe o bandă
- introduce reprezentarea și calculul în virgulă mobilă
- face aproape totul în izolare (1936-1945)

https://en.wikipedia.org/wiki/Konrad_Zuse

ALAN TURING (1912 – 1954)

- **celebru pentru publicul larg pentru contribuția lui în spargerea rapidă a mesajelor Enigma utilizând mașina “The Bombe”**
  - practic, mașina făcea un brute-force search pentru a reduce numărul de posibilități în decriptarea mesajelor

- **introduce Mașina Turing**
  - un model teoretic pentru a implementa orice algoritm
  - conceptul de Turing-complete
    - intuiția: un sistem care poate recunoaște și analiza seturi de reguli pentru manipularea datelor (o cantitate infinită, teoretic)

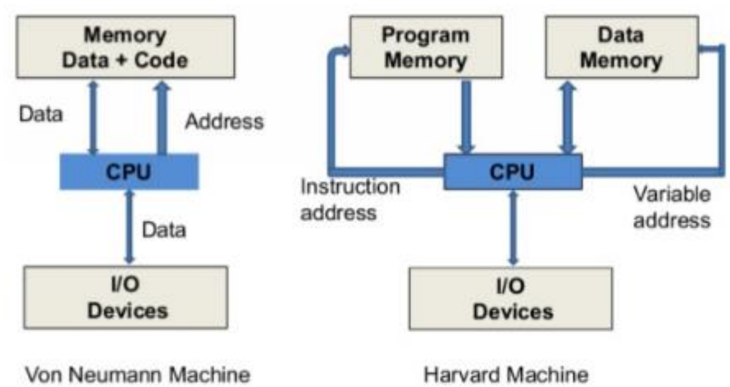


- **introduce Testul Turing**
  - The imitation game: “The original question, ‘Can machines think!’ I believe to be too meaningless to deserve discussion” A. Turing

https://en.wikipedia.org/wiki/Alan_Turing
https://academic.oup.com/mind/article/LIX/236/433/986238

JOHN VON NEUMANN (1903 – 1957)

- **considerat unul dintre cei mai buni matematicieni ai ultimului secol, aduce contribuții în numeroase domenii**
- **ajută la crearea primul calculator electronic ENIAC (Electronic Numerical Integrator And Computer), 1939-1944**
- **îmbunătățește ENIAC ajutând la crearea EDVAC (Electronic Discrete Variable Automatic Computer), sistemul este binar și are programe stocate**
- **introduce arhitectura von Neumann**

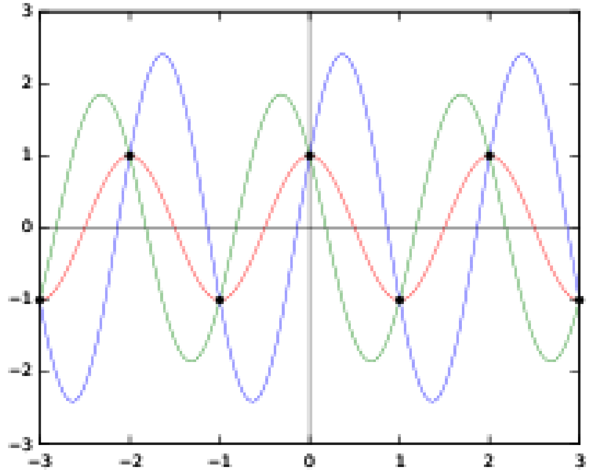


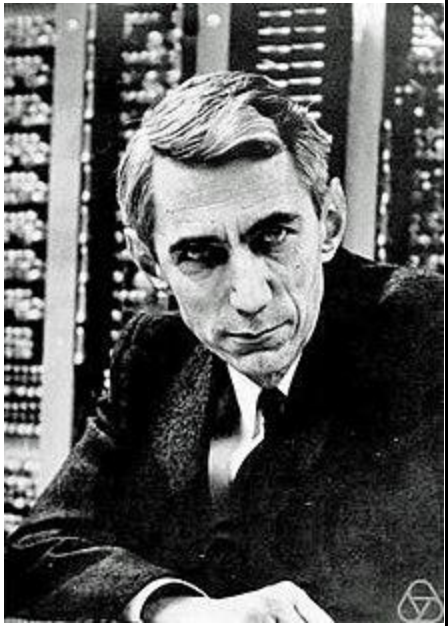
https://en.wikipedia.org/wiki/John_von_Neumann
https://vivadifferences.com/5-major-difference-between-von-neumann-and-harvard-architecture/

