

北海道大学 大学院情報科学研究科

情報理工学専攻 修士課程入学試験

平成 26 年 8 月 21 日 10:00-12:00

専門科目 1

受験上の注意

- 本冊子内の五問，問 1（基礎数学），問 2（情報数学），問 3（確率・統計），問 4（コンピュータ基礎工学），および問 5（プログラミング）から三問選択し解答せよ。
- 選択問題チェック票に受験番号を記入し，選択した三問に○印をつけること。
- すべての答案用紙に，受験番号および選択した問題番号（例えば，問 3 など）を必ず記入すること。
- 答案用紙は 3 枚である。この他に下書き用の草案紙 3 枚を配付する。
- 解答は，問題ごとに別々の答案用紙に記入すること（裏面を使用してもよい。答案用紙が不足したり，破損したりした場合には試験監督員に申し出て受け取ること）。
- 問題ごとの答案用紙が複数枚にわたる時は，1/2, 2/2 のように答案用紙にページ番号を必ず付し，受験番号，選択した問題番号を各ページに記入すること。
- 問題冊子，草案紙は持ち帰り，選択問題チェック票とすべての答案用紙を提出すること。
- 机の上に置いてよいものは，筆記用具（鉛筆，消しゴム，鉛筆削りなど），時計，および特に指示があったもののみである。時計は計時機能のみを使用し，アラームの使用を禁ずる。携帯電話，スマートフォン，タブレットコンピュータ等は電源を切ってかばんの中にしてしまうこと。電卓，電子辞書などは使用不可である。

専門科目 1
選択問題チェック票

1. 受験番号を記入すること.
2. 問 1 から問 5 のうち選択した三問について以下の表中に○を記入せよ. なお, 選択した問題番号と答案用紙に記入した問題番号が一致していることを十分よく確かめること.
3. 本チェック票は答案用紙と一緒に提出すること.

受験番号	
------	--

問 1	基礎数学		選択した 三問に○ を記入す ること
問 2	情報数学		
問 3	確率・統計		
問 4	コンピュータ基礎工学		
問 5	プログラミング		

問1. 基礎数学

[1] 微分・積分に関する以下の問いに答えよ. ただし, $\log x$ は自然対数とする.

(1) 次の極限値を求めよ.

$$\text{i)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 5^n}{4^n + 5^{n-2}} \quad \text{ii)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n} \right)$$

(2) 次の計算をせよ.

$$\text{i)} \quad \frac{d(\log(\log x))}{dx} \quad \text{ii)} \quad \int_1^3 \frac{1}{x^3} dx$$

(3) 関数 $f(x) = \log x$ の n 次導関数を求めよ. ただし, $n = 1, 2, 3, \dots$ とする.

(4) 次の微分方程式の一般解を, $u = \frac{y}{x}$ とおいて求めよ.

$$(x^2 + y^2) \frac{dy}{dx} = -2xy$$

[2] 線形代数に関する以下の問いに答えよ.

(1) 右に示す行列の行列式を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & a & b \\ 3 & 3 & 1 & c \\ 1 & 1 & 0 & e \\ 0 & 0 & 1 & d \end{pmatrix}$$

(2) 右に示す行列の逆行列を求めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(3) 実数 x, y, z が $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ を満たすとき, 2次形式 $\frac{x^2}{2} + xy + \frac{y^2}{2} + 2z^2$ の最大値と最小値を求めよ.

(4) A を $m \times n$ 行列, B を $m \times k$ 行列とする. また, X を $n \times k$ 行列でその要素として変数を持つものを考える. このとき, 行列方程式 $AX = B$ が解を持てば, $\text{rank } A = \text{rank } (A \ B)$ であることを示せ. ただし, A の列ベクトルを $\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_n$, また, B の列ベクトルを $\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_k$ とし, $(A \ B)$ は A の右に B を並べて作った $m \times (n+k)$ 行列 $\begin{pmatrix} \mathbf{a}_1 & \cdots & \mathbf{a}_n & \mathbf{b}_1 & \cdots & \mathbf{b}_k \end{pmatrix}$ を表す.

問 2. 情報数学

[1] 以下の問いに答えよ.

- (1) 全体集合 U における部分集合 A と B について, 以下が成り立つことを示せ. ただし, \bar{A} は U における A の補集合であり, 差集合 $A - B$ は $A - B = A \cap \bar{B}$ で定義される.

$$(A \cup B) - (A \cap B) = (A \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$$

- (2) 集合 $A = \{5l \mid l \in \mathbb{Z}\}$ と集合 $B = \{10m + 15n \mid m, n \in \mathbb{Z}\}$ が等しいことを示せ. ただし, \mathbb{Z} は整数の集合である.
- (3) 9 個の相異なるおもちゃを 3 人の子供に 3 個ずつ配るとき, 何通りの配り方があるか. また, 学生 9 人がプログラミングコンテストに出場するために 3 人ずつのチームを組むとき, 何通りの組み方があるか.
- (4) 16 進法で表された二つの数の和 $E82F33_{(16)} + 3C5D4F8_{(16)}$ の計算結果を 8 進法で表せ.

[2] 以下の真理値表で定義されるブール関数 $E(x, y, z)$ について問いに答えよ.

x	y	z	$E(x, y, z)$
1	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	0

- (1) $E(x, y, z)$ を完全な基本積の和 (主加法標準形, 積和標準形ともいう) で表せ.
- (2) $E(x, y, z)$ の最簡形を求めよ. ここでブール関数の積和形が最簡であるとは, 項の数が最小で, その中で変数の数が最小であることとする.
- (3) (2) で得られたブール表現に対応する論理回路を, 以下に示す論理ゲートを用いて構成し図示せよ.



AND



OR



NOT

問 3. 確率・統計

非負整数値をとる離散型確率変数 X の確率分布が,

$$P(X = k) = (1 - p)^k p, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

であるとき, 確率変数 X は母数 p の幾何分布にしたがうといい, $X \sim \text{Geo}(p)$ と表す. ただし, $0 < p < 1$ である.

[1] $X \sim \text{Geo}\left(\frac{2}{3}\right)$ のとき, 以下の確率を求めよ.

(1) $P(X = 0)$

(2) $P(X \leq 2)$

(3) $P(X \geq 4)$

[2] $X \sim \text{Geo}(p)$ のとき以下の問いに答えよ.

(1) 任意の非負整数 m に対して

$$P(X \geq m) = (1 - p)^m$$

となることを示せ.

(2) 任意の非負整数 m, n に対して

$$P(X \geq m + n \mid X \geq m) = P(X \geq n)$$

が成り立つことを示せ. ただし, $P(X = k \mid X \geq m)$ は条件 $X \geq m$ が与えられたときの X の条件付き確率を表し,

$$P(X \geq m + n \mid X \geq m) = \sum_{k=m+n}^{\infty} P(X = k \mid X \geq m)$$

である.

[3] X_1, X_2, \dots, X_n を母数 p の幾何分布 $\text{Geo}(p)$ からの無作為標本とする. ここで, p は未知母数である.

(1) X_1, X_2, \dots, X_n の同時確率を $P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n)$ とするとき, これをパラメータ p の関数とみたものを尤度関数とよび, $l(p)$ と表す. $l(p)$ を求めよ.

(2) 尤度関数 $l(p)$ を最大にするような \hat{p} を母数 p の最尤推定量とよぶ. 最尤推定量 \hat{p} を求めよ.

問4. コンピュータ基礎工学

[1] ノイマン型コンピュータにおけるプロセッサに関する以下の問いに答えよ.

(1) プロセッサが以下の (a) から (e) の動作を順に行って一つの演算命令を実行するケースを考える. このとき, (a) から (e) のそれぞれはどのような動作か, 簡潔に示せ.

(a) Instruction fetch

(b) Decode

(c) Operand read

(d) Execute

(e) Write back

(2) フォンノイマンボトルネックとはノイマン型コンピュータのどのような弱点を言い表したもののか, 簡潔に記述せよ.

