Datan pakkausohjelma

Teemu Pitkänen

Helsinki 6.3.2015

HELSINGIN YLIOPISTO
Tietojenkäsittelytieteen laitos

HELSINGIN YLIOPISTO — HELSINGFORS UNIVERSITET — UNIVERSITY OF HELSINKI

Tiedekunta — Fakultet — Faculty	Laitos — Institution — Department
Matemaattis-luonnontieteellinen tiedekunta	Tietojenkäsittelytieteen laitos

Tekijä — Författare — Author
Teemu Pitkänen

Työn nimi — Arbetets titel — Title

Datan pakkausohjelma

Oppiaine — Läroämne — Subject
Tietojenkäsittelytiede

Työn laji — Arbetets art — Level	Aika — Datum — Month and year	Sivumäärä — Sidoantal — Number of pages
Aineopintojen harjoitustyö	6.3.2015	0 sivua + 9 liitesivua

Tiivistelmä — Referat — Abstract

Tässä dokumentissa esitellään aineopintojen harjoitustyönä toteutettu kolmitasoinen pakkausohjelma. Ohjelma pohjautuu kolmeen hyvin tunnettuun pakkaus- ja muunnosmenetelmään. Pakattavaa dataa käsitellään ensin Burrows-Wheeler- ja move to front -muunnoksilla, minkä jälkeen varsinainen pakkaus tapahtuu Huffman-symbolikoodauksella.

Varsinainen ohjelma on ladattavissa osoitteesta https://github.com/teempitk/2015-periodi-3 .

Avainsanat — Nyckelord — Keywords
pakkaus, Huffman-koodaus, move to front, Burrows-Wheeler -muunnos

Säilytyspaikka — Förvaringsställe — Where deposited

Muita tietoja — övriga uppgifter — Additional information

Sisältö

1 Määrittelydokumentti

Projektin tavoitteena oli toteuttaa Huffman-koodaukseen pohjautuva pakkausohjelma. Ohjelma saa syötteenä suoritettavan operaation (pakkaus/purku) ja pakattavan tiedoston nimen. Ohjelma käyttää muunnos- ja pakkausmenetelmiä parametritiedostolle, ja tallentaa tuloksen tiedostoon, jonka nimi on sama kuin alkuperäinen jatkettuna .teemuzip-päätteellä. Alkuperäinen tiedosto pysyy ennallaan.

Huffman-koodaus on ominaisuuksiensa vuoksi tehokas erityisesti tekstimuotoiselle datalle. Pakkaustehokkuuden parantamiseksi entisestään ohjelmaa laajennettiin vielä toteuttamalla datalle Burrows–Wheeler -muunnos ja move to front -muunnos ennen varsinaista symbolikoodausta. Ohjelman kompressiopino on siis kolmitasoinen:

1. Burrows–Wheeler -muunnos
2. move to front -muunnos
3. Huffman-koodaus

Kompressiopinoon valitut menetelmät sopivat projektin aiheeseen hyvin, sillä ne vaativat monipuolisesti erilaisten algoritmien ja tietorakenteiden toteuttamista ja soveltamista. Projektissa toteutetut keskeisimmät tietorakenteet ovat:

- Linkitetty lista (`MyLinkedList`)
- Hajautustaulu (`CodewordDictionary`)
- Huffman-puu (`HuffmanTree`)

Jokainen kompressiopinon elementti on jo itsessään oma algoritminsa, mutta niiden toteutus vaati monien pienempien ongelmien ratkaisemista. Ohjelmassa on alirutiineina toteutettu mm. seuraavat algoritmit:

- quicksort (Burrows–Wheeler -muunnoksen purussa)
- string quicksort (Burrows-Wheeler -muunnoksessa)
- insertion sort (Huffman-puun rakennuksessa, käytettäessä `MyLinkedList`iä järjestettynä `insertPreservingOrder`-metodilla)

Pakkausohjelmille on tärkeää toimia tehokkaasti niin tila- kuin aikavaativuuksien suhteen, koska syötteet ovat usein hyvin suuria. Käytetyt menetelmät toimivat pääosin lineaarisessa ajassa, mistä poikkeuksena Burrows-Wheeler -muunnos, joka vaatii keskimäärin $\mathcal{O}(n \log n)$-ajassa toimivia järjestämisalgoritmeja. Tarkemmin aikavaativuuksia on eroteltu toteutusdokumentissa.

