北海道大学 院試解答 2010 年

平成 24 年 7 月 5 日

問 1　計算機プログラミング

[1]

(ア). 0 (イ). i < x (ウ). i % i == 0 (エ). i < 10000 (オ). i == sumd(i)

[2]

test1-2.c を参照

[3]

(1)
(struct LIST*)malloc(sizeof (struct LIST))

(2)
(イ). $cell->next->value$ (ウ). $old->next$ (エ). $free(old) \mid (return)$

(3)
52
52 18
52 32 18
52 32 18 91
52 32 18 48 91
52 22 32 18 48 91
52 22 32 18 48 91 15
52 22 32 18 48 15

問 2　コンピュータ工学

[1]

(1)
第 3 層 ： トランスポート層　　第 4 層 ： アプリケーション層

(2)
1 : Ethernet, PPP
2 : IP, ICMP, ARP, RARP

3 : TCP, UDP
4 : HTTP, FTP, DNS etc..

(3)
HTTP : 80 SSH : 22 TELNET : 23 SMTP : 25 POP : 110 etc..

(4)
相ごとに役割が違うので、違う層のことを考えずにサービスを作ることができる。
また、1 つの層の上に様々なサービスを作ることができる。

[2]

(ア). マルチコア (イ). ボトルネック (ウ). 低下 (エ). 少なく (オ). 少なく
(カ). 低下 (キ). 長く (ク). メニーコア (ケ). スレッド (コ). 少ない

問 3　情報数学

[1]

A	B	$A \to B$	$\overline{A}$vB
0	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
1	1	1	1

より成り立つ。

[2]

NOT(A) $\to$ NOR(A, A)
OR(A, B) $\to$ NOR(NOR(A, B), NOR(A, B))
AND(A, B) $\to$ NOR(NOR(A, A), NOR(B, B))
XOR(A, B) $\to$ NOR(NOR(A, B), NOR(NOR(A, A), NOR(B, B)))

[3]

(1)
$\frac{n(n-1)}{2} \cdots {}_n\mathrm{C}_2$

(2)
$\sum_{k=0}^{n-2} ({}_{n-2}\mathrm{C}_k \times k!)$

問 4　情報理論

[1]

$-\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2} = 1$

[2]

$x_{t-1}=-1$ と、$x_{t-1}=1$ の 2 つの場合の式を作り、それぞれで p を r で表す。
$< x_{t-1}$の時$>$ $\sum_{x_t=\pm 1} X_t P(X_t|1) = 1\times P(1|1) + (-1)\times = (-1|1) = 1-P-P = r$ より、$P=\frac{1}{2}(1-r)$
両者より、P と r の関係式が等しいので、X_{t-1} を入力、X_t を出力、反転率を $P=\frac{1}{2}(1-r)$ とした、2 元対称通信路で表せる。
2 元対称通信路とは、送信者が 1 つのビット (0 or 1) を送信しようとし受信者が 1 つのビットを受け取るとするとき、正しく受信されるか、ある小さな確率でビット反転した値 (対称) を受け取る通信路。
余談
$0 \le r \le 1$ より、$0 \le P \le \frac{1}{2}$ となる。つまり、$X_t = X_{t-1}$ の確率が、 $X_t \ne X_{t-1}$ の確率よりも、高井か同じ情報源である。

(3)
L = 2 を例に説明
$C(2) = < X_t X_{t-2} > = \sum_{X_t=\pm 1}\sum_{X_{t-1}=\pm 1}\sum_{X_{t-2}=\pm 1} X_t X_{t-2} P(X_t, X_{t-1}, X_{t-2})$
これを表で表すと、

X_t	X_{t-1}	X_{t-2}	$X_t X_{t-2} P(X_t, X_{t-1}, X_{t-2})$
1	1	1	+
1	1	-1	-
1	-1	1	+
1	-1	-1	-
-1	1	1	-
-1	1	-1	+
-1	-1	1	-
-1	-1	-1	+

このことから、$C(2)=$
$\{P(1,1,1)+P(1,-1,1)+P(-1,1,-1)+P(-1,-1,-1)\}-\{P(1,1,-1)+P(1,-1,-1)+P(-1,1,1)+P(-1,-1,1)\}$
これは、同符号の確率から異符号の確率を引いたものである。
つまり、X_tと X_{t-L} の相関関数は、同符号の確率から、異符号の確率を引いたものであることがわかる。
同符号の確率は、回数 L の間に偶数回ビット反転を行ったものであり、異符号の場合は、奇数回ビット反転したものである。
偶数回ビット反転する確率 P_+ は、$P_+ = {}_L\mathrm{C}_0(1-P)^L + {}_L\mathrm{C}_2(1-P)^{L-2}P^2\cdots$
奇数回ビット反転する確率 P_- は、$P_- = {}_L\mathrm{C}_1(1-P)^{L-1}P + {}_L\mathrm{C}_3(1-P)^{L-3}P^3\cdots$ よって、

$$C(L) = \sum_{X_t=\pm 1}\sum_{X_{t-1}=\pm 1}\cdots\sum_{X_{t-L+1}=\pm 1}\sum_{X_{t-L}=\pm 1} X_t X_{t-L} P(X_t, X_{t-1}, \cdots, X_{t-L+1}, X_{t-L})$$

$${}_L\mathrm{C}_0(1-P)^L - {}_L\mathrm{C}_1(1-P)^{L-1}P + {}_L\mathrm{C}_2(1-P)^{L-2}P^2 - {}_L\mathrm{C}_3(1-P)^{L-3}P^3\cdots$$

$${}_L\mathrm{C}_0(1-P)^L + {}_L\mathrm{C}_1(1-P)^{L-1}(-P) + {}_L\mathrm{C}_2(1-P)^{L-2}(-P)^2 + {}_L\mathrm{C}_3(1-P)^{L-3}(-P)^3\cdots$$

$$= \{(1-P)+(-P)\}^L = (1-2P)^L = r^L = e^{L\log r}$$

$logr = -\frac{1}{L_0}$ とすると、上記の式及び、それを満たす L_0 は、

$$e^{L\log r} = e^{-\frac{L}{L_0}} \text{また、} L_0 = -\frac{1}{\log r}$$

問 5　線形代数学

[1]

(1)

行列式 $|S_2| = a^2 - 1$
固有値と固有ベクトル
$|S_2 - Et| = (a-t)^2 - 1 = (a-t+1)(a-t-1) = 0$ より、固有値 t = a + 1, a - 1。
t = a + 1　のとき、固有ベクトルは
$-x_1 - x_2 = 0$ より、$\vec{x_1} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \cdots (c_1 \neq 0)$
t = a - 1 のとき、固有ベクトルは
$x_1 - x_2 = 0$ より、$\vec{x_1} = c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdots (c_2 \neq 0)$
となる。

(2)
上記から、固有ベクトルがわかったので、対角化 (n 行 n 列目のみ値を持ち、ほかは 0 の行列を作ること) を行う。
固有ベクトルから、P を作成する。
$P = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
$P^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
よって、対角行列は、$P^{-1}S_2P = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & -1 \\ -1 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+1 & 0 \\ 0 & a-1 \end{pmatrix}$ となる。
よって、$(P^{-1}S_2P)^n = P^{-1}(S_2)^nP = \begin{pmatrix} (a+1)^n & 0 \\ 0 & (a-1)^n \end{pmatrix} = T_2$ となるため、
$(S_2)^n = PT_2P^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} (a+1)^n + (a-1)^n & -(a+1)^n + (a-1)^n \\ -(a-1)^n + (a-1)^n & (a+1)^n + (a-1)^n \end{pmatrix}$ となる。

[2]

(1)

$$s_m = \begin{cases} a \cdots (m=1) \\ aS_{m-1} + (m-1)t_{m-1} \cdots (m \leq 2) \end{cases}$$

$$t_{m-1} = \begin{cases} (a+1)t_{m-2} \cdots (m \leq 3) \\ -1 \cdots (m=2) \end{cases}$$

S_m は、m = 4 の時を考える。

$$S_4 = \begin{vmatrix} a & -1 & -1 & -1 \\ -1 & a & -1 & -1 \\ -1 & -1 & a & -1 \\ -1 & -1 & -1 & a \end{vmatrix} = a \begin{vmatrix} a & -1 & -1 \\ -1 & a & -1 \\ -1 & -1 & a \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & a & -1 \\ -1 & -1 & a \end{vmatrix}$$

$$+(-1) \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ a & -1 & -1 \\ -1 & -1 & a \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ a & -1 & -1 \\ -1 & a & -1 \end{vmatrix}$$

この中で、後ろ 3 つはすべて t_3 となる。これを繰り返すことで導ける。