

**Entwicklung und Anwendung eines  
Frequenzkamm-basierten  
Lasersystems für die Präzisions-Spektroskopie  
an ultrakalten Molekülen und Atomen**

**Inaugural-Dissertation**

zur

Erlangung des Doktorgrades der  
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf

vorgelegt von

Ingo Ernsting

aus Petershagen

Düsseldorf  
August 2009

Aus dem Institut für Experimentalphysik  
der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf

Gedruckt mit der Genehmigung der  
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der  
Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf

Referent: Prof. S. Schiller, Ph.D.

Koreferent: Prof. Dr. A. Görlitz

Tag der mündlichen Prüfung: 28.10.2009

## Kurzzusammenfassung

Die Erfindung des Femtosekunden-Laser basierten optischen Frequenzkamms durch T.W. Hänsch im Jahre 1999, welche eine genaue Messung optischer Frequenzen über weite spektrale Bereiche in einfacher Weise ermöglicht, hat das Gebiet der Metrologie und Präzisions-Spektralphysik revolutioniert.

Die vorliegende Arbeit beschreibt den Aufbau eines Frequenzkamm-basierten Lasersystems für die Präzisions-Spektralphysik an ultrakalten Molekülen und Atomen an dem Institut für Experimentalphysik der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf.

Die präzisionsspektroskopische Ausrichtung zielt hierbei auf die experimentelle Vermessung des fundamentalen Verhältnisses von Elektronenmasse zu Protonenmasse, dessen bessere Kenntnis u.a. zu einer genaueren Bestimmung der Feinstrukturkonstante  $\alpha$  beitragen kann.

Einen neuartigen experimentellen Zugang hierfür bietet die rovibronische Spektroskopie der molekularen Wasserstoffionen, speziell des  $\text{HD}^+$ -Ions. Die Molekülionen werden hierfür in einer linearen Paulfalle gespeichert und zur notwendigen Minimierung der Dopplerverbreiterung, mithilfe der sympathetischen Kühlung durch lasergekühlte Berylliumionen bis auf eine translatorische Temperatur von ca. 50 mK gekühlt.

Das im Rahmen dieser Arbeit aufgebaute Spektroskopie-Lasersystem basiert auf der Weiterentwicklung eines frühen Prototyps des Frequenzkamms FC 8004 der Firma Menlo Systems. Sein infraroter Emissionsbereich wurde zur Erfassung der rovibronischen Übergänge auf mehr als 1500 nm ausgedehnt. Weiterhin ist die Langzeitstabilität des Frequenzkamms durch die Implementierung zusätzlicher Regelschleifen zur Dispersions- und Repetitionsraten-Kontrolle optimiert worden.

Zur Abtastung der rovibronischen Übergänge wurden zwei neuartige GEECDL "grating enhanced external cavity diode laser" Spektroskopielaser aufgebaut, welche die weite Durchstimmbarkeit ( $> 50$  nm) eines Littman- oder Littrow-Lasers mit der geringen Linienbreite ( $< 30$  kHz) und hohen Kurzzeitstabilität eines Hollberg-Lasers kombinieren. Für die Erfassung der Schwebungssignale zur Frequenzmessung und/oder Frequenz- bzw. Phasenstabilisierung der Laser relativ zu dem Frequenzkamm, wurden schnelle Trackingoszillatoren zur aktiven Frequenzfilterung, Frequenz-/Phasendetektoren und Regelfilter entwickelt.

Der rovibronische  $\text{HD}^+$  ( $v' = 4, N' = 3 \leftarrow v = 0, N = 2$ ) Übergang aus dem elektronischen  $\text{HD}^+$  Grundzustand  $X^2\Sigma^+$ , wurde hiermit mit einer Genauigkeit von 2,3 ppb bestimmt, was eine 165-fache Verbesserung in der Genauigkeit gegenüber früheren Messungen darstellt.

Die erreichbare Messgenauigkeit des Frequenzkamms ist grundsätzlich durch die Instabilität der verwendeten Frequenzreferenz (GPS-referenzierter H-Maser) limitiert. Optische Atomuhren mit einer um zwei Größenordnungen reduzierten Instabilität gegenüber Mikrowellen-basierten Cäsium-Atomuhren versprechen daher einen entscheidenden Fortschritt in der Metrologie, bei der Messung fundamentaler Konstanten bzw. deren möglicher Zeitabhängigkeit und in der Verifikation relativistischer Aussagen.

Am Institut für Experimentalphysik der Heinrich-Heine-Universität in Düsseldorf befindet sich daher eine optische Ytterbium Atomuhr im Aufbau. Im Rahmen dieser Arbeit wurde hierfür die absolute optische Frequenz eines frequenzverdoppelten, auf einen Referenzresonator hoher Güte, frequenzstabilisierten QD-ECDL (Quantum Dot External Cavity Laser), bei der Beprobung des  $^{171}\text{Yb}$  :  $^3P_0 \rightarrow ^1S_0$  Überganges mit dem Frequenzkamm gemessen, sowie das Stabilitätsverhalten des frequenzstabilisierten QD-ECDL "Uhrenlasers" ermittelt.

Die Eignung des Frequenzkamms als Frequenzuntersetzer vom optischen Spektralbereich zur Mikrowellenregion wird durch eine Stabilisierung des Frequenzkamms auf einen kryogenen optischen Saphir Resonator, zur Reduzierung der Linienbreite demonstriert. Weiterhin wurde dessen thermischer Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha$ , das Stabilitätsverhalten und die Langzeit-Frequenzdrift ermittelt.

Für den stabilen Transport von Laserstrahlung aus dem Metrologie-Labor in entfernte Labore, wurde eine Faserstabilisierung aufgebaut.

Die Methode zur Erzeugung einer virtuellen Schwebungsfrequenz zwischen Lasern mit einem Frequenzabstand von mehreren 100 THz wurde anhand eines frequenzverdoppelten Nd:YAG Lasers mit dem Frequenzkamm umgesetzt.



## Abstract

The invention of the femtosecond frequency comb by T.W. Hänsch in 1999 has revolutionized the field of metrology and precision spectroscopy. With that device measurements of optical frequencies over wide spectral arrays are possible in a simple way.

The present work describes the design of an frequency-comb based laser system for precision spectroscopy on ultracold molecules and atoms at the Institute for Experimental Physics of the Heinrich-Heine-University Düsseldorf.

The precision spectroscopic goal is the measurement of the fundamental electron to proton mass ratio, that can lead to a better determination of the fine structure constant  $\alpha$ .

A novel experimental access for this purpose is the rovibronic spectroscopy of molecular hydrogen ions, in particular the  $\text{HD}^+$  ion. The ions are stored in a linear Paul trap and cooled to a translational temperature of 50 mK for the minimization of the Doppler broadening.

The spectroscopic laser system constructed in the frame of this thesis is based on a enhancement of an early prototype of a FC 8004 Menlo Systems frequency comb. The infrared part of the emission is broadened to beyond 1500 nm, so as to cover the rovibronic transitions. Long-term stability of the frequency comb is achieved by implementation of additional dispersion and repetition rate servo loops.

For sensing the rovibronic transitions two novel GEECDL (grating enhanced external cavity diode laser) spectroscopy lasers were built, which combine the wide tunability ( $> 50$  nm) of a Littman- or Littrow-lasers together with the small linewidth ( $< 30$  kHz) and the high short-term stability of a Hollberg laser. For acquisition of the beat notes in frequency measurements and/or frequency-, respectively phase-stabilisations of the laser to the frequency comb, fast tracking oscillators for active frequency filtering, a frequency-phase detector and loop filters were developed.

The rovibronic  $\text{HD}^+$  ( $v' = 4, N' = 3 \leftarrow v = 0, N = 2$ ) transition from the electronic  $X^2\Sigma^+$  ground state was measured with an inaccuracy of 2,3 ppb. This is a factor of 150 better than previous results.

The accuracy of the frequency comb is in principle limited by the instability of the used reference source (here a GPS-disciplined hydrogen maser). Optical clocks with instabilities of two orders less than microwave based cesium atomic clocks promise an essential advance in metrology, in determination of fundamental constants and their possible time dependences and for tests of relativity.

Therefore, at the Institute for Experimental Physics of the Heinrich-Heine-University Düsseldorf an optical ytterbium atomic clock is under development. In the course of this thesis the absolute optical frequency of a frequency doubled QD-ECDL (Quantum Dot External Cavity Laser) was measured by sampling the  $^{171}\text{Yb}$  :  ${}^3P_0 \rightarrow {}^1S_0$  transition. In addition, the stability of a QD-ECDL clock laser was determined.

The ability for stability transfer of the frequency comb from the optical spectral range to the microwave range is demonstrated by linewidth reduction through stabilisation to a cryogenic optical resonator. Furthermore the thermal coefficient of expansion  $\alpha$ , the stability and long-time drift of the resonator were measured.

For stable transfer of the laser radiation from the metrology lab to distant labs a fiber stabilisation was established.

Finally, the method for generation of a virtual beat note between lasers whose frequencies differ by up to several 100 THz was implemented, using a frequency-doubled Nd:YAG laser as a test system.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung und Motivation</b>	<b>5</b>
<b>2 Theoretische Grundlagen des Frequenzkamms</b>	<b>11</b>
2.1 Basisprinzip des Frequenzkamms . . . . .	11
2.2 Modengekoppelter Femtosekundenlaser . . . . .	13
2.2.1 Optischer Kerr-Effekt . . . . .	13
2.2.2 Kerr-Linsen Modenkopplung . . . . .	15
2.2.3 Selbstphasenmodulation . . . . .	16
2.2.4 Resonator-Randbedingungen und Gruppengeschwindigkeitsdispersion . . . . .	17
2.2.5 Spektrale Eigenschaften des Pulszuges . . . . .	19
2.2.6 Bestimmung der Offset-Frequenz . . . . .	23
2.2.7 Kontrolle der Offset-Frequenz . . . . .	24
2.3 Messung optischer Frequenzen . . . . .	25
2.3.1 Bestimmung der absoluten optischen Frequenz . . . . .	25
2.3.2 Bestimmung der nächsten Frequenzkamm-Mode . . . . .	27
<b>3 Experimenteller Aufbau und Charakterisierung des Düsseldorfer Frequenzkamms</b>	<b>31</b>
3.1 Basissystem: MenloSystems FC 8004 . . . . .	31
3.2 Titan-Saphir Oszillatör . . . . .	33
3.2.1 Verbreiterung des Emissionsspektrums . . . . .	34
3.2.2 Stabilisierung der Repetitionsrate . . . . .	37
3.2.3 Stabilisierung der Offset (Carrier Envelope)-Frequenz . . . . .	44
3.2.4 Langzeit-Stabilisierung via Labview . . . . .	48
3.3 Nichtlineares Interferometer . . . . .	53
3.4 GPS-korrigierter H-Maser als Referenz-Oszillatör . . . . .	56
3.5 Cycle slip-Analyse des Frequenzkamms . . . . .	59
3.5.1 Phasenverlaufsmessung des Referenzsynthesizers . . . . .	59
3.5.2 Test des FXM Phasen-Frequenzzählers . . . . .	61
3.5.3 Cycle slip Analyse der Frequenzkamm-Repetitionsrate . . . . .	63
3.5.4 Cycle slip Analyse der Frequenzkamm-Offsetfrequenz . . . . .	65

3.5.5	Frequenzfehleranalyse des Frequenzkamms mittels stabiler Kurzzeit Laser-Referenzquelle . . . . .	65
3.6	Überlagerungsstrecke . . . . .	69
3.6.1	Überlagerung elektromagnetischer Felder . . . . .	69
3.6.2	Überlagerungsstrecke für Laserfelder im Raum . . . . .	69
3.6.3	Überlagerung der Laserfelder in einer optischen Faser . . . . .	72
3.6.4	Signalaufbereitung des Schwebungssignals . . . . .	74
3.7	Testmessung an einer Jodzelle . . . . .	76
<b>4</b>	<b>Komponenten und Messmethoden für die Frequenzmessung</b>	<b>80</b>
4.1	Signalerfassung mittels Bandpass-Filterung . . . . .	80
4.2	Tracking-Oszillator basierend auf Standard-Rf-Komponenten . . . . .	85
4.3	Entwicklung eines schnellen spannungsgesteuerten Oszillators für die Phasenstabilisierung . . . . .	89
4.4	Nachweis der Phasenstabilität der Tracking-Oszillatoren . . . . .	95
<b>5</b>	<b>Messungen an optischen Resonatoren</b>	<b>97</b>
5.1	Kryogene Saphir-Resonatoren . . . . .	97
5.2	Experimenteller Aufbau . . . . .	99
5.2.1	Zweistufiger Pulsrohrkühler . . . . .	101
5.2.2	Pound-Drever-Hall Stabilisierung . . . . .	102
5.3	Thermischer Ausdehnungskoeffizient . . . . .	103
5.4	Frequenzstabilität des kryogenen optischen Resonators . . . . .	105
5.5	Maximale Linienbreite . . . . .	107
5.6	Reduzierung der Frequenzkamm-Linienbreite durch Kurzzeit-Stabilisierung auf eine optische Referenz . . . . .	109
<b>6</b>	<b>GEECDL-Lasersystem für die Präzisionsspektroskopie</b>	<b>112</b>
6.1	Motivation . . . . .	112
6.2	Funktionskonzept und experimenteller Aufbau . . . . .	116
6.2.1	Hänsch-Couillaud-Stabilisierung . . . . .	118
6.3	Unterbrechungsfreie Batterie-Stromversorgung . . . . .	118
6.4	Frequenz-Phasendetektor . . . . .	126
6.4.1	Funktionsprinzip und Aufbau . . . . .	126
6.4.2	Frequenz-zu-Spannungskonversion . . . . .	127
6.4.3	Detektorrauschen . . . . .	129
6.4.4	Rf-Leistungsabhängigkeit . . . . .	131
6.5	Stabilisierung und Charakterisierung des GEECDL . . . . .	131
6.5.1	Experimenteller Aufbau zur Stabilisierung des GEECDL . . . . .	131
6.5.2	Frequenzstabilisierung des GEECDL . . . . .	133
6.5.3	Phasen-Stabilisierung des GEECDL . . . . .	139
6.6	Zusammenfassung . . . . .	145

<b>7 Stabilisierung einer optischen Faserstrecke</b>	<b>146</b>
7.1 Motivation . . . . .	146
7.2 Experimenteller Aufbau . . . . .	147
7.3 Resultate der Strahlungsstabilisierung . . . . .	149
<b>8 Präzisions-Spektroskopie an ultrakalten Molekülen</b>	<b>152</b>
8.1 Sympathetische Kühlung von Molekülionen in einer linearen Paul-Falle .	152
8.1.1 Dopplerverbreiterung . . . . .	152
8.1.2 Kühlung von Molekülen und Molekülionen . . . . .	153
8.1.3 Lineare Paul-Falle . . . . .	154
8.1.4 Coulomb-Kristall . . . . .	156
8.1.5 Spektroskopische Methode . . . . .	157
8.2 Ro-vibronische Spektroskopie an $\text{HD}^+$ . . . . .	159
<b>9 Entwicklung einer optischen Atomuhr</b>	<b>163</b>
9.1 Funktionsprinzip und Motivation . . . . .	163
9.2 Kalte Ytterbiumquelle . . . . .	166
9.3 Der Uhrenlaser . . . . .	167
9.4 Abtastung des Uhrenüberganges in fermionischem $^{171}\text{Yb}$ . . . . .	170
<b>10 Transfer-Oszillator (virtual beat) Methode</b>	<b>173</b>
10.1 Motivation . . . . .	173
10.2 Funktionsprinzip der Methode . . . . .	173
10.3 Implementierung der Methode anhand eines frequenzverdoppelten Nd:YAG Lasers . . . . .	175
<b>11 Zusammenfassung</b>	<b>180</b>
<b>12 Ausblick</b>	<b>182</b>
12.1 Verbesserung der Kurzzeitstabilität des Frequenzkamms . . . . .	182
12.2 $\text{HD}^+$ Spektroskopie . . . . .	183
12.3 Optische Resonatoren . . . . .	185
12.4 Optische Atomuhr . . . . .	186
<b>A Rauschen von Messgrößen</b>	<b>187</b>
A.1 Spektrale Rauschleistungsdichte . . . . .	187
A.2 Lineare spektrale Dichte . . . . .	188
A.3 Effektivwert . . . . .	188
A.4 Phaserauschkdichte . . . . .	188
<b>B Programme</b>	<b>191</b>
B.1 Mathematica Programm zur Bestimmung von $f_{cw}$ . . . . .	191

<b>C Schaltpläne</b>	<b>193</b>
C.1 Regelfilter zur Stabilisierung des FC auf eine optische Referenz . . . . .	193
<b>D Publikationen</b>	<b>194</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>212</b>

---

# Kapitel 1

## Einleitung und Motivation

Die genaue Messung der fundamentalen Konstanten und Gesetzmäßigkeiten des Standardmodells der Elementarteilchenphysik, welche die Phänomene der starken, schwachen und elektromagnetischen Wechselwirkung beschreibt, sowie die Verifikation von Vorhersagen der allgemeinen Relativitätstheorie, gehören zu den wichtigsten Aufgaben der experimentellen Fundamentalphysik.

Fundamentale Konstanten lassen sich grundsätzlich in zwei verschiedene Klassen aufteilen. Die erste ist mit Einheiten behaftet, wodurch deren Zahlenwert allgemein das Resultat einer Konvention ist und sie daher auch als fundamentale Einheiten bezeichnet werden können [1]. Ein Beispiel dafür ist die Lichtgeschwindigkeit  $c$ . Die andere Klasse von fundamentalen Konstanten ist dimensionslos. Prominentestes Beispiel hierfür ist die Feinstrukturkonstante

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}. \quad (1.1)$$

Hierbei ist  $e$  die Elementarladung,  $\epsilon_0$  die elektrische Feldkonstante und  $\hbar$  das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum. Andere dimensionslose Fundamentalkonstanten sind der g-Faktor des Elektrons, sowie das Verhältnis von Elektronenmasse zu Protonenmasse  $m_e/m_p$ . Dimensionsbehaftete Fundamentalkonstanten des Standardmodells sind die QCD-Energieskala  $\Lambda_{QCD}$ , die Rydberg-Konstante  $R_\infty$ , sowie die Gravitationskonstante  $G$  für die Gravitationsphysik.

Eine weitere grundlegende Fragestellung betrifft die Möglichkeit einer Zeitabhängigkeit der Fundamentalkonstanten. Schon in den 30'er Jahren des letzten Jahrhunderts spekulierte P. M. Dirac in seiner "large number hypothesis" über Zeitabhängigkeit verschiedener physikalischer Konstanten, u. a. der Gravitationskonstante  $G$  [2], der Feinstrukturkonstante  $\alpha$  und des Verhältnisses von Protonenmasse zu Elektronenmasse [3, 4, 1]. Eine zeitliche Änderung von  $\alpha$  wurde in den 50'er Jahren von Landau erneut aufgegriffen [5]. Eine weitere Motivation, welche grundsätzlich zumindest in der Anfangszeit des Universums eine Zeitabhängigkeit von Fundamentalkonstanten erfordert, ergibt sich aus der Hypothese der inflationären Expansion des Universums [6], unmittelbar nach dem Urknall. Hierbei unterlag das Universum einem oder mehreren

Phasenübergängen, welche die Feinstrukturkonstante und die Elektronenmasse stark beeinflußt haben mußten [1].

Erste positive Hinweise für eine Zeitabhängigkeit stammen aus der Beobachtung von Absorptionsspektren entfernter Quasare, woraus sich eine Abweichung von  $\Delta\alpha/\alpha = (-0,72 \pm 0,18) \cdot 10^{-5}$  ergibt, entsprechend  $\dot{\alpha}/\alpha \approx 1,2 \cdot 10^{-15}$  [1, 7] pro Jahr. Eine Zeitabhängigkeit von Fundamentalkonstanten ist verknüpft mit der zeitlichen Konstanz der Frequenzen von Uhren, wie Atomuhren, molekularen Vibrations- und Rotationsübergängen, Kernübergängen, Festkörperresonatoren, Planetenbewegungen oder Rotationsperioden von Pulsaren.

Neueste laborbasierte Vergleiche zweier optischer Atomuhren, ergaben ein Limit für die heutige Variation der Feinstrukturkonstanten zu  $\dot{\alpha}/\alpha = (1,6 \pm 2,3) \times 10^{-17}/\text{Jahr}$  [8]. Eine Konsistenz mit der astrophysikalischen Messung oben, schließt daher eine lineare Variation über den Zeitraum von  $10^{10}$  Jahren aus.

Die Messung genauerer Werte und zeitlicher Änderungen von Fundamentalkonstanten wie  $\alpha$  ist richtungsweisend bei der Suche nach einer großen vereinheitlichen Theorie (*grand unification theory (GUT)*) wie Quantengravitation [9, 10] und Superstringtheorie (*M-theorie*) [11], welche eine Zeitabhängigkeit explizit vorhersagen.

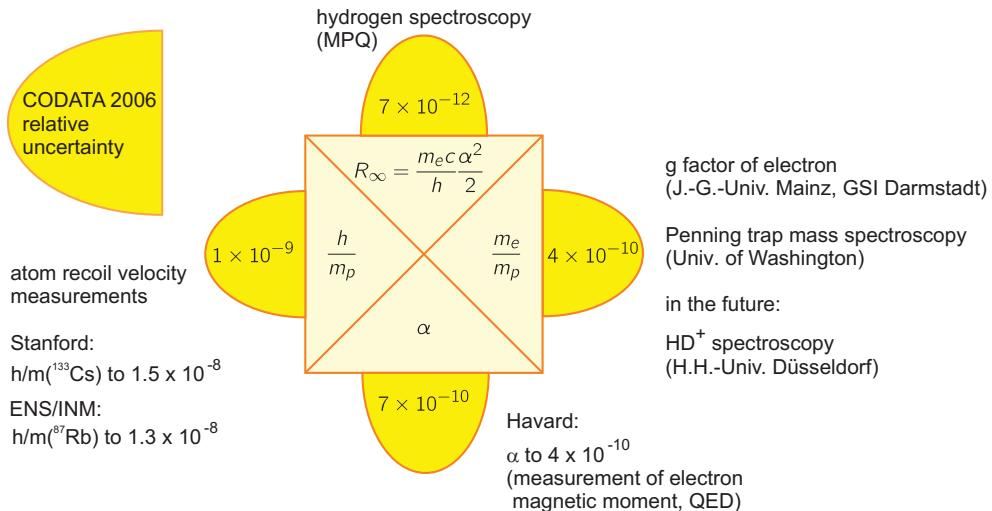
Eine experimentelle Zielsetzung am Institut für Experimentalphysik der Heinrich-Heine-Universität in Düsseldorf strebt einen Beitrag in dieser Richtung über die experimentelle Bestimmung des fundamentalen Verhältnisses von Elektronenmasse zu Protonenmasse  $m_e/m_p$  an. Dieses ist mit  $\alpha$  über

$$\alpha = \sqrt{2 \frac{R_\infty}{c} \frac{h}{m_p} \frac{m_p}{m_e}} \quad (1.2)$$

verknüpft.

Abb. 1.1 zeigt die relativen Unsicherheiten der maßgeblichen Konstanten nach CODATA 2006 [12], zusammen mit dem aktuellsten Wert für  $\alpha$  aus einer Messung des magnetischen Moments des Elektrons [13]. Hierbei stellt die Rydberg-Konstante  $R_\infty$  mit einer Unsicherheit von  $6,6 \times 10^{-12}$  die am besten bekannte dimensionsbehaftete Naturkonstante dar. Das Verhältnis von  $h/m_p$  folgt aus atom-interferometrischen Messungen der Rückstoßgeschwindigkeit von Atomen [14, 15]. Hierbei wird das Verhältnis  $h/m_{Cs}$  bzw.  $h/m_{Rb}$  bestimmt und es muß mit dem Verhältnis  $m_X/m_p$  multipliziert werden, deren Genauigkeit bis auf die Größe von  $2 \times 10^{-10}$  bekannt ist [16, 12]. Bei dem Verhältnis von  $m_e/m_p$  stellt die genaue Kenntnis der Elektronenmasse die größte Unsicherheit dar. Die derzeit besten Werte stammen aus Messungen zum g-Faktor des Elektrons an Wasserstoff-ähnlichen Systemen ( $^{16}\text{O}^{7+}$ ,  $\text{C}^{5+}$ ) in Penningfallen [17, 18].

Ein ideales Testsystem für den Vergleich theoretischer Rechnungen zu experimentellen Resultaten, wird durch die molekularen Wasserstoffionen  $\text{H}_2^+$ ,  $\text{D}_2^+$  und  $\text{HD}^+$  gebildet. Diese homonuklearen und heteronuklearen Moleküle zeichnen sich durch ein-



**Abbildung 1.1:**

Relative Unsicherheit der Feinstrukturkonstanten  $\alpha$  und den mit  $\alpha$  in Relation stehenden Rydbergkonstanten  $R_\infty$  und fundamentalen Verhältnissen  $m_e/m_p$  und  $h/m_p$ .

ziges Elektrons aus, wodurch die Studie molekularspezifischer Eigenschaften erleichtert wird. Von diesen einfachsten Dreikörpersystemen ist auf experimenteller Seite das  $\text{HD}^+$ -Molekül, durch die Möglichkeit von dipolerlaubten rovibronischen Übergängen, zu bevorzugen. Die homonuklearen Moleküle  $\text{H}_2^+$  und  $\text{D}_2^+$  erlauben aufgrund der Übereinstimmung von Ladungs- und Masseschwerpunkt nur Übergänge höherer Ordnung oder 2-Photonenübergänge, deren Übergangswahrscheinlichkeiten wesentlich kleiner sind.

Für die Messung von Fundamentalkonstanten im oben genannten Sinne, bietet sich die Abhängigkeit der rovibronischen Übergänge in molekularen Wasserstoffionen von dem Verhältnis  $m_e/\mu$  an. Hier ist  $\mu$  die reduzierte Masse der zwei Kerne, also im Falle des  $\text{HD}^+$ -Moleküls  $\mu = m_p m_d / (m_p + m_d)$ .

$$E_{\text{vib}} \sim R_\infty \sqrt{m_e/\mu} \quad (1.3)$$

$$E_{\text{rot}} \sim R_\infty m_e/\mu \quad (1.4)$$

Aus den Messergebnissen der rovibronischen Energiedifferenzen an  $\text{H}_2^+$ ,  $\text{HD}^+$  und  $\text{HT}^+$  lassen sich so die fundamentalen Masseverhältnisse  $m_e/m_p$ ,  $m_p/m_d$  sowie  $m_p/m_t$  bestimmen.

Die bislang genauesten spektroskopischen Messungen an rovibronischen  $\text{HD}^+$  Übergängen stammen von Wing et al. [19] mit Genauigkeiten von  $1 \times 10^{-6}$ . Dieses Ergebnis wurde mithilfe eines Ionenstrahl-Laserresonanz Verfahrens erzielt.

Für eine weitere Steigerung der Genauigkeit müssen die Molekülionen, zur Reduzierung der dominierenden Dopplerverbreiterung, bis in den Sub-Kelvinbereich gekühlt werden. Tiefste Temperaturen bis in den  $\mu\text{K}$ -Bereich lassen sich bei atomaren Systemen mittels

Laserkühlung [20, 21, 22, 23] erziehlen. Bei molekularen Systemen ist eine direkte Laserkühlung durch das Fehlen geschlossener Kühlübergänge in der Regel nicht, oder nur mit großem Aufwand möglicherweise in wenigen speziellen Fällen möglich [24].

Eine elegante und universelle Lösung hierfür stellt die Technik der sympathetischen Kühlung dar [25], bei der die Moleküle in thermischem Kontakt durch langreichweitige (Coulomb)Wechselwirkung mit lasergekühlten Atomen auf nahezu gleicher Temperatur translatorisch gekühlt werden. Zur Realisierung dieser Methode wurde in der Vergangenheit eine lineare Paul-Falle [26], inklusive der Lasersysteme für die Erzeugung der Strahlung zur atomaren Laserkühlung und der destruktiven spektroskopischen Nachweismethode ((1+1') REMPD: **R**esonance **E**nhan**c**ed **M**ultiphoton **D**issociation) aufgebaut [27, 28, 29].

Für genaueste spektroskopische Messungen im oben genannten Sinne, ist zusätzlich zur Erzeugung hinreichend kalter Molekülionen, die Erzeugung und Erfassung entsprechend schmalbandiger und stabiler Laserstrahlung zur Abtastung der rovibronischen Molekülübergänge, inclusive der Hyperfeinstruktur notwendig. Hierbei stellte vor der Erfindung des Femtosekunden-Laser basierten optischen Frequenzkamms durch T.W. Hänsch im Jahre 1999 [30], insbesondere eine genaue Messung optischer Frequenzen eine große Herausforderung dar. Diese konnte vormals nur durch den Einsatz aufwendiger, teilweise gebäudeübergreifender harmonischer Frequenzketten [31, 32] oder optischer Frequenzteilerketten [33], lediglich für einige wenige fundamentale Übergänge (z.B. 1S-2S Übergang im atomaren Wasserstoff) bewältigt werden.

Die Entwicklung von oktavbreiten Frequenzkämmen mit hinreichender hoher Puls-wiederholrate zu vergleichsweise einfachen optischen Synthesizern, welche die Stabilität einer Cäsium-Atomuhr oder eines H-Masers aus dem Rf-Bereich auf das emitierte optische äquidistante Frequenzspektrum übertragen [34, 35, 36, 37], haben das Gebiet der Metrologie und Präzisions-Spektroskopie daher revolutioniert. Ein wesentlicher Grund dafür sind neben der überagenden Systemstabilität, dem breiten Emissionsspektrum und niedrigem Betriebsaufwand, vor allem der stark reduzierte Kapital- und Platzbedarf für den Betrieb eines solchen Systems. So ist ein Femtosekundenlaser-basierter Frequenzkamm auch für verhältnismäßig kleine universitäre Institute, mit einem finanziellem Aufwand von einigen 100k Euro und einem Platzbedarf von ca. 1 m<sup>2</sup> oder darunter als Tabletop-Gerät zu erwerben. Das Institut für Experimentalphysik an der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf war eines der ersten universitären Institute weltweit, in dem ein Frequenzkamm betrieben wurde.

Neben der präzisen Messung optischer Frequenzen, ermöglichen solche Frequenzkämme in der Anwendung als Frequenzuntersetzer vom optischen Spektralbereich zur Mikrowellenregion, auch die praktische Anwendung von optischen Atomuhren [38, 39, 40]. Optische Atomuhren nutzen die Frequenz geeigneter schmalbandigen optischen Übergänge als Frequenzreferenz, im Gegensatz zu den Mikrowellen-Übergängen bei Cäsium-Atomuhren oder H-Masern. Aufgrund der höheren Übergangsfrequenzen und der Skalierung der störenden systematischen Effekte, wird dadurch allgemein

---

eine Verbesserung der Genauigkeit um etwa zwei Größenordnungen, auf ein Niveau von  $1 \times 10^{-18}$  erwartet [38, 41]. Schon jetzt übertreffen optische Atomuhren die Frequenzstabilität der besten Cäsium-Atomuhr über alle Mittelungszeiten um etwa eine Größenordnung [8, 40, 42]. Optische Atomuhren versprechen daher nicht nur einen entscheidene Fortschritt in der Metrologie, sondern auch bei der Messung fundamentaler Konstanten bzw. deren möglicher Zeitabhängigkeit und in der Verifikation relativistischer Vorhersagen.

Die vorliegende Arbeit beschreibt den Aufbau eines frequenzkamm-basierten Lasersystems für die Präzisions-Spektroskopie an ultrakalten Molekülen und Atomen an dem Institut für Experimentalphysik der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf.

Das System basiert auf der Weiterentwicklung eines frühen Prototyps des FC 8004 Frequenzkammes der Firma Menlo Systems. Die Modifikationen umfassten insbesondere die spektrale Ausdehnung des Emissionsbereiches von 520 nm - 1200 nm auf den Bereich von 1380 nm - 1500 nm zur Spektroskopie an rovibronischen Zuständen zwischen  $v = 0$  und  $v = 4$  an  $\text{HD}^+$ , sowie die Implementierung zusätzlicher Regelschleifen zur Dispersions- und Repetitionsraten-Kontrolle des Femtosekundenlasers (FEMTOSOURCE Scientific 200, FEMTOLASERS).

Weitere Kernkomponenten des Systems werden durch zwei neuartige GEECDL "Grating Enhanced External Cavity Diode Laser" [43, 44, 45] Spektroskopielaser (Emissionsbereich: 1380 - 1420 nm bzw. 1420 - 1480 nm) gebildet, welche eine weite Durchstimmbarkeit ( $\sim 50$  nm) mit einer geringen Linienbreite (<30 kHz) und niedrigem Frequenzrauschen bei großen Fourierfrequenzen kombinieren.

Zur Systemperipherie gehören optische *Beatline*-Aufbauten zur Erzeugung von Schwebungssignalen mit dem Frequenzkamm, Trackingoszillatoren zur aktiven Filterung und Frequenz-/Phasendetektoren [46] nebst Regelfilter zur Frequenz- bzw. Phasenstabilisierung der Spektroskopielaser relativ zueinander und/oder zum Frequenzkamm.

Bei einer Phasenstabilisierung der Laser relativ zu dem Frequenzkamm bietet das System die Möglichkeit zu kohärenter Manipulation rovibronischer Molekülzustände, auch bekannt als STIRAP (*Stimulated Raman Adiabatic Passage*) [47, 48], zur Untersuchung der  $\text{HD}^+$  Hyperfeinstruktur.

Ein stabiler Transport der Laserstrahlung zur Präzisionsspektroskopie in entfernten Laboren wird durch eine Faserstabilisierung sichergestellt.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt:

Nach den einleitenden Worten in diesem Kapitel zu Motivation und wissenschaftlicher Grundlage dieser Arbeit, werden zunächst in Kap. 2 die theoretische Basis zur Funktionsweise eines Femtosekundenlaser-basierter Frequenzkammes, zusammen mit Ausführungen zur Absolut-Frequenzberechnung gegeben.

In Kap. 3 wird dann der experimentelle Aufbau zusammen mit entsprechender Cha-

rakterisierung der apparativen Bauelemente dargelegt. Es folgen eine Stabilitätsanalyse und die Verifikation der korrekten Arbeitsweise des Frequenzkamms mithilfe einer Jod-basierten Kontrollmessung.

Kap. 4 stellt die Charakteristika passiver und aktiver Signalerfassung des Detektorsignals gegenüber und beschreibt den Aufbau und die Performace zweier Trackingoszillatoren, welche in den Messungen in dieser Arbeit zum Einsatz kommen.

Kap. 5 zeigt eine Laserstabilisierung auf einen kryogenen Saphir Referenz-Oszillator und die Messergebnisse betreffend dem thermischen Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  des Resonators und der Frequenzdrift. Weiterhin wird die Verwendung eines solchen optischen Resonators als Kurzzeitreferenz für den Frequenzkamm, zur Reduzierung der Linienbreite, demonstriert.

Das GEECDL-Lasersystem, welches in der Präzisions-Spektroskopie an ultrakalten Molekülen zum Einsatz kommt, ist in Kap. 6 präsentiert. Neben der Funktionsweise und dem experimentellen Aufbau, ist eine eigens zum stabilen Betrieb von Diodenlasern in dieser Arbeit entwickelte unterbrechungsfreie Batterie-Stromversorgung dargestellt. Es folgt eine Beschreibung eines analogen Frequenz/-Phasendetektors für die Laserstabilisierung, zusammen mit den Messergebnissen zu Konversions- und Rauschverhalten. Der Abschluß dieses Kapitels wird durch die Beschreibung eines Aufbaus zur Frequenz- und Phasenstabilisierung der GEECDL relativ zueinander und/oder auf den Frequenzkamm gebildet. Aus den präsentierten Messergebnissen werden u.a die relevanten Charakteristika der GEECDL abgeleitet.

Eine mögliche Lösung zur Stabilisierung einer optischen Faserstrecke wird in Kap. 7 dargestellt.

In Kap. 8 werden nach den Ausführungen zur sympathetische Kühlung von Molekülien in einer linearen Paul-falle und der spektroskopischen Methode, die in dieser Arbeit erzielten Ergebnisse zur Ro-vibronischen Spektroskopie an HD<sup>+</sup> präsentiert.

Kapitel 9 enthält die Darstellung der Konstruktion einer Yb-basierten optischen Atomuhr am Institut für Experimentalphysik in Düsseldorf, in welche der in Kap. 3 beschriebene Frequenzkamm eingebunden ist.

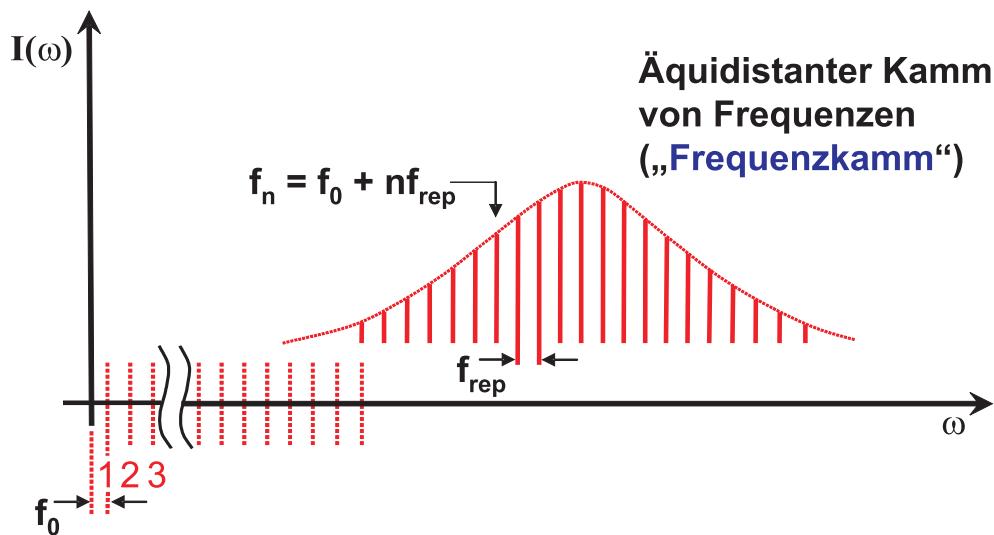
Der Abschluß der Arbeit in Kap. 10 wird durch die Darstellung der Methode zur Erzeugung einer virtuellen Schwebungsfrequenz (*virtual beat*) zwischen Lasern mit einem 100 THZ Frequenzabstand gebildet. Es wird eine Testmessung mittels eines frequenzverdoppelten Nd:YAG Lasers präsentiert.

# Kapitel 2

## Theoretische Grundlagen des Frequenzkamms

### 2.1 Basisprinzip des Frequenzkamms

Ein (optischer) Frequenzkamm besteht aus einer großen Anzahl ( $10^5$ – $10^6$ ) äquidistanter extrem schmalbandiger Laserfrequenzen (Moden), deren absolute Lage im Frequenzraum bekannt ist (siehe Abb. 2.1). Die Abstände  $f_{rep}$  benachbarter Moden des Frequenz-



**Abbildung 2.1:**

Emissionsspektrum eines Frequenzkamms.

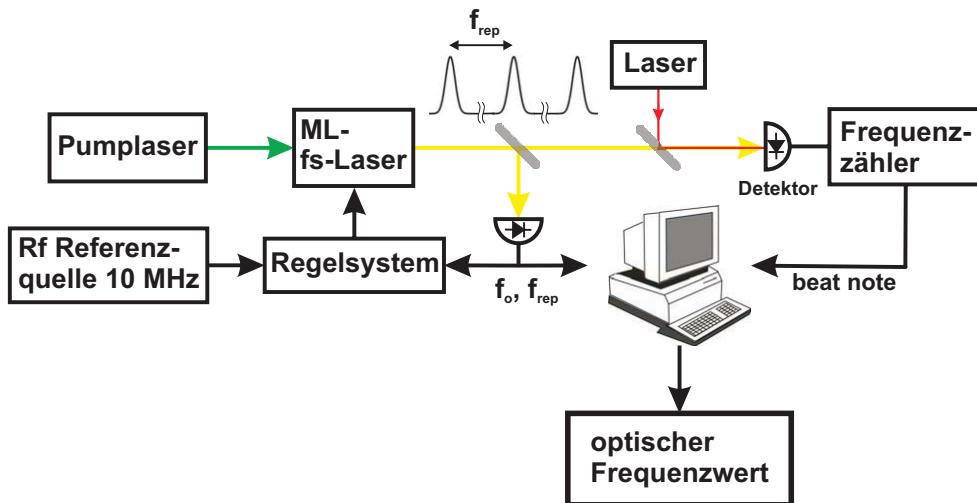
kamms liegen typischerweise im Bereich von einigen 10 MHz bis einigen GHz. Bei dem in dieser Arbeit beschriebenen Frequenzkamm beträgt der Modenabstand etwa 200 MHz. Dieser Kamm von Frequenzen  $f_n$  fängt extrapoliert in den Radiofrequenz-(Rf) Bereich typischerweise nicht bei 0 Hz an, sondern ist um eine Offset-Frequenz  $f_0$ ,

welche auch negativ sein kann, gegen den Ursprung verschoben.

$$f_n = f_0 + nf_{rep} \quad (2.1)$$

Der umspannte Frequenzbereich muß für die Bestimmung von  $f_0$  bei dem in dieser Arbeit beschriebenen Frequenzkamm mindestens eine Oktave betragen und wurde im Rahmen dieser Arbeit auf einen Bereich von ca. 500 nm - 1600 nm ausgedehnt. Kernelemente des Frequenzkamms sind, ein Kurzpuls fs-Laser, welcher die oben beschriebene Kammstruktur erzeugt (Kap. 2.2) und dessen Repetitionsrate  $f_{rep}$  den Modenabstand festlegt (Abschn. 3.2.2), eine photonische Kristall-Faser (PCF), die das primäre Kammpektrum verbreitert (Kap. 3.2.1) und ein nichtlineares Interferometer, durch das die Offsetfrequenz  $f_0$  bestimmt wird (Abschn. 3.3).

Ein Frequenzkamm stellt demnach ein Lineal im Frequenzraum dar, mit dessen Hilfe eine unbekannte optische Frequenz mit einer Genauigkeit gemessen werden kann, welche für mittlere (s) und lange Zeitskalen (h, d) nur von der Stabilität der verwendeten Rf-Referenzquelle abhängt. Geeignete Referenzquellen mit Instabilitäten  $\Delta f/f$  von  $10^{-13} - 10^{-15}$  sind daher H-Maser, Cäsium-Atomuhren, GPS-Empfänger oder Kombinationen davon. Optische Frequenzen, welche im Bereich von einigen  $10^{14}$  Hz liegen, lassen sich somit mit einer Genauigkeit von unter 1 Hz bestimmen. Ein zu vermessernder Dauerstrich-Laser wird dazu in Überlagerung mit dem Frequenzkamm gebracht (Abschn. 3.6) und die entstehende Rf-Schwebungsfrequenz zur nächsten Frequenznadel gezählt. Über die Kenntnis der nächsten Kammmadelnummer  $n$  lässt sich dann die optische Frequenz absolut bestimmen (siehe Abschn. 2.3.2). Abbildung 2.2 zeigt das



**Abbildung 2.2:**

Funktionsprinzip eines Femtosekundenlaser-basierten Frequenzkamms zur Messung optischer Frequenzen.

Funktionsprinzip eines auf einem modengekoppelten (*mode-locked*) Femtosekundenlaser-basierten Frequenzkamms.

Eine weitere Verwendung eines Frequenzkamms besteht in der Möglichkeit mit dessen Hilfe einen optischen Synthesizer zu konstruieren, der eine stabile Radiofrequenzquelle (z.B. 10 MHz Referenzfrequenz aus einem H-Maser) phasenohärent in eine beliebige optische Frequenz konvertiert. Dazu werden ein oder mehrere Dauerstrichlaser auf entsprechende Frequenznadeln des Frequenzkamms phasenstabilisiert. Über die Variation der Kammparameter  $f_{rep}$  und/oder  $f_0$  ist dann die Laserfrequenz auf z.B. einen atomaren oder molekularen Übergang einstellbar. Eine abgeschwächte Variante dieses Verfahrens ist die Frequenzstabilisierung eines Lasers auf den Frequenzkamm. Diese ist in vielen Fällen spektroskopisch ausreichend und stellt weniger strenge Anforderungen an das verwendete Lasersystem.

Genaugenommen stellt ein Frequenzkamm schon elementar einen optischen Synthesizer dar, besteht er doch aus über einer Million genau kalibrierter Lasernadeln. Jedoch ist die Leistung pro Nadel bei typischen Gesamtleistungen von ca. 100 mW im Bereich von < 100 nW sehr gering.

## 2.2 Modengekoppelter Femtosekundenlaser

Der Frequenzkamm wird primär mit einem Kerr-Linsen modengekoppelten Femtosekundenlaser generiert. Hierbei schwingt der Laser gleichzeitig auf vielen Moden, die in einer festen Phasenbeziehung zueinander stehen. Gemäß einer Fourierzerlegung formt sich so ein Puls, dessen Pulsdauer  $T_P$  wegen  $T_P \Delta f \geq 1/2$  in etwa durch die inverse Breite des Modenspektrums  $\Delta f$  gegeben ist<sup>1</sup>. Nach jedem Resonatorumlauf wird ein Teil der Leistung dieses Pulses an dem Auskoppelspiegel emittiert.

Ein im Resonator gespeicherter Puls würde normalerweise durch die Gruppenge- schwindigkeitsdiskersion (GVD)  $\partial^2 k / \partial \omega^2$  an den optischen Komponenten in kurzer Zeit zerfließen. Bei einem Kerr-Linsen modengekoppelten (KLM) Laser ist der umlaufende Puls jedoch ein nichtzerfließendes Wellenpaket d.h. ein sogenanntes Soliton [49][50]. Um die zugrunde liegende Funktionsweise näher zu verdeutlichen, werden im Folgenden die Grundlagen von Kerr-Effekt und KLM kurz ausgeführt.

### 2.2.1 Optischer Kerr-Effekt

Wenn ein elektrisches Feld  $\vec{E}$  ein transparentes dielektrisches homogenes Medium durchsetzt, führt dies aufgrund von Verformungen der Elektronen-Ladungsverteilungen zu einer makroskopischen Polarisierung  $\vec{P}$ , welche sich über die Komponenten des elektrischen

---

<sup>1</sup>Für einen gausförmigen Puls gilt im Fourierlimit  $\Delta\nu \Delta t \geq 0.441$ , wenn die Frequenz  $\Delta\nu$  und die Pulsdauer  $\Delta t$  als Halbwertsbreiten angegeben sind [59].

Feldvektors  $\vec{E}$  generell in einer Potenzreihe darstellen lässt:

$$P_i = \epsilon_0 \chi_{ij}^{(1)} E_j + \epsilon_0 \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \epsilon_0 \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots \quad (2.2)$$

$\epsilon_0$  ist die Dielektrizitätskonstante des Vakuums ( $\epsilon_0 = 8,8543 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$ ).  $\chi_{ij}^{(1)}$  ist die lineare Suszeptibilität und  $\chi_{ijk}^{(2)}$  und  $\chi_{ijkl}^{(3)}$  repräsentieren schwache nichtlineare Reaktionen der Elektronenwolken für hohe Feldstärken. Diese Suszeptibilitäten sind Tensoren erster, zweiter und dritter Ordnung. Bei niedrigen Feldstärken ist die Reaktion in erster Näherung linear. Der Term zweiter Ordnung ist nur für Medien mit nichtzentralsymmetrischer Struktur von Null verschieden und beschreibt Summen- und Differenzfrequenzerzeugung (SFG, DFG), optisch parametrische Verstärkung (OPA), Erzeugung zweiter Harmonischer (SHG) und weitere nichtlineare Effekte. Der Term dritter Ordnung trägt in allen optischen Materialien bei. Für isotrope Medien einer vereinfachten skalaren Behandlung von [51] folgend, lässt sich für die Polarisation und die dielektrische Verschiebung  $D$  schreiben:

$$P = \chi^{(1)} \epsilon_0 E + \chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3 + \dots \quad (2.3)$$

$$D = \epsilon_0 [1 + \chi^{(1)}] E + \chi^{(3)} E^3 \quad (2.4)$$

$$= \epsilon_0 [1 + \chi^{(1)} + \epsilon_0^{-1} \chi^{(3)} E^2]. \quad (2.5)$$

Mit

$$\epsilon_1 \equiv \epsilon_0 (1 + \chi^{(1)}) \quad (2.6)$$

$$\epsilon_2 E^2 \equiv \chi^{(3)} E^2 \quad (2.7)$$

lässt sich eine nichtlineare Dielektrizitäts-Konstante  $\tilde{\epsilon}$  bilden.

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon_1 + \epsilon_2 E^2 \quad (2.8)$$

$$D = \tilde{\epsilon} E \quad (2.9)$$

Der optische Brechungsindex  $n = \sqrt{\tilde{\epsilon}/\epsilon_0}$  kann somit zusammengesetzt werden, aus einem linearen Term  $n_0 = \sqrt{\epsilon_1/\epsilon_0}$  und einem Term  $n_{2E} E^2$ :

$$n = n_0 + n_{2E} E^2. \quad (2.10)$$

Allgemein hängen beide Terme natürlich von der Frequenz  $\omega = 2\pi\nu$  ab. Mit der Intensität  $I = \frac{1}{2}\epsilon_0 c E^2$  lässt sich schreiben:

$$n(\omega) = n_0(\omega) + n_{2I}(\omega) I(\omega) \quad (2.11)$$

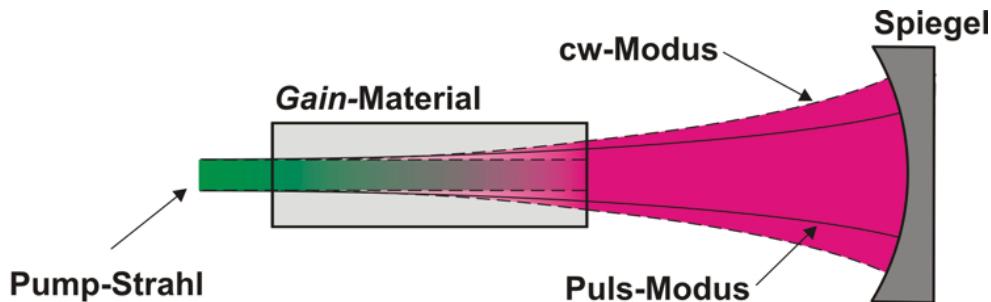
Die Änderung des Brechungsindex mit der Intensität der Strahlung ist bekannt als *optischer Kerr-Effekt*. Für den nichtlinearen Koeffizienten  $n_{2I}$  gilt [52]:

$$n_{2I}(\omega) \cong \frac{1}{c\epsilon_0^2} \frac{9\pi}{n_0^2(\omega)} \chi^{(3)}. \quad (2.12)$$

Typische Werte sind in der Größenordnung von  $10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$ .

## 2.2.2 Kerr-Linsen Modenkopplung

Das Prinzip der Kerr-Linsen Modenkopplung (KLM) [53][54] basiert auf dem nichtlinearen Effekt der Selbstfokussierung eines Laserstrahls im Verstärkungsmedium aufgrund des Kerr-Effekts. Bei einem Laserstrahl mit Gaußschem-Strahlprofil nimmt die Intensität transversal vom Rand des Strahls bis zur Strahlmitte stetig zu [55]. Dies führt nach Gl. (2.11) zu einem größeren Brechungsindex  $n(\omega)$  in der Strahlmitte als am Rand, wodurch effektiv eine Linse (Kerr-Linse) entsteht, die den Strahl fokussiert. Beim KLM sorgt die Selbstfokussierung für eine Bevorzugung des Pulsmodus, gegenüber dem CW-Betrieb (CW: continuous wave). Ein umlaufendes Soliton erfährt geringere Verluste. Dies kann dadurch erreicht werden, dass der Laser durch einen Pumpstrahl gepumpt wird, dessen Durchmesser kleiner als der CW-Modendurchmesser ist (*Gain aperture* Prinzip). Der Laserresonator arbeitet dann sehr nah bei einem bezüglich radialer Aufweitung des Strahls instabilen Betrieb (siehe Abb. 2.3). Der Pulsbetrieb kann dann über eine kleine mechanische Störung gestartet werden, wie etwa das schnelle Verschieben eines Spiegels im Resonator. Eine andere Möglichkeit, bei breitem Pumpstrahl gezieht Verluste im CW-Modus hervorzurufen, ist das Einfügen einer Blende hinter dem Lasermedium im Resonator (*Physical aperture* Prinzip) [56].



**Abbildung 2.3:**

Funktionsweise der Kerr-Linsen Modenkopplung (KLM) in einem Femtosekundenlaser anhand des *Gain aperture* Prinzips.

### 2.2.3 Selbstphasenmodulation

Die Selbstfokussierung aufgrund Formel (2.11) im Verstärkungsmedium bewirkt im Pulsbetrieb eine Selbstphasenmodulation (SPM), die das Spektrum des Pulses weiter verbreitert. Wenn der Puls das Medium der Länge  $L$  durchläuft verursacht er aufgrund seiner hohen Intensität  $I(t)$  eine signifikante Veränderung des Brechungsindexes

$$\Delta n \equiv n(\omega, t) - n_0(\omega, t) = n_{2I}(\omega, t)I(t). \quad (2.13)$$

Hierbei ist  $\omega = \omega_c$  die Frequenz der Trägerwelle. Hierdurch kommt es zu einer Modulation der optischen Weglänge  $\Delta n(t)L$  und damit zu einer zeitabhängigen Phasenmodulation

$$\Delta\phi(t) = -n_{2I}(\omega_c, t)I(t)\omega_c L/c = -2\pi n_{2I}(\omega_c, t)I(t)L/\lambda \quad (2.14)$$

und wegen

$$\Delta\omega_c(t) = \frac{d}{dt}\Delta\phi(t) \quad (2.15)$$

entsprechend zu einer Frequenzmodulation, die der Trägerwelle zusätzliche Seitenbänder aufprägt. Die ansteigende Flanke des Pulses ( $dI(t)/dt > 0$ ) erhöht also bei positivem Kerr-Effekt ( $n_{2I} > 0$ , was in den meisten Medien des Fall ist) den Brechungsindex und damit die optische Weglänge. Nach Gl. (2.15) ergibt sich entsprechend  $\Delta\omega_c(t) < 0$ , d.h. eine Rotverschiebung. Die fallende Flanke des Pulses führt folglich in gleicher Weise zu einer Blauverschiebung der instantanen Pulsfrequenz. Dieser Prozess wird auch als Puls-*Chirping* bezeichnet.

Damit über KLM und damit verbundenener SPM kurze Pulse mit breitem Frequenzspektrum erzeugt werden können, muß das Verstärkermedium im Laserresonator eine entsprechend große Verstärkungsbandbreite aufweisen. Tabelle 2.1 zeigt einige Beispiele für geeignete Lasermedien. Der in dieser Arbeit beschriebene Frequenzkamm beruht auf einem fs-Laser FEMTOSOURCE Scientific 200 (FEMTOLASERS) mit Titan-Saphir als Verstärkermedium, welches die größte Bandbreite aufweist.

Material	Bandbreite [nm]	max. Verst. bei $\lambda$ [nm]
Cr:LiSAF	780 - 920	850
Alexandrit	700 - 818	750
Ti:Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	660 - 1178	800

**Tabelle 2.1:**

Verstärkungsbandbreiten einiger der wichtigsten Lasermedien für fs-Laser [57].

## 2.2.4 Resonator-Randbedingungen und Gruppengeschwindigkeitsdispersion

In einem optischen Resonator der Länge  $L$  gilt für die elektromagnetischen Wellen, dass der Betrag des elektrischen Feldvektors im Resonanzfall an den begrenzenden Spiegeln des Resonators Null sein muß. Die Moden im Resonator bestehen also aus stehenden Wellen mit räumlicher Oszillation  $e^{-i(k_n L)}$ . Für die Moden im Resonator gilt die Selbstkonsistenzbedingung:

$$2k(\omega_n)L = n2\pi \quad (2.16)$$

$n$  ist eine ganze Zahl und gibt die Anzahl der Halbwellen an. Um die Abhängigkeit der Moden von der Dispersion zu untersuchen wird die Wellenzahl  $k = 2\pi/\lambda$  an der Stelle  $\omega_c$  des Maximums des Pulsspektrums in eine Taylorreihe entwickelt [58, 59, 60, 61]:

$$2L \left[ k(\omega_c) + \frac{\partial k}{\partial \omega} \Big|_{\omega_c} (\omega_n - \omega_c) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \Big|_{\omega_c} (\omega_n - \omega_c)^2 + \dots \right] = 2\pi n \quad (2.17)$$

Den Modenabstand  $\omega_r \equiv \omega_{n+1} - \omega_n$  erhält man, indem diese Gleichung für die Mode  $n$  von der für die Mode  $n+1$  abgezogen wird.

$$\frac{\partial k}{\partial \omega} \Big|_{\omega_c} \omega_r + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \Big|_{\omega_c} ((\omega_{n+1} - \omega_c)^2 - (\omega_n - \omega_c)^2) = \frac{\pi}{L} \quad (2.18)$$

Ein konstanter Modenabstand, wie er für einen Frequenzkamm unbedingt notwendig ist, ist gegeben, wenn die Gruppengeschwindigkeitsdispersion (GVD) und alle Terme höherer Ordnung verschwinden [62]. D.h. die Terme, die einen nicht äquidistanten Modenabstand bewirken würden, sind die gleichen, die einen im Resonator gespeicherten Puls zerfließen lassen würden. Aus Gl. (2.18) ergibt sich mit dieser Bedingung und der Gruppengeschwindigkeit  $v_g = \partial \omega / \partial k$  direkt der Modenabstand

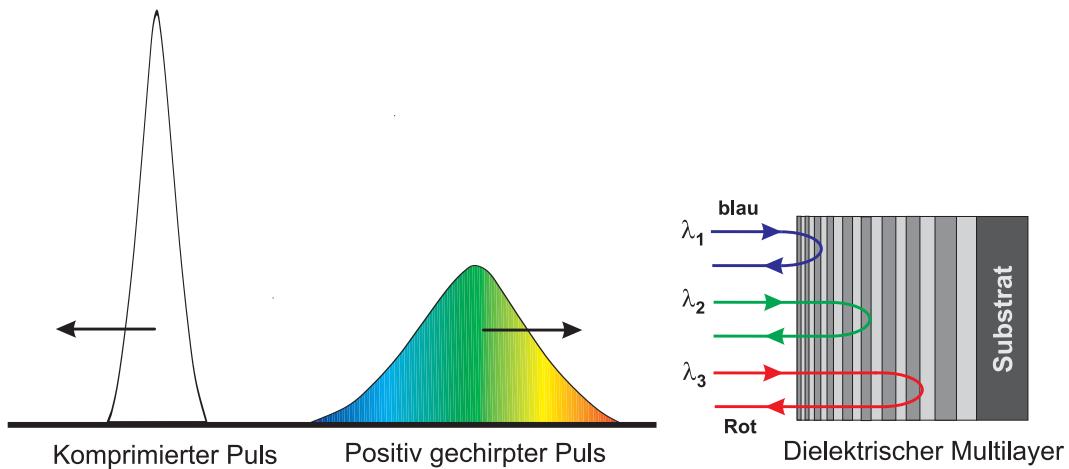
$$\omega_r = v_g \frac{\pi}{L} \quad (2.19)$$

$$f_{rep} = \frac{\omega_r}{2\pi} = \frac{v_g}{2L} = T^{-1} \quad (2.20)$$

als Pulswiederholrate  $f_{rep}$  bzw. inverse Pulsumlaufzeit  $T$  im Resonator.

Die Kompensation der GVD im Resonator gelingt mit so genannten "gechirpten" Spiegel [63]. Bei diesen dielektrischen Spiegeln sorgt ein spezielles Schichtsystem mit abwechselnd hoch und niedrig brechenden Materialien verschiedener Dicke für unterschiedliche Eindringtiefen der verschiedenen Spektralanteile des Pulses. Die GVD eines positiv gechirpten Pulses wird somit kompensiert und der Puls erfährt eine Kompression im Zeitraum (siehe Abb. 2.4).

Eine andere Möglichkeit zur Kompensation der GVD bieten Prismenpaare. Diese sind jedoch für Kurzpulsgeräte mit hohen Repetitionsraten und kleiner Resonatorlänge  $L$  weniger geeignet, da sie für die Realisierung von frequenzabhängigen Laufzeitunterschieden



**Abbildung 2.4:**

Schematischer Aufbau und Wirkungsweise eines gechirpten Spiegels [64].

einen gewissen Mindestabstand voneinander brauchen.

Tabelle 2.2 gibt einige GVD's verschiedener wichtiger optischer Materialien an. *Gechirpte* Spiegel können eine GVD von bis zu  $-100 \text{ (fs)}^2$  haben.

Bei einem Kerr-Linsen modengekoppelten Titan-Saphir Laser kompensieren sich die GVD und die SPM genau und es entsteht im Resonator ein umlaufendes Soliton. Eine formale Behandlung des Zusammenwirkens von GVD und SPM führt auf Solitonen als Lösungen der nichtlinearen Schrödinger-Gleichung [58][65]. Die Kompensation ist dabei in der Weise selbstanpassend, daß eine Änderung der Pulsinintensität über eine Anpassung des Spektrums mithilfe der negativen GVD der Spiegel jedes Zerfließen perfekt kompensiert.

Material	GVD [ $\text{fs}^2/\text{cm}$ ]
Quarzglas	360
BK7	450
SF10	1590
Ti:Saphir	580
Luft (1 bar, 20° C)	ca. 0,19

**Tabelle 2.2:**

Gruppengeschwindigkeits-Dispersion (GVD) verschiedener optischer Materialien bei  $\lambda = 800 \text{ nm}$  [60].

## 2.2.5 Spektrale Eigenschaften des Pulszuges

Die Erzeugung des äquidistanten Frequenzkamm lässt sich, einer Betrachtung aus [51] und [66] folgend, leicht veranschaulichen, indem man für das am Auskoppelspiegel emittierte elektrische Feld einen endlichen Pulszug der Form:

$$E(t) = \frac{E_0}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} \mathcal{E}(t - mT) \quad (2.21)$$

ansetzt.  $T$  ist die Pulsumlaufzeit im Resonator (Gl. 2.20). Über  $E_0$  ist eine Normierung über die Anzahl der Pulse  $\mathcal{E}$  möglich. Mit dem Verschiebungssatz der Fouriertransformation: [67]

$$\mathcal{F}\{\mathcal{E}(t - \tau)\} = e^{-i\omega\tau} \mathcal{F}\{\mathcal{E}(t)\} \quad (2.22)$$

und der Summenformel für die geometrische Reihe  $\sum_{k=0}^n x^k = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$  ergibt sich

$$\tilde{\mathcal{E}}(\omega) = \frac{E_0 \tilde{\mathcal{E}}(\omega)}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} e^{-im\omega T} \tilde{\mathcal{E}}(\omega) = \frac{E_0 \tilde{\mathcal{E}}(\omega)}{\sqrt{N}} \frac{1 - e^{-iN\omega T}}{1 - e^{-i\omega T}} \quad (2.23)$$

Die spektrale Intensitätsverteilung ergibt sich aus  $I(\omega) \propto |\tilde{\mathcal{E}}(\omega)|^2$  zu

$$I_N(\omega) = \frac{\sin^2(N\omega T/2)}{N \sin^2(\omega T/2)} I(\omega). \quad (2.24)$$

Abbildung 2.5 zeigt einen Plot für  $N=1,2,3,10$  gausförmige Pulse nach Formel Gl. (2.24) für das Argument  $x = \omega T$ . Während das Frequenzspektrum eines Einzelpulses ein Kontinuum darstellt, treten die Moden bei  $x_n = \omega_n T = 2\pi n$  umso schärfer hervor, je mehr Pulse der Pulszug enthält. Der Modenabstand  $\Delta\omega = 2\pi/T = 2\pi f_{rep}$  ist wie erwartet (siehe Gl. 2.20) durch die Pulswiederholrate  $f_{rep}$  gegeben.

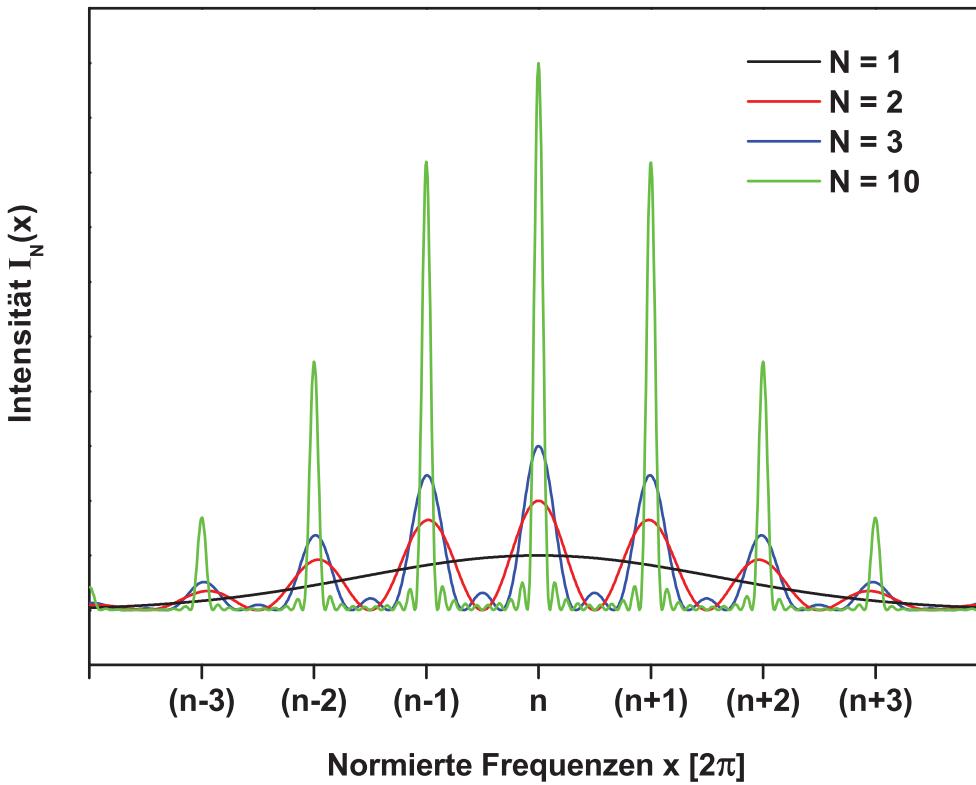
Im Grenzwert  $N \rightarrow \infty$ :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sin^2(Nx/2)}{N \sin^2(x/2)} \stackrel{x < 1}{\approx} 4 \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\sin^2(Nx/2)}{Nx^2} = \delta(x) \quad (2.25)$$

nähert sich die spektrale Breite der Pulse einer Delta-Funktion an [66]. Das Spektrum besteht dann aus einer Serie von Delta-Funktionen

$$\lim_{N \rightarrow \infty} I_N(\omega) = I(\omega) \sum_n \delta(\omega T - 2\pi n), \quad (2.26)$$

welche in einem realen Laserresonator jedoch durch verschiedene äußere Einflüsse verbreitert werden. Diese sind z.B. akustische Vibratoren oder Schwankungen der Leistung und/oder des Modenprofils des Pumpstrahls, was zu Variationen in der Kerr-Linse bzw. der Modenkopplung in dem fs-Laser führt.



**Abbildung 2.5:**

Pulszugspektrum nach Gl. (2.24) bestehend aus  $N=1,2,3,10$  gausförmigen Pulsen.

Um die spektralen Eigenschaften des Pulszuges näher zu analysieren, ist es nützlich, das am Auskoppelspiegel emittierte elektrische Feld aufgrund seiner Periodizität als Produkt einer Trägerwelle  $C(t)$  mit einer amplituden-modulierenden Pulseinhüllenden  $A(t) = A(t - T)$  zu beschreiben [68, 66].

$$E(t) = A(t)C(t) + c.c. \quad (2.27)$$

Das Frequenzspektrum von  $E(t)$  ergibt sich allgemein durch die Fourier-Transformation in den Frequenzraum mit

$$\tilde{E}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.28)$$

Mit dem Faltungstheorem für die Fourier-Transformation ergibt sich:

$$\tilde{E}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \tilde{A}(\omega) \otimes \tilde{C}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega') C(\omega - \omega') d\omega' + c.c. \quad (2.29)$$

Die Fourier-Transformationen für  $A(t)$  und  $C(t)$  sind gegeben durch

$$\tilde{A}(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - m\omega_r) \tilde{A}_m \quad (2.30)$$

$$\tilde{C}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} C(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.31)$$

Damit ergibt sich für den Pulszug im Frequenzraum

$$\tilde{E}(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{A}_m \tilde{C}(\omega - m\omega_r) + c.c. \quad (2.32)$$

ein äquidistantes periodisches Spektrum um die Trägerwelle  $\omega_c$  mit dem Modenabstand  $\omega_r = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f_{rep}$ . Das elektrische Feld kann daher aufgrund der Periodizität der Einhüllenden als Fourierreihe

$$E(t) = A(t) e^{i\omega_c t} + c.c. = \sum_m \tilde{A}_m e^{i(m\omega_r + \omega_c)t} + c.c. \quad (2.33)$$

mit den Fourier-Komponenten  $\tilde{A}_m$  ausgedrückt werden. Hierbei muß  $\omega_c$  kein ganzzahliges Vielfaches von  $\omega_r$  sein [62]. Die Moden  $n$  des Frequenzkamms sind daher i.A. keine Harmonischen der Repetitionsrate  $f_{rep}$ , sondern sind im Spektrum um eine Offsetfrequenz  $f_0$  verschoben.

$$f_n = f_0 + n f_{rep} \quad (2.34)$$

Das Auftreten einer Offsetfrequenz wird bei einer Betrachtung im Zeitraum verständlich, da sich die Trägerwelle  $C(t)$  mit der Phasengeschwindigkeit  $v_{ph} = \omega/k$  und die Einhüllende  $A(t)$  mit der Gruppengeschwindigkeit  $v_g = \partial\omega/\partial k$  durch den Resonator bewegen. Aufgrund dieses Zeitunterschiedes  $\Delta T$  der Trägerwelle gegenüber der Einhüllenden, kommt es zu einem Phasenschlupf  $\Delta\varphi$  beim Umlauf durch den Resonator über die Länge  $L$ .

$$\Delta\varphi = \omega_c \Delta T = \omega_c \left( \frac{L}{v_g(\omega_c)} - \frac{L}{v_{ph}} \right) \quad (2.35)$$

Dieser Phasenschlupf pro Umlaufzeit [66] entspricht einer Frequenz  $\omega_{CE} = \Delta\varphi/T$ , welche daher auch als "carrier-envelope offset" [69] oder CE-Frequenz bezeichnet wird. Für Gl. (2.34) läßt sich also konkreter

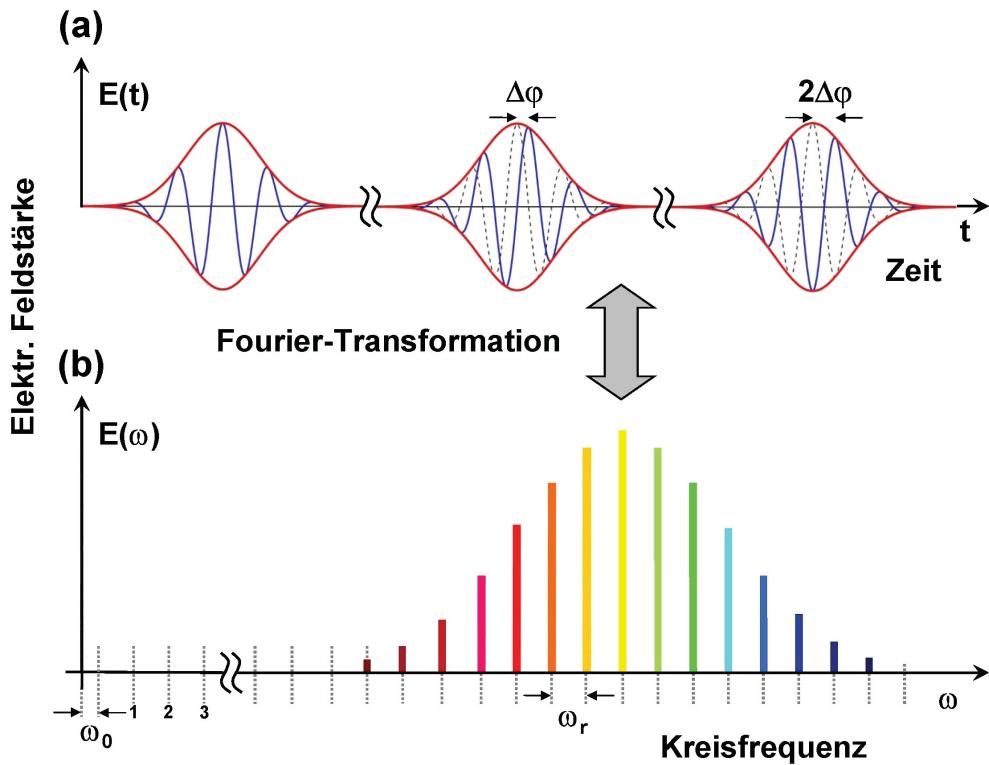
$$\omega_n = n\omega_r + \omega_{CE} \quad (2.36)$$

schreiben. Abbildung 2.6 [70] zeigt im oberen Teil (a) eine Darstellung dieses additiven Phasenschlupfes von Puls zu Puls. Der unteren Teil (b) veranschaulicht eine Extrapolation des Frequenzspektrums zum Nullpunkt, welcher aufgrund des Frequenzoffsets  $\omega_{CE} = \omega_0$  verfehlt wird. Mit  $k(\omega) = \omega \frac{n_b(\omega)}{c}$  und der Gruppengeschwindigkeit

$$v_g = \left. \frac{\partial\omega}{\partial k} \right|_{\omega_c} = k'(\omega_c)^{-1} = \frac{c}{n_b(\omega_c) + \omega_c \left. \frac{\partial n_b(\omega)}{\partial\omega} \right|_{\omega_c}}, \quad (2.37)$$

eingesetzt in Gl. (2.35) ergibt sich für den Phasenschlupf beim Durchgang durch ein Material der Länge  $L$ :

$$\Delta\varphi = \frac{\omega_c^2 L}{c} \left. \frac{\partial n_b(\omega)}{\partial\omega} \right|_{\omega_c} = -2\pi L \left. \frac{\partial n_b(\omega)}{\partial\lambda} \right|_{\lambda_c}. \quad (2.38)$$



**Abbildung 2.6:**

(a): Fortschreitender Phasenschlupf  $\Delta\varphi$  zwischen der Trägerwelle und der Einhüllenden aufgrund der unterschiedlichen Propagationsgeschwindigkeiten in dem Laser-Resonator.

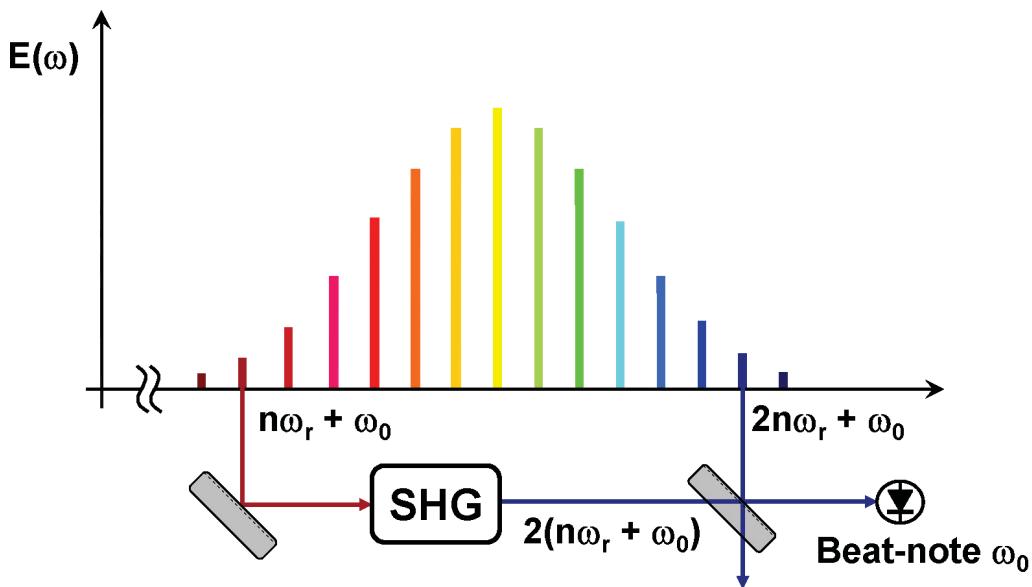
(b): Eine Extrapolation des Frequenzspektrums (gestrichelte Moden) zum Nullpunkt verfehlt den Ursprung um die Offsetfrequenz  $\omega_{CE} = \omega_0$ .

Abb. nach [70].

Der frequenzabhängige Brechungsindex  $n_b(\omega)$  lässt sich mithilfe der Sellmeier-Gleichung [71] bestimmen. Z. B. beträgt bei dem Durchgang durch einen Titan-Saphir Kristall mit 2mm Dicke  $\Delta\varphi = 54 \times 2\pi$ , während ein 50  $\mu\text{m}$  dünnes Plättchen BK7 einen Phasenschlupf von  $\Delta\varphi = 2\pi$  erzeugt [66]. Über das Einbringen von optischem Material mithilfe der Dispersionskontrolle im Resonator (siehe Abb. 3.2) lassen sich also Betrag und Vorzeichen von  $\Delta\varphi$  im Resonator beeinflussen.

## 2.2.6 Bestimmung der Offset-Frequenz

Neben der Erzeugung einer hohen Repetitionsrate für einen genügend großen Modenabstand, ist es für den Einsatz eines fs-Lasers als optischem Synthesizer notwendig, die Offsetfrequenz  $\omega_0$  und den Modenabstand  $\omega_r$  zu bestimmen und zu stabilisieren. Während dieses für  $\omega_r$  recht einfach über die Kontrolle der Resonatorlänge L gelingt, ist für die Erfassung des Frequenzkamm-Offsets eine spektrale Breite der Emission von mindestens einer vollen Oktave erforderlich [35, 37, 36]. Die Frequenz der Repetitionsrate  $f_{rep} = \omega_r/2\pi$  kann dagegen sehr leicht an beliebiger Stelle im Strahl gemessen werden. Abb. 2.7 zeigt das Prinzip der Bestimmung der Frequenzkamm-Offsetfrequenz



**Abbildung 2.7:**

Prinzip der Bestimmung der Frequenzkamm-Offsetfrequenz  $\omega_0$  aus einer optischen Oktave. Die Überlagerung des frequenzverdoppelten Lichtes einer Mode  $n$  aus dem roten Rand des Spektrums mit einer Mode vom blauen Rand mit der doppelten Modenzahl  $2n$ , in einem nichtlinearen Interferometer, ergibt ein Rf-Signal mit  $\omega_0$  auf dem Photodetektor. Abb. nach [70].

$\omega_0$  aus einem Emissionsspektrum mit einer optischen Oktave Breite. Hierbei wird die Frequenz einer Mode  $n$  vom roten Rand des Spektrums  $\omega_n = n\omega_r + \omega_0$  frequenzverdoppelt (SHG: *Second Harmonic Generation*) und mit einer Mode  $\omega_{2n} = 2n\omega_r + \omega_0$  vom blauen Rand des Spektrums auf einem Photodetektor überlagert. Die Schwebungsfrequenz

$$2(n\omega_r + \omega_0) - (2n\omega_r + \omega_0) = \omega_0 \quad (2.39)$$

ergibt die gesuchte Offset-Frequenz  $\omega_0$ . In der Praxis nehmen aufgrund des geringen Modenabstandes (200 MHz) viele tausend Moden an der SHG teil, was die Intensität

des Rf-Signals auf dem Photodetektor erhöht und *beat-notes* mit bis zu 40 dB SNR (“*signal-to-noise ratio*”) ermöglicht.