2 Toteutusdokumentti

2.1 Pakkaus

2.1.1 Burrows-Wheeler -muunnos (BWT)

Datalle ensimmäisenä tehty Burrows-Wheeler -muunnos ei pienennä datan kokoa lainkaan, vaan itseasiassa kasvattaa sitä neljällä tavulla, ja muunnoksen idea pakkauksessa onkin pelkästään parantaa muiden menetelmien tehokkuutta. Muunnoksen jälkeen datassa esiintyy yleensä enemmän peräkkäisiä saman tavun toistoja. Muunnoksen voi ajatella toimivan seuraavalla tavalla. Datasta muodostetaan ensin matriisi, jonka jokaisella rivillä dataa on "kierretty"yksi pykälä eteenpäin. Jos alkuperäinen data olisi siis "banana", matriisi olisi seuraava:

$$\begin{bmatrix} \mathrm{b} & \mathrm{a} & \mathrm{n} & \mathrm{a} & \mathrm{n} & \mathrm{a} \\ \mathrm{a} & \mathrm{n} & \mathrm{a} & \mathrm{n} & \mathrm{a} & \mathrm{b} \\ \mathrm{n} & \mathrm{a} & \mathrm{n} & \mathrm{a} & \mathrm{b} & \mathrm{a} \\ \mathrm{a} & \mathrm{n} & \mathrm{a} & \mathrm{b} & \mathrm{a} & \mathrm{n} \\ \mathrm{n} & \mathrm{a} & \mathrm{b} & \mathrm{a} & \mathrm{n} & \mathrm{a} \\ \mathrm{a} & \mathrm{b} & \mathrm{a} & \mathrm{n} & \mathrm{a} & \mathrm{n} \end{bmatrix}$$

Seuraavaksi matriisin rivit järjestetään akkosjärjestykseen:

$$\begin{bmatrix} \mathrm{a} & \mathrm{b} & \mathrm{a} & \mathrm{n} & \mathrm{a} & \mathrm{n} \\ \mathrm{a} & \mathrm{n} & \mathrm{a} & \mathrm{b} & \mathrm{a} & \mathrm{n} \\ \mathrm{a} & \mathrm{n} & \mathrm{a} & \mathrm{n} & \mathrm{a} & \mathrm{b} \\ \mathrm{b} & \mathrm{a} & \mathrm{n} & \mathrm{a} & \mathrm{n} & \mathrm{a} \\ \mathrm{n} & \mathrm{a} & \mathrm{b} & \mathrm{a} & \mathrm{n} & \mathrm{a} \\ \mathrm{n} & \mathrm{a} & \mathrm{n} & \mathrm{a} & \mathrm{b} & \mathrm{a} \end{bmatrix}$$

Muunnettu data on tämän matriisin viimeinen sarake, ja datan oikeassa järjestyksessä sisältävän rivin numero, tässä siis "nnbaaa", 3. Tässä projektissa muunnos toteutettiin Wikipedian **??** artikkelin mukaisesti. Käytännön toteutuksissa datan koon suhteen neliöllistä matriisia ei tietenkään toteuteta kokonaan, vaan kunkin matriisin rivin voi esittää sanan ensimmäisen tavun indeksinä alkuperäisessä datassa.

Datan luku tiedostosta ja matriisia kuvaavien osoittimien alustus ovat luonnollisesti luokkaa $\mathcal{O}(n)$ niin aika- kuin tilavaativuudeltaan. Matriisin rivien järjestys tapahtuu **??** kuvatulla *string quicksort*illa. Pitkien merkkijonojen (tai tässä tavutaulukoiden) normaali pikajärjestäminen ei toimi $\mathcal{O}(n \log n)$-ajassa, sillä kahden merkkijonojen vertaaminen ei aina onnistu yhdellä operaatiolla, vaan voi vaatia jopa merkkijonon pituuden verran vertailuja. Merkkijonoille muokattu quicksort pitää rekursiossa mukana myös vertailun kohteena olevien merkkijonojen *pisimmän yhtenevän alkuosan* (longest common prefix, lcp) pituuden, jolloin vertailu osataan aloittaa merkkijonon järkevästä indeksistä. Tällöin quicksortin aikavaativuus saadaan merkkijonoille toteutumaan ajassa $\mathcal{O}(n \log n) + \Sigma LCP$. Tässä ΣLCP tarkoittaa summaa järjestetyn matriisin kunkin rivin yhteisestä etuliitteestä ylläolevaan riviin, siis *banana*-esimerkissä $0 + 1 + 3 + 0 + 0 + 2 = 6$. Satunnaisissa ja käytännön tapauksissa aakkosto (erilaisten esiintyvien tavujen määrä) on yleisesti suuri, jolloin yhteiset alkuosat ovat suhteellisen lyhyitä, ja aikavaativuus on käytännössä $\mathcal{O}(n \log n)$. Toteutettu algoritmi vaatii kussakin rekursion tasossa lineaarisen määrän tilaa, ja rekursion keskimääräinen syvyys on $\mathcal{O}(n)$, joten myös tilavaativuus on tässä $\mathcal{O}(n \log n)$, jota voisi luonnollisesti optimoida vielä paremmaksi.

