

# 45011 Algoritmer og datastrukturer

## Løsningsforslag eksamen 17. august 1994

### Oppgave 1

- a)  $O(n^3)$       b)  $O(n^3)$       c)  $O(n^2)$       d)  $O(2^n)$

### Oppgave 2

a)

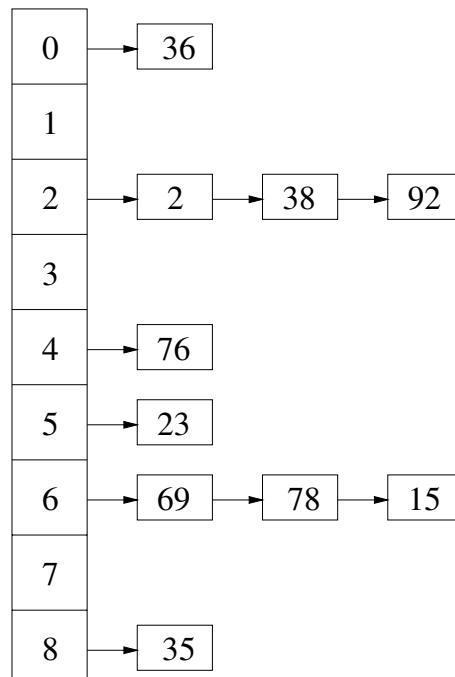
```
PROCEDURE SkrivUt (Rot: ^Node)
BEGIN
  IF Rot <> NIL THEN
  BEGIN
    SkrivUt(Rot^.Barn);
    SkrivUt(Rot^.Sosken);
    WritLn(Rot^.Verdi);
  END;
END;
```

b)

Svar:

Hash-funksjon:  $h(K) = K \bmod 9$

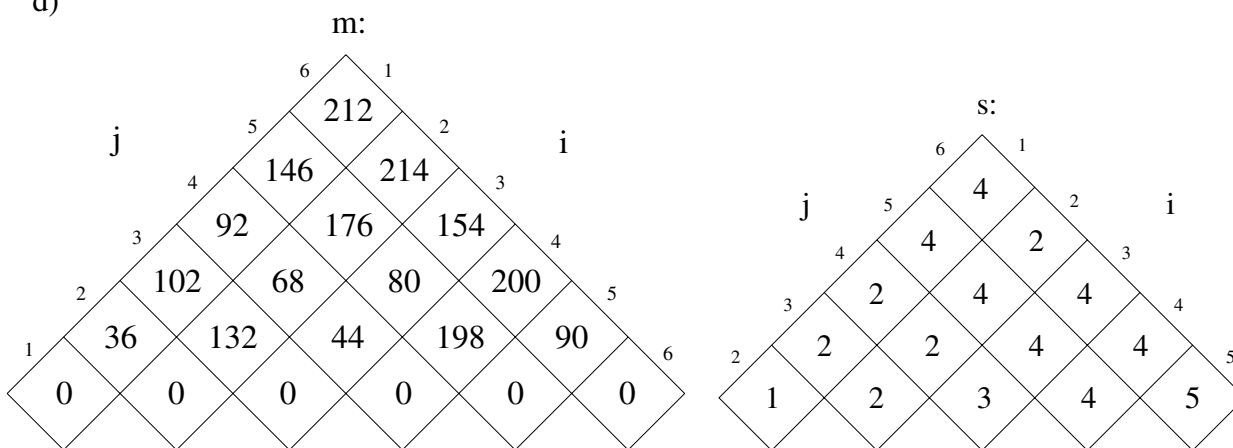
Hash-tabell:



c)

		Mulig	Umulig
a	710, 415, 90, 107, 232, 140	×	
b	783, 710, 694, 506, 415, 250, 140	×	
c	90, 783, 107, 661, 232, 120, 250, 140		×
d	2, 874, 170, 64, 163, 140	×	
e	874, 2, 798, 743, 170, 729, 447, 203, 140		×

d)



Parentessetting:  $((A_1 \cdot A_2) \cdot (A_3 \cdot A_4)) \cdot (A_5 \cdot A_6)$

