

数学オリンピックワークショップ 当日問題 A

A6 (応用)(1998 春合宿問 8)

以下を全て満たすような, 実数から実数への関数 f を全て求めよ.

関数方程式に不慣れな人向けの注意: f は多項式とは限らないし, 連続とも限らない.

(1) $f(1) = 1$

(2) 任意の実数 a, b に対し, $f(a + b) = f(a) + f(b)$

(3) $x \neq 0$ なる任意の x にたいし, $f(x)f(\frac{1}{x}) = 1$

数学オリンピックワークショップ 当日問題 C

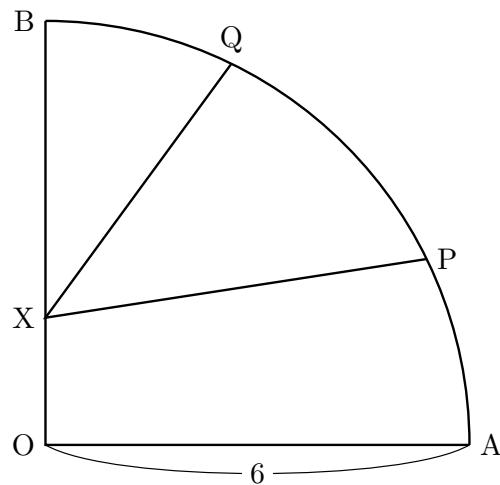
C6

100 個の箱があり, それぞれにいくつかの赤玉と白玉と緑玉が入っている. 51 個の箱をうまく選ぶと, それぞれの色の玉を半分以上得られることを示せ.

数学オリンピックワークショップ 当日問題 G

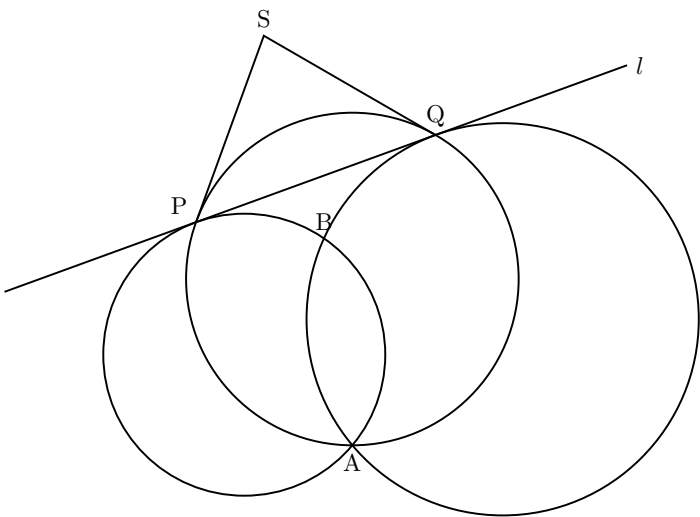
G6 (基礎)

半径 6，中心角 90° の扇形 OAB の弧 AB 上に $\angle AOP = \angle BOQ$ となるように点 P, Q をとる。点 X が線分 OB 上を動くとき， $PX + QX$ の最小値を求めよ。



G7 (応用)

2つの円が平面上で2点 A, B で交わっている。この2円の共通接線を l とし， l と2円はそれぞれ点 P, Q で接しているものとする。また $\triangle PAQ$ の外接円の P, Q における接線の交点を S とする。 B' を l に関する B の対称点とすると， A, B', S は同一直線上にあることを示せ。



数学オリンピックワークショップ 当日問題 N

N10

 (応用) (Italy 2017)

無限列 a_1, a_2, \dots が、任意の正整数 m, n に対して $a_{mn} \neq a_{(m+1)n}$ を満たすとき、列の中に無限種類の要素が現れることを示せ。