

# Algoritmi Fundamentali

Ruxandra Marinescu & Marius Dumitran

[marius.dumitran@unibuc.ro](mailto:marius.dumitran@unibuc.ro)

# Programa



# Programa (Grafuri + Stringuri)

- Parcurgeri
- Secvențe de grade
- Conectivitate
- Arbori, arbori parțiali de cost minim
- Drumuri minime
- Fluxuri în rețele de transport
- Cuplaje
- Grafuri planare
- Kmp ???
- Dinamici pe șiruri de caractere

# Obiectiv general

- Dezvoltarea gândirii algoritmice prin familiarizarea cu algoritmi fundamentali de grafuri și siruri de caractere și aplicații ale acestora și cu noi tipuri de abordare ale problemelor dificile de algoritmică

# Obiective specifice

- Prezentarea principalelor noțiuni și rezultate + utilitatea acestora**
- Modelarea problemelor cu ajutorul grafurilor și elaborarea de algoritmi de grafuri pentru rezolvarea acestora**
- Justificarea corectitudinii algoritmilor propuși + estimarea eficienței acestora**
- Implementarea eficientă a algoritmilor**

# Motivații

- Este un domeniu fundamental
- Apar în numeroase aplicații în diverse domenii
- Sunt folosiți în procesarea imaginilor, bioinformatică, rețele, baze de date, proiectare, strategii
- Există instrumente pentru a dezvolta algoritmi eficienți
- Apar des la interviuri
- Vor apărea în cursuri viitoare

# Structura cursului

## □ Curs

- 2 ore pe săptămână
- finalizat cu examen scris

## □ Laborator

- 2 ore la două săptămâni
- limbaje de programare: C / C++ / Python ??
- Finalizat cu examen de laborator dat **1 singura data pe an**

## □ Seminar

- 2 ore la două săptămâni
- discuții probleme curs / laborator, calcul complexități, exerciții

# Evaluare



# Evaluare

- Laborator 30% (+0.5p bonus)
  - ~~Nota minim 5~~
  - Examen Laborator 10p
  - Teme (2p)
    - Nota maxim 10 la laborator (10 -> inseamna 30% din nota finala)
    - Nu mai este obligatoriu minim 5 dar o sa va fie greu fara el!
- Seminar 10-20% + 0.5p bonus
  - Prezentă, activitate, teme

# Evaluare

- Examen 50-60%
  - Nota **minim 5**
  - Scris
- **Medie minim 5.50-5**
- Donăm contăm
  - O donare de sânge ne dă o prezență în plus la seminar



# Bibliografie



# Bibliografie - curs

- Douglas B. West, **Introduction to Graph Theory**, Prentice Hall 1996, 2001
- J.A. Bondy, U. S. R Murty, **Graph theory with applications**, The Macmillan Press 1976 / Springer 2008
- Dragoș-Radu Popescu, **Combinatorică și teoria grafurilor**, Editura Societatea de Științe Matematice din România, București, 2005

# Bibliografie - curs + seminar

- Dragoș-Radu Popescu, R. Marinescu-Ghemeci, **Combinatorică și teoria grafurilor prin exerciții și probleme**, Editura Matrixrom, 2014
- Ioan Tomescu, **Probleme de combinatorică și teoria grafurilor/ Problems in Combinatorics and Graph Theory**

# Bibliografie - algoritmi + laborator

- Jon Kleinberg, Éva Tardos, **Algorithm Design**, Addison-Wesley, 2005  
<http://www.cs.princeton.edu/~wayne/kleinberg-tardos/>
- T.H. Cormen, C.E. Leiserson, R.R. Rivest, **Introducere în algoritmi**, MIT Press, trad. Computer Libris Agora
- H. Georgescu, **Tehnici de programare**, Editura Universității din București, 2005

# Bibliografie

- coursera.org
- infoarena.ro
- csacademy.com

# Resurse

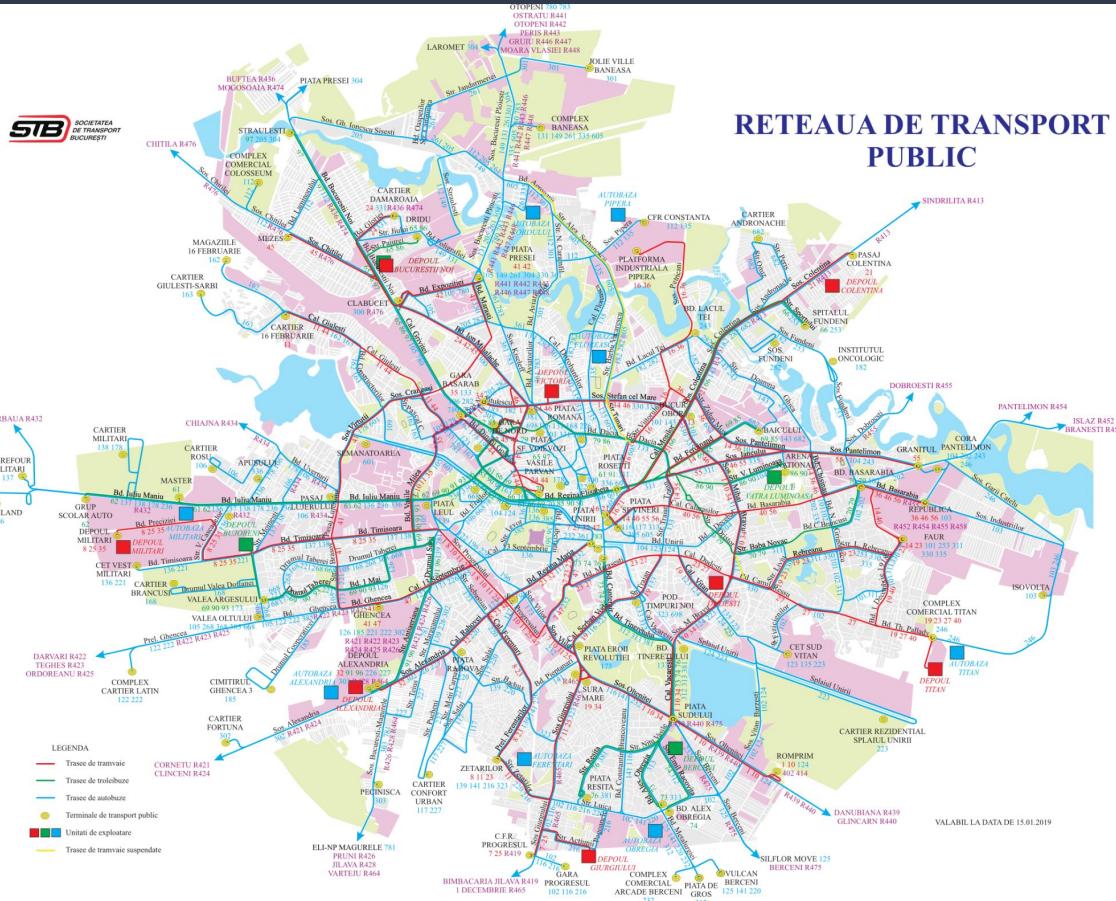
- O să fie pe [teams](#).
- Consultații
  - [marius.dumitran@unibuc.ro](mailto:<u>marius.dumitran@unibuc.ro</u>)
  - Sau vorbiți cu profesorii de laborator/seminar

