

北海道大学 大学院情報科学研究科

複合情報学専攻 修士課程入学試験

平成 24 年 8 月 23 日(木) 13:00~15:00

### 専門科目 1

#### 受験上の注意

- 本問題冊子に問題が四問ある。問 1 (コンピュータ工学基礎), 問 2 (プログラミング), 問 3 (応用数学), 問 4 (情報数学・確率統計) の四問すべてに解答せよ。
- 解答用の答案用紙は 4 枚である。この他に下書き用の草案紙 4 枚を配付する。
- すべての答案用紙に, 受験番号, 問題番号(例えば, 問 3 など)を必ず記入すること。
- 解答は, 問題ごとに別々の答案用紙に記入すること(裏面を使用してもよい。答案用紙が不足したり, 破損したりした場合には試験監督員に申し出て受け取ること)。
- 解答が複数枚にわたる時は, 1/2, 2/2 のように答案用紙にページ番号を必ず付すこと, および受験番号, 問題番号を各ページに記入すること。
- 問題冊子, 草案紙は持ち帰り, 答案用紙はすべて提出すること。
- 机の上に置いてよいものは, 筆記用具 (鉛筆, 消しゴム, 鉛筆削りなど), 時計, および特に指示があったもののみである。時計は計時機能のみを使用し, アラームの使用を禁ずる。携帯電話等は電源を切っておくこと。電卓, 電子辞書などは使用不可である。

## 問 1. コンピュータ工学基礎

以下の問いに答えよ。

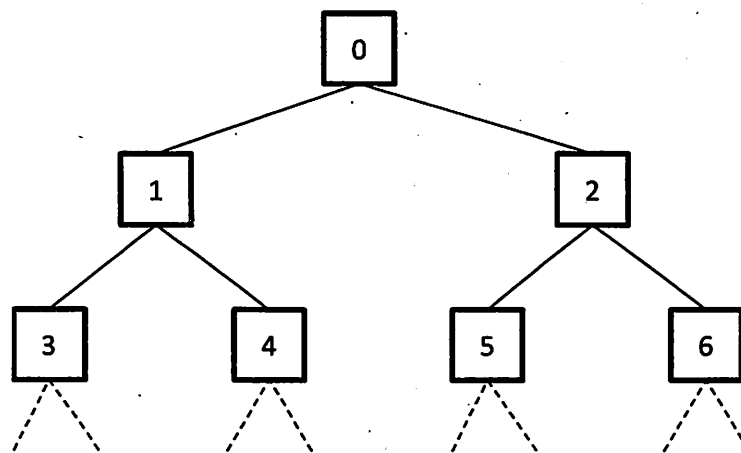
- [1] フォンノイマン型計算機のプロセッサを構成する以下の要素について、その役割を簡潔に述べよ。
- (1) バス
  - (2) 制御装置
  - (3) レジスタ
  - (4) 演算装置
- [2] プロセッサの命令サイクルの中で、割込み機構が使われるが、この割込み処理の必要性について、簡潔に述べよ。
- [3] 次に挙げる (1) から (5) の文章は、計算機環境の進展について記したものである。ただし、これらの文章の下線を付した語句の中にはいくつか誤りがあり、不適切な内容となっている。その語句を挙げ、最も適した語句に改めよ。
- (1) 計算機科学の進歩は、その主たる構成部品で区分されることがある。第 2 世代は真空管であり、第 4 世代は LSI とされている。
  - (2) プログラムの入力手段も、現在のパンチカードとマウスから考えれば想像できないが、当初は電氣的結線によっていた。
  - (3) 出力先も、現在のようなグラフィカルディスプレイではなく、ペンの移動により描画を行うドットインパクトプリンタなどがあった。
  - (4) フォンノイマン型計算機は、その特性から、ニューロ型とも呼ばれている。
  - (5) 演算装置での 2 進数演算において、桁あふれを伝えるためのフラグを、一般にゼロフラグとよぶ。
- [4] 論理回路に関する以下の小問に答えよ。ただし、用いるゲートは AND, OR, NOT とし、入出力はいずれも正論理とする。
- (1) 1bit 半加算器を MIL 記法で示せ。
  - (2) 1bit 全加算器を MIL 記法で示せ。ただし、(1) の結果を適当な記号で示してそのまま用いてもよい。

## 問 2. プログラミング

以下の問いに答えよ。

[1] 整数型配列とその要素数が引数として与えられた際、配列を図 1 のような木構造と見なし、これを利用してその要素を小さい順に並び替える C 言語プログラム A を考える。このプログラム A について、次の各問いに答えなさい。

- (1) プログラム A 中の ア では、二つの整数型変数のポインタを引数にとり、その変数の値を入れ替える関数 `swap` を定義したい。 ア に入るコードを答えなさい。
- (2) 図 1 の木構造において、添え字 `cur` で表されるあるノードを考える。このノードの左側の子ノードの添え字と右側の子ノードの添え字は `cur` を用いて式で表すことができる。これを参考に、プログラム中の a、b に当てはまるコードを答えなさい。
- (3) プログラム中のイの部分を実行し終えた段階で出来上がる木構造は必ずある性質を満たす。その性質は何か答えなさい。
- (4) プログラム中のイの部分の `for` 文はこのままでは無駄が生じる。無駄が生じる理由を答え、最大限無駄を省いた `for` 文に書き換えなさい。



