

Examen: Limbaje formale și automate  
Examenul din 27 iunie 2024,  
*Universitatea din București*

durata examenului: 2 ore

Nume și prenume:

Grupa:

Varianta **A**

Nota obținută la laborator:

Numele tutorelui de laborator:

Examenul este format din 10 probleme fiecare având câte 10 puncte pentru un total de 100 de puncte.

**1. (10 puncte)** Considerăm numele de familie al dumneavoastră și “spargem” acest cuvânt în grupuri de câte două litere cu un eventual ultim grup de 3 litere în mulțimea  $N$ . Spre exemplu, pentru numele *Ionescu* vom avea  $N = \{io, ne, scu\}$ . Considerăm limbajul  $N^*$ , dați un exemplu de cuvânt de 10 litere care aparține lui  $N^*$  și un cuvânt de 10 litere care nu aparține lui  $N^*$ .

$w_1 \in N^*$  de 10 litere,  $w_1 =$

$w_2 \notin N^*$  de 10 litere,  $w_2 =$

Spuneți dacă următoarele patru afirmații sunt adevărate sau nu, justificați pe scurt răspunsul.

**2.a (5 puncte)** Fie limbajele  $L_1, L_2, L_3, L_4$  cu proprietatea că  $L_1 \cdot L_2 = L_3 \cdot L_4$  și  $L_1, L_2, L_3 \in REG$ . Avem așadar că  $L_4 \in REG$ . Unde  $REG$  este familia limbajelor regulate (recunoscute de expresii regulate).  $A \cdot B$  este concatenarea a două limbaje.

Afirmația este ADEVARATĂ/FALSĂ (încercuiți varianta corectă și apoi justificați răspunsul)

**2.b (5 puncte)** Fie limbajele  $L_1, L_2, L_3, L_4$  cu proprietatea că  $L_1 \cdot L_2 = L_3 \cdot L_4$  și  $L_1, L_2, L_3 \in CF$ . Avem așadar că  $L_4 \in CF$ . Unde  $CF$  este familia limbajelor independente de context (recunoscute de gramatici independente de context).  $A \cdot B$  este concatenarea a două limbaje.

Afirmația este ADEVARATĂ/FALSĂ (încercuiți varianta corectă și apoi justificați răspunsul)

**3.a (5 puncte)** E decidabil dacă un DFA acceptă toate cuvintele de lungime multiplu de 5.

Afirmația este ADEVARATĂ/FALSĂ (încercuiți varianta corectă și apoi justificați răspunsul)

**3.b (5 puncte)** E decidabil dacă un PDA cu acceptare cu stivă vidă acceptă cel puțin un cuvânt de lungime multiplu de 7.

Afirmația este ADEVARATĂ/FALSĂ (încercuiți varianta corectă și apoi justificați răspunsul)

**4. (10 puncte)** a) Construiți un NFA care să nu fie DFA și care are cel puțin 7 stări accesibile din starea inițială dintre care cel puțin două să fie finale, are cel puțin 3 bucle și cel puțin un circuit de lungime minim 4 (pot exista și alte circuite mai scurte).

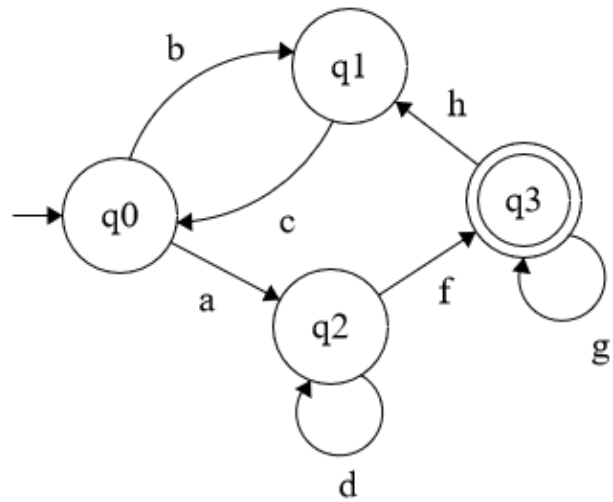
b) Să se construiască o gramatică regulată echivalentă cu automatul de la punctul a) (explicați pașii din construcție).

Nume și prenume:

grupa:

**5. (10 puncte)** Folosind algoritmul de la curs/seminar, transformați următorul automat finit într-o expresie regulată echivalentă (faceți desenele și pentru pașii intermediari).

ALTERNATIV pentru 5 puncte: Desenați o mașină Turing care să accepte următorul limbaj  $L = \{a^{n+1}b^{2n} \mid n \geq 0\}$ .