# Aplicații ale grafurilor

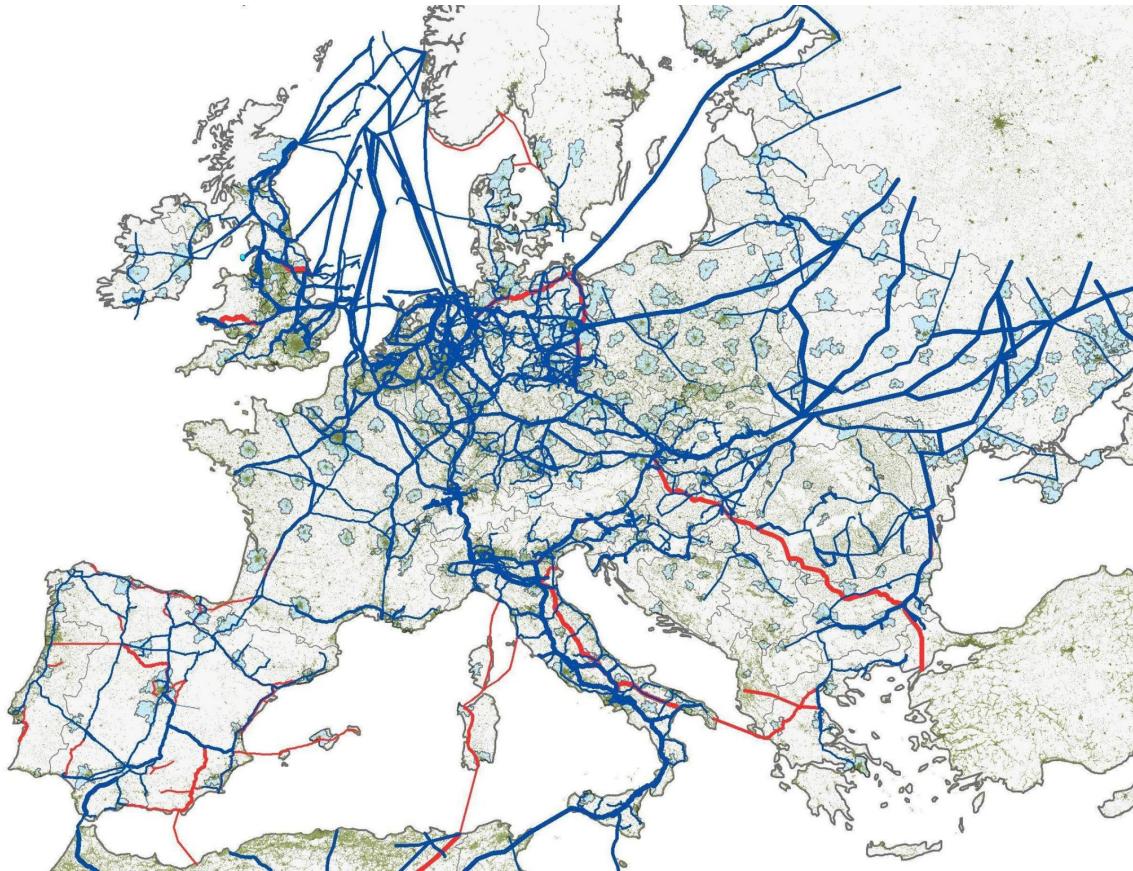


# Rețele de transport în comun, trasee turistice, GPS

<https://nonstopb>



# Rețele de transport în comun, trasee turistice, GPS



[https://britishbusinessenergy.co.uk/  
blog/europe-natural-gas-network/](https://britishbusinessenergy.co.uk/blog/europe-natural-gas-network/)

# Analiza rețelelor

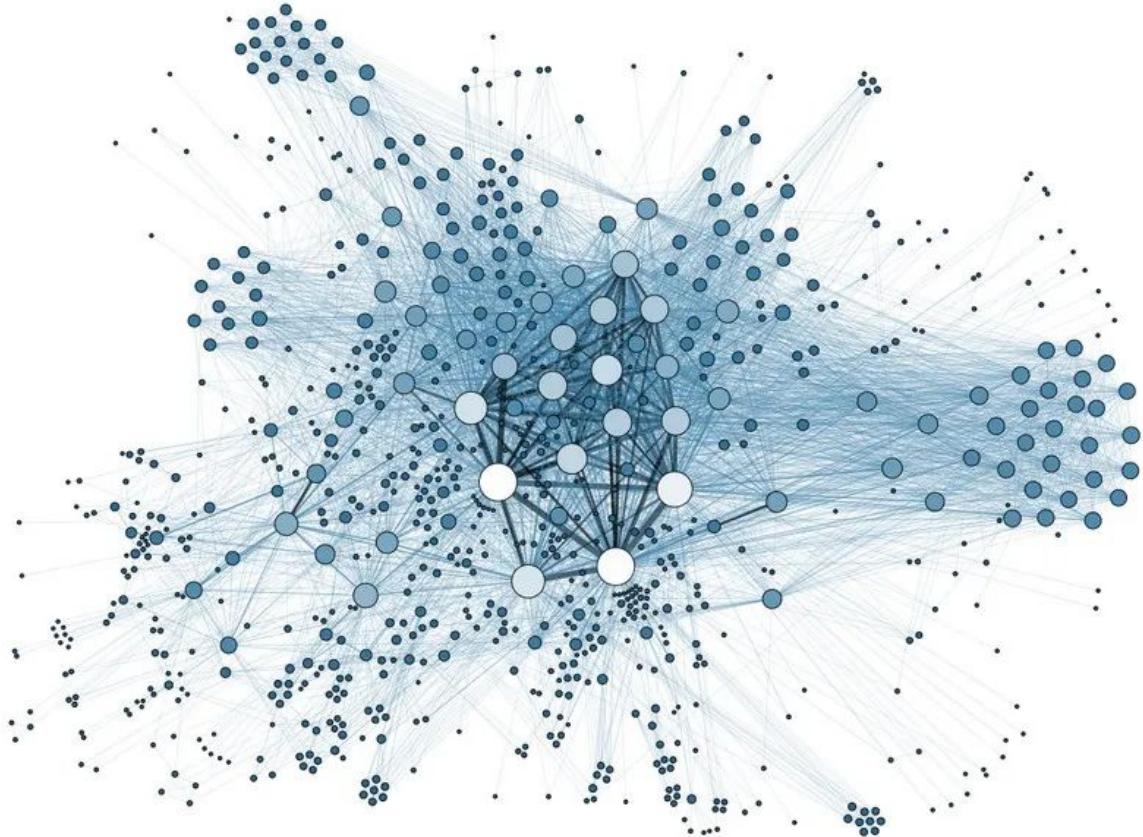
## □ Interacțiuni

- Rețele sociale
- Rețele biologice
- Rețele de citări, de știri, de spionaj etc



<https://github.com/XinyueTan/Social-Network-Analysis->

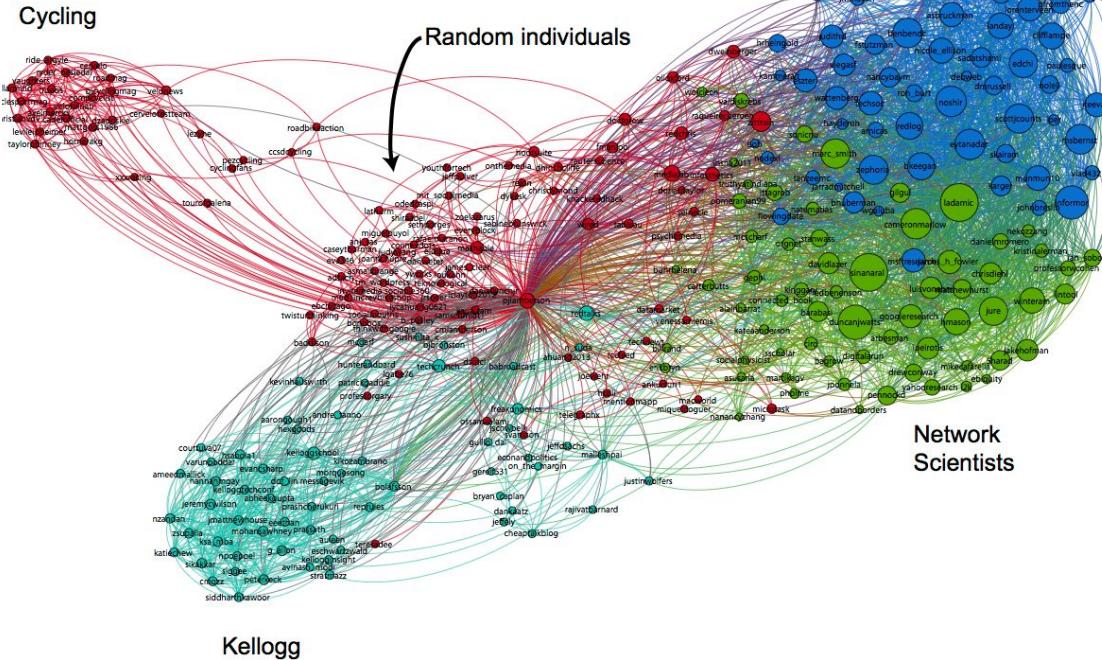
# Software pentru vizualizarea și analiza rețelelor