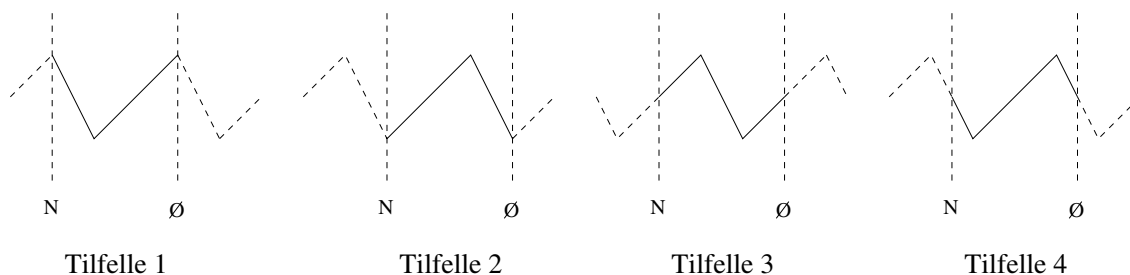
e)

a: 100      b: 101      c: 00      d: 01      e: 11

Sparer: ca 24,67%

## Oppgave 3

Vi har her tre mulige tilfeller (Se også eksamen 10. august 1992, oppgave 4):



Figur1: Unimodale sekvenser med ulike  $t$ -verdier

```

PROGRAM Stoerste;
VAR A:ARRAY [0..N-1] OF INTEGER;
Maks:INTEGER;

FUNCTION case1(M,N:INTEGER):INTEGER;
VAR I:INTEGER;
BEGIN
  IF N-M<2 THEN case1:=Max(A[M],A[N])
  ELSE BEGIN
    I:=M+(N-M) DIV 2;
    IF A[I]<A[I+1] THEN case1:=case1(I+1,N)
    ELSE case1:=case1(M,I);
  END;
END;

FUNCTION case2(M,N:INTEGER):INTEGER;
BEGIN
  case2:=Max(A[M],A[N]);
END;

FUNCTION case3(M,N:INTEGER):INTEGER;
VAR I:INTEGER;
BEGIN
  I:=M+(N-M) DIV 2;
  IF A[I]<A[I+1] THEN case3:=case1(I+1,N)
  ELSE IF A[I]<A[M] THEN case3:=case3(I+1,N)
  ELSE case3:=case3(M,I);
END;

FUNCTION case4(M,N:INTEGER):INTEGER;
VAR I:INTEGER;
BEGIN
  I:=M+(N-M) DIV 2;
  IF A[I]>A[I+1] THEN case4:=case1(M,I)
  ELSE IF A[I]>A[M] THEN case4:=case4(I+1,N)
  ELSE case4:=case4(M,I);
END

```

```

BEGIN
  {Initialiserer A}
  IF (A[0]<A[1]) THEN
    IF (A[N-2]>A[N-1]) THEN Maks:=case1(0,N-1)
    ELSE Maks:=case4(0,N-1)
  ELSE
    IF (A[N-2]>A[N-1]) THEN Maks:=case3(0,N-1)
    ELSE Maks:=case2(0,N-1);
  WriteLn(Maks);
  END.
  Kjøretid:  $\Theta(\lg n)$ 

```

## Oppgave 4

Svar:

1. Lag en graf  $G^* = (V^*, E^*)$  der
  - $V^* = F \cup \{s, m\}$
  - $\delta(u, v)$  er korteste distanse fra  $u \in V^*$  til  $v \in V^*$  i  $G$  (Bruker Dijkstra en gang per node i  $F$ ).
  - $E^* = \{(u, v) \text{ slik at } \delta(u, v) \leq t \text{ dersom } u = s \text{ eller } \delta(u, v) \leq d \text{ dersom } u \neq s\}$
2. Finn korteste vei  $p^*$  fra  $s$  til  $m$  i  $G^*$  (Bruk Dijkstra).
3. Konstruer veien i  $G$  vha.  $p^*$ : Erstatt alle kanter i  $p^*$  med den tilsvarende veien i  $G$ . (Disse veiene er allerede kjent fra kalkulasjonen av vektene i  $G^*$ ).

Kjøretid:

1.  $O(f)$  for å konstruere  $V^*$ .  
 $O(f \cdot (E + V \log V))$  for å konstruere  $E^*$  (Dijkstra  $f$  ganger).
2.  $O(E^* + V^* \log V^*) = (f^2 + f \log f) = O(f^2)$  for å utføre Dijkstra på  $G^*$ .
3.  $O(f \cdot V)$  for å erstatte  $O(f)$  kanter med en  $O(V)$  lang vei.

Total Kjøretid:  $O(f \cdot E + f \cdot V \log V)$