Muunnetun datan lukeminen järjestetystä matriisista on nyt $\mathcal{O}(n)$-operaatio, ja samoin datan kirjoitus tiedostoon. Toteutetun Burrows–Wheeler -muunnoksen peräkkäisistä operaatioista raskain on siis matriisin rivien pikajärjestäminen, joka vie aikaa ja tilaa keskimäärin $\mathcal{O}(n \log n)$. Muunnetun tiedoston alkuun lisätään nyt vielä alkuperäisen datan viimeisen tavun osoitin. Tämä tallennetaan 32-bittisenä etumerkillisenä kokonaislukuna (int), joten suurimmat tiedostot, joille pakkaus voidaan tehdä ovat kooltaan $2^{31} - 1 \approx 2$ gigatavua.

2.1.2 Move to front -muunnos (MTF)

Move to front ei vaikuta datan kokoon lainkaan, mutta on oleellinen Burrows–Wheelerin hyödyntämisessä Huffman-koodaukseen. Kuten edellä kuvattiin, BWT ei muuta datassa esiintyviä tavuja, vaan pelkästään niiden järjestystä. Jos tälle muunnetulle datalle ajettaisiin Huffman-koodaus, muunnoksella ei olisi mitään vaikutusta

pakatun datan kokoon, sillä symbolikoodauksessa sama merkki korvattaisiin samalla bittijonolla sijainnista riippumatta. (Itseasiassa datan koko kasvaisi hieman lisätystä osoittimesta johtuen).

MTF:ssa luodaan ensin kaikki mahdolliset 256 tavua sisältävä linkitetty lista, niin että kukin tavu on (etumerkitöntä) arvoaan vastaavassa indeksissä. Dataa käsitellään tavu kerrallaan, ja kukin tavu korvataan ensin tavun indeksillä edellä kuvatussa listassa, minkä jälkeen tavu siirretään listan ensimmäiseksi. MTF hyötyy nyt BWT:n tuottamista saman tavun toistoista, sillä kaikki toiston tavut ensimmäistä lukuunottamatta korvataan nollatavulla. Yleisesti tekstissä usein esiintyvät tavut korvataan pienillä luvuilla, joita esiintyy muunnetussa datassa paljon. Huffman-koodaus puolestaan hyötyy tästä tavujen epätasaisesta jakaumasta.

Esimerkiksi, sanassa *banana* esiintyvien merkkien alkuindeksit listassa ovat

merkki	numeroarvo / indeksi
a	97
b	98
n	110,

ja muunnettu data olisi nyt 98, 98, 110, 1, 1, 1.

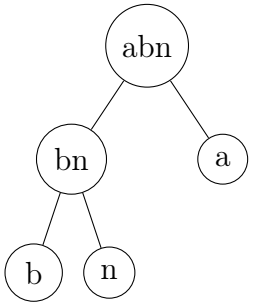
Tavulistan luonti alussa vaatii aikaa ja tilaa $\mathcal{O}(m)$, missä m on aakkoston koko, tässä projektissa kaikkien erilaisten tavujen määrä eli 256 (vakio). Dataa muuntaessa tavun indeksin selvitys listassa vaatii aikaa $\mathcal{O}(m)$, ja se tehdään jokaiselle (n kpl) tavulle. Operaation aikavaativuus on siis $\mathcal{O}(mn) = \mathcal{O}(256 \cdot n) = \mathcal{O}(n)$. Muunnos vaatii tilaa vain tavulistan ja muunnetun datan tallentamiseen, joten tilavaativuus on $\mathcal{O}(m) + \mathcal{O}(n) = \mathcal{O}(n)$.