[mation-visualization](#)

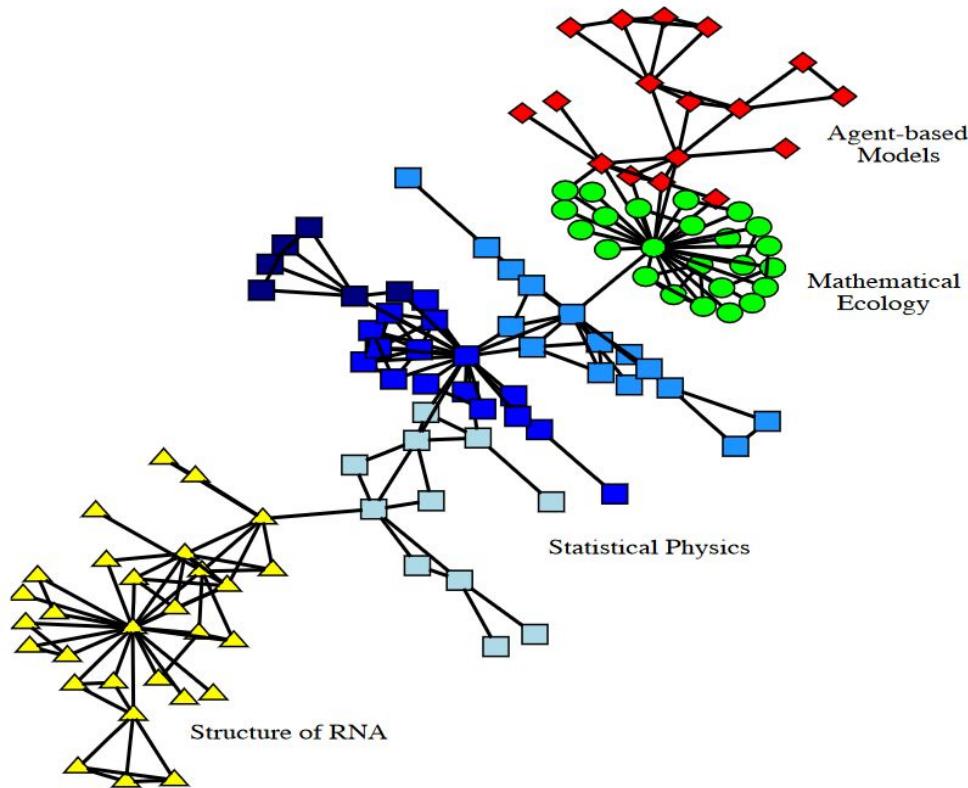
# Rețele sociale

<http://social-dynamics.org/twitter-network-data/>



# Rețele sociale

R  
C



ul Santa Fe

3

Santo Fortunato, **Community detection in graphs**, Physics Reports  
486 (2010) 75–174

<https://arxiv.org/pdf/0906.0612.pdf>

# Rețele

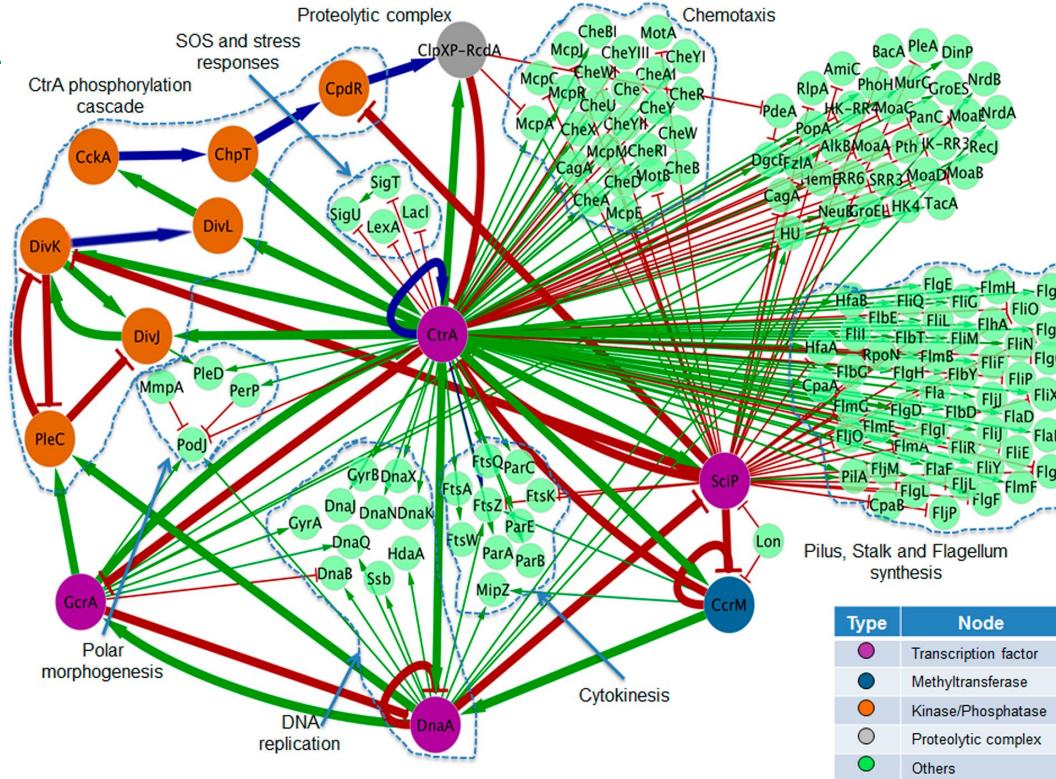
- **Rețele de știri - detectarea de știri false**
  - <https://neo4j.com/blog/machine-learning-graphs-fake-news-epidemic-part-2/>
  - <https://cambridge-intelligence.com/detecting-fake-news/>
- **Rețele de teroriști**
  - Palantir :)

# Bioinformatică

- Grafuri de interacțiuni între gene/proteine
  - [https://domaingraph.bioinf.mpi-inf.mpg.de/docu/dg\\_network.php](https://domaingraph.bioinf.mpi-inf.mpg.de/docu/dg_network.php)
- Clustering
- Grafuri de intersecție, grafuri De Bruijn
- Arbori filogenetici

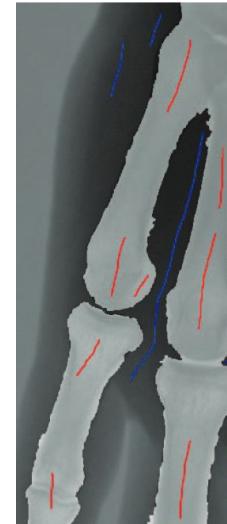
# Bioinformatică

<https://openi.nlm.nih.gov/d>



# Image segmentation

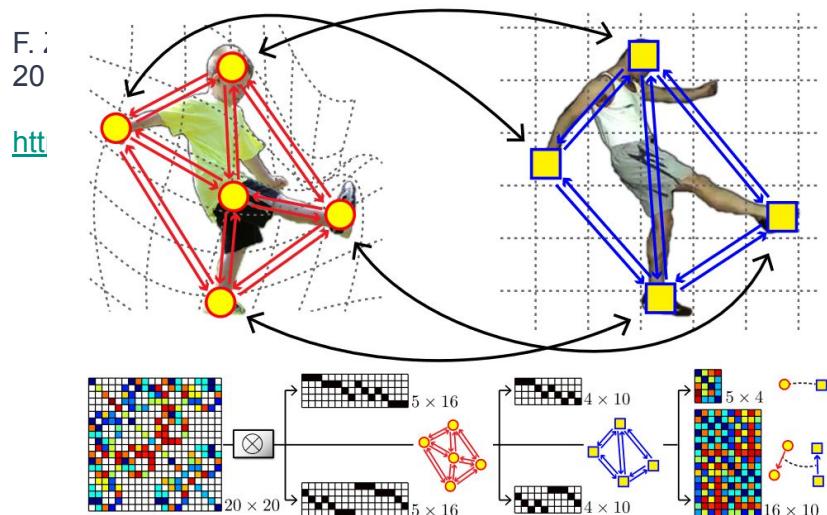
- tăietură minimă - fluxuri în rețele de transport
- medicină