[2] オペレーティングシステムに関する以下の問いに答えよ.

(1) カーネルが行う管理のうち二つを記述せよ.

(2) カーネルはCPUの特権モードで実行されるが, 特権モードと非特権モードの違いは何か, 簡潔に記述せよ.

[3] 計算速度の高速化に関する以下の問いに答えよ.

(1) 計算機が開発されてから, 単一プロセッサ (コア) の計算速度は, 向上の一途をたどってきたが, 近年, その速度向上が鈍化してきている. その原因はなぜか, 簡潔に記述せよ.

(2) 上記の単一プロセッサ (コア) の速度向上が鈍化していることに対して, 高速化を図るために現在利用されている工夫, 方法論, システムアーキテクチャ等について一つ示し, その概要を簡潔に記述せよ.

問5. プログラミング

- [1] x, y, z はそれぞれ正の整数であり, $x, y \leq 20$ とする. この時, $x^2 + y^2 = z^2$ を満たす全ての x, y, z の組み合わせを表示する C 言語プログラムを作成したい. ソースコード 1 の (ア) ~ (ウ) を適切に埋めてプログラムを完成させよ.

ソースコード 1

```
#include <stdio.h>
int check(int n){
    int i;
    for (i=1; i*i<=n; i++){
        if ( (ア) ) return i;
    }
    return 0;
}

int main(){
    int x, y, z;
    for(x=1; x<=20; x++){
        for(y=1; y<=20; y++){
            z = check( (イ) );
            if ( (ウ) ) printf("x=%d, y=%d, z=%d\n", x, y, z);
        }
    }
    return 0;
}
```

- [2] 配列を利用し, 次の数式で表される $f(x)$ を効率よく計算する C 言語プログラムを作成したい. ここで, x は整数, \mathbb{Z} は整数の集合である. ソースコード 2 の (ア) ~ (エ) を適切に埋めてプログラムを完成させよ. ただし, ソースコードは要素数 1000 の配列の場合である.

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0 \\ f(x-2) + f(\lfloor x/3 - 7 \rfloor), & \text{otherwise} \end{cases}$$
$$\lfloor y \rfloor = \max\{n | n \in \mathbb{Z}, n \leq y\}$$

ソースコード 2

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#define N 1000
int calc( (ア) ){
    int val;
    if (x<=0) return 1;
    if ( (イ) ) return dp[x];
    val = calc(x-2, dp) + calc(x/3-7, dp);
    if ( (ウ) ) dp[x] = val;
    return val;
}

int func(int x){
    int i, ans;
    int *dp = (エ);
    for(i=0; i<N; i++) dp[i] = 0;
    ans = calc(x, dp);
    free(dp);
    return ans;
}

int main(){
    int x;
    scanf("%d", &x);
    printf("%d\n", func(x));
    return 0;
}
```

次ページに続く

[3] ソースコード 3 はあるルールに従って二分木に値を格納し、表示する C 言語プログラムである。このプログラムに関して以下の問いに答えよ。

- (1) clear 関数は二分木生成の際に使用したメモリを全て解放する関数である。(ア)を適切に埋めてこの関数を完成させよ。
- (2) このプログラムの実行結果を示せ。

ソースコード 3

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

typedef struct Node {
    int value;
    struct Node *left, *right;
} node;

node * append(node *n, int x){

    if (n==NULL){
        n = (node *)malloc(sizeof(node));
        n->left = n->right = NULL;
        n->value = x;
        return n;
    }

    if (n->value%x == 0) n->left = append( n->left, x);
    else n->right = append( n->right, x);
    return n;
}

void show(node *n){
    if (n->left!=NULL) show(n->left);
    if (n->right!=NULL) show(n->right);
    printf("%d¥n",n->value);
}

void clear(node *n){



(ア)



}

int main(){
    node *root = NULL;
    root = append( root, 8 );
    root = append( root, 2 );
    root = append( root, 3 );
    root = append( root, 4 );
    root = append( root, 1 );
    root = append( root, 6 );
    show( root );
    clear( root );
    return 0;
}
```