Øving 1, teori: Intro

I år har vi både nytt øvingsopplegg og nytt språk - Julia!

I denne øvingen skal vi ta for oss blant annet pseudokode, Julia og asymptotisk notasjon, men aller først litt forkunnskaper.

Logaritmer

De este har nok vært borti logaritmer før, men de er så nyttige her at vi synes de fortjener litt oppmerksomhet.

Logaritmefunksjonen er den inverse funksjonen til eksponetialfunksjonen.

$$\log_a x = b \iff x = a^b.$$

Altså, logaritmen med grunntall a til et tall x, $\log_a x$, er eksponenten b som grunntallet a må opphøyes i for å gi tallet x.

Som i læreboken kommer vi til å bruke følgende notasjon:

$$\lg x = \log_2 x$$

Grunntallet til en logaritme kan endres fra a til b med formelen

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

Merk deg her at $\log_a x$ er forskjellig fra $\log_b x$ med en konstant faktor.

Mer om logaritmer nner du på side 56 i Cormen.

Modulo

Du kjenner kanskje igjen modulo fra diskret matematikk, men vi gjentar det her likevel. I læreboken deneres modulo slik:

$$a \bmod n = a - n\lfloor a/n \rfloor$$

Man kan tenke på $a \bmod n$ som resten når man deler a på b med heltallsdivisjon. $13 \bmod 5 = 3$ fordi $13 = 2 \cdot 5 + 3$

(Fun fact: ikke alle programmeringsspråk implementerer modulo riktig. https://en.wikipedia.org/wiki/Modulo_operation (https://en.wikipedia.org/wiki/Modulo_operation))

Polynomer

Et polynom i x av grad n er en funksjon $p(x)$ på formen

$$p(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i = a_0 + a_1 x^1 + ... + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n$$

der konstantene a_i er koesientene til polynomet og $a_n \neq 0$.

Eksempel på polynomer:

$f(x) = x^2 + 5$

$f(x) = 3x^5 + 2x^2$

$f(x) = 0.24x^3 - x + \pi$

En funksjon $f(n)$ er polynomisk begrenset hvis det eksisterer en k slik at $f(n) = O(n^k)$. I forbindelse med asymptotiske kjøretider sier vi at slike funksjoner er polynomiske.

Your answer passed the tests! Your score is 100.0% ×

Question 1: Forkunnskaper – logaritmer

×

Hvilke av disse utsagnene om logaritmer stemmer?

- [ ] $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$
- [ ] $\log_3 126 \approx 5.2$
- [ ] $\log_a n^a = n$
- [x] $\log_a a^n = n$
- [ ] $\log_a b < \log_{a+1} b$, der $a, b > 1$
- [x] $\log_2 1024 = 10$

Question 2: Forkunnskaper – modulo

×

Hvilket av disse utsagnene må stemme gitt at $a \bmod n = 1$?

- ( ) $a + 1$ er delelig på n.
- ( ) a er delelig på n.
- (•) $a - 1$ er delelig på n.

Question 3: Kjøretid og asymptotisk notasjon

×

Kjøretid og klasser av input

Best-case: beste mulige kjøretid

Worst-case: verste mulige kjøretid

Average-case: forventet kjøretid, gitt en sannsynlighetsfordeling

Vanligvis er det worst-case vi er mest interessert i. Hvis vi har en øvre grense for kjøretiden med verste mulige input så vet vi jo at dette er en øvre grense for alle andre input også.

Asymptotisk notasjon

I kapittel 3.1 i Cormen nner du mer informasjon om asymptotisk notasjon. I tillegg er forelesningsfoilene gode og oversiktlige.

O **-notasjon:** gir en øvre grense for kjøretiden.

$O(g(n)) = \{f(n) : \text{ det eksisterer positive \textbackslash\ konstanter } c \text{ og } n_0 \text{ slik at } 0 \le f(n) \le cg(n) \text{ for alle } n \ge n_0\}.$

Ω **-notasjon:** gir en nedre grense for kjøretiden

$\Omega(g(n)) = \{f(n) : \text{ det eksisterer positive konstanter } c \text{ og } n_0 \text{ slik at } 0 \le cg(n) \le f(n) \text{ for alle } n \ge n_0\}.$

Θ **-notasjon:** gir øvre og nedre grense for kjøretiden

$\Theta(g(n)) = \{f(n) : \text{ det eksisterer positive konstanter } c_1, c_2 \text{ og } n_0 \text{ slik at } 0 \le c_1 g(n) \le f(n) \le c_2 g(n) \text{ for alle } n \ge n_0\}.$

o **-notasjon:**

$o(g(n)) = \{f(n) : \text{ for enhver positiv konstant } c > 0, \text{ eksisterer det en konstant } n_0 > 0 \text{ slik at } 0 \le f(n) < cg(n) \text{ for alle } n \ge n_0\}.$

For eksempel: $2n = o(n^2), \text{ men } 2n^2 \ne o(n^2).$

ω **-notasjon:**

$\omega(g(n)) = \{f(n) : \text{ for enhver positiv konstant } c > 0, \text{ eksisterer det en konstant } n_0 > 0 \text{ slik at } 0 \le cg(n) < f(n) \text{ for alle } n \ge n_0\}.$

For eksempel: $\frac{n^2}{2} = \omega(n), \text{ men } \frac{n^2}{2} \ne \omega(n^2).$

Analogi mellom asymptotisk sammenligning av to funksjoner f og g og sammenligning av to reelle tall a og b

- $f(n) = O(g(n))$ er som $a \le b$
- $f(n) = \Omega(g(n))$ er som $a \ge b$
- $f(n) = \Theta(g(n))$ er som $a = b$
- $f(n) = o(g(n))$ er som $a < b$
- $f(n) = \omega(g(n))$ er som $a > b$

Merk deg at worst-, best- og average-case, og asymptotisk notasjon er to separate ting. For både worst-, best- og average-case kan vi formulere øvre (O), nedre (Ω) eller både øvre og nede (Θ) grenser for kjøretiden av funksjoner.

Oppgave

(Denne oppgaven er basert på en eksamensoppgave.)

Velg alternativet som ordner kjøretidsklassene

linearitmisk, eksponentiell, lineær, kubisk, kvadratisk, konstant, faktoriell, logaritmisk

i stigende rekkefølge.

- ○ kubisk, logaritmisk, faktoriell lineær, kvadratisk, konstant, linearitmisk, eksponensiell
- ○ konstant, eksponensiell, kvadratisk, linearitmisk, faktoriell kubisk, logaritmisk, lineær
- ○ konstant, logaritmisk, linearitmisk, lineær, kvadratisk, kubisk, eksponentiell, faktoriell
- ◉ konstant, logaritmisk, lineær, linearitmisk, kvadratisk, kubisk, eksponentiell, faktoriell

Question 4:

×

Gitt funksjonene $f(n) = \log_a n$ og $g(n) = \log_b n$, der a og b er konstanter slik at $1 < a, b$.

Hvilke av disse utsagnene stemmer?

- [ ] Uten mer informasjon om konstantene a og b kan vi ikke si noe om det asymptotiske forholdet mellom $f(n)$ og $g(n)$.
- [x] $f(n) = O(g(n))$
- [x] $f(n) = \Omega(g(n))$
- [x] $f(n) = \Theta(g(n))$

Question 5:

×

Gitt funksjonene $f(n) = \lg n^{\lg 5}$ og $g(n) = \lg 5^{\lg n}$.

Hvilke av disse utsagnene stemmer?

- [x] $f(n) = \Omega(g(n))$
- [x] $f(n) = O(g(n))$
- [ ] $f(n) = \omega(g(n))$
- [x] $f(n) = \Theta(g(n))$
- [ ] $f(n) = o(g(n))$

Question 6:

×

(Denne oppgaven er basert på en eksamensoppgave.)

Dersom $f(n) = o(g(n))$ vet vi at

- [ ] $g(n) = \Theta(f(n))$
- [x] $g(n) = \Omega(f(n))$
- [ ] $g(n) = O(f(n))$
- [x] $f(n) = O(g(n))$
- [x] $g(n) = \omega(f(n))$

Question 7: Nim

I denne oppgaven (og i resten av oppgavene i denne øvingen) skal vi se på en variant av spillet Nim. ×

Reglene er som følger

> To spillere skal etter tur plukke vekk fyrstikker fra en haug på bordet. Den som plukker opp den siste fyrstikken har tapt.
>
> Hver spiller må plukke opp minst én fyrstikk i hver runde, og kan maksimalt plukke opp syv fyrstikker.

Hvis det er 3 fyrstikker igjen, hvor mange må du ta for å vinne?

- ○ 3
- ○ 6
- ○ 5
- ○ 4
- ○ Det er ikke sikkert jeg vinner, uansett hvor mange jeg tar.
- ◉ 2
- ○ 7
- ○ 1

Question 8: Nim

×

Hvis det er 14 fyrstikker igjen, hvor mange må du ta for å vinne?

- ○ 1
- ○ 2
- ○ 3
- ◉ 5
- ○ 7
- ○ Det er ikke sikkert jeg vinner, uansett hvor mange jeg tar.
- ○ 4
- ○ 6

Question 9: Nim

×

Hvis det er 94 fyrstikker igjen og det er din tur, hvor mange må du ta for å vinne? (Hint; nn en generell strategi.)

- ○ 7
- ○ 2
- ○ 6
- ○ Det er ikke sikkert jeg vinner, uansett hvor mange jeg tar.
- ○ 4
- ○ 3
- ○ 1
- ◉ 5

Question 10: Nim

×

Hvis det er 217 fyrstikker igjen, hvor mange må du ta for å vinne?

- ○

- ○ 2
- ○ 4
- ○ 7
- ○ 6
- ○ 1
- ○ 5
- ● Det er ikke sikkert jeg vinner, uansett hvor mange jeg tar.
- ○ 3

Question 11: Nim

×

Hvis det er 268 fyrstikker igjen, hvor mange må du ta for å vinne?

- ○ Det er ikke sikkert jeg vinner, uansett hvor mange jeg tar.
- ○ 2
- ○ 6
- ○ 5
- ○ 7
- ● 3
- ○ 1
- ○ 4

Submit

☐