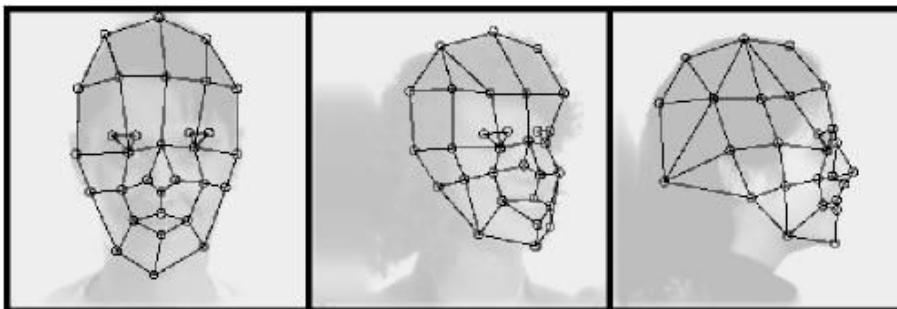
**Spatially Varying Color Distributions for Interactive Multi-Label Segmentation** (C. Nieuwenhuis, D. Cremers), In IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, volume 35, 2013

[https://vision.in.tum.de/\\_media/spezial/bib/nieuwenhuis-cremers-pami12\\_2.pdf](https://vision.in.tum.de/_media/spezial/bib/nieuwenhuis-cremers-pami12_2.pdf)

# Computer vision



Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR),



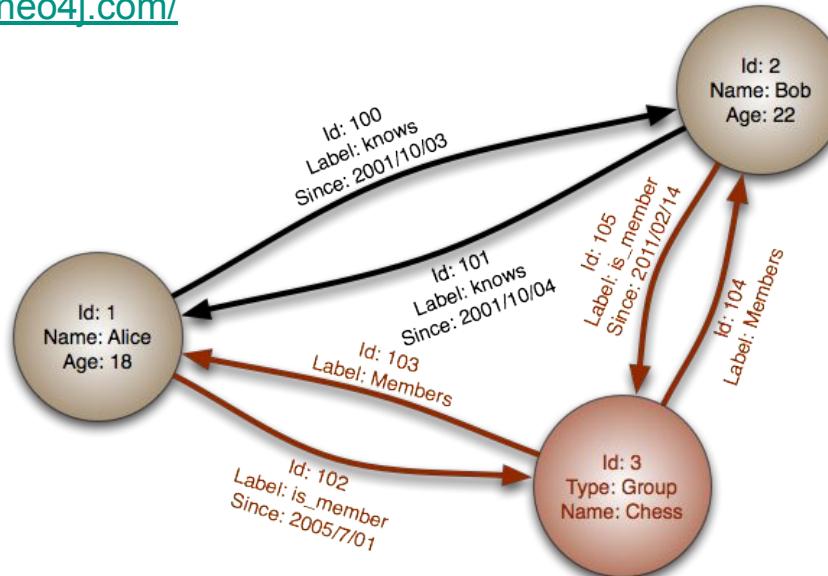
**Face recognition by elastic bunch graph matching**

<https://www.ini.rub.de/PEOPLE/wiskott/Projects/EGMFaceRecognition.html>

# Baze de date

## □ Graph database

- Neo4J: <https://neo4j.com/>



[https://en.wikipedia.org/wiki/Graph\\_database](https://en.wikipedia.org/wiki/Graph_database)

# Probleme de planificare, orar

**Exemplu:** Care este numărul minim de săli necesare pentru programarea într-o zi a n conferințe cu intervale de desfășurare date?

Conf. 1: interval **(1,4)**

Conf. 2: interval **(2,3)**

Conf. 3: interval **(2,5)**

Conf. 4: interval **(6,8)**

Conf. 5: interval **(3,8)**

Conf. 6: interval **(6,7)**

# Probleme de planificare, orar

**Exemplu:** Care este numărul minim de săli necesare pentru programarea într-o zi a n conferințe cu intervale de desfășurare date?

Conf. 1: interval **(1,4)**

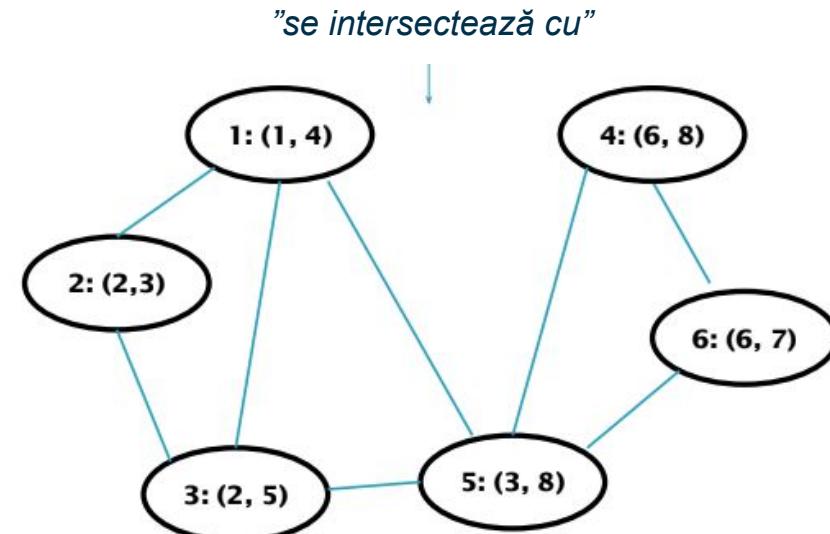
Conf. 2: interval **(2,3)**

Conf. 3: interval **(2,5)**

Conf. 4: interval **(6,8)**

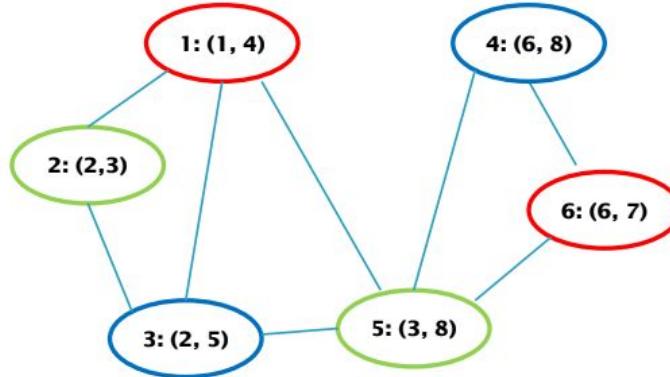
Conf. 5: interval **(3,8)**

Conf. 6: interval **(6,7)**



# Probleme de planificare, orar

Graful intersecției intervalor este **3-colorabil**



Sunt necesare minim **3 săli** (corespunzătoare celor 3 culori):

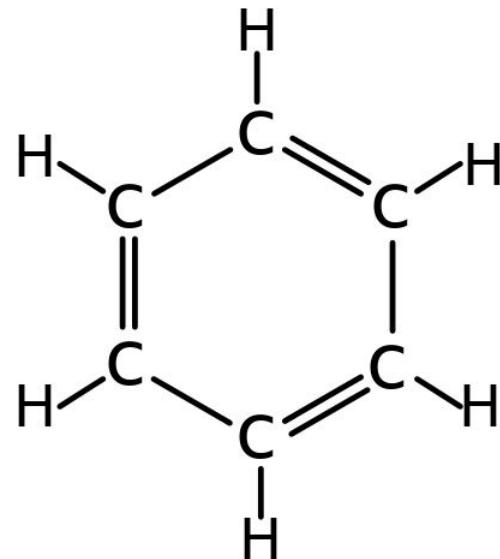
**Sala 1:** (1, 4), (6, 7)

**Sala 2:** (2, 3), (3, 8)

**Sala 3:** (2, 5), (6, 8)

# Chimie

- Graf ← "notație grafică" din chimie
  - J. Silvester, 1878



# Matematică

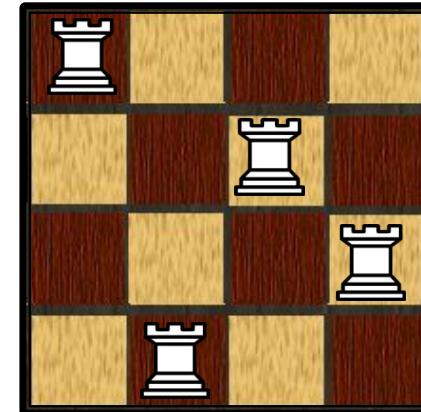
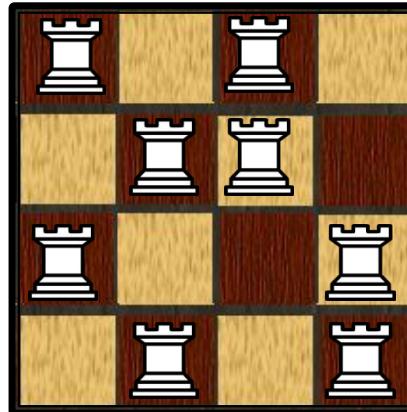
- Demonstrarea unor rezultate matematice
  - Matrice → graf
  - Diagonală / Matrice de permutări - cuplaj