Die Überlagerung der elektrischen Felder vieler Moden in dem Detektor entspricht einer Rücktransformation der Fourierfrequenzen in den Ortsraum, wodurch der Pulsscharakter der Strahlung erhalten bleibt und auch die Repetitionsrate  $f_{rep}$  im Detektorignal präsent ist.

## 2.2.7 Kontrolle der Offset-Frequenz

Die Stellgröße für die Kontrolle der Frequenzkamm-Offsetfrequenz  $f_0$  bzw. den CE-Phasenschlupf  $\Delta\varphi$  der Pulse im Resonator ist die Änderung der Pumpleistung für den fs-Laser. Dieses wird zunächst anschaulich verständlich, da durch eine Pumpleistungsänderung die mittlere Leistung im fs-Laser und damit über den Kerr-Effekt die optische Weglänge im Ti:Saphir Kristall geändert wird [72, 37]. Grundsätzlich wird daher sowohl  $\Delta\varphi$ , als auch die Repetitionsrate  $f_{rep}$  durch die Pumpleistung über die Peakintensität  $I_p$  der Pulse beeinflusst, was durch

$$\Delta\varphi = \omega_{CE}T = 2\pi \frac{\omega_{CE}}{\omega_r} \quad (2.40)$$

klar wird (siehe Abschn. 2.2.5). Obwohl die Parameter Resonatorlänge und Pumpleistung also nicht orthogonal zueinander sind, beeinflussen sie die Pulsumlaufzeit  $T$  und den Phasenschlupf  $\Delta\varphi$  unterschiedlich, was für eine Stabilisierung ausgenutzt werden kann [62]. Eine quantitative Erklärung des Mechanismus führt auf die Solitonentheorie mit einer Lösung der nichtlinearen Schrödinger-Gleichung (*NLSE*). Aus der gewöhnlichen Solitonentheorie folgt auf diese Weise zunächst nur eine Abhängigkeit der Phasengeschwindigkeit von der Peakintensität  $I_p$ . Das Vorzeichen des so mittels Gl. (2.35) erklärten Phasenschlupfes steht aber im Gegensatz zu den experimentellen Ergebnissen [73]. Eine detaillierte Behandlung, welche einen normalerweise vernachlässigten Term in der gestörten *NLSE* beinhaltet und auf einer selbstkonsistenten Behandlung des instantanen Kerr-Effektes beruht, ergibt eine Abhängigkeit der Gruppengeschwindigkeit von  $I_p$  die größer ist als die der Phasengeschwindigkeit [74]. Das Vorzeichen des Effektes kehrt sich somit um. Daneben bewirken auch die Dispersion dritter Ordnung und indirekt der Raman-Effekt über eine Beeinflussung der Trägerfrequenz  $\omega_c$  eine Abhängigkeit der Gruppengeschwindigkeit von der Peakintensität  $I_p$  [74]. Zusammenfassend lässt sich die Wirkung auf den Phasenschlupf mittels

$$\Delta\varphi = \omega_c L \left( \frac{1}{v_g(\omega_c)} - \frac{1}{v_{ph}} + B I_p \right) \quad (2.41)$$

ausdrücken, wobei die Größe und das Vorzeichen des Koeffizienten  $B$  von dem betrachteten Effekt abhängen [66].

## 2.3 Messung optischer Frequenzen

### 2.3.1 Bestimmung der absoluten optischen Frequenz

Bei der Überlagerung der zu vermessenden kontinuierlichen Laserstrahlung  $f_{cw}$  (siehe Kap. 3.6) mit dem Spektrum des Frequenzkamms, wird durch jede Kamm-mode eine RF-Schwebungsfrequenz (*beat-note*) in der Bandbreite des Photodetektors erzeugt. Für die Ermittlung der absoluten optischen Frequenz des Laserfeldes nach der fundamentalen Beziehung:

$$f_{cw} = nf_{rep} \pm f_0 \pm f_{beat} \quad (2.42)$$

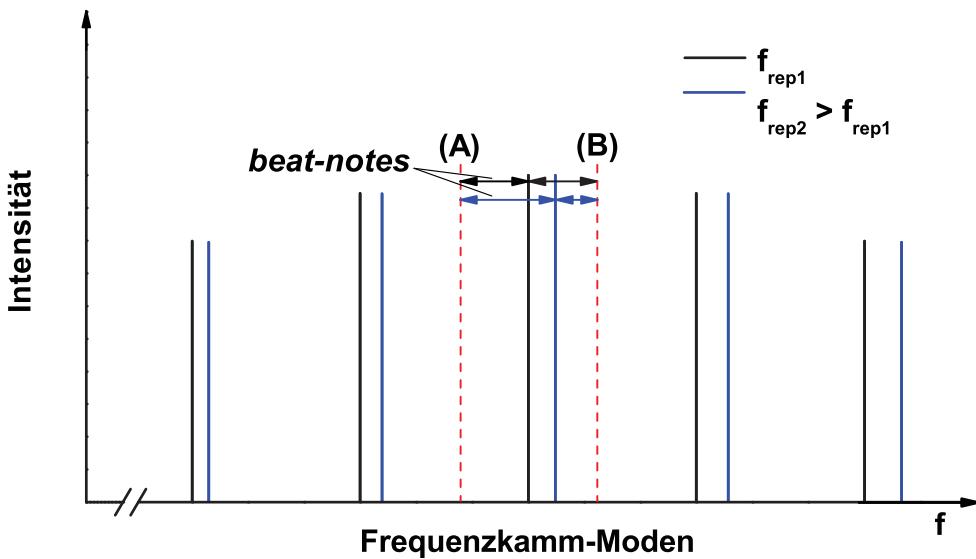
ist jedoch nur die niedrigste Rf-Frequenz, welche von der am nächsten benachbarten Kamm-mode n stammt, von Interesse. Das Vorzeichen von  $f_{beat}$  in Formel (2.42) hängt davon ab, ob die nächste Kammode eine höhere oder eine niedrigere Frequenz hat. Wie in Kap. 2.2 gezeigt haben, kann auch die Offset-Frequenz  $f_0$  des generierten Frequenzkamms negativ oder positiv sein. Zur Bestimmung von  $f_{cw}$  nach Formel 2.42 müssen also die beiden Vorzeichen für  $f_{rep}$  und für  $f_0$ , sowie die Nummer n der nächsten Kamm-mode bestimmt werden. n ist dabei eine sehr große ganzzahlige positive Zahl. Für eine Laserwellenlänge von z.B. 1064 nm und einer Repetitionsrate von 200 MHz beträgt n = 1408799. Wenn ein Wavemeter mit einer Genauigkeit von besser als  $f_{rep}/2$  zur Verfügung steht, in diesem Fall also besser als 100 MHz, oder die Laserwellenlänge mit entsprechender Genauigkeit bekannt ist, kann n direkt mittels  $n = c/(\lambda f_{rep})$  bestimmt werden. In dem anderen Fall ist ein etwas aufwendigeres Verfahren notwendig, wie im nachfolgenden Abschnitt 2.3.2 ausgeführt.

Die Vorzeichen in Gl. 2.42 lassen sich in einfacher Weise durch die Beobachtung der *beat-note*  $f_{beat}$  bei der Variation von  $f_0$  und  $f_{rep}$  bestimmen.

Eine Erhöhung der Repetitionsrate  $f_{rep}$  bei fester Offsetfrequenz bewirkt eine Zunahme des Frequenzabstandes zwischen den Kamm-Moden, wobei die relative Frequenzverschiebung pro Mode umso größer ist, je höher die Modenzahl n ist (siehe Abbildung 2.8). Eine Verringerung der Repetitionsrate bei fester Offsetfrequenz wirkt entsprechend in entgegengesetzter Weise. In Abbildung 2.8 entspricht Fall (A) einem negativen Vorzeichen von  $f_{rep}$  und Fall (B) einem positiven Vorzeichen. Bei einer Erhöhung von  $f_{rep}$  erhöht sich ebenfalls die beat-note  $f_{beat}$  im Fall (A) und nimmt im Fall (B) ab:

$$\begin{array}{lll} f_{rep} \nearrow & \& f_{beat} \nearrow \\ f_{rep} \nearrow & \& f_{beat} \searrow \end{array} \implies \begin{array}{l} f_{beat} = (-1)|f_{beat}| \\ f_{beat} = (+1)|f_{beat}| . \end{array}$$

Hierbei steht  $\nearrow$  für eine ansteigende und  $\searrow$  für eine verringerte Frequenz. Praktisch lässt sich die Veränderung der Repetitionsrate bei stabilisiertem Frequenzkamm, über Variation der 200 MHz Referenzfrequenz des Synthesizers im Bereich von einigen Hz, an der Stabilisierungs-Elektronik (PLL-Filter) des Repetitionsraten-Loop realisieren. Bei unstabilisiertem Frequenzkamm lässt sich die Repetitionsrate über den Offsetregler für den Regelpiezo im fs-Laser modulieren (siehe Kap. 3.2.2).



**Abbildung 2.8:**

Laserfrequenz (rot) unterhalb (A) oder oberhalb (B) der nächsten Frequenzkamm-Nadel.

Eine Variation der Offset-Frequenz verschiebt den Frequenzkamm abhängig vom Vorzeichen als Ganzes im Frequenzraum und lässt die Abstände zwischen den Moden unbeeinflusst. Abhängig vom Vorzeichen der *beat-note* lassen sich vier verschiedene Situationen aufzeigen:

- Fall (A)  $\hat{=} f_{beat} = (-1)|f_{beat}| : f_0 \nearrow \& f_{beat} \searrow \Rightarrow f_0 = (-1)|f_0|$   
(Moden nach unten verschoben)
- Fall (A)  $\hat{=} f_{beat} = (-1)|f_{beat}| : f_0 \nearrow \& f_{beat} \nearrow \Rightarrow f_0 = (+1)|f_0|$   
(Moden nach oben verschoben)
- Fall (B)  $\hat{=} f_{beat} = (+1)|f_{beat}| : f_0 \nearrow \& f_{beat} \searrow \Rightarrow f_0 = (+1)|f_0|$   
(Moden nach oben verschoben)
- Fall (B)  $\hat{=} f_{beat} = (+1)|f_{beat}| : f_0 \nearrow \& f_{beat} \nearrow \Rightarrow f_0 = (-1)|f_0|$   
(Moden nach unten verschoben)

Die Veränderung der Offset-Frequenz lässt sich bei stabilisiertem Frequenzkamm, analog zum obigen Fall, durch Variation der 20 MHz Referenzfrequenz an der Stabilisierungselektronik (PLL-Filter) realisieren. Bei unstabilisiertem Frequenzkamm lässt sich die Offset-Frequenz über den Offsetregler für den AOM, welcher die Pumpleistung für den fs-Laser regelt (Kap. 3.2.3), einstellen. Zwischen der Antwortfunktion des PLL-Filters

der Stabilisierungselektronik und dem Vorzeichen für die Offset-Frequenz besteht eine feste Beziehung, solange keine Änderungen am AOM und am fs-Laser erfolgen [76]. D. h. dass nach einer Messung des Vorzeichens, die Schalterstellung für die Invertierung des Regelsignals das Vorzeichen für die Offset-Frequenz festlegt.

### 2.3.2 Bestimmung der nächsten Frequenzkamm-Mode

Wenn kein Wavemeter zur Bestimmung der nächsten Frequenzkamm-Mode  $n$  mit ausreichender Genauigkeit zur Verfügung steht, besteht die Möglichkeit  $n$  mittels zwei Messungen mit unterschiedlichen Repetitionsraten  $f_{rep}$ , über den Frequenzkamm direkt zu bestimmen. Hierbei ist zu beachten, dass die Strahlung einer realen Laserquelle immer einer langsamen Frequenzdrift (min, h, d) sowie einer schnelleren Frequenzvariation (*Jitter*) (ms) unterliegt und natürlich auch eine Unsicherheit aus dem Messprozeß selber herröhrt. Wenn man alle diese Effekte in der Messunsicherheit  $\Delta$  zusammenfaßt, lässt sich Gleichung 2.42 zu

$$f_{cw} = nf_{rep} \pm f_0 \pm f_{beat} \pm \Delta \quad (2.43)$$

erweitern. Außer  $n$  können alle Parameter in Gl. 2.43, wie in Abschnitt 2.3.1 beschrieben, bestimmt werden. Um die nächste Kamm-mode  $n$  zu bestimmen ist es notwendig die Differenz zwischen den Repetitionsraten abhängig von der Messunsicherheit  $\Delta$  in den zwei Messungen ausreichend groß zu wählen, wie im folgenden gezeigt wird. Mit  $n_1$ ,  $n_2$  und  $f_{rep1}$ ,  $f_{rep2}$  als Modennummern und Repetitionsraten der zwei Messungen sowie  $m = n_2 - n_1$  lässt sich schreiben:

$$n_1 f_{rep1} + f_0 - f_{beat1} \pm \Delta_1 = n_2 f_{rep2} + f_0 - f_{beat2} \pm \Delta_2 \quad (2.44)$$

Hierbei wurde das Vorzeichen für  $f_0$  als positiv und für  $f_{beat}$  als negativ festgelegt. Über eine Subtraktion von  $n_1 f_{rep2}$  lässt sich Gl. 2.44 für  $n_1$  lösen und man erhält [76]:

$$n_1 = \frac{mf_{rep2} - f_{beat2} + f_{beat1}}{f_{rep1} - f_{rep2}} + \frac{\pm \Delta_1 \pm \Delta_2}{f_{rep1} - f_{rep2}} \quad (2.45)$$

Der zweite Teil auf der rechten Seite von Gl. 2.45 drückt die Unsicherheit in der Bestimmung von  $n$  aus. Für eine Unsicherheit von weniger als  $\pm 1$  in der Festlegung der nächsten Kamm-mode  $n$  muß die Verstimmung der Repetitionsrate  $f_{rep}$  also mindestens so groß wie die Meßunsicherheit  $\Delta = \pm \Delta_1 \pm \Delta_2$  sein. Typische Werte von  $\Delta$  für sehr stabile Laserquellen sind in der Größenordnung von 1kHz für Messzeiten auf der Zeitskala von einigen Minuten. Hierbei ist immer auch ein wesentlicher Teil (einige 100 Hz) durch die Verbreiterung der *beat-note* durch den Frequenzkamm verursacht. Bei einer Wellenlänge von 1064 nm (vergl. mit Kap. 2.3.1  $n = 1408799$ ) entspricht das einer Verschiebung der Modennummer von ca. 15. Diese Anzahl von Modenwechsel kann noch durch Beobachtung der Laser *beat-note* abgezählt werden. Bei negativer *beat-note*  $f_{beat}$  wie oben angenommen, reduziert sich die *beat-note* bei einer Reduzierung der Repetitionsrate  $f_{rep}$ , nimmt nach "Überquerung" der nächsten Mode zu und nimmt bei

Erreichen der Ausgangs-*beat-note*-Frequenz bei der Mode  $n+1$  wieder ab  $\searrow$ .

Zusammengefaßt ergeben sich abhängig von dem jeweiligen Vorzeichen folgende Sequenzen für den Wechsel um eine Kamm-mode bei Verstimmung der Repetitionsrate:

	Vorzeichen $f_{beat}$	Sequenz	$\Delta n$
$f_{rep} \searrow$	-	$\searrow \nearrow \searrow$	+1
$f_{rep} \searrow$	+	$\nearrow \searrow \nearrow$	+1
$f_{rep} \nearrow$	-	$\nearrow \searrow \nearrow$	-1
$f_{rep} \nearrow$	+	$\searrow \nearrow \searrow$	-1

Ist durch eine große Meßunsicherheit  $\Delta$  eine große Verstimmung der Repetitionsrate um z.B. einige hundert Moden notwendig, so steigt der Zeitaufwand und die Gefahr einer Fehlzählung erheblich. Die Verlässlichkeit dieser Methode ist also nur auf die Verstimmung um wenige Moden begrenzt.

Um dieses Problem zu lösen, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein einfaches numerisches Verfahren entwickelt, welches über die Messung zweier *beat-notes* bei zwei unterschiedlichen Repetitionsraten die absolute optische Frequenz bestimmt. Als zusätzliche Information ist dazu lediglich eine sehr grobe Frequenzmessung im Rahmen von einigen GHz, bis einigen 10 GHz notwendig, was schon ein einfaches Wavemeter oder auch ein optischer Spektrumanalyzer leisten kann.

Als Input-Parameter sind die zwei Repetitionsraten  $f_{rep1}$  und  $f_{rep2}$ , die Offsetfrequenz  $f_0$ , die entsprechenden *beat-notes*  $f_{beat1}$  und  $f_{beat2}$ , die dazugehörigen Vorzeichen sowie für das Verfahren der Wert aus der Frequenzmessung mit dem Wavementer  $f_{Wm}$  und dessen Ungenauigkeit  $\Delta_{Wm}$ , als auch die Meßunsicherheit  $\Delta$  notwendig.

In dem Verfahren werden ausgehend von  $f_{Wm}$  im Bereich von  $\pm \Delta_{Wm}$  zwei Sätze von optischen Frequenzen nach Formel 2.42 erzeugt. Hierbei laufen die Moden im ersten Satz von

$$\frac{f_{Wm} - \Delta_{Wm}}{f_{rep1}} - 1 \quad \text{bis} \quad \frac{f_{Wm} + \Delta_{Wm}}{f_{rep1}} + 1,$$

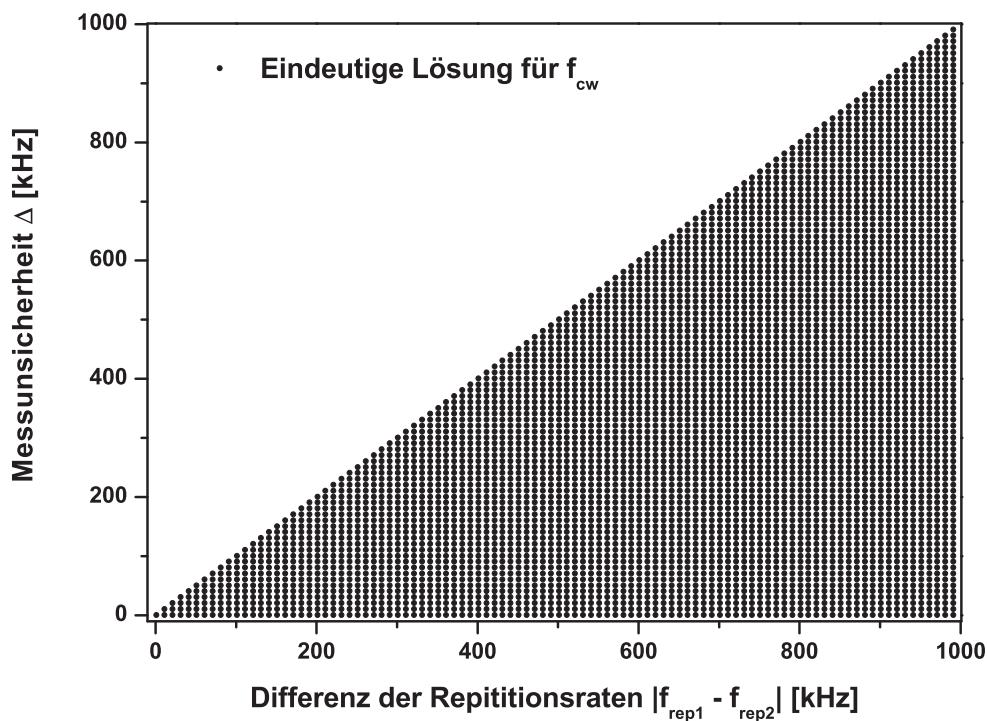
für die Messung mit der Repetitionsrate  $f_{rep1}$  und analog dazu im zweiten Satz für  $f_{rep2}$  von

$$\frac{f_{Wm} - \Delta_{Wm}}{f_{rep2}} - 1 \quad \text{bis} \quad \frac{f_{Wm} + \Delta_{Wm}}{f_{rep2}} + 1.$$

Anschließend wird jeder Listeneintrag der so berechneten optischen Frequenzen des ersten Satzes mit denen des zweiten Satzes verglichen. Ist der Absolutwert der Differenz zweier Frequenzen bei einem Vergleich kleiner als die Messungenauigkeit  $\Delta$ , so wird die Frequenz (von Satz 1) und die Differenz als Lösung ausgegeben. Tritt bei dem Durchlauf nur eine einzige Lösung auf, so ist diese eindeutig und stellt die gesuchte absolute optische Frequenz dar. Hieraus kann dann die nächste Kamm-mode über Formel 2.42 für die entsprechende Messung extrahiert werden.

Der Rechenaufwand in dem Verfahren nimmt mit ansteigender Ungenauigkeit des Wavemeters  $\Delta_{Wm}$  zu, bleibt jedoch in Bereichen von bis zu einigen 10 GHz noch sehr gering. Jedoch existiert auch hierfür ein Grenzwert, für den eine eindeutige Lösung produziert wird, welcher von der Wahl der jeweiligen Repetitionsraten abhängt. Eine Mode vom ersten Kamm mit  $f_{rep1}$  koinzidiert mit einer Mode vom zweiten Kamm  $f_{rep2}$  im Frequenzabstand des kleinsten gemeinsamen Vielfachen [75], also im Fall von rationalen oder ganzen Zahlen z.B. 200 MHz und 201 MHz bei 40,2 GHz. Ist in diesem Fall  $\Delta_{Wm}$  gleich groß oder größer, so kann das Verfahren keine eindeutige Lösung mehr liefern, da sich die gegenseitigen Verhältnisse wiederholen. In der Praxis sind die Repetitionsraten aber in der Regel zwei rationale Zahlen deren kleinstes gemeinsames Vielfache sehr groß ist, so dass die Größe von  $\Delta_{Wm}$  keine Beschränkung darstellt. Für den Frequenzkamm steht ein Burleigh WA-1500 Wavemeter mit einer Genauigkeit von einigen hundert MHz und ein optischer Spektrum-Analyzer ANDO AQ-6315A mit einer Auflösung von 0,05 nm (ca. 8 GHz bei  $\lambda = 1400$  nm) zur Verfügung.

Abbildung 2.9 zeigt den Lösungsraum der eindeutigen Lösungen mittels des obigen Verfahrens, gerechnet für eine Beispielwellenlänge  $f_{cw}$  von 1064 nm mit einer modifi-



**Abbildung 2.9:**

Lösungsraum der eindeutigen Lösungen aus dem numerischen Verfahren (Programmbeispiel siehe Kap. B.1) zur Bestimmung von  $f_{cw}$ . Die Messunsicherheit  $\Delta$  und die Verstimmung des Frequenzkamms in der zweiten Messung laufen von 1 kHz bis 1 MHz in einer Schrittweite von 10 kHz.

zierten Version des Beispielprogrammes B.1. Hierbei werden die Vorzeichen für  $f_0$  und  $f_{beat1}$  bzw.  $f_{beat2}$  als positiv definiert. Die *beat-notes* liegen somit im Bereich von 0 bis  $f_{rep1}$ , bzw. 0 bis  $f_{rep2}$ . Als Ungenauigkeit für das Wavemeter wird  $\Delta_{Wm} = 1 \text{ GHz}$  angesetzt. Nach einer Bestimmung der *beat-note*  $f_{beat1}$  zu der Repetitionsrate  $f_{rep1}$ , wird in einer äußeren Schleife die zweite Repetitionsrate  $f_{rep2}$  durchlaufen und jeweils  $f_{beat2}$  ermittelt. In einer inneren Schleife werden dann schrittweise die Werte für die Messunsicherheit  $\Delta$  durchlaufen und anschließend die beiden Listen der optischen Frequenzen  $f_{cw}$  erzeugt. Immer, wenn es in einem solchen Sweep nur eine Lösung für  $f_{cw}$  im Bereich  $f(1064nm \pm \Delta)$  gibt, werden die Werte für  $Abs(f_{rep1} - f_{rep2})$  und  $\Delta$  in eine Ausgabedatei geschrieben.

Das Ergebnis dieser Simulation stimmt mit dem analytischen Ergebnis aus Formel (2.45) vollständig überein. Es zeigt sich wie erwartet, daß die Verstimmung der Repetitionsrate größer oder gleich dem Betrag der Meßunsicherheit  $\Delta$  sein muß, um über die Messung der *beat-notes* bei zwei verschiedenen Repetitionsraten  $f_{rep}$  die Frequenz  $f_{cw}$  eines Lasers mit dem Frequenzkamm zu bestimmen. Dieses Ergebnis gilt unabhängig von den Vorzeichen für  $f_{beat}$  und  $f_0$ .

---

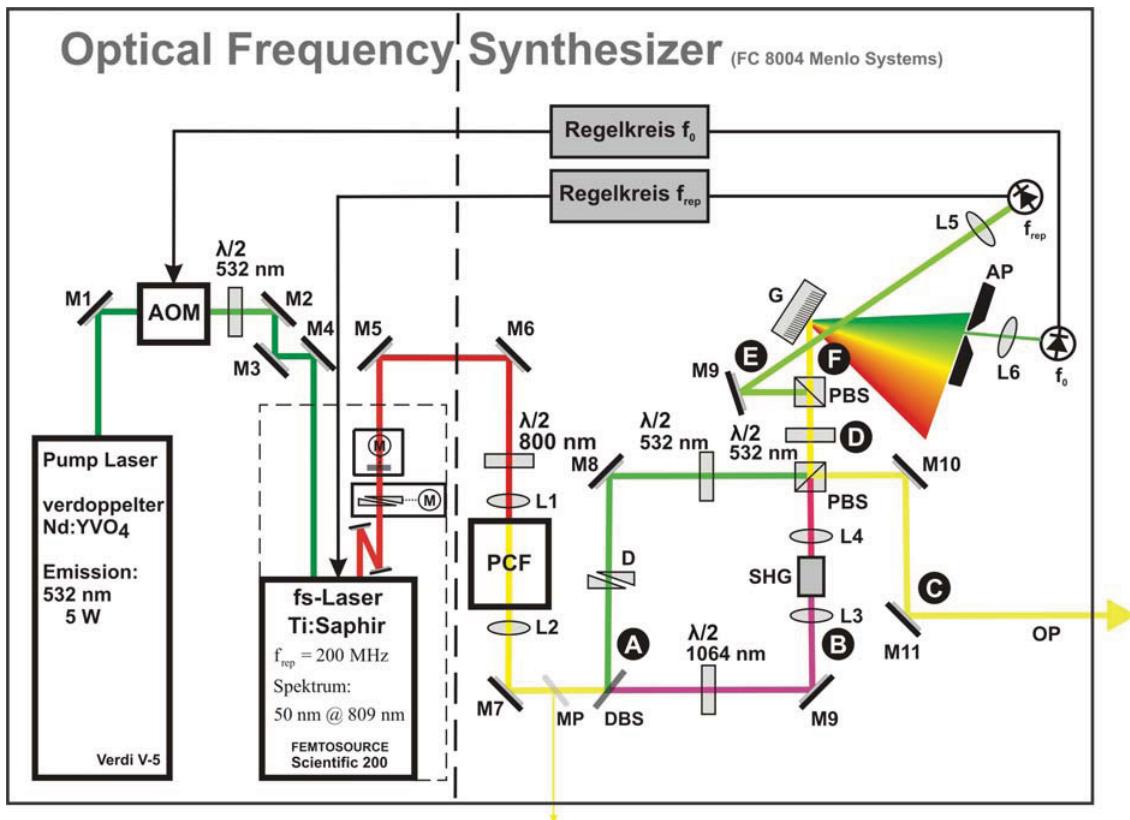
# Kapitel 3

## Experimenteller Aufbau und Charakterisierung des Düsseldorfer Frequenzkamms

### 3.1 Basissystem: MenloSystems FC 8004

Das Basissystem des für die Spektroskopie verwendeten optischen Synthesizers bildet ein früher Prototyp eines FC 8004 Frequenzkamms der Menlo Systems GmbH. Dieser wurde gemäß den erforderlichen Spezifikationen für die Präzisions-Spektroskopie an den ultrakalten HD<sup>+</sup> Molekülen, bezüglich der Stabilität und des Emissionsspektrums modifiziert und charakterisiert.

Abbildung 3.1 zeigt eine schematische Darstellung des verwendeten Aufbaus. Als Pumplaser für den fs-Laser (siehe Abschn. 3.2) dient ein diodengepumpter frequenzverdoppelter Nd:Vanadat (Nd : YVO<sub>4</sub>) Dauerstrich-Festkörperlaser (Coherent, Verdi V-5), mit einer *single-mode* Emission bei 532 nm und einer max. Ausgangsleistung von 5 W. Die Pumpleistung zum Betrieb des fs-Laser beträgt zum optimalen Betrieb 4.2 W. Die Pumpleistung wird zur Stabilisierung der Frequenzkamm-Offsetfrequenz  $f_0$  über einen AOM (IntraAction AOM-405) geregelt (siehe Abschn. 3.2.3). Der durch den fs-Laser erzeugte primäre Frequenzkamm weist eine Breite von ca. 50 nm um 809 nm bei einer nominalen Repetitionsrate von 200 MHz auf (siehe Abb. 3.3). Der Frequenzkamm wird in der PCF (FEMTOWHITE 800, Crystal Fibre) auf über 1 Oktave (500-1600 nm) verbreitert. Details zu der spektralen Verbreiterung mittels der PCF sind in Abschn. 3.2.1 ausgeführt. Das nachfolgende nichtlineare Interferometer mit der SHG dient der Bestimmung der Frequenzkamm Offset- (*carrier-envelope*) Frequenz  $f_0$ . Die theoretische Funktionsweise und die technische Umsetzung sind in den Abschnitten 2.2.6 und 3.3 beschrieben. Der fs-Laser und der Pumplaser sind innerhalb des Frequenzkamms von dem nichtlinearen Interferometer und der PCF abgetrennt, um eine störungsfreie Justage der Spektralparameter zu ermöglichen.



**Abbildung 3.1:**

Schematische Darstellung des optischen Synthesizers für die Präzisions-Spektroskopie (Basisystem: FC 8004, Menlo Systems). AOM: Acusto-Optischer Modulator, M1 - M11: Spiegel,  $\lambda/2$ : Halbwellenplatte, L1 - L6: Linsen, PCF: photonische Kristall-Faser, MP: Monitorport, DBS: *Dichroic Beam Splitter*, D: optisches *Delay*, SHG: *Second Harmonic Generation* (KNbO<sub>3</sub> Kristall), PBS: Pol.-*Beamsplitter*, G: Beugungsgitter, AP: Blende, OP: *Output Port*, f<sub>0</sub>: Detektor für die Offsetfrequenz, f<sub>rep</sub>: Detektor für die Repetitionsrate.

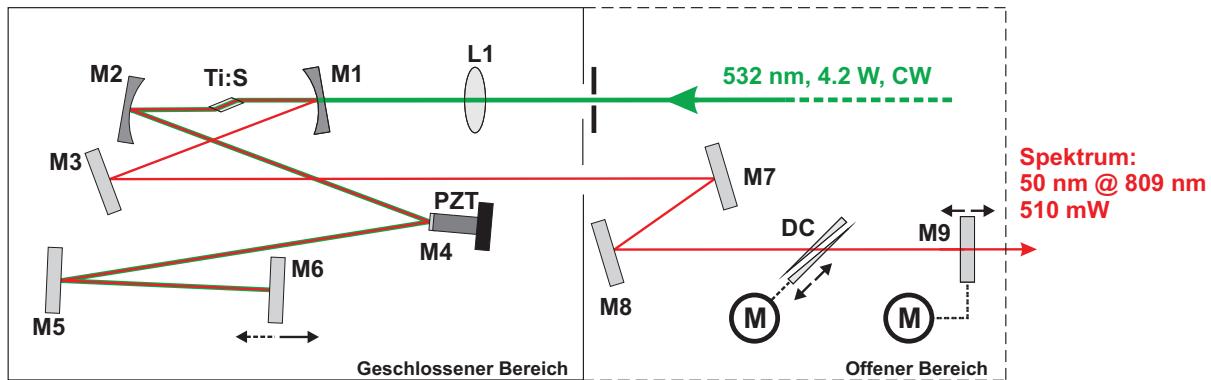
Die Regelkreise für die Repetitionsrate f<sub>rep</sub> und die Offsetfrequenz f<sub>0</sub> sind in Abb. 3.6 bzw. Abb. 3.10 gezeigt.

Die spektralen Bereiche in dem nichtlinearen Interferometer setzen sich wie folgt zusammen:

A: optischer Wellenlängenbereich, B: infraroter Wellenlängenbereich, C: gesamter Spektralbereich 500-1500 nm ohne frequenzverdoppelte Strahlung, D: frequenzverdoppelte Strahlung um 532 nm aus dem infraroten Zweig mit geringem Anteil 532 nm Strahlung aus dem optischen Zweig, E: Strahlung von D orthogonal zur Gitterebene, F: Strahlung von D in der Gitterebene.

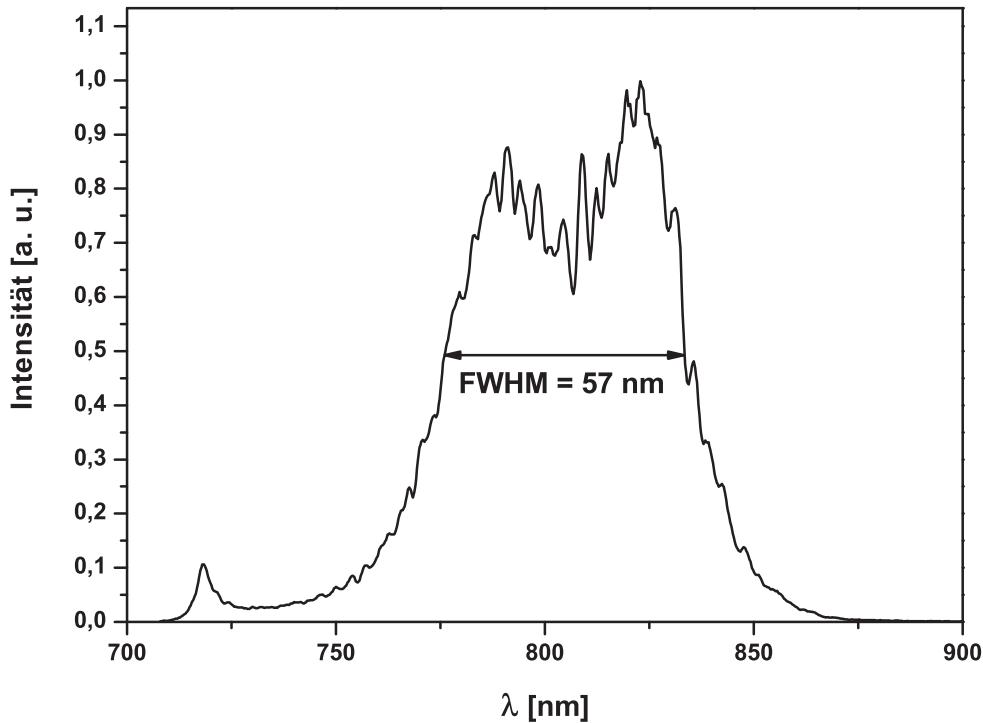
## 3.2 Titan-Saphir Oszillatör

Ein geeignetes Resonatordesign für einen Kerr-Linsen modengekoppelten Ti:Saphir Laser ist ein Aufbau als Ringresonator oder als gefalteter Stehwellen-Resonator. In dem in dieser Arbeit beschriebenen Frequenzkamm wurde ein "Scientific 200" fs-Laser der FEMTOSOURCE Familie von der FEMTOLASERS GmbH implementiert, welcher als gefalteter Stehwellen-Resonator aufgebaut ist. Der Laser hat eine Repetitionsrate von 200 MHz und wird bei 532 nm mit einer Leistung von 4,2 W von einem Verdi V-5 Dauerstrichlaser gepumpt. Abbildung 3.2 zeigt den schematischen Aufbau dieses Lasers inclusive der im Rahmen dieser Arbeit angebrachten Modifikationen. Essentiell für den stabilen Betrieb des Frequenzkamms war zunächst die Implementierung eines Stellgliedes für die phasengenaue Kontrolle der Repetitionsrate  $f_{rep}$  auf die Rf-Referenz (H-Maser), welche den Modenabstand festlegt (Gl. (2.20)). Dazu wurde in Zusammenarbeit mit der Firma FEMTOLASERS der Spiegel M4 durch einen auf einen Piezo (PZT) aufgeklebten Spiegel ersetzt und so eine schnelle Variation der Resonatorlänge ermöglicht. Details der Stabilisierung und der Charakterisierung werden in Abschn. 3.2.2 gegeben. Weiterhin wurde über den Einbau von motorisierten Präzisions-Lineartischen eine Positioniermöglichkeit des Auskoppelspiegels M9 und der Dispersionskontrolle DC implementiert. Mit deren Hilfe ist eine manuelle Abstimmung der Diskpersionskontrolle bei geschlossener Frequenzkammabdeckung und eine weite Durchstimmung der Repetitionsrate des fs-Lasers möglich. Mit einer Resonatorlänge von 75 cm und einem Stellweg von 15 mm ergibt sich ein Durchstimbereich von ca. 4 MHz für die Repetitionsrate, was einem Frequenzbereich im Optischen von 4 - 12 THz entspricht, je nach Lage im Emissionsspektrum (500 - 1500 nm) des



**Abbildung 3.2:**

Schematischer Aufbau des "FEMTOSOURCE Scientific 200" fs-Lasers (FEMTOLASERS), mit Modifikationen für den Einsatz im Frequenzkamm. M1-M9: Spiegel, L1: Linse, PZT: Piezo, Ti:S: Titan-Saphir Kristall, DC: Dispersionskontrolle, M: Servo-Mikrolineartisch.



**Abbildung 3.3:**

Emissionsspektrum des "FEMTOSOURCE Scientific 200" (FEMTOLASERS) fs-Lasers im KLM-Pulsbetrieb.

Frequenzkamms. Eine weitere maßgebliche Anwendung des motorisierten Endspiegels und der Diskersionskontrolle dient der Langzeit-Stabilisierung des Frequenzkamms (siehe Abschn. 3.2.4). Der Laser ist unterteilt in einen geschlossenen Bereich, welcher die Fokussierspiegel, den wassergekühlten Laserkopf mit dem Titan-Saphir Kristall und einen Resonatorarm enthält und einen offenen Bereich mit der Dispersionskontrolle und dem Auskoppelspiegel.

Abbildung 3.3 zeigt ein Emissionsspektrum des fs-Lasers im Pulsbetrieb. Es zeigt eine spektrale Breite FWHM von ca. 57 nm, was einer Bandbreite von 26,4 THz entspricht und somit Pulslängen von ca. 19 fs ermöglichen kann. Die emittierte Leistung im Pulsbetrieb liegt bei 510 mW.

### 3.2.1 Verbreiterung des Emissionsspektrums

Die Schlüsseltechnologie zur Verbreiterung des fs-Laser Spektrums auf über eine Oktave war die Erfindung der mikrostrukturierten Glasfasern (oder photonischen Kristall-Fasern (PCF)) an der University of Bath und bei Lucent Technologies [77, 78, 79]. Eine photonische Kristall-Faser ist eine Glasfaser mit sehr kleinem (Quartz-) Kern (ca.  $1 \mu\text{m}$ ) der

über die ganze Länge von einer Struktur von Luftkanälen umgeben ist, die einen Teil des Strahls als evaneszente Welle führen (siehe Abb.3.4). Wegen des Unterschiedes des Brechungsindexes vom Faserkern und des gemittelten Brechungsindexes des Mantels mit den Luftkanälen, beruht die Lichtleitung analog zu herkömmlichen Lichtwellenleitern auf der Totalreflexion des Lichts. Die Struktur aus Luftkanälen und umgebendem Glasfaser-Material formt jedoch ein Hybrid-Material mit Eigenschaften, welche mit homogenem Material nicht erreicht werden können. So lassen sich photonische Kristall-Fasern herstellen, die *single-mode* Transmission für alle Wellenlängen im Tranparenzbereich des Fasermaterials aufweisen, begrenzt durch Verluste für kurze und lange Wellenlängen (endlessly single-mode fiber [80]) und verschwindender Dispersion bei konstruktions-abhängiger Wellenlänge. Polarisationserhaltung mittels Doppelbrechung wird über eine kleine Elliptizität des Faserkerns erreicht. Darüber hinaus können *single-mode* PCF's stark nichlineares Verhalten mit anomaler GVD im sichbaren Bereich haben, während dort normale Fasern nur hohe normale GVD aufweisen. Dadurch wird die Propagation von Solitonen, Puls-Kompression und die Erzeugung von Superkontinua ermöglicht. Die Dispersionseigenschaften lassen sich durch Größe und Anordnung der Luftkanäle so einstellen, das die Pulse aus dem fs-Laser sehr viel langsamer zerfließen als in herkömmlichen Fasern. Über die hohe Intensität und den intensitätsabhängigen Brechungsindex der PCF kommt es zu einer sehr effizienten Selbstphasenmodulation (siehe Abschn. 2.2.3) die zusätzliche Seitenbänder um jede Mode des Eingangskammes und im Vielfachen der Modulationsfrequenz  $\omega_r$  erzeugt. Die Phase der Pulseinhüllenden wird durch die Selbstphasenmodulation zu

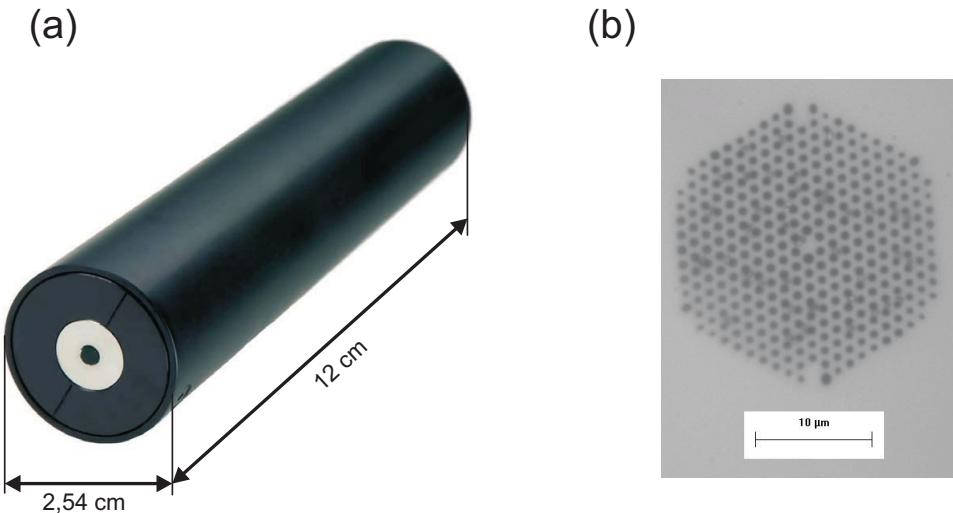
$$A(t) \longrightarrow A(t)e^{-\Phi_{NL}(t)} \quad (3.1)$$

modifiziert. Da  $\Phi_{NL}(t)$  die selbe Periodizität wie  $A(t)$  hat, ist die Ableitung der Modenstruktur aus Abschn. 2.2.5 nach wie vor gültig. Dieses wird auch in einer analogen Betrachtung im Frequenzraum als Vierwellenmischprozess verständlich. Hierbei werden neue Moden, außerhalb des ursprünglichen Spektrums, durch die Subtraktion einer Mode von der Summe zweier anderer Moden erzeugt:

$$n'\omega_r + \omega_0 = n_1\omega_r + \omega_0 + n_2\omega_r + \omega_0 - (n_3\omega_r + \omega_0) \quad (3.2)$$

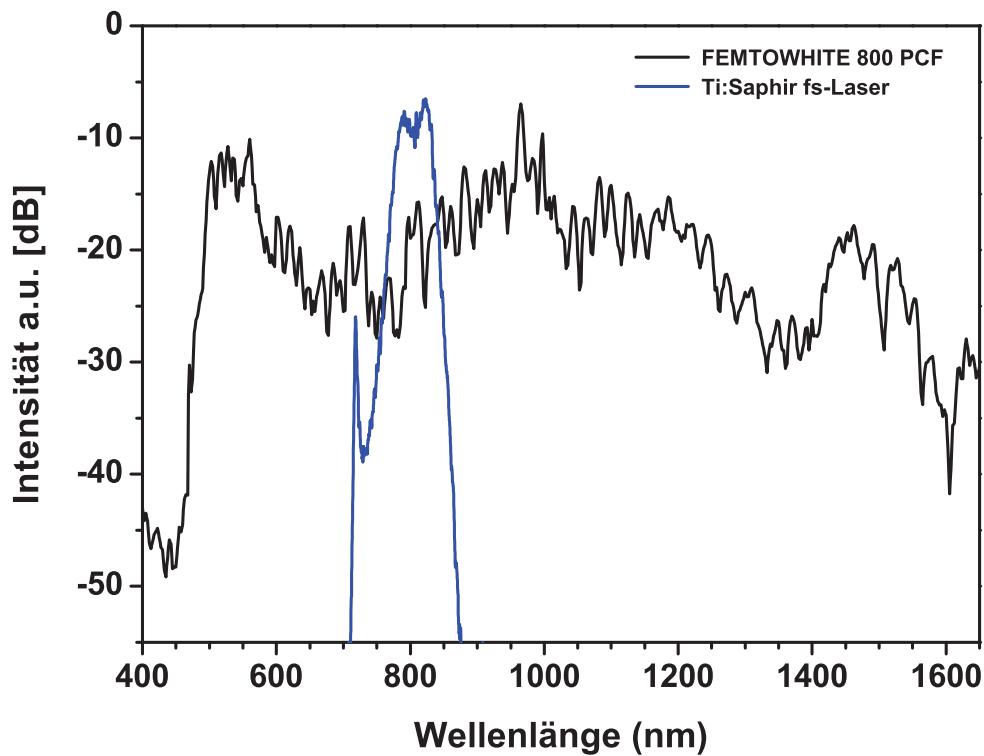
Die Effizienz dieses Prozesses ist maximal, wenn alle möglichen Kombinationen die zu neuen Moden führen, kohärent addiert werden, was der Fall ist, wenn die Phasen der Eingangsmoden in einer Beziehung zur Formung kürzester Pulsdauer stehen [62]. Für die Präzisions-Spektroskopie an den ultrakalten HD<sup>+</sup> Molekülen mußte das verfügbare Emissionsspektrum des Frequenzkamms im niederfrequenten Bereich auf Wellenlängen bis zu 1500 nm ausgedehnt werden. Die ursprünglich im Frequenzkamm verwendeten PCF's deckten mit einem Emissionsspektrum von ca. 500 - 1200 nm nur wenig mehr als die mindestens benötigte optische Oktave ab. Im Rahmen dieser Arbeit wurde daher eine *FEMTOWHITE 800* Faser der dänischen Firma *Crystal Fibre* in den Frequenzkamm implementiert. Hierbei handelt es sich um eine polarisationserhaltende PCF, die

optimiert ist für Pumppulse im 800 nm Bereich. Die Faser ist stark nichtlinear, mit einem Dispersions-Nulldurchgang bei 750 nm. Bei einer Pumpstrahl-Polarisation in Richtung einer der beiden Hauptachsen der Faser ergibt sich die doppelte Leistungsdichte, verglichen mit einer nicht-polarisationserhaltenden PCF. Die Faser ist in einem robusten Aluminium-Schutzgehäuse mit versiegelten reinigbaren Endfacetten untergebracht, welche mit einer Strahl-Aufweitung für eine leichte Strahl-Einkopplung und einer hohen Zerstörschwelle ausgestattet sind. Abb. 3.4 zeigt ein Foto der PCF-Einheit und eine mikroskopische Aufnahme der Luftkanal-Faserkernstruktur. In Abb. 3.5 ist das damit verbreiterte fs-Laser Pulsspektrum hinter der FEMTOWHITE 800 PCF dargestellt. Das ursprünglich ca. 57 nm Breite Pulsspektrum ( $< 20$  fs) ist durch die PCF auf ca. 1100 nm zu einem nutzbaren Spektrum von 500-1600 nm verbreitert worden. Ein deutliches Maximum ist dabei in dem für die Spektroskopie an den ultrakalten HD<sup>+</sup> Molekülen wichtigen Bereich von 1400-1500 nm erzeugt worden. Die Ausgangsleistung hinter der Faser beträgt 159 mW. Die spektrale Breite sowie die Lage der jeweiligen Minima und Maxima lässt sich in gewissen Grenzen durch die Strahl-Parameter in der PCF-Einkopplung beeinflussen. Der stärkste Effekt lässt sich aufgrund des polarisationserhaltenden Faserkerns durch die Variation der Strahlpolarisation erreichen. Aber auch Einkoppelwinkel sowie Strahllage und Fokussierung beeinflussen die nichtlinearen Effekte in der Erzeugung des Superkontinuums. Insgesamt ergeben sich daher 6 Parameter, welche i.A. nicht unabhängig voneinander wirken. Die Einkoppelspiegel, sowie eine Halbwellenplatte (Nullter Ordnung, 800 nm) zur Polarisationsjustage und der XYZ-Piezotranslationstisch mit Mikroskopobjektiv zur Fokussierung, sind im linken oberen Viertel



**Abbildung 3.4:**

(a): FEMTOWHITE 800 Superkontinuum-PCF Einheit (Crystal Fibre), (b): Mikroskopische Aufnahme der Faserkernzone. Quelle: [81]



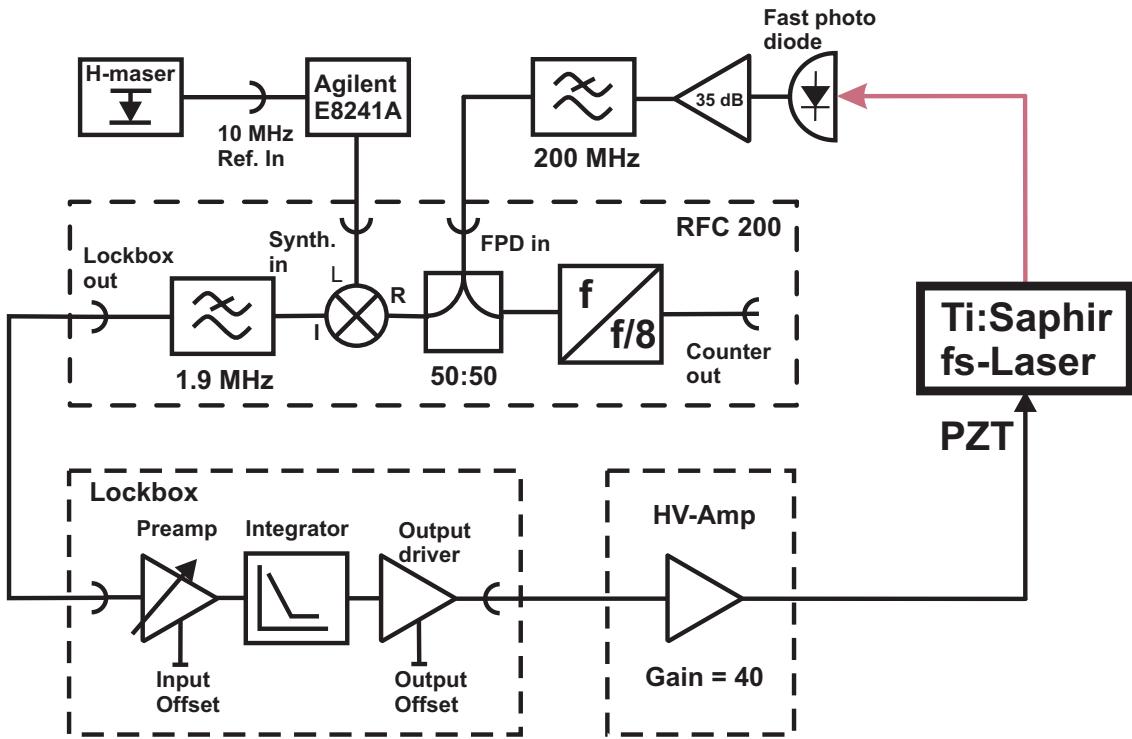
**Abbildung 3.5:**

Verbreiterung des fs-Laser Pulsspektrums ( $< 20$  fs, 510 mW) auf  $>1$  Oktave zu 500-1600 nm durch eine FEMTOWHITE 800 PCF (Crystal Fibre). Die einzelnen Moden sind nicht aufgelöst. Die Ausgangsleistung hinter der Faser beträgt 159 mW.

von Abb. 3.16 zu sehen. Bei der Optimierung des Frequenzkammspektrums auf eine Maximierung bei der jeweiligen Messwellenlänge, gilt zu beachten dass stets ausreichend spektrale Leistung in den erforderlichen Bereichen zur Bestimmung und Stabilisierung der Offsetfrequenz  $\omega_0$  erhalten bleibt. Diese liegen bei dem hier verwendeten nichtlinearen Interferometer (siehe Abbschn. 3.3) bei 532 nm und 1064 nm und bilden in dem in dieser Arbeit erzeugten Frequenzkamm ebenfalls breite Maxima.

### 3.2.2 Stabilisierung der Repetitionsrate

Der Regelkreis für die Repetitionsrate des fs-Lasers, welcher den Abstand zwischen den einzelnen Kamnadeln stabilisiert, ist elementar für den Betrieb des Frequenzkamms, da alle Instabilitäten in der Frequenz von  $f_{rep}$  um einen Faktor von der Größenordnung  $10^6$  in den optischen Bereich verstärkt werden. Da diese im Frequenzbereich von einigen 100 THz liegen, kommen als Referenzquellen nur Cäsium-Atomuhren, H-Maser



**Abbildung 3.6:**

Schematische Darstellung des Regelkreises für die Repetitionsrate  $f_{rep}$  des Frequenzkamms.

oder auf kurzen Zeitskalen auch stabile optische Resonatoren mit Instabilitäten von  $10^{-13} - 10^{-15}$  in Frage. Die Regelstrecke muß daher eine Phasenstabilisierung (*Phasen-lock*) von  $f_{rep}$  auf eine solche Referenzquelle gewährleisten. Abbildung 3.6 zeigt den schematischen Aufbau der verwendeten Rf-Elektronik. Die Soll-Frequenz wird von einem Agilent E8241A Signal Generator, dessen Referenz-Oszillator ein GPS korrigierter H-Maser ist (siehe Abschn. 3.4), zur Verfügung gestellt. Der Istwert von  $f_{rep}$  wird über einen schnellen Photodetektor (*Fast photo diode*) detektiert und mit einem Rf-Verstärker (Bandbreite: 1 - 1000 MHz) um 35 dB auf -10 dBm verstärkt. Das Fehler-Signal für den Phasenlock wird in der RFC 200 - Einheit (Menlo Systems) über einen Mischer erzeugt und nach einem Tiefpass (1,9 MHz) einem Regler (*Lockbox*) zugeführt. Außerdem wird das aufbereitete Photodioden-Signal für die Erfassung mit einem totzeit-freien Zähler (FXM Phasen/Frequenzmeter, Menlo Systems) durch einen Frequenzteiler durch Acht geteilt und ebenfalls herausgeführt. Dies ist notwendig, da der verwendete Zähler auf Frequenzen bis 80 MHz begrenzt ist.

Die Lockbox besteht im wesentlichen aus einem einstellbarem Vorverstärker, einem Integrator zur Rauschunterdrückung bei niedrigen Frequenzen und einem Ausgangstreiber, der das Regelsignal zur Verfügung stellt. Es können sowohl am Eingang, als auch auf das Ausgangssignal Offsetspannungen aufaddiert werden, wodurch sich im Falle des

*Output-Offsets* eine manuelle Spannungsvorgabe für den Regelpiezo im fs-Laser ergibt. Das Regelsignal wird einem HV-Verstärker (0 - 155 V) mit einem Verstärkungsfaktor (*Gain*) von 40 zugeführt, der den Regelpiezo treibt. Am Institut für Experimentalphysik wurde im Zusammenhang mit dieser Arbeit ein Messplatz zur Regelungstechnischen Analyse, Charakterisierung und Optimierung von Regelkreisen entwickelt. Dieser gestattet die Messung der Übertragungs- oder Transferfunktion von offenen oder geschlossenen Regelkreisen zur vollständige Charakterisierung eines linearen Systems. Das Meßsystem besteht aus einem HP3577A Netzwerkanalysator, einem schnellen Addierer (*Adder*), der es ermöglicht, ein Testsignal in den geschlossenen Regelkreis einzuspeisen, und einer Labview-basierten Rechnersteuerung zur Datenaufnahme und Auswertung. Eine detaillierte Darstellung des Systems findet sich in [82].

Abbildung 3.7 zeigt die Openloop-Transferfunktion in Amplitudengang der Verstärkung und Phasengang des offenen Regelkreises im Bereich von 10 Hz bis 20 kHz. Die Verstärkungseinstellung an der Lockbox war bei dieser Messung auf eine maximale Regelbandbreite eingestellt, was aufgrund der geringen Phasenreserve nur bei optimal justiertem Frequenzkamm mit auch stabil arbeitendem Offsetloop und minimaler Feedbackempfindlichkeit des fs-Lasers möglich ist. Die Regelbandbreite, definiert als der Punkt bei der die Verstärkung gleich eins ist (*unity-gain* Frequenz) liegt bei ca. 700 Hz. Bei 50 Hz ist ein starker Peak im Amplitudengang und im Phasengang zu sehen. Dies deutet auf starke Netzeinstreuungen hin und kann ein Ansatzpunkt für zukünftige Verbesserungsmaßnahmen zur Stabilitätsmaximierung und Liniensbreitenreduzierung des Frequenzkamms sein. Eine Möglichkeit wäre z.B. eine komplett batteriestützte Energieversorgung der Stabilisierungselektronik, eine bessere Rf-Isolierung und Eliminierung von möglichen Brummschleifen im Labor. Oberhalb von 1700 Hz sind einige Resonanzen zu erkennen, die eine weitere Erhöhung der Verstärkung und der Regelbandbreite verhindern. Diese sind vermutlich mechanische Resonanzen der Kombination von Regelpiezo und Justagemount.

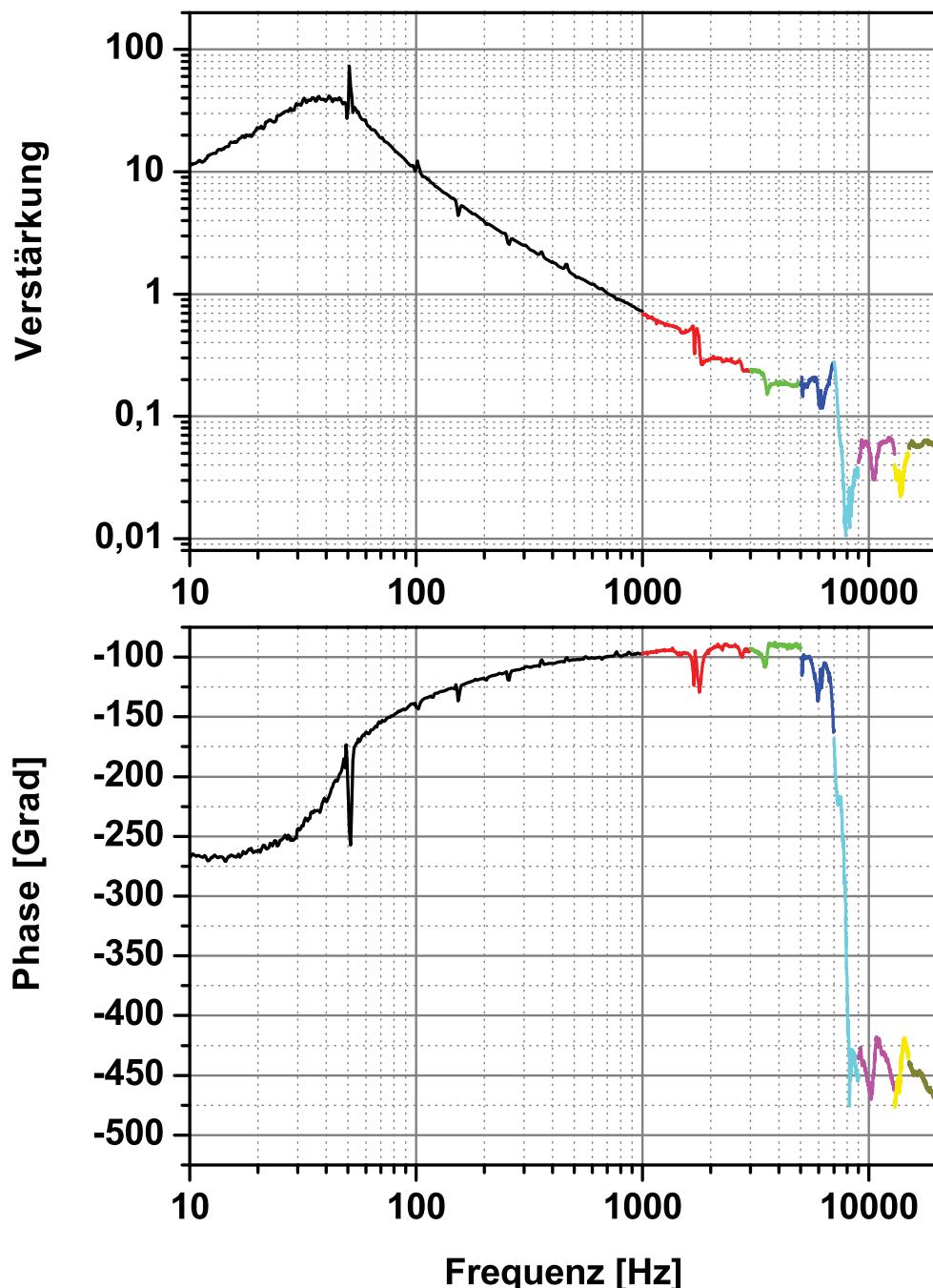
Abbildung 3.8 zeigt die Ergebnisse einer Transferfunktionsmessung mit der Verstärkungseinstellung wie in Abb. 3.7 (magenta/grün) und zusätzlich mit einer moderateren Lockboxeinstellung mit weniger Gain (schwarz/blau, gelb/rot). Eine etwas reduzierte Regelverstärkung ist im normalen Frequenzkammbetrieb, aufgrund spezieller spektraler Anforderungen durch das jeweils zu vermessende Laserlicht, robuster. Darüber hinaus wurde die Messung mehrmals mit unterschiedlichen Modulationsamplituden des Testsignals, hinter und vor dem Einspeisepunkt durch den Adder, vorgenommen. Letzteres sollte theoretisch keinen Unterschied machen, wirkt sich aber aufgrund extremer Zahlenwerte, welche zu Rundungsfehlern in der Datenverarbeitung führen, haupsächlich außerhalb des  $1/f$  - Bereiches der Transferfunktion aus. Die *unity gain* Frequenz bei der moderaten Verstärkungseinstellung liegt bei ca. 110 Hz. Im Phasengang ist eine deutliche Resonanz bei ca. 2 kHz. Unterschiede in der Modulationsamplitude kommen haupsächlich bei und nach der Resonanz zum Tragen und wirken sich nur qualitativ aus.

In Abbildung 3.9 ist eine Messung der Transferfunktion gezeigt, die die Resonanzen

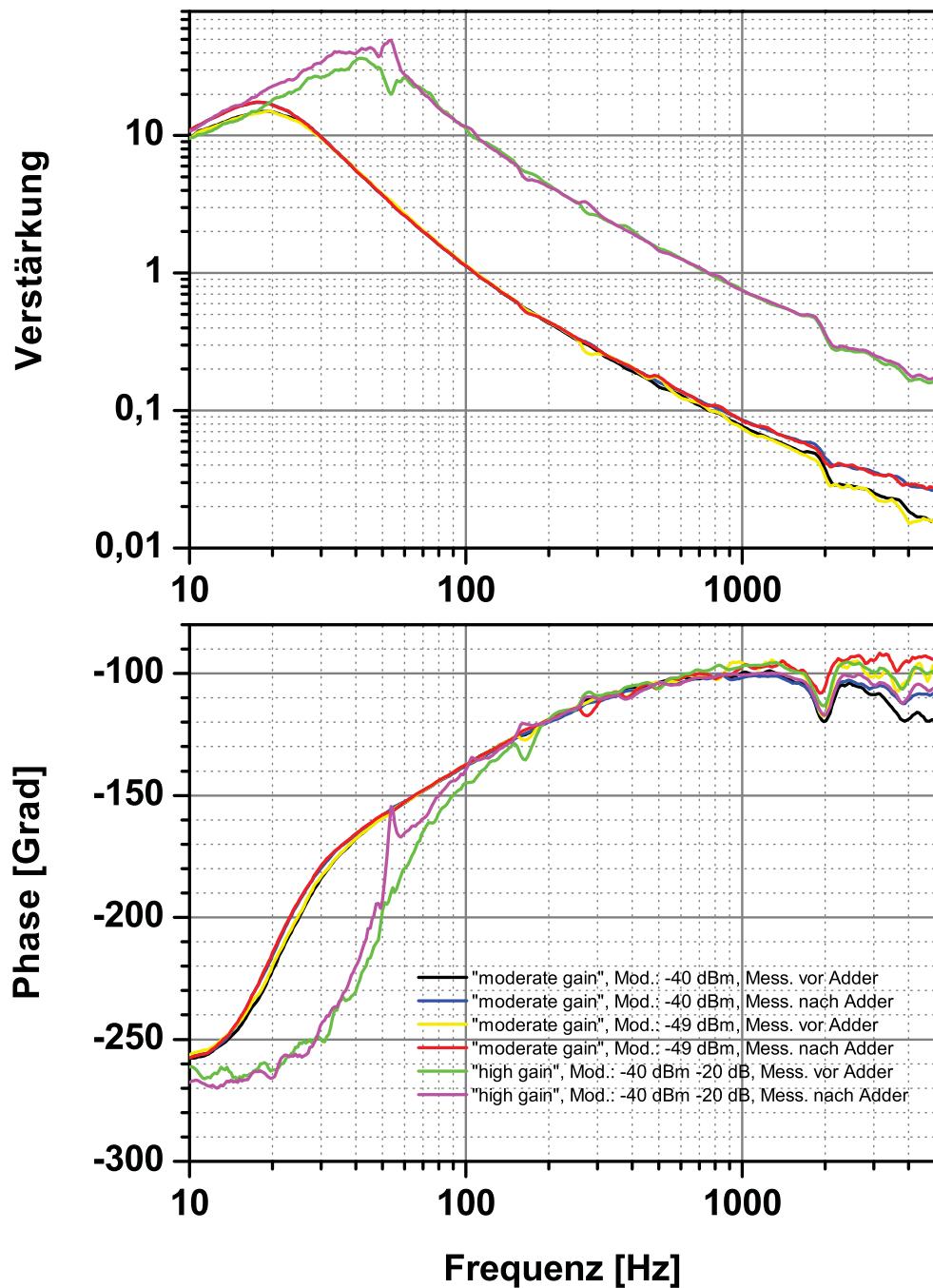
im Bereich 1 kHz - 20 kHz genauer auflöst. Es sind starke Resonanzen bei ca. 8, 11 und 13,5 kHz zu erkennen, die am deutlichsten bei der Messung vor dem Adder mit einer Modulationsstärke von -49 dBm hervortreten.

Das zusammenfassende Endergebnis der Transferfunktionsmessungen am Repetitionsraten-Regelkreis ist, dass sich der Regelpiezo bis zu einer Bandbreite bis 2 kHz nutzen lässt. Dieses ist, was die Messergebnisse in den folgenden Abschnitten 3.5 (Cycle slip-Analyse des Frequenzkamms), 3.2.4 (Langzeitstabilisierung via Labview) und 3.7 (Testmessung an einer Jodzelle) belegen, jedoch vollkommen ausreichend für den stabilen und zuverlässigen Betrieb des Frequenzkamms in der Präzisionsspektroskopie. Erst eine Nutzung des Frequenzkamms als Frequenzunersetzer für eine optische Atomuhr erfordert eine weitere Verbesserung der Stabilität und Linienbreite, d. h. unter anderem eine maßgebliche Erhöhung der Regelbandbreite.

Eine mögliche technische Lösung wäre entweder einen (kürzeren) Piezo mit entsprechendem Mount zu verwenden, dessen mechanische Resonanzen bei höheren Frequenzen liegen, oder den Regler auf die vorliegenden Verhältnisse zu optimieren. Letzteres ist mit analogen Bauelementen schwer umzusetzen. Einen Ausweg bietet aber die Technologie der FPGA (*Field Programmable Gate Arrays*), mit dessen Hilfe sich ein digitaler Regler mit nichtlinearem Verhalten konstruieren lässt, dessen Verarbeitungsgeschwindigkeit mit Taktraten bis zu einigen GHz sehr hoch ist. Mithilfe eines auf FPGA basierenden Reglers ließen sich die Regelverstärkungen bei Resonanzfrequenzen entsprechend anpassen, so dass die Bandbreite maximal erhöht werden kann.

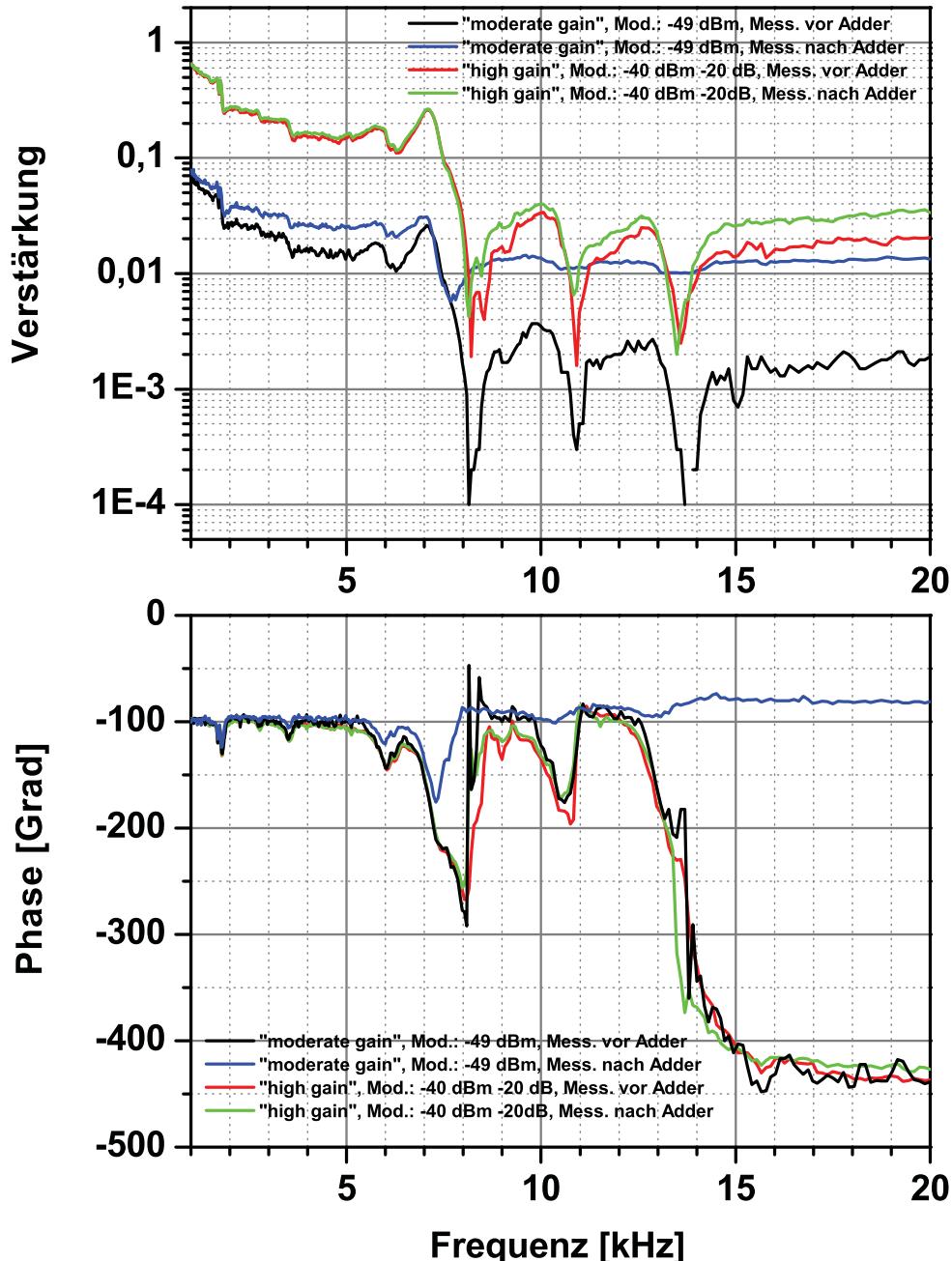
**Abbildung 3.7:**

Verstärkung (oben) und Phasengang (unten) des offenen Regelkreises aus einer closed-loop Analyse für die Repetitionsrate des Frequenzkamms. Teilmessungen sind farbig gekennzeichnet. Gemessen wurde hinter dem Einspeisepunkt (Adder) mit einer Modulationsstärke von -60 dBm.



**Abbildung 3.8:**

Verstärkung (oben) und Phasengang (unten) des offenen Regelkreises aus einer closed-loop Analyse für die Repetitionsrate des Frequenzkamms im Frequenzbereich 10 Hz bis 5 kHz. Es wurde mit drei verschiedenen Intensitäten moduliert und jeweils vor- und nach dem Einspeisepunkt gemessen.

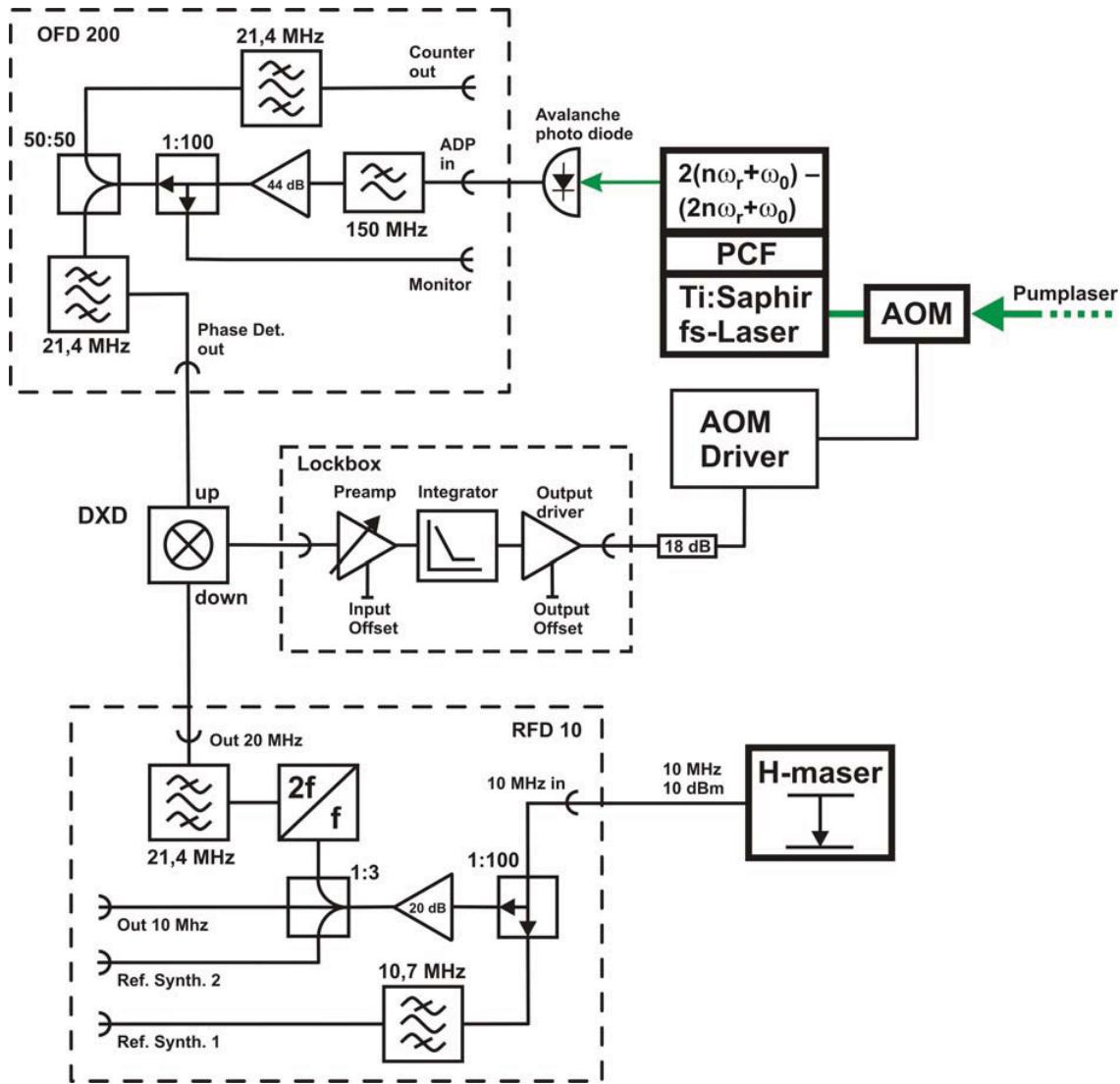
**Abbildung 3.9:**

Verstärkung (oben) und Phasengang (unten) des offenen Regelkreises aus einer closed-loop Analyse für die Repetitionsrate des Frequenzkamms im Frequenzbereich 1 kHz bis 20 kHz. Es wurde mit zwei verschiedenen Intensitäten moduliert und jeweils vor- und nach dem Einspeisepunkt gemessen.

### 3.2.3 Stabilisierung der Offset (Carrier Envelope)-Frequenz

Der Regelkreis für die Offsetfrequenz  $f_0$  ist schematisch in Abbildung 3.10 dargestellt. Das Offset-Schwebungssignal aus dem nichtlinearen Interferometer des Frequenzkamms (siehe Abschn. 3.3) wird über eine Avalanche-Photodiode der OFD 200-Einheit (Menlo Systems) zugeführt. Dort wird das Offset-Signal zunächst von dem Repetitionsraten-Signal, das immer auch enthalten ist, vorgefiltert und verstärkt. Anschließend wird das Signal, hinter einem Direktional-Koppler zur Bereitstellung eines Monitor-Signals, aufgeteilt und nach einem Bandpass mit einigen MHz Breite um 21,4 MHz als Ist-Signal herausgeführt. Das 20 MHz Soll-Signal wird in der RFD 10-Einheit (Menlo Systems) aus dem 10 MHz Referenzsignal eines H-Masers abgeleitet. Das Maser-Signal wird darin zunächst durch einen Direktional-Koppler geschleift, dessen Ausgang als Referenz für den E8241A Signal Generator des Repetitionsraten-Regelkreises dient. Das abgekoppelte Signal wird verstärkt, nochmals verteilt und für die Sollwertaufbereitung verdoppelt. Anschließend werden die höheren Harmonischen durch einen Bandpass unterdrückt. Sollwert und Istwert werden zur Erzeugung des Fehlersignals einem digitalem Phasendetektor DXD zugeführt. Über Phasenstabilisierungen (**Phase Locked Loops**) lassen sich Informationen zwischen Oszillatoren verlustfrei übertragen. Ein digitaler Phasendetektor besteht dabei aus einem Vorwärts- Rückwärtszähler mit getrennten Eingängen (*up*, *down*) zum schrittweisen Hoch- und Runterzählen durch den Lokaloszillator bzw. den *Beat*-Detektor. Der Zähler hat einen Bereich von 0 bis 16 und ist initialisiert bei 8 [83]. Der Phasendetektor kann daher eine Phasendifferenz von  $\pm 16/\pi$  auflösen. Ein nachgeschalteter Digital-Analogwandler und ein Tiefpass mitteln über die schnellen Schaltvorgänge und erzeugen ein Spannungssignal, dass der Phasendifferenz proportional ist. Eine detaillierte Beschreibung findet sich bei [84]. Ein digitaler Phasendetektor erfasst größere RMS-Phasendifferenzen als analoge Phasendetektoren (wie z.B. Mischer) und erlaubt daher niedrigere Regelbandbreiten, was die Stabilität des Phasenregelkreises unterstützt. Nachteilig gegenüber analogen Phasendetektoren ist der relativ große Restphasenfehler, was aber in diesem Regelkreis unkritisch ist, da direkt die Phasendifferenz zweier optischer Frequenzen stabilisiert wird und eine multiplikative Wirkung des Fehlersignals wie in dem Regelkreis für die Repetitionsrate entfällt. Das Fehlersignal wird zur Erzeugung des Regelsignals einer Lockbox mit einstellbarer Regelverstärkung und Integator zugeführt. Als Stellglied für die Pumpstrahlintensität wirkt ein akustooptischer Modulator (AOM-405) der Firma IntraAction, dessen nullte Strahlordnung in der Leistung moduliert wird.

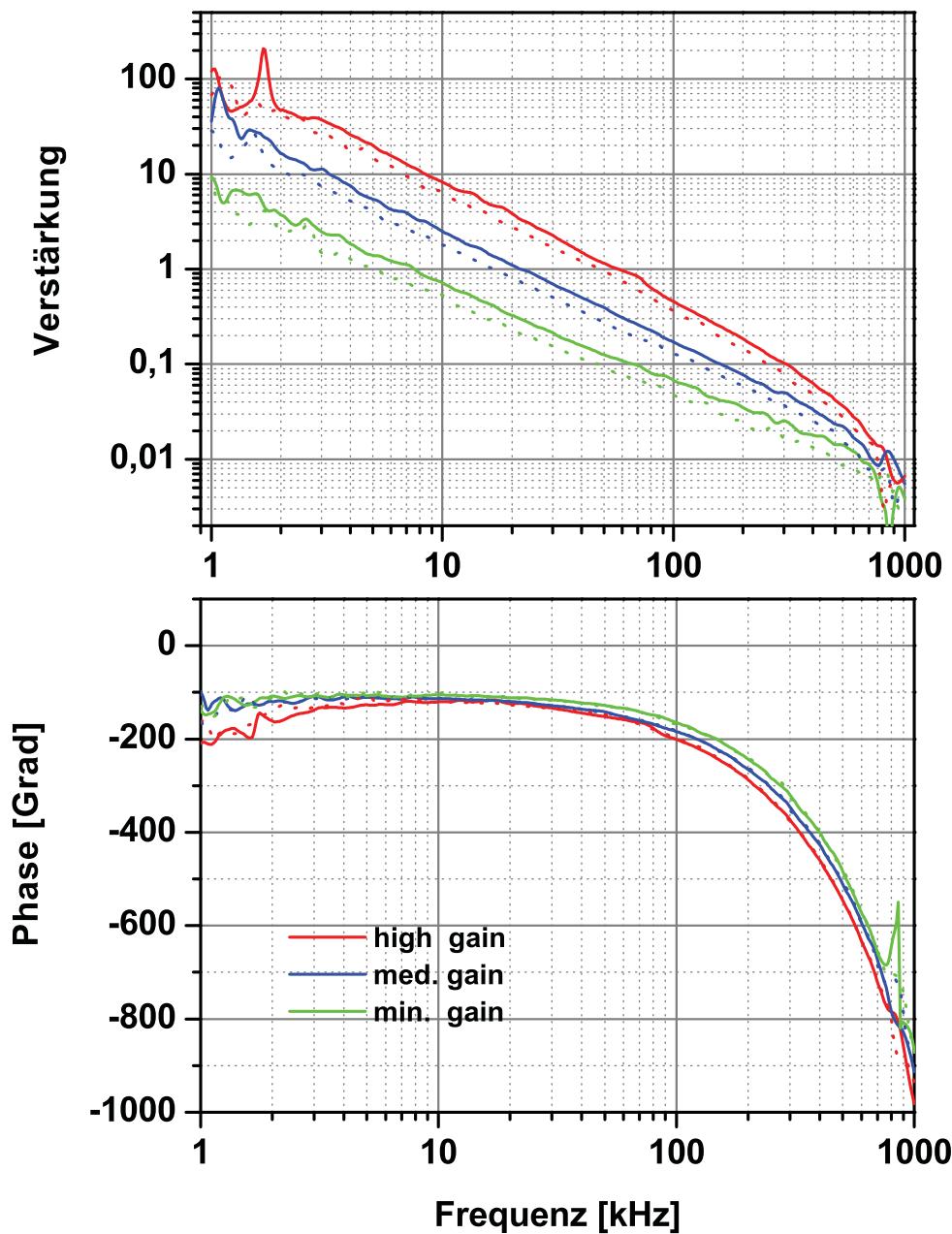
Abbildung 3.11 zeigt die Open-loop Transfer-Funktionen aus einer closed-loop Analyse des Regelkreises für verschiedene *gain* Einstellungen an der Lockbox. Die mit *min. gain* bezeichnete Einstellung zeigt eine Transferfunktion mit minimaler Regelverstärkung, welche tolerant gegenüber geringerem Signal zu Rauschverhältnis (SNR) bis hinab zu ca. 20 dB ist, aber auch eine schwächere Stabilisierung bewirkt. Die mit *med. gain* und *high gain* bez. Messkurven geben Transferfunktionen mit höheren Regelverstärkungen wieder, welche bei SNR von ca. >30 dB bzw. >35 dB zuverlässig arbeiten. Außer bei

**Abbildung 3.10:**

Schematische Darstellung des Regelkreises für die Offsetfrequenz  $f_0$  des Frequenzkamms.

extremen Emissionsspektren werden auf dem Avalanche Detektor in der Regel mühelos SNR von >30 dB im Normbetrieb erzielt (siehe Abb. 3.17). Die maximale *unity-gain* Frequenz, als Parameter für die maximale Regelbandbreite liegt bei der *high-gain* Transferfunktion bei ca. 60 kHz. Bei dieser Messung war auch die Phasen-Stabilisierung für die Repetitionsrate des Frequenzkamms aktiviert. Die punktierten Messkurven zeigen die Transfer-Funktionen bei freilaufender Pulswiederholung. Hier zeigt sich für alle drei Verstärkungseinstellungen eine geringere Bandbreite. Dies wird aus Gl. (2.40) verständ-

lich, welche zeigt, dass sich Fluktuationen in der Repetitionsrate  $f_{rep}$  direkt über die Pulsenhüllende in entsprechendes Phasenrauschen der Offsetfrequenz  $f_0$  übertragen. Durch diese zusätzlichen Störungen wird die Stabilität des Regelkreises etwas geschwächt. Die beiden Regelkreise für die Repetitionsrate und den Phasenschlupf wirken also in konstruktiver Weise zusammen.

**Abbildung 3.11:**

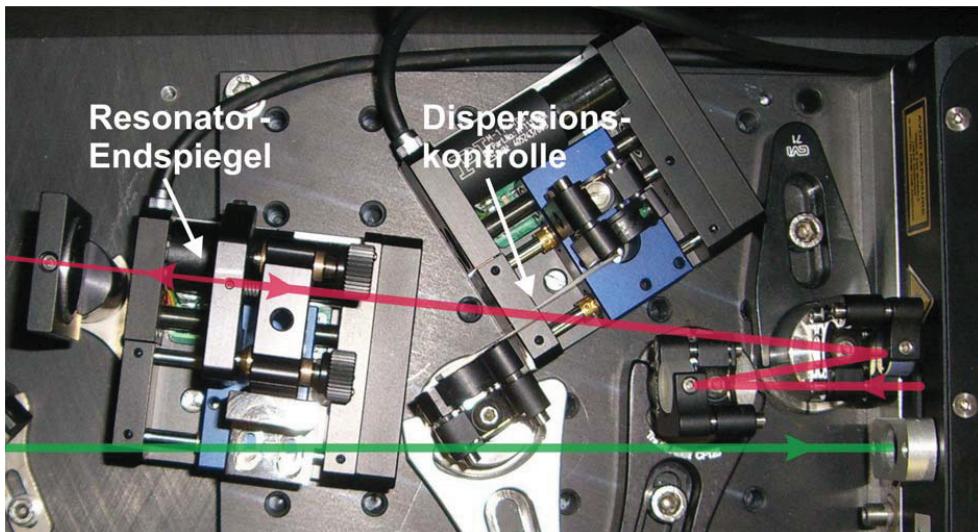
Open-loop Transfer-Funktionen aus einer closed-loop Analyse der Offset-Frequenz-Stabilisierung für verschiedene *gain* Einstellungen. Die Kurve für “high gain” liegt nahe der maximalen stabilen Verstärkung, woraus sich eine maximale Regelbandbreite von ca. 60 kHz ergibt.

Bei den punktierten Kurven war der Regelkreis für die Stabilisierung der Repetitionsrate nicht aktiv. Dort zeigt sich eine leichte Reduzierung der Regelbandbreite.

### 3.2.4 Langzeit-Stabilisierung via Labview

Die Regelkreise für die Repetitionsrate  $f_r$  und die Offsetfrequenz  $f_0$  mit den Stellgrößen Resonatorlänge bzw. Pumpleistung können über einen längeren Zeitraum nicht unter Ausnutzung des jeweiligen maximalen Regelbereiches den stabilen Betrieb des Frequenzkamms gewährleisten. Zum einen führen starke Pumpleistungsabweichungen, in Bezug zu den Startbedingungen bei der Initialisierung des Offsetregelkreises, zu einem instabilen Pulsbetrieb und beeinträchtigen das Signal zu Rauschverhältnis des Offsetschwungssignals in dem nichtlinearen Interferometer. Auf der anderen Seite ergeben große Regelspannungsdifferenzen an dem Piezo-Aktor in dem fs-Laser asymmetrische Verformungen und eine Winkelveränderung des aufgeklebten Resonatorspiegels. Dies führt zu Veränderungen der Strahlgeometrie in dem Resonator und daher ebenfalls zur Beeinträchtigung des Pulsbetriebes und des emittierten Spektrums. Damit die primären Stellglieder dieser Regelkreise innerhalb eines stabilen Arbeitsbereiches bleiben, wurde für beide eine unterstützende langsame Regelschleife (*Slow-Loop*) implementiert, welche die Regelgröße für größere Stellwege nachführt.

Dies geschieht für die Repetitionsraten-Regelschleife über die motorisierte Änderung der Resonatorlänge mithilfe der Auskoppel(End)-Spiegelposition und bei dem Offset-Loop über eine Motorisierung der Dispersionskontrolle in dem fs-Laser (vgl. Abschn. 3.2). Als Stellglieder werden in beiden Fällen hochauflösende Mikrolineartische (M-111.1DG, Physik Instrumente (PI)) mit 15 mm Stellweg und Closed-Loop geregelt.

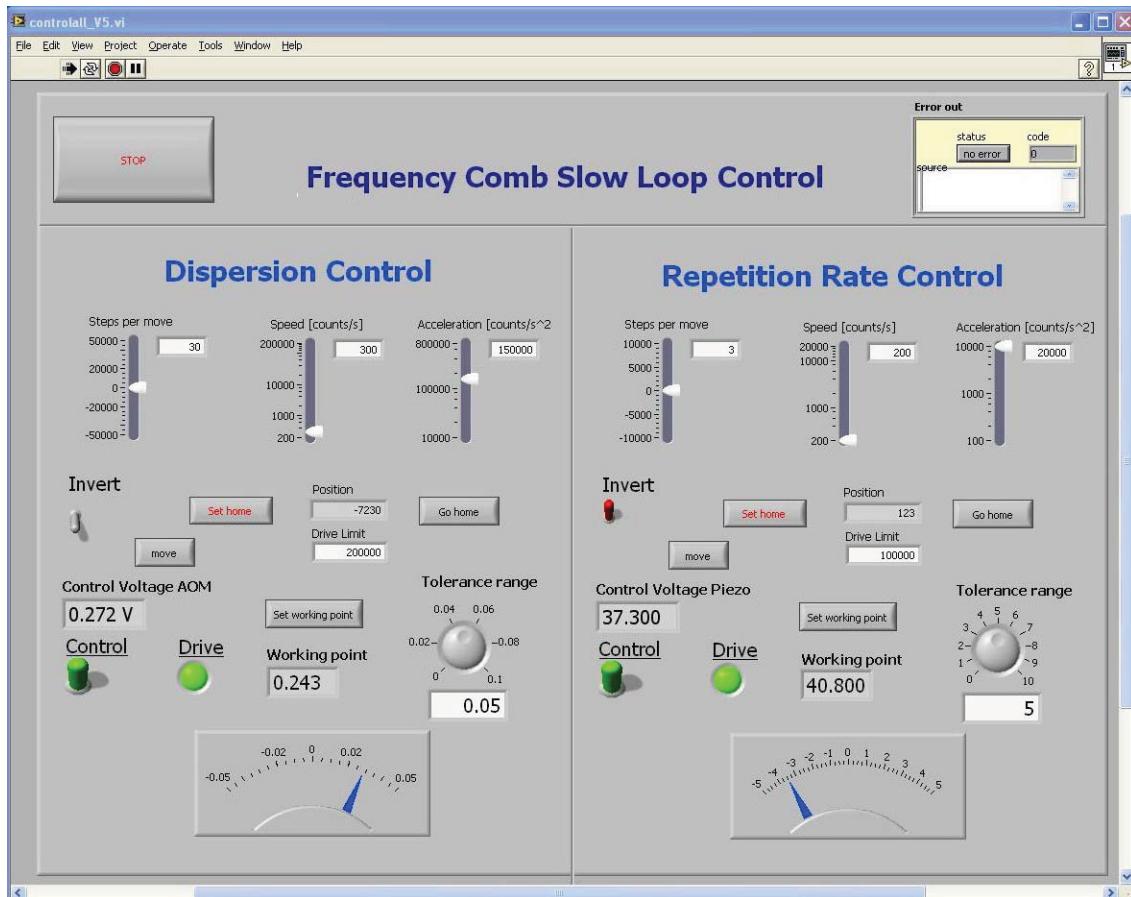


**Abbildung 3.12:**

Resonatorenendspiegel (M9 in Abb. 3.2) und Dispersionskontrollen-Motorisierung (DC in Abb. 3.2) im offenen Teil des fs-Lasers für die Langzeit-Stabilisierung. Pumpstrahl (grün) und Resonatorstrahlverlauf (rot) sind eingezeichnet.

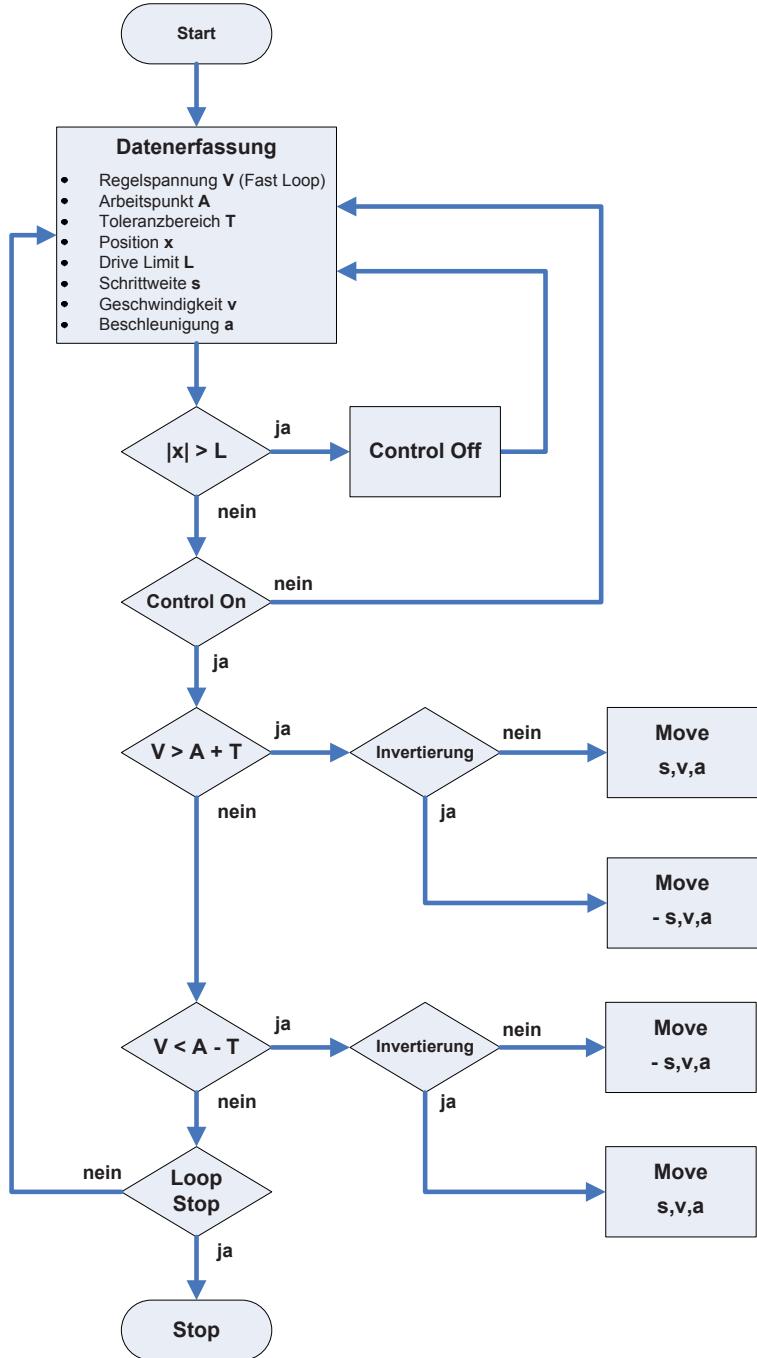
tem DC-Motor mit  $0,05 \mu\text{m}$  kleinster Schrittweite verwendet.

Abbildung 3.12 zeigt die Implementierung in den offenen Teil des fs-Lasers. Die Regelung erfolgt via PC durch ein gemeinsames Programm in der grafischen Programmiersprache LabVIEW (National Instruments). Als Regelgrößen dienen die durch Voltmeter erfassten Regelspannungen an den Lockbox-Ausgängen von Offset- und Repetitionsraten-Loop (siehe Abb. 3.6, 3.10). Die Voltmeter (Voltcraft, VC840) können über eine RS-232 Schnittstelle ausgelesen werden. Die Ausgabe der Regelsignale erfolgt ebenfalls über eine RS-232 Schnittstelle zu den *Daisy-Chain* vernetzten Servoverstärker (Mercury C-862, Physik Instrumente (PI)) für die Mikrolineartische. Die Abbildungen 3.13 und 3.14 zeigen die grafische Bedienoberfläche und das Flussdiagramm für das Regelprogramm. Die Bedienoberfläche ist zweigeteilt für die Repetitionsrate (rechts) und die Dispersionskontrolle (links). Es können jeweils die Werte für die Anzahl Motor-schritte pro Korrekturschritt (*Steps per move*), sowie die Schrittgeschwindigkeit und Beschleunigung eingegeben werden.



**Abbildung 3.13:**

Grafische Bedienoberfläche des *Slow-Loop* Regelprogrammes.

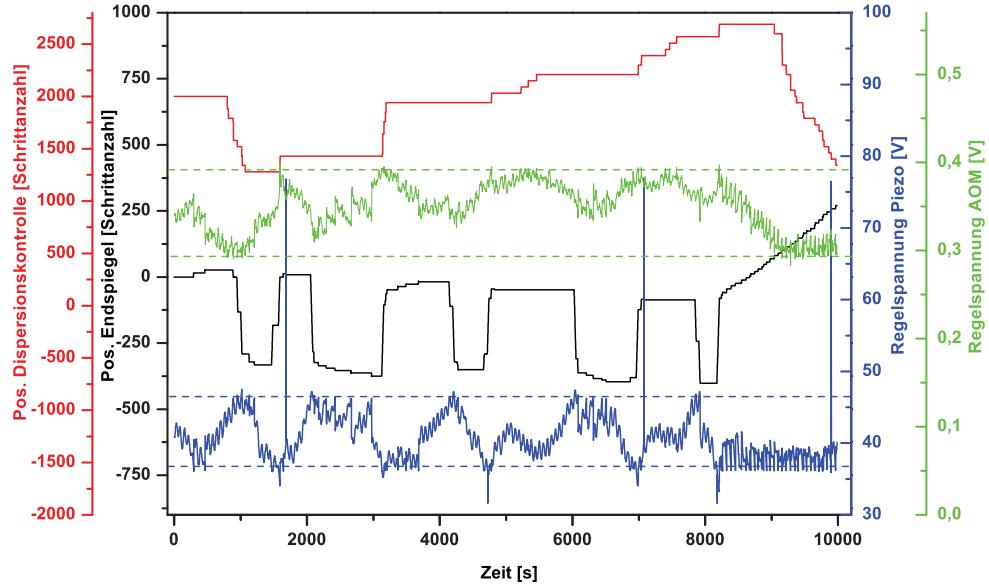


**Abbildung 3.14:**

Flussdiagramm zur *Slow-Loop* Stabilisierung via LabVIEW. Im Regelprogramm existiert je eine Schleife nach dem dargestelltem Schema für die Kontrolle des AOM- und des Piezoregelsignals für die Steuerung der Dispersionskontrolle bzw. des Resonatorenendspiegels.

Über die *move*-Funktion können die Lineartische jederzeit manuell bewegt werden. Die aktuelle Position kann als *Homeposition* festgelegt werden (Positionswert 0) und danach über die *Go home*-Funktion definiert angefahren werden. Um ein unkontrolliertes Fahren bei einem eventuellen Zusammenbrechen der Frequenzkamm-Stabilisierung (*Fast Loop*) zu verhindern, kann eine Positionsgrenze (Drive Limit) bez. der *Homeposition* festgelegt werden. Der Button *Set working point* legt die aktuell angezeigte Regelspannung als Arbeitspunkt fest. Über das Eingabefeld bzw. Drehknopf *Tolerance range* wird die zulässige Intervallbreite für die Regelspannung vorgegeben, dessen Abweichung vom Arbeitspunkt auf einer Analoganzeige dargestellt wird. Die Regelschleife wird über den *Control* Schalter aktiviert. Ein Korrekturereignis bei Überschreiten der Intervallvorgabe wird über die *Drive* Anzeige visualisiert. Die aktuellen Motorpositionen und Regelspannungen werden darüber hinaus kontinuierlich, über globale Variablen in der LabVIEW-Umgebung, zur Datenverarbeitung mit z.B. einem Zählerprogramm zur Verfügung gestellt.

Das Flussdiagramm für die Regelschleifen zeigt Abb. 3.14. Zu Beginn der Schleife werden alle Parameter und die zu überwachende Regelspannung eingelesen. Ist die Motorposition außerhalb des *Drive Limit*, so wird der *Control*-Schalter deaktiviert und das Programm kehrt zur Datenerfassung zurück. Wenn das nicht der Fall ist und der Loop aktiviert wurde (*Control On*), so wird die Differenz der Regelspannung bezüglich des Toleranzbereiches ermittelt. Bei Über- oder Unterschreitung wird der entsprechende Lineartisch um s bzw. -s Schritte bewegt. Die Bewegungsrichtungen werden invertiert,



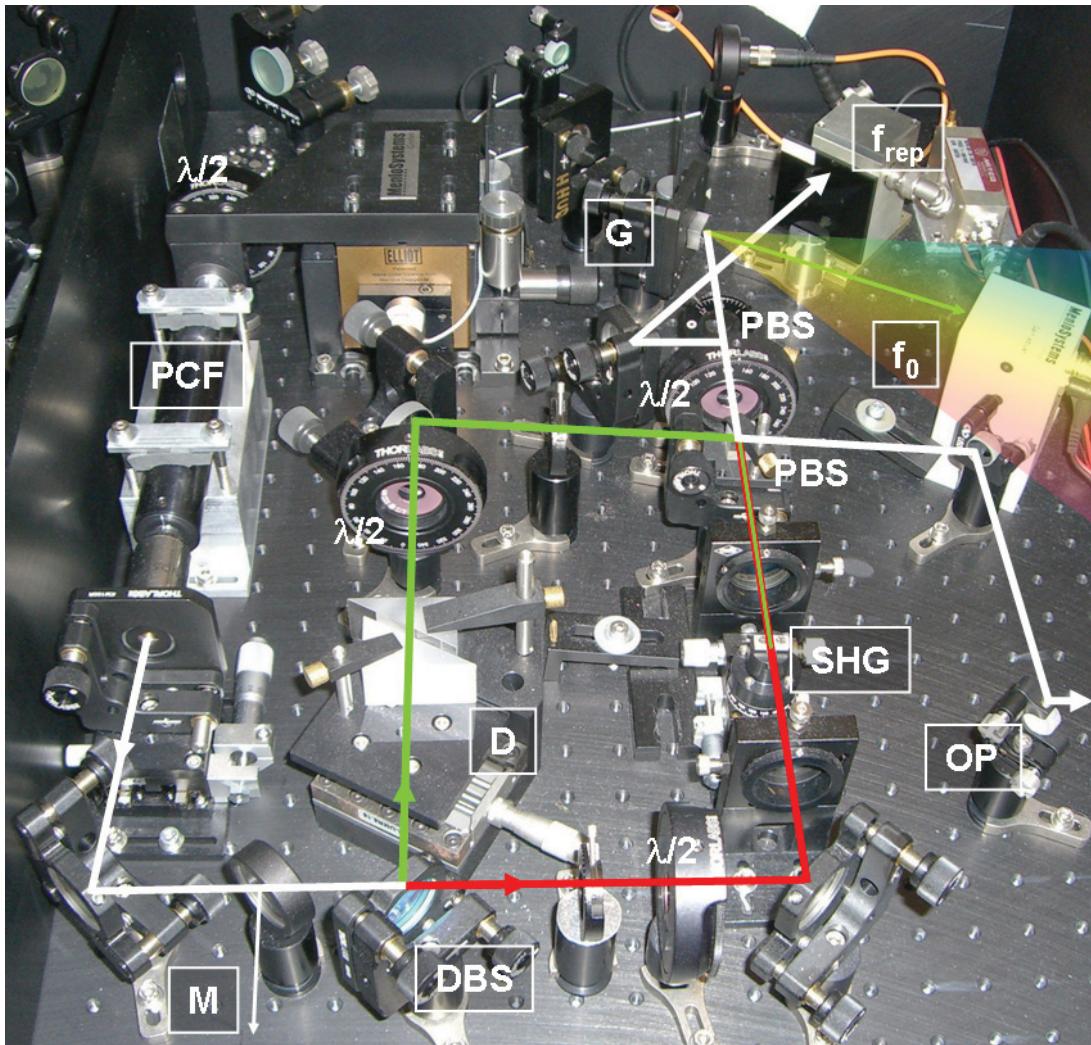
**Abbildung 3.15:**

Zeitliche Entwicklung der Positionen von Endspiegel und Dispersionskontrolle mit den Regelspannungen für Resonatorpiezo des fs-Lasers und AOM.

wenn der entsprechende Schalter gesetzt wurde. Die Bewegung des Endspiegels und der Dispersionskontrolle erfolgt dabei sehr langsam, so daß die primären Regelkreise (*Fast Loop*) ungestört folgen können.

Abbildung 3.15 zeigt die zeitliche Entwicklung der Positionen von Endspiegel und Dispersionskontrolle mit den Regelspannungen für Resonatorpiezo des fs-Lasers und AOM über 10000 s. Der Arbeitpunkt für die Piezospaltung lag dabei bei 41,3 V mit einem Toleranzbereich von  $\pm 5$  V und für die AOM-Regelspannung bei 0,343 V mit einem Toleranzbereich von  $\pm 0,05$  V. Die entsprechenden Intervalle sind gestrichelt eingezeichnet. Es ist zu erkennen, dass die Regelspannungen bis auf wenige kurzfristige Über- bzw. Unterschreitungen innerhalb dieser Grenzen gehalten werden. Eine Erhöhung der Schrittgeschwindigkeit würde diese weiter einschränken, erhöht aber auch die Empfindlichkeit gegenüber kurzfristigen Spannungsschwankungen und der Gefahr eines unkontrollierten Aufschaukelns bei zu groß gewählter Schrittweite. Die Korrekturen der Regelspannungen durch den *Slow Loop* erfolgen dabei in großen zeitlichen Abständen. So beträgt der zeitliche Abstand zwischen den Motoransteuerungen in der aufsteigender Geraden der Endspiegelposition ab 8250 s ungefähr 1 Minute. Weiterhin sind bei dieser Messkurve drei starke Ausschläge nach 1660 s, 7069 s und 9892 s zu erkennen. Es ist zu vermuten, dass die Frequenzkammstabilisierung ohne die stabilisierende Wirkung der *Slow Loop* Korrektur an diesen Stellen zusammengebrochen wäre. Der zeitlich periodische Abstand der großen Regelamplituden bis ca. 8000 s liegen in der Größenordnung von 20 - 30 min und können somit auf Schwankungen der Labortemperatur zurückgeführt werden, die der gleichen Zeitskala unterliegen.

### 3.3 Nichtlineares Interferometer



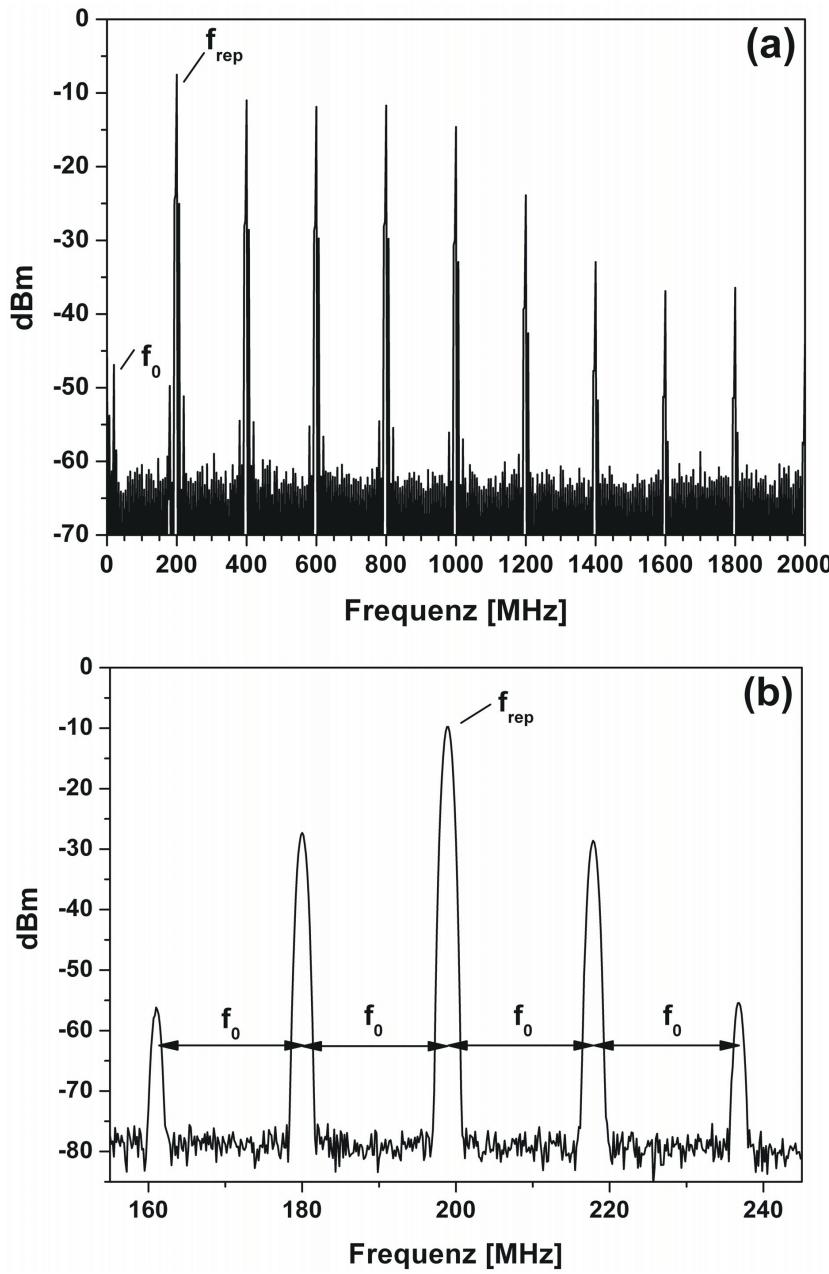
**Abbildung 3.16:**

Nichtlineares Interferometer des Frequenzkamms zur Bestimmung der Offsetfrequenz  $f_0$ . ( $\lambda/2$ : Halbwellenplatte, PCF: photonische Kristallfaser, M: Monitor-Port zum *Spectrum-Analyzer*, DBS: *Dichroic Beam Splitter*, D: optisches *Delay*, SHG: *Second Harmonic Generation*, PBS: *Pol.-Beamsplitter*, G: Gitter, OP: *Output Port*,  $f_0$ : Detektor für die Offsetfrequenz,  $f_{rep}$ : Detektor für die Repetitionsrate)

Abbildung 3.16 zeigt den Aufbau des nichtlinearen Interferometers zur Bestimmung der Frequenzkamm-Offsetfrequenz  $f_0$  nach Gl. (2.39) und Abb. 2.7. Neben dem fs-Laser und der photonischen Kristallfaser stellt das nichtlineare Interferometer den dritten wesentlichen Teil des Frequenzkamms dar. Hinter der PCF wird ein Teil des verbreiter-

ten Frequenzkamms am Monitor-Port M zur spektralen Analyse mit einem Spektrum-Analyzer an einer Planparallelplatte aus Quarzglas (Suprasil) ausgekoppelt. Anschließend werden die spektralen Anteile um 532 nm und 1064 nm an einem dichroitischen Strahlteiler (DBS), welcher hochtransparent für 1064 nm und hochreflektiv für 532 nm ist, aufgespalten. Der infrarote Teil durchläuft nach einer Halbwellenplatte ( $\lambda/2$ , 1064 nm) zur Polarisations-Justierung eine Frequenzverdopplung (SHG: *Second Harmonic Generation*) in einem 5 mm langen KNbO<sub>3</sub>-Kristall. Der grüne Strahl durchläuft in dem zweiten Interferometerarm eine optische Verzögerungsstrecke (D: optisches *Delay*) aus zwei BK7-Prismen und ebenfalls eine Halbwellenplatte ( $\lambda/2$ , 532 nm) zur Polarisations-Justage. Durch einen Polarisations-Strahlteiler (PBS: *Pol.-Beamsplitter*) werden die beiden Strahlen in orthogonaler Polarisation zusammengeführt und überlagert. Das optische *Delay* sorgt hierbei für die zeitliche Überlagerung der jeweiligen Wellenpakete des aufgespaltenen Pulszuges. Die beiden Polarisationsrichtungen werden anschließend mit einer Halbwellenplatte gemischt und mit einem PBS auf die Achse des nachfolgenden Gitters projiziert. Die durch das Gitter (2100 Linien/mm) gefilterten überlagerten spektralen Strahlanteile um 532 nm erzeugen auf einem Avalanche-Photodetektor (APD 110, MenloSystems, Bandbreite: 800 MHz) ein Rf-Schwebungssignal der Frequenzkamm-Offsetfrequenz  $f_0$ . Dieses Rf-Signal kann leicht gefiltert und zur Stabilisierung des Frequenzkamms aufbereitet und genutzt werden (siehe Abschn. 3.2.3). Bei der SHG sind die erzeugten zweiten Harmonischen und die fundamentalen Wellen zueinander orthogonal. Somit werden an dem Polarisations-Strahlteiler für die Strahlzusammenführung die Fundamentalen, welche den überwiegenden Strahlanteil bilden, zusammen mit einem einstellbaren Strahlanteil des grünen Interferometerarmes, als nutzbare Frequenzkamm-Emission am Auskoppelport (OP) herausgeführt. Orthogonale Strahlanteile zum „ $f_0$ -Strahl“ werden an dem zweiten PBS reflektiert und dienen der Messung der Repetitionsrate  $f_{rep}$  über eine schnelle Photodiode.

Abbildung 3.17 zeigt in (a) das Signal der Frequenzkamm-Repetitionsrate  $f_{rep}$  auf dem schnellen Photodetektor mit höheren Harmonischen. Die Signalstärke ist bis zur 4. Harmonischen nahezu konstant, wodurch sich die höheren Harmonischen der Repetitionsrate auch als Eingangssignal für die Stabilisationselektronik nutzen lassen. Dadurch ist eine Erhöhung des Signal-zu-Rauschverhältnis (SNR) im Fehlersignal möglich, was die Empfindlichkeit der Regelung erhöht. Die Offsetfrequenz  $f_0$  ist ebenfalls am Plotbegin bei 20 MHz und als Seitenbänder erkennbar. Dieses ist durch Polarisationsverluste an den PBS sowie durch geringe elliptische Polarisationsanteile im Strahl zu erklären. In Bild (b) ist das Rf-Schwebungssignal der Frequenzkamm-Offsetfrequenz  $f_0$  auf dem Photodetektor als Seitenbänder um die Repetitionsrate  $f_{rep}$  dargestellt. Das Signal-zu-Rauschverhältnis ist dabei größer als 50 dB, wobei bereits ein SNR von 30 dB für die Stabilisierung ausreichend ist. Die zweite Harmonische von  $f_0$  ist mit einem SNR von ca. 25 dB ebenfalls sehr ausgeprägt.

**Abbildung 3.17:**

- (a): Signal der Frequenzkamm-Repetitionsrate  $f_{rep}$  auf dem schnellen Photodetektor (" $f_{rep}$ " in Abb. 3.16) mit höheren Harmonischen (RWB = 3MHz).
- (b): Rf-Schwebungssignal der Frequenzkamm-Offsetfrequenz  $f_0$  auf dem Photodetektor (" $f_0$ " in Abb. 3.16) als Seitenbänder um die Repetitionsrate  $f_{rep}$ . Die Auflösungsbandbreite (RBW) beträgt 910 kHz, ( $\text{SNR}_{1,\text{Harm.}} > 50\text{dB}$ ,  $\text{SNR}_{2,\text{Harm.}} \approx 25\text{dB}$ ). Der Frequenzkamm war bei dieser Messung freilaufend.

### 3.4 GPS-korrigierter H-Maser als Referenz-Oszillator

Als Rf-Referenz für den Frequenzkamm dient ein GPS (*Global Positioning System*) gestützter H-Maser VCH-1005 der russischen Firma *VREMYA-CH*. Ein H-Maser [85] beruht auf Übergängen zwischen den Hyperfeinstrukturzuständen  $[F=1, m=0]$  und  $[F=0, m=0]$  des Grundzustandes  $1s\ ^2S_{1/2}$  von atomarem Wasserstoff. Dieser Übergang liegt bei einer Frequenz von ungefähr 1420,405 MHz und ist auch als 21 cm Linie in der Astronomie von großer Bedeutung. Die über Glühentladung angeregten Atome werden durch einen Quadropolmagneten zustandsselektiert und einem Speicherkolben zugeführt, welcher sich innerhalb eines zylinderförmigen Mikrowellenresonators befindet. Die hohe Speicherzeit darin, von ca. 1 s und die daraus resultierende hohe Liniengüte Q ergeben eine hochstabile induzierte Strahlungsemision und Oszillation.

Ein geeignetes Maß für die Stabilität von schmalbandigen Oszillatoren ist die Allan-Standardabweichung [87, 88]

$$\sigma_y(\tau) = \sqrt{\frac{1}{2(M-1)} \sum_{i=1}^{M-1} (y_{i+1} - y_i)^2} \quad (3.3)$$

für eine Serie von M aufeinanderfolgenden Frequenzmessungen  $y$  der Dauer  $\tau$  Sekunden in unmittelbarer Folge. Für eine häufig zweckmäßigere Messung der Phase  $x$  im Zeitabstand  $\tau$  ergibt sich analog

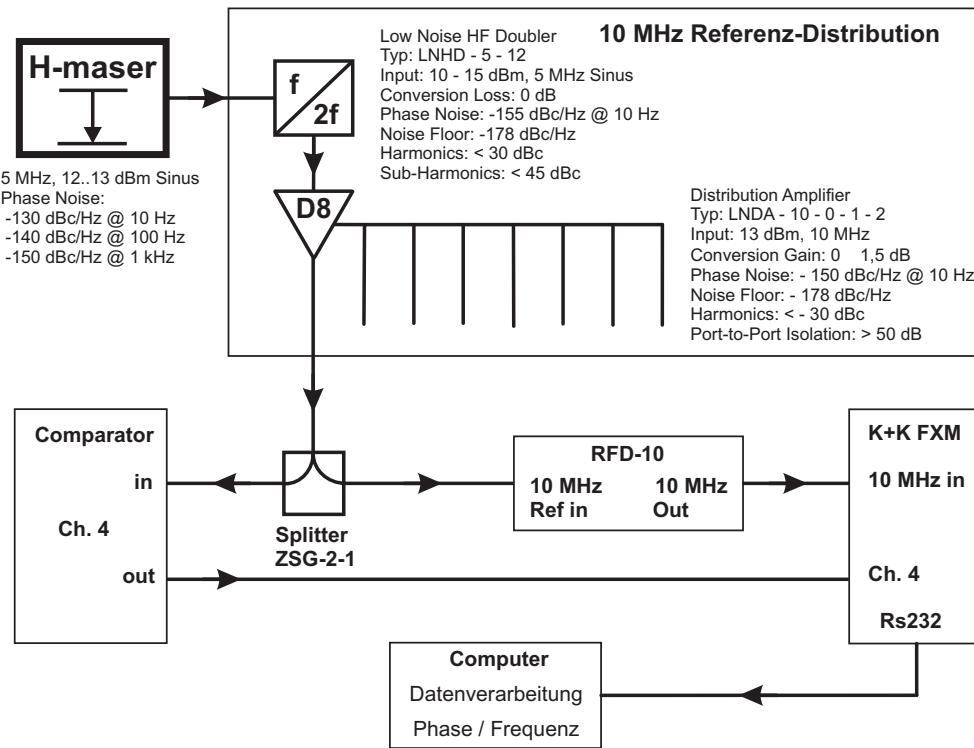
$$\sigma_y(\tau) = \sqrt{\frac{1}{2(N-2)\tau^2} \sum_{i=1}^{N-2} (x_{i+2} - 2x_{i+1} + x_i)^2}. \quad (3.4)$$

Tabelle 3.1 zeigt die vom Hersteller garantierten Spezifikationen der Referenzquelle bez. Stabilität, Allan-Standardabweichung und Phasenrauschen des 5 MHz Ausgangssignals. Diese Parameter bilden die oberen Grenzen für Messungen mit dem Frequenzkamm. Um das Maser-Signal als Referenz für die Signalquellen und Analysegeräte (Synthesizer, Funktionsgeneratoren, Frequenzzähler, Spektrumanalysatoren usw.) nutzen zu können,

Relative Frequenz-Genauigkeit	$\pm 5 \cdot 10^{-13}$
Frequenz - Stabilität (Allan-Standardabweichung)	
1 s	$2 \cdot 10^{-13}$
10 s	$2 \cdot 10^{-14}$
100 s	$7 \cdot 10^{-15}$
3600 s	$3 \cdot 10^{-15}$
1 d	$1 \cdot 10^{-15}$
Phasenrauschen am 5 MHz Ausgangssignal	
10 Hz	-130 dB/Hz
100 Hz	-140 dB/Hz
über 1 kHz	-150 dB/Hz

**Tabelle 3.1:**

Spezifikationen des VCH-1005 Masers (*VREMYA-CH*) [86].


**Abbildung 3.18:**

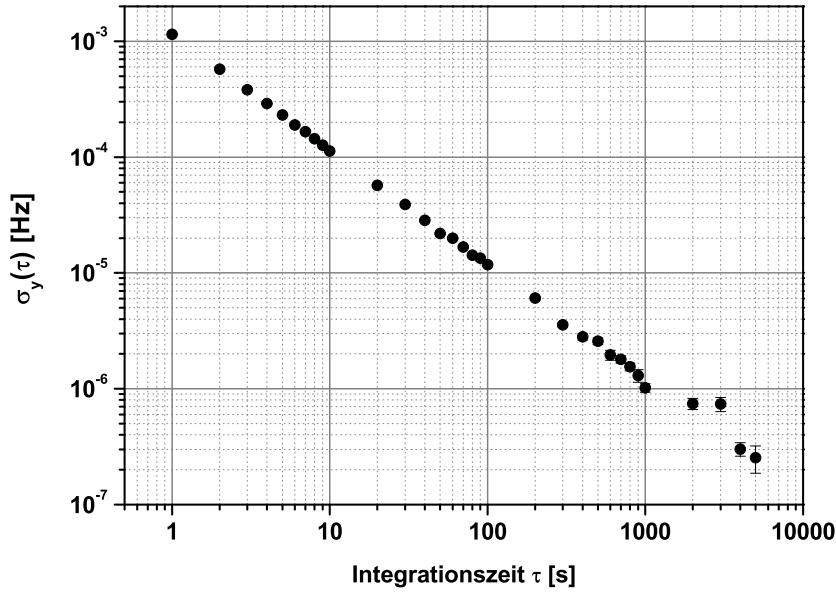
Messanordnung zur Allan-Standardabweichungs-Analyse des FXM Phasen-Frequenzmeters und Aufbau der 10 MHz Referenz-Distribution.

muß es auf die übliche Referenzfrequenz von 10 MHz (0 - 10 dBm) umgewandelt und verteilt werden, ohne die spektralen Eigenschaften zu verschlechtern. Dazu wurde zu Beginn dieser Arbeit eine Referenz-Distribution konstruiert, welche auf einem aktiven rauscharmen Frequenzverdoppler (Typ LNHD, Wenzel Associates) und einem ebenso rauscharmen Distributions-Verstärker (Typ LNDA2, Wenzel Associates) beruht. Eine schematische Darstellung davon ist in Abb. 3.18, oberer Teil, zu sehen.

Für die Frequenzmessungen mit dem Frequenzkamm steht ein totzeitfreier Zähler (FXM Phasen/Frequenzmeter, Menlo Systems) mit 4 Messkanälen zur Verfügung. Dieser besteht aus einer Komparator-Einheit, die das hochfrequente (sinusförmige) Messignal in ein Rechtecksignal umwandelt und einer digitalen Zähleinheit, welche Frequenz und Phase simultan bezüglich der Referenzfrequenz berechnet und die Daten für eine Verarbeitung mit dem Computer aufbereitet. Um die korrekte Funktion dieses Zählers zu überprüfen, wird die Allan-Standardabweichung des 10 MHz Referenzsignals, das gleichzeitig als Zähler-Referenz dient, aufgenommen. Bei korrekter Funktion des Zählers sollte sich eine Allan-Standardabweichung der maximalen Messauflösung, bezogen auf die jeweiligen Integrationszeit ergeben. Abb. 3.18 zeigt den Aufbau der Messanordnung. Das 10 MHz Signal wird nach einem Splitter dem Zählereingang des Komparators und über

die RFD-10 Einheit (siehe Abb. 3.10) dem Zähler-Referenzeingang zugeführt.

Abbildung 3.19 zeigt das Ergebnis dieser Messung über eine Zeitdauer von 12 Stunden. Die Allan-Standardabweichung  $\sigma_y(\tau)$  liegt bei einer Integrationszeit  $\tau$  von 1 s bei  $10^{-3}$  Hz, in Übereinstimmung mit der Auflösung von 1 mHz und folgt dann dem erwarteten  $1/\tau$ -Verlauf bis zu  $\tau = 5000$  s. Für die Integrationszeiten von 2000 s und 3000 s ergeben sich leichte Abweichungen, deren Ursache in den Schwankungen der Labor-temperatur liegen könnte (vergl. Abb. 3.20). Bei optischen Frequenzen im Bereich von  $10^{14}$  Hz entspricht eine Frequenzmessung mit einer Auflösung im mHz-Bereich einer relativen Genauigkeit von  $10^{-17}$ . Die absolute Stabilität eines Lasers oder eines Frequenzkamms ist in erster Linie durch die Stabilität der verwendeten Referenz (H-Maser, Cäsium-Atomuhren, kalibrierte atomare oder molekulare Frequenzstandards wie  $^{127}\text{I}_2$ -Zellen usw.) beschränkt. Die besten auf Cäsium-Fontainen basierenden Zeitstandards weisen eine Genauigkeit von einigen Teilen von  $10^{-16}$  [89] auf. Von künftigen optischen Uhren wird eine Instabilität von  $10^{-18}$  erwartet [38, 41]. Die zur Zeit auf verschiedenen atomaren Übergängen verwirklichten optischen Uhren weisen jedoch noch eine geringere Stabilität von ca.  $10^{-16}$  [8, 40, 42] auf. Der Zähler allein wäre also bei einer entsprechenden Mittelungszeit von 1000 s für optische Messungen bis hinauf zu einer Genauigkeit von  $10^{-20}$  einsetzbar. Die derzeit genauesten Messungen mit Frequenzkämmen liegen bei einer Genauigkeit von  $10^{-19}$  [90].



**Abbildung 3.19:**

Allan-Standardabweichung einer selbstreferenzierten Messung des 10 MHz Referenzsignals mit dem FXM Phasen/Frequenzmeter.

## 3.5 Cycle slip-Analyse des Frequenzkamms

Wenn ein Phasendetektor an die Grenze seines Detektionsbereiches stößt, ist es möglich, dass die Stabilisierung kurz “aurastet” und ein oder mehrere Zyklen übersprungen werden. Dieses allgemein *cycle slip* genannte Ereignis wirkt sich besonders ungünstig in der Phasenstabilisierung des Repetitionsraten-Regelkreis aus, da es aufgrund der multipikativen Wirkung zu Frequenzsprüngen im optischen Bereich von mehreren MHz kommen kann. Eine langsame auftretende Phasenverschiebung in dem Regelkreis bewirkt analog eine Frequenzverschiebung, und wirkt sich entsprechend auf einen zum Frequenzkamm phasenstabilisierten Laser aus.

### 3.5.1 Phasenverlaufsmessung des Referenzsynthesizers

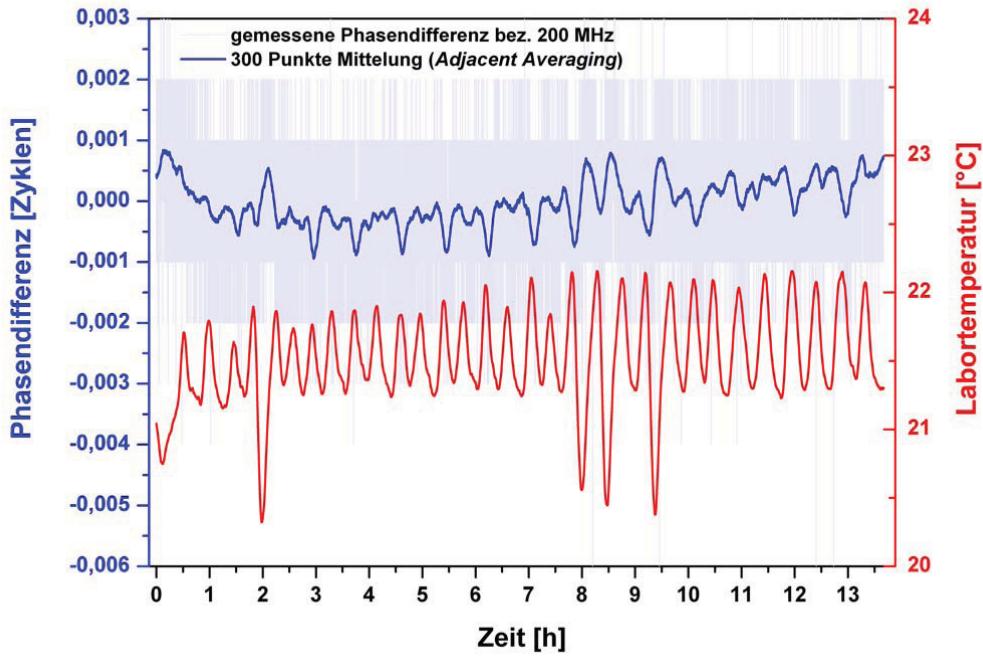
Die Zuverlässigkeit der Referenzquelle des Frequenzkamms, also des auf den H-Maser referenzierten Synthesizers (Agilent E8241A), lässt sich überprüfen indem der Phasenverlauf am Ausgang des Synthesizers mit dem Phasenzähler (FXM Phasen/Frequenzmeter, Menlo Systems) aufgenommen, und mit dem theoretischen Verlauf, d. h. der mathematischen Phasenentwicklung der eingestellten Frequenz, verglichen wird. Dafür wird der Referenzeingang des Synthesizers mit der H-Maser gespeisten 10 MHz Distribution (Abb. 3.18) verbunden. Um die eingestellte Testfrequenz von 200 MHz mit dem FXM Phasen-Frequenzmeter erfassen zu können, wird diese in die RFC 200-Einheit (Abb. 3.6) eingespeist, wodurch sie um den Faktor 8 auf 25 MHz heruntergeteilt wird. Um einen eventuellen äußeren Einfluss auf das Messergebnis festzustellen, wurde die Labortemperatur zeitgleich aufgenommen.

Abbildung 3.20 zeigt die Phasendifferenz und den Labortemperaturverlauf über eine Testzeit von 13,5 Stunden, mit einer Mittelung über je 300 s. Die Phasendifferenz zu dem rechnerisch aufsummierten Wert bleibt dabei stets unterhalb 1/100 Zyklus, was die Zuverlässigkeit des Phasenzählers und des Synthesizers grundsätzlich unterstreicht. Allerdings ist eine starke instantane Abweichung über die Digitalisierung als Phasenrauschen in der Gatezeit von 1 s festzustellen. Der Labortemperaturverlauf weist eine Periodizität von ca. 1/2 Stunde auf, welche zusammen mit einer stärker ausgeprägten Periode von ca. 1 Stunde auch in dem Phasendifferenzverlauf zu erkennen ist. Die vier ausgeprägten Maxima in beiden Kurven nach 2, 8, 8.5, und 9.4 Stunden deuten qualitativ auf eine Korrelation zwischen Umgebungstemperatur und Phasendifferenz hin.

Ein quantitativer Nachweis einer Korrelation ist mittels des Korrelationsintegrals [91]

$$\text{Corr}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t + \tau)h(t)dt \quad (3.5)$$

möglich. Das Integral über die diskret vorliegenden Datenpunkte, wurde durch eine entsprechende Modifikation unter Einbeziehung eines Verschiebungsindex  $\tau$ , über die



**Abbildung 3.20:**

Test des H-Maser refereinzierten Agilent E8241A Synthesizers und des FXM Phasen-Frequenzmeters. Es wurde die Phasendifferenz zwischen Agilent E8241A Synthesizer und dem theoretischen Phasenverlauf bei einer Frequenz von 200 MHz, zusammen mit dem Verlauf der Umgebungstemperatur gemessen.

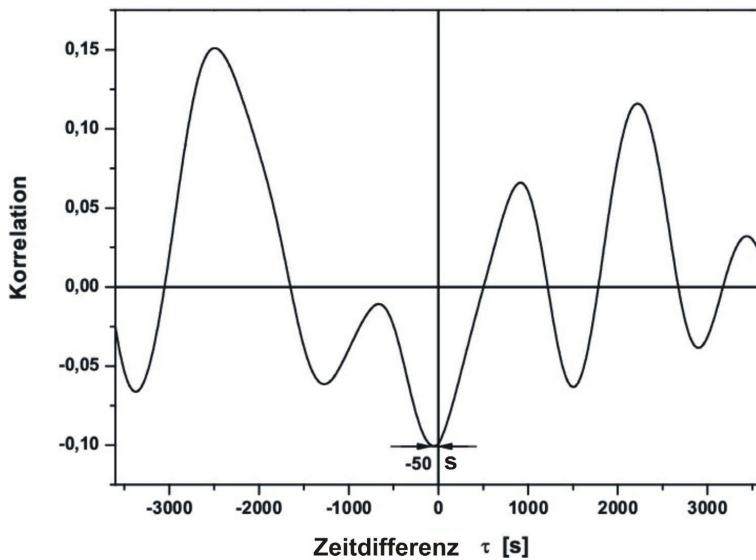
Korrelationsfunktion  $r$  (*Pearson's r*) genähert.

$$r(\tau) = \frac{\sum_i (x_{i+\tau} - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}} \quad (3.6)$$

Der Zähler entspricht dabei näherungsweise einer numerischen Integration über die Trapezregel [92]

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2} \left[ f(a) + f(b) + 2 \sum_{j=1}^{n-1} f(x_j) \right] - \frac{(b-a)h^2}{12} f''(\mu), \quad \mu \in (a, b) \quad (3.7)$$

wobei der Fehler durch das doppelt gezählte erste und letzte Summenelement, wegen der hohen Anzahl der Summanden vernachlässigbar ist. Der Nenner in Formel (3.6) sorgt für die Normierung auf 1 oder -1 bei vollständiger Korrelation bzw. Antikorrelation. Abbildung 3.21 zeigt die über Formel (3.6) errechnete Korrelation zwischen Phasenabweichungen und Labortemperatur in einen Variationsbereich von  $\tau = -3600s - 3600s$ . Es ist eine Korrelation der Daten mit Werten von 0,15 bis -0,1 zu erkennen, wobei

**Abbildung 3.21:**

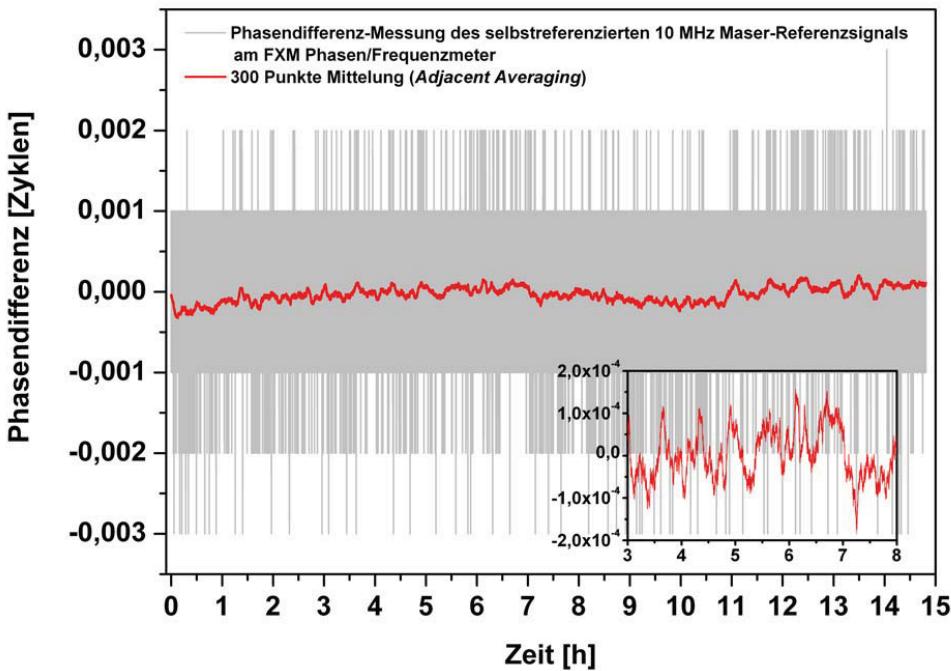
Korrelation der mit dem FXM Phasen/Frequenzmeter ermittelten Phasenabweichungen des Agilent E8241A Synthesizers mit der Labortemperatur.

das Antikorrelationsmaximum bei  $\tau = -50\text{ s}$ , das physikalisch maßgebliche Ergebnis darstellt. Demnach reagiert der Phasenverlauf im Mittel nach einer Zeit von 50 s auf eine Temperaturveränderung der Umgebung. Der Abstand der weiteren Korrelationsmaxima bzw. Minima zueinander beträgt im Mittel 1527 s, was somit der Periodizität des Temperaturverlaufes entspricht.

### 3.5.2 Test des FXM Phasen-Frequenzzählers

Ob Phasenmodulationen eine Frequenzverschiebung im optischen Emissionsspektrum des Frequenzkamms bewirken, wenn der Agilent E8241A Synthesizer als Referenzoszillator für die fs-Laser Repetitionsrate dient, hängt davon ab ob diese tatsächlich in dem Rf-Signal vorhanden sind, oder nur durch den Phasenzähler verursacht werden. Eine Antwort auf diese Frage lässt sich durch eine Cycle slip-Analyse der selbstreferenzierten Messung des 10 MHz Maser-Referenzsignals geben (siehe Abschn. 3.4 Abb. 3.18). Da das Messignal hier auch als Referenzsignal für den FXM Phasen-Frequenzzähler dient, sind echte Frequenz bzw. Phasenschwankungen in dem Zählergebnis nicht zu sehen. Eventuelle Abweichungen der Frequenzmessung von 10 MHz oder der Phasendifferenz von Null können in diesem Fall also nur durch die Zählelektronik verursacht sein.

Abbildung 3.22 zeigt das Ergebnis dieser Analyse der Messdaten aus Abb. 3.19 der selbstreferenzierten Messung des 10 MHz H-Maser Referenzsignals nach Abb. 3.18. Auch hier zeigt sich in der Tat eine breite instantane Phasenmodulation über die Gatezeit von 1 s und die charakteristische Periodizität von 0,5 - 1 Stunde in dem analog zu



**Abbildung 3.22:**

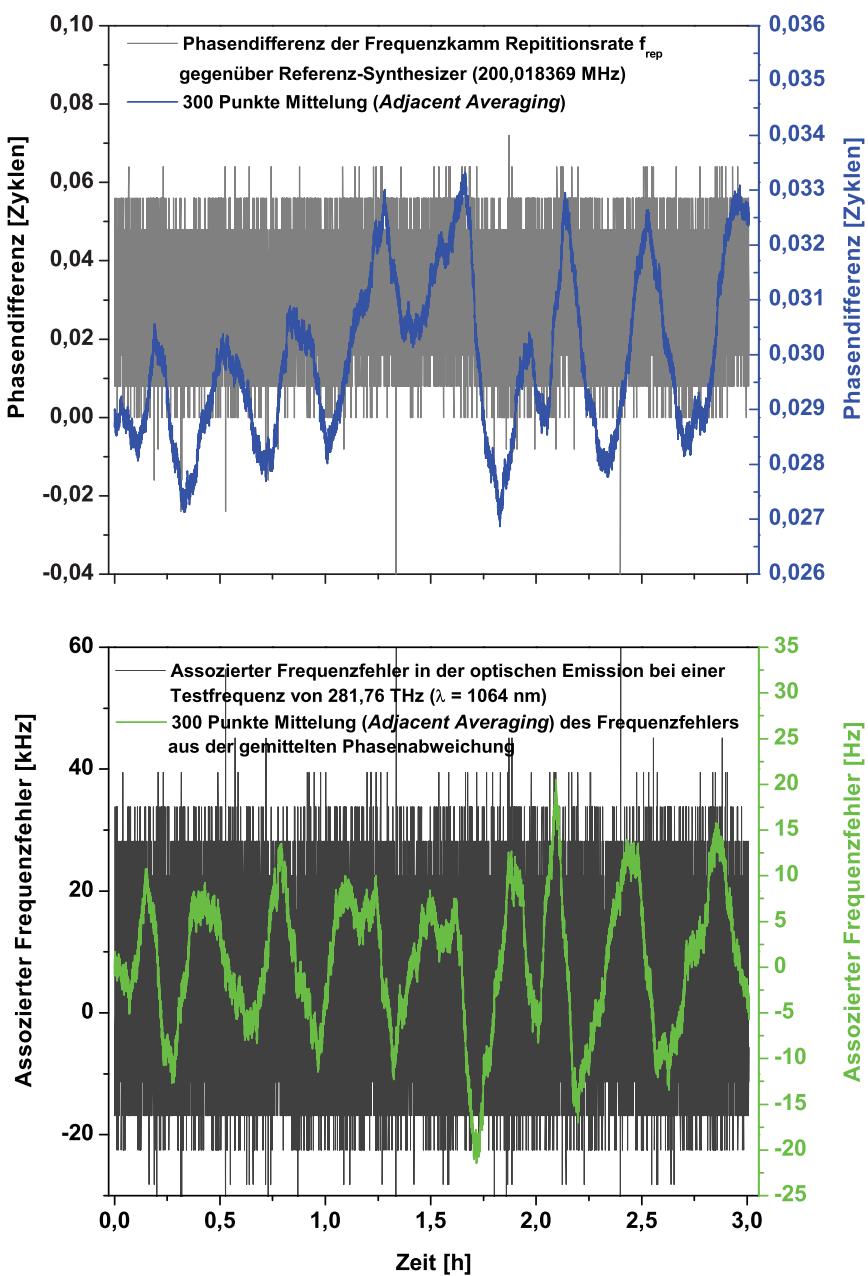
Test des FXM Phasen-Frequenzzähler mittels einer *cycle slip* Analyse einer selbstreferenzierten Messung (vgl. Abb. 3.18 u. 3.19) des 10 MHz H-Maser Referenzsignals.

Abb. 3.20 über 300 s gemittelter Kurvenverlauf. Eine Modulation in dem gemessenen Frequenzverlauf ist auch durch eine Abweichung von dem  $1/f$ -Verlauf in der entsprechenden Allan-Standardabweichung in Abb. 3.19 bei einer Mittelungszeit von 3000 s zu erkennen. Damit können die langsamsten Modulationen in dem detektierten Phasenverlauf klar auf Temperatureffekte in der Zählelektronik des FXM Phasen/Frequenzmeters zurückgeführt werden.

Grundsätzlich ist es möglich eine Frequenzmessung mit einem unstabilisierten Frequenzkamm zu machen, wenn die Repetitionsrate und die Offsetfrequenz zeitgleich mit der *beat-note* erfasst werden. Hierbei führt jedoch ein solcher Temperatureffekt bei dem Frequenzzähler für die Repetitionsrate, wegen der multiplikativen Wirkung auf den Frequenzkamm, zu einem Fehler in der Frequenzmessung.

### 3.5.3 Cycle slip Analyse der Frequenzkamm-Repetitionsrate

Eine *cycle slip* Analyse der Frequenzkamm-Repetitionsrate  $f_{rep}$  ist in Abbildung 3.23 zu sehen. Im oberen Teil ist die Phasendifferenz gegenüber dem Sollphasenverlauf der Frequenz von 200,018369 MHz, zusammen mit einer über 300 s gemittelten Kurve dargestellt. Ein *cycle slip* ist während der gesamten Messzeit von 3 Stunden nicht vorgekommen. In der gemittelten Kurve zeigen sich wieder periodische Phasenabweichungen über ca. 0,5 - 1 Stunden, also in der charakteristischen Zeitskala der Labortemperaturschwankungen. Im unteren Teil sind die zu den Phasenabweichungen assoziierten optischen Frequenzabweichungen, nach  $\Delta f = (1/2\pi)\partial\Delta\varphi/\partial t$ , in der optischen Emission des Frequenzkamms, bei einer repräsentativen Testfrequenz von 281,76 THz (1064 nm), dargestellt. Sie bilden unabhängig von der Ursache eine obere Grenze, von in diesem Fall ca.  $\pm 20$  Hz, für einen eventuellen Fehler einer Frequenzmessung, also bei einer Schwebungsfrequenz zwischen Frequenzkamm und Laser. In dieser Hinsicht zu beachten sind die langsamten Phasenmodulationen, die eine Frequenzverschiebung verursachen, wohingegen die schnellen Phasenfluktuationen ein Frequenzrauschen verursachen und die Frequenzkamm-Linien verbreitern. Ob der wahre Fehler in einer Lichtfrequenzmessung tatsächlich kleiner ist, läßt sich beantworten, indem geklärt wird, ob die Phasenmodulationen tatsächlich in der Repetitionsrate vorhanden sind, oder nur über einen Temperatureffekt in dem Zähler erscheinen. Ein erster Hinweis auf das, zumindest teilweise, tatsächliche Vorhandensein der aufgenommenen Phasenmodulationen, läßt sich aus der 3-20 facheren Amplitudenhöhe im Vergleich zu Abb. 3.20 bzw. Abb. 3.22 ableiten. Es ist durchaus vorstellbar, daß eine Veränderung der Umgebungstemperatur eine Änderung der Phasendifferenz des Istwertes gegenüber dem Sollwert in der Phasenstabilisierung der Frequenzkamm-Repetitionsrate verursacht.



**Abbildung 3.23:**

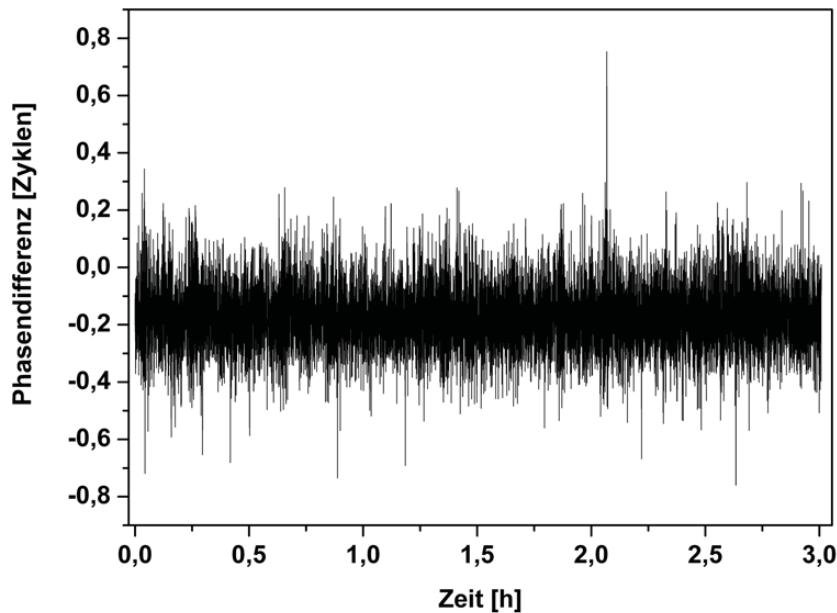
Cycle slip Analyse der Frequenzkamm-Repetitionsrate, wenn der Frequenzkamm auf den Referenzsynthesizer stabilisiert ist.

Oben: Phasendifferenz bezüglich der Referenzfrequenz am Synthesizer (200,018369 MHz).

Unten: Assozierte Frequenzverschiebung in der optischen Emission bei einer Testfrequenz von 281,76 THz (1064 nm).

### 3.5.4 Cycle slip Analyse der Frequenzkamm-Offsetfrequenz

Abbildung 3.24 zeigt die Phasendifferenz-Analyse für die Frequenzkamm-Offsetfrequenz (20 MHz) der oben beschriebenen Frequenzmessung. Es kommt über die ganze Messzeit von 3 Stunden zu keinem *cycle slip* und die Phasendifferenz bleibt unterhalb 0,8 Zyklen. Obwohl die Phasendifferenzen hier größer sind als bei der Repetitionsrate, ist eine Abweichung hier weit weniger kritisch, da eine multiplikative Wirkung entfällt. Eine Phasenänderungsrate von  $2\pi$  rad/s bewirkt einen Frequenzoffset von 1 Hz in der optischen Emission.



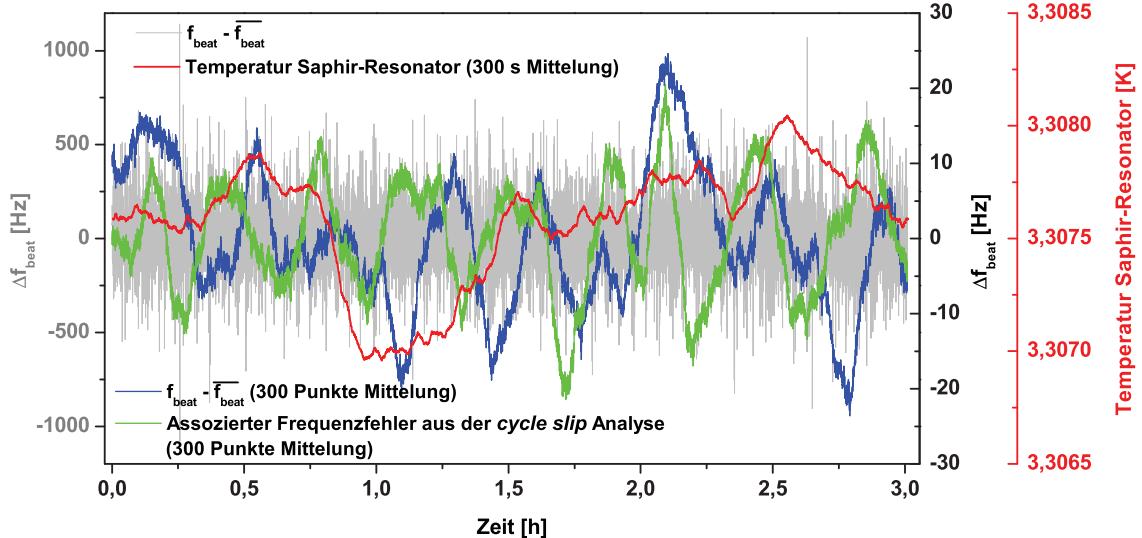
**Abbildung 3.24:**

Cycle slip Analyse der Frequenzkamm Offsetfrequenz  $f_0$  relativ zu der 20 MHz Referenzfrequenz vom H-Maser.

### 3.5.5 Frequenzfehleranalyse des Frequenzkamms mittels stabiler Kurzzeit Laser-Referenzquelle

Eine Phasenmodulation und eine damit assoziierte Frequenzverschiebung des Frequenzkamms (FC), lässt sich durch eine Frequenzmessung an einer stabilen Laserquelle nachweisen. Eventuelle Frequenzmodulationen oder Drifts in der *beat-note* müssen dann

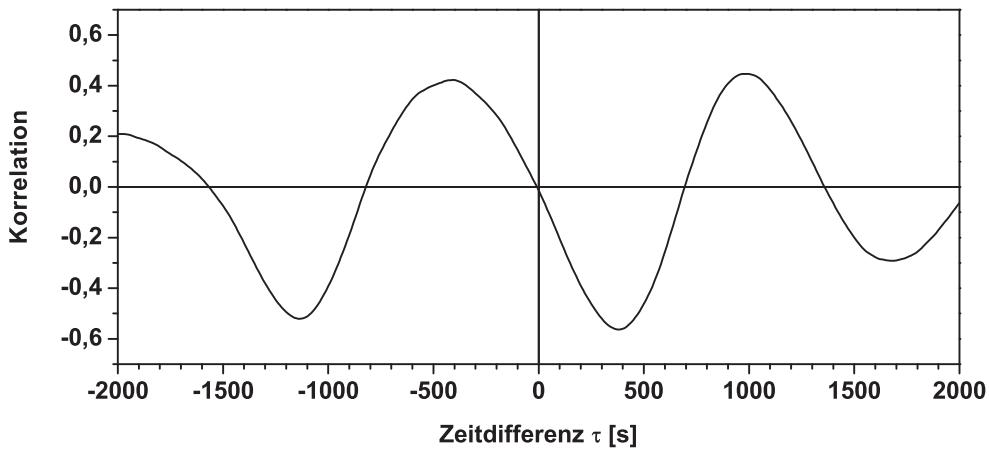
durch den FC verursacht sein. Zu diesem Zweck steht dem Institut für Experimentalphysik ein kryogener Saphir-Resonator, auf den ein Nd:YAG-Laser phasenstabilisiert ist, als optische Kurzzeit-Referenzquelle zur Verfügung (siehe Kap. 5). Abbildung 3.25 zeigt die *beat-note* einer Frequenzmessung über 3 Stunden an diesem System. Der wiederum über 300 Punkte gemittelte Frequenzverlauf zeigt Abweichungen von bis zu 24 Hz um die mittlere Frequenz in dieser Zeit. Eine eindeutige monotone Drift über diese Zeit ist nicht zu erkennen. Die durch die gezählten Phasenabweichungen assoziierten Frequenzverschiebungen liegen in derselben Größenordnung. Ob diese ursächlich für den gemessenen Frequenzverlauf sind, zeigt die Korrelationsanalyse in Abb. 3.26. Wenn der Frequenzverlauf der *beat-note* durch Frequenzverschiebungen des Frequenzkamms verursacht wäre, so müßte die *beat-note* instantan darauf reagieren. Jedoch zeigt die Korrelationsfunktion einen Wert nahe Null für eine Zeitdifferenz von  $\tau = 0\text{s}$ . Dies deutet darauf hin, dass auch in diesem Fall der gezählte Phasenfehler der Repetitionsrate auf einen Temperatureffekt in dem FXM Phasen/Frequenzmeter beruht. Eine Ursache für die unterschiedlichen Amplitudenhöhen der gezählten Phasenvariationen könnte in verschiedenen Signalstärken begründet sein. Die relativ großen Korrelationen bei  $\tau = -400\text{ s}$  und Antikorrelationen bei  $\tau = 400\text{ s}$  von 0,4 bzw. 0,5, sowie der periodische Abstand von ca. 1500 s deuten, aufgrund der charakteristischen Periode, gleichwohl auf Temperatureffekte hin, die die *beat-note* tatsächlich beeinflussen. Sowohl der kryogene



**Abbildung 3.25:**

Beat-note des auf den kryogenen Saphir Resonator stabilisierten Nd:YAG Lasers mit dem stabilisierten Frequenzkamm (grau: linke Skala, blau: 300 s Mittelung, rechte Skala), zusammen mit der aus der Repetitionsraten-Phasenabweichung über 300 s gemittelten assoziierten Frequenzverschiebung (grün, rechte Skala).

Die rote Kurve zeigt die Temperaturentwicklung am Resonator.

**Abbildung 3.26:**

Korrelation der gemittelten Daten von assoziierter Frequenzverschiebung (grüne Kurve in Abb. 3.25) und der gemessenen *beat-note* des kryogenen Resonators (blaue Kurve in Abb. 3.25).

Saphir-Resonator mit dem Nd:YAG-Laser, als auch der als Referenzquelle dienende H-Maser befinden sich in Räumen, welche durch die gleichen Klimageräte klimatisiert sind und somit abhängig von der Umgebungstemperatur ähnliche Raumtemperaturperioden aufweisen. Eine Frequenzverschiebung und Verbreiterung in der beobachteten Größenordnung, kann auch durch thermische, mechanische und akustische Störungen der ca. 200 m langen optischen Faser verursacht sein, welche die Strahlung des stabilisierten Nd:YAG-Laser zu dem Frequenzkammlabor transportiert (vergl. Kap. 7). Denkbar wäre auch eine Beeinflussung der Nd:YAG Laser-Phasenstabilisierung oder andererseits des H-Masers. Der Temperaturverlauf an dem Saphir-Resonator, welcher in Abb. 3.25 zusätzlich mit dargestellt ist, weist nur eine sehr geringe zeitliche Variation von ca. 1 mK auf und zeigt keinen offensichtlichen Zusammenhang mit dem *beat-note* Verlauf. Der Ausdehnungskoeffizient des Saphir-Resonators ist bei den hier zugrunde liegenden Temperaturen nahe dem Minimum und beinflusst die Resonatorfrequenz nur minimal (siehe Kap. 5: 13,97 kHz/K @ 3,32 K). Auch die spezifizierte Stabilität des H-Masers (siehe Abb. 3.1) kann nicht für Frequenzvariationen von  $\pm 24$  Hz bei Wellenlängen von 1064 nm (281 THz) verantwortlich gemacht werden. Die Ursache bleibt somit unklar und resultiert wahrscheinlich aus einer Mischung mehrerer Effekte.

Die in diesem Abschnitt exemplarisch gemachte Analyse, zeigt eindringlich die Notwendigkeit stabiler Laborbedingungen bei ultrapräzisen Messungen optischer Frequenzen. Schon Temperaturschwankungen von  $\pm 0,5$  °C zeigen signifikante Auswirkungen auf die spezifischen Komponenten in Phasenstabilisierung und Zählelektronik. Für Messungen bis hinab auf Hz oder Sub-Hz Genauigkeit optischer Frequenzen ist es notwendig, die maßgebliche Puls-Repetitionsrate des Frequenzkamms unverfälscht durch entspre-

chende temperaturunempfindliche Frequenzzähler zu erfassen, um eventuelle Phasendrifts in der Stabilisierung als systematische Frequenzfehler aus der Messung eliminieren zu können. Auch die Stabilität der verwendeten Rf-Referenzquelle (H-Maser) muß sichergestellt sein.