※各ノードの番号は配列の添え字に対応する

図 1 : 整数配列からなる構造

プログラム A

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
```

ア

```
void shiftdown(int *n, int cur, int btm){
    int largerChild;

    while ( (a) <= btm ){
        if ( (a) == btm || n[a] > n[b] )
            largerChild = a;
        else
            largerChild = b;

        if (n[cur] < n[largerChild]){
            swap( n+cur, n+largerChild );
            cur = largerChild;
        }
        else
            break;
    }
}

void sort(int *n, int num){
    int i;

    for(i=num-1; i>=0; i--){
        shiftdown(n, i, num-1);
    }
    for(i=num-1; i>=0; i--){
        swap( n, n+i );
        shiftdown(n, 0, i-1);
    }
}

void main(){
    int n[] = {10,2,6,4,8,9,1,3,7,5};
    sort(n, 10);
}
```

[2] キーボードから長さ (length) を入力すると, 0 から  $2^{\text{length}} - 1$  までの整数に対応する 2 進数のビット列とそのグレイ符号 (ある値から隣接した値に変化する際に常に 1 ビットしか変化しない特徴を持つ符号) を, すべて 0 の場合 (00...0) から順に生成し, 画面に出力する以下のプログラム B について次の問いに答えよ.

- (1)  から  に挿入すべき適切なコードを示せ.
- (2) length として「3」を入力した場合の出力結果を示せ.

#### プログラム B

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

#define MAX_LENGTH 20

void main()
{
    unsigned long i, number;
    int **binary, **gray, length, j;

    printf("length = ");
    scanf("%d", );

    if(length > MAX_LENGTH) {
        printf("length exceeds a limit (%d).\n", MAX_LENGTH);
        exit(1);
    }
    number = (unsigned long)1  length;
    printf("number = %ld\n", number);

    binary =  malloc(sizeof(int *)*number);
    gray =  malloc(sizeof(int *)*number);

    for(i = 0; i < number; i++) {
        binary[i] = (int *)malloc(*length);
        gray[i] = (int *)malloc(*length);
        for(j = 0; j < length; j++) binary[i][j] = (i >> ) & 1;
        gray[i][length-1] = binary[i][length-1];
        for(j = ; j >= 0; j--) gray[i][j] = (binary[i][j+1] ^ binary[i][j]);
    }

    for(i = 0; i < number; i++) {
        printf(": ", i);
        for(j = length - 1; j >= 0; j--) printf("%d", binary[i][j]);
        printf(" : ");
        for(j = length - 1; j >= 0; j--) printf("%d", gray[i][j]);
        printf("\n");
    }

    for(i = 0; i < number; i++) {
        free(binary[i]);
        free(gray[i]);
    }
    free(binary);
    free(gray);
}
```

### 問 3. 応用数学

以下の問いに答えよ.

[1] 次の行列の逆行列を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 0 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

[2] 次の行列の固有値と固有ベクトルを求めよ.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

[3] 次の定積分の値を極座標変換を用いて求めよ. ただし,  $e$  は自然対数の底である.

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$$

[4] 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{d^3 y}{dx^3} - 3 \frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

## 問 4. 情報数学・確率統計

以下の問いに答えよ。

[1]

- (1)  $G$  の部分集合全体の集合を  $G$  のべき集合と呼び、 $\text{pow}(G)$  で表す。つまり、 $G$  の要素が  $N$  個あるとき、 $\text{pow}(G)$  の要素は  $2^N$  個あることになる。

さて、集合  $G'$  を  $\{p_1, p_2, p_3, q_1, q_2, q_3\}$  とするとき、 $\text{pow}(G')$  の要素で、要素数が 2 以下の集合はいくつあるか、答えだけではなく、計算式を書いて求めよ。

- (2)  $\text{pow}(G)$  の要素  $H, B$  がつくる表現  $(H \leftarrow B)$  を「式」と呼ぶことにする。 $\text{pow}(G)$  の要素  $S$  が式  $(H \leftarrow B)$  を満たすとは

- (a)  $B$  が  $S$  の部分集合でない、または  
(b)  $H$  と  $S$  が共通の要素を持つ

が成り立つことである。

このとき、 $\text{pow}(G')$  の要素  $\{p_2, q_2\}$  は式  $(\{p_1, q_1\} \leftarrow \{q_1, q_3\})$  を満たすことを示せ。また、 $\text{pow}(G')$  の要素  $\{p_1, p_2, q_2\}$  は式  $(\{p_3\} \leftarrow \{p_1, q_2\})$  を満たすことを示せ。

- (3)  $\text{pow}(G)$  の要素が式の集合  $K$  を満たすとは、 $S$  が  $K$  の要素の式の全てを満たすことである。

今、 $K'$  を  $\{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5\}$  とする。ただし、各式  $C_k; k = 1, \dots, 5$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} C_1 &= (\{q_1, q_3\} \leftarrow \{p_1\}), \\ C_2 &= (\{p_1, q_2\} \leftarrow \{p_2\}), \\ C_3 &= (\{p_2\} \leftarrow \{\}), \\ C_4 &= (\{p_3\} \leftarrow \{\}), \\ C_5 &= (\{\} \leftarrow \{p_2, q_2\}) \end{aligned}$$

このとき、 $\text{pow}(G')$  の要素  $S'$  で、 $K'$  を満たすものを全て求めよ。ただし、求める過程も説明すること。

[2]

一人のランダムウォーカーが数直線上を原点をスタートし、右に  $p$ 、左に  $q (= 1 - p)$  の確率で、各ステップあたり、単位長さ 1 だけ左右に移動する。このランダムウォーカーが  $n$  ステップの移動を行ったのち、原点から測った位置  $x$  にいる確率  $P(x)$ 、および、平均  $E[x]$  と分散  $V[x]$  を求めよ。

ただし、二項分布:  $P(r) = {}_n C_r p^r q^{n-r}$ ,  $p + q = 1$  の平均  $E[r]$ 、2 次のモーメント  $E[r^2]$  がそれぞれ

$$E[r] = np, \quad E[r^2] = n(n-1)p^2 + np$$

で与えられる事実を用いても良い。