# Probleme

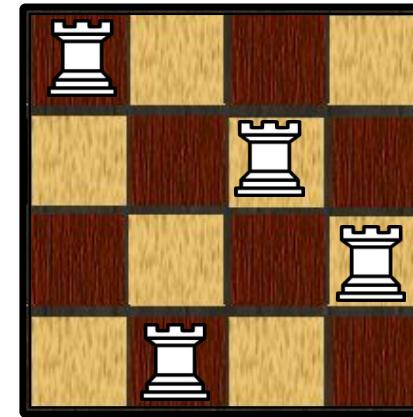
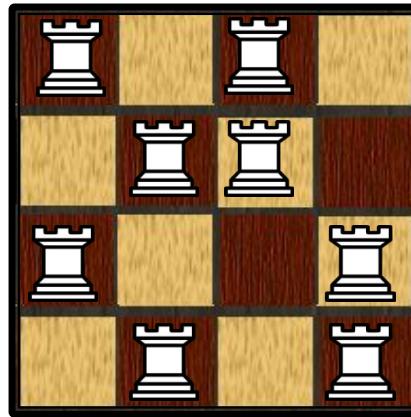


# Probleme

Pe o tablă de tip șah de dimensiuni  $n \times n$  sunt așezate ture. Găsiți numărul maxim de ture care nu se atacă două câte două.



# Probleme



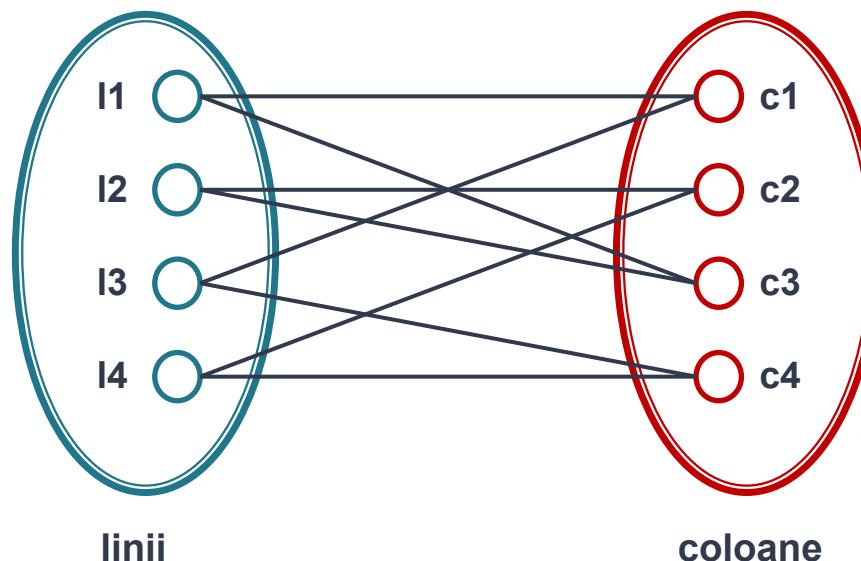
$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

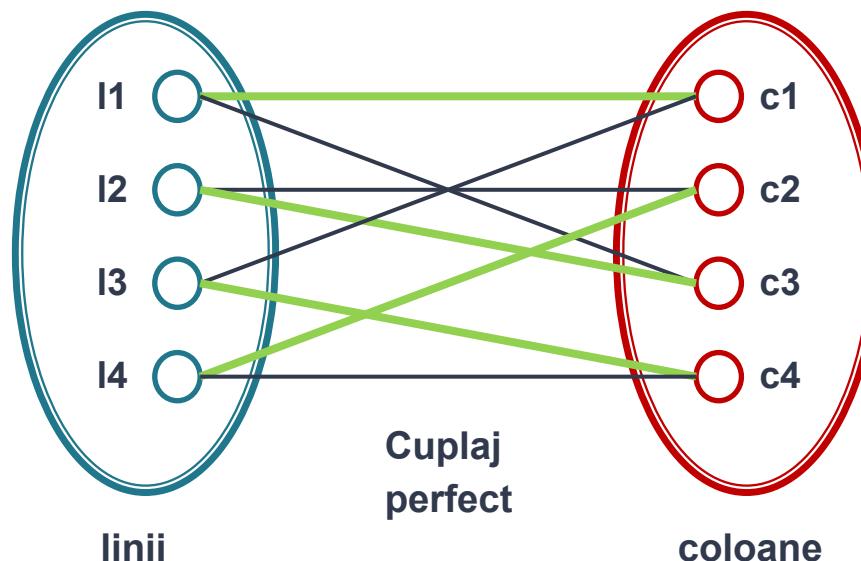
# Probleme

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \xrightarrow{\hspace{1cm}} \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



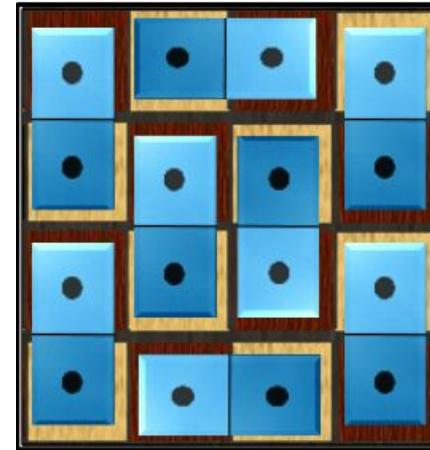
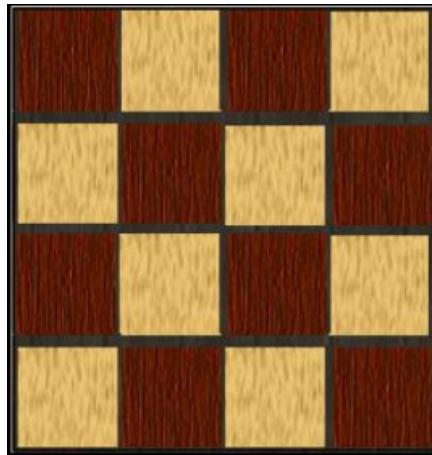
# Probleme

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \xrightarrow{\hspace{1cm}} \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