## 3.6 Überlagerungsstrecke

### 3.6.1 Überlagerung elektromagnetischer Felder

Um die Lichtfrequenz eines CW-Lasers mit dem Frequenzkamm (FC) bestimmen zu können, muß die Rf-Schwebungsfrequenz (*beat-note*) des Lasers in Überlagerung mit dem FC gebildet werden. Das resultierende elektrische Feld  $E$  bei der Überlagerung ist dabei die Summe der Einzelfelder [51]:

$$\begin{aligned} E(z, t) &= E_1(z, t) + E_2(z, t) \\ &= \operatorname{Re} [\tilde{E}_1(z) \exp i(\omega_1 t - k_1 z) + \tilde{E}_2(z) \exp i(\omega_2 t - k_2 z)] \end{aligned} \quad (3.8)$$

Der Signalstrom eines Photodetektors ist proportional zur optischen Intensität

$$\begin{aligned} I(z, t) \sim |E(z, t)|^2 &= |\tilde{E}_1(z)|^2 + |\tilde{E}_2(z)|^2 \\ &\quad + \tilde{E}_1^*(z) \tilde{E}_2(z) e^{i[(\omega_2 - \omega_1)t - (k_2 - k_1)z]} + c.c. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Der Interferenzterm mit dem  $\tilde{E}_1^* \tilde{E}_2$  Produkt enthält demnach eine zeitliche Variation mit der Schwebungsfrequenz  $\omega_{beat} = \omega_2 - \omega_1$  und eine räumliche Periodizität, abhängig von den Wellenzahlen  $k_2 - k_1$ . Für die Intensität der *beat-note* auf dem Detektor  $I_{beat}$  gilt entsprechend:

$$I_{beat} \sim \sqrt{I_1 I_2}. \quad (3.10)$$

Um eine *beat-note* experimentell zu realisieren, müssen die beiden Strahlen in geeigneter Weise auf einem Photodetektor überlagert werden. Ein maximales Signal-zu-Rausch Verhältnis (SNR) ergibt sich, wenn die beiden Strahlen am Ort des Detektors kohärent überlagern. Im allgemeinen Falle Gaußscher Strahlen müssen also die Strahl-durchmesser,

$$\omega(z) = \omega_0 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{n\pi\omega_0^2} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.11)$$

und die Krümmung der Wellenfronten

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right], \quad (3.12)$$

sowie die Polarisation übereinstimmen. Hierbei bedeuten  $z = 0$  den Ort des minimalen Strahldurchmessers (*beam waist*)  $\omega_0$ ,  $\lambda$  die Wellenlänge und  $n$  den Brechungsindex in dem Propagationsmedium ( $n \approx 1$  in Luft).

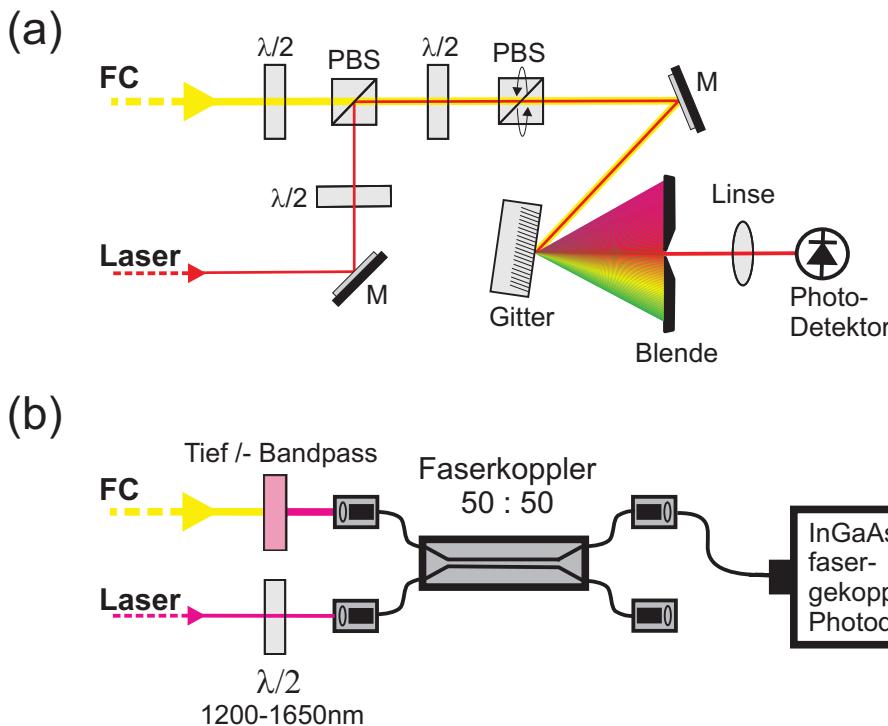
### 3.6.2 Überlagerungsstrecke für Laserfelder im Raum

Um die beiden Strahlen möglichst ideal zu überlagern, haben sich bei den Messungen in dieser Arbeit zwei unterschiedliche Konzepte bewährt, welche in Abbildung 3.27 illustriert sind. In der unter (a) dargestellten Methode werden die Strahlen in der Luft (*free*

*space*) mittels eines Polarisationsstrahlteilers (PBS) überlagert. Die Strahlpolarisationen werden dabei anhand von Halbwellenplatten ( $\lambda/2$ ) so eingestellt, dass der FC-Strahl am PBS transmittiert und der Strahl des zu vermessenden Lasers reflektiert wird. Hinter dem PBS sind die Strahlen dann zunächst orthogonal polarisiert, so dass keine *beat-note* erzeugt werden kann. Durch eine nachfolgende  $\lambda/2$ -Platte und einem rotierbaren PBS mit der Leistungstransmission  $t$  und -Reflexion  $r = (1 - t)$  werden die orthogonalen Polarisationen im Raum gedreht und jeweils zu einem Teil auf die gemeinsame Achse des Beugungsgitters projiziert. Durch eine Blende in der 1. Beugungsordnung des Gitters lassen sich  $N$  Moden in der Nähe der *beat-note* vom restlichen Spektrum isolieren. Die Lichtleistung auf dem Detektor ist also

$$P_{\text{Det}} = tNP_n + (1 - t)P_{\text{CW}}, \quad (3.13)$$

wobei  $P_n$  die als konstant angenommene Leistung pro Mode innerhalb des Spektralfensters  $N\omega_r$  des Gitters ist und  $P_{\text{CW}}$  die Leistung des CW-Lasers ist. Das Maximum für die *beat-note* ergibt sich dabei bei einem Winkel von  $45^\circ$  zu  $I_{\text{beat}}^{\max} = 0,707\sqrt{I_1 I_2}$ , d.h. die Intensität der *beat-note* wird durch die Projektion nur unwesentlich reduziert.



**Abbildung 3.27:**

Experimentelle Anordnungen zur Aufnahme einer Schwebungsmessung (*beat-note*) zwischen dem Frequenzkamm und einem Laser. (a): *Free space* Anordnung mit Polarisationsstrahlteilern (PBS), Beugungsgitter und Halbwellenplatten ( $\lambda/2$ ). (b): Aufbau mit 50:50 Faserkoppler, Tief- oder Bandpass und fasergekoppeltem Photodetektor.

## Signal-zu-Rauschverhältnis

Das Maximum des Produktes der Intensität zweier überlagerter Lichtstrahlen gibt noch keine Information über das Maximum des Signal-zu-Rauschverhältnises SNR ( “*signal-to-noise ratio*”). Das erreichbare  $(SNR)_{opt}$  des Rf-Signals mit der *beat-note* wird durch das Schrotrauschen in dem Detektor mit der Detektionsbandbreite  $B_w$  und der Quanteneffizienz  $\eta$  nach folgender Formel [93, 62] begrenzt:

$$SNR = \frac{\eta}{h\nu B_w} \frac{tP_n(1-t)P_{CW}}{tNP_n + (1-t)P_{CW}}. \quad (3.14)$$

Die Energie eines Photons der Frequenz  $\nu$  ist  $h\nu$ . Das optimale SNR ergibt sich zu [62]

$$t_{opt} = \frac{\sqrt{P_{CW}}}{\sqrt{NP_n} + \sqrt{P_{CW}}}. \quad (3.15)$$

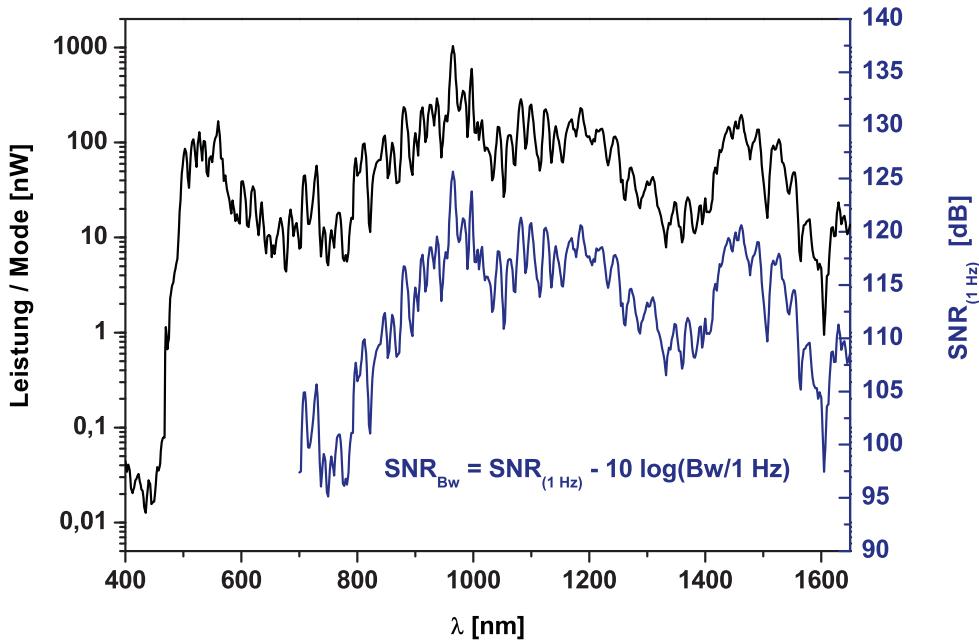
Damit und mit der Bedingung, daß  $N \ll P_{CW}/P_n$  ist, folgt daß das SNR nur durch das Schrotrauschen der Mode  $P_n$  begrenzt ist [62],

$$(SNR)_{opt} = \frac{\eta P_n}{h\nu B_w}. \quad (3.16)$$

Wichtig für eine Maximierung des SNR in diesem Aufbau ist also eine möglichst effiziente Modenselektion zu einem engen spektralen Bereich um die CW-Laserfrequenz, so daß die Gesamtleistung in den Moden deutlich kleiner als die CW-Laserleistung auf dem Detektor ist.

Als Photodetektor wurde in diesem Aufbau vorwiegend ein *High Speed* InGaAs Photodetektor DET410 der Firma Thorlabs mit einer spektralen Empfindlichkeit von 700 - 1800 nm verwendet. Hierbei handelt es sich um eine mit 12 V vorgespannte InGaAs PIN-Photodiode mit einer Kapazität von  $C_J = 22 \text{ pF}$ , die an einer Last von  $R_{Load} = 50\Omega$  eines Transformers betrieben wurde (siehe Abb. 3.29). Die Bandbreite ergibt sich daraus über  $B_w = 1/(2\pi R_{Load} C_J)$  zu ca. 145 MHz. Abbildung 3.28 zeigt den Verlauf der Leistung pro Mode und das Schrotrauschen-begrenzte SNR bei 1 Hz Detektionsbandbreite nach Formel (3.16) für den DET410 InGaAs Detektor. Die Leistung pro Mode wurde aus dem mit einer Auflösungsbandbreite (RBW) von 5 nm aufgenommenen Emissionsspektrum in Abb. 3.5 des FC ermittelt. Dadurch, daß sich innerhalb der RBW in dem langwelligem Teil des Spektrums die Leistung auf weniger Moden als im kurzwelligem Bereich aufteilt, ergibt sich ein ausgeglichenerer Intensitätsverlauf im Vergleich zu Abb. 3.5. Aus der Leistung pro Mode und der Quanteneffizienz  $\eta$  des Detektor läßt sich das schrotrausch-begrenzte SNR nach Formel (3.16) bestimmen. Die Quanteneffizienz läßt sich aus der in der Spezifikation des Detektors üblichen Angabe der Ansprechempfindlichkeit (*Responsivity*) I/P (Photostrom/Leistung) in [A/W] über

$$\eta = (I/P) \frac{h\nu}{e} \quad (3.17)$$



**Abbildung 3.28:**

Leistung pro Mode des Frequenzkamms gemäß Abb. 3.5 und Schrotrauschen-begrenztes SNR nach Formel (3.16) für die Quanteneffizienz des InGsAs Photodetektor DET410 (Thorlabs).

berechnen. In der Abbildung ist das auf diese Weise ermittelte SNR für den DET410 Detektor für eine Detektionsbandbreite von 1 Hz dargestellt.

Das tatsächliche SNR für eine effektive Detektionsbandbreite Bw lässt sich damit in einfacher Weise über  $SNR_{Bw} = SNR_{1\text{Hz}} - 10 \log(Bw/1\text{Hz})$  bestimmen. Für die in dieser Arbeit wichtigen Wellenlängen von 1064 nm und 1400 - 1500 nm ergeben sich somit bei einer vollen RBW von 145 MHz des Detektors, Signal zu Rauschverhältnisse von 36 dB bzw. 29 - 39 dB. Diese maximalen SNR werden durch intrinsisches Rauschen des Detektors und nachfolgender Verstärker weiter reduziert (siehe Abschn. 3.6.4).

### 3.6.3 Überlagerung der Laserfelder in einer optischen Faser

In der unter (b) dargestellten Methode in Abb. 3.27 wird die Überlagerung der beiden Strahlen in einem *single-mode* Faserkoppler vorgenommen. Zur Polarisationsanpassung dient eine Halbwellenplatte. Durch die Überlagerung in einer Faser wird ein maximaler räumlicher Überlapp erzeugt. Eine geeignete Modenanpassung für die Einkopplung in die Faser kann für die zwei, zumeist verschiedenen Strahlquerschnitte, durch eine Wahl der jeweils geeigneten Kollimatoren erzielt werden. Durch ein nicht symmetrisches Modenprofil, speziell bei Diodenlasern, kann es hierbei zu Verlusten bei der Strahlein-kopplung von bis zu 50% kommen. Die Transmission in einem 50:50 Faserkoppler zu

dem Detektorarm ist durch das fixe Koppelverhältnis auf  $t = (1 - t) = 0,5$  festgelegt. Damit ergibt sich für das schrotrausch-begrenzte SNR nach Formel (3.14)

$$SNR_{50:50} = \frac{\eta}{h\nu B_w} \frac{1}{2} \frac{P_n P_{CW}}{NP_h + P_{CW}} \quad (3.18)$$

Eine Sättigung des Detektors lässt sich durch einen geeigneten Band- oder Tiefpass in dem FC-Pfad vermeiden.

Bei den Messungen in dieser Arbeit wurde dieser Aufbau vorwiegend in dem Wellenlängenbereich ab 1400 nm eingesetzt, wobei der FC durch einen 1350 nm Tiefpass begrenzt wurde. In dem Emissionsspektrum nach Abb. 3.28 ergibt sich allerdings trotzdem noch eine Leistung von  $\sum_n P_n \approx 10$  mW. Damit sind die Voraussetzungen für Formel (3.16) nicht mehr erfüllt und zum Schrötrauschen trägt die gesamte optische Leistung auf dem Detektor bei. Die nachfolgende Herleitung des Schrötrauschen-begrenzten SNR für diesen Fall folgt einer entsprechenden Abwandlung für der Herleitung von Formel (3.16) in [93]. Über Formel (3.9) ergibt sich für den Photostrom des Detektors

$$i(t) = i_{CW} + i_{FC} + 2\sqrt{i_{CW} i_n} \cdot \cos(\omega_n - \omega_{CW}) t. \quad (3.19)$$

Für das mittlere Stromquadrat der Schwebungsfrequenz  $\omega_{i.f.} = (\omega_n - \omega_{CW})$  folgt daraus

$$\overline{i_{i.f.}^2} = (2\sqrt{i_{CW} i_n})^2 / 2 = 2i_{CW} i_n. \quad (3.20)$$

Das Schrötrauschen wird durch die verbleibende FC-Leistung und die CW-Laserleistung bestimmt. Diese erzeugen den Rauschstrom:

$$\overline{i_N^2} = 2eB_w(i_{FC} + i_{CW}) \quad (3.21)$$

Das Verhältnis von Signal- zu Rauschstrom in dem Detektor, ergibt schließlich das Schrötrauschen-begrenzte SNR für die Schwebungsmessung nach Schema (b) in Abb. 3.27,

$$(SNR)_b = \frac{\overline{i_{i.f.}^2}}{\overline{i_N^2}} = \frac{2i_{CW} i_n}{2eB_w(i_{FC} + i_{CW})}. \quad (3.22)$$

Die Ströme lassen sich entsprechend Gl. (3.17) mittels  $i = e\eta P_x / h\nu$  aus der Quanteneffizienz  $\eta$  und den Leistungen  $P_x$  bestimmen. Das Schrötrauschen-begrenzten SNR wird also in dem Fall (b) um den Faktor  $(i_{FC} + i_{CW})/i_{CW} = (P_{FC} + P_{CW})/P_{CW}$  gegenüber Fall (a) (Gl. (3.16)) reduziert. Mit einer durchschnittlichen Leistung pro Mode im Bereich 1400 - 1500 nm von ca. 100 nW und einer CW-Laserleistung von ca. 1 mW und 10 mW verbleibender FC-Leistung, entspricht das einer Reduzierung um ca. 10 dB.

In der Praxis zeigte sich dennoch ein äquivalentes SNR, gepaart mit einer größeren Robustheit gegenüber thermischen und mechanischen Einflüssen in dieser Methode, als bei der *free space* Überlagerung. Dieses ist durch den besseren Überlapp der Strahlen in der optischen Faser zu erklären. Leider sind geeignete Faserkoppler z.Z. nicht lückenlos für das gesamte Spektrum des FC erhältlich. Als Detektor bieten sich fasergekoppelte Detektoren an. Bei den Messungen in dieser Arbeit mit dieser Methode wurde ein InGaAs Photodetektor D400FC der Firma Thorlabs verwendet, der eine ähnliche Ansprechempfindlichkeit wie der DET410 Detektor besitzt.

### 3.6.4 Signalaufbereitung des Schwebungssignals

Das Rf-Signal des Photodetektors mit der *beat-note* muß zur Verwendung als Eingangssignal für die Frequenzmessung und für die Elektronik zur Stabilisierung eines Lasers auf den FC verstärkt und gefiltert werden. Zusätzlich zum Schrotrauschen treten im Detektor und in dem anschließenden Verstärker weitere Rauschquellen auf, die das SNR in der Praxis weiter beeinträchtigen. Der Detektor besitzt immer auch ein Eigenrauschen, das durch die Angabe des NEP (*Noise Equivalent Power*) [ $\text{W}/\sqrt{\text{Hz}}$ ] in der Detektorspezifikation angegeben ist. Das NEP gibt die Signalstärke an, die benötigt wird um ein SNR=1 zu erhalten. Weiterhin wird an dem Detektorlastwiderstand oder dem Verstärkereingangswiderstand R termisches Rauschen (Johnson noise)

$$U_{NR} = \sqrt{4kTRB_w} \quad (3.23)$$

[94] erzeugt. Auch ein Verstärker erhöht letztlich über das Verstärkerrauschen abermals den Rauschuntergrund. Das Verstärkerrauschen wird über die Angabe der *noise figure* NF in dB charakterisiert, welche das Verhältnis von Verstärkerrauschen zu dem Rauschen, das durch den Eingangswiderstand erzeugt wird, angibt [95].

$$NF = 10 \log \left( \frac{\text{Verstärkerrauschen}}{\text{Rauschen erzeugt durch den Eingangswiderstand}} \right) \quad (3.24)$$

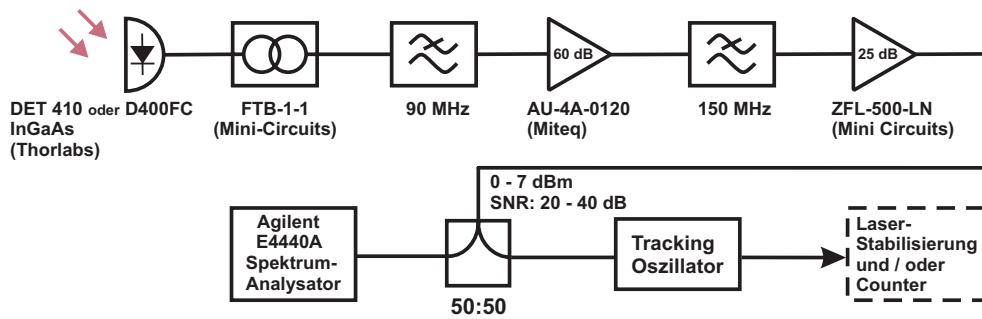
Das abschließende ( $SNR_{final}$ ) ist generell über das Verhältnis von Rauschleistung zu Signalleistung oder entsprechend über

$$(SNR)_{final} = \left( \frac{U_{signal}^2}{U_{noise}^2} \right) \quad (3.25)$$

definiert. Da die verschiedenen Rauschanteile aufgrund ihrer unterschiedlichen Erzeugungsmechanismen unkorreliert zueinander sind, lassen sie sich quadratisch in dem Nenner von Gl. (3.22) addieren. Abschließend ergibt sich somit:

$$\begin{aligned} (SNR)_{final} &= \frac{2i_{CW}i_nR^2}{2eB_w(i_{FC} + i_{CW})R^2 + (NEP)^2B_w(I/P)^2R^2 + (4kTRB_w) \cdot 10^{\frac{NF}{10}}} \\ &= \frac{2\left(\frac{e\eta}{h\nu}\right)^2 P_{CW}P_nR^2}{B_w \left[ 2\left(\frac{e^2\eta}{h\nu}\right)(P_{FC} + P_{CW})R^2 + (NEP)^2 \left(\frac{e\eta}{h\nu}\right)^2 R^2 + (4kTR) \cdot 10^{\frac{NF}{10}} \right]} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Abbildung 3.29 zeigt den verwendeten Aufbau. Der durch den CW-Laser verursachte DC-Anteil im Photostrom des Detektors wird durch einen HF-Übertrager entfernt. Ein anschließender 90 MHz Tiefpass unterdrückt die in der *beat-note* stets stark ausgeprägte FC-Repetitionsrate (siehe Abb. 3.17) von 200 MHz und deren

**Abbildung 3.29:**

Verstärkerstrecke zur Signalaufbereitung für die Frequenzmessung und Laserstabilisierung.

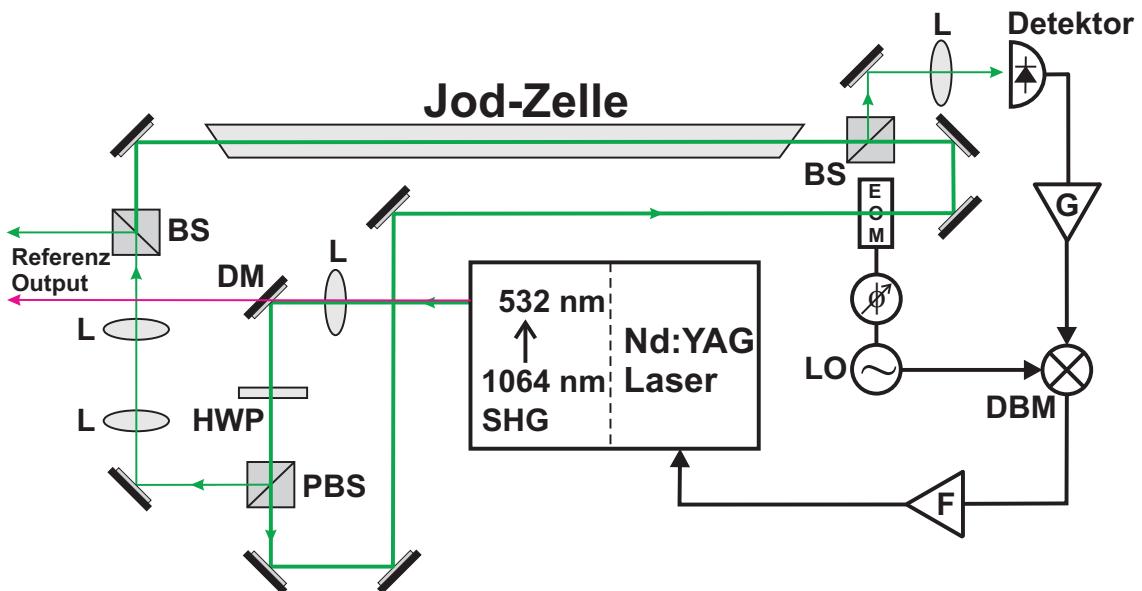
Harmonische. Eine erste Verstärkung um 60 dB geschieht dann mittels eines *low noise high gain* Verstärkers (AU-4A-0120, Miteq). Eine nochmalige Filterung mit einem 150 MHz Tiefpass entfernt noch vorhandene und mitverstärkte höherfrequente Signalanteile. Um das Signal auf die benötigten 0 - 7 dBm Intensität anzuheben, erfolgt eine weitere Verstärkung um 25 dB mit einem ZFL-500-LN Mini-Circuits Verstärker. Ein Splitter oder ein Direktional-Koppler (bei niedriger Intensität) teilt das Signal zur Anzeige auf einem Spektrumanalysator und für einen auf die *beat-note* phasenstabilisierten Tracking Oszillatior auf, welcher das Signal aus dem Spektrum isoliert und das SNR auf 60 - 80 dB (RBW = 4,7 kHz) maximiert (siehe Kap. 4). Diese "saubere" und verstärkte Kopie der *beat-note* kann dann als Eingangssignal für die Zähl\Stabilisierungselektronik dienen.

### 3.7 Testmessung an einer Jodzelle

Um die Funktion des Frequenzkamms und des Messverfahrens (Kap. 2.3.1) zu verifizieren, wurde eine Testmessung an einem auf einen Jod( $^{127}\text{I}_2$ )-Übergang stabilisierten frequenzverdoppelten Nd:YAG Laser vorgenommen.

Das  $^{127}\text{I}_2$  Molekül eignet sich in besonderer Weise als optische Frequenzreferenz. Aufgrund des fehlenden elektrischen Dipolmomentes ist es unempfindlich gegenüber äußeren elektrischen Feldern. Die geringen Linienbreiten von einigen 100 kHz der Hyperfeinstruktur-Übergänge und das relativ dichte Linienspektrum im optischen Bereich, erlauben unzählige Referenzwerte optischer Güte. Eine Zusammenfassung von mehr als 100000 Linien befindet sich in [96].

Der Linien-Bereich um 532 nm ist hierbei durch einen frequenzverdoppelten Nd:YAG Laser zugänglich. Abbildung 3.30 zeigt den schematischen Aufbau der verwendeten



**Abbildung 3.30:**

Experimenteller Aufbau der molekularen Jod-Referenzquelle in Modulations-Transfer-Spektroskopie.

(L: Linse, HWP: Halbwellenplatte, BS: Beamsplitter, PBS: Pol.-Beamsplitter, DM: dichroitischer Spiegel, EOM: Elektro-Optischer Modulator, G: Gain, DBM: Double Balanced Mixer, LO: Lokaloszillator, F: Filter)

optischen Referenzquelle. Hierbei wird der frequenzverdoppelte Nd:YAG Laser durch die Methode der (dopplerfreien) Modulations-Transfer-Spektroskopie (MTS) auf einen Hyperfeinzustand eines molekularen Rotations-Vibrations-Übergang frequenzstabilisiert. Die MTS ist eine sättigungsspektroskopische Methode [97] in der die Dopplerfreiheit

dadurch erreicht wird, dass durch zwei kollinear entgegengesetzt laufende Laserstrahlen nur Moleküle mit  $v_z = 0$  für die Spektroskopie selektiert werden. Hierbei dient ein von der Intensität stärkerer Strahl als Pumpstrahl, auf den über einen elektro-optischen Modulator (EOM) eine Phasenmodulation aufgeprägt wird. Der andere schwächere Strahl dient als Probe-Strahl. Bei hohen Pumpstrahl-Intensitäten wird die Wechselwirkung mit dem Medium nichtlinear, so daß die Modulation im Resonanzfall auf den Probe-Strahl aufgeprägt wird. Die Schwebung zwischen dieser Welle und der Trägerwelle erzeugt eine Amplitudenmodulation bei der Modulationsfrequenz, welche über den Detektor nachweisbar ist. Eine detaillierte Beschreibung dieser Methode ist in [98, 99], und mit Schwerpunkt auf den Nd-YAG Laser mit der SHG (Second Harmonic Generation) in [100], zu finden. Das verstärkte RF-Signal und der Lokaloszillator (LO), welcher in fester Phasenbeziehung zum Modulationssignal steht, werden mittels eines Mischers (Double balanced mixer: DBM) multipliziert. Über das Ausgangssignal und ein entsprechendes Filter wird das Regelsignal für die Laserservos erzeugt.

Für die Testmessung wurde die Jod-Referenz auf den Übergang R(56)32-0, a10 (Linie 1110 im "Jod-Atlas" [96]) stabilisiert.

Ein Referenzwert dafür gibt das BIPM (Bureau International des Poids et Mesures) [104] zu

$$f_{-15^\circ\text{C}} = 563\,260\,223\,513 \pm 5 \text{ kHz}$$

Dabei betrug die Temperatur der Jodzelle  $-15^\circ\text{C}$ . Bei der Frequenzkamm-Testmessung betrug die Temperatur der Jodzelle jedoch  $0^\circ\text{C}$ . Aufgrund der Druckverschiebung *Pressure shift* [101] muß der Referenzwert also entsprechend umgerechnet werden. Im Bereich von  $0^\circ\text{C}$  bis  $-20^\circ\text{C}$  gilt für die Druckverschiebung  $\Delta_p = -4,2 \pm 0,2 \text{ kHz/Pa}$  [102]. Der Jod-Dampfdruck berechnet sich gemäß Landolt-Börnstein [103] nach folgender Formel:

$$\log(p) = -A/T + B + C \log(T)$$

Mit  $A = 3512,83$ ;  $B = 16,255$ ;  $C = -2,013$  und der Temperatur in  $^\circ\text{C}$  ergibt sich der Druck  $p$  in Torr.

In der Praxis wird die Berechnung der exakten Druckverschiebung jedoch durch die Unsicherheit in der exakten Bestimmung der Jodzellen-Temperatur relativiert. Die tatsächliche Temperatur kann dabei einige  $^\circ\text{C}$  über der Temperatur des Kältegebers (*cold-finger*) liegen. Dazu kommen noch einige weitere systematische Fehler wie *Power shift*:  $\Delta_p = -3,6 \text{ kHz/mW}$  [102], Offsets im Stabilisierungssystem und Abweichungen die auf der speziellen Bauform der Jodzelle beruhen. In der Summe können sich so Abweichungen von bis zu  $\approx 100 \text{ kHz}$  ergeben. In der weiteren Analyse des systematischen Fehlers bleiben Effekte, die auf Bauform der Jodzelle und deren Reinheit, sowie Offsets in dem Regelkreis beruhen, unberücksichtigt. Bei den Messungen war die genaue Pumpleistung leider nicht bekannt, der Bereich kann jedoch auf maximal 10 mW

eingegrenzt werden. Für eine obere Abschätzung des Fehlers wird ferner eine Temperaturstabilität der Jodzelle von  $0 \pm 1^\circ\text{C}$  angenommen. Zusammenfassend ergibt sich für die untersuchte Übergangsfrequenz:

$^{127}\text{I}_2$ R(56)32-0, a10: $f_{-15^\circ\text{C}} = 563\,260\,223\,513\text{ kHz}$		
Effekt	Shift	Unsicherheit
Übergangsfrequenz	-	$\pm 5\text{ kHz}$
Pressure shift	-13,25 kHz	$\pm 1,79\text{ kHz}$
Power shift	0	+0, -36 kHz

Was einem Vergleichswert für die Messung von

$$f_{0^\circ\text{C}} = 563\,260\,223\,499,75 (\pm 5,31)(^{+0}_{-36})\text{ kHz}$$

entspricht. Die erste Fehlerangabe von  $\pm 5,31\text{ kHz}$  entspricht dem erwarteten Fehler, welcher aus der Angabe der Übergangsfrequenz und der Druckverbreiterung herrührt und ist statistischer Natur. Die zweite Fehlerangabe geht aus der oberen Abschätzung für die *Power-shift* hervor und kann durch genaue Messung der Pumpleistung minimiert werden.

Die *beat-note* der Jod-Referenz mit dem Frequenzkamm wurde mittels eines phasenstabilisierten Tracking-Oszillators an einem HP5345A Frequenzzähler erfaßt. Gemessen wurde jeweils die unverdoppelte Laserstrahlung des Nd-YAG Lasers, welche über einen dichroitischen Spiegel ausgekoppelt wurde. Es wurden zwei Messungen durchgeführt, wobei die erste Messung doppelblind durchgeführt wurde.

Mess.	$f_r$ [MHz]	$f_{beat}$ [MHz]	n	sign $f_{beat}$	sign $f_0$
1	200,0023498	$60\,155\,428,845 \pm 3439,222$	1408134	+	+
2	200,0022948	$60\,347\,530,919 \pm 2862,736$	1408134	+	+

Dies ergibt die Frequenzen:

$$\begin{aligned} f_1^{1064nm} &= 281\,630\,188\,988\,702 \pm 3439\text{ Hz} \\ f_2^{1064nm} &= 281\,630\,111\,733\,434 \pm 2863\text{ Hz.} \end{aligned}$$

Die Umrechnung auf die (frequenzverdoppelten) Jodlinien ergibt:

$$\begin{aligned} f_1^{532nm} &= 563\,260\,377\,977\,404 \pm 6878\text{ Hz} \\ f_2^{532nm} &= 563\,260\,223\,466\,868 \pm 5726\text{ Hz.} \end{aligned}$$

Das Ergebniss der ersten Messung  $f_1^{532nm}$  weist eine Differenz zu dem Referenzwert  $f_{0^\circ C}$  von 154,478 MHz auf und kann als die Hyperfeinkomponente a13 identifiziert werden. Der Referenzwert für  $f(a_{13}) - f(a_{10})$  beträgt 154,488 MHz [104]. Das Ergebnis dieser Doppelblind-Messung liegt mit einer Abweichung von 10 kHz im erwarteten Fehlerbereich. Bei der zweiten Messung  $f_2^{532nm}$  war der Nd-YAG Laser auf den Referenzübergang  $R(56)32 - 0, a10$  stabilisiert. Auch hier liegt die gemessene Frequenz mit einer Abweichung von -32,88 kHz im Rahmen der angegebenen Unsicherheit.

Die Ergebnisse dieser Testmessung zeigen, das die Funktion des Frequenzkamms und des Meßverfahrens fehlerfrei gegeben sind. Der maßgebliche Anteil der Messunsicherheit war in diesem Fall durch die verwendete Jod-Referenzquelle gegeben. Das gewonnene Resultat und die störungsfreie Performace geben das notwendige Vertrauen für die angestrebten präzisions-spektroskopischen Messungen.

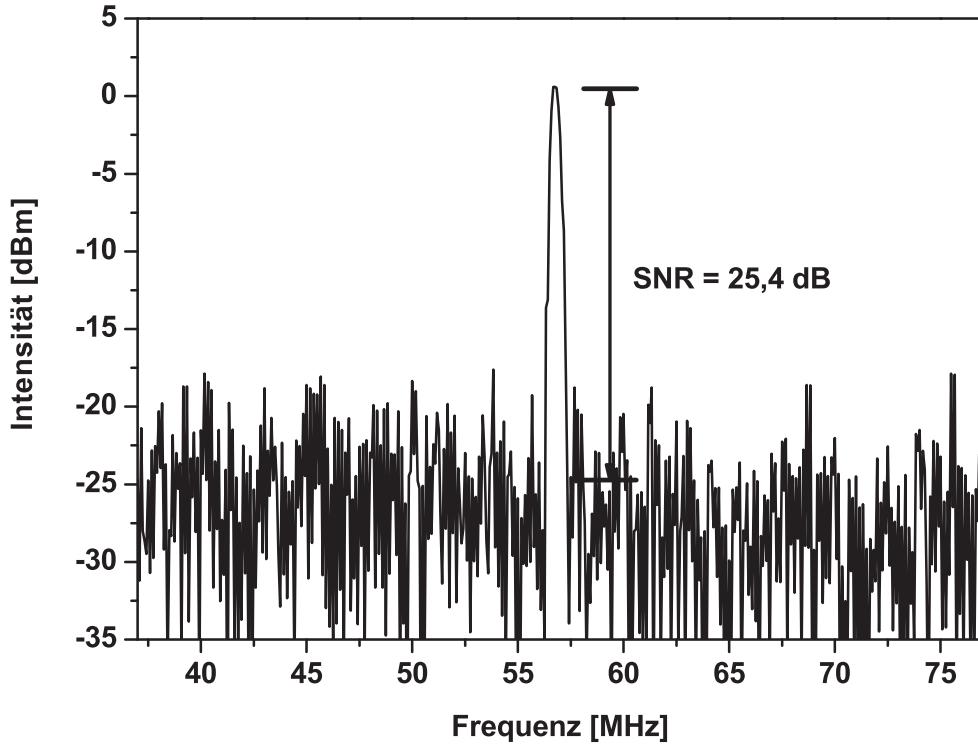
# Kapitel 4

## Komponenten und Messmethoden für die Frequenzmessung

### 4.1 Signalerfassung mittels Bandpass-Filterung

In Abbildung 4.1 ist eine typische *beat-note* eines CW-Lasers (GEECDL, siehe Kap. 6) mit dem Frequenzkamm (FC) dargestellt. Zur genauen Bestimmung der Laserfrequenz für die Präzisions-Spektroskopie muß dieses Rf-Signal mit einem Frequenzzähler gezählt und gegebenenfalls durch einen Regler auf den FC stabilisiert werden. Ein Frequenzzähler bestimmt die Frequenz, indem die Amplitudendurchläufe des periodischen Signals bezüglich einer spezifischen Offsetspannung (Nulldurchgänge) gezählt werden. In dem spektralen Erfassungsbereich des Zählers treten im Allgemeinen zusätzliche mehr oder weniger stark ausgeprägte Frequenzen, deren Amplituden auch das Messignal übertreffen können, sowie ein in der Regel weißer Rauschuntergrund auf. Eine Möglichkeit, das Messignal aus dem Frequenzspektrum zu isolieren, ist die Verwendung von Bandpässen unterschiedlicher Breite. Kommerzielle Bandpassfilter weisen in dem Bereich bis 100 MHz eine 3 dB Bandbreite von ca. 5 - 20 MHz auf, wobei eine Bandbreite unter 1 MHz, bedingt durch die Linienbreite des FC von ca. 250 kHz (siehe Abb. 5.7) wenig sinnvoll ist. Eine gewisse Filterbandbreite ist notwendig, um eine Frequenzdrift eines freilaufenden CW-Lasers erfassen zu können, oder einen auf den FC stabilisierten CW-Laser in der Spektroskopie unterbrechungsfrei durchzufahren, so dass eine Breite von 10 - 20 MHz in der Regel eine sinnvolle Wahl darstellt.

Zu den erfassten Nulldurchgängen trägt neben dem eigentlichen *beat-note* Signal auch der über die Filterbandbreite integrierte Rauschuntergrund im Zähler bei, welcher abhängig vom SNR das Zählergebnis verfälscht. Mit fallendem SNR wird das Zählergebnis, verursacht durch die zufälligen Fluktuationen des Rauschuntergrundes, in zunehmendem Maße abhängig von der gewählten Offsetspannung der Nulldurchgänge. Als Richtwert für das minimale Verhältnis von Gesamtrauschleistung und Signalstärke für eine fehlerfreie Erfassung, gilt ein Wert von > 30 dB (siehe unten). Die Gesamt-



**Abbildung 4.1:**

Beat-note eines auf den Frequenzkamm frequenzstabilisierten Diodenlasers (GEECDL) für die Präzisions-Spektroskopie. RBW = 470 kHz.

rauschleistung  $P_{Noise}$  in dBm berechnet sich zu

$$P_{Noise}[dBm] = 10 \log \left( \frac{BW}{RBW} \right) + \bar{P}_{Noise}^{RBW}[dBm], \quad (4.1)$$

wobei  $\bar{P}_{Noise}^{RBW}$  der Mittelwert der Rauschleistung in dBm über die Auflösungsbandbreite RBW (*Resolution Bandwidth*) ist und  $BW$  die Filterbandbreite.

Als Beispiel hat die Messung in Abb. 4.1 einen Signalpegel  $P_{Signal}$  von 0,6 dBm und einen mittleren Rauschpegel von  $\bar{P}_{Noise}^{RBW} = -24,77$  dBm über die Auflösungsbandbreite (RBW) von 470 kHz. Dieses ergibt in einer Filterbandbreite  $BW = 10$  MHz nach Formel (4.1) eine Gesamtrauschleistung  $P_{Noise} = -11,49$  dBm, also ein Verhältnis von Signalpegel zu Gesamtrauschleistung von 12,09 dB. Aus der Übertragung des Leistungsverhältnis in das Spannungsverhältnis mit

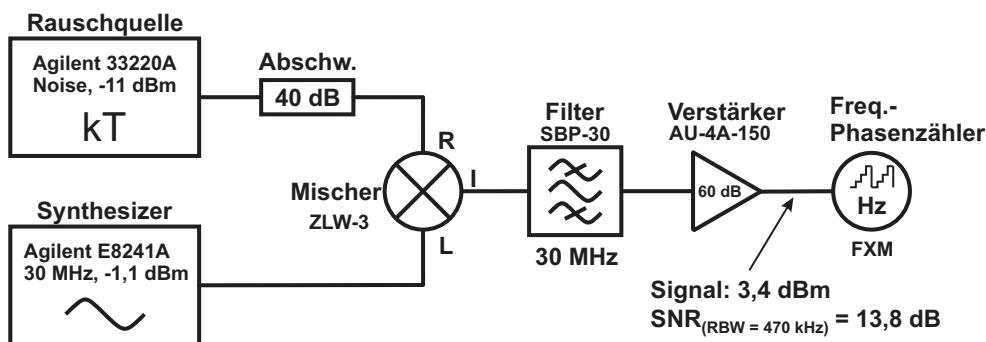
$$10 \log \left( \frac{P_{Signal}}{P_{Noise}} \right) = 20 \log \left( \frac{U_{Signal}}{U_{Noise}} \right), \quad (4.2)$$

ergibt sich ein Verhältnis von  $U_{Signal}/U_{Noise} = 4,02$ . D.h. ca. 25% der Signalamplitude werden von statistischem Rauschen dominiert, was eine genaue Frequenzerfassung über einen Frequenzzähler erschwert.

Im Folgenden soll die Abhängigkeit dieser Meßunsicherheit anhand eines Testsignals mit unterschiedlichem SNR und einem SBP-30 30 MHz Bandpassfilter (Mini-Circuits) untersucht werden. Dazu wird mittels einer Rauschquelle und eines Synthesizers ein Testsignal konstanter Intensität aber unterschiedlichem SNR erzeugt und der Phasenverlauf mit einem Phasenzähler (FXM Phasen/Frequenzmeter, Menlo Systems) gezählt. Anschließend wird der gemessene Phasenverlauf mit dem theoretischen Phasenverlauf der Testfrequenz verglichen. Phasendifferenzen von mehr als einem Zyklus markieren die SNR-Grenze für die *beat-note* Erfassung mit diesem Beispiel-Bandpass und einem Frequenzzähler.

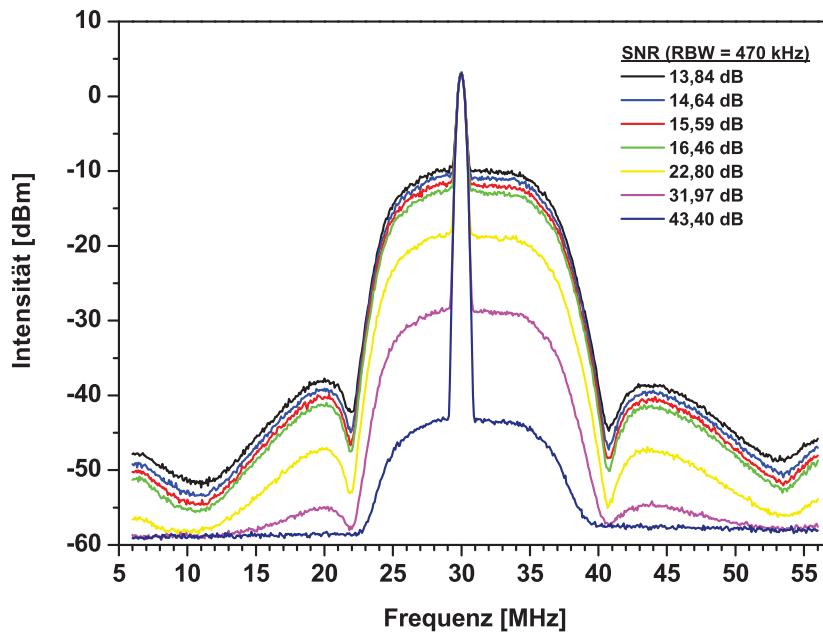
Abbildung 4.2 zeigt die verwendete experimentelle Anordnung. Als Rauschquelle dient ein Agilent 33220A Funktions-/Arbiträrsignalgenerator mit einem anschließenden 40 dB Abschwächer. Das 30 MHz Testsignal wird von dem Agilent E8241A Synthesizer erzeugt, welcher zusammen mit dem H-Maser auch als Referenzoszillator für den FC dient. Beide Signale werden über einen Mischer (ZLW-3, Mini-Circuits) vereint und danach mit dem Bandpass (SBP-30, Mini-Circuits) in einer Bandbreite von ca. 10 MHz bei der Zentralfrequenz von 30 MHz gefiltert. Die Signalanhebung um 60 dB auf ein Niveau von > 0 dB über einen AU-4A-150 Verstärker (Mitedq) stellt einen zur Frequenzzählung hinreichenden Signalpegel sicher. Die verwertbaren Signalpegel für Frequenzzähler liegen in der Regel zwischen einigen 10 mV und einigen V. In der Abbildung sind die jeweiligen Signalstärken für ein Testsignal  $\text{SNR} = 13,8 \text{ dB}$ ,  $3,4 \text{ dBm}$  angegeben.

Abbildung 4.3 zeigt die so erzeugten Testspektren um die Signalfrequenz von 30 MHz mit unterschiedlichen SNR. Die Ergebnisse der Phasendifferenz-Analysen von gezähltem Phasenverlauf des 30 MHz Testsignals zu dem theoretischem Phasenverlauf, sind in Abbildung 4.4 dargestellt.

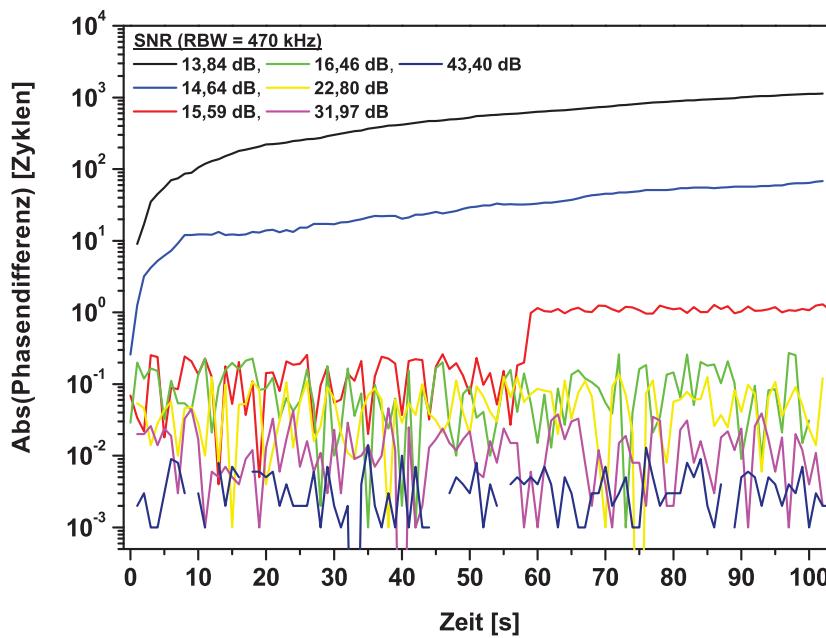


**Abbildung 4.2:**

Experimentelle Anordnung zur Erzeugung von Testsignalen mit unterschiedlichen SNR.

**Abbildung 4.3:**

Testspektren (Mittelung = 100) mit unterschiedlichen SNR um die Signalfrequenz von 30 MHz, aus dem Aufbau nach Abb. 4.2.

**Abbildung 4.4:**

Phasendifferenz von gezähltem Phasenverlauf eines 30 MHz Testsignals mit unterschiedlichen SNR nach Abb. 4.3, zu dem theoretischem Phasenverlauf.

$\text{SNR}_{(\text{RBW}=470\text{kHz})}$	$P_{\text{Noise}}$	$P_{\text{Signal}}$	$P_{\text{Signal}}/P_{\text{Noise}}$	$U_{\text{Signal}}/U_{\text{Noise}}$
[dB]	[dBm]	[dBm]	[dB]	
13,84	3,4	3,89	0,49	1,06
14,64	2,5	3,79	1,28	1,16
15,59	1,53	3,74	2,21	1,29
16,46	0,62	3,72	3,1	1,43
17,37	-0,35	3,66	4,01	1,59
22,8	-5,33	3,4	8,72	2,73
31,97	-15,25	3,41	18,66	8,57
40,56	-24,24	3,42	27,65	24,12
43,4	-27,52	3,42	30,94	35,23
45,89	-30,81	3,39	34,2	51,29

**Tabelle 4.1:**

Signal zu Rauschpegel (SNR), Integrierte Rauschleistung ( $P_{\text{Noise}}$ ), Signalpegel ( $P_{\text{Signal}}$ ) und Verhältnis von Gesamtrauschleistung zu Signalleistung für die erzeugten Testspektren zur Zähler-Phasendifferenz Analyse.

Tabelle 4.1 enthält die detaillierten Zahlenwerte der Signal zu Rauschpegel (SNR), Integrierte Rauschleistungen ( $P_{\text{Noise}}$ ), Signalpegel ( $P_{\text{Signal}}$ ) und Verhältnisse von Gesamt- rauschleistung zu Signalleistung sowie Signalamplitude zu mittlerer Rauschamplitude für die erzeugten Testspektren.

Das Ergebnis der Phasendifferenz-Analyse in Abb. 4.4 zeigt, daß bei den SNR von 13,84 dB und 14,64 dB kontinuierlich Rauschanteile von dem Zähler erfasst werden und sich zu einer zeitlich ansteigenden Phasendifferenz aufaddieren. Diese SNR sind also definitiv zu klein, um mittels Bandpass-Filterung durch den Zähler zuverlässig gezählt zu werden. Bei dem nächstgrößerem SNR von 15,59 dB kommt es erst nach 1 min zu einer Phasendifferenz von einem Zyklus (*cycle slip*) gegenüber dem theoretischen Phasenverlauf. Bei dem SNR von 16,46 dB wird die Frequenz bis auf Abweichungen von bis zu ca. 200 mHz erstmals zuverlässig gezählt. Dieses SNR markiert also in der spezifischen Signalstärke von 3,72 dBm und einem Verhältnis von 3,1 zu der Gesamt- rauschleistung von 0,62 dBm die Grenze. Das Amplitudenverhältnis ist in diesem Fall  $U_{\text{Signal}}/U_{\text{Noise}} = 1,43$ , d.h. rund 70% der Signalamplitude wird noch von statistischem Rauschen dominiert. Hier kann es über längere Zeiträume noch zu einem statistisch bedingten *cycle slip* -Ereignis kommen. Außerdem muß beachtet werden, dass bei vielen

Frequenzzählern wie z.B. bei dem in dieser Arbeit hauptsächlich verwendeten HP5345A Frequenzzähler, das Triggerlevel analog einstellbar ist. Eine leichte Abweichung von der Nulllinie, welche auch thermisch verursacht werden kann, führt dann u.U wiederum zu einem stärkeren Einfluss des Rauschuntergrundes und zu *cycle slip* Ereignissen. Eine sichere Erfassung des Phasenverlaufs oder der Frequenz eines Signals ist erst ab dem nächsten Test-SNR  $\geq 22,8$  dB (in der RBW von 470 kHz) gegeben, wo die Amplitudenverhältnisse von Rauschen und Signal sich signifikant zu unterscheiden beginnen. Im Allgemeinen ist eine *beat-note* zur Differenzfrequenzmessung zwischen zwei Lasern oder eines Lasers und dem FC im Laufe der Zeit diversen Intensitätsschwankungen unterworfen, die durchaus Amplitudenveränderungen von bis zu 10 dB betragen können. Ein SNR von 30 - 40 dB bei einer RBW von 470 kHz sollte daher für eine sichere Messsignalerfassung über einen Bandpass mit einer Passbreite von höchstens 10 MHz eingehalten werden. Wie in Abb. 4.4 zu erkennen ist, nimmt die Phasendifferenz mit zunehmendem SNR weiter ab. Soll eine *beat-note* für eine Phasenstabilisierung eines Lasers auf einen anderen oder auf den FC genutzt werden, so ist die Stabilität direkt mit dem SNR korreliert.

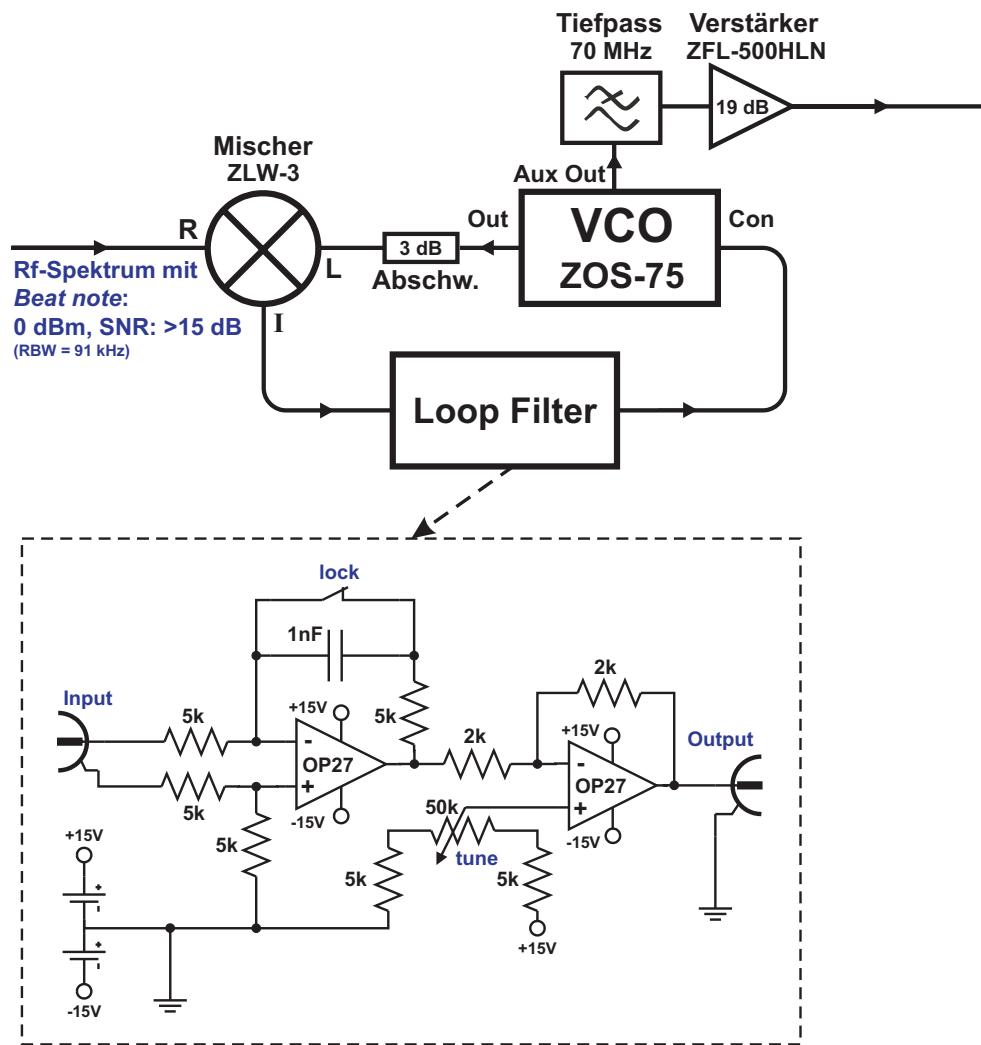
Die erreichbaren SNR bei *beat-notes* eines Lasers im mW Leistungsbereich mit dem FC liegen abhängig von der Lage im FC-Spektrum im Bereich von 15 - 40 dB (RBW = 470 kHz), (siehe Kap. 3.6). In den meisten Fällen ist das SNR also zu klein für eine fehlerfreie Erfassung mittels eines Bandpasses. Eine elegante Lösung dieses Problems stellt das Konzept der Tracking-Oszillatoren dar, welches im nächsten Abschnitt vorgestellt wird.

## 4.2 Tracking-Oszillator basierend auf Standard-Rf-Komponenten

Ein Tracking-Oszillator ist ein in der Frequenz regelbarer Oszillator oder VCO (*Voltage Control Oszillator*), der über eine gewisse Frequenzbreite auf eine spezifische Frequenz phasenstabilisiert werden kann. Das Ausgangssignal des Tracking-Oszillators stellt damit eine in der Amplitude stabile exakte Kopie des Eingangssignales, mit einem in der Regel deutlich größeren SNR, zu Verfügung. Damit eignet sich das aus der Radiotechnologie stammende Konzept des Tracking-Oszillators in hervorragender Weise, um eine *beat-note* zwischen zwei Lasern oder einem Laser und dem Frequenzkamm mit geringem und zeitlich schwankendem SNR, in ein stabiles Signal mit großem SNR für die Frequenzmessung oder Stabilisierung zu überführen.

Die drei wesentlichen Elemente eines Tracking-Oszillators sind ein Frequenzmischer, dessen Ausgangsspannung proportional zur Phasenabweichung bezüglich des Eingangssignales ist, also das Fehlersignal erzeugt, ein Regelfilter (*Loop Filter*), der das Fehlersignal frequenzabhängig verstärkt und ein VCO zur Erzeugung des Nutzsignals.

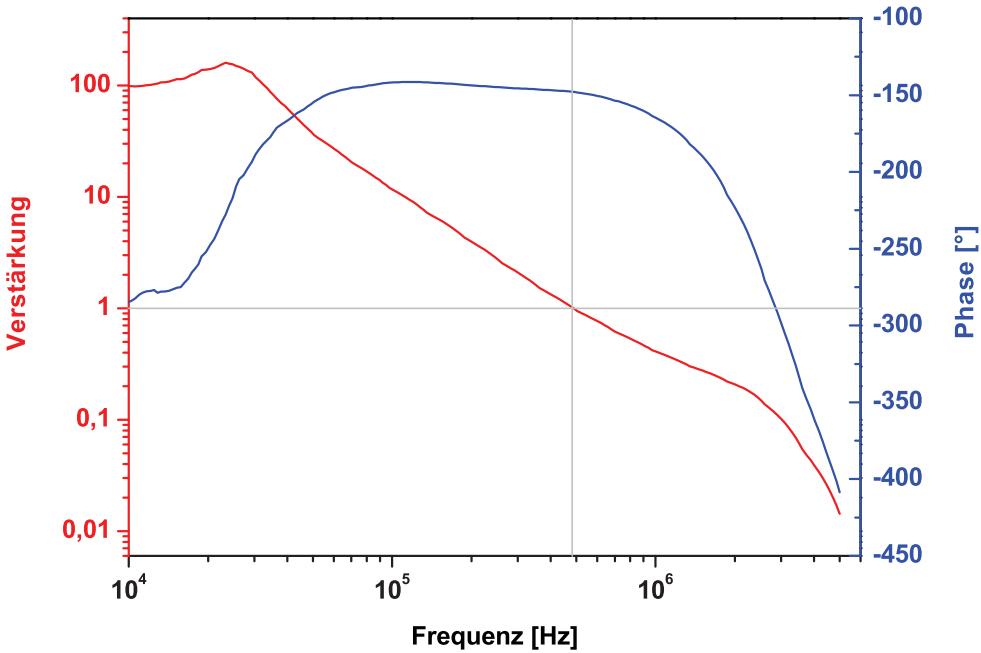
In der Abbildung 4.5 ist ein auf Standard-Rf-Komponenten basierender Aufbau eines



**Abbildung 4.5:**

Aufbau eines Tracking Oszillators für die *beat-note* Signalverarbeitung aus Standard-Rf-Komponenten

Tracking-Oszillator vorgestellt, welcher maßgeblich bei den Messungen zur Präzisions-Spektroskopie im Rahmen dieser Arbeit zum Einsatz gekommen ist. Als Frequenzmischer dient ein ZLW-3 (Mini-Circuits) mit einer Bandbreite von 0,025 - 200 MHz. Als VCO wurde in diesem Fall ein ZOS-75 (Mini-Circuits) ausgewählt, der einen Frequenzbereich von 1 Oktave in 37,5 - 75 MHz abdeckt. Dieser kann aber bei Bedarf durch entsprechende Modelle, die in verschiedenen Abstufungen dieser Baureihe von 25 - 200 MHz verfügbar sind, ausgetauscht werden. Das *Loop Filter* besteht aus einer einfachen Integratorstufe, welche neben der frequenzabhängigen Verstärkung die Aufgabe hat, die DC-Spanne des IF-Mischerausgangs auf die Abstimm-Spannungsbreite

**Abbildung 4.6:**

Open-loop Transferfunktion gemessen mit einer closed-loop Analyse des aus Standard-Rf-Komponenten basierenden Tracking-Oszillators.

des VCO's zu vergrößern. Der "lock"-Schalter schließt die Regelschleife. Mit Hilfe der anschließenden Addiererstufe lässt sich über den "tune"-Regler die VCO-Frequenz manuell in den Fangbereich abstimmen. Die Ausgangsfrequenz des VCO's wird an dem Aux Out-Ausgang (-12 dBm) abgegriffen. Ein 70 MHz Tiefpass am Ausgang des VCO's unterdrückt die höheren Harmonischen der Ausgangsfrequenz. Um den Signalpegel auf die notwendige Höhe für die Frequenz-/Phasenstabilisierung eines Lasers oder den Frequenzzähler anzuheben, wird abschließend mit einem ZFL-500HLN *Low Noise Amplifier* (Mini-Circuits) verstärkt. Bei einem Eingangssignalpegel von 0 dBm stellt ein SNR von 15 dB (RBW = 91 kHz) die untere Grenze für einen stabilen Betrieb dar. Das Ausgangssignal hat eine Stärke von 7 dBm mit einem SNR von ca. 70 dB (RBW = 91 kHz).

Abbildung 4.6 zeigt die Open-loop Transferfunktion aus einer closed-loop Analyse des Tracking-Oszillators. Die daraus abgeleitete Regelbandbreite, bezogen auf die Fehlersignal-Frequenz, welche mit der Verstärkung eins ausgeregelt wird (*unity gain* Punkt), liegt bei 489 kHz. Der -3 dB Punkt der Closed-loop Transferfunktion ist mit 942 kHz fast doppelt so groß. Die Kurve ist für Frequenzen ab 10 kHz aufgetragen, da das Messsystem mit dem HP3577A Netzwerkanalysator unterhalb dieser Frequenz, bei der die Verstärkung stark zunimmt, kein verlässliches Ergebnis liefert. Das Mess-

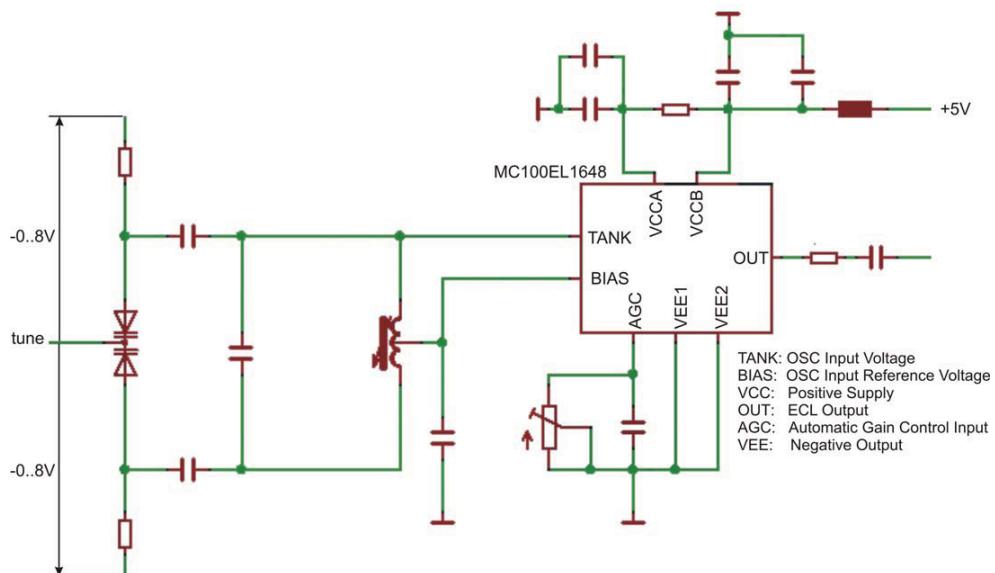
verfahren [82] ist optimiert für Messungen im Bereich des *unity gain* Punktes. Auch der Phasengang zeigt bis zum *unity gain* Punkt keine signifikante Zunahme der Phasendifferenz zwischen Ist- und Sollphase. Die Phasenzunahme unterhalb von 100 kHz ist aus dem oben angeführten Grund nicht von Bedeutung. Für die Phasenstabilisierung des für die Präzisions-Spektroskopie verwendeten GEECDL (siehe Kap. 6) ist eine Regelbandbreite von 46 kHz ausreichend [105]. Die erzielte mehr als zehnfach größere Regelbandbreite von 489 kHz dieses Tracking-Oszillators, ist also deutlich ausreichend für die angestrebten Verwendungszwecke des GEECDL in der Präzisions-Spektroskopie.

## 4.3 Entwicklung eines schnellen spannungsgesteuerten Oszillators für die Phasenstabilisierung

Um auch *beat-notes* von breitbandigeren Lasern bis 1 MHz, wie zum Beispiel Gitter-Diodenlaser (Littman oder Littrow-Anordnung), für eine Frequenzmessung oder Stabilisierung mit einem Tracking-Oszillator erfassen zu können, oder eine Phasenstabilisierung mit niedrigem Restphasenfehler zu realisieren, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein reaktionsschneller spannungsgesteuerten Oszillator (*Voltage-Controlled Oscillator*, VCO) entwickelt. Dieser VCO kann durch Kombination mit entsprechenden PLL-Filter, Frequenzmischer, Band-/Tiefpass-Filter und Abschwäichern, zu einem Tracking-Oszillator für diverse Anwendungsmöglichkeiten, wie Phasen-/Frequenzstabilisierung eines Lasers oder Stabilisierung einer Lichtwellenleiterstrecke eingesetzt werden.

Der VCO basiert auf einem VCO-Verstärker (MC100EL1648 5 V ECL **Voltage Controlled Oscillator Amplifier**) der Firma ON Semiconductor. Über einen externen Schwingkreis lässt sich dieser VCO-Verstärker zu einem VCO oder einer Festfrequenzquelle kombinieren. Eine Spannungsabhängigkeit der Resonanzfrequenz des Schwingkreises lässt sich über eine Kapazitätsdiode realisieren.

Abbildung 4.7 zeigt die Beschaltung des VCO-Verstärkers mit dem Schwingkreis des VCO's. Spannungsversorgung, Signalaufbereitung und Verstärkung sind nicht gezeich-



**Abbildung 4.7:**

Schwingkreis-Beschaltung des MC100EL1648 VCOA (ON Semiconductor) in dem schnellen VCO.

net. Die Kapazitätsdiode wird an den Anoden negativ vorgespannt. Die Regelspannung für die Kapazität der Diode wird an die Kathode angelegt, sie muß stets positiv gegenüber der Vorspannung sein, um einen DC-Stromfluß durch die Diode zu verhindern. Der VCO läßt sich um die Zentrale Frequenz von 56 MHz mit einer Steuerspannung von  $\pm 5$  V um  $\pm 4$  MHz durchstimmen. Es stehen zwei Ausgänge mit einem Signalpegel von jeweils 7,6 dBm zur Verfügung. In der Abbildung 4.8 ist die Euronorm  $100 \times 160$  mm Platine des VCO's abgebildet. Der VCOA-Baustein befindet sich auf der Rückseite unter dem Schwingkreis.

Abbildung 4.9 zeigt die *Open-loop* Transferfunktion des VCO's in einer Anwendung als Tracking-Oszillator, also kombiniert mit *Loop Filter* und Frequenzmischer. Die Regelbandbreite (*unity gain* Frequenz) liegt bei 1038 kHz. Das ist im Vergleich zu dem Ergebnis mit dem Tracking-Oszillator aus Abschn. 4.2 mehr als doppelt so groß. Da diese Angabe nur die Bandbreite der Kombination von *Loop Filter* und VCO angibt, gilt es die Frage zu beantworten, welches das beschränkende Glied in dem Regelkreis ist. Eine obere Schranke für die Regelbandbreite des VCO's ergibt sich aus der Modulations-Zeitkonstanten für die Kapazitätsdiode mit den Vorwiderständen vor Anode und Kathode. Da die Kapazität hierbei von der Gegenspannung abhängt, ergibt sich bei einem Gesamtvorwiderstandswert von  $1,1 \text{ k}\Omega$  im Spannungsbereich von 2 - 8 V (entspr.  $43,75$  -  $18,7$  pF), eine obere Schranke für die Bandbreite von 3,3 - 7,7 MHz.

Eine andere Möglichkeit die Bandbreitenreserve des Regelkreises festzustellen, besteht in der rechnerischen Ermittlung der Rauschunterdrückung über die Transferfunktion. Die Abhängigkeit der Rauschunterdrückung von Regelverstärkung und Phasengang wird im Folgenden für ein lineares System, an dem Beispiel des Tracking Oszillators hergeleitet. Die Signalantwort  $y(t)$  eines linearen kausalen Systems auf eine beliebige Anregung  $u(t)$  läßt sich als Faltung im Zeitbereich darstellen:

$$y(t) = \int_0^t \chi(\tau) u(t - \tau) d\tau. \quad (4.3)$$

Über die Laplacetransformation

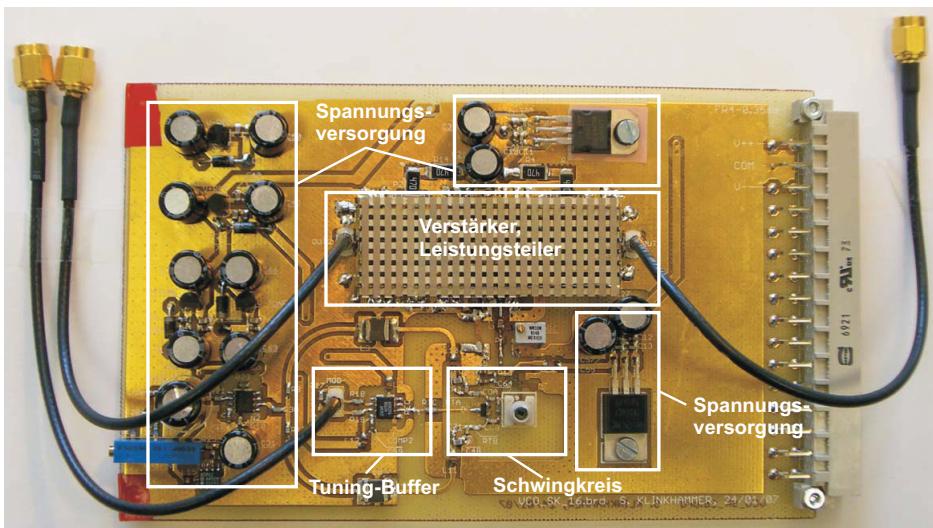
$$Y(s) = \mathcal{L}\{\chi(t) * u(t)\} = \int_0^\infty \chi(t) * u(t) e^{-st} dt = \chi(s)U(s) \quad (4.4)$$

mit der Frequenz  $s = i\omega$  als komplexer Größe, läßt sich die Faltung als Multiplikation im Frequenzbereich darstellen [106].  $\omega$  entspricht dabei der physikalischen Winkelgeschwindigkeit eines periodischen Signals. Die Funktion  $\chi(s)$ , welche eine Verstärkung von  $U(s)$  zu  $Y(s)$  transportiert, wird Transferfunktion des Systems genannt,

$$\chi(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}. \quad (4.5)$$

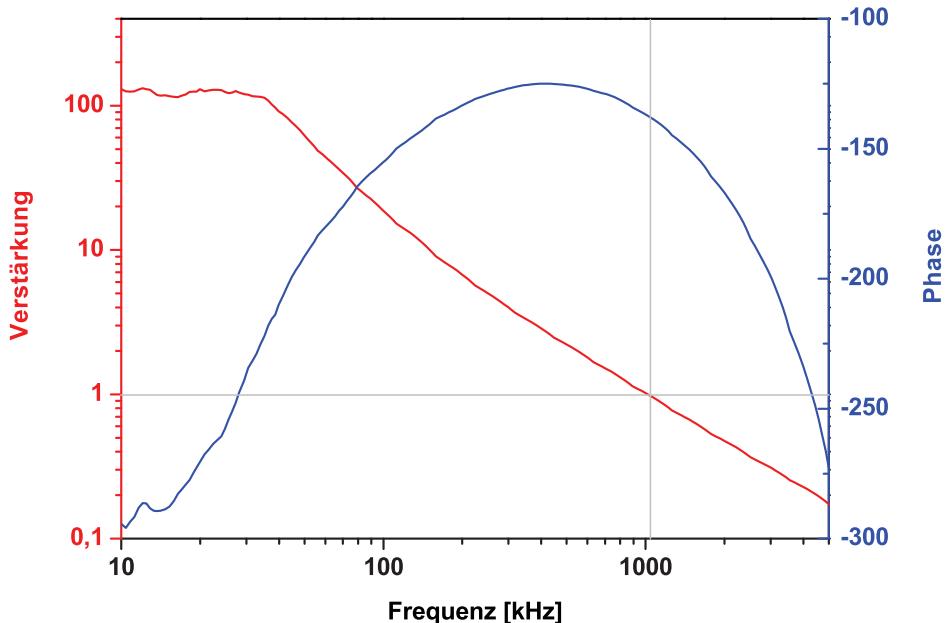
Die Transferfunktion  $\chi(i\omega)$  ist eine komplexe Zahl, die bei der Darstellung in Polarkoordinatenform

$$\chi(i\omega) = \chi_0(\omega) \cdot e^{i\varphi(\omega)} \quad (4.6)$$



**Abbildung 4.8:**

Euronorm 100 × 160 mm Platine des schnellen VCO's für die Phasenstabilisierung. Der MC100EL1648 (ON Semiconductor) VCOA-Baustein befindet sich auf der Rückseite unter dem Schwingkreis.



**Abbildung 4.9:**

*Open-loop* Transferfunktion aus einer *closed-loop* Analyse des schnellen VCO's für die Phasenstabilisierung in einer Anwendung als Tracking-Oszillator.

das Betragsverhältnis

$$\chi_0(\omega) = \frac{|Y(i\omega)|}{|U(i\omega)|} \quad (4.7)$$

und die Phasenverschiebung

$$\varphi(\omega) = \arg\{Y(i\omega)\} - \arg\{U(i\omega)\} \quad (4.8)$$

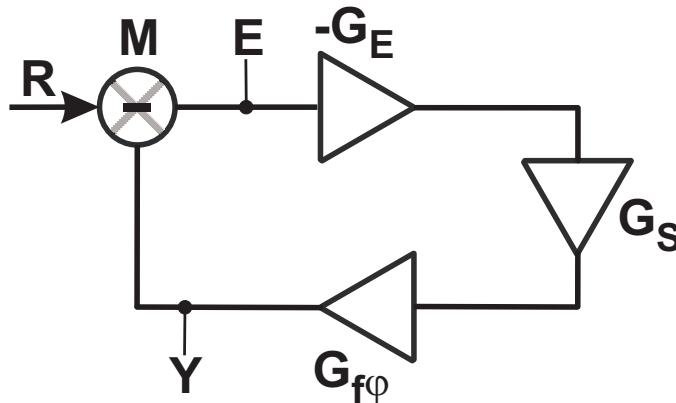
zwischen Systemantwort und Eingangssignal liefert [82, 106]. Abbildung 4.10 zeigt die schematische Darstellung des linearen Regelkreises eines Tracking-Oszillators. In dem Frequenzmischer M wird eine dem System aufgeprägte Frequenzmodulation, über  $G_{f\varphi}$  in eine Phasenmodulation umgewandelt und die Phasendifferenz zwischen Referenzsignal R und Systemantwort Y als Spannungs-Fehlersignal E ausgegeben. Dieses wird anschließend in dem *Loop Filter* mit der Transferfunktion  $-G_E$  verstärkt und dem Stellglied (VCO) mit der Transferfunktion  $G_S$  zugeführt. Im stationären Zustand muß also gelten:

$$Y - R = E = E \cdot (-G_E) \cdot G_S \cdot G_{f\varphi} - R, \quad (4.9)$$

$$\text{daher } E = -\frac{R}{1 + G_E G_S G_{f\varphi}}. \quad (4.10)$$

Hierbei ist  $G_o = G_E G_S G_{f\varphi}$  die Transferfunktion des offenen Regelkreises oder *open loop gain*. Störungen, die dem System von außen aufgeprägt sind (Rauschen R), werden also um den Faktor

$$S = \frac{1}{1 + G_o} \quad (4.11)$$



**Abbildung 4.10:**

Schematische Darstellung des linearen Regelkreises eines Tracking Oszillators (vergl. Abb. 4.5), (R: Referenzwert;  $-G_E$ ,  $G_S$ ,  $G_{f\varphi}$ : Transferfunktionen von, Regler (Loop Filter), Stellglied (VCO) und Frequenz-Phasenumsetzung im Mischer).

reduziert. Überschreitet der Phasenwinkel  $\varphi$  den Wert von  $180^\circ$  im negativen Bereich, so werden Störungen verstärkt, anstatt unterdrückt.

Für die *closed-loop* Transferfunktion  $G$  gilt in diesem Bild:

$$G = \frac{Y}{R} = \frac{E \cdot (-G_E) \cdot G_S \cdot G_{f\varphi}}{R} \quad (4.12)$$

$$= \frac{G_E \cdot G_S \cdot G_{f\varphi}}{1 + G_E \cdot G_S \cdot G_{f\varphi}} \quad (4.13)$$

$$= \frac{G_o}{1 + G_o} = G_o \cdot S \quad (4.14)$$

Eine detaillierte Darstellung der regelungstechnischen Grundlagen findet sich in [106].

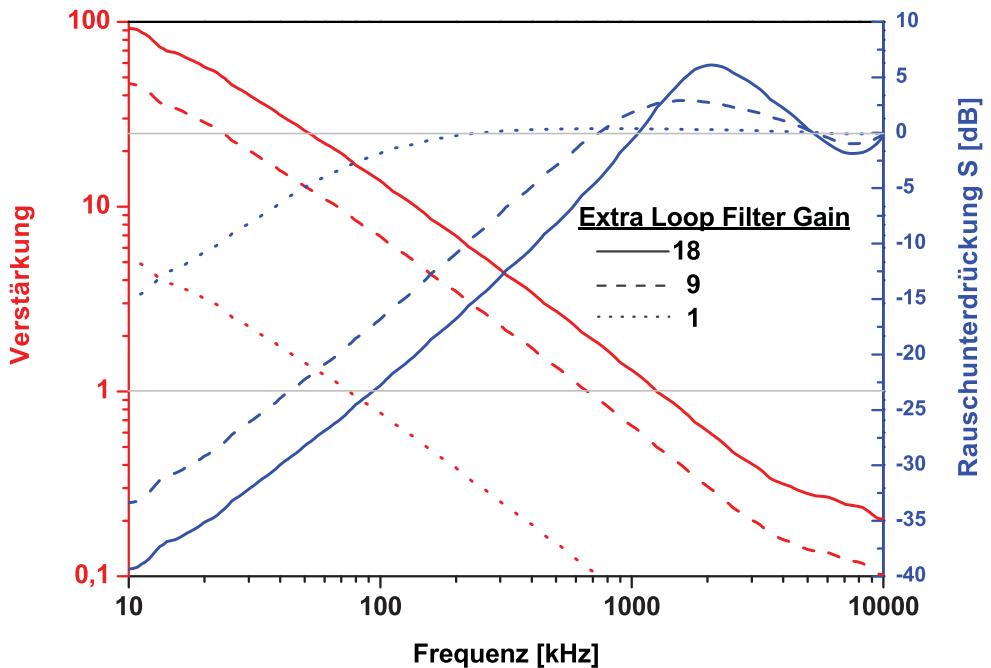
Um die maximale Bandbreite des VCO's bestimmen zu können, muß dessen Transferfunktion aus der Gesamttransferfunktion des Tracking-Oszillators extrahiert werden. Dazu wurde die Transferfunktion des offenen Gesamtregelkreises des Tracking-Oszillators und die Transferfunktion des Regelfilters (*Loop Filter*) ermittelt. Die Transferfunktion des offenen Regelkreises wurde hierbei aus einer *closed-loop* Analyse bestimmt. Die Integratorstufen müssen deaktiviert werden, um ein Aufsummieren von DC-Messignalanteilen bis an die max. Spannungsgrenze zu verhindern.

Den Amplituden- und Phasengang des VCO's bekommt man dann über den Quotienten des Amplitudenganges von Tracking-Oszillator und *Loop Filter*, bzw. durch die Differenz der einzelnen Phasengänge. Über die Multiplikation des Amplitudenganges des VCO's mit einem festen Faktor (*Extra Loop Filter Gain*), läßt sich eine Erhöhung der Regelverstärkung des Gesamtsystems durch die Annahme eines idealen *Loop Filters* ohne Phasengang simulieren.

Bei einer Erhöhung der Regelverstärkung  $G_0(\omega)$  um einen festen Faktor, verschiebt sich die *unity gain* Frequenz zu größeren Frequenzwerten, d.h. die vom Regelkreis erfasste Bandbreite nimmt zu. Die gesuchte frequenzabhängige Reduzierung des Fehlersignals (Rauschunterdrückung), läßt sich mit Formel (4.11) über die Absolutwertbildung der komplexen Größe  $S$  bestimmen. Als Stabilitätskriterium für die Rauschunterdrückung soll im Folgenden eine Verstärkung des Rauschens (*servo bump*) um 6 dB gelten. Ab dieser Grenze nimmt die Gefahr eines unkontrollierten Aufschwingens von Systemstörungen stark zu und das System wird instabil.

Abbildung 4.11 zeigt das Ergebnis einer solchen Simulation mit einer zusätzlichen Verstärkung (*Extra Loop Filter Gain*) von 18, 9 und 1 der VCO-Transferfunktion. Es ist zu erkennen, daß bei einem zusätzlichem Verstärkungsfaktor von 18 aufgefangenes Rauschen bei 2,07 MHz um 6,1 dB verstärkt wird, bei einer Zunahme der Regelbandbreite auf 1,26 MHz. Die maximale Rauschverstärkung des unverstärkten VCO's beträgt 0,38 dB bei 683 kHz, in einer Regelbandbreite von 74,8 kHz.

Aus diesen Ergebnissen kann geschlossen werden, dass bei dem Tracking-Oszillator in der vorliegenden Konfiguration der VCO das begrenzende Element für die Regelbandbreite ist. Die zu Beginn getätigte Abschätzung der Regelbandbreite anhand der Modulations-Zeitkonstante des Schwingkreises stellt nur eine obere Abschätzung ohne



**Abbildung 4.11:**

Rauschunterdrückungsanalyse des schnellen VCO, unter numerischer Einbeziehung der Regelverstärkung eines idealen *Loop Filters* (Extra Loop Filter Gain).

Berücksichtigung weiterer notwendiger Komponenten dar. Für eine limitierende Wirkung innerhalb des VCO's kommen außer dem Schwingkreis auch die Modulationssignalbereitung oder die Ausgangssignalverstärkung in Betracht, sowie u.U. auch parasitäre Kapazitäten und Induktivitäten der Leiterbahnen auf der Trägerplatine.

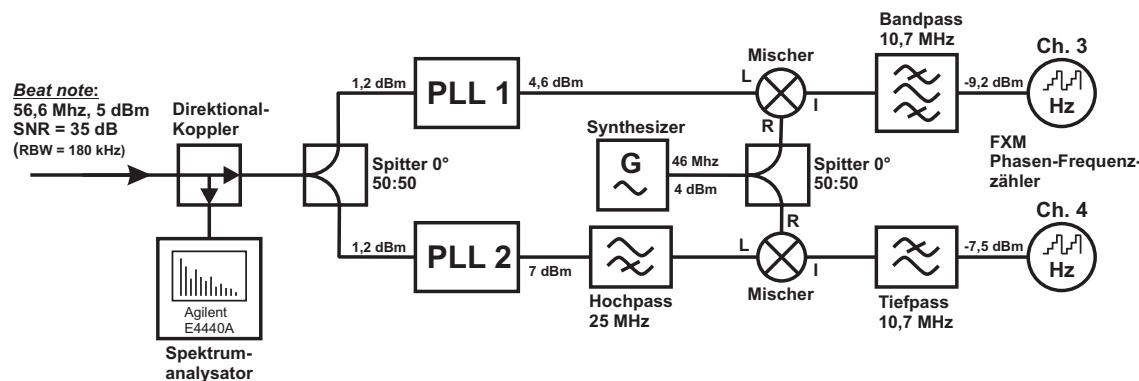
Die Möglichkeit von Phasenstabilisierungen mit sehr geringem Restphasenfehler von schmalbandigen Lasern für die ultrahochauflösende Spektroskopie, oder von Stabilisierungen einer breiten Palette von breitbandigen Lasern, ist aber mit der erreichten Bandbreite dieses VCO's gegeben.

Auf der Grundlage der positiven Ergebnisse des vorgestellten, auf dem MC100EL1648 VCOA basierenden VCO's, sind an dem Institut für Experimentalphysik weitere Realisierungen von noch breitbandigeren VCO's bzw. Tracking-Oszillatoren, z.B. mittels des JCOS-175LN VCO (Mini-Circuits) initiiert worden, welche sich zur Zeit noch in der Entwicklung befinden.

## 4.4 Nachweis der Phasenstabilität der Tracking-Oszillatoren

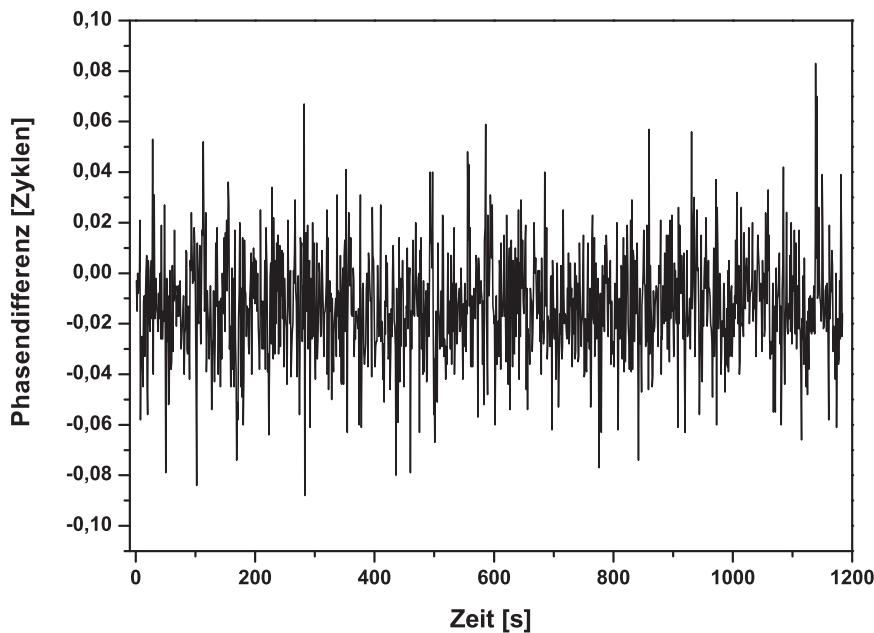
Um den Nachweis zu erbringen, daß die beiden in Abschn. 4.2 und 4.3 vorgestellten Tracking-Oszillatoren tatsächlich eine Phasenstabilisierung auf das Rf-Signal einer *beat-note* zwischen zwei Lasern, oder eines Lasers und dem FC ermöglichen, wurden beide Tracking-Oszillatoren gleichzeitig auf die *beat-note*, eines auf einen kryogenen Resonator stabilisierten Nd:YAG-Laser (siehe Kap. 5) und dem FC stabilisiert. Diese *beat-note* (siehe Abb. 5.7 oder 5.10) hat eine Breite von 284 kHz, was der Linienbreite der FC-Moden entspricht. Die relative Phasendifferenz eines auf die *beat-note* stabilisierten Tracking-Oszillators, variiert im Allgemeinen statistisch um einen von der Bandbreite des Tracking-Oszillators abhängigen Phasenschlupf, der jedoch im zeitlichen Mittel konstant bleiben muß. Der Phasenverlauf beider Tracking-Oszillatoren wurde dabei mit dem FXM Phasen/Frequenzmeter (Menlo Systems) gezählt. Bleibt die relative Phasendifferenz zwischen den Tracking-Oszillatoren im zeitlichen Mittel konstant, bzw. unterhalb weniger oder eines Zykusses, so ist damit belegt, daß beide Oszillatoren auf diese *beat-note* phasenstabilisiert sind.

Abbildung 4.12 zeigt die verwendete experimentelle Anordnung. Die Rf-*beat-note* wird hinter einem Direktional-Koppler, an dessen Koppel-Ausgang ein Spektrum-Analysator zur Überwachung der *beat-note* ist, an einem Splitter auf die Eingänge der beiden Tracking-Oszillatoren aufgeteilt. PLL (Phase Lock Loop) 1 stellt dabei den Tracking-Oszillator aus Abschn. 4.2 dar und PLL 2 ist der schnelle Tr.-Osz. aus Abschn. 4.3. Ein 25 MHz Hochpass begrenzt dort niederfrequente Rauschanteile unterhalb der Arbeitsfrequenz. Die Signale beider Tracking-Oszillatoren werden im



**Abbildung 4.12:**

Experimenteller Aufbau der Rf-Komponenten zur Erfassung der Phasendifferenz zwischen zwei auf eine *beat-note* stabilisierten Tracking-Oszillatoren. PLL 1: siehe Abschn. 4.2. PLL 2: siehe Abschn. 4.3.



**Abbildung 4.13:**

Phasendifferenz zwischen zwei Tracking Oszillatoren (Regelbandbreite = 489 kHz, bzw. 1038 kHz, siehe Abschn. 4.2 u. 4.3), welche auf die *beat-note* zwischen Frequenzkamm und einem kryogenen Oszillatator (siehe Kap. 5) phasenstabilisiert sind.

Die Abweichung der relativen Phasenlage bleibt stets unter 0 Zyklen  $\simeq 0,5$  rad.

Anschluß, für die bessere Verarbeitung in dem FXM Phasen/Frequenzmeter, auf eine Frequenz von 10,6 MHz heruntergemischt und auf getrennten Zählkanälen erfasst.

Das Ergebnis dieser Messung über einen Zeitraum von 1200 s ist in Abbildung 4.13 zu sehen. Das Signal-zu-Rauschverhältnis SNR betrug bei dieser Messung ca. 35 dB<sup>1</sup>, bei einer Auflösungsbandbreite von 180 kHz. Es ist zu erkennen, dass die relative Phasendifferenz der Tracking-Oszillatoren zueinander stets weit unterhalb eines Zyklusses bleibt und einen Wert von 0,5 rad nicht überschreitet.

Natürlich ist dieses Ergebnis nur exemplarisch für den hier verwendeten stabilisierten Nd:YAG-Laser. Ist eine Phasenstabilität für eine spezifische Laserstabilisierung mittels aktiver *beat-note*-Filterung durch einen Tracking-Oszillatator entscheidend, so muß die gezeigte Analyse jeweils entsprechend ausgeführt werden. Im allgemeinen hängt die hinreichende Höhe des *beat-note*-SNR, als Eingangssignal für den Tracking-Oszillatator, von der Frequenzinstabilität (Jitter) des jeweiligen Lasers ab.

<sup>1</sup>Nach den Ergebnissen aus Kap. 4.1 wäre eine sichere Signalerfassung bei diesem SNR auch ohne Tracking-Oszillatator möglich. Es gilt aber zu beachten, dass das SNR aufgrund thermischer und mechanischer Drifts im Frequenzkamm, welche die Leistungsverteilung auf die individuellen Frequenzkamm-Moden beeinflussen, um typischerweise bis zu  $\pm 10$  dB in diesem Messzeitraum schwanken kann.

---

# Kapitel 5

## Messungen an optischen Resonatoren

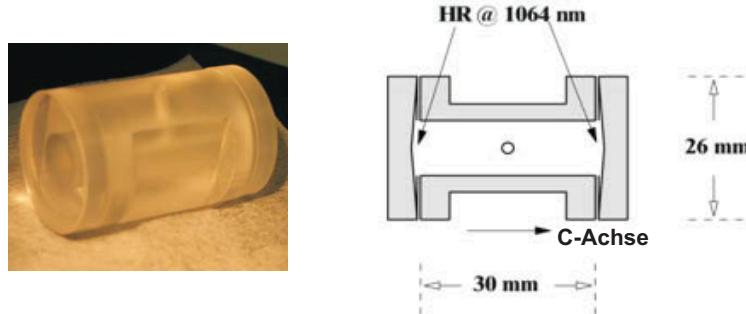
Die Transmission von Laserstrahlung durch optische Resonatoren unterschiedlichster Anordnungen (lineare (Stehwellen)-Resonatoren oder Ring-(Wanderfeld)-Resonatoren), kann zur Stabilisierung von Lasern auf höchstem Niveau verwendet werden. Unterschiedlichste Resonatormaterialien (Saphir ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ), ULE (*Ultra Low Expansion Glass*), Silzium,  $\text{CaF}_2$ , Zerodur (Glaskeramik) usw.) mit geringem thermischem Ausdehnungskoeffizient, sowie Spiegelbeschichtungen höchster Reflektivität erlauben eine absolute Frequenzstabilität mit Driftraten im Bereich von einigen Hz/Tag [107] und Linienbreiten im Sub-Hz Bereich mit Frequenzinstabilitäten von  $10^{-15}$  [108, 109].

Solche ultrastabilen optischen Oszillatoren ermöglichen grundlegende Untersuchungen zur allgemeinen und speziellen Relativitätstheorie [110, 111, 112, 113, 114], ultra-hochauflösenden Spektroskopie, die Suche nach Symmetrieverletzungen [115] oder der zeitlichen Veränderung von Fundamentalkonstanten [8, 116]. Eine wichtige Anwendung in jüngerer Zeit stellt auch der Einsatz als Lokaloszillator bei der Konstruktion einer optischen Atomuhr dar [8, 40, 42].

Die Stabilität eines optischen Resonators wird durch die Empfindlichkeit gegenüber äußeren Einflüssen (Temperaturschwankungen, Verformung durch Neigung im Gravitationsfeld, braunsche Molekularbewegung der Oberflächenmoleküle [117]), sowie intrinsischen Effekten (Kristallisation (*creeping*)) limitiert. Einige Materialien wie ULE, Saphir, Silizium oder  $\text{CaF}_2$  weisen einen Nulldurchgang des thermischen Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  bei Raumtemperatur und/oder bei kryogenen Temperaturen auf. Ein Maximum an Stabilität kann daher bei einem Einsatz am einem kryogenen  $\alpha = 0$  Punkt erreicht werden, an dem das braunsche Rauschen klein ist.

### 5.1 Kryogene Saphir-Resonatoren

Als unabhängige Kurzzeit-Referenz-Oszillatoren stehen dem Institut für Experimentalphysik zwei Saphir Resonatoren ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) [118] zur Verfügung, welche bei kryogenen Temperaturen betrieben werden können. In Abbildung 5.1 ist ein Foto und ein schematischer Schnitt dargestellt. Die Resonatorlänge beträgt  $L = 30$  mm und der Durch-



**Abbildung 5.1:**

Optischer Saphir ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) Resonator mit hochreflektiven Spiegeln für  $\lambda = 1064 \text{ nm}$ .

messer ist 26 mm (Innendurchmesser = 10 mm). An den polierten Endflächen sind Saphirspiegel mit einem Krümmungsradius von  $r = 1 \text{ m}$  optisch kontaktiert, mit einer dielektrischen hochreflektiven Beschichtung für den Wellenlängenbereich um  $1 \mu\text{m}$ . Geeignete Parameter für die Charakterisierung eines Resonators sind der freie Spektralbereich (FSR)

$$FSR = \frac{c}{2L} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 5 \text{ GHz}, \quad (5.1)$$

die Linienbreite  $\delta\nu$  und die Güte (*Finesse*)

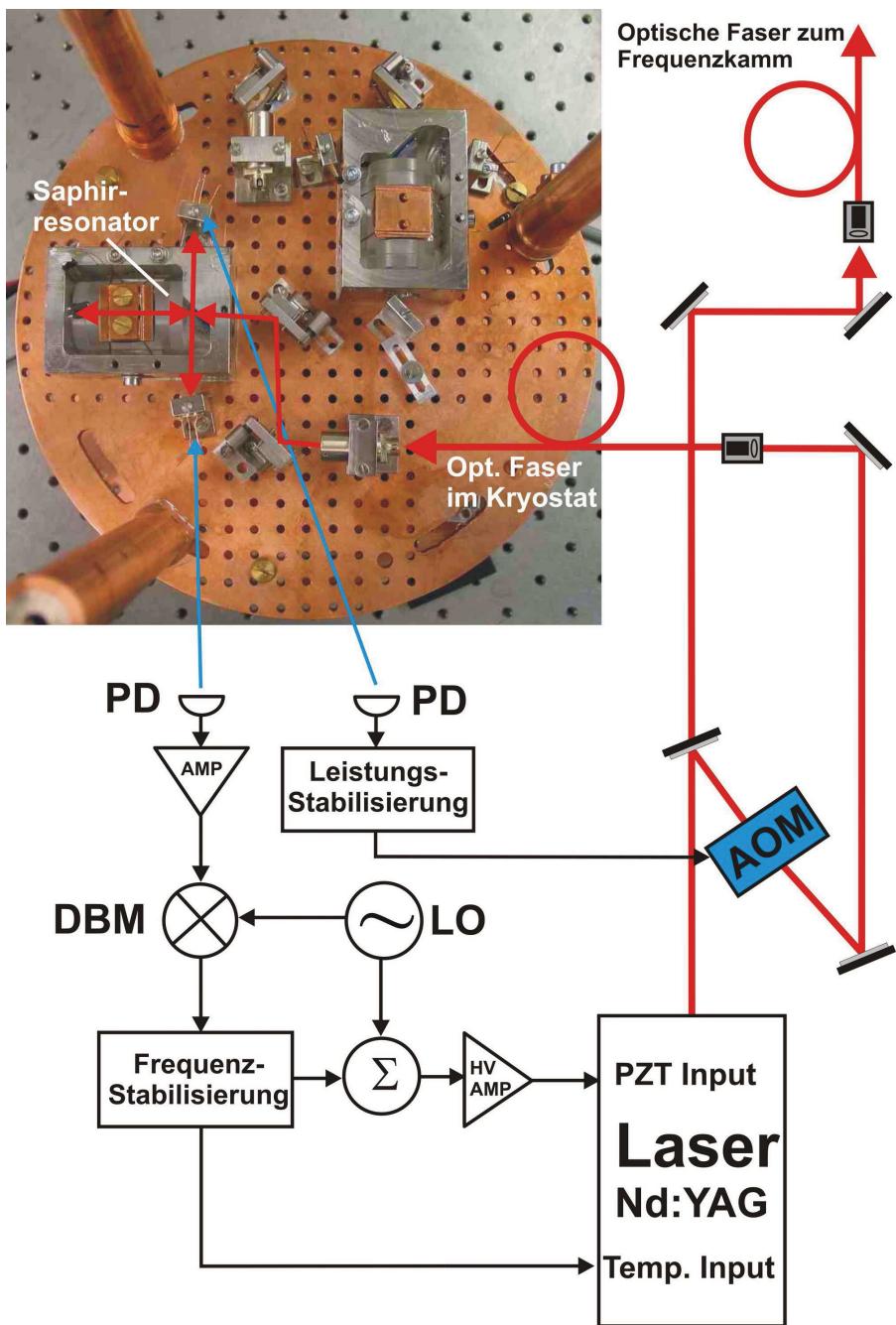
$$\mathcal{F} = \frac{FSR}{\delta\nu}. \quad (5.2)$$

Die Linienbreiten für die Resonatoren liegen bei ca. 40- bzw. 80 kHz [118, 119], was Güten von ca. 125000 und 62500 entspricht. Ein weiterer, für eine Verwendung als Referenz-Oszillator wesentlicher Parameter ist der thermische Ausdehnungskoeffizient  $\alpha$ . Unterhalb Temperaturen von 5 K gilt eine  $\alpha \sim T^3$  Abhängigkeit von  $\alpha = 7 \cdot 10^{-13} T^3 / \text{K}^4$  [118]. Für eine typische Betriebstemperatur von 3,3 K in dieser Arbeit, ergibt sich darüber  $\alpha_{\text{Al}_2\text{O}_3}(3,3\text{K}) = 2,5 \cdot 10^{-11} \text{ K}^{-1}$ . Der Wert für ULE (ultra-low expansion glas), dessen Temperaturkoeffizient im Raumtemperaturbereich minimal wird und daher sowohl experimentelle als auch systematische Vorteile bietet, ist von der Größenordnung  $\sim 10^{-9}/\text{K}$  [118]. Darüber hinaus bietet Saphir eine geringere Drift der Resonatorlänge und niedrige Empfindlichkeit gegenüber Verformungen durch Neigung oder Beschleunigungen.

Die tatsächliche thermische Ausdehnung eines Resonators, weicht aufgrund der Wechselwirkung der Halterung mit der Kavität, von dem reinen Wert für das Resonatormaterial ab (siehe Abschn. 5.3). Die Resonatoren sind in der Vergangenheit mehrfach erfolgreich für die Stabilisierung von Lasern [118, 119] und Tests der Relativitätstheorie [110, 111, 120] in unterschiedlichen experimentellen Aufbauten eingesetzt worden.

## 5.2 Experimenteller Aufbau

Abbildung 5.2 zeigt eine schematische Darstellung der Laserstabilisierung auf einen kryogenen Saphir Resonator, zusammen mit einem Foto der Trägerplatte aus sauerstofffreiem hochleitenden Kupfer, den Resonatoren und den optischen Elementen. Die Trägerplatte ist mechanisch über drei Edelstahlsäulen an den Aufbau befestigt und über Teflonscheiben thermisch isoliert. Der Wärmeabfluß zu der zweiten Stufe des Pulsröhrenkühlers (siehe Abschn. 5.2.1) wird zur Schwingungsisolation über flexible Kupferlitze realisiert. Das Laserlicht wird dem Resonator über einen Lichtwellenleiter zugeführt. Zur Strahleinkopplung in die Resonatoren dienen jeweils ein Faserkollimator und ein dielektrisches Spiegelpaar. Vor jedem Resonator befindet sich ein Strahlteiler, der einen Teil des einlaufenden und auslaufenden Strahls auf die Photodioden zur Istwerterfassung für die Leistungs- bzw. Frequenzstabilisierung aufteilt. Als optischer Lokal-Oszillator dient ein diodegepumpter 1064 nm Nd:YAG Laser, mit nichtplanarer Ringgeometrie (Mephisto OEM 200 NE) der Firma InnoLight. Als Stellglied für die Leistungsstabilisierung in einem herkömmlichen *Feedback-Loop* dient ein AOM. Die Frequenzstabilisierung wird mit Hilfe des Pound-Drever-Hall-Verfahrens realisiert (siehe Abschn. 5.2.2). Der Aufbau befindet sich in einem Vakuumgefäß bei etwa  $5 \cdot 10^{-6}$  mbar. Die Resonatoren dienten vormals in dieser experimentellen Anordnung, zusammen mit einem zweiten Laser und mittels eines rechnergesteuerten Drehtisches rotierbar, einem Experiment zum Test der Lorentz-Invarianz. Eine detaillierte Darstellung und Charakterisierung der Stabilisierungselektronik und der Messparameter, findet sich in [120, 112, 113].

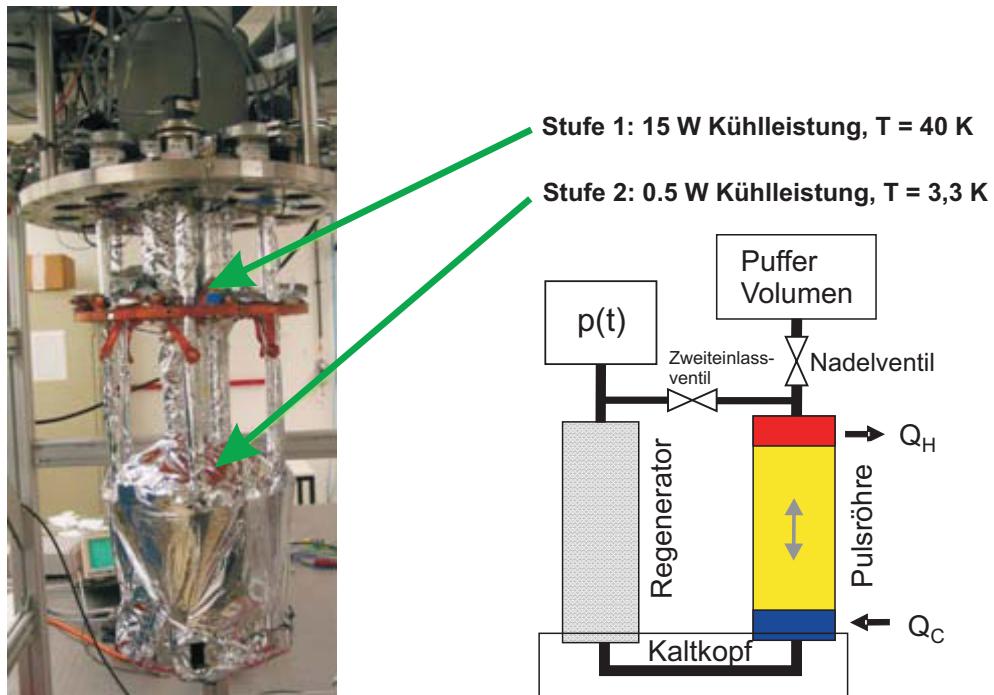


**Abbildung 5.2:**

Schematische Darstellung der Laserstabilisierung auf einen kryogenen Saphir Referenz-Oszillator.  
 PD: Photodiode, LO: Lokaloszillator, DBM: Mischer (*double balanced mixer*), AOM: akustooptischer Modulator.

### 5.2.1 Zweistufiger Pulsrohrkühler

Die Trägerplatte mit den Resonatoren wird mithilfe eines zweistufigen “double-inlet” Pulsröhrenkühler (PTC) [121] auf eine Temperatur bis hinab zu 3,3 K gekühlt. Abbildung 5.3 zeigt ein Foto des an dem Verschlussflansch des Kryostaten befestigten PTC mit der Trägervorrichtung, zusammen mit dem Funktionsschema einer PTC-Stufe. Der Aufbau wird durch ein mit der ersten Kühlstufe verbundene, mit superisolierender Aluminiumfolie umgebenen, Kupferschild gegen die 300 K -Wärmestrahlung der Kryostatwände isoliert (nicht gezeigt). Die zweite Kühlstufe mit der Trägerplatte wird abermals durch superisolierende Aluminiumfolie gegen die verbleibende Wärmestrahlung geschützt. Der Wärmetransport in dem PTC von dem Kaltkopf zu dem Wärmetauscher, wird durch einen von periodischer Druckveränderung getriebenen, in der Pulsröhre oszillierenden (Helium-4) Gaspuls realisiert. Hierbei entspannt sich der Gaspuls stets an dem Kaltkopf und absorbiert die Wärme  $Q_C$ . Die Wärmeabgabe  $Q_H$  geschieht entsprechend durch Kompression des Pulses an dem Ort des Wärmetauschers. Im Falle eines in der ersten Stufe dieses Hybridsystems verwendeten Gifford-McMahon Typ PTC's, wird die Druckoszillation  $p(t)$  (ca. 1 Hz) durch einen 6 kW Heliumkompressor (Leybold, Modell RW6000) in Kombination mit einem Drehventil generiert, welches periodisch die Hoch-



**Abbildung 5.3:**

Foto des Kryostaten mit dem zweistufigen Pulsröhrenkühler (links) und eine schematische Darstellung der Funktionsweise einer Kühlstufe (rechts).

druckseite und die Niederdruckseite des Kompressors mit dem Regenerator des Kühlers verbindet. Der Regenerator besteht aus durchlässigem Material mit anormal hohen volumenspezifischen Wärmekapazitäten nahe 4 K ( $\text{ErNi}$ ,  $\text{Er}_3\text{Ni}$ ,  $\text{ErNi}_{0.9}\text{Co}_{0.1}\text{Pb}$ ) und dient als temporärer Wärmespeicher durch den die Druckwelle aus dem Drehventil vorgekühlt wird, bevor sie in die Pulsröhre eintritt, bzw. auf Raumtemperatur aufgewärmt wird, bevor sie den Kühler wieder verlässt. Der optimale Phasenwinkel zwischen der Druckoszillation und dem schwingenden Gasfluss wird durch das Nadelventil und dem Puffervolumen am heißen Ende der Pulsröhre abgestimmt. Der Vorteil eines solchen PTC liegt in der Abwesenheit beweglicher Teile in dem Kühler, was die erzeugten Vibrationen bis auf ein durch Deformation aufgrund der Druckmodulationen erzeugtes Minimum, erheblich reduziert.

Die Kühlleistung liegt bei 15 W in der ersten Stufe und 0,5 W in der zweiten Stufe, wodurch Temperaturen von 40 K bzw. 3,3 K erreicht werden. Eine Temperaturstabilisierung wird durch Heizwiderstände an den Stufen realisiert.

### 5.2.2 Pound-Drever-Hall Stabilisierung

Die Frequenzstabilisierung des Nd:YAG Lasers auf die Resonanzfrequenz des Resonators erfolgt mittels des Pound-Drever-Hall-Verfahrens [122]. Bei diesem Standardverfahren zur Stabilisierung eines Lasers auf einen optischen Resonator wird dem Trägerfeld mit der Frequenz  $f_0$  eine Phasenmodulation (PM) mit der Frequenz  $\omega$  aufgeprägt. Die Modulationsfrequenz ist üblicherweise so groß, dass die PM-Seitenbänder außerhalb der Resonanz des Resonators liegen, wenn der Träger resonant ist. Anstelle eines häufig zur Phasenmodulation genutzten EOM (*electro-optic modulator*) in dem Laserstrahl, wird hier die Modulation mithilfe eines auf dem Nd:YAG-Kristall aufgebrachten Piezoelementes übertragen (siehe Abb.5.2). Dies bietet den Vorteil einer geringerer ausgeprägten Amplitudenmodulation, wodurch Offsetverschiebungen in dem Fehlersignal reduziert werden [120], jedoch verbunden mit dem Nachteil, dass keine modulationsfreie Nutzstrahlung verfügbar ist. Das Fehlersignal wird aus der vom Einkoppelspiegel des Resonators zurücklaufenden Strahlung in Verbindung mit dem Modulationssignal abgeleitet, wobei die Anordnung für Frequenzabweichungen über Zeiten  $\tau > \tau_C$  als Frequenzdetektor, bzw.  $\tau < \tau_C$  als Phasendetektor arbeitet, mit  $\tau_C = Q/f_C$  als Speicherzeit des Resonators ( $Q$ : Resonatorgüte,  $f_C$ : Resonanzfrequenz). Das Licht auf dem Photodetektor besteht aus der Überlagerung der direkt reflektierten Laserstrahlung mit den Seitenbändern und dem aus dem Resonator austretenden *Leakage*-Feld, das den Resonator durchlaufen hat. Im Resonanzfall beträgt die Phasendifferenz zwischen dem *Leakage*-Feld der im Resonator ausgeprägten Stehwelle und der Trägerfrequenz  $180^\circ$ , was zu einem Minimum in der Reflexion der Trägerwelle führt. Die Stehwelle in dem Resonator entspricht in diesem Fall einer Mittelung der Phasenentwicklung der einlaufenden Trägerwelle über die Speicherzeit  $\tau_C$ . Die Phasen des Schwebungssignals zwischen reflektierten Seitenbändern und dem auf kurze Zeitskalen stabilen *Leakage*-Feld, ist somit sehr empfindlich gegenüber schnellen Phasenänderungen des Lasers und lässt sich

über die Mischung mit der Modulationsfrequenz  $\omega$  in ein dispersives Fehlersignal umwandeln.

Für Phasenabweichungen des Lasers auf Zeitskalen größer als die Resonatorspeicherzeit folgt das Resonatorfeld der Trägerfrequenz und das System geht in einen Frequenzdetektor über. Im Resonanzfall löschen sich die Schwebungssignale von unterem und oberem Seitenband mit dem Trägerfeld perfekt aus, während bei Abweichung von der Resonanz Modulationsseitenbänder und Trägerfeld unterschiedliche Phasenverschiebungen und Reflexionsstärken erfahren und somit ein dispersives Fehlersignal über dem Abstand der Seitenbänder erzeugen.

## 5.3 Thermischer Ausdehnungskoeffizient

Durch eine kontinuierliche Frequenzmessung des auf einen optischen Resonator stabilisierten Lokaloszillatoren während einer Temperaturänderung  $\Delta T$ , ist es möglich den thermischen Ausdehnungskoeffizient  $\alpha$  des Resonatormaterials zu bestimmen. Während der Temperaturänderung und der damit verbundenen Längenveränderung, bleiben die longitudinale und transversale Modenzahlen durch die Anpassung der Laserfrequenz erhalten. Für eine Längenänderung  $\Delta L$  des Resonators gilt also:

$$\Delta L = L_1 - L_2 = \frac{N}{2}(\lambda_1 - \lambda_2) = \alpha L_1 \Delta T. \quad (5.3)$$

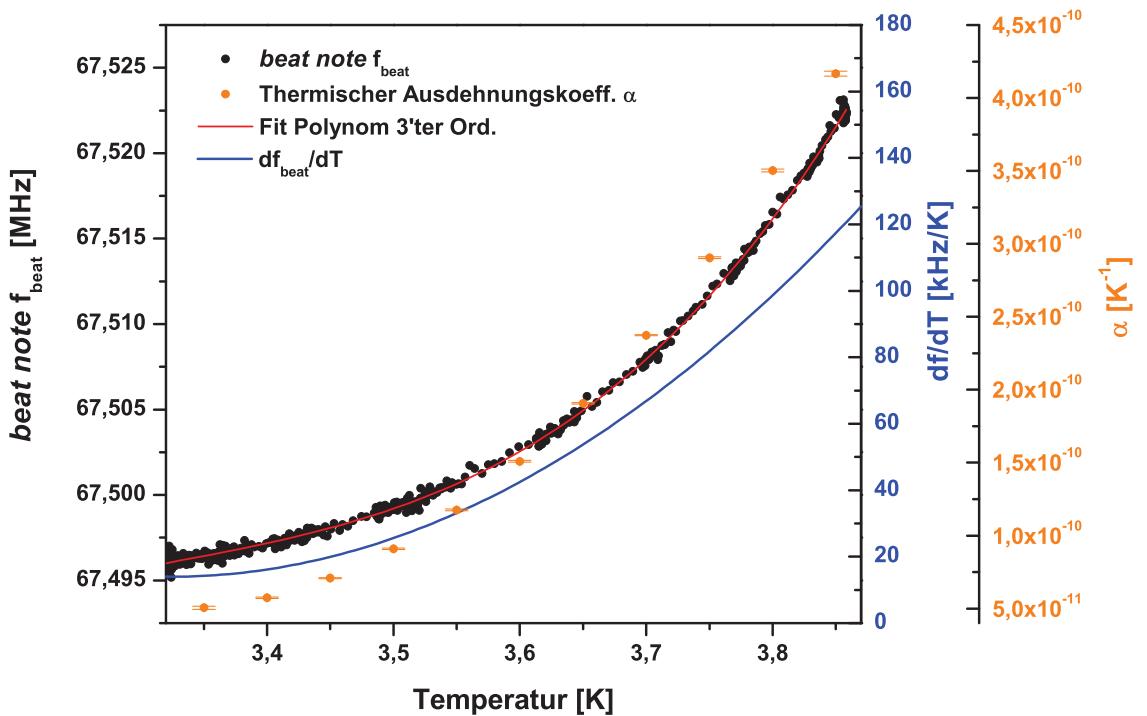
Hierbei ist  $L_1$  die Länge vor, bzw.  $L_2$  nach der Temperaturänderung  $\Delta T$ .  $N$  ist longitudinale Modenzahl für die Stehwelle im Resonator mit den Wellenlängen  $\lambda_1$  bzw.  $\lambda_2$ . Mit  $L_1 = (N/2)\lambda_1$  folgt

$$\alpha = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 \Delta T} = \frac{\nu_2 - \nu_1}{\Delta T \nu_2} = \nu^{-1} \frac{\Delta \nu}{\Delta T}. \quad (5.4)$$

Im Grenzübergang infinitesimaler Temperaturänderungen ergibt sich also

$$\alpha = \nu^{-1} \frac{d\nu}{dT}. \quad (5.5)$$

Der thermische Ausdehnungskoeffizient lässt sich also in einfacher Weise über die Ableitung der *beat-note* als Funktion der Resonatortemperatur, und der Bestimmung der absoluten Lokaloszillatofrequenz bestimmen. Abbildung 5.4 zeigt das Ergebnis einer kontinuierlichen optischen Frequenzmessung des Saphir-Resonators während einer Abkühlung von 3,85 K zu 3,32 K über einen Zeitraum von 22 Minuten. Die *beat-note* als Funktion der Resonatortemperatur lässt sich in guter Näherung über ein Polynom 3'ter Ordnung angleichen (Korrelation R = 0,9997). Die gesuchte Ableitung inklusive Fehler für die Berechnung von  $\alpha$  lässt sich aus den Funktionsparametern und der Fehlerentwicklung des Fit-Algorithmus (*Least Square*-Verfahren) ableiten, indem das Polynom an der Stelle



**Abbildung 5.4:**

Bestimmung des thermischen Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  eines Saphir-Resonators, durch eine kontinuierliche optische Frequenzmessung während der Abkühlung.

$x_0$  entwickelt wird.

$$y = a_1 + a_2(x - x_0) + a_3(x - x_0)^2 + a_4(x - x_0)^3 \quad (5.6)$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0} = a_2 \quad (5.7)$$

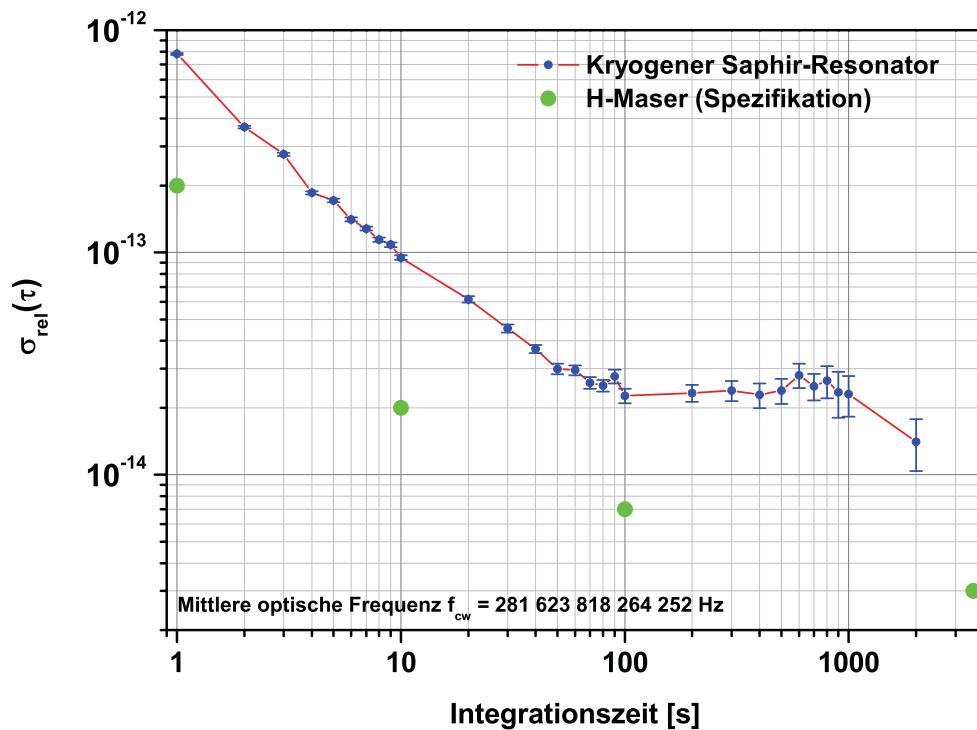
Da die Frequenzänderung relativ zu der absoluten optischen Frequenz von 281,623 THz sehr gering ist, entspricht der Verlauf des Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha$  nach Gl. (5.5) einem Polynom 2'ter Ordnung und weicht somit deutlich von dem theoretischen  $\alpha \sim T^3$  für das kristalline Resonatormaterial (Saphir) ab. Die Ursache liegt in dem Einfluß der Resonatorhalterung begründet. Ein weiterer systematischer Fehler bei der Bestimmung von  $\alpha$  ergibt sich daraus, dass die Resonatortemperatur nicht direkt am Resonator, sondern an der Halterung gemessen wird. Der Temperaturausgleich des Resonators mit der Halterung erfolgt daher nach einer allgemein von der Temperatur abhängigen Zeitdifferenz. Dieses Problem ließe sich bei zukünftigen Messungen durch eine periodische Temperaturänderung (z.B. durch die Heizwiderstände zur Temperaturstabilisierung an der Unterseite der Trägerplatte) vermeiden. Eine Phasenverschiebung zwischen Temperaturverlauf und Resonatorfrequenz wäre dann nicht von Bedeutung,

weil zur Berechnung von  $\alpha$  über Gl. (5.4) nur die Amplituden der Variationen einfließen. Bei einer Temperatur von 3,35 K ergibt sich aus der oben ausgeführten Messung ein effektiver thermischer Ausdehnungskoeffizient für den gehaltenen Resonator von  $(5 \pm 0,1) \cdot 10^{-11} \text{ K}^{-1}$ , was in der Größenordnung für das Saphirmaterial an sich liegt.

## 5.4 Frequenzstabilität des kryogenen optischen Resonators

Ein wichtiges Kriterium für die Verwendung des kryogenen Saphir-Resonators als optische Referenzquelle ist die Kenntnis der Frequenzstabilität auf mittleren und langen Zeitskalen.

Abbildung 5.5 zeigt die Allan-Standardabweichung einer Frequenzmessung am Resonator über  $> 10000$  s, welche schon in Kap. 3.5 - Abb. 3.25 vorgestellt wurde. Es wurde hierbei die dimensionslose Allan-Standardabweichung  $\sigma_{\text{rel}}(\tau)$  des Quotienten  $f_{\text{beat}}/f_{\text{cw}}$  dargestellt. Eine untere Grenze für die Werte von  $\sigma_{\text{rel}}(\tau)$  stellt dabei natürlich stets die Allan-Standardabweichung des als Rf-Referenz für den Frequenzkamm dienen-



**Abbildung 5.5:**

Allan-Standardabweichung einer Frequenzmessung des kryogenen Saphir-Resonators mit dem Frequenzkamm. Als Rf-Referenz des Frequenzkamms dient ein GPS gestützter H-maser.

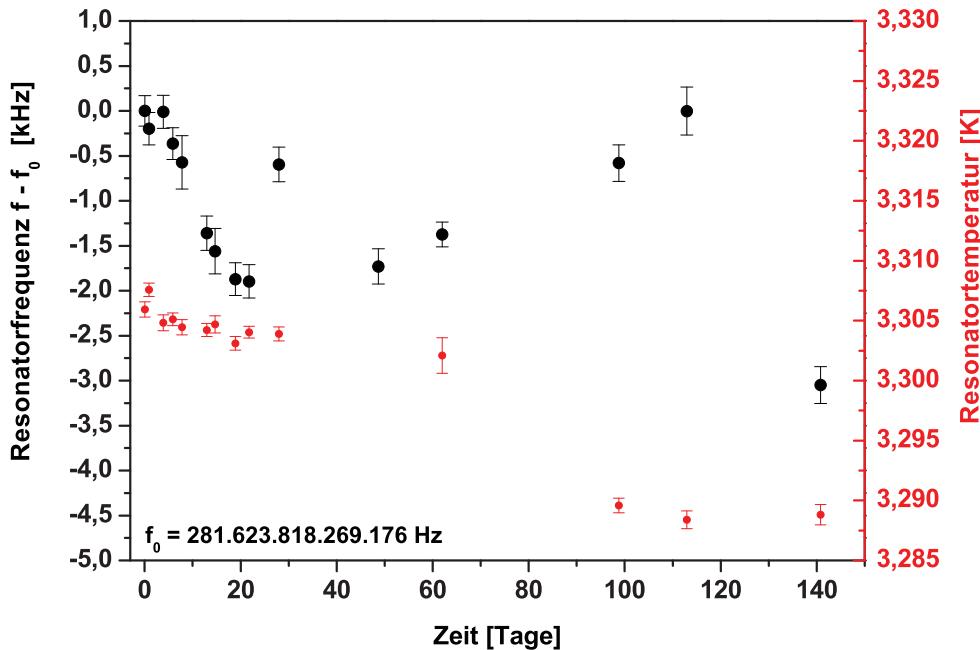
den H-masers (siehe Abb. 3.1) dar. Von der Integrationszeit  $\tau = 1$  s bis  $\tau = 100$  s nimmt die Instabilität von  $7,8 \cdot 10^{-13}$  bis  $2,3 \cdot 10^{-14}$  kontinuierlich ab<sup>1</sup>, um danach bis  $\tau = 1000$  s im Wesentlichen konstant zu bleiben.

Die Allan-Standardabweichung fällt bis  $\tau = 100$  s deutlich stärker als mit  $\tau^{-1/2}$  ab. Dies ist darin begründet, dass bei ca. 1 s eine recht hohe Instabilität aufgrund der PZT-Modulation vorhanden ist, die  $\sigma_{rel}(\tau)$  dominiert. Diese Modulation wird aber bei  $\tau \gg 1$  s immer stärker weggemittelt.

Die mittlere lineare Frequenzdrift innerhalb dieser Messung bleibt unterhalb  $(-5,3 \pm 5,5) \cdot 10^{-4}$  Hz/s.

Abbildung 5.6 zeigt die Erfassung der Langzeit-Frequenzdrifts und der Temperaturentwicklung des kryogenen Saphir-Resonators über 4,5 Monate vom 1.02.07 bis zum 22.06.07. Der Lokaloszillator war während dieser Zeit ununterbrochen auf die gleiche Resonatormode (TEM 00) stabilisiert. Die Resonatortemperatur war während des Messzeitraums unstabilisiert, aber dennoch bis auf 19 mK konstant. Ein Temperaturminimum von  $3,288$  K  $\pm 0,75$  mK wurde nach 113 Tagen erreicht. Eine kontinuierliche Frequenzdrift, ebenso wie ein direkter Zusammenhang der Frequenz mit der Resonatortemperatur, ist nicht zu erkennen. Die mittlere Frequenzabweichung in diesem Zeitraum

<sup>1</sup>In diesem Zeitbereich ist die gemessene Instabilität des kryogenen optischen Saphir-Resonators vergleichbar mit der Instabilität aktueller Maser-gestützter primärer Cäsium-Zeitstandards [123].



**Abbildung 5.6:**

Langezeit-Frequenzdrifts und Resonatortemperatur des kryogenen Saphir-Resonators. Die Daten sind mittels GPS-Referenz gegen die H-maser-Drift korrigiert.

gegenüber dem Anfangswert beträgt ( $-1011 \pm 903$ ) Hz und die maximale Abweichung ist -3 kHz. Bemerkenswert bleibt jedoch, dass die Frequenzdifferenz bezogen zu dem Anfangswert stets negativ ist, mit Ausnahme der Messung am 11.05.07, bei der der Anfangswert bis auf 2 Hz Differenz wieder erreicht wird. Eine Begründung für tendenzielle Frequenzdrifts nach kleineren Werten könnten Relaxationsprozesse im Saphir-Kristall sein, die die Resonatorlänge auf langen Zeitskalen vergrößern.

Die Messung der Langzeitstabilität eines kryogenen optischen Resonators stellt eine deutliche Verbesserung gegenüber der bisher letzten Messung dar, die mittels Iod-Referenz durchgeführt worden war [119].

Die Schwankungen der Frequenz in Abb. 5.6 sind auf thermische Einflüsse auf die Optik und das Regelsystem des Kryoressonators zurückzuführen. Hierbei ist zu bemerken, dass die Finesse des Resonators relativ niedrig ist, und somit diese Einflüsse relativ stark sind.

## 5.5 Maximale Linienbreite

Die Stabilität der Moden im Emissionsspektrum des Frequenzkamms sind durch verschiedene äußere und innere Einflüsse limitiert, wie schallinduzierte Vibrationen an den Resonatorspiegel, Leistungs- und Frequenzrauschen des Pumplasers oder die Stabilität der Rf-Referenz, welche direkt über die Stabilität der Repetitionsrate  $f_{rep}$  und des *carrier-envelope* Phasenschlupfs  $\Delta\varphi$  auf die Stabilität der Moden einwirken.

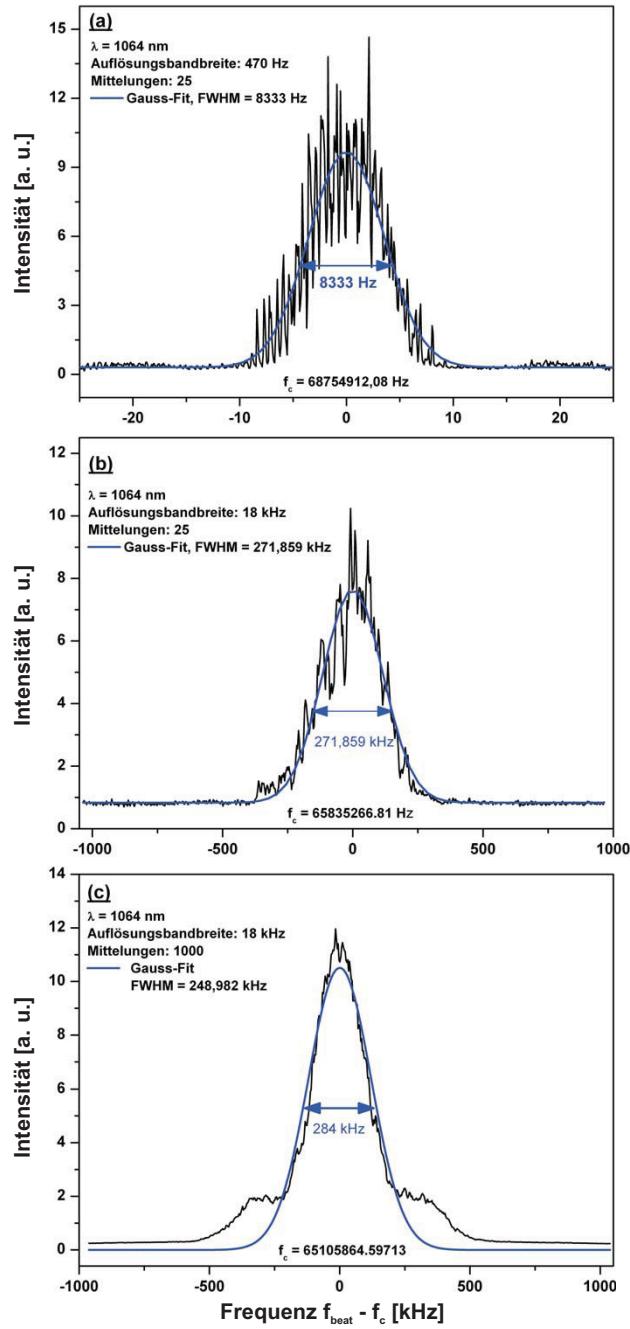
$$f_m = mf_{rep} + (\Delta\varphi/2\pi)f_{rep} \quad (5.8)$$

Eine Bestimmung der Modenbreite ist in einfacher Weise durch eine Schwebungsmessung (*beat-note*) des Frequenzkamms mit einer stabilen CW-Referenzquelle, wie dem kryogenen Saphir-Resonator möglich. Die Linienbreite der resultierenden *beat-note* ist näherungsweise durch die Faltung des Modenspektrums mit dem Spektrum der Referenzquelle gegeben. Im Fall einer Gauss-Verteilung folgt für die Halbwertsbreite der *beat-note*  $\Gamma_{beat}$  aus der Invarianz gegenüber der Faltung

$$\Gamma_{beat} = \sqrt{\Gamma_m^2 + \Gamma_{CW}^2}. \quad (5.9)$$

Hierbei ist  $\Gamma_m$  die Linienbreite der FC-Mode und  $\Gamma_{CW}$  die Linienbreite der CW-Referenzquelle.

Abbildung 5.7(a) zeigt zunächst die *beat-note* zwischen dem Lokaloszillator des kryogenen Saphir-Resonators und einem Lokaloszillator (Nd:YAG Laser), welcher auf einen ULE Resonator stabilisiert ist [114]. Die FWHM Linienbreite in einem Gauss-Fit beträgt 8,3 kHz.



**Abbildung 5.7:**

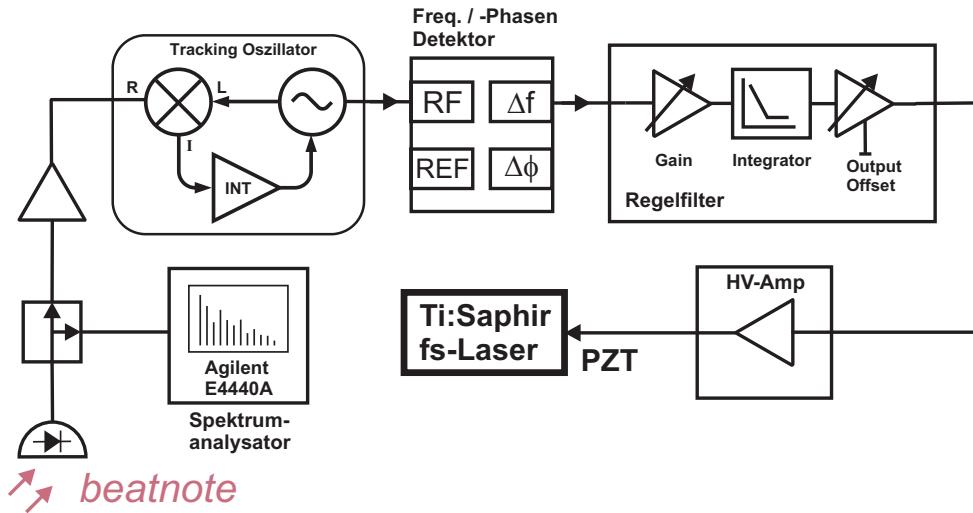
(a): *Beat-note* zwischen kryogenem Saphir Resonator und ULE Resonator; (b): *Beat-note* zwischen ULE Resonator und Frequenzkamm; (c): *Beat-note* zwischen kryogenem Saphir Resonator und Frequenzkamm. Auf die Resonatoren ist jeweils ein Nd:YAG Laser als Lokaloszillatior stabilisiert. Als Rf-Referenz für den Frequenzkamm dient ein H-maser.

Die *beat-notes* dieser beiden Systeme mit dem Frequenzkamm sind in Abbildung 5.7 (b) und (c) dargestellt. Hier ergeben sich FWHM Linienbreiten von 272 kHz bzw. 284 kHz der Gauss-Fits, welche also überwiegend durch die Linienbreite der Frequenzkamm-Moden verursacht sind. Aus diesem Quervergleich der drei Systeme folgt eine Linienbreite für die Frequenzkamm-Moden von ca. 272 kHz, leicht abhängig von den Stabilisierungsbedingungen (Loop-Gain, Fehlersignalamplituden, Laborbedingungen, usw.)

## 5.6 Reduzierung der Frequenzkamm-Linienbreite durch Kurzzeit-Stabilisierung auf eine optische Referenz

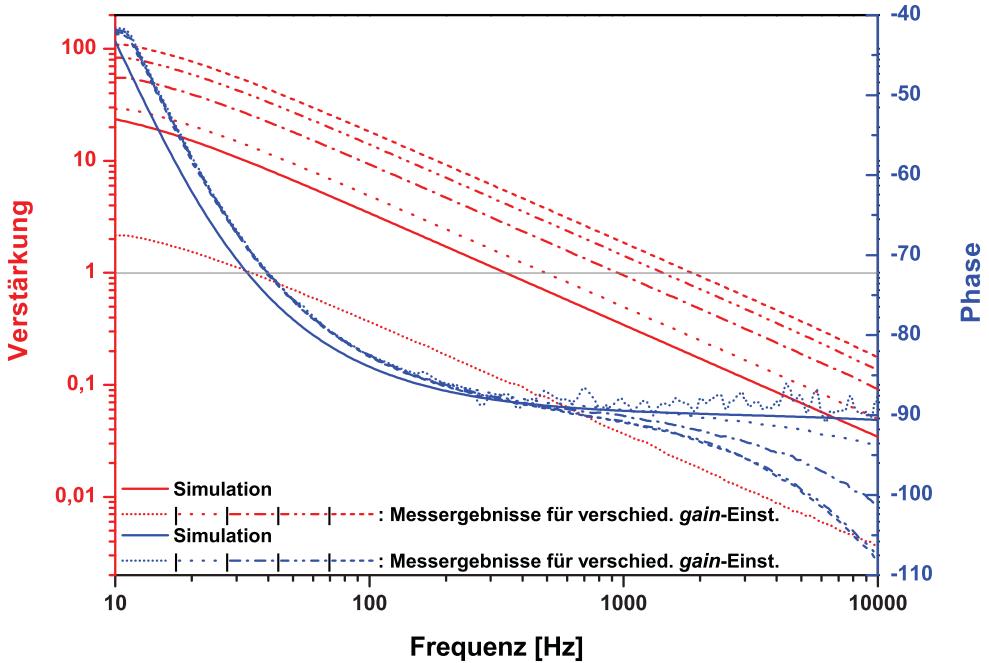
Zur Demonstration einer möglichen Reduzierung der Frequenzkammlinienbreite über eine kurzzeitstabile optische Referenz, für hochgenaue Messungen über kleine Mittelungszeiten, wurde die Frequenzkamm-Repetitionsrate auf die *beat-note* zwischen Frequenzkamm und kryogenem Saphir-Resonator frequenzstabilisiert.

Abbildung 5.8 zeigt den verwendeten experimentellen Aufbau. Das Kernstück der Stabilisierung stellt hierbei, ebenso wie in den Laserstabilisierungen für die Messungen an den ultrakalten Molekülen (Kap. 8.2), der “Frequenz-/Phase-zu-Spannung-Konverter” (Frequenz-Phasen Detektor) [46] dar, welcher in Zusammenhang mit dieser Arbeit entwickelt wurde (Kap. 6.4). Die *beat-note* wurde entsprechend Abb. 3.27 detektiert und wie in Abb. 3.29 beschrieben anschließend verstärkt. Zur Signalisolation dient ein Tracking-Oszillator.



**Abbildung 5.8:**

Schema der Stabilisierung der Frequenzkamm-Repetitionrate auf die *beat-note* zwischen FC und kryogenen Saphir Resonator.



**Abbildung 5.9:**

Bode Diagramm der Transferfunktion aus Messung und Schaltplansimulation des Regelfilters für die Stabilisierung der Frequenzkamm-Repetitionsrate auf eine optische Referenz.

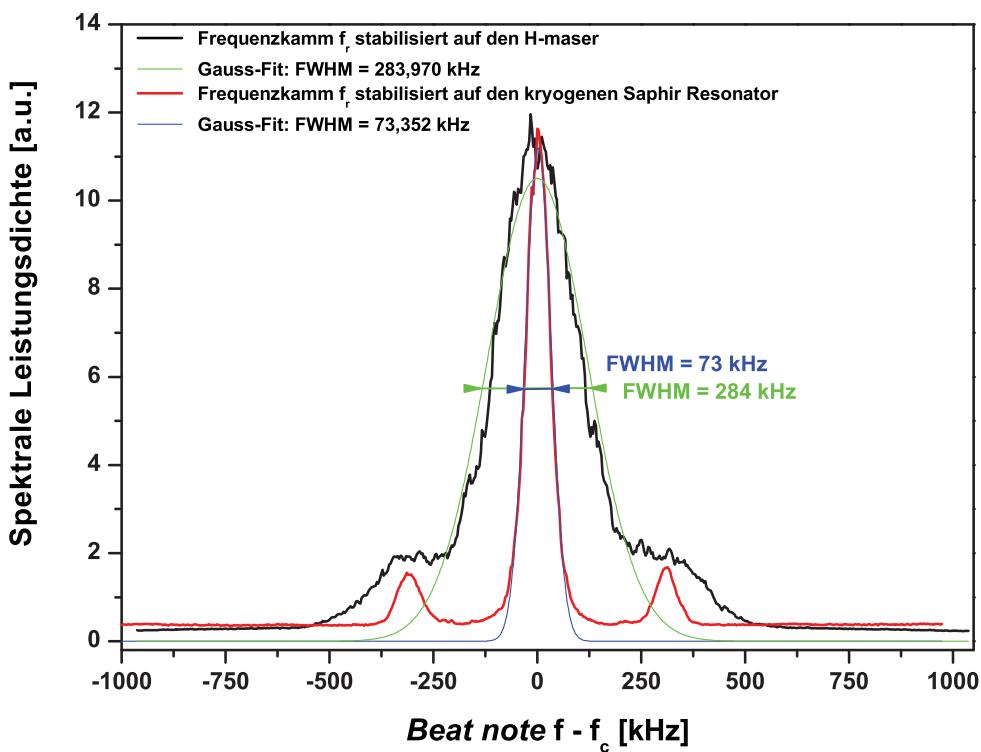
Um das Fehlersignal aus dem Frequenz-Phasen Detektor, entsprechend den Analyse-Ergebnissen aus Abschn. 3.2.2, für den FC-Repetitionsraten-Loop optimal aufzubereiten, wurde ein spezielles Regelfilter, mithilfe einer auf SPICE (**S**imulation **P**rogram with **I**ntegrated **C**ircuit **E**mphasis) basierenden kommerziellen Software, [124] zur Schaltungssimulation entworfen. Der Schaltplan, welcher sich nach entsprechender Modifikation in Verstärkung und Integrationszeit auch für diverse ähnliche Stabilisierungen verwenden lässt, ist im Anhang C.1 abgebildet.

Abbildung 5.9 zeigt das Bode Diagramm der Transferfunktion aus der Schaltungssimulation, zusammen mit Messungen anhand des computergestützten HP3577A-Netzwerkanalysator-Messplatzes [82], für eine Reihe von unterschiedlichen *Gain*-Einstellungen an der Lockbox. Es ist eine gute Übereinstimmung der Messergebnisse mit der Simulation, sowohl bei dem Amplitudengang, als auch bei dem Phasengang zu erkennen. Dies unterstreicht darüber hinaus auch die Zuverlässigkeit der Simulationssoftware, wie auch des Transferfunktions-Messplatzes. Die unity-gain Frequenz lässt sich in dem Bereich von 35 Hz bis 1,8 kHz variieren. Größere Regelbandbreiten sind auf Grund der ersten Resonanz des fs-Laser Regelpiezos bei 2 kHz (siehe Abb. 3.8) nicht sinnvoll.

Das Ergebnis der Stabilisierung des Frequenzkamms auf den optischen Resonator, im Vergleich zu der Stabilisierung gegen den H-maser ist in Abbildung 5.10 zu sehen. Auch mit einer, wie im vorliegenden Fall aufgrund von Resonanzen vergleichsweise ge-

ringen Regelbandbreite unter 2 kHz, lässt sich die Frequenzkammlinienbreite deutlich reduzieren. Ein Gaussfit an die Messdaten ergibt eine FWHM-Linienbreite von 284 kHz bei der Stabilisierung auf den H-maser und 73 kHz bei der Verwendung des kryogenen Saphir Resonators. Dies ist eine Reduzierung um einen Faktor von fast vier.

Durch den Einsatz eines kürzeren Regelpiezos, verbunden mit einem optimierten mechanischen Design für den Haltemount zur Erhöhung der Resonanzfrequenzen, ist es vorstellbar, die Regelbandbreite weiter zu erhöhen und den Restphasenfehler um mindestens eine Größenordnung zu unterdrücken, so dass eine Phasenstabilisierung auf den Lokaloszillator möglich wird. Hierbei bleibt jedoch zu beachten dass die langsame Frequenzdrift des Resonators (Abschn. 5.4) nicht auf die Repetitionsrate des FC übertragen wird, sondern die Langzeitstabilität durch den H-Maser gegeben wird.



**Abbildung 5.10:**

Spektrum des Schwebungssignals (*beat-note*) zwischen Frequenzkamm und kryogenen Saphir Resonator. Schwarz: Stabilisierung der Frequenzkamm-Repetitionsrate auf den H-maser (grün: Gauss-Fit); Rot: Stabilisierung auf den Resonator (blau: Gauss-Fit). Die Seitenbänder im Abstand von ca. 300 kHz um das Trägersignal resultieren aus der Phasenmodulation in der Pound-Drever-Hall Stabilisierung (siehe Abschn. 5.2.2). Die Auflösungsbandbreite beträgt 18 kHz.

# Kapitel 6

## GEECDL-Lasersystem für die Präzisionsspektroskopie

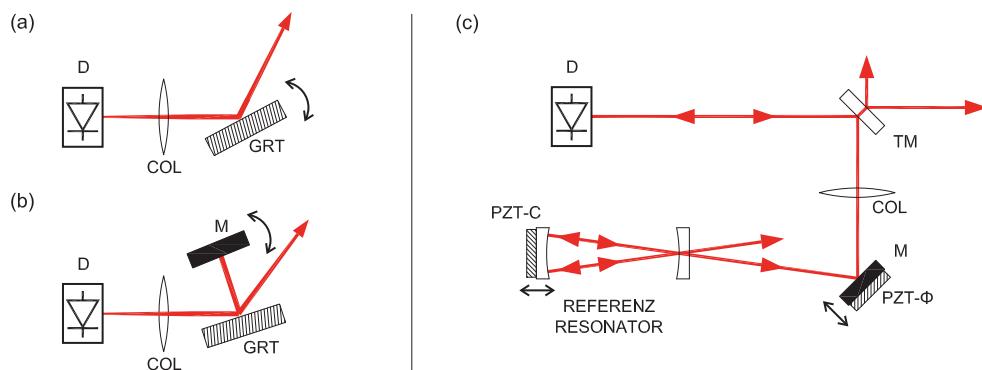
### 6.1 Motivation

Diodenlaser eignen sich aufgrund ihrer fast lückenlosen spektralen Verfügbarkeit vom infraroten (IR) bis in den ultravioletten (UV) Bereich [125], ihres hohen Wirkungsgrades und hohen Ausgangsleistungen von >100 mW (single mode) oder einigen Watt (multimode) [52], breiter totaler und kontinuierlicher Durchstimmbarkeit [126], sowie hoher Modulationsbandbreite über den Injektionsstrom [127] und nicht zuletzt hinsichtlich der kostengünstigen Herstellung und Zuverlässigkeit [128, 126], als Laserquellen für die Präzisions-Spektroskopie und den dazu notwendigen physikalischen Verfahren wie optischen Pumpen oder Laserkühlung von Atomen. Nachteilig in dieser Hinsicht wirkt sich die hohe Empfindlichkeit gegenüber optischer Rückkopplung und mechanischen bzw. akustischen Störungen aus, welche die Emissionslinienbreite verursacht durch Relaxationsoszillationen der Ladungsträgerdichte [129, 130] auf mehreren 10 MHz verbreitern können. Dadurch wird eine Stabilisierung auf eine optische Referenz (wie z.B dem Frequenzkamm) und/oder eine Phasenstabilisierung zwischen mehreren Lasern, etwa zur Erzeugung eines THZ-Differenzfrequenzfeldes zur kohärenten Manipulation von molekularen Rotations-/Vibrations-Quantenzuständen [131], als geplantes zukünftiges Einsatzgebiet des Lasersystems für die kohärenten Spektroskopie an HD<sup>+</sup>-Ionen erschwert. Aber auch für die ultra-hochauflösende Spektroskopie, welche den dazu notwendigen Aufschluss über die rovibronischen HD<sup>+</sup> Molekülübergängen liefert, ist eine Linienbreite des Lasers im sub-MHz Bereich und eine kontinuierliche Durchstimmbarkeit über einige GHz für die vollständige Erfassung eines Hyperfeinstruktur-Multipletts notwendig [132] (siehe Kap. 8). Eine weitere Schwierigkeit bei dem Betrieb von Diodenlasern betrifft die totale Durchstimmbarkeit, die, bedingt durch Modensprünge, in ihrem ursprünglichen Umfang eingeschränkt sein kann [128].

Um die für Diodenlaser charakteristischen Probleme zu kompensieren, existieren zwei komplementäre Konzepte, welche auf dem Prinzip optischer Resonator-Rückkopplung

des Laserlichtes zu der Laserdiode beruhen. Die Laserdiode bildet mit dem rückkoppelnden Element ein zusammengesetztes Resonatorsystem. Durch Interferenz mit der rücklaufenden Welle schwingt die Oszillation dadurch in der Mode M an, welche in Richtung zu dem Maximum ihres Verstärkungsprofils die geringste Differenz zu der nächstliegenden Mode N des externen Resonators bildet. Frequenzverschiebungen durch Injektionsstromänderungen, welche bedingt durch Änderungen der Ladungsträgerdichte und der Temperatur in der aktiven Zone den Brechungsindex und somit die effektive Weglänge in der Laserdiode variieren, führen zu einer Multistabilität des Laserresonatorsystems. Abhängig von der Kohärenzlänge und dem Abstand des rückkoppelnden Elements können so Relaxationsoszillationen unterdrückt werden, wodurch das Phasen- und Frequenzrauschen verringert und die Linienbreite reduziert wird [133]. Das zusätzliche Resonatorfeedback reduziert die effektiven Verluste und die Laserschwelle wird herabgesetzt.

Ein grundlegendes Konzept zur Reduzierung der Linienbreite verwendet die optische Rückkopplung der ersten Beugungsordnung eines Beugungsgitters. Die Frontfacette der Laserdiode ist hierbei antireflex (AR) beschichtet, so dass der Resonator im Vergleich zur unbeschichteten Laserdiode durch das Gitter verlängert wird und der Aufbau daher allgemein als “*extended cavity diode laser*” [128] bezeichnet wird. Die Selektion der Wellenlänge wird in der Littrow-Anordnung durch Drehen des Gitters und in der Littman-Anordnung durch entsprechende Drehung des die erste Beugungsordnung reflektierenden Spiegels erreicht [126] (siehe Abb. 6.1 (a,b)). Als Nutzstrahl steht die nullte Beugungsordnung zur Verfügung, dessen Richtung in der Littrow-Anordnung wellenlängenabhängig ist. Auf diese Weise lässt sich, abhängig vom Typ der Laserdiode,



**Abbildung 6.1:**

Grundlegende Konzepte zur Reduzierung der Emissionslinienbreite von Diodenlasern durch optische Rückkopplung. Links: *Extended cavity diode laser* (a): Littrow-Anordnung, (b): Littman-Anordnung. Rechts: *External cavity diode laser* (c): Hollberg-Laser.

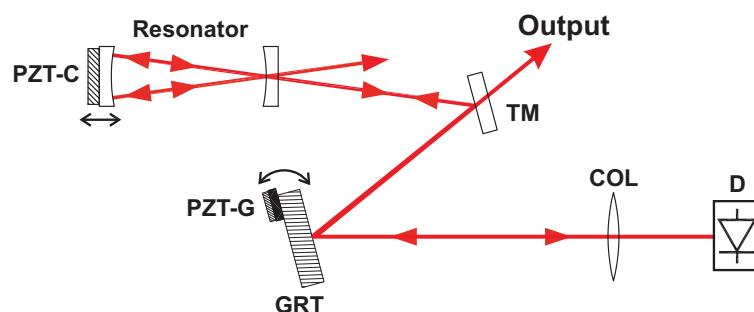
D: Laserdiode, COL: Kollimatorlinse, GRT: Beugungsgitter, M: Spiegel, TM: teildurchlässiger Spiegel, PZT: Piezoelement.

die Linienbreite bis auf Größenordnungen von 100 kHz reduzieren, bei typischen kontinuierlichen Durchstimm breiten von einigen 10 GHz [128, 134], bis zu einigen 10 nm [135].

Das zweite elementare Konzept zur Linienbreitenreduktion einer Laserdiode benutzt einen separaten externen Fabry-Perot Resonator hoher Güte für die optischen Rückkopplung (siehe Abb. 6.1 (c)). Bei diesen “*external cavity laser*”, oder auch “Hollberg-Laser” genannten Anordnungen, wird die Frequenz der Laserdiode dadurch stabilisiert, dass nur im Resonanzfall Licht aus dem Resonator zurückgekoppelt wird [136, 128]. Hierdurch Läßt sich die Linienbreite bis auf wenige kHz reduzieren. Nachteilig wirkt sich hier allerdings das Fehlen eines grob-frequenzselektiven Elements in dem Resonator auf die kontinuierliche Durchstimmbarkeit aus. Es werden nur Werte bis ca. 1 GHz und totale Einstellbereiche von einigen nm erreicht, was im wesentlichen den Werten einer unstabilisierten Laserdiode entspricht [136, 128].

Für die Entwicklung eines Lasersystems zum Einsatz in der kohärenten Präzisionsspektroskopie, liegt der Anspruch nahe, die weite Durchstimmbarkeit und das solide reproduzierbare Betriebsverhalten eines Littman- oder Littrow-Lasers mit der hohen Kurzzeitstabilität des Hollberg-Lasers zu verbinden. Ein erster Ansatz in dieser Richtung stellt die Anordnung nach Patrick und Wieman [137] dar. In diesem System wird die nullte Beugungsordnung eines Littrow-Lasers von einem konfokalen Fabry-Perot Resonator zurückgekoppelt. Nachteilig bei diesem System ist die starke nichtlineare Wechselwirkung der zwei Rückkopplungskanäle, welche sich nur schwer kontrollieren lässt. Mit Durchstimmweiten von 5 GHz und Linienbreiten von 300 kHz [138], stellen diese Systeme durch ihre 1 bis 2 Größenordnungen schlechtere Kurzzeitstabilität, im Vergleich zum reinen Hollberglaser, noch einen mäßigen Kompromiss dar.

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte “*grating enhanced external cavity diode laser*” (GEECDL) [43] Lasersystem kombiniert ebenfalls die große Durchstimmbarkeit und hohe Zuverlässigkeit eines Gitterlasers mit der hohen Kurzzeitstabilität und der geringen



**Abbildung 6.2:**

Diodenlaser in Patrick und Wieman Anordnung [137]. D: Laserdiode, COL: Kollimatorlinse, GRT: Beugungsgitter, TM: teildurchlässiger Spiegel, PZT-G: Piezoelement zur Gitterneigung, PZT-C: Piezoelement für den Resonator.

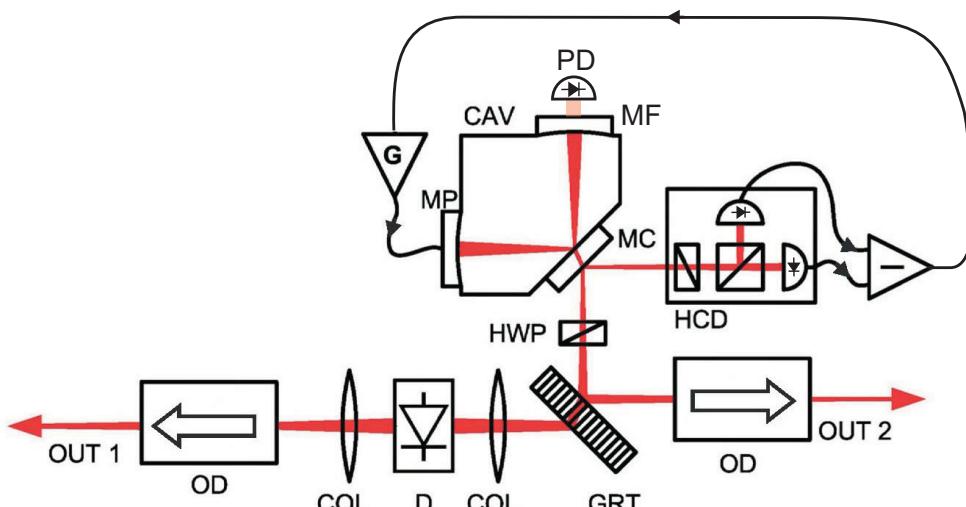
Linienbreite eines Hollberg-Lasers. Der GEECDL basiert auf einer Littman-Anordnung, in der der Reflektionsspiegel durch einen gefalteten konfokalen Resonator ersetzt wurde. Hierdurch entfällt eine destabilisierende Wechselwirkung mit einem zweiten Rückkopplungskanal, wie in der Anordnung von Patrick und Wieman, wodurch ein stabiles und einfach kontrollierbares Betriebsverhalten gewährleistet wird. Als Gitter kommt ein volumenholographisches Transmissionsgitter zum Einsatz, dessen nullte Beugungsordnung als Nutzstrahl zur Verfügung steht.

Es wurden zwei GEECDL aufgebaut, welche im Folgenden als GEECDL I [82, 44] und GEECDL II [139, 45] bezeichnet werden. Hierbei stellt GEECDL II eine Weiterentwicklung bezüglich Stabilität, mechanischem Aufbau und der Ausgangsleistung dar.

## 6.2 Funktionskonzept und experimenteller Aufbau

Das für die (kohärente) ultrahochauflösende Präzisionsspektroskopie aufgebaute GEECDL-System basiert auf einem aus [43] abgeleiteten Konzept, einer Littman Anordnung mit Reflektion der ersten Gitterbeugungsordnung durch einen gefalteten konfokalen Resonator. Eine detaillierte Analyse bezüglich der optimalen Resonatorgeometrie ist in [43] zu finden.

Abbildung 6.3 zeigt eine schematische Darstellung der bezüglich GEECDL I [82, 44] weiterentwickelten Version GEECDL II [139, 45]. Der wesentlichste Unterschied besteht in der verwendeten Laserdiode. In dem GEECDL II kommt zum ersten Mal in dieser Anordnung eine antireflex-beschichtete Laserdiode (SAL-1430-100, SN 4, *Sacher Lasertechnik*) in einem sogenannten “Durchschussbetrieb” zum Einsatz. Hierbei wird zusätzlich zu der Frontfacette auch aus der Endfacette Laserstrahlung ausgekoppelt. Dieses bietet neben einer deutlich erhöhten Leistungsausbeute, vor allem den Vorteil einer von den Strahlparametern und Justageoptimierungen der optischen Rückkopplung unabhängigen Nutzstrahlauskopplung (OUT 1). Bei dem GEECDL I kommt hingegen eine herkömmliche Laserdiode (SAL 1380-10, *Sacher Lasertechnik*), mit hochreflektierender Endfacette und antireflex-beschichteter Frontfacette zum Einsatz. Als Nutzstrahlauskopplung steht dort nur der Port OUT 2 aus der nullten Gitterbeugungsordnung zur



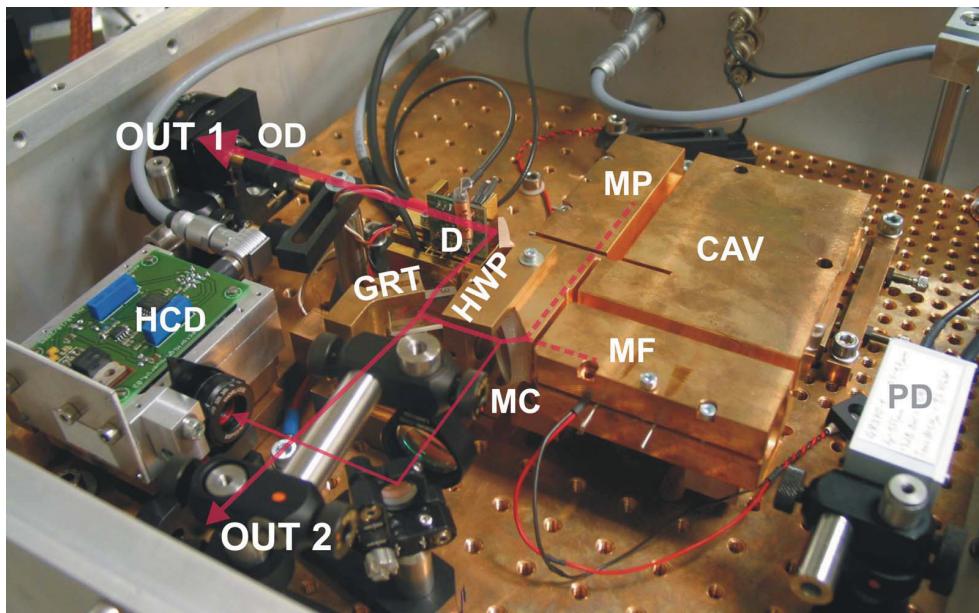
**Abbildung 6.3:**

Schematische Darstellung der GEECDL-Anordnung (GEECDL II). D: Laserdiode, COL: Kollimatorlinse, GRT: volumen holographisches Transmissionsgitter, MC: Einkoppel- spiegel, MF: Spiegel mit Piezoelement zur Frequenzstabilisierung, MP: Spiegel mit Piezo- element zur Phasenstabilisierung, HCD: Hänsch-Couillaud-Detektor, HWP: Halbwellenplatte: OD: optische Diode, PD: Photodiode, CAV: monolithischer Resonator, G: Regelfilter, OUT 1,2: Auskoppelports.

Verfügung.

Die Strahlemission der Laserdiode wird mittels asphärischer Linsen (*Geltech* 350390,  $f = 2,75$  mm, NA = 0,65) kollimiert, wobei der Frontstrahl über die Beugung an einem volumenholographischen Gitter (*Wasatch Photonics*, 980 Linien/mm, Beugungseffizienz: 95 %) aufgespalten wird. Die erste Beugungsordnung wird nach Durchlaufen einer Halbwellenplatte zur Polarisationsanpassung in einen 75 mm langen gefalteten konfokalen Resonator eingekoppelt. Dieser Resonator besteht aus zwei hochreflektierenden Endspiegeln MF und MP (R = 99,7 %) und einem Planspiegel MC ( $T \approx 8,2$  % bei s-Polarisation) zur Ein- bzw. Auskopplung. Die Resonatorenendspiegel MF und MP sind an Piezoelementen zur Frequenz- bzw. Phasenkontrolle der Laseremission angebracht. Durch die Ein- bzw. Auskopplung der Laserstrahlung über den um  $45^\circ$  geneigten Einkoppelspiegel MC wird sichergestellt, dass nur im Resonanzfall Licht zur Laserdiode zurückgekoppelt wird.

Da die Anordnung aus zwei gekoppelten Resonatoren gebildet wird, zum einen aus der Endfacette der Laserdiode und dem Resonatorspiegel MF und zum anderen aus den Resonatorspiegeln MF und MP, muß eine Verstimmung der Resonanzfrequenzen gegeneinander erfasst und für einen stabilen *single-mode* Betrieb nachgestellt werden.



**Abbildung 6.4:**

Foto des GEECDL II. D: Laserdiode mit Platine zur Strominjektion/-modulation, GRT: volumenholographisches Transmissionsgitter, MC: Einkoppelspiegel, MF: Spiegel mit Piezoelement zur Frequenzstabilisierung, MP: Spiegel mit Piezoelement zur Phasenstabilisierung, HCD: Hänsch-Couillaud-Detektor, HWP: Halbwellenplatte: OD: optische Diode, CAV: monolithischer Resonator, PD: Photodiode für Justage.

Hierzu wurde ein auf Hänsch und Couillaud [140] zurückgehendes polarisationsabhängiges Stabilisierungsverfahren implementiert (siehe unten).

In Abbildung 6.4 ist ein Foto des GEECDL II dargestellt. Der gesamte Laseraufbau befindet sich auf einer mechanisch isolierten massiven Platte aus Federbronze CuSn6, thermisch und akustisch isoliert in einem Aluminiumgehäuse. Der Resonator und alle anderen mechanischen Teile sind aus CuSn8 gefertigt (außer den Schrauben: Edelstahl). Der vergoldete Diodenmount wird über ein Peltierelement, im Wärmeaustausch mit der Grundplatte, mit einer Instabilität im mK-Bereich temperaturstabilisiert.

### 6.2.1 Hänsch-Couillaud-Stabilisierung

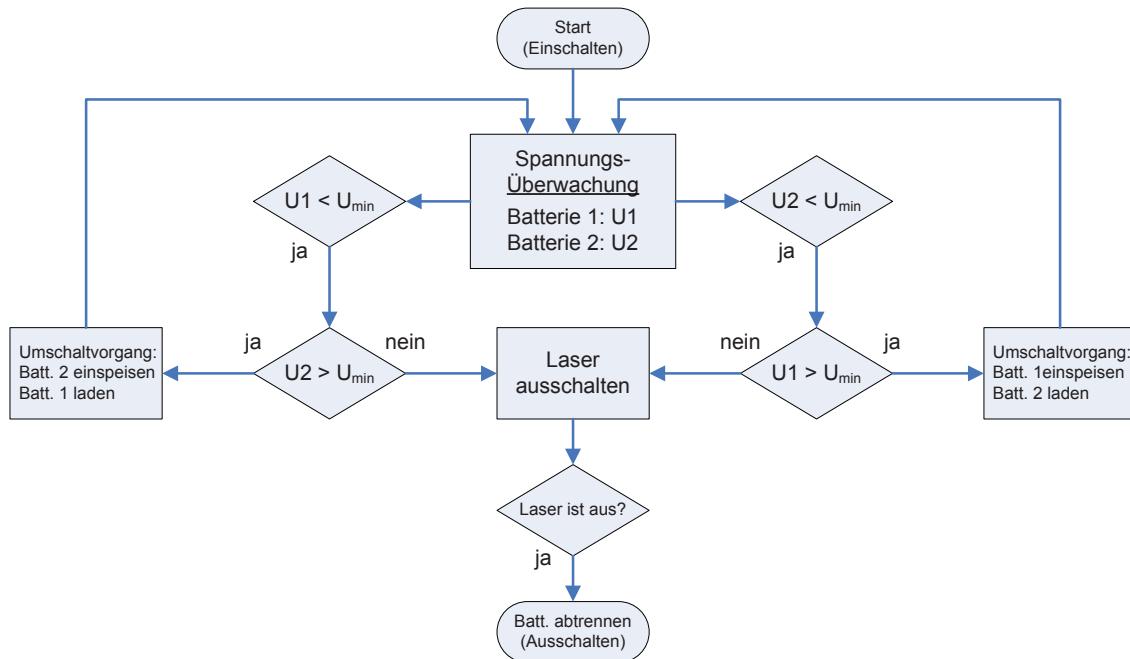
Das Hänsch-Couillaud-Verfahren [140] benötigt einen polarisationsabhängigen Effekt zur Erzeugung eines dispersiven Fehlersignals. Im Falle des GEECDL stellt der gefalte konfokale Resonator ein polarisationssensitives Element dar, dessen Güte abhängig von der Polarisation des eingekoppelten Lichtes ist (34,5 für s-Polarisation und 7,5 für p-Polarisation). Die s-polarisierte Emission der Laserdiode wird mittels der Halbwellenplatte HWP (siehe Abb. 6.3) etwas gedreht, so dass etwas p-polarisiertes Licht am Einkoppelspiegel MC reflektiert wird. Im Resonanzfall schwingt im Resonator aufgrund der geringeren Verluste nur die s-Polarisationsrichtung an, deren Phasenverschiebung mit der reflektierten nichtresonanten p-Komponente dann ein Vielfaches von  $2\pi$  ist. Die Überlagerung der beiden Komponenten (Teststrahl) in Richtung des HCD-Detektors bleibt demnach auf der Resonanz linear polarisiert. Abhängig von einer Verstimmung des externen Resonators, gegen den aus der Endfacette der Laserdiode und dem Spiegel MF gebildeten Resonator (Laserresonator), wird der Teststrahl elliptisch polarisiert. In dem Hänsch-Couillaud Detektor (HCD) durchläuft der Teststrahl eine  $\lambda/4$ -Platte, die so eingestellt ist, dass die lineare Polarisation im Resonanzfall vollständig in zirkulare umgewandelt wird. Durch einen anschließenden Polarisationsstrahlteiler werden die zueinander orthogonalen Polarisationskomponenten auf zwei Photodioden aufgeteilt, deren Differenzsignal im Resonanzfall somit Null ist. In allen anderen Fällen bleibt der Teststrahl hinter der Halbwellenplatte elliptisch polarisiert und es wird ein von Null verschiedenes Fehlersignal erzeugt. Mithilfe dieses Fehlersignals kann die Resonanzfrequenz des externen Resonators, nach einer Signalaufbereitung in einem entsprechenden Regelverstärker (*loop filter*), über die Längenänderung des MP Endspiegelpiezos nachgeführt werden.

## 6.3 Unterbrechungsfreie Batterie-Stromversorgung

Die Emissionswellenlänge eines Diodenlasers ist aufgrund der Abhängigkeit des Brechungsexponenten von der Ladungsdichte und auch durch lokale Temperaturänderungen, abhängig von der Injektionsstromstärke [128]. Eine Strommodulation wird daher, abhängig von dem jeweilig dominierenden Effekt, in eine Frequenzmodulation der

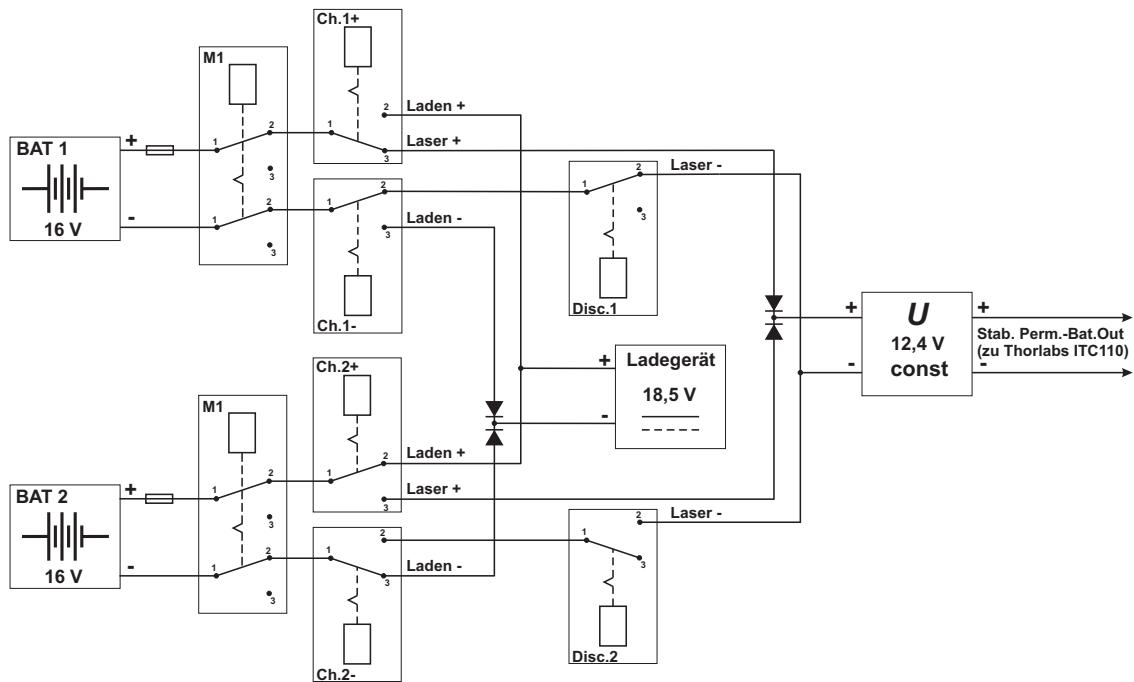
emittierten Laserstrahlung umgesetzt. Soll diese möglichst konstant und schmalbandig sein, ist es notwendig, störende Injektionsstrommodulationen zu eliminieren. An erster Stelle steht dabei eine durch die Spannungsversorgung des Laserdiodentreiber verursachte 50 Hz Restbrummspannung, deren Unterdrückung in dem Laserdiodentreiber eventuell nicht vollständig ist. Diese lässt sich am zuverlässigsten durch eine netzfreie Stromversorgung über Batterien bzw. Akkumulatoren vermeiden, welche aber i.A. durch die endliche Kapazität nur einen zeitlich begrenzten Betrieb des Lasers erlauben. Zur Lösung dieses Nachteils wurde im Rahmen dieser Arbeit eine permanente, lückenlose, galvanisch vom Netz getrennte, Batterieversorgung entwickelt, die einen beliebig langen netzunabhängigen Betrieb des Lasers gewährleistet.

Die Batterieversorgung stellt eine massebezogene bipolare Spannung bereit und besteht aus zwei Batteriepaaren (Bleiakkumulatoren), in denen jeweils eine Batterie den Laser speist und die andere aufgeladen wird. Eine Elektronik mit Spannungsüberwachung für jede Batterie führt bei entladener Speisebatterie den Umschaltvorgang auf die geladene Batterie aus. Dies geschieht indem zuerst das Ladegerät abgetrennt wird, dann die geladene Batterie an den Verbraucher (Laserdiodentreiber) aufgeschaltet wird und anschließend die entladene Batterie abgetrennt und mit dem Ladegerät verbunden wird. Hierbei wird jeder Schaltschritt von der Auswerteelektronik überwacht und ein folgender Schaltschritt erst dann ausgeführt, wenn der Vorherige abgeschlossen ist.



**Abbildung 6.5:**

Funktionsablaufdiagramm der unterbrechungsfreien Batterie-Stromversorgung für das GEECDL-System.



**Abbildung 6.6:**

Relaischaltplan der unterbrechungsfreien Batterie-Stromversorgung für das GEECDL-System. In der dargestellten Schaltsituation speist Batterie 1 den Verbraucher (Laser) und Batterie 2 wird geladen.

Ist die Speisebatterie bei einem Umschaltvorgang noch nicht ausreichend geladen, so wird der Laser über ein Schaltsignal am Laserdiotentreiber abgeschaltet und die Batterien anschließend abgetrennt. Abbildung 6.5 zeigt das Funktionsablaufdiagramm. Unerwünschte Stromflüsse zwischen den Batterien werden durch Dioden verhindert. Die jeweils speisende Batterie versorgt auch die Umschaltelektronik mit Spannung.

In Abbildung 6.6 ist der Relaischaltplan dargestellt. Um die oben beschriebene unterbrechungsfreie Batteriumschaltung zu realisieren werden 6 bistabile Relais verwendet, plus zwei Relais für die Abtrennung der Batterien. In der Tabelle 6.1 ist die Umschaltfolge der Relaischaltung nach Abb. 6.6 für Batterie 1 (BAT1) zu Batterie 2 (BAT2) bzw. umgekehrt, aufgelistet. Eine Abtrennung der Batterien, in dem Falle, dass beide Batterien keine ausreichende Versorgungsspannung liefern, wird über die Masterrelais M1 und M2 ausgeführt, wobei die Stellungen der Umschaltrelais unverändert bleiben. Der Umschaltelektronik ist eine, auf dem LT1084 (Linear Technology) basierende, in engen Grenzen einstellbare Spannungsstabilisierung mit einer nominalen Ausgabespannung von 12,4 V für den Laserdiotentreiber nachgeschaltet. Der maximale Laststrom beträgt 5 A. Optional können für den positiven und den negativen Ausgangskanal zwei 1 Farad Kondensatoren zugeschaltet werden, welche im Falle ei-

Umschaltvorgang BAT1 → BAT2						
Istzustand:	Ch.1+	Ch.1-	Disc.1	Ch.2+	Ch.2-	Disc.2
	1-3	1-2	1-2	1-2	1-3	1-3
Umschaltfolge:						
	Ch.2-	Ch.2+	Disc.2	Disc.1	Ch.1+	Ch.1-
	1-2	1-3	1-2	1-3	1-2	1-3

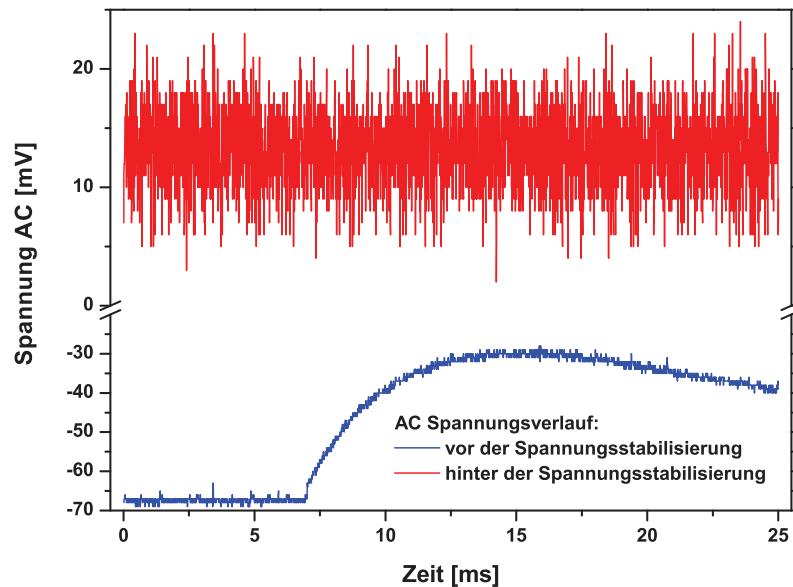
Umschaltvorgang BAT2 → BAT1						
Istzustand:	Ch.1+	Ch.1-	Disc.1	Ch.2+	Ch.2-	Disc.2
	1-2	1-3	1-3	1-3	1-2	1-2
Umschaltfolge:						
	Ch.1-	Ch.1+	Disc.1	Disc.2	Ch.2+	Ch.2-
	1-2	1-3	1-2	1-3	1-2	1-3

Batterien abtrennen (Ausschalten)						
Masterrelais M1, M2	1-3	Ch.1,2+, Ch.1,2-, Disc.1,2	keine Änderungen			

**Tabelle 6.1:**

Relais-Schaltfolgen für die Umschaltung des Verbrauchers (Laser) der unterbrechungsfreien Batteriestromversorgung zwischen Batterie 1 und Batterie 2


**Abbildung 6.7:**

AC Spannungsmessung bei einem Speisebatterie-Umschaltvorgang. Gezeigt sind der Ausgangsspannungsverlauf der unterbrechungsfreien Batteriestromversorgung unter 2 A Last (rot) und der Eingangsspannungsverlauf der Spannungsstabilisierung (blau).

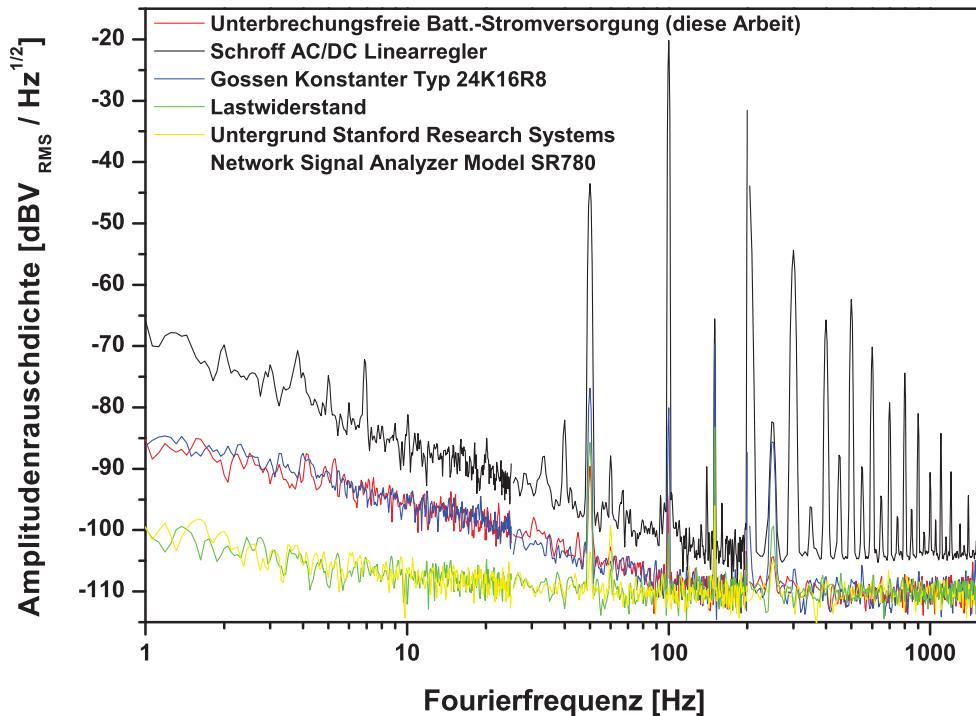
nes Abschaltvorganges eine für den Laserdiodentreiber ausreichende Spannungsreserve vorhalten und darüber hinaus einer weiteren Glättung der Ausgabespannung dienen.

In der Abbildung 6.7 sind die AC-Spannungsverläufe am Eingang und am Ausgang der Spannungsstabilisierung während eines Umschaltvorganges zwischen den Batterien eines Ausgabekanals dargestellt. Die Spannungsverläufe wurden mit einem auf den Umschaltpuls getriggerten Oszilloskop aufgenommen. Eine Übertragung der Eingangsspannungsänderung durch den unterschiedlichen Ladestatus der Batterien ist innerhalb der erfassten Auflösung nicht zu erkennen.

Eine entscheidene Eigenschaft in der Spezifikation einer Gleichstromquelle ist das Niveau der 50 Hz und 100 Hz Brummspannungen sowie deren Harmonischen, welche bei der Transformation von 50 Hz Wechselspannung mit anschließender Gleichrichtung in einer herkömmlichen Gleichspannungsversorgung entstehen, oder als Einstreuung aufgenommen und der Gleichspannung überlagert werden. Bei einer Versorgung über Batterien sollten demnach die Brummspannungen an dem Verbraucher nur durch die Höhe der unvermeidlichen Einstreuungen in die Elektronik und die Zuleitung gegeben sein. Für eine Charakterisierung der unterbrechungsfreien Batteriestromversorgung in dieser Hinsicht wurden die Fourierfrequenzspektren an einem Lastwiderstand unter 2A Laststrom zusammen mit den Spektren für eine hochstabile Laborstromversorgung Gossen Konstanter Typ 24K16R8 und einem Standard Schroff AC/DC Linearregler für den Einbau in ein 19 " Systemgehäuse gemessen. Ebenfalls aufgenommen wurde der Signaluntergrund an dem FFT Signal-Analysator (Stanford Research Systems, Model SR780) und das Spektrum an dem Lastwiderstand mit der Zuleitung.

In Abbildung 6.8 sind die Ergebnisse dargestellt. Insgesamt spaltet sich das Fourierpektrum unterhalb 100 Hz deutlich mit abnehmender Intensität in drei Bereiche zu Linearregler, Batterieversorgung zusammen mit Gossenkonstanter, bzw. Lastspektrum und Untergrund auf. Das Fourierspektrum des Schroff Linearreglers zeigt wie erwartet start ausgeprägte Brummfrequenzen bis hinauf über 1 kHz. Bei den charakteristischen Brummfrequenzen liegt die Intensität der Batterieversorgung immer deutlich unterhalb der der hochstabilen Gossen Laborstromversorgung, mit mehr als 20 dB Unterschied bei den ungeraden Harmonischen von 50 Hz, . Zur besseren Übersicht sind die Brummintensitäten bis 250 Hz für die getesteten Fälle in der Tabelle 6.2 aufgeführt. Hierbei werden die Brummunterdrückung relativ zu den gemessenen Brummpegeln am Schroff Linearregler in dB angegeben.

Eine weitere wichtige Spezifikation der unterbrechungsfreien Batteriestromversorgung betrifft die Langzeit-Spannungsstabilität. Dazu wurde die Ausgangsspannung der drei Vergleichsquellen unter Last für einen Zeitraum von über einem Tag protokolliert. Abbildung 6.9 zeigt den Vergleich zwischen dem Gossen Konstanter und der Batterie-Stromversorgung. Als Abweichung wurde hierbei der dimensionslose Parameter  $(V/\bar{V}) - 1$  mithilfe des Mittelwertes der Spannung  $\bar{V}$  berechnet. Es ist zu erkennen, dass sowohl die Kurzzeitstabilität mit ca.  $1 \cdot 10^{-5}$ , als auch die Langzeitstabilität im Bereich von  $1 \cdot 10^{-4}$  übereinstimmen.

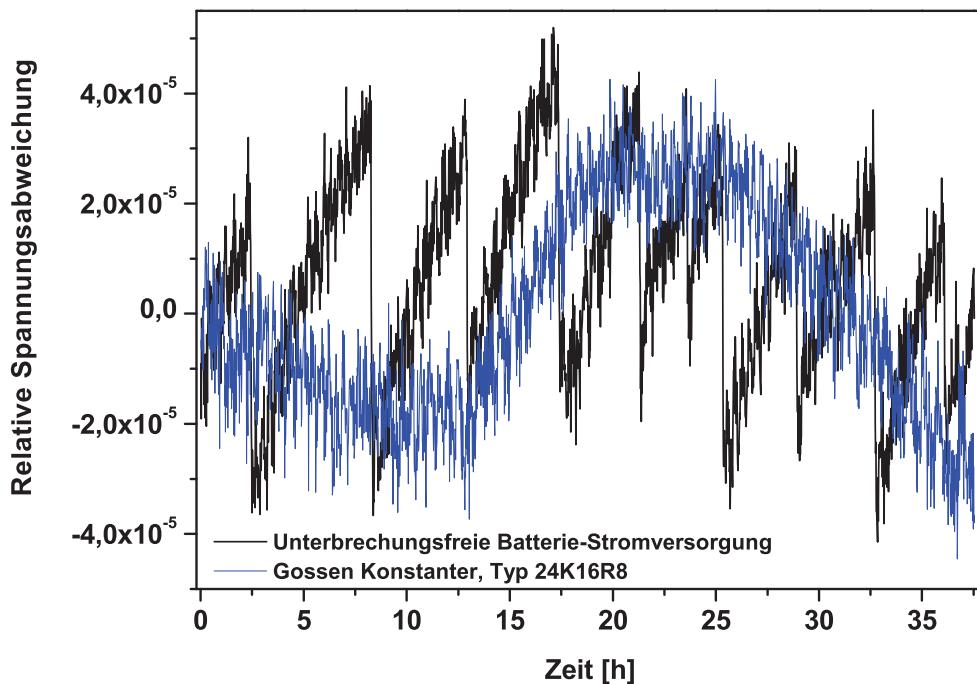
**Abbildung 6.8:**

Vergleich der Fourierfrequenzspektren der Ausgabespannung unter Lastbetrieb verschiedener Stromversorgungen. Ebenfalls dargestellt sind das durch Einstreuung erzeugte Spektrum des stromlosen Lastwiderstandes mit Kabel und der Untergrund des FFT Signal-Analysators.

Fourierfrequenzen	50 Hz	100 Hz	150 Hz	200 Hz	250 Hz
Schroff AC/DC Linearregler	6,14 mV	98,58 mV	557 $\mu$ V	27,14 mV	233,9 $\mu$ V
AC Brummunterdrückung relativ zu Schroff AC/DC Linearregler					
Gossen Konst. Typ 24K16R8	-26.25 dB	-77.87 dB	-4.63 dB	> -73.11 dB	-3.03 dB
Batterie-Stromversorgung	-50.66 dB	> -84.31 dB	-27.68 dB	> -73.11 dB	-25.78 dB
Lastwiderstand u. Zuleitung	-69.65 dB	-100.64 dB	-46.29 dB	-86.13 dB	-44.45 dB

**Tabelle 6.2:**

Unterdrückung der Restbrummspannungen mit ersten Harmonischen an der unterbrechungsfreien Batteriestromversorgung und der Referenz Laborstromversorgung Gossen Konstanter Typ 24K16R8 unter Last, relativ zu den Vergleichswerten eines Schroff AC/DC Linearregler. Die Spannungen und Ströme betrugen 12 V, 2A bei Batterieversorgung und Gossen Konstanter, und 24 V, 1,3A bei dem Schroff Linearregler. Ebenfalls aufgenommen sind die durch Einstreuung aufgenommenen Brummspannungen des stromlosen Lastwiderstandes mit der Zuleitung.

**Abbildung 6.9:**

Vergleich der Langzeit-Spannungsstabilität zwischen unterbrechungsfreien Batteriestromversorgung und einer stabilen Referenz-Laborstromversorgung Gossen Konstanter Typ 24K16R8.

Die Instabilität des Schroff Linearreglers liegt in beiden Fällen zwei Größenordnungen darüber und wird daher nicht dargestellt.

Bei der Batterieversorgung wird die Langzeitstabilität durch die ca. vierstündigen Batterie-Umschaltzyklen dominiert, während bei dem Gossen Konstanter der 24-stündige Tagesrhythmus der Labortemperatur zu erkennen ist.

Moderne "High End"-Laserdiodentreiber bieten Stabilitäten von einigen 10 ppm über Stunden oder darunter, z. B.:

	LDX 3232, Laser 2000	LDC501, SRS
Kurzeitstabilität (1 h):	< 20 ppm	< 5 ppm
Langzeitstabilität (24 h):	< 40 ppm	< 20 ppm

Obwohl diese Werte zum Teil vergleichbar, oder zum Teil besser sind als die Stabilität der vorgestellten Batterie-Stromversorgung, muß bei einem Vergleich beachtet werden, dass es sich hierbei um eine primäre Stromversorgung handelt, d. h. dass der Batterie-Stromversorgung noch ein Laserdiodentreiber zur Stromversorgung des Diodenlasers

nachgeschaltet werden muß. Hierdurch ist im allgemeinen eine nochmalige Verbesserung der Stabilitätsparameter für den Diodenlaser zu erwarten.

Insgesamt entsprechen die Ergebnisse für die unterbrechungsfreie Batterie-Stromversorgung, mit einer gegenüber herkömmlichen netzbasierten Laborstromversorgungen wesentlich gesteigerten Brummunterdrückung und einer guten Spannungsstabilität, ergänzt durch den für einen sicheren Betrieb von Laserdioden wesentlichen Vorteil der Netznunabhängigkeit mit kontrollierter Abschaltung [128]<sup>1</sup>, den für einen hochstabilen Betrieb des GEECDL benötigten Voraussetzungen.

---

<sup>1</sup>[128] siehe: G. Catastrophic failure modes, or 1001 ways to kill a laser

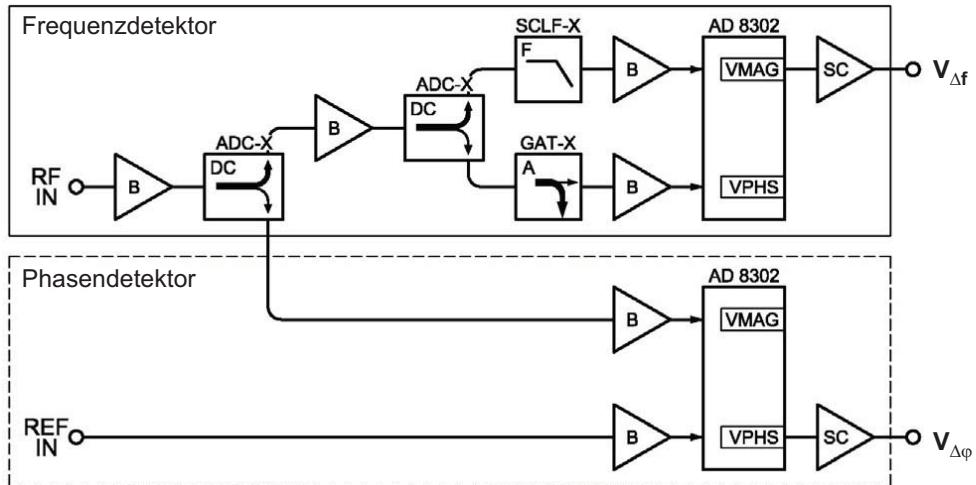
## 6.4 Frequenz-Phasendetektor

Für den Einsatz des GEECDL in der ultrahochauflösenden Spektroskopie oder zur Erzeugung eines THz-Differenzfrequenzfeldes für die kohärente Manipulation von Quantenzuständen, ist es notwendig einen Laser auf den als Frequenzreferenz dienenden Frequenzkamm, bzw. zusätzlich auch zwei Laser mit einer festen Differenzfrequenz zueinander, zu stabilisieren. Während für die ultrahochauflösende Spektroskopie eine Frequenzstabilisierung ausreichend ist, erfordert die kohärente Spektroskopie eine Phasenstabilisierung der Laser. Ein bekanntes Konzept für die Frequenzstabilisierung ist die Transfer-Cavity Methode [141], bei der eine hohe Stabilität mit einer geringen Resonatorlinienbreite und einem entsprechend schmalen Fangbereich verbunden ist. Für die Phasenstabilisierung von Lasern über die *beat-note*, ist die direkte Methode mithilfe eines stabilen Rf-Referenzsignales [84] oder anhand eines Interferometers vom Mach-Zehnder Typ bekannt [142]. Nachteilig ist im ersten Fall die Notwendigkeit einer großen Servobandbreite im MHz-Bereich oder alternativ die Anwendung digitaler Phasendetektoren [143] bei großen Restphasenfehlern, wobei große SNR (*Signal to Noise Ratio*) benötigt werden. Die Nachteile der Mach-Zehnder Methode sind Detektor-Offsetdrifts und die Existenz mehrerer Stabilisierungspunkte.

### 6.4.1 Funktionsprinzip und Aufbau

Um die oben genannten Nachteile weitgehend zu umgehen, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein analoger Frequenz-/Phasendetektor entwickelt [46], welcher auf ein Stabilisierungsschema von Ritt et al. [144] zurückgeht. Die Frequenz-zu-Spannung-Umsetzung wird hierbei durch die Amplitudentransferfunktion eines steilen Tiefpassfilters realisiert, indem das Eingangssignal aufgespalten wird und die Amplitudenhöhe des durch das Filter laufenden Signals mit dem ungefilterten Signal verglichen wird. Der Stabilisierungspunkt ist dabei durch die Wahl des Tiefpassfilters vorgegeben. Der Detektor basiert auf dem AD8302 RF/IF Verstärkungs-/ und Phasendetektor Chip (Analog Devices), welcher zum einen eine relative Phasenmessung mit einer linearisierten Phasen-zu-Spannungs-Konversion zwischen zwei Eingangssignalen und zum anderen eine relative Intensitätsmessung mit einer logarithmischen Empfindlichkeit von 30 mV/dB ermöglicht. Es sind Arbeitsfrequenzen bis 2,7 GHz mit Modulations-Detektionsbandbreiten bis 30 MHz möglich.

Der schematische Aufbau des Detektors ist in Abbildung 6.10 dargestellt. Das Rf-Signal aus einer Schwebungsmessung des gegen die Referenzlaserquelle (Frequenzkamm, Laser) zu stabilisierenden Lasers wird zunächst an dem RF IN-Eingang über einen Direktionalkoppler aufgespalten. Der abgespaltene Anteil dient als Eingangssignal für die Phasendetektor-Einheit, in der die Phasendifferenz gegenüber einem Rf-Referenzsignal aus dem REF IN-Eingang in ein Spannungssignal umgewandelt wird, das an den VPHS-Ausgang ausgegeben wird. Das durch den Direktionalkoppler durchgelassene Signal dient als Eingangssignal für die Frequenzdetektor-Einheit. Dieses Signal wird dann in einem

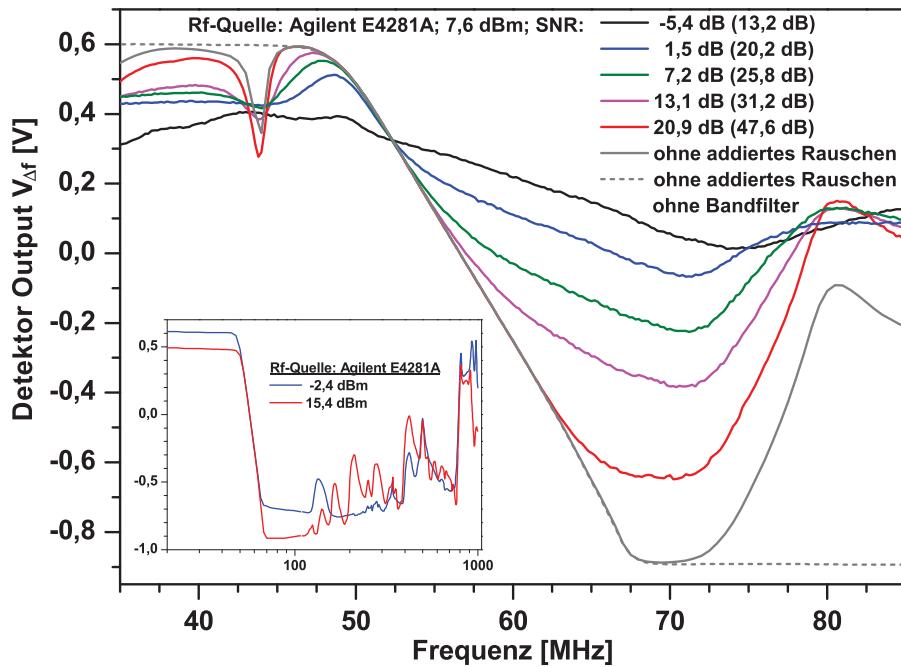
**Abbildung 6.10:**

Schematischer Aufbau des analogen Frequenz-/Phasendetektors, basierend auf dem AD8302 Verstärkungs- und Phasendetektor (Analog Devices). DC: Directional Koppler, A: Abschwächer, F: Filter, B: Entkoppler (Buffer), SC: Standard Analog Interface.

zweiten Direktionalkoppler für die oben beschriebene Frequenzdetektionsmethode aufgespalten, wobei ein Pfad den steilen Tiefpassfilter (Mini-Circuits SCLF-Serie) durchläuft. Ein Abschwächer in dem anderen Pfad dient der Signalanpassung an die nominellen Eingangsparameter des AD8302. Der frequenzabhängige Intensitätsunterschied an den beiden Eingängen des AD8302 wird dann entsprechend in ein Spannungssignal am VMAG-Ausgang ausgegeben. Beide Spannungssignale werden über eine Analogelektronik aufbereitet.

#### 6.4.2 Frequenz-zu-Spannungskonversion

Für die Anwendungen in dieser Arbeit wurde die Frequenzdetektoreinheit mit einem SCLF-30 (Mini-Circuits,  $f_{-3dB} = 35$  MHz) Tiefpass betrieben. Dieser ermöglicht eine lineare Frequenz-/Spannungskonversion im Bereich von 50 - 67 MHz mit einer Steigung von 13 MHz/V. Der Stabilisierungspunkt ( $VMAG = 0$  V) kann in diesem Bereich durch eine interne Kalibration frei gewählt werden und liegt bei 56,5 MHz. Abbildung 6.11 zeigt die Frequenz-zu-Spannungskonversion der Frequenzdetektoreinheit für verschiedene Signalpegel und verschiedene integrierte Signal-zu-Rausch-Verhältnisse (SNR). Das integrierte SNR stellt im Allgemeinen die technisch relevante Größe dar, im Gegensatz zu der auf dem Spektrum-Analyzer abgelesenen SNR bei einer bestimmten Auflösungsbandbreite. Sie wird durch den Quotienten des Signalpegels durch die integrierte Rauschleistung (siehe unten) in dem relevanten Spektralbereich gebildet. Das Testsignal mit den unterschiedlichen SNR wurde mithilfe eines Agilent E4281A Synthesizers und einer



**Abbildung 6.11:**

Frequenz-zu-Spannungskonversion der Frequenzdetektoreinheit in Abb. 6.10 für verschiedene Signalpegel (kleine Abb.) und verschiedene integrierte Signal-zu-Rausch-Verhältnisse (SNR) (große Abb.). Das Signal wurde durch einen 60 MHz Bandpass (Mini-Circuits SBP-60) gefiltert, bevor es in die Einheit eingelegt wurde. Die Rauschleistung, die zum angegebenen SNR führt, wurde über den Bereich von 35 - 85 MHz integriert. Die eingeklammerten SNR entsprechen den Werten für eine Auflösungsbandbreite (RBW) von 300 kHz am Spektrum-Analyser.

Anordnung nach dem Schema in Abb. 4.2 erzeugt. Der eingebettete Graph zeigt die Frequenz-zu-Spannungskonversion für zwei unterschiedliche Signalpegel ohne addiertes Rauschen. Es ist zu sehen, daß für Frequenzabweichungen von -45 MHz bis +350 MHz vom Stabilisierungspunkt die korrekte Vorzeicheninformation ausgegeben wird, mit einer geringen Empfindlichkeit gegenüber dem Signalpegel.

Eine Abnahme des SNR bewirkt eine Verschiebung des Stabilisierungspunktes zu größeren Frequenzen, ermöglicht aber dennoch eine eindeutige Frequenz-zu-Spannungskonversion bis hinab zu  $\text{SNR} = 13,2 \text{ dB} @ \text{RBW} = 300 \text{ kHz}$ . Eine Lösung zur Vermeidung einer Arbeitspunktverschiebung durch starke Signalpegelschwankungen bietet der Einsatz eines Tracking-Oszillators. Die Extrema bei 44 MHz und 80 MHz in der Konversionskurve sind durch den vorgeschalteten SBP-60 (Mini-Circuits) 60 MHz Bandpass verursacht. Aus einer Analyse des Amplituden- und Phasenganges einer durch zwei Synthesizer erzeugten Differenzfrequenz an den RF IN und REF IN Eingängen des Frequenz-Phasendetektors [46], ergibt sich eine Modulationsdetektionsbandbreite der Phasendetektoreinheit von 10 MHz. Über die frequenzabhängige Phasenverzögerung

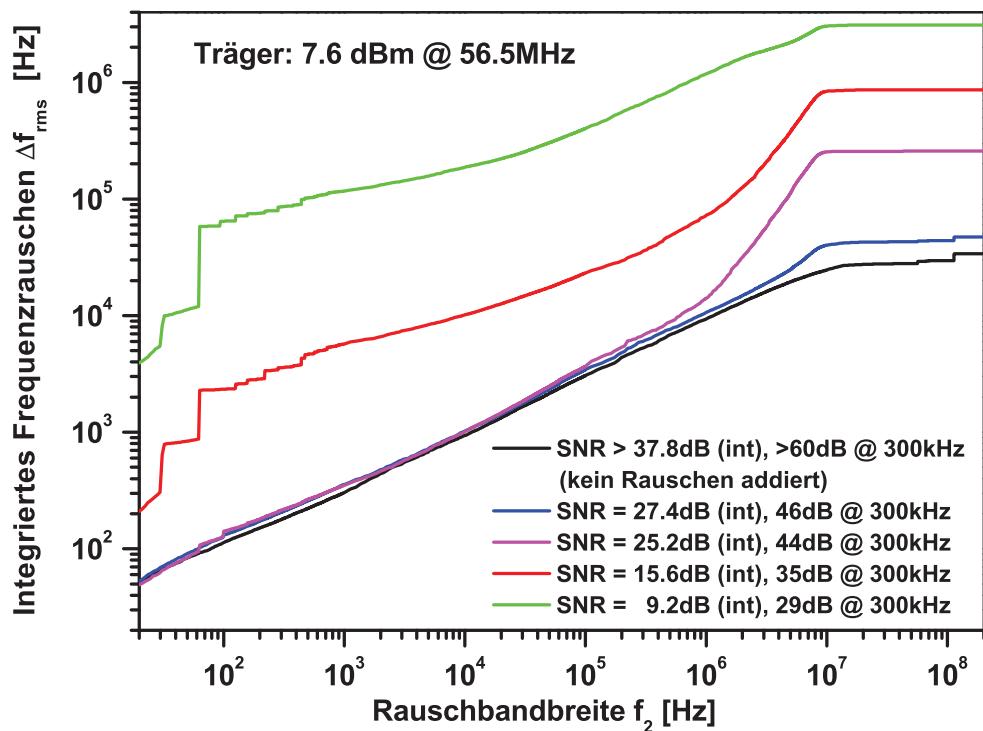
des Tiefpassfilters, lässt sich daraus für die Frequenzdetektoreinheit eine Modulationsdetektionsbandbreite von mindestens 1 MHz abschätzen.

### 6.4.3 Detektorrauschen

Wie jedes elektronische Gerät erzeugt auch der Frequenz-/Phasendetektor inhärentes elektronisches Rauschen, welches die Funktionalität herabsetzt. Dieses inhärente Rauschen lässt sich allgemein als äquivalentes Eingangsräuschen ausdrücken. Das äquivalente Eingangsräuschen integriert über die Regelbandbreite bestimmt die kleinstmögliche relative Linienbreite zwischen zwei Lasern, die mithilfe der Frequenzdetektoreinheit erreicht werden kann.

Ein kurzer Überblick über den mathematischen Hintergrund und die relevanten Zusammenhänge um die spektrale Rauschleistungsdichte wird im Anhang A gegeben.

Zur Bestimmung der minimalen Linienbreiten in einer Frequenzstabilisierung durch den Frequenz-Phasendetektor, werden wieder Signale fester Amplitudenhöhe, aber



**Abbildung 6.12:**

Minimale durch Detektorrauschen begrenzte Linienbreite in einer Regelschleife mit einer Regelbandbreite  $f_2$ , für verschiedene Signal-zu-Rauschverhältnisse (SNR) des Eingangssignals. Es sind jeweils die im Bereich von 35 - 85 MHz integrierten SNR, zusammen mit den SNR für eine Auflösungsbandbreite von 300 kHz dargestellt.

unterschiedlicher SNR mittels einer Anordnung nach Abb. 4.2 erzeugt und an dem RF IN-Eingang der Frequenzdetektoreinheit angelegt. Anschließend wird die lineare spektrale Dichte LSD  $s(f)$  des Spannungs-Ausgangssignals  $V_{\Delta f}$  mit einem FFT Signal-Analysator (Stanford Research Systems, Model SR780) gemessen und über das bekannte Konversionsverhältnis in die LSD des Frequenzrauschens umgerechnet. Wie in Gl. (A.8) angeführt, ergibt sich entsprechend über eine Integration von  $[s(f)]^2$ , ab einer minimalen Frequenz  $f_1$  bis zu der jeweiligen Servobandbreite der Regelung  $f_2$ , der Effektivwert des äquivalenten Eingangsrauschens. Dies entspricht der gesuchten minimalen Linienbreite einer Stabilisierung

$$\Delta f_{rms} = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} [s(f)]^2 df}. \quad (6.1)$$

Abbildung 6.12 zeigt das Ergebnis dieser Analyse, bei der in dieser Arbeit gewählten Arbeitsfrequenz von 56,5 MHz, in der die spektrale Leistungsdichte des Frequenzrauschens über den Bereich von  $f_1 = 10$  Hz bis zu der Regelbandbreite  $f_2$  integriert wurde. Es ist zu erkennen, daß für Regelbandbreiten bis zu  $f_2 = 1$  MHz rauschbegrenzte RMS-Linienbreiten kleiner als 10 kHz erreicht werden können, solange das integrierte SNR nicht unter 25,2 dB (44 dB bei RBW = 300 kHz) fällt. Unterhalb dieses Wertes nimmt die rauschbegrenzte RMS-Linienbreite mit fallendem SNR stark zu. Mit einer geringen SNR von 9,2 dB (29 dB bei RBW = 300 kHz) kann noch eine RMS-Linienbreite von 200 kHz mit moderaten Regelbandbreiten bis 10 kHz erreicht werden, was für die meisten Piezo-getriebenen Laserfrequenzstabilisierungen ausreichend ist. Oberhalb von 1 MHz gewinnt mit fallendem SNR das Detektorrauschen in jedem Fall zunehmend an Einfluß.

Insgesamt bestätigen diese Ergebnisse, daß selbst mit geringem SNR von 30 - 45 dB bei 300 kHz RBW, wie etwa in einem Schwebungssignal eines Lasers mit sub-mW Leistung und dem Frequenzkamm, Präzisionsspektroskopie-taugliche Frequenzstabilisierung möglich sind. Mit dem Einsatz eines Tracking-Oszillators (siehe Kap. 4.2 und 4.3), welcher ein konstant großes SNR liefert, lassen sich die Einschränkungen durch das SNR bis zu den schnellsten Regelbandbreiten von  $10^6$  Hz leicht und ohne Informationsverlust umgehen.

Wie in Abschn. 6.4.2 erwähnt, läßt sich der Stabilisierungspunkt ( $VMAG = 0$  V) durch eine interne Kalibration im Bereich von 50 - 67 MHz frei wählen. Auf Grund der Tatsache, daß bei niedrigeren Arbeitsfrequenzen mehr Rf-Leistung den Tiefpassfilter in der Frequenzdetektoreinheit passiert, ist das integrierte Rauschen geringer. Dies verbessert die Performance dahingehend, daß die gleichen RMS-Linienbreiten bei einer Arbeitsfrequenz von 51,5 MHz schon mit einem ca. 10 dB kleineren SNR erzielt werden können [46].

#### 6.4.4 Rf-Leistungsabhängigkeit

In Abb. 6.11 wurde die Abhängigkeit der Frequenz-Spannungskonversion und des Arbeitspunktes ( $V_{\Delta f} = 0V$ ) von dem Signal-zu-Rauschverhältnis des Eingangssignals ausgeführt. Da auch eine deutliche Abhängigkeit der Konversionsfunktion für Frequenzen weit unterhalb oder oberhalb vom Arbeitspunkt von der Rf-Leistung zu erkennen war, ist auch eine Abhängigkeit für die Lage des Arbeitspunktes zu erwarten. Eine solche Rf-Leistungsabhängigkeit kann zu systematischen Fehlern oder zusätzlichem Frequenzrauschen führen und muß daher spezifiziert werden. Dazu wurde ein Rf-Signal nahe dem Arbeitspunkt mit einer Leistung von 7,6 dBm angelegt, so daß am  $V_{\Delta f}$  Ausgang eine Spannung von exakt 0 V anlag und anschließend die Signalleistung um  $\pm 6$  dB bei diesem nominalen Leistungspunkt variiert. Die resultierenden Ausgangsspannungsdifferenzen können über den bekannten Konversionsfaktor in Frequenzverschiebungen umgerechnet werden. Für ein großes SNR des Eingangssignals (Signal des Agilent E8241A Synthesizer) ergibt sich eine Abhängigkeit von 5 kHz/dB. Eine Abnahme des SNR vergrößert erwartungsgemäß diesen Wert, auf z.B. 20 kHz/dB für ein SNR von 12,6 dB (31,3 dB bei RBW = 300 kHz).

Bei einer Schwebungsfrequenzmessung zwischen zwei Lasern liegen die Signalpegelschwankungen bei wenigen dB, so dass Frequenzdrifts im 10 kHz Bereich zu erwarten sind. Eine Lösung bietet auch in diesem Fall wieder der Einsatz eines Tracking-Oszillators für das Rf-Eingangssignal, wodurch sowohl das SNR maximiert wird, als auch die RF-Leistung konstant gehalten wird (vergl. Abb. 6.13).

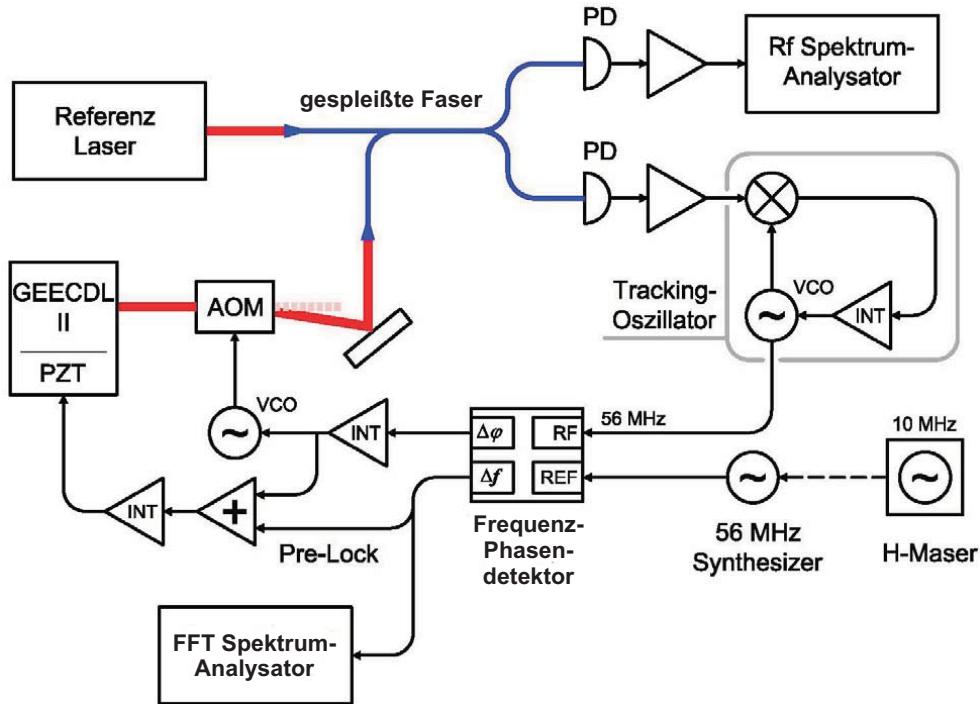
### 6.5 Stabilisierung und Charakterisierung des GEECDL

#### 6.5.1 Experimenteller Aufbau zur Stabilisierung des GEECDL

Für die Präzisionsspektroskopie an den HD<sup>+</sup>-Ionen, oder für die kohärente Manipulation von individuellen ro-vibronischen Quantenzuständen an Molekülen im THz-Bereich ist die Frequenzstabilisierung des GEECDL auf den Frequenzkamm, bzw. die Phasenstabilisierung zweier GEECDL auf den Frequenzkamm und zueinander notwendig.

Abbildung 6.13 zeigt den experimentellen Aufbau für die Frequenz- oder Phasenstabilisierung des GEECDL II auf den Frequenzkamm oder zu GEECDL I. Die in einer Stabilisierung erfassbaren Daten wie Linienbreiten des Schwebungssignals (*beat-note*) oder Frequenzrauschspektren dienen außerdem der Charakterisierung des GEECDL.

Das Rf-Schwebungssignal (*beat-note* zwischen dem GEECDL II und dem Referenzlaser wird mittels einem 50:50 Faserkopplers, welcher aus zwei gespleißten optischen *single-mode* Fasern besteht (siehe auch Abb. 3.27), erzeugt. An beiden Faserausgängen befindet sich ein fasergekoppelter Detektor (Thorlabs F400FC) mit einer entsprechenden Verstärkerkette (ähnlich Abb. 3.29), wobei ein Arm für die RF-Signalanalyse einem Agilent E4440A Spektrumanalysator zugeführt wird und das Signal des anderen



**Abbildung 6.13:**

Schematischer Aufbau der optischen Frequenz- und Phasenstabilisierung (OPLL - *Optical Phase Lock Loop*) des GEECDL II auf einen externen Referenzlaser (GEECDL I oder Frequenzkamm). Die Spektrum-Analysatoren an der *beat-note* und an dem  $\Delta f$ -Fehlersignalausgang des Frequenz-Phasendetektors dienen der Charakterisierung des GEECDL.

Arms durch einen schnellen Tracking-Oszillator mit 2 MHz Regelbandbreite<sup>2</sup> (siehe Kap. 4.3) aktiv gefiltert wird. Dieses Signal mit stabilem SNR und fester Amplitude dient als Eingangssignal für den Frequenz-Phasendetektor (FPD), an dessen Referenzeingang ein 56,5 MHz Signal (Arbeitspunkt des FPD) eines H-Maser stabilisierten Synthesizers (Hewlett-Packard 8657B) eingespeist wird. Das analoge linearisierte Phasendifferenzsignal von  $0.. \pi$  wird am Ausgang  $\Delta\varphi$  des FPD ausgegeben und über ein Regelfilter einem VCO zugeführt, der einen AOM treibt. Dieser AOM dient als schnelles Phasenstellglied der GEECDL-Emission in der ersten Beugungsordnung für Fourierfrequenzen bis zu 500 kHz und wird im zeitlichen Mittel bei der Frequenz des frei laufenden VCO's betrieben. Als langsames Phasen- und Frequenzstellglied für Laserdrift und Jitter-Fourierfrequenzen bis 50 Hz, dient der piezogetriebene MF-Spiegel (siehe Abb. 6.3) des gefalteten Laserresonators. Zusätzlich zu dem aufbereiteten VCO-

<sup>2</sup>Als Regelbandbreite ist in diesem Fall der -3dB Punkt der *closed-loop* Transferfunktion definiert, welcher bei ca. doppelter Frequenz liegt, als der unity gain Punkt der *open-loop* Transferfunktion oder der Abstand der *servo-bumps* in der *beat-note*.

Signal wird hier als Fehlersignal das  $\Delta f$  Frequenzdifferenzsignal des FPD eingespeist, um eine Vorstabilisierung zu realisieren, welche die Stabilität der Regelschleife und den Fangbereich erhöht. Parallel dazu ist über eine Messung am Ausgang  $\Delta f$  mit einem FFT-Spektrumanalysator (Stanford Research Systems, Model SR780) eine Messung der spektralen Rauschleistungsdichte PSD oder LSD an der *beat-note* möglich.

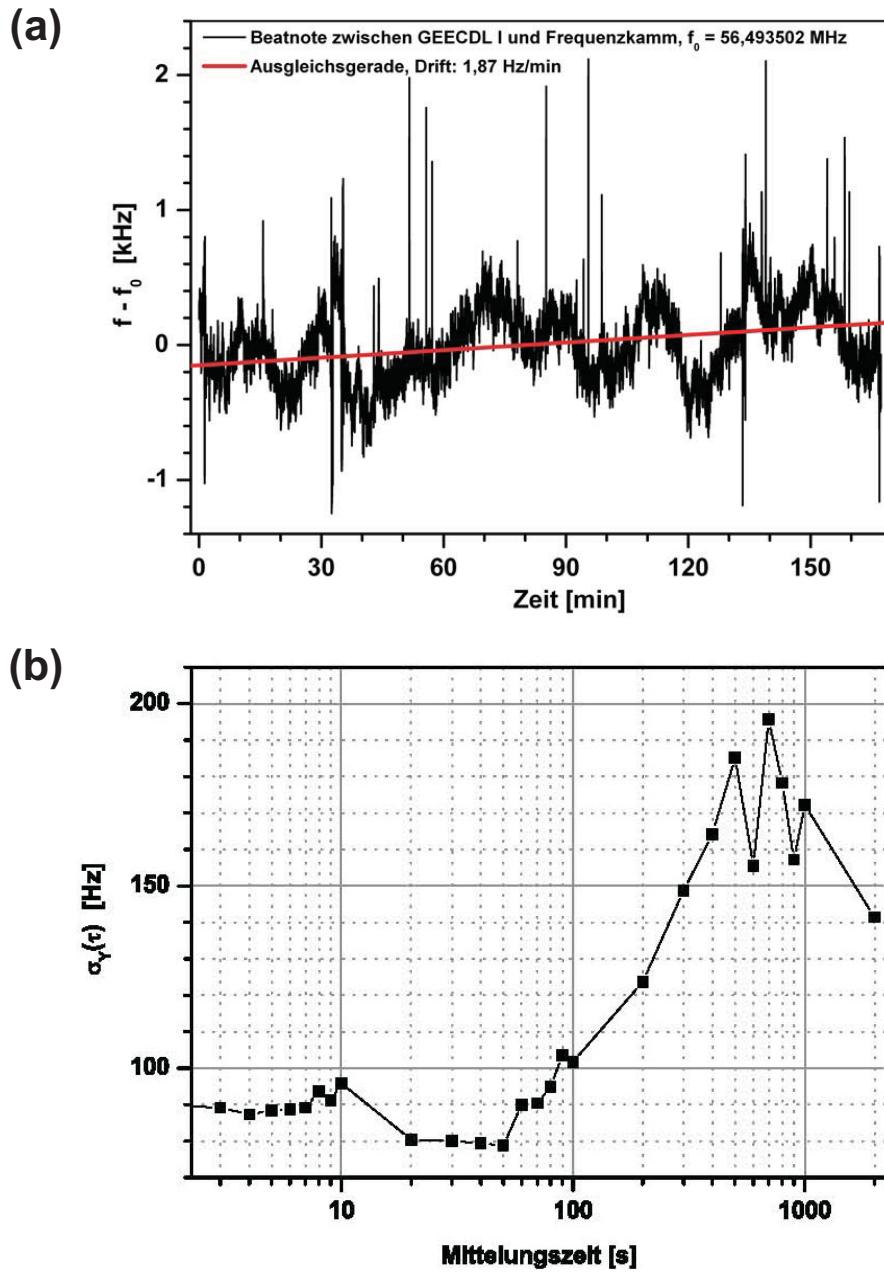
Bei einer reinen Frequenzstabilisierung wird nur das Frequenzdifferenzsignal zum Arbeitspunkt  $\Delta f$  benutzt und der AOM bei dem GEECDL II mit einer Festfrequenz betrieben, bzw. bei dem GEECDL I ohne AOM in die gespleißte Faser eingekoppelt. Für eine optimale Stabilisierung wird in diesem Fall die Regelschleife durch einen Piezo-Regelfilter mit einer größeren Regelbandbreite von 1 kHz betrieben.

Die Regelbandbreite von ca. 500 kHz der Phasenstabilisierung wird durch die *open loop unity gain*-Frequenz von 237 kHz aus einer *closed loop* Messung, sowohl für die Phasenstabilisierung auf den Frequenzkamm, als auch auf den GEECDL I, untermauert. Diese Frequenz tritt auch bei den sogenannten *servo-bumps* in den in (Abschn. 6.5.3) dargestellten *beat-note*-Spektren zu Tage.

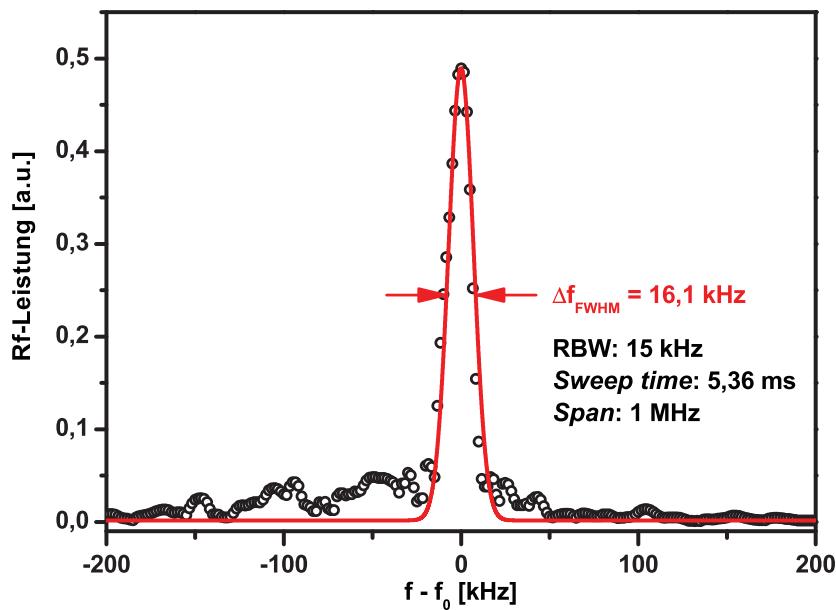
## 6.5.2 Frequenzstabilisierung des GEECDL

Als erstes Experiment zur Frequenzstabilisierung wurde zunächst der GEECDL I auf den Frequenzkamm nach dem Konzept aus Abschn. 6.5.1 stabilisiert und die Schwebungsfrequenz (*beat-note*) mit einem totzeitfreien Frequenzzähler (Menlo Systems) periodisch im Sekundentakt ausgelesen. Das aufgrund der geringen Nutzleistung des GEECDL I von ca. 1 mW [105] erreichte *beat-note*-SNR von 15 - 25 dB (RBW = 300 kHz), mit einer durch die Kurzzeitstabilität des Frequenzkamms limitierten Linienbreite von 200 - 300 kHz (vgl. Abb. 5.7), war dabei ausreichend für die phasenstabile aktive Filterung durch den Tracking-Oszillator. Abbildung 6.14 (a) zeigt das Ergebnis dieser Messung über einen Zeitraum von 2,8 Stunden. Die mittlere Drift über diese Zeit betrug nur 314 Hz, entsprechend 1,87 Hz/min, mit einer Instabilität von unter 1 kHz auf der Zeitskala von einer Sekunde. In den Modulationen auf der Zeitskala von 1000 s wird die Temperaturabhängigkeit des analogen Tiefpasses in der Größenordnung von 1/30000 des Frequenz-Phasendetektors deutlich. Eine quantitative Darstellung der erreichten Frequenzstabilität gibt die Allan-Standardabweichung in Abb. 6.14 (b). Diese verläuft in wesentlichen flach mit Werten unterhalb 100 Hz für Mittelungszeiten bis  $\tau = 80$  s. Danach verursachen Schwankungen der Labortemperatur systematische Verschiebungen des Stabilisierungspunktes, welche die Lage der *beat-note* beeinflussen.

Mit der Verfügbarkeit des GEECDL II wurde erstmals auch eine Frequenzstabilisierung zweier GEECDL zueinander und somit auch eine Charakterisierung der Kurzzeitlinienbreite der Laser in der vorgestellten Anordnung möglich. Das *beat-note*-Spektrum mit dem Agilent E4440A Spektrumanalysator zeigt Abb. 6.15. Aus der FWHM-Breite von 16,1 kHz lässt sich, unter der Annahme vergleichbarer GEECDL-Linienbreiten, eine Linienbreite der GEECDL von 11,4 kHz, auf einer Zeitskala von 10 ms ableiten. Dabei gilt es aber zu beachten, dass die gemessene FWHM-Breite hier

**Abbildung 6.14:**

Frequenzstabilisierung des GEECDL I auf den Frequenzkamm. (a) Schwebungsfrequenz (*beat-note*) zwischen GEECDL I und dem Frequenzkamm. (b) Allan-Standardabweichung der Schwebungsfrequenz (*beat-note*) zwischen frequenzstabilisiertem GEECDL I und dem Frequenzkamm. Die Repetitionsrate und die Offsetfrequenz des Frequenzkammes sind auf den H-Maser phasenstabilisiert. Die mittlere Drift über 2,8 Stunden beträgt 314 Hz, entsprechend 1,87 Hz/min.

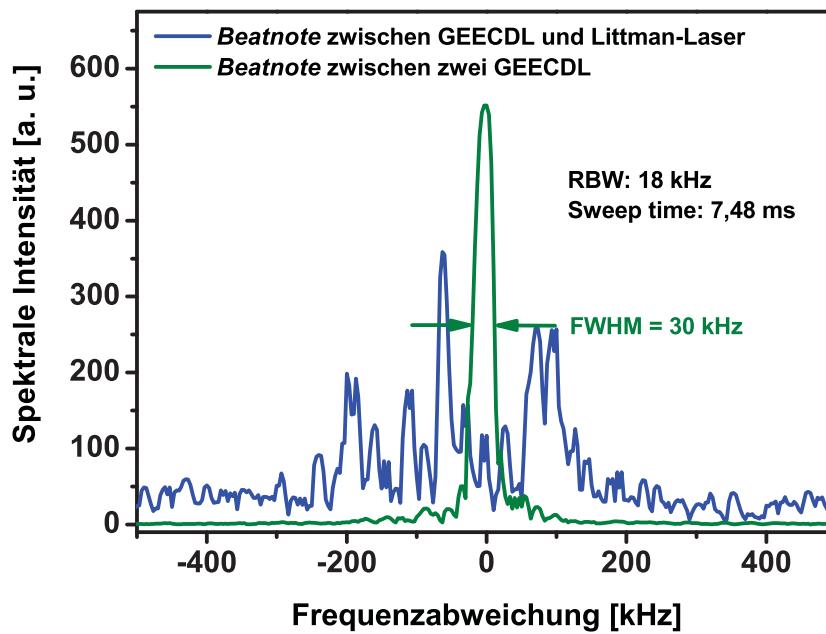
**Abbildung 6.15:**

*Beat-note*-Spektrum zwischen zwei aufeinander frequenzstabilisierten GEECDL mit einer Regelbandbreite von 1 kHz.

hauptsächlich durch die Auflösungsbreite (RBW) des Spektrumanalysators gegeben ist. Um die wahre Linenbreite zu erfassen, müssen beide Laser freilaufend sein, was aufgrund der geringen Drift (siehe Abb. 6.14 (a)) der beiden GEECDL problemlos für kurze Meßzeiten unterhalb 1 s möglich ist.

Für den Vergleich der erzielten Ergebnisse mit einem herkömmlichen gitterstabilisierten Diodenlaser in Littman-Anordnung, wurden die Messungen mit dem zum Littman-Laser zurückgebauten GEECDL I wiederholt. Hierbei wurde der externe gefaltete Resonator durch einen hochreflektierenden dielektrischen Spiegel ( $R > 99\%$ ) ersetzt. Eine Messung der *beat-note* zwischen diesen freilaufenden Laser ist aufgrund der starken Drift des Littman-Laser nicht unverfälscht möglich. Um die Breite der Schwebungsfrequenz zu erfassen, muß eine Frequenzstabilisierung stark genug sein, um eine gegenseitige Drift zu eliminieren, aber schwach genug sein, um die individuellen Laser als freilaufend betrachten zu können. Im Folgenden wurde daher die Frequenzstabilisierung des GEECDL auf den Littman-Laser mit einer reduzierten Regelbandbreite von nur 50 Hz durchgeführt und die *beat-note* zusammen mit einer Messung der linearen spektralen Rauschleistungsdichte LSD aufgenommen.

In Abbildung 6.16 ist das erzielte *Single-sweep beat-note* Spektrum zwischen GEECDL und Littmanlaser und zwischen zwei GEECDL dargestellt. Die FWHM-Breite der *beat-note* zwischen den freilaufenden GEECDL beträgt hier 30 kHz. Unter der Annahme einer gleichen Linienbreite der beiden Laser folgt daraus (analog zu Gl. (5.9))

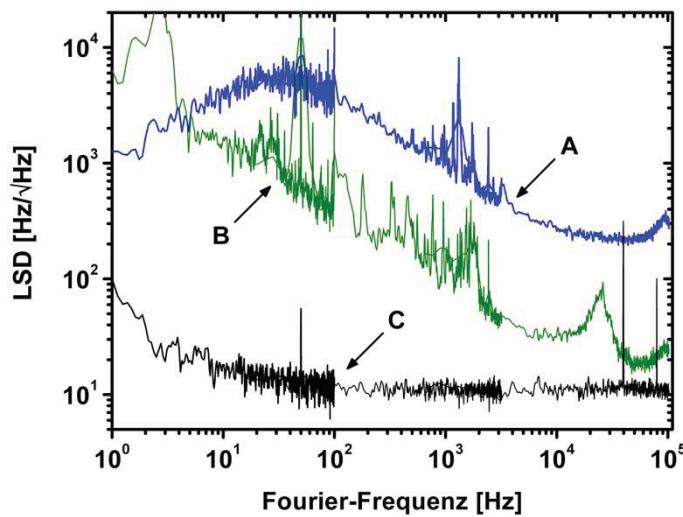
**Abbildung 6.16:**

*Single-sweep beat-note* Spektrum zwischen GEECDL und Littmanlaser (blau) und zwischen zwei GEECDL (grün). Im ersten Fall war der GEECDL mit einer Regelbandbreite von ca. 50 Hz auf den Littman-Laser frequenzstabilisiert, während die *beat-note* zwischen den GEECDL mit freilaufenden Lasern durchgeführt wurde.

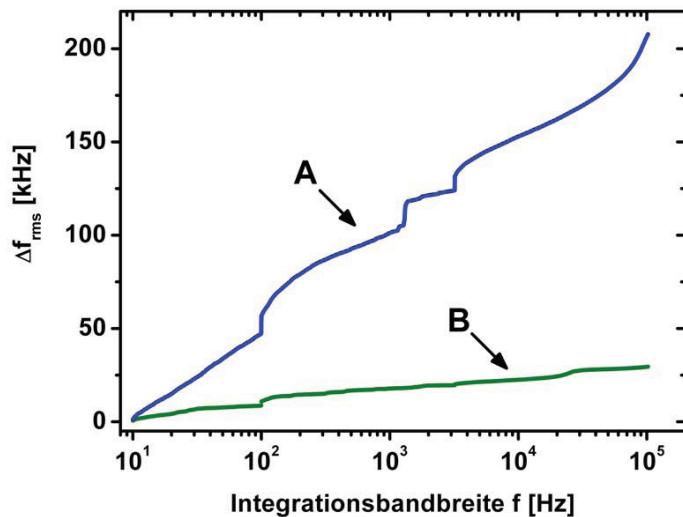
eine Linienbreite von ca. 21 kHz auf einer Zeitskala von 10 ms für einen GEECDL. Das *beat-note* Spektrum zwischen GEECDL und Littman-Laser ist ungleich breiter und zeigt aufgrund der schlechteren Frequenzstabilität des Littman-Lasers mehrere Spitzen. Eine Mittelung über 1000 Durchläufe ergab eine FWHM-Breite von 205 kHz.

Die lineare spektrale Rauschdichte LSD dieser beiden Konfigurationen ist in Abbildung 6.17 dargestellt. Sie wurde mit einem FFT-Spektrumanalysator (Stanford Research Systems, Model SR780) aufgenommen. Insgesamt entspricht das Rauschspektrum des zum Littman-Laser reduzierten GEECDL einem typischen Rauschspektrum aktueller gitterstabilisierter Diodenlaser [145, 146]. Es ist zu erkennen, dass das Frequenzrauschspektrum der GEECDL (Kurve B) über die ganze Messbandbreite, im Vergleich zu der Messung mit dem Littman-Laser (Kurve A), um eine Größenordnung reduziert ist. Der Einfluß der Frequenzstabilisierung äußert sich in einer Rauschunterdrückung bei Frequenzen unterhalb von 50 Hz. Der  $1/\sqrt{f}$ -Verlauf entspricht der Charakteristik des Rauschens des Injektionsstromes in der Laserdiode, wobei die Spitzen bei 1,6 kHz mechanischen Resonanzen zugeordnet werden können. Das lokale Maximum in der GEECDL-GEECDL-Messung (Kurve B) bei 26 kHz entspricht einer mechanischen Resonanz des externen Resonators.

Aus den Daten der spektralen linearen Rauschleistungsdichte lassen sich die zu er-

**Abbildung 6.17:**

Lineare spektrale Rauschdichte LSD des Schwebungssignals zwischen GEECDL und Littmanlaser (A) und zwischen zwei GEECDL (B). (C) entspricht dem Eigenrauschspektrum des Detektors. Die Aufnahme erfolgte mit einem FFT Signal-Analysator (Stanford Research Systems, Model SR780).

**Abbildung 6.18:**

RMS-Frequenzschwankungen (*Jitter*) als Funktion der Integrationsobergrenze  $f$ . (A): zwischen GEECDL und Littmanlaser, (B) zwischen zwei GEECDL.

wartenden RMS-Frequenzschwankungen nach Gl. (A.8) berechnen. Diese sind für ein Integrationsintervall von 10 Hz bis zur Bandbreite  $f$  in Abbildung 6.18 dargestellt. Über die mit dem FFT-Spektrumanalysator (Stanford Research Systems, Model SR780) zugängliche Bandbreite von 100 kHz ergibt sich eine RMS-Linienbreite von 208 kHz für die Littman-GEECDL-Kombination und 30 kHz für die GEECDL's, in Übereinstimmung mit den *beat-note* Linien-Breiten in Abb. 6.16. Nach Abb. 6.17 liegt die lineare spektrale Rauschleistungsdichte des Frequenzrauschens für den GEECDL um etwa 1 Gößenordnung unter der Rauschleistungsdichte des Littman Gitter Lasers.

Speziell die Rauschunterdrückung bei großen Frequenzen ist entscheidend für die Möglichkeit einer Phasenstabilisierung auf eine externe Referenz, welche im nächsten Abschnitt vorgestellt wird.

### 6.5.3 Phasen-Stabilisierung des GEECDL

Aufgrund der gegenüber herkömmlichen gitterstabilisierten Lasern um 1 bis 2 Größenordnungen verbesserten Rauschunterdrückung, ist es möglich einen GEECDL mit einer vergleichsweise niedrigen Regelbandbreite auf eine externe Referenz phasenstabilisieren. Im Folgenden wird daher die Phasenstabilisierung des GEECDL auf den Frequenzkamm und auf einen Master-GEECDL mit dem in Abb. 6.13 dargestellten Aufbau demonstriert. Die Regelbandbreite betrug mit 237 kHz in beiden Fällen deutlich weniger als bei OPLLs mit Littman- oder Littrow-Lasern [84, 147, 148, 149]. Eine Phasenstabilisierung zwischen zwei GEECDL kann schon mit einer Regelbandbreite von 46 kHz erreicht werden [44].

Charakteristische Parameter für eine solche Stabilisierung sind die Instabilität, repräsentiert durch die Allan-Standardabweichung  $\sigma_Y(\tau)$ , die spektrale Phasenrauschdichte  $S_\phi(f)$ , die Leistungsdichte  $P(f)$ , der Restphasenfehler  $\phi_{rms}$  und der über Gl. (6.2) definierte Leistungsanteil  $\eta$  im kohärenten Trägersignal der *beat-note*. Für diese Parameter gelten die Relationen [84, 211]:

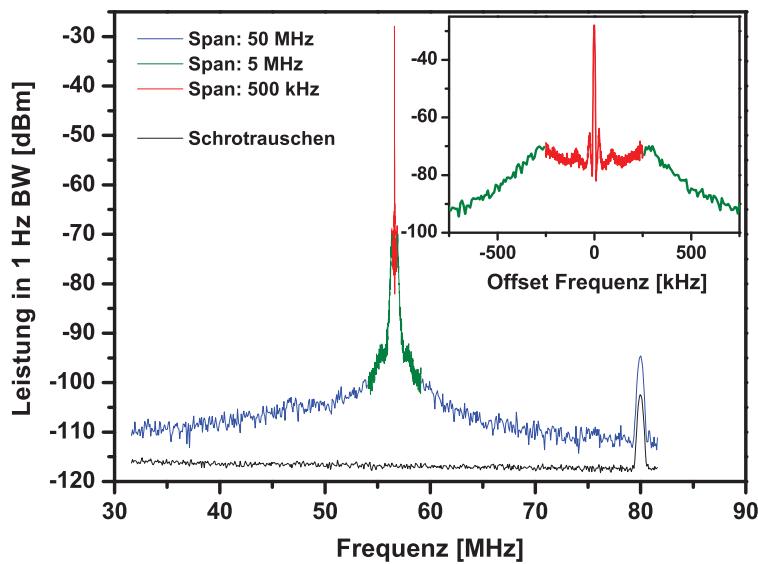
$$\eta = \frac{P_C}{\int_{-\infty}^{+\infty} P(f) df} = \exp[-\phi_{rms}^2] \quad (6.2)$$

$$\phi_{rms}^2 = \int_0^{\infty} S_\phi(f) df, \quad (6.3)$$

wobei  $P_C$  die die kohärente Signalleistung im Trägersignal ist.

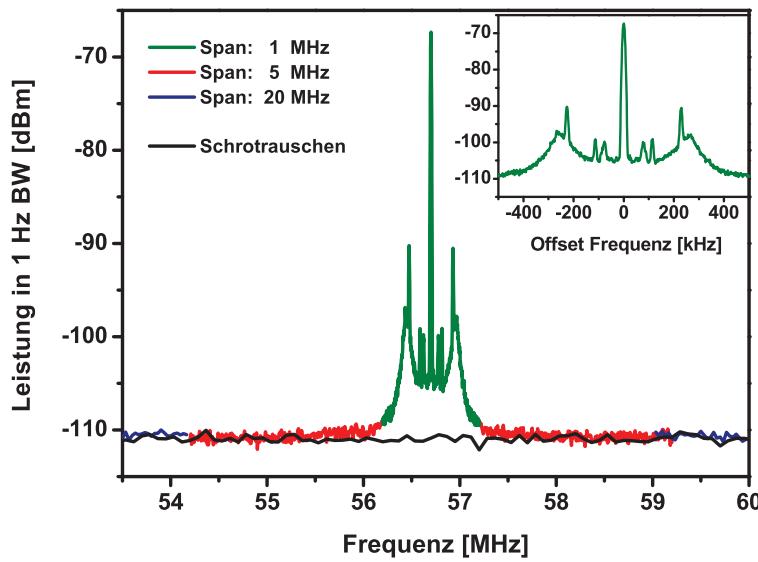
In einem ersten Experiment wurde der GEECDL II auf den GEECDL I phasenstabilisiert. Aufgrund der beiderseitig großen Emissionsleistung im mW-Bereich ergibt sich hier ein starkes SNR von > 60 dB. Das resultierende *beat-note* Spektrum wurde um die Trägerfrequenz in ansteigender Messweite mit dem Rf-Spektrumanalysator aufgenommen, um eine hohe Auflösung zu erreichen. Das zusammengesetzte Spektrum zeigt Abb. 6.19. Eine Integration der Rauschleistung in einer Fensterbreite von 20 MHz um den Träger bei 56,09 MHz ergibt einen Leistungsanteil  $\eta$  im Trägersignal von 99,47 %.

Bei der Phasenstabilisierung des GEECDL II auf den Frequenzkamm ist die resultierende *beat-note* aufgrund der geringen Frequenzkamm-Modenleistung von ca. 100 nW deutlich leistungsschwächer, weswegen nun das Schrotrauschen des Diodenlasers die Empfindlichkeit der Messung begrenzt. Das zusammengesetzte *beat-note* Spektrum zeigt Abb. 6.20. Aufgrund des geringeren SNR als im vorherigen Fall bietet sich hier nur eine Signalbreite von ca. 1 MHz oberhalb des Schrotrauschens, so dass über die Integration der Rauschleistung nur eine obere und untere Grenze für  $\eta$  bestimmt werden kann. Als obere Grenze ergibt sich mit einer integrierten Rauschleistung über die Breite von  $\pm 0,5$  MHz um den Träger  $\eta = 96\%$  und als untere Grenze mit 20 MHz Integrationsbreite  $\eta = 87\%$ . In beiden Fällen kann man auch hier noch von einer sehr guten Phasenstabilisierung mit Restphasenfehlern  $\phi_{rms}$  deutlich unterhalb 1 rad sprechen.



**Abbildung 6.19:**

Spektrale Leistungsdichte des Rf-Schwebungssignals zwischen zwei vergleichbaren aufeinander phasenstabilisierten GEECDL. Die Spitze bei der Frequenz von 80 MHz ist durch Einstreuung des AOM Rf-Signals verursacht.



**Abbildung 6.20:**

Spektrale Leistungsdichte des Rf-Schwebungssignals zwischen Frequenzkamm und darauf phasenstabilisiertem GEECDL II.

Die Darstellung der spektralen Leistungsdichte in 1 Hz Bandbreite, durch ein zusammengezesstes *beat-note* Spektrum aus mehreren Messungen mit unterschiedlichen Wertespannen und Auflösungsbandbreiten (RBW), bietet die Möglichkeit einer Bestimmung des SNR bei beliebiger RBW. Für die Komposition des Spektrums und die Umrechnung gilt:

$$P_{dBm}^{(RBW=1Hz)} = 10 \log \left[ \left( 10^{P_{dBm}^{RBW}/10} \right) / RBW \right] \quad (6.4)$$

$$P_{dBm}^{RBW} = P_{dBm}^{(RBW=1Hz)} + 10 \log(RBW) \quad (6.5)$$

$P_{dBm}^{(RBW=1Hz)}$  bezeichnet die Leistung in dBm in der Auflösungsbandbreite 1 Hz und  $P_{dBm}^{RBW}$  die Leistung in dBm über die Auflösungsbandbreite RBW. Die Leistung im Träger ist in erster Näherung über die Auflösungsbandbreite konstant und kann aus dem zusammengesetztem Leistungsspektrum über Formel (6.5) bestimmt werden, falls sie nicht mit einer RBW von 1 Hz gemessen wurde.

Für das SNR in einer Wertespanne von 10 MHz, was einem RBW von 91 kHz auf dem Agilent E4440A Spektrumanalysator entspricht, ergibt sich mit der aus Abb. 6.19 abgelesenen Trägerintensität von -28 dBm und dem Rauschuntergrund von -110 dBm:

$$\begin{aligned} SNR_{Abb.6.19}^{RBW=91\text{kHz}} &= (-28 \text{ dBm} + 10 \log(4700)) - \\ &\quad (-110 \text{ dBm} + 10 \log(91000)) = 69 \text{ dB}. \end{aligned} \quad (6.6)$$

In gleicher Weise ergibt sich mit einer Trägerintensität aus Abb. 6.20 von -67 dBm:

$$\begin{aligned} SNR_{Abb.6.20}^{RBW=91\text{kHz}} &= (-67 \text{ dBm} + 10 \log(9100)) - \\ &\quad (-110 \text{ dBm} + 10 \log(91000)) = 33 \text{ dB}. \end{aligned} \quad (6.7)$$

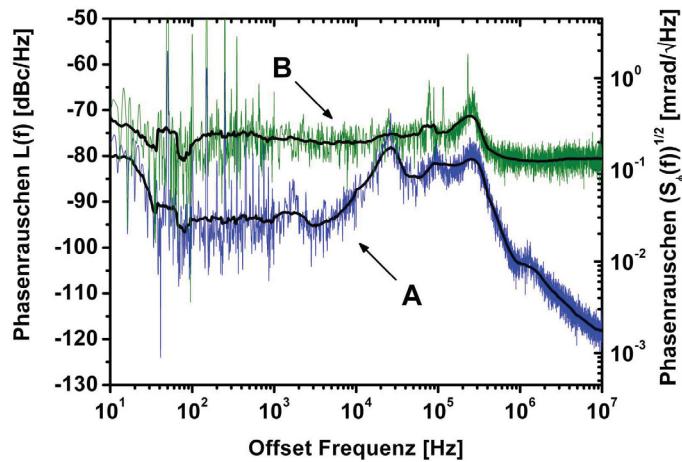
Als unabhängige, alternative Messung für die oben ermittelten Werte für den Restphasenfehler bzw. den kohärenten Trägersignalanteil bietet sich eine Messung des Phasenrauschens mit dem Agilent E4440A Spektrumanalysator und anschließende Integration der Phasenrauschkurve  $S_\phi(f)$  nach Gl. (6.3) an<sup>3</sup>. Der Restphasenfehler  $\phi_{rms}$  wurde hierbei über die Integration von  $S_\phi(f) = 2L(f)$  von  $f_0 = 10$  Hz bis zur oberen Frequenzgrenze f ermittelt.

Die Ergebnisse für die Stabilisierung des GEECDL II auf den GEECDL I, bzw. auf den Frequenzkamm sind in den Abbildungen 6.21 und 6.22 dargestellt. Auch hier treten im Phasenrauschspektrum mit dem GEECDL I wieder die schon bei der Frequenzstabilisierung beobachteten mechanischen Resonanzen im Bereich von 1,6 kHz und 26 kHz hervor. Als weiteres Maximum dort (Kurve A), wie auch bei der Stabilisierung auf den Frequenzkamm (Kurve B), wird im weiteren Verlauf die *open-loop* Regelbandbreite

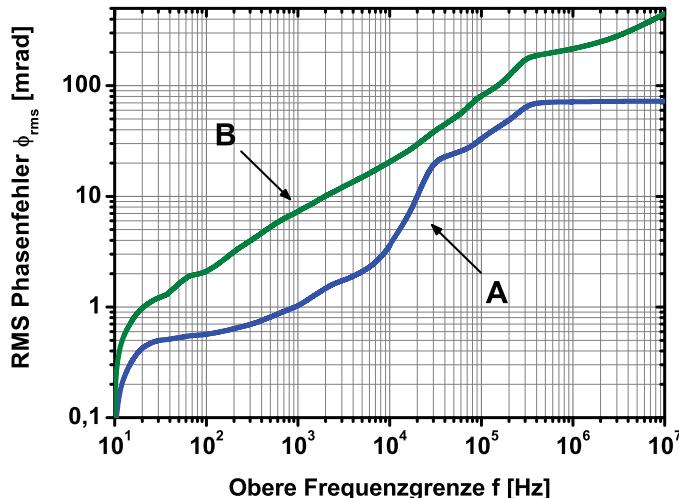
<sup>3</sup>Hierbei handelt es sich prinzipiell um das gleiche Messverfahren wie im vorherigem Fall, mit dem Unterschied, dass nun durch eine Software im Spektrumanalysator das Leistungsspektrum als *single sideband* (SSB) Rauschspektrum  $L(f)$ , mittels Normierung auf die Trägerleistung in dBc/Hz dargestellt wird (siehe Anhang A.4).

als *servo-bump* bei einer Frequenz von 250 kHz sichtbar. Diese *servo-bumps* sind auch bei den Spektren der spektralen Leistungsdichten in Abb. 6.19 und 6.20 deutlich ausgeprägt. Die Integration der Phasenrauschdichte bei der Stabilisierung auf den GEECDL I, konvergiert ab einer Grenzfrequenz von 500 kHz auf den RMS-Restphasenfehler von  $\phi_{rms} = 72$  mrad, was nach Gl. 6.2 einem kohärenten Trägeranteil von 99,48% entspricht, in Übereinstimmung mit dem Ergebnis von 99,47% oben.

Die Phasenrauschkurve der Stabilisierung auf den Frequenzkamm (B) verläuft im wesentlichen flach, bis auf den *servo-bump* bei 250 kHz. Oberhalb 500 kHz zeigt sich auch hier die Einschränkung der Messempfindlichkeit durch den Schrotrauschpegel. Die Integration des Phasenrauschens bis zu der Grenzfrequenz von 500 kHz ergibt daher eine untere Grenze für den Restphasenfehler von  $\phi_{rms}^{500kHz} = 194$  mrad, entsprechend  $\eta = 96,3\%$ . Als obere Grenzwert mit einer Integrationsbreite von 10 MHz ergibt sich  $\phi_{rms}^{10MHz} = 448$  mrad und  $\eta = 81,8\%$ . Diese Werte stehen in guter Übereinstimmung mit den oben ermittelten Werten von  $\eta = 96,31\%$  und  $\eta = 86,8\%$ , als oberer und unterer Grenzwert.

**Abbildung 6.21:**

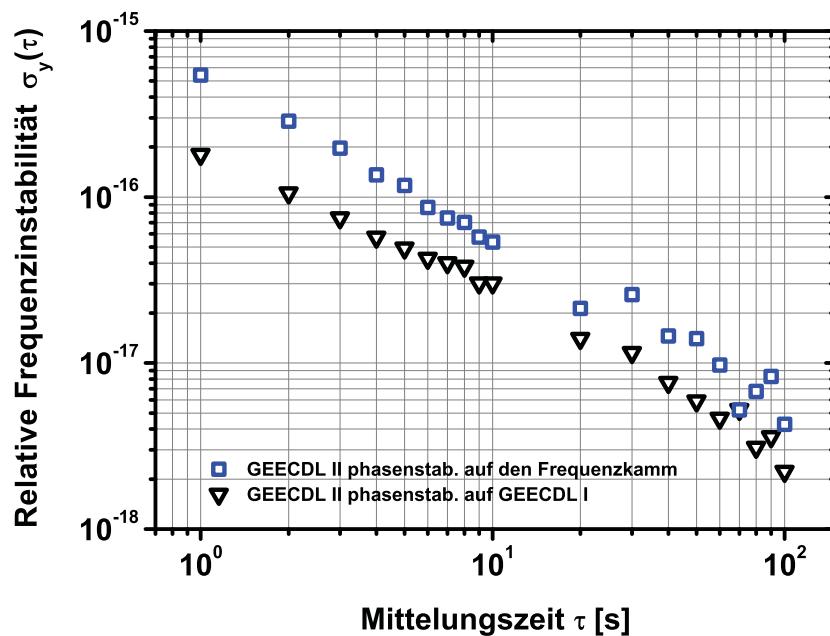
Spektrale Rauschleistungsdichte des Schwebungssignals zwischen GEECDL II, phasenstabilisiert auf den GEECDL I (A), bzw. auf den Frequenzkamm (B). Die PSD von Kurve (B) ist limitiert durch den Schrotrauschpegel des Signals, welcher zu  $-111 \text{ dBm/Hz}$  bestimmt wurde (siehe Abb. 6.20). Aus der kohärenten Signalleistung von  $-28 \text{ dBm}$  ergibt sich somit ein Rauschuntergrund von  $-80 \text{ dBc/Hz}$ .

**Abbildung 6.22:**

RMS-Phasenrauschen in Abhängigkeit von der Integrationsbandbreite  $10 \text{ Hz} - f$  der spektralen Phasenrauschenleistungsdichte aus Abb. 6.21. Kurve (A): GEECDL II phasenstabilisiert auf GEECDL I, Kurve (B): GEECDL II phasenstabilisiert auf den Frequenzkamm.

Für die Untersuchung der Langzeitstabilität wurde die Allan-Standardabweichung mit einem totzeitfreien Zähler (Menlo Systems) vom Schwebungssignal abgeleitet. Das Photodetektorsignal wurde dazu mit dem schnellen Trackingoszillator (Kap. 4.3) aktiv gefiltert und mußte aus technischen Gründen auf ca. 45 MHz heruntergemischt werden. Eine *Cycle slip*-Analyse der Messdaten ergab keinen *cycle slip* während einer Messdauer von 30 Minuten. Das Ergebnis für die Stabilisierung des GEECDL II auf den GEECDL I bzw. auf den Frequenzkamm zeigt Abbildung 6.23. Die relative Stabilität bei einer Sekunde liegt bei der Stabilisierung auf den Master-GEECDL I bei  $\sigma_y(1s) = 1,8 \cdot 10^{-16}$  und bei Stabilisierung auf den Frequenzkamm bei  $\sigma_y(1s) = 5,4 \cdot 10^{-16}$ .

Die Stabilisierung des Lasers auf den Frequenzkamm weist eine etwas geringere Stabilität gegenüber der Stabilisierung der Laser zueinander auf. Dies ist zu verstehen aufgrund der größeren Linienbreite der Frequenzkammnadeln von ca. 250 kHz (siehe Kap. 5.5), gegenüber der Linienbreite der individuellen GEECDL's von 21 kHz. Man sieht, dass  $\sigma_y(\tau)$  bei einer Integrationszeit von 100 s immer noch der  $1/\tau$  Abhängigkeit für weißes Phasenrauschen folgt, was annehmen läßt, daß die relative Frequenzunsicherheit bei längeren Integrationszeiten  $\tau$  weiter abnimmt.



**Abbildung 6.23:**

Allan-Standardabweichung der relativen Frequenzinstabilität von (i) GEECDL II phasenstabilisiert auf GEECDL I (schwarz) und (ii) GEECDL II phasenstabilisiert auf den Frequenzkamm (blau). Bei einer Sekunde Mittelungszeit ergeben sich Instabilitäten von  $\sigma_y(1s) = 1,8 \cdot 10^{-16}$  bzw.  $\sigma_y(1s) = 5,4 \cdot 10^{-16}$ .

## 6.6 Zusammenfassung

Der vorgestellte GEECDL vereinigt in zuverlässiger Weise die Vorteile eines *extended-* und *external cavity* Diodenlasers, wobei die unterbrechungsfreie Batterie-Stromversorgung die notwendige Betriebssicherheit und Stabilität optimiert. Über den Frequenz-Phasendetektor wird eine Frequenz- oder Phasenstabilisierung auf eine optische Referenz mit Regelbandbreiten bis in den MHz-Bereich ermöglicht.

Die mit dem GEECDL erreichte Stabilität und Linienbreite in der Frequenzstabilisierung, welche vorher nur über aufwendige Methoden mit Hilfe von Transfer-Resonatoren [141] oder optischer Phasenstabilisierung [84] erreicht werden konnten, zeigt die sehr gute Eignung des vorgestellten Lasersystems in Verbindung mit dem Frequenzkamm für die hochauflösende Präzisionsspektroskopie an den HD<sup>+</sup>-Molekülen mit Genauigkeiten im kHz-Bereich.

Eine Verbesserung der erzielten Werte ist über eine Erhöhung der Finesse des externen gefalteten Resonators von jetzt 38 um etwa eine Größenordnung denkbar.

Auch die Phasenstabilisierung eines GEECDL ist schon mit einer Regelbandbreite von 237 kHz, selbst im Falle einer Stabilisierung auf den Frequenzkamm mit einem eher geringen SNR, problemlos *cycle slip* frei möglich.

Die Anwendung der GEECDL für frequenzkamm-basierte molekulare Kohärenzexperimente ist daher mit dem vorgestelltem System möglich. Die erreichte Stabilität der Phasenstabilisierung, welche sich durch die Steigerung der Resonatorgüte gewiss weiter erhöhen lässt, erlaubt darüber hinaus auch den Einsatz des GEECDL als Laser-Oszillatator für künftige optische Atomuhren [150, 151, 152].

Die erzielten Ergebnisse der untersuchten Parameter, sind in Tabelle 6.3 noch einmal zusammengefaßt.

<b>Daten aus der Frequenzstabilisierung</b>			
Drift bei Stabilisierung GEECDL I auf den FC		1,87 Hz/min	
Linienbreite des GEECDL		21 kHz@10 ms	
<b>Daten zur Phasenstabilisierung</b>			
	$\phi_{rms}$ [mrad]	$\eta$ [%]	$\sigma_Y(1s)$
GEECDL II phasenstab. auf GEECDL I	72	99,48	$1,8 \cdot 10^{-16}$
GEECDL II phasenstab. auf den FC	194 - 448	96,3 - 81,8	$5,4 \cdot 10^{-16}$

**Tabelle 6.3:**

Daten aus der Frequenz- und Phasenstabilisierung der GEECDL auf eine optische Referenz.

# Kapitel 7

## Stabilisierung einer optischen Faserstrecke

### 7.1 Motivation

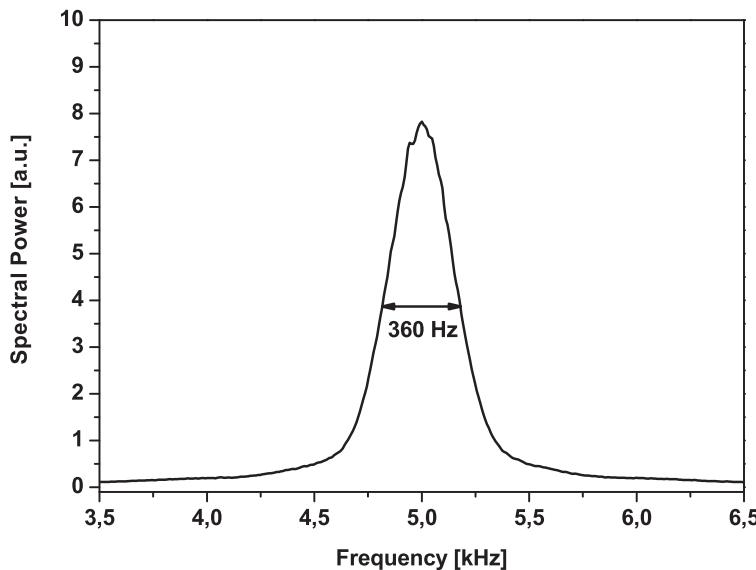
In vielen Fällen bestehen hoch entwickelte komplexe physikalische Experimente aus über weite Strecken voneinander getrennten Teilanlagen, welche auf Grund ihrer Größe oder aus Stabilitätsgründen nicht portabel sind. Daher müssen optische oder elektrische Signale zwischen ihnen möglichst ohne Qualitätsverlust transportiert werden.

Bei den Experimenten zu dieser Arbeit (Kap. 8), ist zum einen das Rf-Fallenlabor für die HD<sup>+</sup>-Messungen ca. 80 m, und zum anderen das Ytterbium-Labor mit der MOT für die optische Atomuhr ca. 100 m Luftlinie vom Metrologielabor mit dem Frequenzkamm und den hochstabilen Laserquellen entfernt. Zwischen beiden Laboren und dem Metrologielabor wurden jeweils zwei optische Fasern und drei Rf-Kabel verlegt. Hierbei konnte nicht der direkteste Verbindungsweg benutzt werden, sondern es musste aus Feuersicherheitsgründen über zwei Stockwerke hinunter durch den Keller verlegt werden. Dadurch verlängerten sich die Leitungslängen auf bis zu 350 m (Frequenzkamm - Yb-Labor).

Während bei der Präzisions-Spektroskopie an ultrakalten Molekülen die Faserstörungen für die erzielbaren experimentellen Auflösungen, zumindest mittelfristig, noch nicht beschränkend wirken, limitieren Qualitätsverluste in der Signalübertragung bei der optischen Atomuhr die erreichbare Genauigkeit.

In unserem Aufbau für die optische Atomuhr überträgt eine Faser die Subharmonische des Uhrenlasers, die andere die eigentliche Strahlung für den Uhrenübergang von 578 nm.

Im Gegensatz zu der Transmission von Rf-Signalen durch Hochfrequenzkabel erleidet Laserlicht durch die Variation der optischen Weglänge, verursacht durch thermische, mechanische und akustische Störungen, eine spektrale Verbreiterung bis zu einigen zehn Hz/m [153, 154, 155]. Eine Messung an einer unserer Fasern (Abb. 7.1) ergab eine Verbreiterung auf 180 Hz für 350 m Faserlänge.

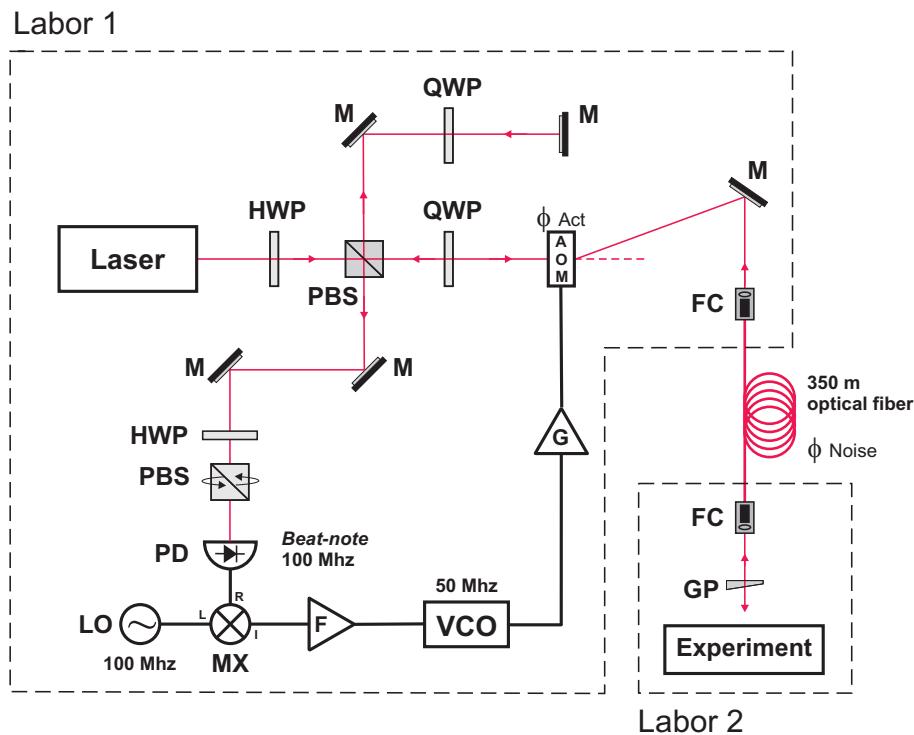
**Abbildung 7.1:**

Spektrale Verbreiterung von 1064 nm Laserstrahlung in einer 350 m langen optischen Faser, erfasst durch die *beat-note* einer Laserwelle, welche vor und zurück durch die Faser läuft, mit der "Kopie" am Fasereingang. Die Faserstabilisierung war ausgeschaltet. Die *beat-note* Breite ist 360 Hz für den *double-pass*. Die *beat-note* Frequenz von 100 MHz wurde aus technischen Gründen auf 5 kHz runtergemischt.

## 7.2 Experimenteller Aufbau

Um das Phasen- / Frequenzrauschen zu kompensieren wurde ein einfaches Stabilisationsschema angewendet (Abb. 7.2), ähnlich dem, welches bei Ma *et al.* [153] beschrieben wird. Diese Anordnung kompensiert die Faserstörungen durch Änderung der Lichtfrequenz (und damit auch die Phase) des Laserlichtes am Fasereingang um den nachfolgenden Phasenstörungen entgegenzuwirken. Dazu wird ein Teil des Laserlichtes, welches die Faser durchlaufen hat, an der Ausgangsseite zurückreflektiert und mit der "Original"-Laserwelle auf der Photodiode PD verglichen.

Die Anordnung arbeitet folgendermaßen: Die Polarisation des Laserlichtes wird so eingestellt, daß ein kleiner Anteil durch den Polarisationsstrahlteiler PBS zur PD abgelenkt wird. Das ist die "Original"-Laserwelle. Der größere Teil durchläuft den PBS und wird zirkular polarisiert durch eine Viertelwellenplatte QWP. Danach wird das Licht durch den bei 50 MHz getriebenen AOM, welcher die Phase  $\phi$  aufprägt, gebeugt und in die Faser eingekoppelt. Die Faser ist eine nicht polarisationserhaltende *single-mode*-Faser. Am Faserende wird ca. 4% durch eine keilförmige Glasplatte GP zurückreflektiert. Aufgrund der zirkularen Polarisation werden Störungen in beiden Polarisationsrichtungen berücksichtigt.



**Abbildung 7.2:**

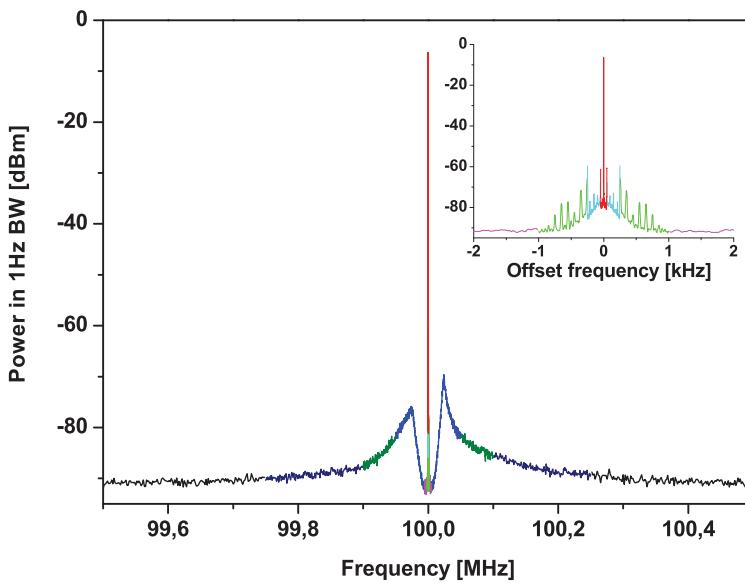
Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus für die Stabilisierung einer optischen Faserstrecke. HWP: Halbwellenplatte, QWP: Viertelwellenplatte, PBS: Polarisationsstrahlteiler, GP: (BK-7) Glassplatte, M: Spiegel, FC: Faserkollimator, PD: Photodiode, LO: Lokaloszillator, MX: Frequenzmixer, F: Regelfilter, VCO: *Voltage Control Oscillator*, AOM: akustooptischer Modulator, G: AOM-Verstärker.

Das zurückreflektierte Licht durchläuft den AOM und die QWP in umgekehrter Richtung und wird dadurch zur Ablenkung im PBS linear polarisiert. Zur Erzeugung der *beat-note* durchläuft das Licht auf dem Weg zur PD eine weitere QWP im *double-pass*. Durch den *double-pass* durch den AOM beträgt die *beat-note*-Frequenz das doppelte (100 Hz) der AOM-Frequenz, plus den Fluktuationen, welche durch die Faser verursacht wurden. Mithilfe eines Frequenzmixers MX wird die *beat-note* mit einem 100 MHz Lokaloszillatorsignal LO aus einem H-Maser stabilisierten Frequenzgenerator verglichen. Das Tiefpass-gefilterte Ausgangssignal des Mixers stellt das Fehlersignal dar. Der AOM wird durch einen VCO getrieben, welcher durch dieses Fehlersignal kontrolliert wird. Das Fehlersignal wird durch ein Phasenregelfilter PLL mit einer *open loop unity gain* Frequenz von 20 kHz gefiltert. Die Servo-Bandbreite beträgt 30 kHz.

## 7.3 Resultate der Strahlungsstabilisierung

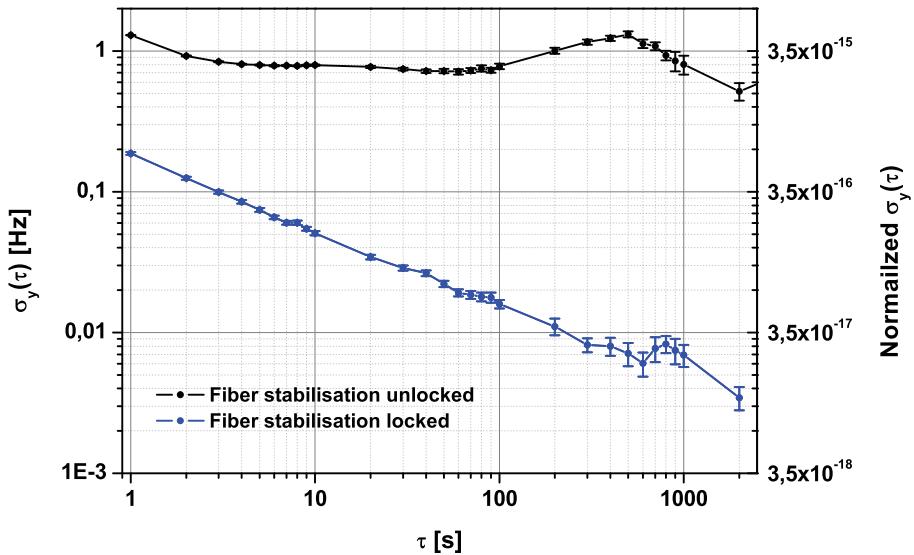
Zur Performance-Analyse der Faserstabilisierung wurde 1064 nm Laserlicht eines stabilen Nd:YAG Lasers mit einer Linienbreite von 1 kHz auf 100 ms benutzt. Abb. 7.3 zeigt die spektrale Rauschleistungsdichte der *beat-note*, zwischen originaler Welle vor der Faser und der zurückreflektierten Welle, auf der Photodiode PD bei aktivierter Kompensation. Der scharfe hohe Peak, dessen Breite der Auflösungsbandbreite entspricht, belegt die Funktion des PLL. Da die Linienbreite des Trägers auch bei 1 Hz Auflösungsbandbreite nicht aufgelöst werden kann, ist sie sicherlich kleiner als 1 Hz. Dies ist zu vergleichen mit dem 360 Hz breiten Signal ohne Faserstabilisierung (Abb. 7.1). Das aus acht Einzelmessungen, mit unterschiedlicher Auflösungsbandbreite bestehende präzise Spektrum in Abb. 7.3, wurde mit einem Agilent E4440A Spektrumanalyzer aufgenommen. Dieses Spektrum erlaubt die Bestimmung des Leistungsanteils im Träger nach [84, 88]

$$\eta = \frac{P_c}{\int_{-\infty}^{+\infty} P(\nu) d\nu} = \exp(-\langle \phi^2 \rangle). \quad (7.1)$$



**Abbildung 7.3:**

Spektrale Rauschleistungsdichte des Rf-Fehlersignals aus der *beat-note* zwischen Probestrahl am Fasereingang und dem zurückreflektiertem Strahl, gemessen an der Photodiode PD (Abb. 7.2). Das Spektrum wurde aus acht Einzelmessungen mit unterschiedlicher Auflösungsbandbreite zusammengesetzt. Das Trägersignal beträgt 100 MHz. Der Leistungsanteil im Träger bezogen auf die Gesamtleistung ist 93,3 %. Die *servo bumps* aus dem PLL (*phase lock loop*) liegen bei ca. 25 kHz um den Träger. Inset: Rauschsockel um die Trägerfrequenz.



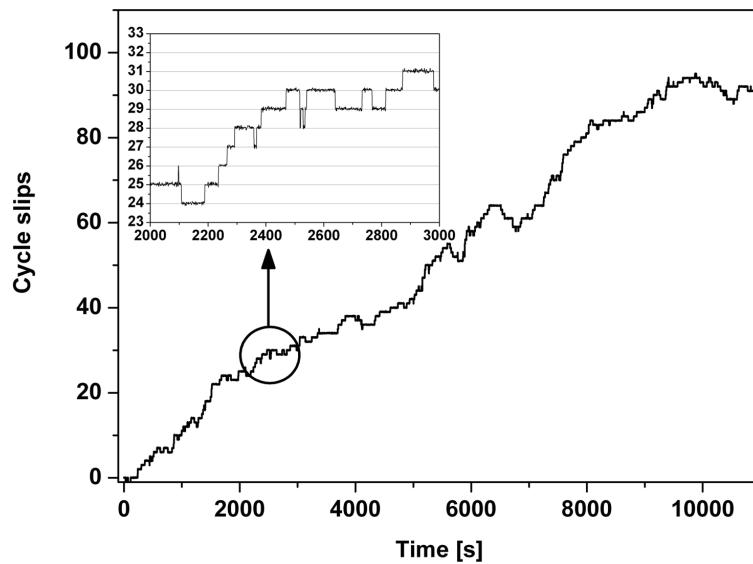
**Abbildung 7.4:**

Allan-Standardabweichung der *beat-note* zwischen Probestrahl am Fasereingang und dem durch die Faser zurückreflektierten Licht. Blaue Kurve: Faserstabilisierung eingeschaltet, schwarze Kurve: Faserstabilisierung ausgeschaltet (freilaufend).  $\tau$  ist die Integrationszeit.

Hier ist  $P_c$  die Leistung im Träger bei 100 MHz und  $P(\nu)$  ist die spektrale Rauschleistungsdichte aus Abb. 7.3. Hieraus ergibt sich  $\eta = 0,9332$ , entsprechend einem *root-mean-square* (rms)-Phasenfehler von  $\phi_{rms} = 263$  mrad. Die *servo bumps* um den Träger weisen auf eine Servo-Bandbreite von 25 kHz hin, was konsistent mit der berechneten Servo-Bandbreite ist.

Abb. 7.4 zeigt die Allan-Standardabweichung der *beat-note*. Die schwarze Kurve entspricht dem unkompenzierten Fall (Faserstabilisierung aus), während die blaue Kurve den Fall mit aktiver Faserstabilisierung zeigt. Die Allan-Standardabweichung bei 1 s Mittelungszeit beträgt 0,19 Hz, entsprechend  $6,64 \times 10^{-16}$  relativer Stabilität. Der Wert im unkompenzierten Fall für diese Mittelungszeit ist um eine Größenordnung schlechter und verändert sich mit steigender Integrationszeit nicht wesentlich. Im stabilisierten Fall ist eine  $\tau^{-1/2}$ -Abhängigkeit von  $\sigma_y$  zu erkennen, was auf einen weißen spektralen Charakter des Frequenzrauschen hinweist. Ein kleiner Peak ist auf der Zeitskala der typischen Labortemperaturschwankungen ( $\sim 1000\text{s}$ ) zu erkennen, welche eine Amplitude von ca. 1 K haben. Diese Temperaturschwankungen haben einen Einfluß, da sich einige zehn Meter der Faserlänge und die Stabilisierungselektronik im Labor befinden und die Störungen durch den Regler nicht vollständig kompensiert werden. Die Laserlichtleistung bei diesen Messungen betrug 2 mW.

Abbildung 7.5 zeigt die Auswertung der Messdaten aus Abb. 7.4 nach Phasenüberläufen (*cycleslips*) während der Stabilisierung. Hierbei werden die aufsummierten Phasenzyklen des Trägersignals von dem gezählten Phasenverlauf der *beat-note* zwi-

**Abbildung 7.5:**

Phasenüberläufe (*cycle slips*), des gezählten Phasenverlaufs der *beat-note* zwischen Probestrahl am Fasereingang und dem durch die Faser zurückreflektiertem Licht, im Vergleich zu den aufsummierten Phasenzyklen des Trägersignals.

schen Probestrahl am Fasereingang und dem durch die Faser zurückreflektierten Licht abgezogen. Im Falle einer reinen Phasenstabilisierung ergibt sich ein Verlauf zwischen den Werten 1 und -1. Dieses ist jedoch nur für Zeiten von einigen 10 Sekunden der Fall. Danach tritt ein *cycleslip* auf, welcher den Differenzverlauf um einen ganzzahligen Wert erhöht oder verringert. Über den Messzeitraum von 10000 Sekunden verbleibt so ein Phasenfehler von 94 Zyklen, was einen geringen Frequenzfehler von ca. 1,5 mHz verursacht. Der schon aus dem Verlauf der Allan-Standardabweichung abgelesene spektrale Charakter in Form eines weißen Frequenzrauschens wird somit verständlich.

Die vorgestellte Faserstabilisierung erlaubt einen Frequenzfehler von 50 mHz über 10 s Integrationszeit und eine Linienbreite des Laserlichtes unter 1 Hz.

Somit entspricht die im Rahmen dieser Arbeit aufgebaute Faserstabilisierung der für die Düsseldorfer optischen Atomuhr geplanten Performace.

# Kapitel 8

## Präzisions-Spektroskopie an ultrakalten Molekülen

In diesem Kapitel werden die mit dem in Kap. 2, 3, 4 und 6 vorgestellten System gewonnenen Meßergebnisse, aus der Präzisions-Spektroskopie an ultrakalten HD<sup>+</sup>-Ionen vorgestellt.

Für die Präzisions-Spektroskopie an den HD<sup>+</sup>-Ionen wurden diese, aufgrund des Fehlens eines geschlossenen optischen Kühlüberganges, durch lasergekühlte Be<sup>+</sup>-Ionen in einer linearen Paul-falle, sympathetisch gekühlt. Die Spektroskopielaser wurden auf den Frequenzkamm, unter gleichzeitiger Messung der absoluten optischen Frequenz, frequenzstabilisiert und das rovibronische Molekül-Übergangsspektrum mithilfe einer destruktiven Nachweismethode ((1+1') REMPD: **R**esonance **E**nhan**c**ed **M**ultiphoton **D**issociation) [29] in Verbindung mit resonanten Molekülänregungen in der Falle, aufgenommen. Die im Rahmen dieser Arbeit präsentierten Ergebnisse in einer Präzision von 2-ppb [156], zeigen das Potential einer weiteren Steigerung der experimentellen Genauigkeit und sind zusammen mit entsprechend verbesserten numerischen Rechnungen richtungsweisend für eine verbesserte Bestimmung des Elektron-Proton Massenverhältnisses  $m_e/m_p$ .

### 8.1 Sympathetische Kühlung von Molekülionen in einer linearen Paul-Falle

#### 8.1.1 Dopplerverbreiterung

Bei der Spektroskopie von Atomen und Molekülen wirkt, neben der Sättigungsverbreiterung [97] und weiteren Effekten, vorrangig die Linienverbreiterung aufgrund des Doppler-Effektes einschränkend.

$$\delta_{\nu_D} = \sqrt{8 \ln(2) k_B} \frac{\nu_{12}}{c} \sqrt{\frac{T}{m}} \quad (8.1)$$

Hierbei ist  $k_B$  die Boltzmannkonstante,  $\nu_{12}$  die Frequenz des Überganges,  $m$  die Masse des Moleküls oder Atomes,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit und  $T$  die Temperatur. Für die Masse von  $\text{HD}^+$  mit  $m \approx 3 \text{ u}$  ergibt sich darüber, bei einer (rovibronischen) Übergangsfrequenz von 209.64 THz ( $\lambda = 1430 \text{ nm}$ ) und einer Temperatur von 300 K, eine Linienbreite von  $\delta_{\nu_D} \approx 1.5 \text{ GHz}$ . Diese reduziert sich aufgrund der Wurzelabhängigkeit nur unterproportional, so dass bei einer Temperatur von 50 mK noch eine Dopplerverbreiterung von ca. 19.4 MHz verbleibt. Eine ultrahochauflösende Spektroskopie im MHz-Bereich oder darunter, kann also nur innerhalb kryogener Temperaturen im mK-Bereich oder weniger erreicht werden.

### 8.1.2 Kühlung von Molekülen und Molekülionen

Während Atome erfolgreich bis in den  $\mu\text{K}$  Bereich mit Lasern gekühlt werden können [20, 21, 22, 23], ist bei Molekülen eine direkte Laserkühlung durch das Fehlen geschlossener Kühlübergänge in der Regel nicht, oder nur mit großem Aufwand in wenigen speziellen Fällen möglich [24]. Mit verschiedenen laser-basierten und nicht laserbasier-ten Methoden lassen sich Moleküle dennoch kühlen, wobei spezielle elektrische oder magnetische Dipoleigenschaften oder spezielle Bindungszustände ausgenutzt werden. Möglichkeiten zur Kühlung sind: Puffergaskühlung in magnetischen Fallen [157], Stark-Abbremsung [158], oder die Filterung aus einem thermischen Ensemble [159]. Methoden mit breiteren Anwendungsmöglichkeiten sind die Umschließung von Molekülen durch Tropfen aus superfluiden  ${}^3\text{He}$  und  ${}^4\text{He}$  [160], Kühlung durch Kollision in gekreuzten Strahlen [161] oder durch rotierende Düsen [162]. Mit Techniken wie Photoassoziation [163] oder mittels Feshbach-Resonanzen [164] lassen sich sehr kalte Moleküle ( $n\text{K}$ ) aus einem kalten atomaren Gas (Bose-Einstein-Kondensat [165]) bilden.

Eine weitere, sehr leistungsfähige und breit anwendbare Methode, stellt das sympathetische Kühlen [25] von atomaren und molekularen Ionen dar, welche auch bei der Spektroskopie von  $\text{HD}^+$  im Rahmen dieser Arbeit Anwendung findet. Hierbei werden zwei oder mehrere Ionenarten in einer Ionenfalle gefangen, wobei eine lasergekühlt wird und die nicht-laserkühlbaren Ionen ebenfalls eine translatorische Abkühlung über die langreichweite Coulomb-Wechselwirkung erfahren. Der Vorteil dieser Methode ist die Unabhängigkeit von der internen Energiestruktur oder dem elektrischen bzw. magnetischen Moment. Bestimmend für die erreichbare Kühlstärke sind einzig die Masse und die Ladung des Ions.

Für die Kühlung innerer Molekülfreiheitsgrade sind inelastische Stöße, wie z.B. bei der Puffergaskühlung, notwendig. Da sich die Moleküle bei der sympathetischen Kühlung über die langreichweite Coulombwechselwirkung nicht nahe kommen, koppeln hier innere und äußere Freiheitsgrade in der Regel kaum [166]. Die Besetzung der Energieniveaus bleibt daher durch die Wechselwirkung mit der umgebenen Schwarzkörperstrahlung bestimmt [167].

### 8.1.3 Lineare Paul-Falle

Für die Präzisions-Spektroskopie an ultrakalten HD<sup>+</sup> dienen lasergekühlte Be<sup>+</sup> Ionen in einer linearen Paul-Falle [168, 169] als Kühlmedium für die gefangenen HD<sup>+</sup> Ionen. Aufgrund der Relevanz für die erreichbare spektroskopische Auflösung und der Funktion der Nachweismethode, soll im Folgenden kurz auf die wesentlichen Eigenschaften dieser Anordnung eingegangen werden.

Geladene Teilchen können mit einer Kombination von statischen elektrischen und magnetischen Feldern (Penning-Falle), oder mit einer Kombination von statischen und wechselnden (rf) elektrischen Feldern gefangen werden (Paul-Falle)<sup>1</sup>. Ein Überblick über die verschiedenen Fallentypen findet sich in [26]. Magnetfelder führen zu einer Aufspaltung und Verbreiterung der zu untersuchenden Spektrallinien, wodurch die Penning-Falle für die ultrahochauflösende Laserspektroskopie weniger geeignet ist.

Die hier verwendete lineare Paul-Falle [170] besteht aus drei hintereinander angeordneten Quadrupol-Massenfiltern, was im Vergleich zu einer hyperbolischen Paul-Falle mit Ringelektrode und Endkappen, anstelle eines Punktes im Fallenzentrum entlang der ganzen Symmetieachse ein Feldminimum im zeitlichen Mittel erzeugt. Hierdurch können mehr Ionen gespeichert werden, unter gleichzeitig verbessertem optischen Zugang. Eine schematische Darstellung der linearen Paul-Falle und der Potentialzuführung zeigt Abb. 8.1(a). Die Falle befindet sich in einer Kammer unter Ultrahoch-Vakuum ( $\approx 1 \times 10^{-10}$  mbar). Das zweidimensionale Quadrupolfeld für den radialen Einschluß wird durch die Zuführung eines rf-Wechselfeldes<sup>2</sup>  $\Phi_0 = U - V \cos(\Omega t)$  an gegenüberliegenden Elektroden erzeugt.

Hierbei sind U und V die Amplituden des statischen bzw. Wechselfeldes und  $\Omega$  die Kreisfrequenz des rf-Feldes. Axialer Einschluß wird über elektrostatische Spannungen  $U_{ec_1}$  und  $U_{ec_2}$  (Endkappenpotentiale) erreicht. Für die radiale Bewegung eines geladenen Teilchens der Masse m und Ladung Q, ergeben sich zwei ungekoppelte Bewegungsgleichungen in x und y-Richtung:

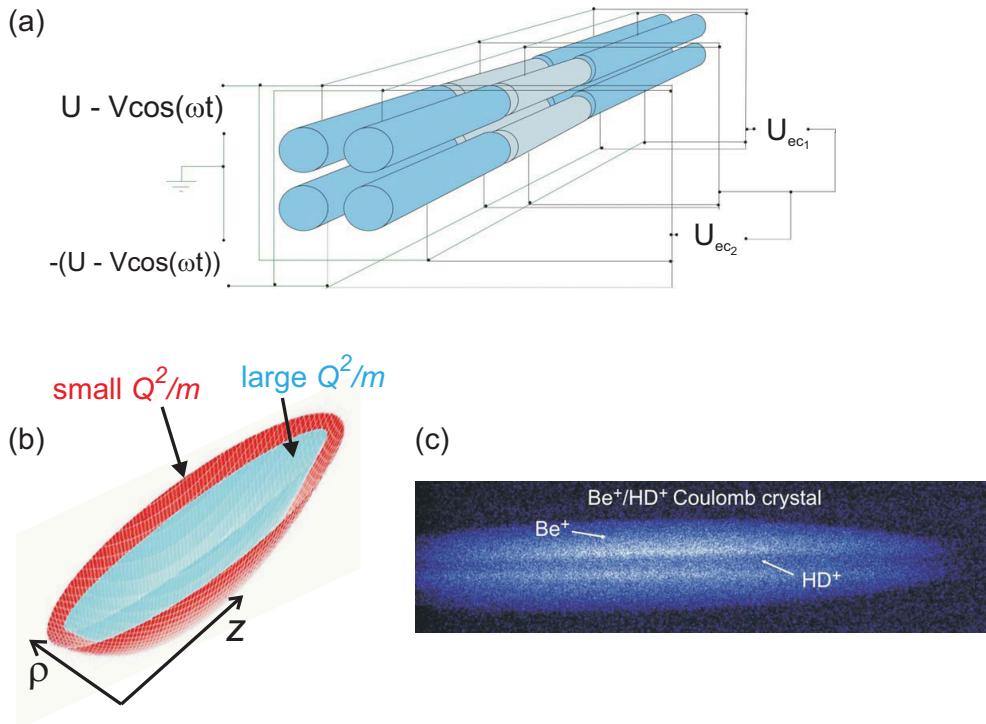
$$\begin{aligned} \ddot{x} + \frac{Q}{mr_0^2}(U - V \cos(\Omega t))x &= 0 \\ \ddot{y} - \frac{Q}{mr_0^2}(U - V \cos(\Omega t))y &= 0. \end{aligned} \quad (8.2)$$

$r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$  ist der radiale Abstand vom Fallenzentrum bis zu den Elektroden. Über die Definition der dimensionslosen Parameter

$$a = a_x = -a_y = \frac{4QU}{mr_0^2\Omega^2} \quad q = q_x = -q_y = \frac{2QV}{mr_0^2\Omega^2} \quad \tau = \frac{1}{2}\Omega t, \quad (8.3)$$

<sup>1</sup>Es existiert kein elektrostatisches Feld, welches ein Potentialminimum in allen drei Raumrichtungen aufweist! Für ein harmonisches Modelpotential  $\Phi \propto (\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2)$ , folgt aus der Laplace-Gleichung  $\nabla^2\Phi = 0$ , dass  $\alpha + \beta + \gamma = 0$ . D. h. jedes elektrostatische Feld wirkt in mindestens einer Richtung anziehend (mindestens ein Parameter ist negativ).

<sup>2</sup>Die durch den AC-Stark Effekt erzeugte Linienverschiebung ist vernachlässigbar, wie eine detaillierte Analyse in [156] ergeben hat.


**Abbildung 8.1:**

(a): Schematische Darstellung einer linearen Paul-Falle und der Potentialzuführung. (b): Effektives zeitunabhängiges Fallenpotential für unterschiedliche Ladungs- zu Massenverhältnisse  $Q^2/m$ .  $\varphi = \sqrt{x^2 + y^2}$  ist die radiale, und  $z$  die axiale Fallenkoordinate. (c): Coulomb-Kristall aus  $\text{Be}^+$  und  $\text{HD}^+$ -Ionen. Die leichten  $\text{HD}^+$ -Ionen sind gemäß dem effektiven Fallenpotential entlang der Fallenachse angeordnet und von den schwereren lasergekühlten  $\text{Be}^+$ -Ionen umgeben, wodurch eine effiziente sympathetische Kühlung erreicht wird.

gehen die Gl. 8.2 in die allemeine Form der Mathieuschen Differentialgleichung [171]

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + [a_u - 2q_u \cos(2\tau)]u = 0, \quad u = x, y \quad (8.4)$$

über. Stabile Trajektorien, d.h. deren Amplituden dauerhaft kleiner als  $r_0$  sind, ergeben sich aus einer numerischen Auswertung von Gl. 8.4, für  $|a_u| < 0,237$  und  $|q_u| < 0,908$  [26, 28].

In der vorliegenden Paul-Falle liegt das statische Potential  $U$  aus technischen Gründen permanent auf Erdpotential  $U = 0\text{V}$ , so dass hier nur der Parameter  $q_u$  (Mathieu'scher Stabilitätsparameter) relevant ist ( $a = 0$ ).

Die Trajektorie eines geladenen Teilchens in der Falle setzt sich aus einer Überlagerung einer schnellen Oszillation mit der rf-Frequenz  $\Omega/2\pi$  (Mikrobewegung) und einer langsameren Oszillation, aus der zeitlichen Mittelung des rotierenden Quadrupol-

potentials, mit größerer Amplitude zusammen (Säkularbewegung). Für  $q \ll 1$  lässt sich die Wechselwirkung des Ions mit der Falle durch ein zeitunabhängiges harmonisches Potential (Pseudopotential) [172]

$$\phi_{trap}(x, y, z) = \frac{1}{2}m\omega_{sec,r}^2(x^2 + y^2) + \frac{1}{2}m\omega_{sec,z}^2z^2, \quad (8.5)$$

mit den radialen und axialen Säkularfrequenzen

$$\omega_{sec,r} = \frac{\Omega}{2}\sqrt{\frac{q^2}{2} + a_z} \quad (8.6)$$

$$\omega_{sec,z} = \frac{\Omega}{2}\sqrt{-2a_z}, \quad a_z = -\frac{4\kappa Q U_{ec}}{m\Omega^2} \quad (8.7)$$

nähern. Das Potential in z-Richtung hat dabei einen defokusierenden Effekt auf den radialen Einschluss.  $\kappa$  ist eine Konstante die durch die Fallengeometrie bestimmt ist und in diesem Fall  $\kappa \approx 3 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-2}$  beträgt [29].

Wie aus Gl. (8.6) zu sehen ist, skaliert die Tiefe des Pseudopotentials mit dem Ladungs- zu Masseverhältniss  $Q^2/m$  eines geladenen Teilchens ( $q \sim Q/m$ ). Allgemein sind geringe Werte für  $q$  anzustreben, da Heizeffekte aus der Mikrobewegung mit zunehmendem  $q$  ansteigen. Abb. 8.1(b) zeigt das effektive Fallenpotential für kleine bzw. große Ladungs- zu Masseverhältnisse. Wie zu erkennen ist, werden bei gleicher Ladung die leichteren Ionen ( $\text{HD}^+$ ) näher zu der Fallenachse lokalisiert, während die schwereren Ionen ( $\text{Be}^+$ ) weiter am Rand gehalten werden. Die sympathetische Kühlung von Ionen erfolgt am effizientesten, wenn der räumliche Überlapp der lasergekühlten Atome mit den zu kühlenden Ionen maximal ist, d. h.  $Q^2/m_{LC} \approx Q^2/m_{SC}$  ( $LC$ : *laser cooled*,  $SC$ : *sympathetically cooled*).

### 8.1.4 Coulomb-Kristall

Die als Kühlmedium dienenden  $\text{Be}^+$ -Ionen werden über die Verdampfung von Beryllium aus einem Ofen mit anschließender Ionisation durch eine Elektronen-Kanone gewonnen. Die Laserkühlung erfolgt über den  ${}^2S_{1/2}(F=2) \rightarrow {}^2P_{3/2}$  Kühlübergang bei 313 nm [173]. Populationsverluste durch spontane Emission in den metastabilen  ${}^2S_{1/2}(F=1)$  Grundzustand, werden durch optisches Pumpen mit dem 1,25 GHz rotverstimmten Kühllaserlicht zurückgeführt. Die atomare Fluoreszenz durch die Laserkühlung kann durch eine CCD-Kamera oder mittels eines Photomultipliers beobachtet werden.

Die molekularen  $\text{HD}^+$  Ionen lassen sich durch den Einlass von neutralem HD-Gas in die Vakuumkammer und anschließender Ionisation durch einen Elektronenstrahl im Fallenzentrum erzeugen [174].

Der Zustand des Plasmas in der Falle lässt sich durch den Wechselwirkungsparameter

$$\Gamma = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 a k_B T} \quad (8.8)$$

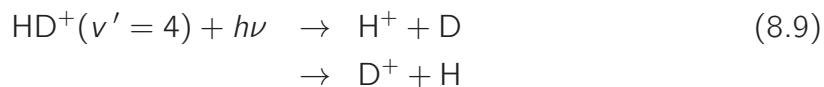
beschreiben, welcher das Verhältnis der mittleren Coulombenergie in Wechselwirkung mit den Nachbarionen zu der thermischen Energie darstellt ( $a$ : mittlerer Teilchenabstand) [175]. Für  $\Gamma < 2$  kann der Zustand als gasförmig bezeichnet werden, während für  $\Gamma \geq 2$  ein Phasenübergang zu einem flüssigen Zustand stattfindet. Ab  $\Gamma > 170$  findet ein Phasenübergang zu einem kristallinen Zustand, mit starken räumlichen Korrelationen statt (Coulomb-Kristall). Dies entspricht einem Abstand der Ionen von  $a \approx 30 \mu\text{m}$  und einer Temperatur von ca. 3 mK. Diese Zahlen gelten für ein unendlich ausgedehntes Einkomponentensystem [176]. Bei räumlich beschränkten Plasmen geschieht der Phasenübergang bei höheren Temperaturen. Im Gegensatz zu einem kristallinen Festkörper sind die Ionen allerdings nicht als streng ortsfest zu betrachten, sondern sie wechseln statistisch, in einem clusterähnlichen Zustand, zwischen definierten räumlichen Positionen.

Abb. 8.1(c) zeigt einen typischen Coulomb-Kristall aus  $\sim 2000 \text{ Be}^+$  und  $\sim 150 \text{ HD}^+$  Ionen, wie er für die Messungen in Abschn. 8.2 erzeugt wurde. Das Vorhandensein leichter  $\text{HD}^+$ -Ionen lässt sich durch die fehlende Fluoreszenz entlang der Fallenechse identifizieren. Der Einschluß durch die schwereren lasergekühlten  $\text{Be}^+$ -Ionen ergibt eine effiziente sympathetische Kühlung mit Temperaturen von ca. 50 mK.

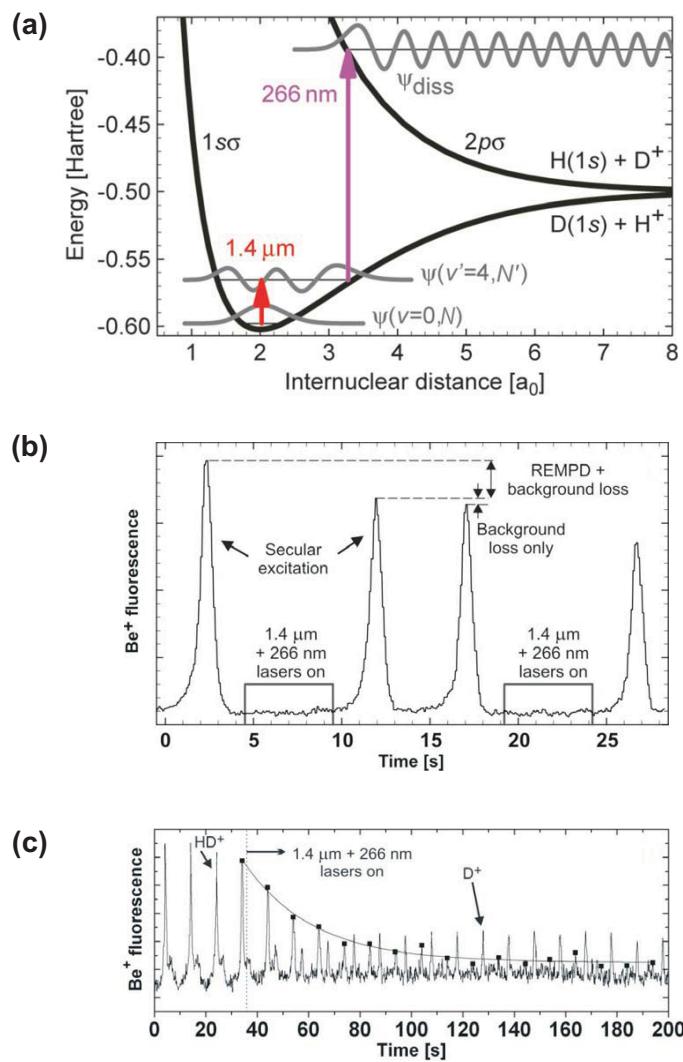
Allgemein lassen sich Anzahl, Art und Temperatur der gefangenen Ionen aufgrund der vielen Freiheitsgrade und nichtlinearen Ion-Ion Wechselwirkungen nicht analytisch berechnen. Moleküldynamische numerische Simulationen bieten gleichwohl eine zuverlässige Methode für die Analyse der erzeugten Coulomb-Kristalle [177].

### 8.1.5 Spektroskopische Methode

Eine rovibronische Spektroskopie durch Detektion der molekularen Fluoreszenz oder Absorption, ist aufgrund der geringen Relaxationsraten bei dem  $\text{HD}^+$  Molekül ( $\tau \approx 0,2\text{s}$  bei  $v = 4$  [178]), mit zu großem experimentellen Aufwand verbunden. Dieser lässt sich durch die Anwendung einer destruktiven Methode, mit dem (1+1') *resonance enhanced multiphoton dissociation* (REMPD) [179] Verfahren umgehen. Hierbei werden die Moleküle zuerst durch den infraroten Spektroskopielaser in den  $(v' = 4, N') \leftarrow (v = 0, N)$  Obertonübergang angeregt und anschließend aus diesem Vibrationszustand mittels eines festfrequenten 266 nm UV-Lasers selektiv photodissociert.



Das Verfahren ist zusammen mit dem Franck-Condon Prinzip in Abb. 8.2 (a) dargestellt. Die Anzahl, der nach einer festen REMPD-Zykluszeit verbleibenden Molekülionen, ist abhängig von der Wellenlänge des Spektroskopielasers.



**Abbildung 8.2:**

(a): Funktionsweise der  $(1 + 1')$  REMPD Spektroskopiemethode an HD<sup>+</sup>. Der  $(v' = 4, N') \leftarrow (v = 0, N)$  Obertonübergang wird durch den abstimmbaren  $1.4 \mu\text{m}$  Spektroskopielaser angeregt. Aus diesem Vibrationszustand werden die HD<sup>+</sup> Ionen anschließend mittels eines 266 nm UV-Lasers dissoziert. Aufgrund des Franck-Condon Überlapps der Wellenfunktionen, ist der Wirkungsquerschnitt für den Übergang in den ungebundenen Zustand vom  $v' = 4$  Zustand ( $\sim 2,4 \times 10^{-17} \text{ cm}^2$ ) um sieben Ordnungen größer als vom  $v = 0$  Zustand [180].

(b): Messzyklus bestehend aus Obertonanregung mit Dissoziation und anschließender Beprobung der HD<sup>+</sup>-Abnahme durch Säkularfrequenzanregung. (c): Kontinuierliche REMPD-Dissoziation und Säkularanregung. Die Fluoreszenzkurve kann durch einen exponentiellen Fit mit einer Zerfallskonstanten von  $\Gamma_{tot} = 0,04 \text{ s}^{-1}$  beschrieben werden. Zusätzlich ist die Zunahme des D<sup>+</sup>-Signals zu erkennen. Quelle: [179].

Als Maß für die verbliebene HD<sup>+</sup>-Anzahl dient die Amplitude der spezifischen Säkularfrequenz-Resonanz nach Formel (8.6). Diese Resonanz wird durch ein gewobbeltes oszillierendes homogenes elektrische Feld (500 - 1000 Hz, Sweep rate: 0,2 Hz) angeregt, welches über eine Plattenelektrode an der Rf-Falle eingestrahlt wird. Wenn das Anregungsfeld resonant mit einer Säkularfrequenzmode einer Ionenart in dem Coulombkristall ist, wird Energie in dessen translatorische Bewegung übertragen. Diese Bewegungsenergie verteilt sich durch die langreichweite Coulombwechselwirkung auf den gesamten Kristall und führt zur Aufheizung der Be-Kühlionen. Die dadurch veränderte Fluoreszenz des 313 nm Kühllichtes bildet das benötigte Spektroskopiesignal. Abb. 8.2 (b) zeigt zwei aufeinanderfolgende Messzyklen, bestehend aus Obertonanregung mit Dissoziation und anschließender Beprobung der HD<sup>+</sup>-Abnahme durch Säkularfrequenzanregung. Kontinuierliche HD<sup>+</sup>-Hintergrundverluste sind durch Stöße mit Restgasteilchen in der Vakuumkammer verursacht.

In Abb. 8.2 (c) ist ein kontinuierlicher REMPD-Scan, bestehend aus mehreren Messzyklen bis zur vollständigen Dissoziation der vorhandenen HD<sup>+</sup> Ionen, dargestellt. Die Abnahme der Fluoreszenzmaxima kann durch die Exponentialfunktion

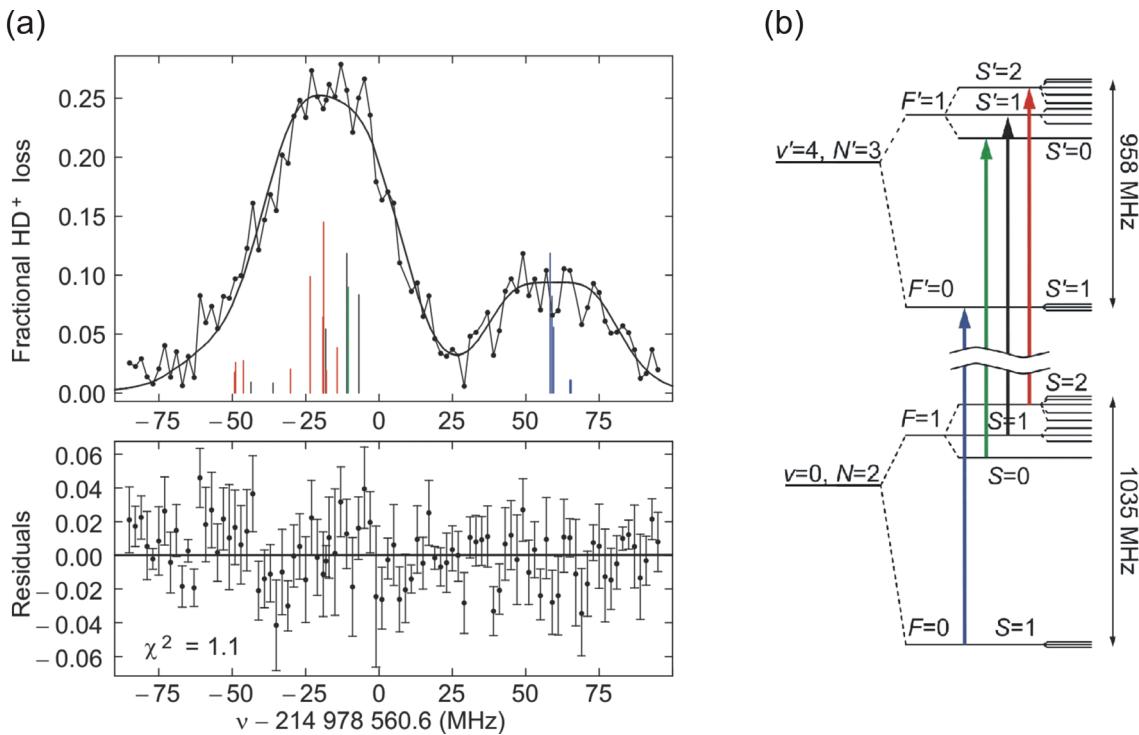
$$h_{max}(t) = h_{max}(t_0) e^{-(\Gamma_H + \Gamma_R)(t-t_0)} \quad (8.10)$$

mit der Hintergrundszerfallsrate  $\Gamma_H$  und REMPD-zerfallsrate  $\Gamma_R$  beschrieben werden. Das Spektrum des untersuchten rovibronischen Überganges wird durch die Auftragung der Zerfallskonstante  $\Gamma_R$  gegen die Frequenz des Spektroskopielasers gebildet. Nach einem REMPD-Scan zu einer entsprechenden Anregungslaserfrequenz muß die Rf-Falle von den Dissoziationsfragmenten gesäubert und wieder mit HD<sup>+</sup> Ionen geladen werden. Die Dauer eines solchen Zyklusses beträgt etwa 1 Minute.

## 8.2 Ro-vibronische Spektroskopie an HD<sup>+</sup>

Dieser Abschnitt präsentiert die im Rahmen dieser Arbeit ausgeführte rovibronische (v,N): (4,3)  $\leftarrow$  (0,2) Präzisionsmessung am HD<sup>+</sup>-Grundzustandsniveau mit dem vorgestellten Frequenzkamm-basierten Lasersystem.

Als Spektroskopielaser für das REMPD-Verfahren bei 1395 nm diente hierbei der GEECDL I [82, 44] (Kap. 6), welcher über die *beat-note* mit dem Frequenzkamm frequenzstabilisiert wurde. Der Frequenzkamm war phasenstabilisiert auf einen GPS korrigierten H-Maser (Kap. 3.4). Die Erfassung der *beat-note* mit dem Frequenzkamm erfolgte in der Konfiguration nach Abb. 3.27 (b) und Abb. 3.29. Die *beat-note*, wurde über einen Tracking-Oszillator (Kap. 4.2) zur Erfassung mit einem Frequenzzähler und zur Weiterverarbeitung in dem Frequenz-Phasendetektor (Kap. 6.4), der das Fehlersignal für die Regelschleife bereitstellt, aktiv gefiltert. Die maximale spektroskopische Auflösung des Spektroskopielaser war hierbei durch die Linienbreite des Frequenzkamms auf ca. 250 kHz limitiert. Abb. 8.3 zeigt das auf diese Weise aufgenommene Spektrum. Hierbei



**Abbildung 8.3:**

(a) Rovibronisches ( $v' = 4, N' = 3 \leftarrow v = 0, N = 2$ ) Übergangsspektrum aus dem elektronischen HD<sup>+</sup> Grundzustand  $X^2\Sigma^+$ , bei 1395 nm. Die Offset-Frequenz in der Abskizze entspricht der ungestörten Übergangsfrequenz ohne Hyperfeinstruktur, die mit einer Genauigkeit von 0,5 MHz bestimmt werden konnte. Die durchgezogene Linie zeigt den Fit an die Messpunkte, auf Grundlage des darunter abgebildeten theoretischem Hyperfeinstrukturspektrums, welches farblich den unterschiedlichen Spinkonfigurationen zugeordnet ist. Jeder Messpunkt stellt den Mittelwert aus sieben (1+1') REMPD-Einzelmessungen dar. Das unterhalb abgebildete Feld zeigt die Abweichungen der Meßpunkte zu der Ausgleichskurve. Der Messfehler in der Frequenzmessung liegt innerhalb der Messpunktgröße.

(b) Hyperfeinstruktur des ( $v, N$ ): (0,2) und (4,3) Niveaus. Die stärksten Dipolübergänge sind farblich nach der Spinkonfiguration zusammengefasst. Die Quantenzahlen beziehen sich auf das folgende Kopplungsschema für den Elektronenspin  $s_e$ , Protonenspin  $I_p$ , Deuteronenspin  $I_d$  und Rotationsquantenzahl  $N$ :  $J = N + S$ ,  $S = F + I_d$  und  $F = s_e + I_p$ . Quelle: [156].

stellt jeder dargestellte Punkt das Ergebnis aus sieben Einzelmessungen eines REMPD-Messzyklusses von 6 s dar. Insgesamt wurden drei Messdurchläufe mit jeweils 5 - 8 Stunden Dauer durchgeführt. Die Datenpunkte wurden um die separat ermittelte HD<sup>+</sup>-Hintergrundverlustrate bereinigt. An die Datenpunkte wurde eine Ausgleichsfunktion, basierend auf dem Doppler-verbreiterten theoretischen Hyperfeinstrukturspektrum nach Bakalov et al. [181] angefittet. Wechselwirkungen resultierend von Kerndrehimpuls,

Deuteron-Quadrupolmoment und Kerndurchmesser tragen weniger als 100 kHz zur Hyperfeinenergie bei und blieben daher unberücksichtigt. Eine schematische Darstellung der Hyperfeinstrukturen ist zusammen mit den stärksten Dipolübergängen in Abb. 8.3 (b) dargestellt. Das unverbreiterte Linienspektrum ist farblich entsprechend unterhalb der Messkurve 8.3 (a) gezeigt, wobei die Stärke der jeweiligen Übergänge durch die Linienhöhe repräsentiert ist. Zur Verbreiterung des Hyperfeinstrukturspektrums tragen neben der Dopplerverbreiterung von  $\Gamma \sim 20$  MHz, auch die Seitenbänder der Mikrobewegung von 14,2 MHz um jede Spektrallinie bei. Dieses ergibt eine Gesamtverbreiterung von ca. 40 MHz. Die Parameter der Ausgleichskurve ergeben eine Dopplerverbreiterung von  $\Gamma = 20,3(1,4)$  MHz, entsprechend einer Temperatur von 53(8) mK. Dieses stimmt überein mit dem Ergebnis einer molekulären numerischen Simulation, zusammen mit dem CCD-Kamerabild des Coulombkristalls [174].

Das unterhalb der Messkurve abgebildete Feld zeigt die Abweichungen der Messpunkte zu der Ausgleichskurve, zusammen mit den individuellen Fehlerbalken. Der Messfehler in der Frequenzmessung liegt innerhalb der Messpunktgröße.

Das gemessene Spektrum zeigt zwei nichtaufgelöste Hyperfeinstrukturkomponenten um die ungestörte Frequenz  $\nu_d$ . Diese enthält das Verhältnis von  $m_e/m_p$  und stellt daher das zentrale Messergebnis dar. Aus der Ausgleichsfunktion ergibt sich für den Parameter  $\nu_d$ :

$$\nu_d = 214\,978\,560,6(5) \text{ MHz.} \quad (8.11)$$

Der Gesamtfehler von 0,5 MHz setzt sich aus der  $1\sigma$  Messunsicherheit von 0,45 MHz und den systematischen Fehlern verursacht durch den Hyperfein-Hamilton Operator des Fitmodels, Zeeman-Effekt, ac-Stark-Effekt der Laserfelder, Schwarzkörperstrahlung und dem Fallenpotential, Dopplereffekt zweiter Ordnung und Stöße mit dem Restgas, zusammen. Detaillierte Angaben zur Bestimmung der jeweiligen Fehler, sowie deren Beiträge findet sich in [156].

Der ermittelte Wert für  $\nu_d$  enthält eine Unsicherheit von nur 2,3 ppb und stellt eine 165-fache Verbesserung in der Genauigkeit gegenüber früheren Messungen an HD<sup>+</sup> dar [19]. Weiterhin stimmt das Messergebnis innerhalb der Fehlgrenze mit dem aktuellsten theoretisch ermittelten Wert von  $\nu_d^{th.} = 214\,978\,560,88(7)$  MHz, ermittelt von Korobov [132] mit Korrekturen bis zur Ordnung  $m_e\alpha^6$ , überein.

Das Ergebnis für  $\nu_d$  ist überdies konsistent mit dem von 2002 CODATA (*Committee on Data for Science and Technology*) empfohlenen Wert für  $m_e/m_p$  [182], innerhalb 5 ppb<sup>3</sup>. Dieser Wert wurde aus der partialen Ableitung bezüglich  $m_e/m_p$  der betreffenden rovibronischen Niveaus bestimmt [183].

Bei dem erzielten Ergebnis wirkte nicht das in dieser Arbeit vorgestellte frequenzkamm-basierte Lasersystem begrenzend, sondern in erster Linie die Dopplerverbreiterung der Spektrallinien in der Rf-Falle aufgrund der Mikrobewegung der HD<sup>+</sup> Moleküle. Mit einer experimentellen Verbesserung um eine Größenordnung in dieser Hinsicht, zusammen mit einer Reduzierung der theoretisch berechneten rovibronischen

---

<sup>3</sup>Der 2002 CODATA Wert besitzt eine Unsicherheit von 0,46 ppb.

Energien um den Faktor 2, könnte ein deutlich genauerer Wert für  $m_e/m_p$  bestimmt werden.

---

# Kapitel 9

## Entwicklung einer optischen Atomuhr

Die in diesem Kapitel dargestellte Messung an ultrakalten Yb-Atomen in einer magneto-optischen Falle (MOT: **Magneto-Optical Trap**) [184, 185], steht im Zusammenhang mit der Konstruktion einer Yb-basierten optischen Atomuhr am *Institut für Experimentalphysik* in Düsseldorf. Hierbei wurde die absolute optische Frequenz eines frequenzverdoppelten, auf einen Referenzresonator hoher Güte, frequenzstabilisierten QD-ECDL (**Quantum Dot External Cavity Laser**), bei der Beprobung des  $^{171}\text{Yb} : {}^3\text{P}_0 \rightarrow {}^1\text{S}_0$  Überganges mit dem Frequenzkamm gemessen. Weiterhin wurde das Stabilitätsverhalten dieses frequenzstabilisierten QD-ECDL “Uhrenlasers” ermittelt.

Über eine weitergehende Reduzierung der Breite des optischen Überganges der Yb-Atome in der MOT, zusammen mit einer Reduzierung der Frequenzkammlinienbreite, wie in Kap. 5 aufgezeigt, versprechen die vorgestellten Ergebnisse die Eignung des Frequenzkamms als Frequenzuntermesser für eine optische Atomuhr.

### 9.1 Funktionsprinzip und Motivation

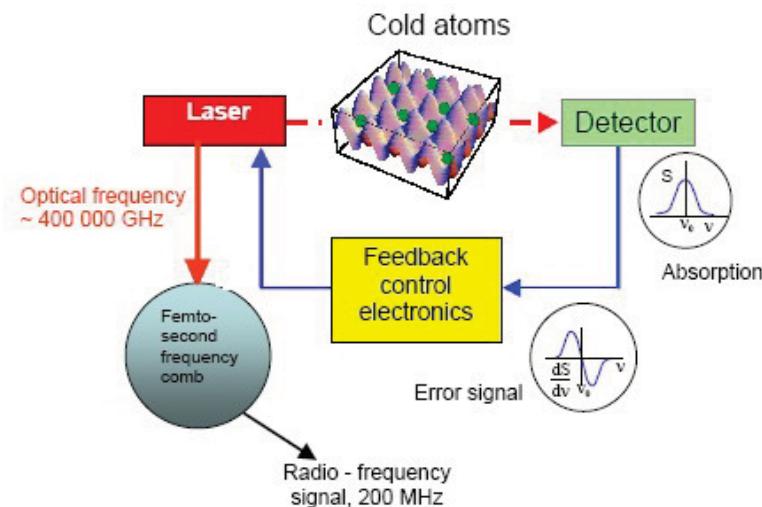
Das Fundament der technischen und wissenschaftlichen Welt wird durch ein System von Basiseinheiten gebildet, von dem alle weiteren Einheiten zur Beschreibung physikalischer, chemischer oder biologischer Einheiten über Multiplikation und Division abgeleitet werden können. Dieses System wird durch die SI-Einheiten (Système International d’Unités) Meter, Kilogramm, Sekunde, Ampere, Kelvin, Mol und Candela gebildet. Hierbei stellt die Zeit die Größe dar, welche mit der höchsten Genauigkeit gemessen werden kann, so dass man bestrebt ist, alle anderen Einheiten direkt (wie die Definition des Meters über die Naturkonstante  $c$ ) oder indirekt auf eine Zeitmessung zurückzuführen.

