

Lista tutoriat 7

1) Determinați:

a) $\int_e^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^{\frac{3}{2}}} dx$ b) $\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} dx$

2) Folosind eventual funcțiile Γ și B determinați:

a) $\int_0^{\infty} x^3 e^{-3x} dx$ b) $\int_0^{\infty} x e^{-x^4} dx$ c) $\int_0^{\infty} x^4 e^{-x^2} dx$

d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\frac{3}{2}} (\cos x)^{\frac{1}{2}} dx$

3) Fie $a \in \mathbb{R}$ și $f: [a, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție derivabilă de două ori astfel încât integrala improprie $\int_a^{\infty} f(x) f''(x) dx$ este convergentă și limita $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) f'(x))$ este limită.

Arătați că integrala improprie $\int_a^{\infty} (f'(x))^2 dx$ este convergentă.

4) Studiați convergența integralei improprii

$\int_1^{\infty} \left(\frac{\cos x + \sin x}{x} - \frac{(x+1)\sin x}{x^2} \right)^2 dx.$