2.1.3 Huffman-koodaus

Huffman-koodaus on optimaalinen symbolikoodaus datalle, jossa kukin tavu saa sitä pidemmän koodisanan, mitä harvinaisempi se on koodattavassa tekstissä. Huffman-koodaukselle erityistä on koodisanojen luontitapa, muuten kyseessä on täysin tavallinen symbolikoodaus, jossa sama tavu korvataan aina samalla bittijonolla sijainnista riippumatta.

Koodauksen aluksi kunkin tavun esiintymismäärä täytyy laskea lähdedatassa, johon kuluu aikaa $\mathcal{O}(n)$ ja tilaa $\mathcal{O}(m)$. Tämän jälkeen luodaan lista, jossa tavut (niitä vastaavat Huffman-puun solmut) ovat esiintymismääriensä mukaisesti kasvavassa

järjestyksessä. Puuta rakennetaan siten, että listasta poistetaan toistuvasti kaksi ensimmäistä (harvinaisinta) alkiota, luodaan uusi solmu, jonka esiintymismääräksi asetetaan poistettujen yhteenlaskettu esiintymismäärä, poistetut solmut tämän lapsiksi, ja laitetaan tämä uusi solmu oikealle paikalleen listaan. Toisto loppuu, kun listassa on enää yksi solmu. Esimerkkisanalle banana saadaan siis seuraava puu:



solmu	esiintymismäärä	koodisana
a	3	1
b	1	00
n	2	01

Koodisanat saadaan luettua puusta yksinkertaisesti rekursion avulla. Puuta läpikäydään juuresta alkaen, ja rekursion parametrina annetaan aina kertynyt koodisana. Siirryttäessä rekursiossa solmun lapseen, kertyneen koodisanan loppuun lisätään 0 jos siirrytään vasempaan lapseen, ja 1 jos siirrytään oikeaan lapseen. Lopulta, kun rekursio pääsee lehteen asti, lehteä vastaavan tavun koodisana on juuri rekursiossa kertynyt bittijono.

Puuta rakentaessa kahden harvinaisimman solmun poistaminen listan alusta ja uuden solmun luominen ovat vakioaikaisia. Uuden solmun sijoittaminen listaan vaatii kuitenkin $\mathcal{O}(m)$-ajan, sillä linkitetyssä rakenteessa ei voida etsiä paikkaa binäärihakutyylisesti, vaan lisääminen perustuu lisäysjärjestämiseen. Edellä kuvattu toiminta poistaa listasta kaksi alkiota ja lisää takaisin yhden, joten kullakin iteraatiolla listan solmujen määrä vähenee yhdellä, ja toistoja tarvitaan siis $m - 1$ kappaletta. Kokonaisaikavaativuus puun rakentamiselle on siis $\mathcal{O}(m^2)$. Tässä toteutuksessa m on aina korkeintaan 257 (kaikkien erilaisten tavujen määrä ja tiedoston loppumerkki), joten puun rakennus on itseasiassa vakioaikaista.

Koodisanoja puusta luettaessa puun läpikäynnissä kussakin solmussa käydään vain kerran. Huffman-puu on aina täysi, joten solmuja on kaikkiaan $2m - 1$ kappaletta, siis aikavaativuus on $\mathcal{O}(2m - 1)$, ja tässä toteutuksessa siis jälleen vakioaikaista. Luetut koodisanat tallennetaan taulukkoon, josta kutakin tavua vastaava koodisana saadaan vakioajassa, kun tavua käytetään taulukon indeksinä. Kun siis suoritetaan varsinainen datan symbolikoodaus, kunkin datan tavun koodaus vie vakioajan, ja kokonaisaikavaativuus on siten $\mathcal{O}(n)$.

Koska Huffman-koodauksen tuottamat koodisanat ovat erilaiset pakattavasta tiedostosta riippuen, myös koodisanat täytyy tallentaa pakattuun tiedostoon, jotta pakkaus voidaan myös purkaa. Tässä ohjelmassa Huffman-pakatun tiedoston koko rakenne on seuraava:

1. Tiedot koodauksesta

koodinpituus(0)	koodi(0)	koodinpituus(1)	koodi(1)	koodinpituus(2)	...