**6.a (5 puncte)** Fie limbajul  $L = \{a^n b^k | 3 \leq n < k\}$ . Spuneți dacă următoarele perechi de cuvinte sunt sau nu echivalente conform  $L$ . În caz că sunt echivalente justificați pe scurt afirmația, iar în caz de neechivalență dați un cuvânt care să facă "diferența" între cele două cuvinte.

$a^5 b^5$        $\lambda$

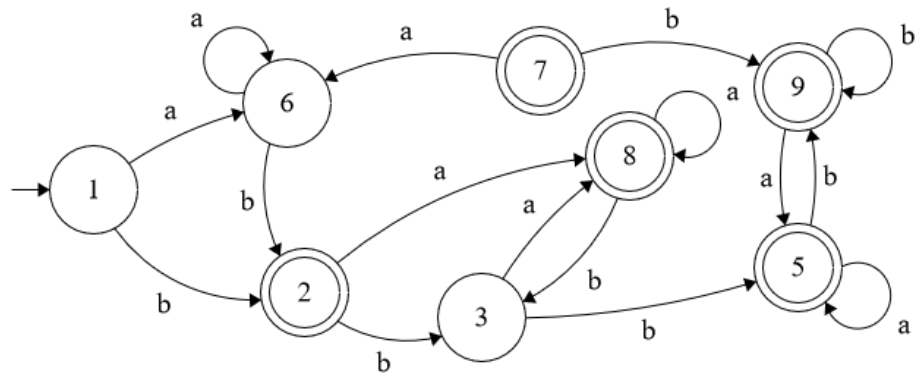
$a^6 b^4$        $a^7 b^5$

$a^3 b^3$        $a^4 b^4$

$a^5 b^4$        $a^4 b^4$

$a^5$        $a^5 b$

**6.b (5 puncte)** Considerați DFA-ul următor, precizați care sunt echivalențele din acest automat și dați automatul minimal echivalent.



Nume și prenume:

grupa:

**7. (10 puncte)** Construiți și descrieți funcționarea unui automat pushdown (PDA) pentru limbajul

$$L = \{a^n b^{2n+1} | n \geq 0\} \cup \{a^{3n} b^n | n \geq 1\} \cdot \{a^2 b, a^2 b^3, a^2 b^4, a^2 b^5\}$$

ALTERNATIV pentru 5 puncte:  $L = \{0^m 1^{m+2} 2^n | m, n \geq 2\} \cup \{010\}$

**8. (10 puncte)** Spuneți dacă limbajul următor este independent de context sau nu; dacă da, construiți o gramatică independentă de context care să îl genereze, dacă nu, demonstrați folosind eventual lema de pompă că limbajul nu este independent de context.

$$L = \{a^{k+l}b^m a^{k+m+n}b^l \mid k, l, m, n \geq 1\} \cdot \{c^i d^j \mid i \neq 2j\}$$

ALTERNATIV pentru max 5 puncte:  $L = \{0^{2k}1^{3k}0^{5k}11 \mid k \geq 2\}$ .

Nume și prenume:

grupa:

**9. (10 puncte)** Spuneți dacă limbajul următor este sau nu regulat. Dacă limbajul este regulat construiți un automat finit determinist care să îl accepte, dacă nu, demonstrați folosind eventual lema de pompare pentru REG că limbajul nu este regulat  $L = \{a^n b | n \leq 15\} \cdot \{bba^i b^j a^{i+j} \mid i, j \geq 3\}$   
ALTERNATIV pentru max 5 puncte:  $L = \{1^k 0^l 1^{2m+3} 0^l \mid k, l, m \geq 3\}$ .

**10. (10 puncte)** Spuneți dacă limbajul următor este independent de context sau nu; dacă da, construiți o gramatică independentă de context care să îl genereze, dacă nu, demonstrați folosind eventual lema de pompare că limbajul nu este independent de context.

$$L = \{a^n b^m c^r \mid n \geq m \geq r \geq 150\} \cdot \{a^i b^j \mid i \neq 2j\}$$

ALTERNATIV pentru max 5 puncte:  $L = \{w \mid w \in \{0, 1, 2\}^*, |w|_0 \neq 2|w|_1 \text{ și } |w|_2 = |w|_0 + |w|_1\}$ .



CIORNĂ: vA1

Nume și prenume:

grupa:

BONUS1. (5 puncte) Există  $L_1 \in CF - REG$ ,  $L_2 \in REG$  astfel încât  $L_1 \subseteq L_2 \subseteq \{a\}^*$ ?

**BONUS2. (5 puncte)** Notăm cu DCF clasa limbajelor acceptate de automate push-down cu stări finale și cu SDCF clasa limbajelor acceptate de automate push-down deterministe cu stivă vidă. Este adevărat că  $DCF - SDCF = \emptyset$ ? Justificați răspunsul.



CIORNĂ: vA2

Nume și prenume:

grupa:

