# 北海道大学　大学院情報科学研究科
# 複合情報学専攻 修士課程入学試験

## 平成 21 年 8 月 18 日(火)　13:00~15:00

## 専門科目１

受験上の注意

● 本問題冊子に問題が五問あり，問１（計算機プログラミング）と問２（コンピュータ工学）は必修問題である．問３（情報数学），問４（情報理論），および問５（線形代数学）の三問から二問を選択し，合計四問について解答せよ．

● 選択問題チェック票に受験番号および，選択した科目に印を記入すること．

●解答用の答案用紙は４枚である．この他に下書き用の草案紙４枚を配付する．

●全ての答案用紙に，受験番号，選択した問題番号(例えば，問３など)を必ず記入すること．

●解答は，問題ごとに別々の答案用紙に記入すること(裏面を使用してもよい．答案用紙が不足したり，破損したりした場合には試験監督員に申し出て受け取ること)．

●解答が複数枚にわたる時は，1/2，2/2 のように答案用紙にページ番号を必ず付すこと，及び受験番号，選択した問題番号を各ページに記入すること．

●問題冊子，草案紙は持ち帰り，答案用紙と選択問題チェック票を提出すること．

●机の上に置いてよいものは，筆記用具（鉛筆，消しゴム，鉛筆削りなど），時計，特に指示があったもののみである．時計は計時機能のみを使用し，アラームの使用を禁ずる．携帯電話等は電源を切っておくこと．電卓，電子辞書などは使用不可である．

# 専門科目１

# 選択問題チェック票

１．　受験番号を記入せよ.

２．　問３から問 5 までに選択した二問について, ○を記入せよ.
なお, 選択した問と答案用紙に記入したものと一致しているか, 十分に確かめること.

３．　本チェック票は答案用紙と一緒に提出すること.

| 受験番号 | |
|---|---|

<table>
<tr><td>問１　計算機プログラミング</td><td colspan="2">必修</td></tr>
<tr><td>問２　コンピュータ工学</td><td colspan="2">必修</td></tr>
<tr><td>問３　情報数学</td><td></td><td rowspan="3">選択した二問に○を記入すること</td></tr>
<tr><td>問４　情報理論</td><td></td></tr>
<tr><td>問５　線形代数学</td><td></td></tr>
</table>

# 問 1. 計算機プログラミング

［1］～［3］の各問に答えよ.

［1］ある正の整数 x が x の約数の総和（x を除く）と等しいとき，x は完全数であるという．例として，6 の約数は 6 を除くと 1, 2, 3 の 3 つであり，これらの総和は 6 となるため 6 は完全数である．同様に 28 も完全数である．10000 未満の完全数を全て表示するプログラムを作成したい.

以下の C 言語ソースコードの（ア）～（オ）を適切に埋め，プログラムを完成させなさい.

**ソースコード**

```
#include <stdio.h>

int sumd(int x){
    int i, s;
    s = （ア）;
    for(i = 1; （イ） ; i++){
        if( （ウ） ){
            s += i;
        }
    }
    return s;
}

int main(){
    int i;

    for(i = 1; （エ） ; i++){
        if( （オ） ){
            printf("%d¥n", i);
        }
    }
    return 0;
}
```

［2］二次元平面上の点の集合が与えられた時，原点から各点までの距離の最大値を返す関数 maxdist を C 言語で定義せよ．関数のプロトタイプ宣言を以下に示す．

```
double maxdist( double x[], double y[], int n );
```

第一引数 x 及び第二引数 y は，与えられた各点の x 座標及び y 座標を表す配列であり，それぞれの i 番目の要素の組（x[i], y[i]）が i 番目の点を表す．第三引数 n は与えられた点の数であり，与えられた点の集合が｛(x[0], y[0]), (x[1], y[1]), …, (x[n-1], y[n-1])｝であることを表す．関数の定義においては，配列 x 及び y の要素数が n であること，n が 1 以上であることを仮定してよい．また，距離はユークリッド距離とし，それを計算するために平方根を求める関数 sqrt を利用してよい．