...	koodi(255)	koodinpituus(256)	koodi(256)	koodinpituus(EOF)	koodi(EOF)

2. Varsinainen data koodattuna (tässä '+' tarkoittaa koodisanojen konkatenointia)

koodi(data[0])+koodi(data[1])+...+koodi(data[data.length-1])

3. Loppuosa

koodi(EOF)	täyttö tasatavuihin 0-tavuilla

2.2 Purku

Purkuvaihessa operaatiot täytyy suorittaa pakkaukseen nähden käänteisessä järjestyksessä. Käytetyt menetelmät ovat asymmetrisiä, eli purkuoperaatiot ovat erilaiset kuin pakkauksen vastaavat.

2.2.1 Huffman-koodaus

Huffman-koodauksen purku tapahtuu nyt täysin normaalin symbolikoodauksen tapaan. Ensin tiedoston alusta täytyy lukea koodisanat, joka tapahtuu toistamalla 257 kertaa seuraava proseduuri:

```
1. for tavu = 0 to 256
2.     koodinpituus = lue seuraavat 8 bittiä
3.     koodisana = lue seuraavat koodinpituus bittiä
4.     lisää (koodisana, tavu) -pari CodewordDictionaryyn
```

Koodisanojen määrä ja maksimipituus ovat vakioita, joten koko koodauksen tulkinta tiedoston alusta on vakioaikaista. Kun koodisanat ovat hajautustaulussa, datan purku tapahtuu pelkistetysti seuraavalla algoritmilla

```
1. while pakattua dataa jäljellä
2.     lue seuraava bitti puskuriin
3.     if (hajautustaulu sisältää puskurin bittijonon)
4.         aseta vastaava tavu puretun datan loppuun
5.         tyhjennä puskuri
```

Algoritmin while-silmukka suoritetaan selvästi $\mathcal{O}(n)$ kertaa. Silmukan lohkon operaatiot ovat kaikki keskimäärin vakioaikaisia, joten myös koko koodauksen purun aikavaativuus on $\mathcal{O}(n)$.

2.2.2 Move to front -muunnos

Move to front on menetelmistä samankaltaisin pakkaus- ja purkuvaiheessa. Myös purkuvaiheessa kaikki tavut alustetaan ensin listaan, mutta nyt toimitaan pakkausvaiheeseen nähden käänteisesti – luetaan ensin "oikean"tavun indeksi pakatusta tiedostosta, luetaan tavu listasta indeksin mukaisesti, ja siirretään sitten tavu taas listan alkuun ja lisätään se puretun datan loppuun. Kuten pakkauksessa, alustustoimenpiteet vaativat $\mathcal{O}(m) = \mathcal{O}(256)\mathcal{O}(1)$ ajan ja tilan. Dataa käsitellessä läpikäydään linkitettyä m-alkioista tavulistaa n-kertaa, ja kokonaisaikavaativuus on, kuten pakkauksessa, $\mathcal{O}(mn) = \mathcal{O}(n)$.

2.2.3 Burrows–Wheeler -muunnos

Burrows-Wheeler -muunnos saadaan purettua seuraavasti: Muistetaan, että pakattu data vastasi BWT-matriisin viimeistä saraketta. Koska matriisin jokainen sarake sisältää datan kaikki symbolit, ja matriisin rivit olivat aakkosjärjestyksessä, saamme ensimmäisen sarakkeen yksinkertaisesti järjestämällä muunnetun datan tavut. Viimeisen sarakkeen lukeminen on tietenkin lineaarinen operaatio, ja ensimmäinen sarake saadaan pikajärjestämällä ajassa $\mathcal{O}(n \log n)$. Aiemmin käytetyssä *banana*-esimerkissä tiedämme nyt siis:

$$\begin{bmatrix} \text{a} & ??? & \text{n} \\ \text{a} & ??? & \text{n} \\ \text{a} & ??? & \text{b} \\ \text{b} & ??? & \text{a} \\ \text{n} & ??? & \text{a} \\ \text{n} & ??? & \text{a} \end{bmatrix}$$

Koska sanat kiertävät matriisin riveillä "ympäri", saamme kaikki alkuperäisessä datassa esiintyneet kahden tavun parit nyt yhdistämällä (rivin viimeinen tavu)+(rivin ensimmäinen tavu). Esimerkissämme tämä tuottaa siis tavuparit na, na, ba, ab, an, an. Tavuparit saadaan oikeaan järjestykseen havaitsemalla, että tavun t i:s esiintymä ensimmäisessä sarakkeessa vastaa saman tavun i:nnettä esiintymää viimeisessä sarakkeessa – saman tavun esiintymien keskinäinen järjestys on kussakin sarakkeessa sama!

