

KONTINUASJONSEKSAMEN I FAG 45011

ALGORITMER OG DATASTRUKTURER

Mandag 9. august 1993 kl. 0900-1300

Faglig kontakt under eksamen: Arne Halaas, tlf. 3442

Alle trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt.
Godkjent lommekalkulator tillatt.

Merk: Alle svar skal skrives i de angitte feltene på oppgavearket. Korte og presise svar honoreres best.

Oppgave 1

Gitt funksjonen

```
function pow(x, n : integer) : integer:
begin
(1)   if n = 0 then
(2)       pow := 1
       else
(3)   if n = 1 then
(4)       pow := x
       else
(5)   if even(n) then
(6)       pow := pow(x * x, n div 2)
       else
(7)   pow := pow(x * x, n div 2) * x:
end;
```

(a) forklar kort hva pow kan benyttes til

(b) Er noen av programlinjene i pow overflødige?

(c) Hva vil effekten være ved å endre linje 7 til:

(7a) $\text{pow} := \text{pow}(x, n-1) * x$; ?

(d) Kun en av programlinjene nedenfor kan erstatte programlinje 6.

Forklar hvorfor.

(6a) $\text{pow} := \text{pow}(\text{pow}(x, 2), n \text{ div } 2)$

(6b) $\text{pow} := \text{pow}(\text{pow}(x, n \text{ div } 2), 2)$

(6c) $\text{pow} := \text{pow}(x, n \text{ div } 2) * \text{pow}(x, n \text{ div } 2)$

(e) Angi/beregn tidskompleksiteten av pow, som gitt først i oppgaveteksten. Bruk O-notasjonen.

(f) Angi/beregn tidskompleksiteten av pow her med linje 7 erstattet av linje (7a), som gitt i deloppgave (c). Bruk O-notasjonen.

(g) Angi/beregn tidskompleksiteten av pow, nå med linje 6 erstattet av den eneste mulige kandidat blant (6a), (6b), (6c), som gitt i deloppgave (d). Bruk O-notasjonen.

Oppgave 2

Vi skal her se på korteste-vei-problemer. La $G = (V, E)$ være en vektet og rettet graf med kilde s , og la G som i Dijkstras algoritme være initialisert ved INITIALIZE-SINGLE-SOURCE(G, s).

(a) Vis at dersom en etter et antall kall av RELAX(u, v, w) setter pekeren $\pi(s)$ til en verdi forskjellig fra NIL, da inneholder G en sykel med negativ lengde (= samlet vekt).

(b) Forklar hva resultatet vil være ved å kjøre h.h.v. Dijkstras og Bellman-Fords algoritmer på en graf som inneholder en sykel med negativ lengde.

Oppgave 3

Vi definerer (kant-) koplingsgraden til en urettet graf $G = (V, E)$ til å være k = “det minimale antall kanter som må fjernes for at G skal bli usammenhengende.”

Eksempler :

(I) $k = 1$ når G er en trestruktur.

(II) $k = 2$ når G er en syklisk kjede.

Vis hvordan k kan finnes ved å kjøre en maks-flyt algoritme på høyst $|V|$ flytnettverk, hvert med $O(V)$ noder og $O(E)$ kanter.