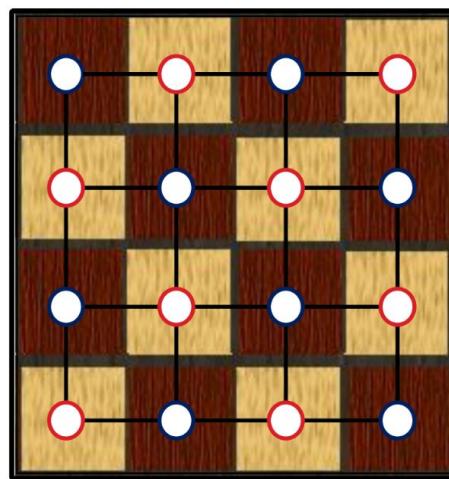
# Probleme

Acoperirea unei table cu piese de domino



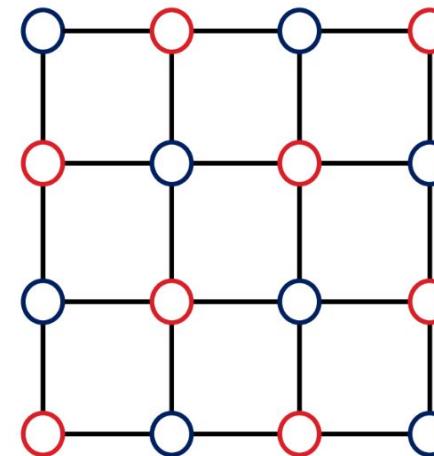
# Probleme

# Tabla



2

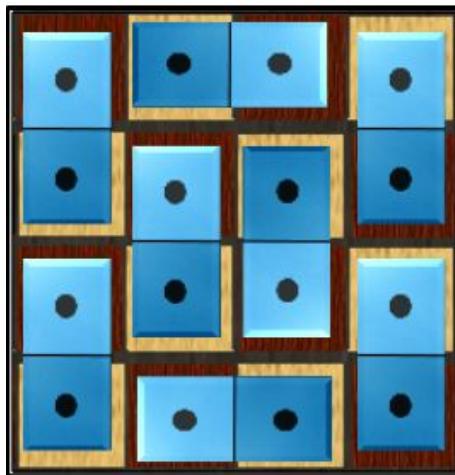
## Graful grid



# Probleme

Tabla

Acoperire

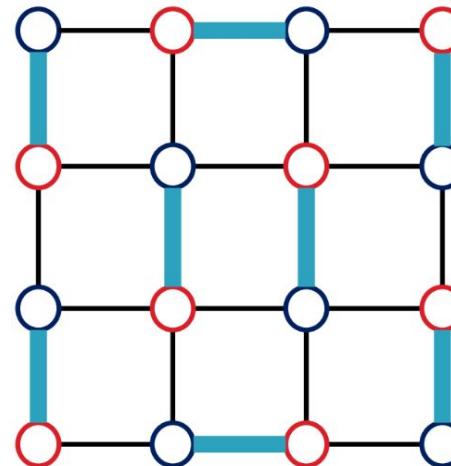


⇒

Graful grid

⇒

Cuplaj perfect



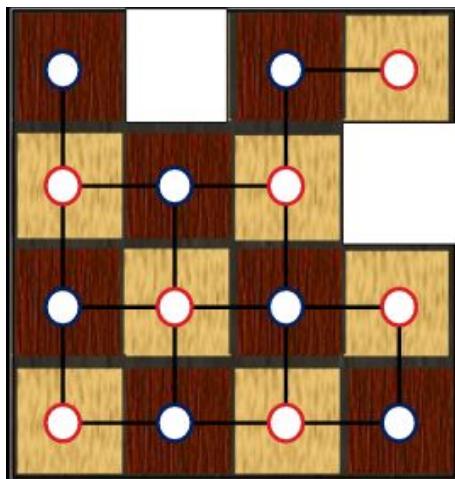
# Probleme

## Acoperirea unei table cu piese de domino

- Tabla poate fi acoperită  $\Leftrightarrow m \times n$  par
- Dacă tabla de șah poate fi acoperită, dar eliminăm două pătrățele din ea, în ce condiții rămâne acoperibilă?

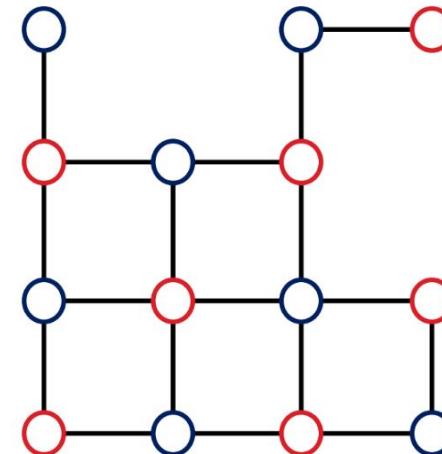
# Probleme

Tabla



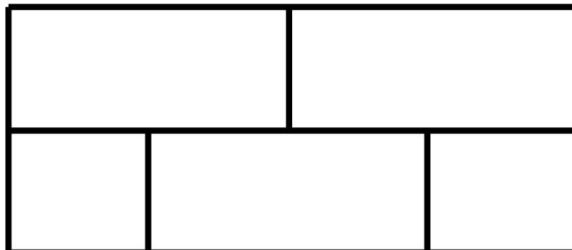
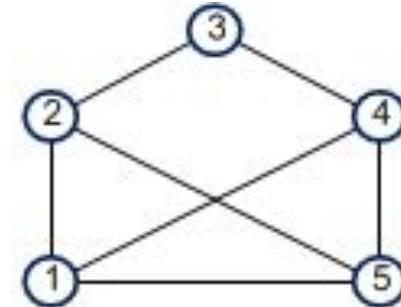
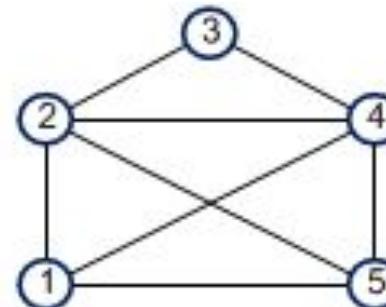
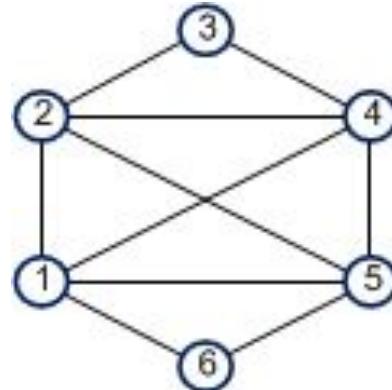
⇒

Graful grid



# Probleme

Se poate desena diagrama printr-o curbă continuă închisă, fără a ridica pixul de pe hârtie și fără a desena o linie de două ori?



Există o linie continuă, neînchisă, care să intersecteze, în interior, fiecare segment, o singură dată?

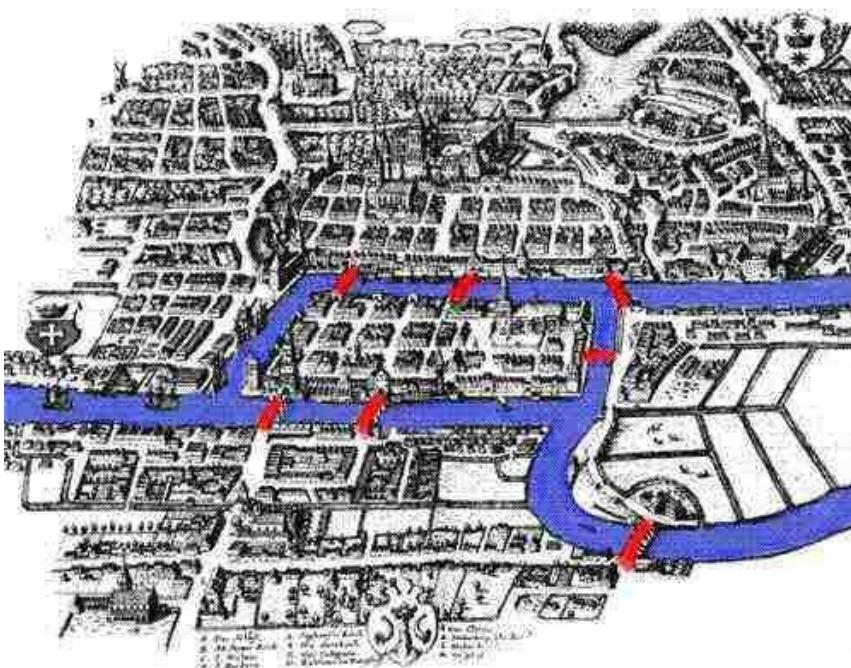
# Alte aplicații

- Rețele de calculatoare
- Limbaje formale
- Probleme de planificări, repartiții etc
- Teoria jocurilor

# Istoric



# Problema celor 7 poduri din Königsberg

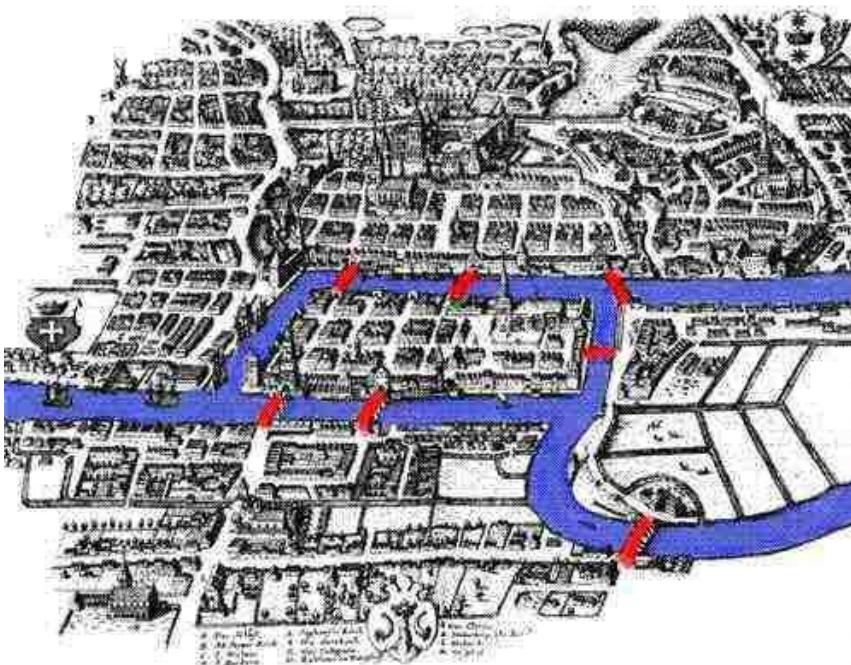


care să se acă pe toate cele 7 poduri, o singură



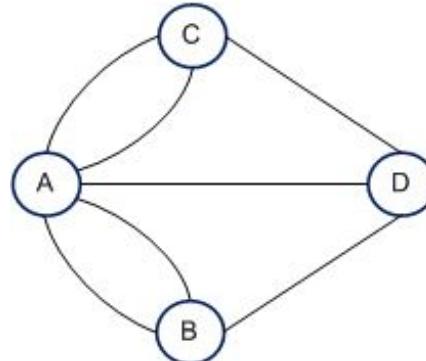
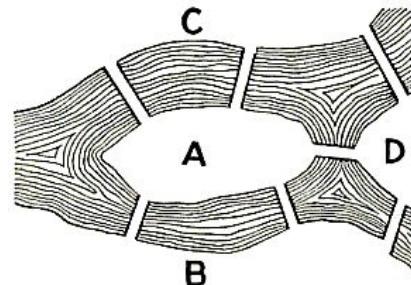
<https://www.maa.org/book/export/html/116597>

# Problema celor 7 poduri din Königsberg

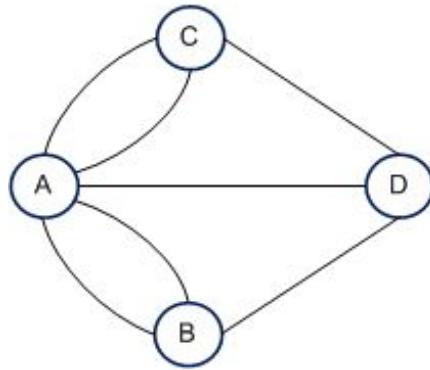


<https://www.maa.org/book/export/html/116597>

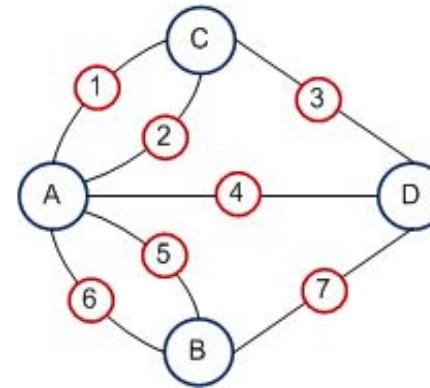
**Modelare:**



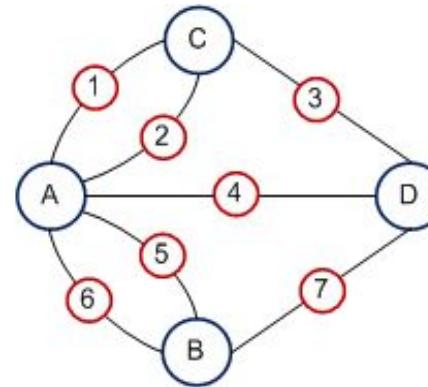
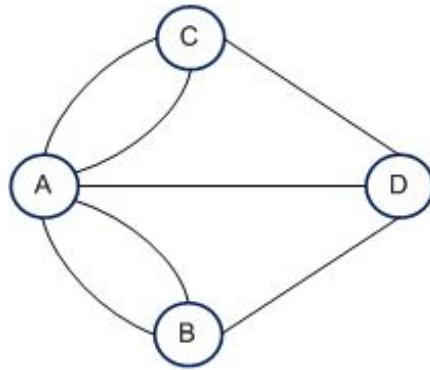
# Problema celor 7 poduri din Königsberg



Multigraf



# Problema celor 7 poduri din Königsberg



□ 1736 - Leonhard Euler

*Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*

**Ciclu eulerian** - traseu închis care trece o singură dată prin toate muchiile

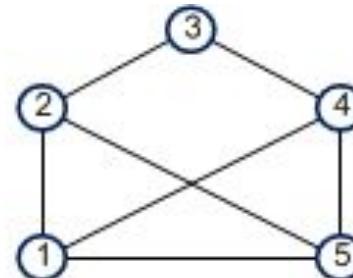
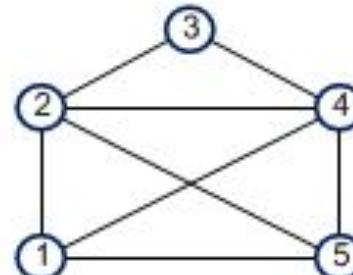
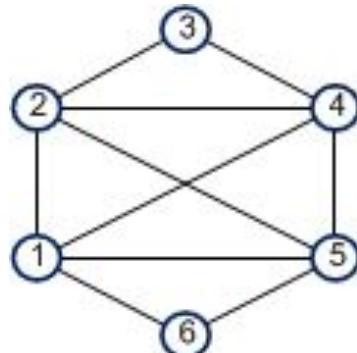
**Graf eulerian** - graf care conține un ciclu eulerian

# Problema celor 7 poduri din Königsberg

## Interpretare

Se poate desena diagrama printr-o curbă continuă închisă, fără a ridica pixul de pe hârtie și fără a desena o linie de două ori (în plus: să terminăm desenul în punctul în care l-am început)?

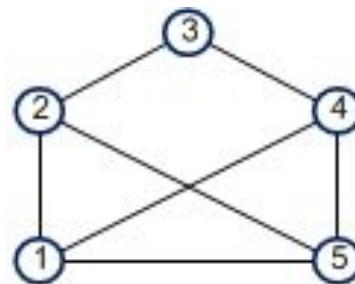
- tăierea unui material



# Problema celor 7 poduri din Königsberg

## Interpretare

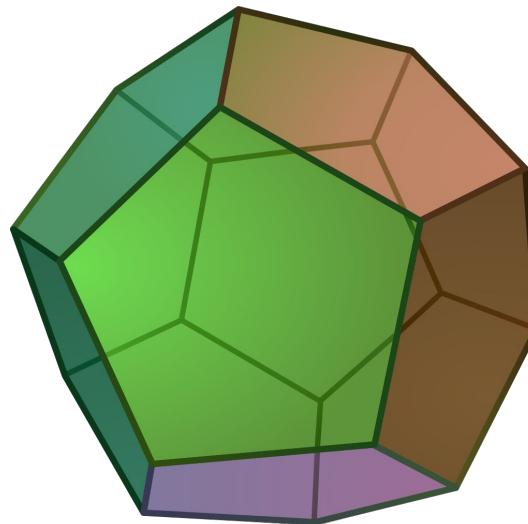
De câte ori (minim) trebuie să ridicăm pixul de pe hârtie pentru a desena diagrama?