Datan purkamiseksi luodaan nyt indeksointi kunkin tavun esiintymispaikoista viimeisessä sarakkeessa. Tämä saadaan 256-paikkaisena taulukkona linkitettyjä listoja. Sarake käydään kertaalleen läpi, oikea lista löydetään vakioajassa käyttäen tavun arvoa indeksinä, ja esiintymän indeksi lisätään listan loppuun. Listoja on vakiomäärä 256 kappaletta, ja niihin asetetaan n linkitetyn listan alkiota, joten tilavaativuus on $\mathcal{O}(n + 256) = \mathcal{O}(n)$.

Indeksointia ja edellä mainittua vastaavuusominaisuutta käyttäen luodaan nyt n-paikkainen taulukko "seuraajat"(tilavaativuus $\mathcal{O}(n)$), jonka indeksissä i on ensimmäisen sarakkeen i:nnen alkion sijainti-indeksi viimeisessä sarakkeessa. Havaitaan itseasiassa, että tästä seuraa suoraan, että tavua seuraava tavu on *ensimmäisen* sarakkeen arvo samassa indeksissä. Tämä taulukko saadaan yksinkertaisesti toistamalla seuravaa: lue 1. sarakkeen i:s tavu ($\mathcal{O}(1)$), etsi oikea lista edellä luodusta indeksoinnista käyttäen tavun arvoa indeksinä ($\mathcal{O}(1)$), lisää luotavaan taulukkoon indeksiin i listan ensimmäinen alkio ja poista se samalla listasta.Vakioaikaisia operaatioita toistetaan n kertaa, joten vaiheen aikavaativuus on $\mathcal{O}(n)$.

Luoduilla rakenteilla alkuperäinen data saadaan nyt purettua helposti – muistetaan, että pakattuun dataan lisättiin myös osoitin, joka kertoo missä indeksissä alkuperäisen datan viimeinen merkki on viimeisessä sarakkeessa. Havaitaan, että alkuperäisen datan ensimmäinen merkki sijaitsee samassa indeksissä ensimmäisessä sarakkeessa. Nyt toistetaan vain seuraavaa:

```
1. indeksi = viimeisen tavun sijainti viimeisessä sarakkeessa
2. for i = 0 to data.length-1
3.     lisää purettuun dataan ensimmäinen_sarake[indeksi]
4.     indeksi = seuraajat[indeksi]
```

Operaation aikavativuus on selvästi lineaarinen datan kokoon nähden.

3 Käyttöohje

Ohjelman jar-tiedosto löytyy kohteesta `tiralabra/dist/tiralabra.jar`. Ajettaessa ohjelmalle tulee antaa kaksi parametria:

- "c"tai "d", eli pakataanko (compress) vai puretaanko (decompress)
- pakattavan tiedoston nimi

Pakkauksen esimerkkikomento voisi siis olla esimerkiksi:

```
> java -jar tiralabra.jar c ../sampleFiles/alice.txt
```

ja purkukomento esimerkiksi

```
> java -jar tiralabra.jar d ../sampleFiles/alice.txt.teemuzip
```

Pakkauksen ja purun aikana ohjelma tulostaa tietoa etenemisestään, edellä mainittu pakkauksen esimerkkikomento voi tulostaa esimerkiksi:

```
> java -jar tiralabra.jar c ../sampleFiles/alice.txt
Compression started.
Phase 1/3: Burrows-Wheeler transform started ...    Finished. Time: 0,369 sec.
Phase 2/3: Move to front transformation started ... Finished. Time: 0,286 sec.
Phase 3/3: Huffman encoding started ...             Finished. Time: 0,137 sec.
Compression finished. Total time: 0.818899 sec.
File size reduced from 167518 bytes to 55788 bytes (33,3% of original size).
```

4 Testausdokumentti

Lähteet

1 http://en.wikipedia.org/wiki/Burrows-Wheeler_transform

2