CLAUDE SHANNON (1916 – 2001)

- **considerat “părintele teoriei informației”**

- **trei contribuții excepționale:**
  - demonstrează faptul că probleme de logică Booleană pot fi rezolvate cu circuite electronice
  - teorema de eșantionare Shannon-Nyquist (de la analog la digital și înapoi, fără a pierde ceva)





  - inventează teoria informației
    - cursul următor discutăm detaliat

https://en.wikipedia.org/wiki/Claude_Shannon
https://web.archive.org/web/19980715013250/http://cm.bell-labs.com/cm/ms/what/shannonday/shannon1948.pdf

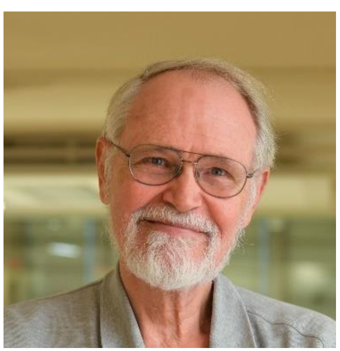
IDEILE MARI

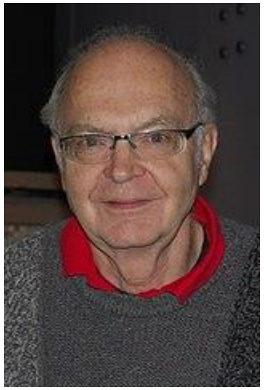
- de la mecanic la electric
- de la o mașină care face un singur lucru automat, la o mașină care este programabilă
- design modular
- teorie despre ce este posibil pe aceste mașini
- dorința de a face lucrurile optim, la limită și fără risipă

POST SHANNON ...

- după al doilea razboi mondial, cercetarea în domeniul calculatoarelor începe un ritm exponențial
- sunt multe, mici invenții și discoperiri tehnologice pe parcurs
- nu avem cum să le acoperim pe toate
- actorii importanți în domeniu au devenit grupuri profesionale (ex: IEEE, ACM, Bell Labs, etc.) și state (ex: Statele Unite, programe de cercetare DARPA, etc.)
- la baza acestui progres stau niște concepte de matematică fundamentale, începem cu sistemul binar

GUESS WHO …





https://jrinconada.medium.com/most-influential-people-in-computer-science-59fe9461c51b

SISTEMUL BINAR

- este baza sistemelor moderne de calcul
- orice număr (întreg sau, general, real) poate fi reprezentat printr-un număr (potențial infinit) de biți
- bit = ***bi***nary digi***t***
- ne aflăm în sistemul de numărare cu baza $B = 2$
- avem disponibile doar două cifre: 0 și 1

SISTEMUL BINAR

- **un număr natural reprezentat în baza *B = 2***

bit b_i:	…	0	1	1	1	1	0	0	0	1
2^i:	…	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

- $$x = \sum_{i=0}^{N-1} b_i 2^i$$

- ***N* este numărul de biți pe care îl folosim în reprezentare**

- **în exemplul de mai sus:**
  - $0\times 2^8+1\times 2^7+1\times 2^6+1\times 2^5+1\times 2^4+0\times 2^3+0\times 2^2+0\times 2^1+1\times 2^0 = 241$
  - mai sus avem *N = 9*, dar defapt avem nevoie de *N = 8*

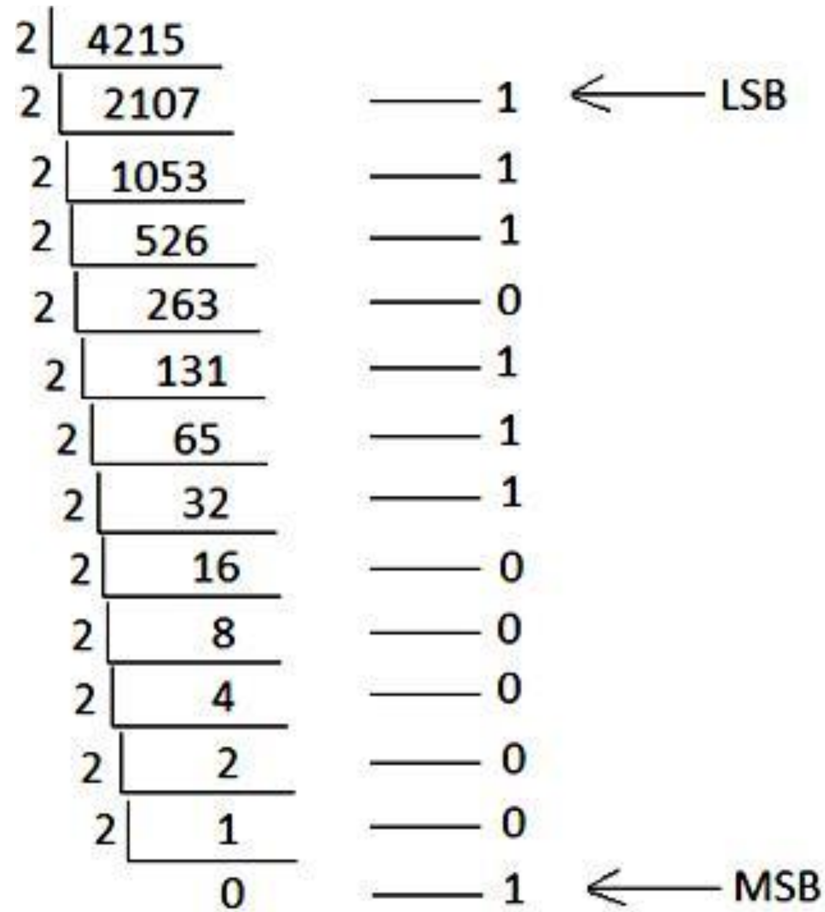
SISTEMUL BINAR

- **intuiția noastră este în baza *B = 10***
- **este folositor să abstractizăm și să considerăm baza generală *B***

- **în baza *B* avem:**
  - cifre de la *0* la *B-1* (restul se numesc numere)
  - reprezentarea este $x = \sum_{i=0}^{N-1} b_i B^i$
  - bitul b_0 se numește Least Significant Bit (LSB) iar bitul b_{N-1} se numește Most Significant Bit (MSB)
  - cum reprezentăm un număr din baza 10 în baza *B*?
    - împărțiri repetate cu *B* și păstrăm restul

SISTEMUL BINAR

- **un exemplu explicit: $(4215)_{10} = (1000001110111)_2$**



https://www.math-only-math.com/conversion-of-numbers.html

SISTEMUL BINAR

- **conversia între sisteme de numărare este foarte folositoare**

- **ce se întâmplă în baza $B = 10$?**
  - ce se întâmplă dacă vrem să trecem din baza $B_{old} = 10$ în noua bază $B_{new} = 100$?
    - câte cifre sunt în baza $B_{new} = 100$? 100
    - care sunt ciferele în baza $B_{new} = 100$? de la cifra “0” la cifra “99”
    - primesc un număr în baza 10, cum îl transform în baza 100?
    - ex: $(4837103)_{10}$ = $(\text{“4” “83” “71” “3”})_{100}$
    - cum am obținut rezultatul? doar am grupat cifre consecutive, câte două – de ce două?

Regula generală: când trecem din baza B în baza B^p trebuie doar să grupăm noul număr în câte p cifre

.

SISTEMUL BINAR

- **cineva spune: “Am cheltuit 1.000.000 de euro. O cifră enormă!”**

- **1.000.000 e număr, nu cifră**
- **când poate să fie 1.000.000 cifră?**
    - doar dacă cel care vorbește se referă la numere într-o bază numerică $B \geq 1.000.001$
    - și atunci, ar trebui să spună “1.000.000”

- **pentru ultima dată**
    - în baza $B = 10$, cifrele sunt de la “0” la “9”
    - restul sunt numere
    - conceptul se generalizează pentru orice B

SISTEMUL BINAR

- **un exemplu explicit: $(1110111000001)_2$**
  - în baza 4: $(\text{“1” “11” “01” “11” “00” “00” “01”})_4 = (1313001)_4$
  - în baza 8: $(\text{“1” “110” “111” “000” “001”})_8 = (16701)_8$
  - în baza 16 (hexazecimal): $(\text{“1” “1101” “1100” “0001”})_{16} = (1DC1)_{16}$

$\mathbf{0}_{hex}$	=	0_{dec}	=	0_{oct}	0	0	0	0
$\mathbf{1}_{hex}$	=	1_{dec}	=	1_{oct}	0	0	0	1
$\mathbf{2}_{hex}$	=	2_{dec}	=	2_{oct}	0	0	1	0
$\mathbf{3}_{hex}$	=	3_{dec}	=	3_{oct}	0	0	1	1
$\mathbf{4}_{hex}$	=	4_{dec}	=	4_{oct}	0	1	0	0
$\mathbf{5}_{hex}$	=	5_{dec}	=	5_{oct}	0	1	0	1
$\mathbf{6}_{hex}$	=	6_{dec}	=	6_{oct}	0	1	1	0
$\mathbf{7}_{hex}$	=	7_{dec}	=	7_{oct}	0	1	1	1
$\mathbf{8}_{hex}$	=	8_{dec}	=	10_{oct}	1	0	0	0
$\mathbf{9}_{hex}$	=	9_{dec}	=	11_{oct}	1	0	0	1
$\mathbf{A}_{hex}$	=	10_{dec}	=	12_{oct}	1	0	1	0
$\mathbf{B}_{hex}$	=	11_{dec}	=	13_{oct}	1	0	1	1
$\mathbf{C}_{hex}$	=	12_{dec}	=	14_{oct}	1	1	0	0
$\mathbf{D}_{hex}$	=	13_{dec}	=	15_{oct}	1	1	0	1
$\mathbf{E}_{hex}$	=	14_{dec}	=	16_{oct}	1	1	1	0
$\mathbf{F}_{hex}$	=	15_{dec}	=	17_{oct}	1	1	1	1

într-un slide anterior am spus despre “99” că este cifră în baza 100, pentru că nu am litere până la 99

pentru “99” putem continua pe lista ASCII extinsă (pornind de la F care este “15”) până ajungem la “99”: š

https://en.wikipedia.org/wiki/Binary_number

https://www.ascii-code.com/

SISTEMUL BINAR

- **numere întregi negative**
  - până acum am văzut doar numere naturale
  - ce ați face voi că să reprezentați numere negative?
  - care este prima (cea mai simplă) idee?
    - trebuie să salvăm semnul numărului
    - cât spațiu ocupă asta? 1 bit
    - deci 1 bit pentru semn, restul pentru valoarea absolută
      - 1 101 ar fi -5
      - 0 101 ar fi 5
    - cum arată "zero" reprezentat așa?
      - 1 000 ar fi -0
      - 0 000 ar fi 0
      - este redundant
    - și mai este o problemă: avem nevoie de circuite speciale pentru a face operații cu aceste numere (trebuie verificat primul bit și in funcție de asta trebuie decise operațiile)

SISTEMUL BINAR

- **numere întregi negative**

bit b_i:	1	1	1	1	0	0	0	1
2^i:	-2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

- **ce se întâmplă? MSB este negativ**

- $$x = -b_{N-1}2^{N-1} + \sum_{i=0}^{N-2} b_i 2^i$$

- **în exemplul de mai sus:**
  - $-1 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = -15$
  - 8 biți

- **acesta este sistemul de reprezentare în complement față de doi**

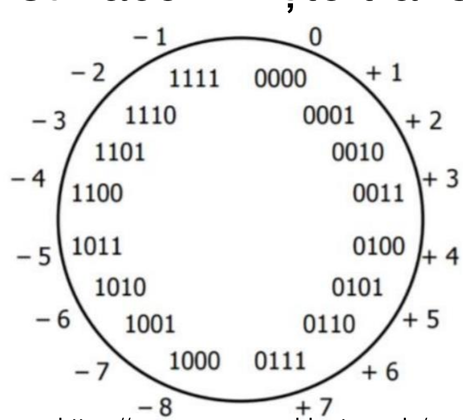
SISTEMUL BINAR

- **numere întregi negative**

bit b_i:	1	1	1	1	0	0	0	1
2^i:	-2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