# Jocul icosian

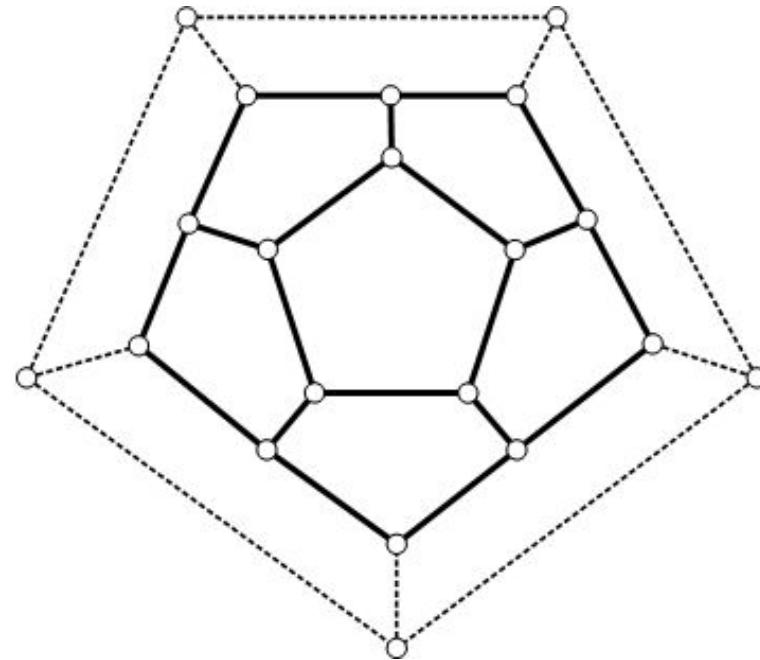
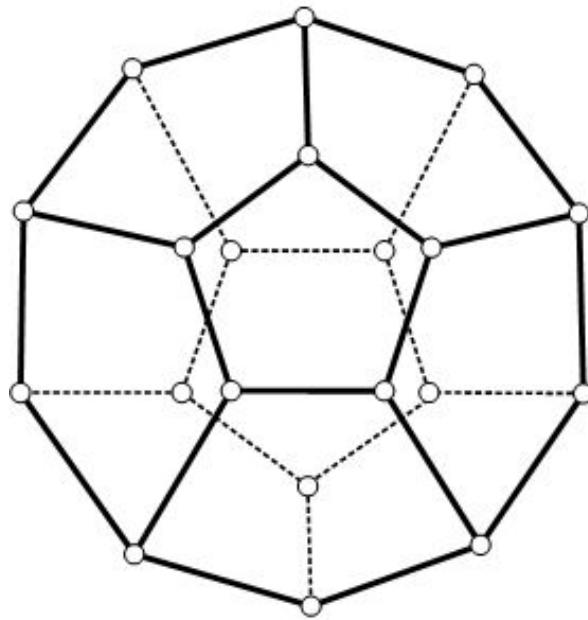
- 1856 - **Hamilton** - "voiaj în jurul lumii"

Există un traseu închis pe muchiile dodecaedrului care să treacă prin fiecare vârf o singură dată?

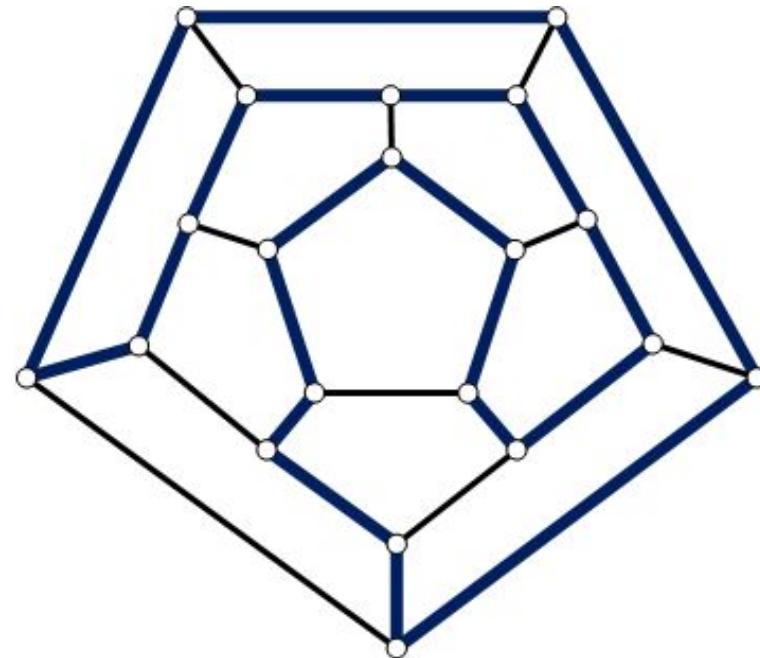
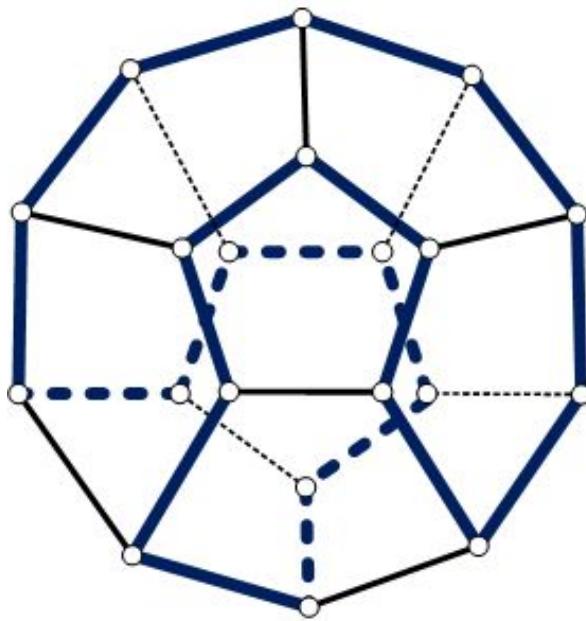


<https://ro.wikipedia.org/wiki/Dodecaedru>

# Jocul icosian



# Jocul icosian



# Jocul icosian

**Ciclu hamiltonian** - trece o singură dată prin toate vârfurile

**Graf hamiltonian** - graf care conține un ciclu hamiltonian

**Problema comis-voiajorului**

# Problema celor 4 culori

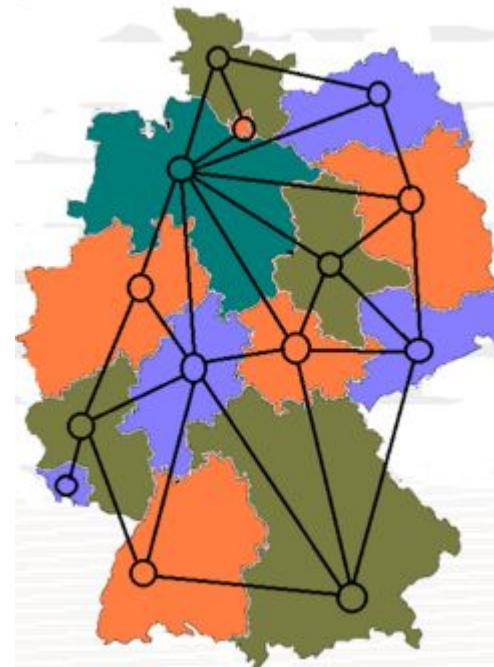
- 1852 - DeMorgan - "Problema celor 4 culori"



Se poate colora o hartă cu patru culori, astfel încât orice două țări, care au frontieră comună și care **nu se reduc la un punct**, să aibă culori diferite?

# Problema celor 4 culori

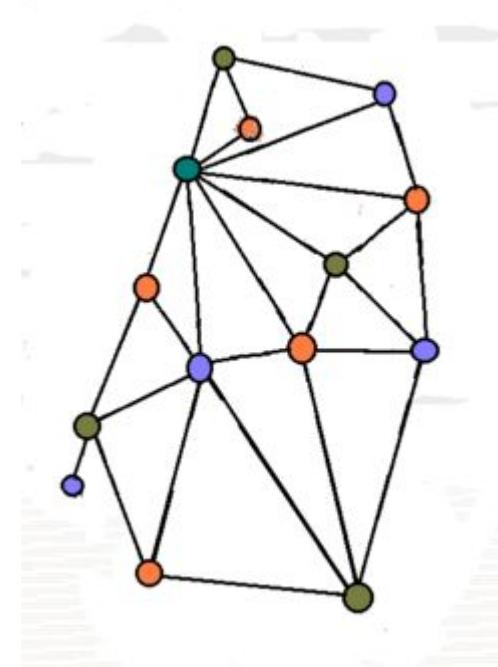
- 1852 - DeMorgan - "Problema celor 4 culori"



[https://en.citizendium.org/wiki/Four\\_color\\_theorem](https://en.citizendium.org/wiki/Four_color_theorem)

# Problema celor 4 culori

- 1852 - DeMorgan - "Problema celor 4 culori"



[https://en.citizendium.org/wiki/Four\\_color\\_theorem](https://en.citizendium.org/wiki/Four_color_theorem)

# Problema celor 4 culori

- **Problema celor 4 culori - Appel și Haken au răspuns afirmativ, în 1976, cu ajutorul calculatorului**