以下のソースコードは，点の集合を｛(6.0, 1.9), (-3.3, 5.4), (-5.7, -2.6)｝として，関数 maxdist を利用する例を表す．

**ソースコード**

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>

double maxdist(double x[], double y[], int n);

int main(){
   double x[] = {6.0, -3.3, -5.7};
   double y[] = {1.9,  5.4, -2.6};

   printf("%lf¥n", maxdist(x, y, 3));
   return 0;
}
```

［３］下記のソースコードはある規則によって要素の挿入を行う線型リスト構造を実現する C 言語プログラムである．このプログラムについて，次の各問に答えなさい．

（１） プログラム中の（ア）の部分では，構造体を動的に生成するために構造体 LIST が必要とするサイズ分のメモリを新たに確保し，そのポインタを new に格納したい．それを実現するために空欄を適切に埋めよ．

（２） プログラム中の delete 関数は，引数として与えられたリスト構造から n と一致する要素を持つ最初のセルを一つ削除する関数である．(イ)～(エ)を埋めて適切に動作する delete 関数を完成させよ．

（３） main 関数内で示された順に insert 関数，delete 関数を呼び出した場合，リスト構造が保持している値は最終的にどのような順か答えよ（例：１→２→３など）．

**ソースコード**

```
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>

struct LIST { int value; struct LIST *next; };

void insert(struct LIST *cell, int n){
  if (cell->next==NULL || (cell->value%10==n%10)){
    struct LIST *new;
    if ((new = [         (ア)         ] )==NULL) exit(1);
    new->next = cell->next;
    new->value = n;
    cell->next = new;
  }
  else insert(cell->next, n);
}

void delete(struct LIST *cell, int n){
  if (cell!=NULL && cell->next!=NULL){
    if ([    (イ)    ]==n){
      struct LIST *old;
      old = cell->next;
      cell->next = [    (ウ)    ];
      [   (エ)   ];
    }
    else delete(cell->next, n);
  }
}