- $x = -b_{N-1}2^{N-1} + \sum_{i=0}^{N-2} b_i 2^i$

- **reprezentarea se numește *în complement față de doi***
  - numerele în intervalul -2^{N-1} până la $2^{N-1} - 1$
  - se “pierde” un bit pentru semn, e optim
  - MSB este semnul, restul biților sunt valoarea
  - ca să putem folosi numere înscrise în operații aritmetice avem nevoie să facem niște transformări



complement față de doi	zecimal
0111	7
0110	6
0101	5
0100	4
0011	3
0010	2
0001	1
0000	0
1111	−1
1110	−2
1101	−3
1100	−4
1011	−5
1010	−6
1001	−7
1000	−8

https://en.wikipedia.org/wiki/Two%27s_complement

https://courses.cs.washington.edu/courses/cse351/19au/sections/03/cse351_sec03_au19.pdf

SISTEMUL BINAR

- **numere întregi negative**

bit b_i:	1	1	1	1	0	0	0	1
2^i:	-2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

- $$x = -b_{N-1}2^{N-1} + \sum_{i=0}^{N-2} b_i 2^i$$

- **cum reprezentăm un număr negativ zecimal x? (ex: x = -30)**
  - scriem |x| în binar
  - setăm MSB și inversăm restul biților
  - adunăm unu

	0	0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1	0

  - deci $(-30)_{10} = (11100010)_2$

SISTEMUL BINAR

- **numere întregi negative**

bit b_i:	1	1	1	1	0	0	0	1
2^i:	-2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

- $$x = -b_{N-1}2^{N-1} + \sum_{i=0}^{N-2} b_i 2^i$$

- **cum reprezentăm un număr binar x? (ex: x = 1011 1010)**
  - scriem x în binar

1	0	1	1	1	0	1	0

  - MSB = 1, deci x este negativ (dacă MSB = 0 atunci x e pozitiv)
  - inversăm biții
  - adăugăm unu

0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	0	0	1	1	0

  - deci $(10111010)_2 = (-70)_{10}$ (negativ, 64 + 4 + 2 = 70)

SISTEMUL BINAR

- de ce folosim acest sistem în complement față de 2?
- pentru că algoritmul de adunare este la fel ca pentru numere naturale, nu trebuie să schimbăm nimic
- circuitele anterioare care realizează adunarea naturală pot fi folosite și acum

SISTEMUL BINAR

- **operații aritmetice, numere întregi exemple**
  - numărul negativ este mai mare (magnitudine) decât cel pozitiv

	1	1	0	1	1	0	0	1	-39
	0	0	0	1	0	1	0	1	21
+	1	1	1	0	1	1	1	0	-18

- **de unde am obținut -18?**

1	1	1	0	1	1	1	0	rezultatul, primul bit e 1
0	0	0	1	0	0	0	1	inversarea de biți
0	0	0	1	0	0	1	0	plus unu

SISTEMUL BINAR

- **operații aritmetice, numere întregi exemple**
  - ambele numere sunt negative

	1	1	0	1	1	0	0	1	-39
	1	1	1	0	1	1	1	0	-18
+	1	1	0	0	0	1	1	1	-57

- **de unde am obținut -57?**

1	1	0	0	0	1	1	1	rezultatul, primul bit e 1
0	0	1	1	1	0	0	0	inversarea de biti
0	0	1	1	1	0	0	1	plus unu

SISTEMUL BINAR

- **operații aritmetice, numere întregi exemple**
  - ambele numere pozitive, mari

	0	1	1	1	0	1	1	1	119
	0	1	0	0	1	0	1	1	75
+	1	1	0	0	0	0	1	0	-62

- **intuiția, de unde am obținut -62?**
  - 119 + 75 = 194 (nu încape pe 7 biți)
  - maximum e 127, deci avem 194 - 127 = 67 “extra”
  - overflow începe după 127, după 127 este -128 (folosim un extra)
  - deci 66 extra rămași pornesc de la -128
  - deci avem -128 + 66 = -62

SISTEMUL BINAR

- **operații aritmetice, numere întregi exemple**
  - overflow la limită

	0	1	1	1	1	1	1	1	127
	0	0	0	0	0	0	0	1	1
+	1	0	0	0	0	0	0	0	-128

- **intuiția, de unde am obținut -128?**
  - 127 + 1 = 128 (nu încape pe 7 biți)
  - maximum e 127, deci avem 128 - 127 = 1 “extra”
  - overflow începe dupa 127, după 127 este -128 (folosim un extra)
  - deci 0 extra ramași pornesc de la -128
  - deci avem -128 + 0 = -128

SISTEMUL BINAR

- **operații aritmetice, numere întregi exemple**
  - ambele numere negative, mari

	1	0	0	0	1	0	0	1	-119
	1	0	1	1	0	1	0	1	-75
+	0	0	1	1	1	1	1	0	62

- **intuiția, de unde am obținut 62?**
  - -119 - 75 = -194 (nu încap pe 7 biți)
  - minimul e -128, deci avem +194 - 128 = 66 “extra”
  - underflow începe înainte de -128, înainte de -128 este 127 (folosim un extra)
  - deci 65 extra rămași pornesc de la 127
  - deci avem 127 - 65 = 62

SISTEMUL BINAR

- **extinderea numărului de biți pentru reprezentare**
  - să presupunem că avem numărul 01 11 11 reprezentat pe 6 biți
  - ni se spune că numărul este natural
  - ni se spune că putem folosi încă 2 biți pentru reprezentare
    - noua reprezentare este: 0001 1111
  - ce se întâmplă acum dacă avem numărul 10 00 11 reprezentat pe 6 biți (dar știm că suntem în complement față de doi)
  - ni se spune din nou că putem folosi încă 2 biți pentru reprezentare
    - noua reprezentare este: 0010 0011 ?
    - numărul acesta nici măcar nu este negativ (MSB este 0)
    - deci nu putem extinde cu “zero”
    - cu ce extindem? cu “unu”
    - noua reprezentare este: 1110 0011

SISTEMUL BINAR

- **înca un exemplu:**
- **extinderea numărului de biți pentru reprezentare**
  - să presupunem că avem numărul 10111 reprezentat pe 5 biți
  - trecem în baza $B = 8$
    - numărul în baza $B = 8$ este 10 111 = 27
    - dar, dacă vedem $(27)_8$ atunci am putea crede ca în binar avem 010111
    - dar 010111 este pe 6 biți și este pozitiv

    - **ideea:** când trecem din binar în baza $B = 8$ (și știm că aici implicit avem 6 biți de reprezentare) atunci extindem reprezentarea
    - deci, pornim cu 110 111
    - iar în baza $B = 8$ atunci avem 110 111 = 67

    - problema este generată de faptul ca 3 nu îl împarte exact pe 5
    - ambele variante sunt corecte: $(27)_8$ dar știi că sunt 5 biți sau $(67)_8$ și crezi că sunt 6 biți (implicit când vezi două cifre în baza $B = 8$ crezi că sunt 6 biți)

SISTEMUL BINAR

- **logica binară (0 = False, 1 = True)**
- **operații logice:**
  - NOT (negația)
  - AND (conjuncția)
  - OR (disjuncția)
  - XOR (disjuncția exclusivă)

X	NOT X
0	1
1	0

X	Y	X AND Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

X	Y	X OR Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

X	Y	X XOR Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- **pentru numere reprezentate binar operația logică se face pentru fiecare bit în parte (pentru numere pe *N* biți, sunt *N* operații)**

SISTEMUL BINAR

- **logica binară, exemplu**

	1	0	1	1	0	0	1	0	178
	0	0	1	1	0	1	1	0	54
AND:	0	0	1	1	0	0	1	0	50
OR:	1	0	1	1	0	1	1	0	182
XOR:	1	0	0	0	0	1	0	0	132

- **aparent, valorile zecimale nu au interpretare clară**
- **totuși, putem spune ceva: OR încurajează apariția de biți “1”, AND o descurajează, iar la XOR … depinde**
- **totuși, vom vedea că logica binară (în combinații interesante) ne poate spune multe și despre numere zecimale**