int main(){
  int n;
  struct LIST root;
  root.next = NULL;
  insert(&root, 52); insert(&root, 18); insert(&root, 32); insert(&root, 91);
  insert(&root, 48); insert(&root, 22); insert(&root, 15); delete(&root, 91);
  return 0;
}
```

# 問 2. コンピュータ工学

以下の問いに答えよ.

［１］ TCP/IP 階層モデルは４階層からなり，第１層はネットワークインターフェース層，第２層はインターネット層である．下記の問いに答えよ.

（１）第３層および第４層の名称を答えよ.

（２）第１層から第４層の各層で用いられる代表的なプロトコルをそれぞれ一つ答えよ.

（３）サーバ側のアプリケーションが用いるプロトコルとそれが使用するウェルノウンポート番号（well-known port number）の組を３つ答えよ.

（４）ネットワークのデータ授受において，TCP/IP 階層モデルのように，階層性をもたせることの利点を答えよ.

［２］以下の文章中において括弧内を以下のキーワードから適切なものを選んで埋めよ.
（必ずしもすべてのキーワードを使用するとは限らず，2 回以上使用する可能性もある）
プロセス，向上，低下，多く，少なく，多い，少ない，スレッド，ボトルネック
データフロー，シングルコア，マルチコア，パイプライン，メニーコア，長く，短く

近年，半導体プロセス技術の進展により，複数の演算コアを一つの CPU ダイ上に実現した（ア）の CPU が開発，販売されている．多くの演算コアを用いた場合，コア間の通信が性能上の（イ）となり，通信の頻度が多くなればなるほど全体としての演算性能が（ウ）する．したがって，従来の逐次処理による数値計算プログラムを並列化する場合には，できる限り相互依存性が（エ）なるように処理を分割し，共有メモリへのアクセスが（オ）なるように配慮する必要がある．そのような条件が満たされない場合，処理性能が急速に（カ）し，元の逐次プログラムよりも実行時間が（キ）なってしまうこともある.
（ア）のなかでも，さらに多数の演算コアを配置した（ク）と呼ばれる CPU についても開発が進められている．中でもこれまでグラフィック用途として用いられてきた GPU（Graphic Processing Unit）を並列計算に用いる GPGPU (General Purpose GPU）に関する研究が，近年盛んに行われている．GPU においては多数の演算ユニットを並列に用いることで，極めて多数の（ケ）を並列実行することが可能であることから，SIMT（Single-Instruction Multiple-Thread）と呼ばれるが，条件分岐に関する制約が存在すること，それぞれの演算ユニットにおいて使用できるローカルメモリの容量が極めて（コ）ことなどから，実装に当たっては注意が必要である.

# 問 3. 情報数学

以下の問いに答えよ．特に指定のない場合は，導出過程も記述すること．

［1］命題論理において，$A$の否定を$\overline{A}$で表し，選言を$\vee$で表すとき，含意 $A \rightarrow B$ が $\overline{A} \vee B$ と等価であることを，$A$ と $B$ の真偽を含めた真理値表を用いて示せ．

［2］$A$ と $B$ の否定論理和演算を NOR($A$,$B$)で示すとき，$A$ の否定 NOT($A$)，$A$ と $B$ の論理和 OR($A$,$B$)，論理積 AND($A$,$B$)，排他的論理和 XOR($A$,$B$)を，NOR 演算のみを用いて構成できることを示せ．

［3］頂点数が $n$ (ただし，$n$ は整数で，$n > 1$)である(無向)完全グラフについて，以下の小問に答えよ．

（1）辺の総数を，$n$ の式で示せ．

（2）任意の異なる 2 つの頂点を指定したとき，その頂点を終端とする道(path)の総数を $n$ の式で示せ．

# 問４．情報理論

ある情報源から確率的に生成される時系列：$X_0, X_1, X_2, \cdots$を考える．ここで，各変数$X_t$は$+1$または$-1$の 2 値のみをとるものとする．以下の問いに答えよ．

［１］各変数が独立で，$+1$をとる確率が$1/2$，$-1$をとる確率が$1/2$である場合，この情報源の一変数あたりのエントロピーを求めよ．

［２］単純マルコフ情報源から生成される時系列：$X_0, X_1, X_2, \cdots$を考える．

（１） $X_{t-1}$と$X_t$に関する条件付き確率$P\left(X_t \mid X_{t-1}\right)$に対し

$$\sum_{X_t=\pm1} X_t P\left(X_t \mid X_{t-1}\right) = rX_{t-1} \qquad \left(0 \le r \le 1,\ t \ge 1\right)$$

が成り立つとき，$X_{t-1}$と$X_t$の関係は$X_{t-1}$を「入力」，$X_t$を「出力」とした反転率$p$の 2 元対称通信路で表現できることを示し，$p$を$r$を用いて表せ．

（２）$X_t$と$X_{t-L}$間の時間相関を次の「相関関数」として定義する$\left(L \ge 1,\ t \ge L\right)$.

$$C\left(L\right) = \left\langle X_t X_{t-L} \right\rangle = \sum_{X_t=\pm1} \sum_{X_{t-1}=\pm1} \cdots \sum_{X_{t-L}=\pm1} X_t X_{t-L} P\left(X_t, X_{t-1}, \cdots, X_{t-L}\right)$$

ここに，$P\left(X_t, X_{t-1}, \cdots, X_{t-L}\right)$は変数$X_t, X_{t-1}, \cdots, X_{t-L}$についての同時分布を表す．

このとき，次の関係式：

$$P(X_t, X_{t-1}, \cdots, X_{t-L}) = P\left(X_t \mid X_{t-1}\right) P\left(X_{t-1} \mid X_{t-2}\right) \cdots P\left(X_{t-L+1} \mid X_{t-L}\right) P\left(X_{t-L}\right)$$

を使って相関関数$C(L)$が

$$C(L) = \exp\left(-\tfrac{L}{L_0}\right)$$

と表されることを示し，定数$L_0$を$r$を用いて表せ．

# 問５． 線形代数学

以下の問いに答えよ．

［１］次の 2 行 2 列の対称行列

$$\mathbf{S}_2 = \begin{pmatrix} a & -1 \\ -1 & a \end{pmatrix}$$

について

（１）　行列式，および，固有値と固有ベクトルを求めよ．

（２）　行列 $\mathbf{S}_2$ の $n$ 乗: $(\mathbf{S}_2)^n$ を求めよ．

［２］行列 $\mathbf{S}_2$ を $m$ 行 $m$ 列に拡張した $\mathbf{S}_m$，および，$\mathbf{S}_m$ の 1 行 1 列成分のみを $-1$ で置き換えた行列 $\mathbf{T}_m$ を考える．

$$\mathbf{S}_m = \begin{pmatrix} a & -1 & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & a & -1 & \cdots & -1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -1 & -1 & -1 & \cdots & a \end{pmatrix} \quad , \qquad \mathbf{T}_m = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & a & -1 & \cdots & -1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -1 & -1 & -1 & \cdots & a \end{pmatrix}$$

ここで，行列の添え字はそのサイズを表すものとする．このとき

（１）　$\mathbf{S}_m$ の行列式を $s_m$，$\mathbf{T}_m$ の行列式を $t_m$ とするとき，$s_m$ を $s_{m-1}$，および，$t_{m-1}$ を用いて表せ．

また，$t_{m-1}$ を $t_{m-2}$ を用いて表せ．

（２）$s_m$，$t_m$ を $a$ および $m$ からなる式として求めよ．

（３）行列 $\mathbf{S}_m$ の全ての固有値を求めよ．