Zur Zeit erfolgt die Definition der Sekunde über das 9192631770-fache der Periodendauer der Strahlung, welche bei dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von atomarem  $^{133}\text{Cs}$  emittiert wird. Diese Definition kann heutzutage mit einer Genauigkeit in der Größenordnung  $10^{-16}$  implementiert werden, d.h. Zeitmessungen mit dieser Genauigkeit sind möglich. Da die Genauigkeit einer Zeitmessung in umgekehrter Relation zu der Anzahl der Schwingungen der

Referenzstrahlung pro Zeiteinheit steht, ist eine höhere Frequenz, z.B. aus einem optischen atomaren Übergang ( $\sim 10^{15}$  Hz) von Vorteil. Allerdings skalieren nicht alle störenden systematischen Effekte in gleicher Weise mit der Frequenz, so dass eine Verbesserung in der Genauigkeit auf  $\sim 10^{-17} - 10^{-18}$  erwartet wird.

Eine optische Atomuhr nutzt optische Übergänge in lasergekühlten Neutralatomen oder Ionen als Quanten-Frequenzreferenz (QFR). Die Erfindung der Frequenzkammes [37] ermöglicht einen technisch einfachen Zählvorgang von optischen Frequenzen und die damit einhergehende Transformation der optischen Welle in den Rf-Bereich. Abb. 9.1 zeigt das Funktionsprinzip einer optischen Atomuhr auf der Basis von Neutralatomen im optischen Gitter. Hierbei fragt ein frequenzstabilierter und schmalbandiger Laser einen ausreichend schmalen "Uhrenübergang" in einem Ensemble ultrakalter Atome (QFR) ab. Die Atome im optischen Gitter sind in den  $\mu\text{K}$ -Bereich gekühlt [186, 187]. Das optische Gitter wird dabei durch einen Laser bei einer sogenannten "magischen" Wellenlänge erzeugt, bei dem die Verschiebungen (AC-Stark Effekt) zwischen den am Uhrenübergang beteiligten Niveaus gleich groß sind. Darüber hinaus verschwindet der Doppler-Effekt erster Ordnung. Der Laser wird dabei aus sechs orthogonalen Raumrichtungen eingestrahlt, so dass sich ein Gitter von stehenden Wellen bildet, mit Potentialwällen im Abstand unterhalb eines  $\mu\text{m}$ . Die Einstrahlung des Uhrenlaserlichtes ergibt ein Detektorsignal proportional zur Absorption an der atomaren QFR, welches maximal bei der Resonanz  $\nu_0$  ist. Mithilfe einer Regelelektronik (*Feedback control electronics*) wird die Uhrenlaserfrequenz kontinuierlich auf der Mitte der atomaren QFR stabilisiert<sup>1</sup>. Die

<sup>1</sup>Die Uhrenlaserfrequenz wird dabei anhand eines AOM's abwechselnd vor und zurück zwischen den Halbwertspunkten des QFR-Profiles verstimmt und das Intensitätsungleichgewicht im Absorptionssignal zu Null geregelt



**Abbildung 9.1:**

Funktionsprinzip einer optischen Atomuhr. Quelle: PTB

somit erzeugte stabile optische Frequenz kann mithilfe eines Frequenzkamms in eine ebenso stabile Rf-Frequenz zur Nutzung als Zeitreferenz konvertiert werden.

Optische Atomuhren mit einer um zwei Größenordnungen reduzierten Instabilität und Ungenauigkeit versprechen weitreichende Fortschritte, sowohl in der Grundlagenphysik (z.B. Messungen von Raum-Zeit Variationen von Fundamentalkonstanten und Überprüfung der allgemeinen Relativitätstheorie), als auch für die angewandte Physik oder die Geophysik. Zu beachten ist allerdings, dass Variationen im Gravitationsfeld der Erde in der Frequenz des Uhrenüberganges eine Unsicherheit von der Größenordnung  $10^{-17}$  verursachen, wenn entfernte Uhren verglichen werden. Die volle Stabilität und Genauigkeit einer optischen Atomuhr kann also nur in ausreichendem Abstand von der Erde, z.B. in geostationärer Umlaufbahn oder in einem Lagrange-Punkt erreicht werden.

An der Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf (Arbeitsgruppen Prof. Schiller und Prof. Görlitz) wird zur Zeit, im Rahmen des Konsortiums SOC (*Space Optical Clocks*) [188], ein Demonstrationssystem für eine Yb-basierte optische Atomuhr aufgebaut. Hierbei wird besonderer Wert auf eine kompakte transportable Bauweise gelegt, um eine spätere Implementierung als weltraumtauglicher Zeitstandard zu gewährleisten. Im Rahmen dieser Arbeit wurden dazu erste Messungen zur Stabilität des Uhrenlasers und zur Charakterisierung des Uhrenüberganges in der Yb-Falle vorgenommen.

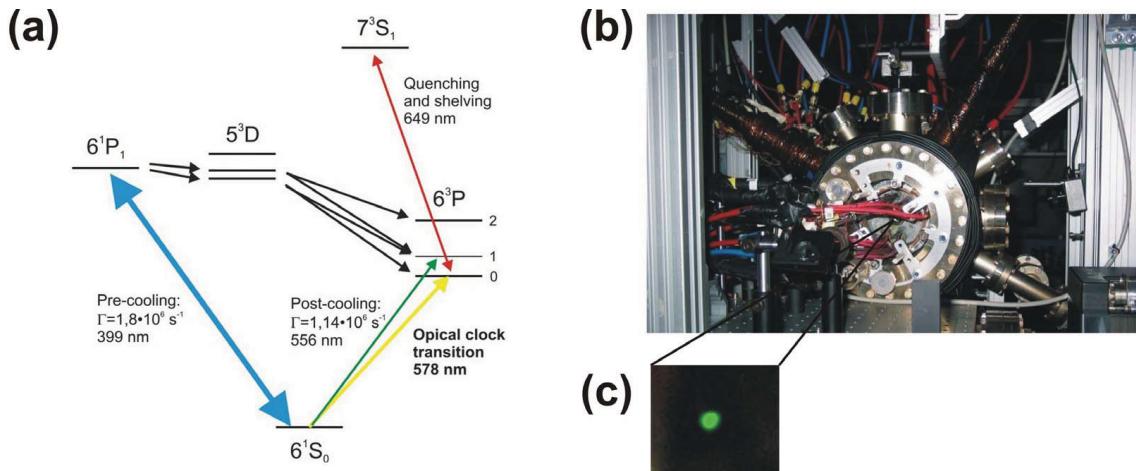
Die relevanten Komponenten werden in den folgenden Abschnitten kurz erläutert.

## 9.2 Kalte Ytterbiumquelle

Als QFR für eine auf einem optischen Gitter basierende optische Atomuhr, eignet sich u.a der doppelt verbotene  $(6s^2)^1S_0 \longleftrightarrow (6s6p)^3P_0$  Übergang in Ytterbium [189] mit der natürlichen Linienbreite von  $\sim 10$  mHz [190]. Um die Atome auf ultrakalte Temperaturen herunter zu kühlen und in dem optischen Gitter zu fangen, müssen die Atome einen mehrstufigem Prozess durchlaufen [191]. Dieser Prozess gliedert sich in folgende Abschnitte:

- Durch Verdampfung in einem Ofen wird ein heißer Atomstrahl erzeugt.
- Der Atomstrahl wird in einem sogenannten *Zeeman slower* [192, 193] mithilfe optischer und magnetischer Felder auf Geschwindigkeiten von einigen 10 m/s abgebremst.
- Die abgebremsten Atome werden in einer ersten MOT (*precooling* MOT) mittels 399 nm Laserstrahlung ( $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ ) auf eine Temperatur von wenigen 10 mK abgekühlt.
- Die Temperatur des atomaren Ensembles wird in einer zweiten (*postcooling*) MOT auf einige 10  $\mu\text{K}$  weiter reduziert und die Dichte auf ca.  $10^{11} \text{ Atome/cm}^3$  erhöht. Hierbei wird der ( $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ ) Übergang bei 556 nm genutzt.

Abb. 9.2 (a) zeigt die hier relevanten Kühl- und Uhrenübergänge in Ytterbium.



**Abbildung 9.2:**

(a): Elektronisches Anregungsschema von Ytterbium mit den relevanten Kühl- und Uhrenübergängen. (b): MOT (*Main chamber* (AG Prof. A. Görlitz)), (c): Fluoreszenz von Yb in der grünen *Post-cooling* MOT.

Der *postcooling* Übergang  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  hat mit  $\Gamma = 180$  kHz eine signifikant breitere Linienbreite als die Kandidaten für andere optische Atomuhren, wie Strontium, Calcium oder Magnesium. Dieses reduziert die Anforderungen an das Lasersystem, führt aber im Gegenzug zu einem höheren Dopplerlimit von 4  $\mu\text{K}$  bei der Laserkühlung.

Um die optische Uhr mit größter Genauigkeit und Stabilität zu betreiben, müssen die Atome anschließend in ein optisches Gitter bei der magischen Wellenlänge von 759 nm überführt werden [194]. Typischerweise wird die *postcooling* MOT aus der *precooling* MOT geladen. Mit ausreichender Laserleistung (typischerweise mindestens 100 mW) ist es aber auch möglich, die *postcooling* MOT direkt zu laden [195]. Es wurde andererseits an dem in dieser Arbeit benutztem System experimentell gezeigt, dass es auch möglich ist mit nur 10 mW Laserlicht bei 556 nm die *postcooling* MOT unmittelbar zu laden [196]. Hierbei lagen die Ladezeiten für  $10^7$  Atome bei 10 s. Die hier in Abschnitt 9.4 vorgestellte erste Studie des Uhrenüberganges in fermionischem  $^{171}\text{Yb}$  wurde unter alleiniger Verwendung der *postcooling* MOT vorgenommen, da die Abtastzeiten vergleichsweise lang waren (siehe Abb. 9.5 (a)). Wenn also eine hohe Repititionsrate erforderlich ist, wie bei der Stabilisierung des Uhrenlasers auf die QFR, muß das zweistufige Kühlschema mit der *precooling* MOT verwendet werden.

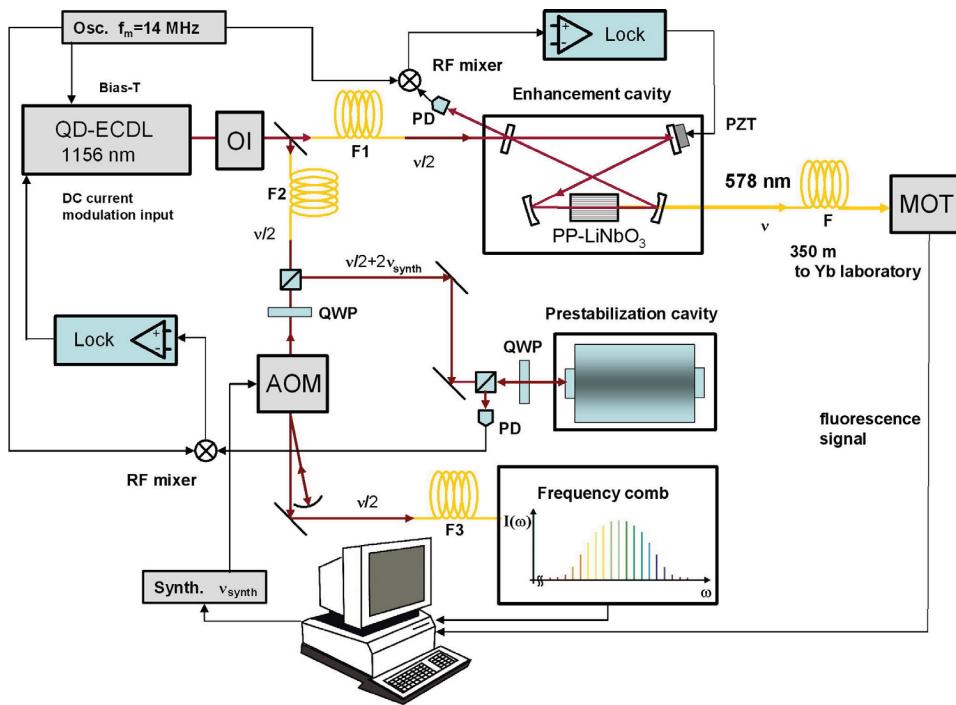
Abb. 9.2 (b) und (c) zeigen die MOT-Kammer (*Main chamber*) mit der Fluoreszenz von Yb in der grünen *Post-cooling* MOT. Es wurden etwa  $10^7$  Atome mit einer Temperatur von ca. 100  $\mu\text{K}$  erzeugt.

## 9.3 Der Uhrenlaser

Als Uhrenlaser (Lokaloszillator) für die ersten Testmessungen am Yb Uhrenübergang, dient ein InGaAs *Quantum Dot* (QD) Laser in *external cavity* Littrow-Konfiguration. QD-Laser füllen die Wellenlängenlücke herkömmlicher Laserdioden zwischen 1100 - 1300 nm. Die zweite Harmonische dieses Wellenlängenbereiches liegt im gelben Farbspektrum, wodurch es möglich ist, die benötigte 578 nm Laserstrahlung des Yb-Uhrenüberganges mit einer bei 1156 nm emittierenden QD-Laserdiode zu erzeugen. Durch die folgenden Messungen wurde erstmals gezeigt, dass QD-Laser in *external cavity* Littrow-Konfiguration für hochauflösende Spektroskopie, mit Linienbreiten unter 100 kHz geeignet sind. Die Details dieser Studie sind ausführlich in [197] dargestellt.

Die freilaufende Linienbreite in der verwendeten Konfiguration beträgt 200 kHz. Um die Linienbreite und die Frequenzdrift zu reduzieren wurde der Laser auf einen Resonator vorstabilisiert. Die gesamte Anordnung ist in Abb. 9.3 abgebildet. Als Referenzresonator diente hierbei ein  $\text{SiO}_2$  Fabry-Perot Resonator mit einer vergleichbar niedrigen Finesse von 10000 bei 1156 nm. Der Resonator befindet sich in einer Vakuumkammer und wird mittels eines Peltierelementes mit einer Instabilität  $< 1$  mK temperaturstabilisiert. Bei einem Ausdehnungskoeffizient von  $3,8 \times 10^{-7}/\text{K}$  ergibt sich so eine thermisch bedingte Instabilität im Bereich von 100 kHz.

Hinter dem optischen Isolator (OI) wird der Strahl für die Frequenzverdoppelung



**Abbildung 9.3:**

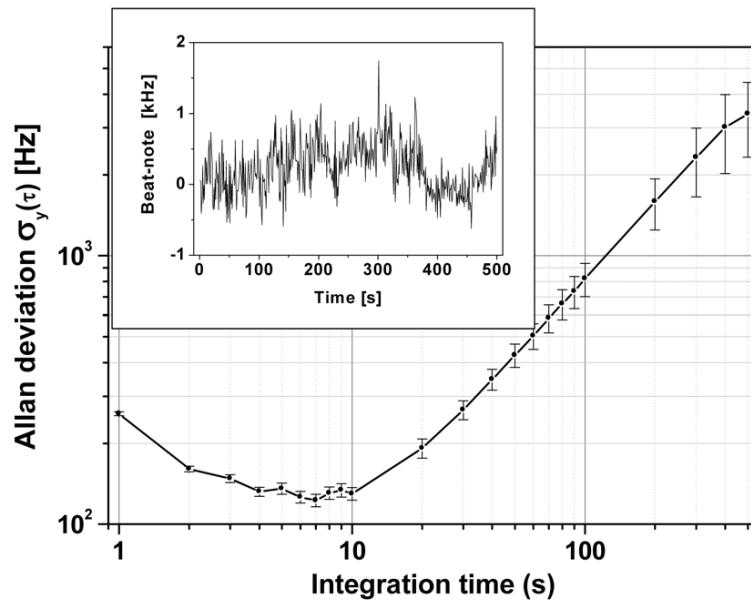
Schematische Darstellung des Uhrenlasersystems.

QD-ECDL: *quantum dot external cavity diode-laser*, OI: *optischer Isolator*, AOM: *acousto-optic-modulator*, Lock: *elektronischer Regelfilter*, MOT: *magneto optical trap*, QWP: *quarter wave plate*, PZT: *Piezo*.

SHG (*second harmonic generation*) und zur Stabilisierung auf den Resonator aufgespalten. Letzterer durchläuft hierbei die erste Beugungsordnung eines AOM (*acousto-optic-modulator*) im *double pass*. Die *double pass* Methode verdoppelt den möglichen Durchstimmbereich und gleicht Änderungen in der Beugungsrichtung aus. Das auf eine rauscharme Photodiode (PD) von dem Resonator reflektierte Laserlicht dient als Eingangsgröße für die Pound-Drever-Hall Stabilisierung [122] des QD-Lasers. Hierbei wird der Strom der Laserdiode über einen PID-Regler mit der Bandbreite von 500 kHz gesteuert.

Das Durchstimmen des Lasersystems, etwa bei dem Abtasten des Yb-Uhrenüberganges, funktioniert wie folgt: Bei Änderung der AOM-Frequenz wird die Lichtfrequenz am Resonatoreingang geändert. Dem wirkt instantan die Stabilisierung entgegen, so dass die Resonatormode unverändert bleibt. Das durch den AOM transmittierte Licht (nullte Beugungsordnung), welches der Emission aus dem QD-Laser entspricht, wird damit um den doppelten negativen Betrag der AOM-Frequenzänderung verstellt.

Dieses stabilisierte und exakt durchstimmbare 1156 nm Laserlicht wird durch optische Fasern zur genauen Frequenzmessung zum Frequenzkamm und zur Erzeugung der

**Abbildung 9.4:**

Frequenzinstabilität des auf den  $\text{SiO}_2$  Resonator vorstabilisierten QD-ECDL.

Die Messung erfolgte durch Vergleich des Lasers mit dem H-Maser via Frequenzkamm.

*Inset:* Typische Schwebungssignalfrequenz nach Entfernung der linearen Drift. Die Gate-Zeit betrug 1 s.

578 nm Strahlung zur Frequenzverdopplung übertragen. Die Anbindung des Ytterbium-Labors mit der Yb-Fallenapparatur kann dabei über eine 350 m lange Faserstrecke (Kap. 7) erfolgen. Diese war aber bei den ersten Testmessungen nicht stabilisiert.

Die Allan-Standardabweichung einer Frequenzmessung des stabilisierten Uhrenlasers mit dem Frequenzkamm ist in Abb. 9.4 zu sehen. Eine lineare Drift von 30 Hz/s, hervorgerufen durch restliche Temperaturinstabilitäten des  $\text{SiO}_2$  Resonators, wurde aus den Rohdaten entfernt. Es wurde eine Allan-Standardabweichung unter 200 Hz für Integrationszeiten zwischen 2 s und 20 s erreicht. Die Linienbreite dieser vorstabilisierten Strahlung wird auf 1 kHz geschätzt.

Die Frequenzverdopplung (*SHG, second harmonic generation*) erfolgt in einem Ringresonator zur Leistungsüberhöhung, mithilfe eines periodisch gepoltem  $\text{LiNbO}_3$  Kristall (PPLN). Die Resonatorgüte beträgt ca. 200. Mit einer Fundamentalleistung von 32 mW aus dem QD-Laser wird eine nutzbare Leistung von 3,2 mW bei 578 nm erzeugt.

## 9.4 Abtastung des Uhrenüberganges in fermionischem $^{171}\text{Yb}$

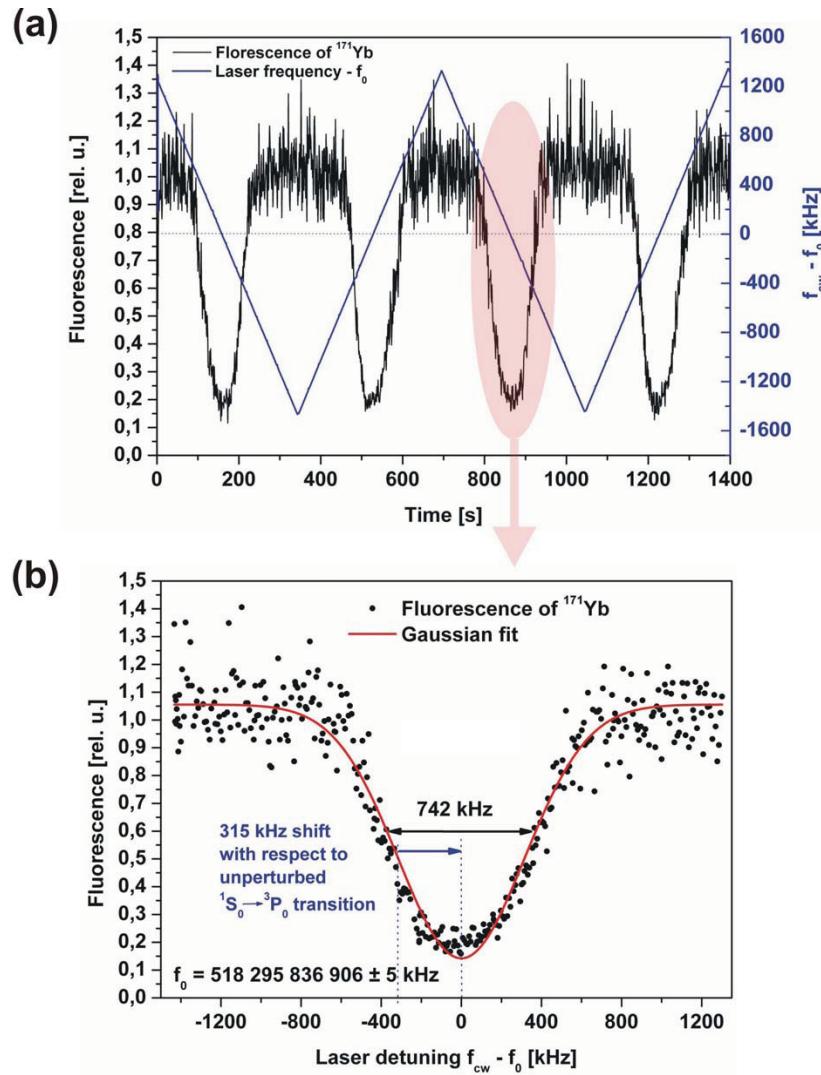
Mithilfe des frequenzverdoppelten Lichtes aus dem vorstabilisierten QD-ECDL System (Kap. 9.3) wurde der  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  Uhrenübergang an fermionischem  $^{171}\text{Yb}$  abgetastet. Das Licht wurde dabei über eine optische Faser ohne Verwendung der Faserstabilisierung (Kap. 7) zu der MOT (Kap. 9.2) übertragen, da die passive Frequenzstabilität der Faser für diese erste Charakterisierung des Uhrenüberganges ausreichend war.

Die Spektroskopie wurde dabei an der direkt geladenen *postcooling* MOT ausgeführt, worin die Yb-Atome gefangen und auf ca.  $100 \mu\text{K}$  abgekühlt wurden. Die Temperatur wurde dabei durch eine *time-of-flight* Technik bestimmt. Ohne die Einstahlung des Uhrenlaserlichtes stellt sich, durch die konstante Zufuhr der Atome aus dem Zeeman *slower* einerseits und die stoßinduzierte Verlustrate andererseits, nach ca. 10 s ein dynamisches Gleichgewicht der Atomzahl in der Falle ein. Die Atomzahl kann dabei durch die Fluoreszenzintensität, resultierend aus der Wechselwirkung mit dem Kühlaserlicht, bestimmt werden. Bei Einstrahlung des  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  Laserlichtes von 578 nm werden Atome in den langlebigen metastabilen  $^3P_0$  Zustand angeregt, wodurch sie nicht länger in der MOT gehalten werden können und somit eine zusätzliche Verlustrate induziert wird. Dieses führt zu einem von der Uhrenlaserfrequenz abhängigen reduzierten Gleichgewichtswert der Fluoreszenz, welche durch einen Photomultiplier gemessen und in ein Spannungssignal umgewandelt wird.

Der Messzyklus wurde durch einen PC via LabVIEW gesteuert und arbeitet wie folgt. Zunächst wird der Laser, unter Verwendung eines Wavemeters, bis auf einige 100 kHz an die erwartete Frequenz des Uhrenüberganges abgestimmt. In der folgenden Schleife wird die *beat-note* zwischen dem 1156 nm QD-ECDL und dem H-Maser referenzierten Frequenzkamm ausgelesen und die optische Frequenz berechnet. Die *beat-note* wird dabei durch einen Tracking-Oszillatator aktiv gefiltert und mit einem totzeitfreien Frequenzzähler (*Gate*-Zeit: 1 s) erfasst. Anschließend wird das der Fluoreszenzintensität entsprechende Spannungssignal des Photomultipliers ausgelesen. Zum Schluss wird die AOM Frequenz, durch die Ansteuerung des treibenden Signalgenerators (HP 8656B), für den nächsten Messpunkt eingestellt. Der gewählte Frequenzschritt erfolgt hierbei, aufgrund der *double pass* AOM Konfiguration und der Frequenzverdoppelung zu 578 nm, mit einem Faktor vier in der Uhrenlaserfrequenz. Alle relevanten Frequenzen und Spannungssignale werden in einer Messdatei abgelegt, bevor der nächste Messzyklus gestartet wird. Die AOM Frequenz wurde bei der Abtastung des Uhrenüberganges mehrfach über einen Gesamtbereich von 700 kHz in 2 kHz Schritten abgefahren.

Das Ergebnis dieser Messung ist in Abb. 9.5 (a) und (b) dargestellt. Abb. 9.5 (a) zeigt den zeitlichen Verlauf des Fluoreszenzsignals zusammen mit der optischen Frequenz beim mehrfachen Überfahren des Uhrenübergangs. Das Fluoreszenzsignal sinkt auf der Mitte des Überganges bis auf ein zehntel der ungestörten Intensität ab. In Abb. 9.5 (b) ist ein Gausscher Fit durch die in (a) farblich markierte Resonanz dargestellt.

Daraus ergibt sich eine Linienmitte des Überganges von  $518\,295\,836\,906 \pm 5$  kHz. Der gemessene Übergang ist durch das 556 nm Kühllicht um ca. 0,31 MHz gegen die ungestörte Frequenz zu höheren Frequenzen verschoben (AC Stark-Effekt) [190] und durch eine Kombination von Dopplerverbreiterung und Sättigungsverbreiterung in der MOT auf 742 kHz FWHM verbreitert.



**Abbildung 9.5:**

- (a): Mehrmalige Abtastung des  $^1\text{S}_0 \rightarrow ^3\text{P}_0$  Uhrenüberganges bei 578 nm. Das Messignal wurde anhand der  $^1\text{S}_0 \rightarrow ^3\text{P}_1$  Fluoreszenz des 556 nm Kühlaserlichtes gewonnen.
- (b): Gausscher Fit durch die oben farblich markierte Resonanz. Der beobachtete Übergang ist durch systematische Effekte um 0,31 MHz verschoben und auf 742 kHz verbreitert.

Mit der erfolgreichen Frequenzmessung bei 1156 nm hat sich das in dieser Arbeit entwickelte Frequenzkammsystem als zuverlässiges Werkzeug für die optische Frequenzmessung bewährt. Ein weiterer Einsatz des Systems nach dem in Abb. 9.1 dargestellten Schema als Frequenzuntersetzer zur Erzeugung der Rf-Referenzfrequenz, verbunden mit weiteren Optimierungen an der optischen Atomuhr, sind in naher Zukunft geplant.

---

# Kapitel 10

## Transfer-Oszillatör (*virtual beat*) Methode

### 10.1 Motivation

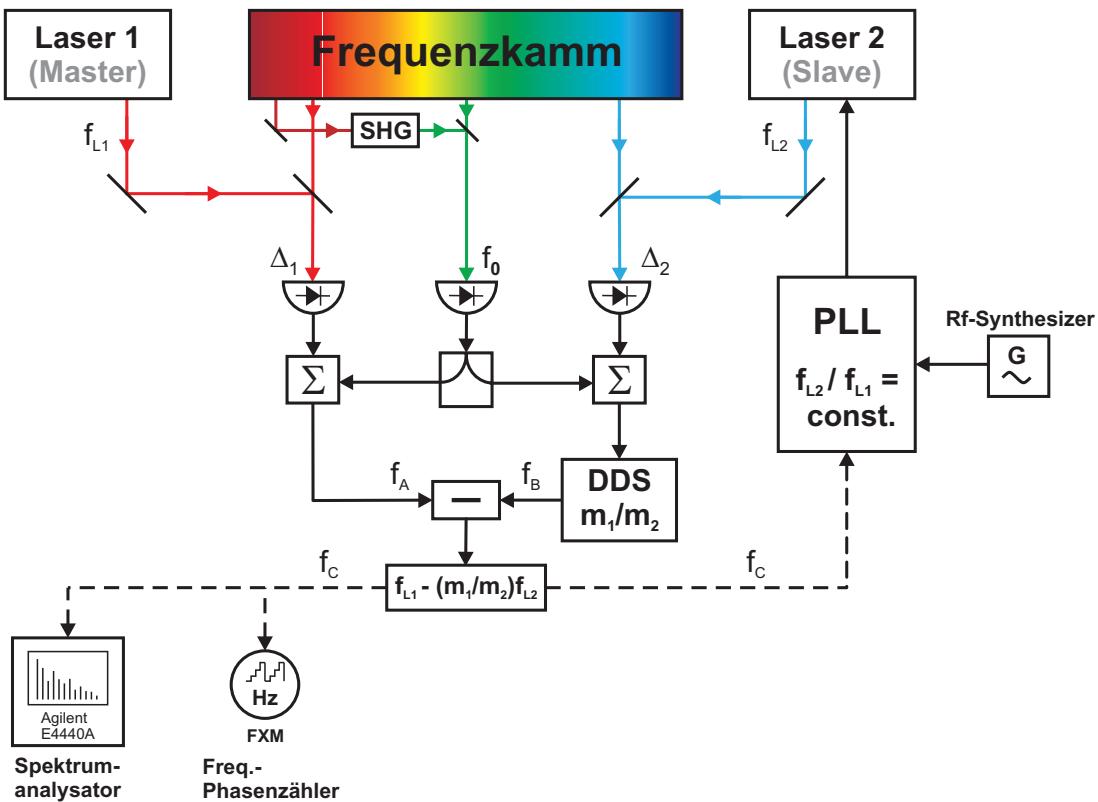
Die Möglichkeiten einer Reduktion von Phasenfluktuationen in der Repetitionsrate  $f_{rep}$  und Offsetfrequenz  $f_0$  eines Frequenzkamms, sind aufgrund von Reaktionsverzögerungen der Regelstrecken einerseits und dem Frequenzrauschen der Mikrowellenreferenz andererseits, begrenzt. Hierdurch bleibt die Genauigkeit einer Frequenzmessung auf das Maß der Referenzquelleninstabilität beschränkt.

Mithilfe der Transfer-Oszillatör (*virtual beat*) Methode [198, 199] ist es dennoch möglich, die Instabilität und Linienbreite zweier ultrastabiler Laserquellen, welche bei weit auseinander liegenden Wellenlängen innerhalb des Spektralbereiches des Frequenzkamms arbeiten, miteinander zu vergleichen, oder die Stabilität einer ultrastabilen optischen Referenzquelle (Uhrenlaser) auf einen (Spektroskopie)-Laser in einem anderen Frequenzbereich nahezu verlustfrei zu übertragen [200, 201]. Der Femtosekundenlaser-basierte Frequenzkamm dient hierbei als Transferoszillatör, dessen Rauscheigenschaften den Mess- bzw. Transferprozess nicht beeinträchtigen. Eine Anwendung dieser Methode hat Messunsicherheiten von  $10^{-16}$  über Mittelungszeiten von 1 s und  $10^{-18}$  über 100 s ermöglicht [199].

### 10.2 Funktionsprinzip der Methode

Das zugrunde liegende Prinzip wird, im Hinblick auf eine zukünftige Anwendung des Düsseldorfer Frequenzkamms als Transferoszillatör von Yb-Uhrenlaser (Abb. 9.3) zu hochstabilem HD<sup>+</sup>-Spektroskopielaser, und der erforderlichen Analyse der Stabilitäts-eigenschaften der optischen Yb-Atomuhr zu einem Vergleichssystem, im Folgenden skizziert. Eine schematische Darstellung zeigt Abb. 10.1.

Die beiden Laser mit den Frequenzen  $f_{Li}$  erzeugen mit der jeweils nächsten Kamm-



**Abbildung 10.1:**

Schematische Anordnung zur Erzeugung einer virtuellen Schwebungsfrequenz (*virtual beat*) zwischen zwei in unterschiedlichen Spektralbereichen arbeitenden Laser, mithilfe eines Femtosekundenlaser-basierten Frequenzkamms. Ein vergleichsweise zu Laser 1 (Master) instabilerer Laser 2 (Slave) kann hierdurch auf den stabileren (Master)-Laser 1 phasenstabilisiert, und/oder die relativen spektralen Eigenschaften mithilfe von Spektrumanalysator und Frequenz-Phasenzähler erfasst werden. SHG: *Second Harmonic Generation*, PLL: *Phase Lock Loop*, DDS: *Direct Digital Synthesizer*,  $\Sigma$ : Frequenzmischer additiv, ( - ): Frequenzmischer subtraktiv.

nadel  $\nu_{m_i}(t)$  des Frequenzkamms

$$\nu_{m_i}(t) = m_i f_{rep}(t) + f_0(t) \quad (10.1)$$

die Schwebungsfrequenzen<sup>1</sup>

$$\Delta_i(t) = f_{L_i} - \nu_{m_i}(t) \quad i = 1, 2, \quad (10.2)$$

wobei  $f_{rep}(t)$  die Repeitionsrate des Frequenzkamms und  $f_0(t)$  die Kamm-Offsetfrequenz ist. In einem ersten Schritt wird nun die Offsetfrequenz  $f_0(t)$  durch

<sup>1</sup>Hierbei wurden positive Vorzeichen für die beat-notes  $\Delta_i$  und für die Offsetfrequenz  $f_0$  angesetzt. Bei einer negativen Offsetfrequenz sind die subtraktiven Mischprodukte bei der Frequenzmischung mit  $f_0$  in dem Schema auszuwählen.

Mischung und Auswahl der Summenfrequenz aus den *beat-notes*  $\Delta_i$  entfernt. Das Signal in dem zweitem Zweig wird anschließend mit dem Faktor  $m_1/m_2$  multipliziert. Dieses führt zu den Frequenzen

$$f_A = f_0 + \Delta_1 \quad (10.3)$$

$$f_B = (f_0 + \Delta_2) \frac{m_1}{m_2}. \quad (10.4)$$

In einem weiterem Mischprozess wird nun die Differenz dieser beiden Signale erzeugt:

$$f_C = f_A - f_B = f_{L1} - f_{L2} \frac{m_1}{m_2}. \quad (10.5)$$

Dieses Signal ist frei von Frequenz und Phasenschwankungen des Frequenzkamms und kann angesehen werden als die Schwebungsfrequenz zwischen Laser 1 und Laser 2, projiziert auf die Frequenz von Laser 1, oder als virtuelle Schwebungsfrequenz (*virtual beat*).

Das Schlüsselement in diesem Transferschema stellt der Direct Digital Synthesizer (DDS) dar, welcher die Multiplikation mit dem Faktor  $m_1/m_2$  in dem B-Zweig realisiert. Dieses Element multipliziert ein Eingangssignal mit dem digitalen Faktor  $j/2^n$ , wobei  $j$  eine ganze Zahl und  $n$  die Bit-Länge des Abstimmwortes ist. Der Restfehler für die Realisierung des rationalen Verhältnisses  $m_1/m_2$  wird vernachlässigbar für  $n = 48$  [199].

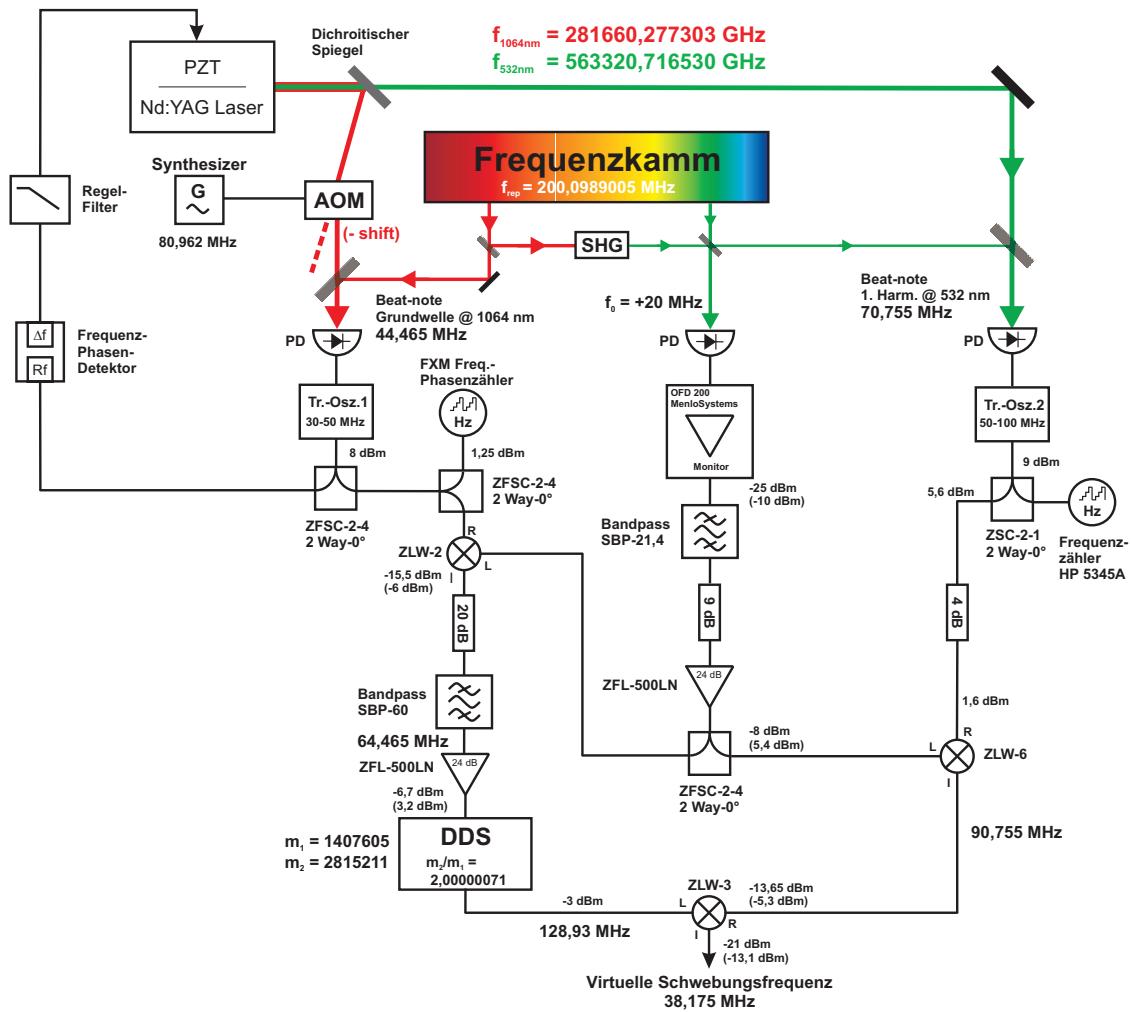
Durch den Vergleich des *virtual beat* Signals  $f_C$  mit der Frequenz eines Rf-Synthesizers über den Frequenz-Phasendetektor (siehe Kap. 6.4) lässt sich der Laser 2 auf den (Master)-Laser 1 phasenstabilisieren und die Stabilität übertragen.

Neueste Messungen des relativen Phasenrauschens der Moden eines Ti:Saphir Frequenzkammes über den Bereich von einer Oktave ergaben eine relative Linienbreite von  $2,5 \mu\text{Hz}$  [202], was einer Limitierung des Verfahrens durch den Frequenzkamm auf eine Instabilität im Bereich von ca.  $10^{21}$  für optische Frequenzen entspricht.

## 10.3 Implementierung der Methode anhand eines frequenzverdoppelten Nd:YAG Lasers

Zur Implementierung der *virtual beat* Methode an dem Frequenzkamm wurde eine Testkonfiguration mittels eines frequenzverdoppelten Nd:YAG Lasers aufgebaut. Die Nutzung der Stahlung eines frequenzverdoppelten Lasers bietet zum einen den Vorteil eines festen Frequenzverhältnisses zwischen den Teststrahlen und zum anderen die Erzeugung einer virtuellen Schwebungsfrequenz über einen oktavbreiten Frequenzabstand am Frequenzkamm.

Abbildung 10.2 zeigt den experimentellen Aufbau. Die Emmission des frequenzverdoppelten Nd:YAG Lasers wird durch einen dichroitischen Spiegel in die Grundwelle bei 1064 nm und die 1. Harmonische bei 532 nm getrennt. In beiden Fällen steht eine ausreichende Leistung von einigen mW zur Überlagerung mit dem Frequenzkamm zur



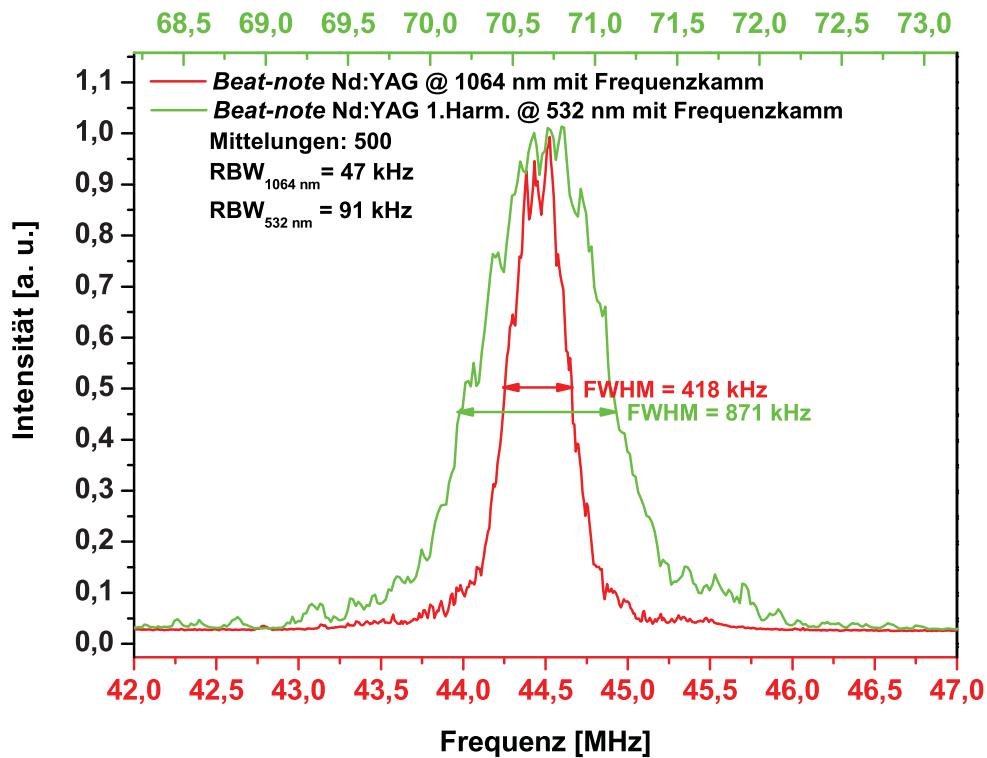
**Abbildung 10.2:**

Experimenteller Aufbau zur Erzeugung einer virtuellen Schwebungsfrequenz (*virtual beat*) mittels eines frequenzverdoppelten Nd:YAG Lasers und dem Frequenzkamm. PZT: Piezo, AOM: Acusto-Optischer Modulator, PD: Photodiode, SHG: Second Harmonic Generation, DDS: Direct Digital Synthesizer.

Verfügung. Zur Vermeidung einer technisch ungünstigen virtuellen Schwebungsfrequenz bei 0 Hz und zur Kontrolle bzw. Identifikation der virtuellen Schwebungsfrequenz wird die Frequenz der Grundwelle zuvor durch einen AOM verschoben (in dem vorliegenden Fall zu einer geringeren Frequenz). Die Überlagerung der Laserstrahlung mit dem Frequenzkamm geschieht analog zu der in Abb. 3.27 (a) dargestellten Weise. Die Signalauflbereitung der Schwebungssignale erfolgt ebenso analog zum Schema in Abb. 3.29. Zur aktiven Signalfilterung wurden zwei Tracking-Oszillatoren gemäß Abb. 4.5 verwendet.

Zur Präparation der notwendigen positiven *beat-note* Vorzeichen, und damit die *beat-notes* im Arbeitsbereich der Tracking-Oszillatoren verbleiben, wird der Laser über die verschobene Grundwelle auf den Frequenzkamm bei einer geeigneten Laserwellenlänge frequenzstabilisiert. Hierdurch wird die *beat-note* in dem Grundwellenzweig des Schemas, welcher auch den DDS enthält, auf die Arbeitsfrequenz des Frequenz-Phasendetektors festgelegt. Die beiden *beat-notes* werden über Frequenzzähler erfasst und die beiden optischen Frequenzen mittels eines LabView-Auswerteprogramm instantan bestimmt. Gleichzeitig sind hierüber auch die Vorzeichen der Schwebungsfrequenzen bestimmbar. Abbildung 10.3 zeigt die *Beat-notes* der Grundwelle bei 1064 nm und der 1. Harmonischen mit dem Frequenzkamm in einer 500-fachen Mittelung. Wie zu erwarten zeigt die beat-note der 1. Harmonischen in etwa die doppelte Breite der Grundwellen *beat-note*.

Die elektronische Anordnung in Abb. 10.2 wurde bis auf den DDS aus Standardkomponenten der Firma Mini-Circuits aufgebaut. Durch die Tracking-Oszillatoren liegt die Rf-Leistung in den beiden *beat-note* Zweigen fest. Das Schema ist auf eine nominale Rf-Leistung der Frequenzkamm-Offsetfrequenz  $f_0$  von -10 dBm ausgelegt. In der nach-



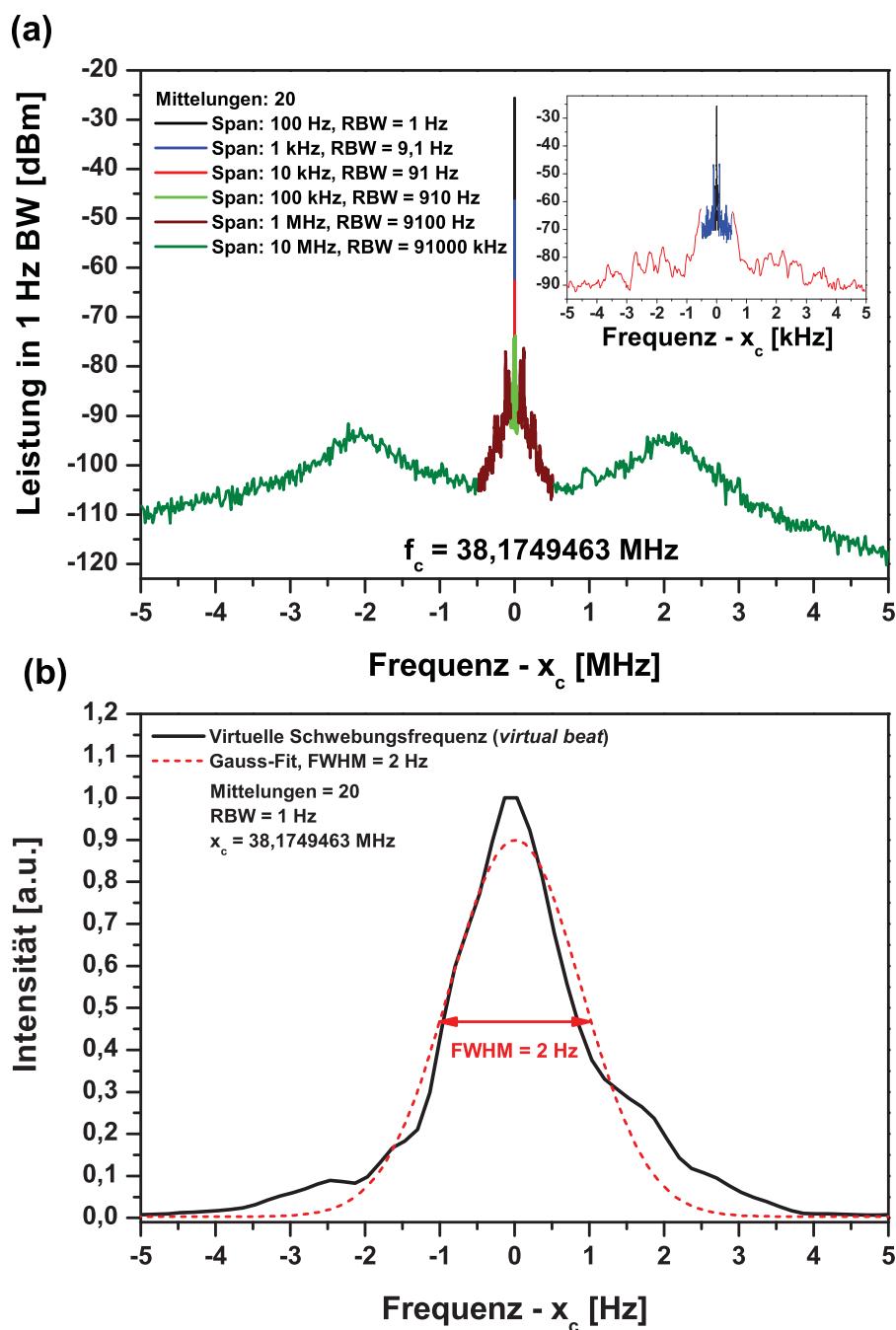
**Abbildung 10.3:**

*Beat-notes* des über die Grundwelle auf den Frequenzkamm frequenzstabilisierten frequenzverdoppelten Nd:YAG Lasers.

folgenden Messung betrug die  $f_0$  Rf-Leistung jedoch nur -25 dBm. Rf-Leistungsangaben bezogen auf die nominale  $f_0$ -Eingangsleistung sind in dem Schema geklammert angegeben.

Das Ergebnis der Messung mit einem Agilent E4440A Spektrumanalysator ist in Abb. 10.4 dargestellt. Im oberen Teil (a) der Abbildung ist ein zusammengesetztes Spektrum über verschiedene Auflösungsbandbreiten zu sehen. Es wurde jeweils über 20 Messungen gemittelt. Die Messung in einer Auflösungsbandbreite von 1 Hz ist in Teil (b) herausgestellt. Ein Gauss-Fit durch die Messkurve zeigt eine FWHM-Breite von ca. 2 Hz. Da das Verhältniss von 1. Harmonischen und Grundwelle in dem Verdopplungsprozess als exakt 2 angenommen werden kann und auch die relative Linienbreite eines Ti:Saphir fs-Laser basierten Frequenzkamm über 1 Oktave zu 2,5  $\mu$ Hz bestimmt wurde [202], kann so eine große Linienbreite hier nur technisch bedingt sein. Hier kommen nur mögliche cycle-slips bzw. Phasendifferenzen der Tracking-Oszillatoren oder des DDS in Frage. Am wahrscheinlichsten ist die Annahme dass die Regelbandbreite von ca. 500 kHz des Tracking-Oszillators an der *beat-note* der 1. Harmonischen zu klein für die Breite der Frequenzfluktuationen an dieser Stelle ist.

Dessen ungeachtet zeigt das Ergebniss jedoch, dass eine Messung einer virtuellen Schwebungsfrequenz über eine große Frequenzdifferenz von mehreren 100 THz mit dem in dieser Arbeit aufgebauten Frequenzkammsystem möglich ist. Auch ist eine Linienbreite in einer Größenordnung von einigen Hz für ultrahochauflösende Spektroskopie hinreichend. Sogar für den Stabilitätsvergleich zweier optischer Uhren kann die Anordnung als hinreichend angesehen werden, da in diesem Fall die Linienbreiten der beteiligten Uhrenlaser sehr gering (Hz-Breite) ist. Jedoch kann das System bei vorgegebenen Frequenzen der zu vergleichenden Laser auch mit Tracking-Oszillatoren größerer Bandbreite, nach dem Vorbild von Kap. 4.3, ausgestattet werden, welche aber einen geringeren Abstimmbereich haben.



**Abbildung 10.4:**

Virtuelle Schwebungsfrequenz (*virtual beat*) zwischen um -80,926 MHz verschobener Grundwelle bei 1064 nm und der 1. Harmonischen bei 532 nm eines frequenzverdoppelten Nd:YAG Lasers. (a): zusammengesetztes Spektrum aus Messungen mit verschiedenen Auflösungsbandbreiten mit dem Agilent E4440A Spektrumanalysator, (b): Messung mit einer Auflösungsbandbreite von 1 Hz.

# Kapitel 11

## Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Frequenzkamm-basiertes Lasersystem für die Präzisions-Spektroskopie an ultrakalten Atomen und Molekülen aufgebaut und erfolgreich eingesetzt.

Dazu wurde ein von der Firma MenloSystems erworbenes Frequenzkamm-Basisssystem (MenloSystems FC 8004), durch die Optimierung der elektronischen Regelkreise, sowie durch Modifikationen bzw. Ergänzungen an dem zugrunde liegenden Titan-Saphir fs-Laser zu der erforderlichen Langzeitstabilität optimiert. Ferner wurde das Emissionspektrum, durch den Einbau einer innovativen photonischen Kristallfaser (FEMTO-WHITE 800, Crystal Fibre), zu dem für die HD<sup>+</sup>-Spektroskopie notwendigen nah-infraroten Spektralbereich auf insgesamt 500-1600 nm ausgedehnt.

Für die stabile zuverlässige Erfassung von Laser-Schwebungssignalen zur Frequenzmessung oder Stabilisierung mit dem Frequenzkamm, wurden unterschiedliche optimierte Überlagerungsstrecken aufgebaut und phasenstabile Trackingoszillatoren hoher Bandbreite bis zu 1 MHz entwickelt.

Eine erfolgreiche Testmessung an einer Jodzelle bestätigte die zuverlässige Funktion des Frequenzkamms und der Analysesoftware.

In einer ersten Anwendung wurde der thermische Ausdehnungskoeffizient und die Stabilität eines, als unabhängigen Kurzzeit-Referenz-Oszillator dienenden, kryogenen Saphir Resonators bestimmt. Die ermittelte Langzeitstabilität blieb dabei unterhalb einer Abweichung von 3 kHz in 140 Tagen. Über eine Vergleichsmessung der Schwebungssignalbreite eines ULE-Resonators mit dem Frequenzkamm ließ sich die Linienbreite der Frequenzkamm-Moden zu 272 kHz ermitteln.

Weiterhin wurde die Möglichkeit einer Reduzierung der Frequenzkammlinienbreite, für hochgenaue Messungen über kleine Mittelungszeiten, durch die Stabilisierung der Frequenzkamm-Repetitionsrate auf das Schwebungssignal zwischen Frequenzkamm und kryogenem Saphir-Resonator demonstriert.

Der Frequenzkamm wurde durch den Aufbau von zwei GEECDL “*grating enhanced external cavity diode laser*” Spektroskopielasern [43, 44, 45] zu einem System für die rovibronische Spektroskopie an den ultrakalten HD<sup>+</sup> Molekülen ergänzt. Durch die in

---

dieser Arbeit entwickelte unterbrechungsfreie Batterie-Stromversorgung wird die notwendige Spannungsstabilität und Betriebssicherheit für die Diodenlaser gewährleistet. Es wurde eine Linienbreite von 21 kHz @ 10 ms für die GEECDL ermittelt. Mittels des vorgestellten Frequenz-Phasendetektors [46] konnten die GEECDL auf eine optische Referenz (Frequenzkamm oder GEECDL Masterlaser) frequenz- und phasenstabilisiert werden. Die relative Frequenzdrift in der Frequenzstabilisierung eines GEECDL auf den Frequenzkamm wurde zu 1,87 Hz/min ermittelt. Die Restphasenfehler in der Phasenstabilisierung wurden zu 72 mrad bei der Stabilisierung auf einen Master-GEECDL und 194 - 448 mrad bei der Stabilisierung auf den Frequenzkamm bestimmt.

Für den stabilen Transport von Laserstrahlung aus dem Metrologie-Labor mit dem Frequenzkamm und den Spektroskopielasern (bzw. Uhrenlaser bei der optischen Yb-Atomuhr) in entfernte Labore, wurde eine Faserstabilisierung aufgebaut. Ein Testbetrieb mit der Strahlung eines Nd:YAG Laser bei 1064 nm ergab einen Restphasenfehler von 263 mrad bei einer Länge der optischen Faser von 350 m. Die Allan-Standardabweichung ergab eine relative Stabilität über 1 s Mittelungszeit von  $6,64 \times 10^{-16}$ . Dieses erlaubt einen Frequenzfehler von 50 mHz über 10 s Integrationszeit und eine Linienbreite des Laserlichtes unter 1 Hz.

Das in dieser Arbeit aufgebaute Frequenzkamm-basierte Lasersystem wurde erfolgreich in einer Präzisionsmessung bei der rovibronischen Spektroskopie an HD<sup>+</sup> eingesetzt. Es wurde das rovibronische ( $v' = 4, N' = 3$ )  $\leftarrow$  ( $v = 0, N = 2$ ) Übergangsspektrum aus dem elektronischen HD<sup>+</sup> Grundzustand X<sup>2Σ<sup>+</sup>, von in einer linearen Paul-Falle sympathisch auf 53(8) mK gekühlten HD<sup>+</sup>-Ionen, mit einer Genauigkeit von 2,3 ppb bestimmt [156]. Dieses stellt eine 165-fache Verbesserung in der Genauigkeit gegenüber früheren Messungen an HD<sup>+</sup> dar [19].</sup>

Weiterhin wurde der Frequenzkamm erfolgreich bei der Beprobung des  $^{171}\text{Yb} : {}^3P_0 \rightarrow {}^1S_0$  Uhren-Überganges der im Aufbau befindlichen Yb-basierten optischen Atomuhr eingesetzt, sowie das Stabilitätsverhalten des frequenzstabilisierten QD-ECDL "Uhrenlasers" ermittelt.

Abschließend wurde im Rahmen dieser Arbeit die Methode zur Erzeugung einer virtuellen Schwebungsfrequenz anhand der Grundwelle und der 1 Harmonischen eines frequenzverdoppelten Nd:YAG Lasers, über den Frequenzkamm umgesetzt.

# Kapitel 12

## Ausblick

### 12.1 Verbesserung der Kurzzeitstabilität des Frequenzkamms

Die Ergebnisse in Kap. 5.6 motivieren zu einer permanenten Verbesserung der Kurzzeitstabilität des Frequenzkamms d. h. der Reduzierung der Modenlinienbreite. Hierdurch würden genauere Frequenzmessungen auf kürzeren Mittelungszeiten möglich. Konkret könnte dieses durch eine Stabilisierung der Frequenzkamm-Repetitionsrate auf eine optische Referenz geschehen. Hierzu stehen die in Kap. 5 beschriebene kryogene Anordnung sowie der in Kap. 9.3 dargestellte Uhrenlaser zu Verfügung. Eine Umsetzung erfordert eine hinreichende Erhöhung der Regelkreisbandbreite und somit nach den Ergebnissen aus Kap. 3.2.2 eine wesentliche Verschiebung der Resonanzen des Piezo-elementes im fs-Laserresonator zu höheren Frequenzen um bestenfalls zwei Größenordnungen. Hierzu müßte ein entsprechendes Trägerdesign für ein Piezoelement ausreichender Bandbreite mittels Finite-Elemente-Methoden optimiert werden. Als störend für eine Regelbandbreitenerhöhung haben sich nach den Ergebnissen aus Kap. 3.2.2 auch die deutlichen sichtbaren Netzeinstreuungen bei 50 Hz erwiesen. Diese könnten durch eine komplette Versorgung der Regelelektronik des Frequenzkamms durch eine unterbrechungsfreie Batteriestromversorgung nach dem Vorbild von Kap. 6.3 für das Diodenlasersystem minimiert werden.

Eine Alternative bietet die Technologie der FPGA (Field Programmable Gate Arrays), mit deren Hilfe sich ein digitaler Regler mit nichtlinearem Verhalten konstruieren läßt, dessen Verarbeitungsgeschwindigkeit mit Taktraten bis zu einigen GHz sehr hoch ist. Mithilfe eines auf FPGA basierenden Reglers ließen sich die Regelverstärkungen bei den Resonanzfrequenzen entsprechend anpassen, so dass die Bandbreite maximal erhöht werden kann.

Eine Drift der optischen Referenz ließe sich durch eine Stabilisierung der Repetitionsrate  $f_{rep}$  für mittlere und lange Zeitskalen auf den H-Maser kompensieren. Dazu müßte die Frequenz von  $f_{rep}$  permanent durch einen Frequenzzähler erfasst und mit der

Sollfrequenz eines H-Maser referenzierten Synthesizers verglichen werden. Eine erfasste Abweichung ließe sich dann über die Schwebungsfrequenz der optischen Referenz mit dem Frequenzkamm mittels eines VCO-getriebenen AOM nachstellen. Dieser langsame Regelkreis könnte hierbei z. B. mittels einer Labview-basierten Rechnersteuerung realisiert werden.

## 12.2 HD<sup>+</sup> Spektroskopie

Die spektrale Auflösung, des mit dem in dieser Arbeit entwickeltem Frequenzkamm-basierten Lasersystem aufgenommenen rovibronischen HD<sup>+</sup> Übergangsspektrums (Abb. 8.3), war aufgrund der verbliebenen Dopplerverbreiterung und der Mikrobewegung der Molekülionen in der Rf-Falle limitiert. Diese Effekte ergaben eine Gesamtverbreiterung jeder Spektrallinie von ca. 40 MHz, so daß die effektive Linienbreite des Spektroskopielasers in der Stabilisierung auf den Frequenzkamm von 250 kHz hier vernachlässigbar war.

Eine Reduzierung der Linienbreite, bzw. eine Erhöhung der spektroskopischen Auflösung, läßt sich durch eine Reduktion der Mikrobewegung der Molekülionen in der Falle sowie durch die Unterdrückung des Doppler-Effekts erster Ordnung erreichen.

Die Mikrobewegung der Ionen in der Falle, welche Seitenbänder im Abstand der Fallfrequenz um jede Spektrallinie verursacht, läßt sich durch Optimierungen an der Rf-Falle (Reduktion störender Rf-Felder, Betrieb der Rf-Falle mit statischem Endkappenpotential) reduzieren. Sie verschwindet vollständig im Potentialminimum, was die Spektroskopie an kleinen Coulomb-Kristallen bevorzugt.

Die Doppler-Verbreiterung erster Ordnung läßt sich entweder durch Zweiphotonen-Spektroskopie [203, 204] oder bei der Einphotonen-Spektroskopie durch die Spektroskopie im Lamb-Dicke Regime<sup>1</sup> [205, 206] vermeiden. Hierfür werden zur Zeit Messanordnungen an den folgenden rovibronischen Übergängen entwickelt, in welche der Düsseldorfer Frequenzkamm zur Laserstabilisierung und/oder für die Messung der Spektroskopielaserfrequenzen eingebunden werden soll.

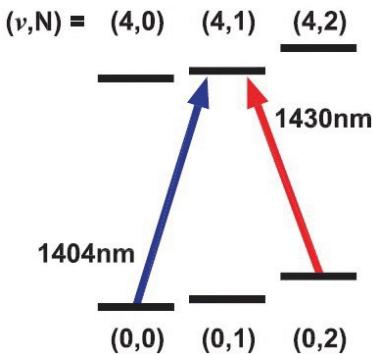
- Einphotonenspektroskopie im Lamb-Dicke Regime bei 5,1  $\mu\text{m}$  an dem ( $v = 0, N = 0$ )  $\rightarrow$  ( $v = 1, N = 1$ ) Übergang. Die Laserstrahlung bei 5,1  $\mu\text{m}$  soll hierbei durch Differenzfrequenzzerzeugung der Strahlung aus einem Diodenlaser bei 1344 nm und einem Nd:YAG Laser bei 1064 nm generiert werden. Für die Stabilisierung der beteiligten Laser bietet sich die in Kap. 10 *virtual beat* Methode oder eine zusätzliche Stabilisierung des Frequenzkamms auf eine optische Referenz an, welche auch gleichzeitig die Erfassung bzw. Konfiguration der genauen Laserfrequenzen erlauben. Alternativ könnte die Stabilisierung der Laser auch über einen externen Resonator erfolgen.

<sup>1</sup>Im sogenannten Lamb-Dicke Regime ist die Bewegungsamplitude des Ions klein im Vergleich zur Wellenlänge des anregenden Lichts. In diesem Fall beeinflusst der Doppler-Effekt erster Ordnung das Absorptionsspektrum nicht mehr wesentlich.

- – Einphotonenspektroskopie im Lamb-Dicke Regime bei  $5,484 \mu m$  an dem  $(v = 0, N = 2) \rightarrow (v = 1, N = 1)$  Übergang.
- Zweiphotonenspektroskopie bei  $5,368 \mu m$  an dem  $(v = 0, N = 1) \rightarrow (v = 2, N = 1)$  Übergang.
- Zweiphotonenspektroskopie bei  $5,379 \mu m$  an dem  $(v = 0, N = 0) \rightarrow (v = 2, N = 0)$  Übergang.

Diese Übergänge wären durch die Emission eines Quantenkaskadenlaser (QCL (**Quantum Cascade Laser**)) zugänglich. Ein zur Zeit im Institut für Experimentalphysik existierender QCL bedient den Wellenlängenbereich von  $5,461 \mu m$  bis  $5,497 \mu m$  mit einer Leistung von bis zu 15 mW. Eine Stabilisierung auf die für die Spektroskopie geforderte Stabilität, könnte über die *beat-note* mit dem oben genannten Differenzfrequenzsystem erfolgen.

- Zweiphotonenspektroskopie bei  $2,853 \mu m$  an dem  $(v = 0, N = 4) \rightarrow (v = 4, N = 4)$  Übergang. Hierzu befindet sich ein optisch parametrischer Oszillatator (OPO) bei einer Pumpwellenlänge von 1064 nm und einer Ausgangsleistung von über einem Watt im Aufbau. Eine Stabilisierung des OPO über den Frequenzkamm wäre über die Pumpwellenlänge und nichtlinearen Mischprodukten, wie der zweiten Harmonischen von Signalwellenlänge (848,4 nm) oder der Summenfrequenz von Idler- und Signalwellenlänge (653,9 nm), welche immer in gewissen Leistungsanteilen in der OPO-Emission vorhanden sind, zugänglich. Die Signalwellenlänge von 1696,8 nm liegt leider außerhalb des Frequenzkamm-Emissionsspektrums. Die hinreichende Strahlungsstabilität kann auch hier wieder über die *virtual beat* Methode, oder eine zusätzliche Stabilisierung des Frequenzkamms auf eine optische Referenz erreicht werden.
- Die Ergebnisse in Kap. 6.5.1 zeigen die Realisierung einer Phasenstabilisierung der schmalbandigen GEECDL (*grating enhanced external cavity diode laser*) gegenüber und zu dem Frequenzkamm. Dieses bietet die Möglichkeit zur Erzeugung von zwei kohärenten Lichtpulsen und damit zur kohärenten Manipulation rovibronischer Molekülzustände, auch bekannt als STIRAP (*Stimulated Raman Adiabatic Passage*) [47, 48]. Solche Zweiphotonen-Kohärenzen erlauben die dopplerfreie Untersuchung der  $HD^+$  Hyperfeinstruktur in einem kohärenten Frequenzscan. Innerhalb der Wellenlängenbereiche der GEECDL bietet sich das folgende Übergangsschema an: Ein Laser treibt den  $(v = 0, N = 0) \rightarrow (v = 4, N = 1)$  Pumppuls bei 1404 nm, während der zweite Laser den  $(v = 0, N = 2) \rightarrow (v = 4, N = 1)$  Stokespuls bei 1430 nm treibt. Abbildung 12.1 illustriert dieses mögliche molekulare Übergangsschema. Beide Laser müssen dafür zu dem Frequenzkamm für die Erzeugung der phasenstabilen Differenzfrequenz von 3,9 THz phasenstabilisiert werden. Zur Reduzierung der Linienbreite bietet sich hierfür wahlweise auch eine Stabilisierung auf eine optische Referenz (Uhrenlaser), via *virtual beat*-Methode über den Frequenzkamm an.

**Abbildung 12.1:**

Molekulares Übergangsschema welches zur Untersuchung der  $\text{HD}^+$  Hyperfeinstruktur in einem kohärenten Frequenzscan genutzt werden könnte. Der Ausgangszustand ( $v = 0, N = 0$ ) und der Endzustand ( $v = 0, N = 2$ ) sind durch den Stokeslaser bei 1430 nm und den Pumplaser bei 1404 nm über den Zwischenzustand ( $v = 4, N = 1$ ) gekoppelt.

## 12.3 Optische Resonatoren

Die in dieser Arbeit eingesetzten optischen Saphir-Resonatoren (Kap. 5) sind vor ca. 15 Jahren hergestellt worden. Innerhalb dieser Zeit sind neue alternative Resonatormaterialien und Spiegelbeschichtungen, welche eine verbesserte Stabilität erlauben, verfügbar geworden. Eine interessante Option innerhalb des hier verwendeten Stehwellenresonatordesigns sind Resonatoren welche Silizium als Distanzstück und Spiegelsubstrat verwenden. Diese weisen einen verschwindenden thermischen Ausdehnungskoeffizient bei 17,5 K und 122 K auf, was problemlos in dem erreichbaren Temperaturbereich des in dieser Arbeit verwendeten Pulsröhrenkühler liegt.

Eine aktuelle vielversprechende Alternative sind die sogenannten *whispering gallery* Resonatoren aus  $\text{CaF}_2$ . Diese leiten das Licht nahezu verlustfrei über die Oberfläche einer runden optischen Struktur, wodurch sehr große Finesse und Gütekoeffizienten ( $\mathcal{F} > 10^7$  und  $Q > 10^{11}$ ) realisiert werden können [207]. Die Vorteile gegenüber Stehwellenresonatoren aus Saphir oder Silizium sind das Fehlen von Spiegeln, extrem geringe Absorption, niedriges Brown'sches Rauschen, geringe Größen bis hinab zu Bruchteilen eines Millimeters, was zu geringer Vibrations- und Neigungsempfindlichkeit führt und ultraschmale Linienbreiten. Eine Baugröße von 1 cm führt noch zu Linienbreiten im kHz-Bereich. Weiterhin sind diese monolithischen Resonatoren nur schwach empfindlich auf Druckschwankungen im Umgebungsgas, wodurch eine Kühlung mit kaltem He-Gas möglich wird.

Am Institut für Experimentalphysik in Düsseldorf wird daher die Konstruktion eines verbesserten optischen Referenzoszillators mit erhöhter Stabilität über kurze und mittlere Zeitskalen (Minuten, Stunden) zu einer verbleibenden Instabilität von  $10^{-16}$  für 10000 s angestrebt, welcher einen Ersatz für den derzeit verwendeten H-Maser darstellen kann.

Optimierungen in Resonatordesign bzw. Halterung für die Unempfindlichkeit gegen äußere Störungen lassen sich über Simulationen mit der Finite-Elemente-Methode finden. Weitere Ansatzpunkte sind eine verbesserte Stabilisierung der Laserleistung, der Temperaturempfindlichkeit des Regelpunktes in der Regelemeltronik, Reduzierung von Strahlrichtungs- und Polarisationsschwankungen, Temperaturstabilität unterhalb 1  $\mu\text{K}$  und eine aktive Neigungsstabilisierung.

## 12.4 Optische Atomuhr

Neben der Abtastung und Vermessung der Linienbreite des Yb-Uhrenüberganges im Zuge der Weiterentwicklung der optischen Atomuhr (Laden der neutralen Yb-Atome in das optische Gitter), dient der Frequenzkamm zur Erfassung der Uhrenlaserstabilität bis zum Erreichen der H-Maser Stabilität. Darüber hinaus dient der Frequenzkamm einerseits als Transferoszillator in der *virtual beat* Methode zwischen dem auf die kalten Yb-Atome stabilisierten Uhrlaser und dem Uhrenlaser einer optischer Vergleichsuhr und andererseits als Frequenzuntersetzer der Düsseldorfer Yb-Uhr in den Mikrowellenbereich. Letzteres bedingt eine Verbesserung der Kurzzeitstabilität des Frequenzkamms wie oben in Abschnitt 12.1 ausgeführt.

---

# Anhang A

## Rauschen von Messgrößen

Es existiert kein Meßsystem dessen Messgröße frei von statistischen Schwankungen ist. Diese statistischen Schwankungen werden allgemein als Rauschen bezeichnet. Ursachen für Rauschen in elektronischen Systemen sind durch die thermische Bewegung von Ladungsträger (thermisches Rauschen) begründet oder durch die diskrete Natur der Elementarladung (Schrotrauschen). Rauschen in optischen Systemen wird hauptsächlich durch thermische oder akustische Schwankungen der optischen Weglänge oder durch die Brownsche Molekularbewegung verursacht. Das spezifische Rauschen in einem Meß- oder Regelsystem, welches allgemein die Messempfindlichkeits- oder Regelungsgrenze limitiert, läßt durch das jeweilige stochastische Verhalten in verschiedene grundsätzliche Klassifizierungen einordnen (z.B. weißes Rauschen, 1/f Rauschen).

### A.1 Spektrale Rauschleistungsdichte

Die quantitative Messgröße für das Rauschen einer Messgröße  $a(t)$  ist die spektrale Rauschleistungsdichte (PSD - *power spectral density*)  $S_a(f)$ , welche sich nach den Wiener-Khintchine'schen Beziehungen aus der Fouriertransformierten der Autokorrelationsfunktion  $\varrho(\tau)$  ergibt [208, 209, 210].

$$\varrho(\tau) = \overline{a(t)a(t+\tau)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} a(t)a(t+\tau)dt \quad (\text{A.1})$$

$$S_a(f) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \varrho(\tau) e^{-2\pi i f \tau} d\tau \quad (\text{A.2})$$

Der Faktor 2 vor dem Integral in A.2 ergibt sich aus der Definition für die Gesamtleistung:

$$\int_0^{\infty} S_a(f) df = \overline{a^2} = \varrho(0) . \quad (\text{A.3})$$

Wegen der Symmetrie von  $\varrho(\tau)$  und weil das Spektrum von  $S_a(f)$  reell ist, genügt ein reelles Gleichungspaar zur Transformation:

$$S_a(f) = 4 \int_0^\infty \varrho(\tau) \cos(2\pi f \tau) d\tau \quad (\text{A.4})$$

$$\varrho(\tau) = \int_0^\infty S_a(f) \cos(2\pi f \tau) d\tau \quad (\text{A.5})$$

Die so definierte spektrale Dichte ist die sogenannte *one-sided (OS) power spectral density*. In der Literatur wird häufig außerdem noch die *two-sided (TS) power spectral density* benutzt, welche als reelle nicht negative gerade Funktion für  $-\infty < f < +\infty$  definiert ist und Vorteile in der mathematischen Behandlung bietet [211]. Es gilt:

$$S_a(f) = 2S_a^{(TS)}(f), \quad \text{für } 0 \leq f \leq \infty, \quad \text{sonst Null.} \quad (\text{A.6})$$

Als Einheit für die spektrale Rauschleistungsdichte ergibt sich  $[a^2]s = [a^2]/\text{Hz}$ .

## A.2 Lineare spektrale Dichte

Die Wurzel aus der spektrale Rauschleistungsdichte wird als lineare spektrale Dichte

$$s_a(f) \equiv \sqrt{S_a(f)} \quad (\text{A.7})$$

(LSD) bezeichnet, mit der Einheit  $[a]/\sqrt{\text{Hz}}$ .

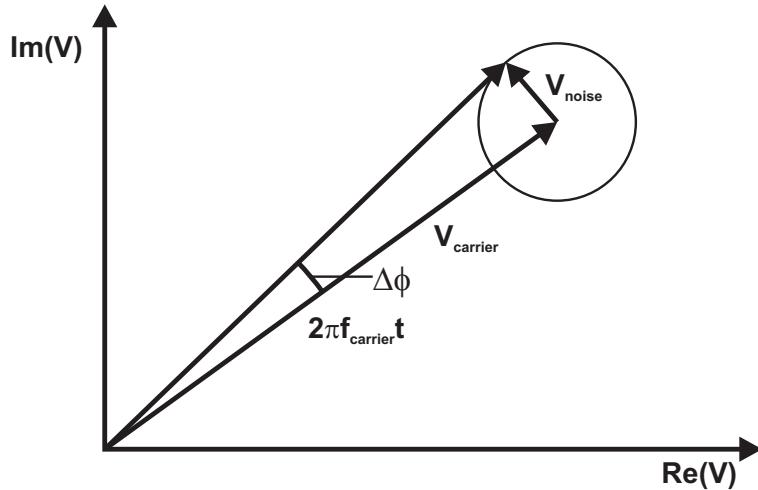
## A.3 Effektivwert

Der Effektivwert  $\Delta a_{rms}$  (*rms - root mean square*) in einem bestimmten Frequenzintervall  $\Delta f$  folgt demnach über  $S_a(f)$  oder  $s_a(f)$  mit

$$\Delta a_{rms} = \sqrt{\int_f^{f+\Delta f} S_a(f) df} = \sqrt{\int_f^{f+\Delta f} [s_a(f)]^2 df}. \quad (\text{A.8})$$

## A.4 Phasenrauschdichte

Ein Spektrumanalysator bildet den Frequenzbereich der Spannungsrauschdichte  $S_V(f)$  ab, während ein Phasenrauschanalysator den Frequenzbereich des Phasenrauschens  $S_\phi(f)$  einer Trägerfrequenz ausgibt.  $S_V(f)$  setzt sich immer aus Phasen- und Amplitudenrauschen zusammen.

**Abbildung A.1:**

Phasendiagramm der rauschenden Trägerfrequenz  $f_{\text{carrier}}$  in der komplexen Ebene.

Abbildung A.1 zeigt den Zusammenhang zwischen Phasen- und Amplitudenrauschen in der komplexen Spannungsebene der Trägerfrequenz  $f_{\text{carrier}}$ . Das Rauschen der Spannung  $V_{\text{noise}}$  addiert sich vektoriell zu der umlaufenden Trägerspannung  $V_{\text{carrier}}$ . Beiträge parallel zum Träger ergeben ein Spannungsrauschen der Signalamplitude, während Beiträge orthogonal zum Träger in einem Rauschen der Signalphase  $\Delta\phi$  resultieren. Für kleine Phasenabweichungen  $\Delta\phi$  gilt hierbei:

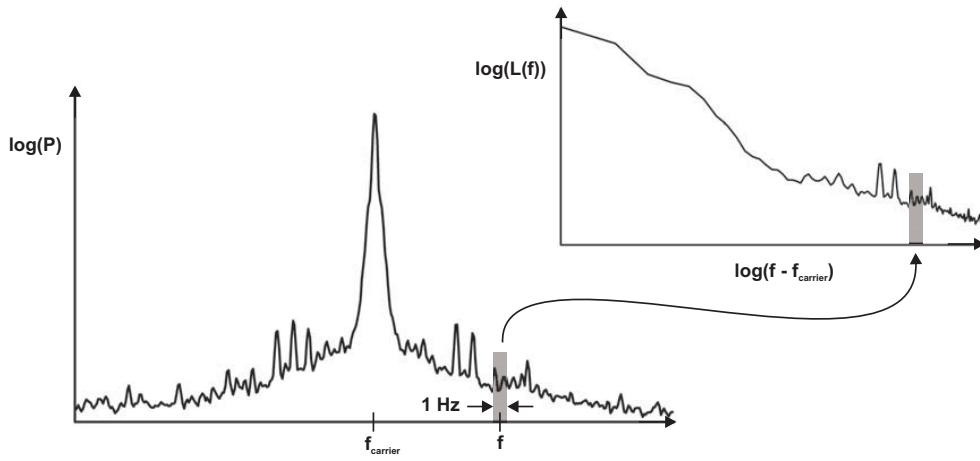
$$\frac{\Delta V_{\text{noise}}}{V_{\text{carrier}}} = \tan(\Delta\phi) \approx \Delta\phi. \quad (\text{A.9})$$

Die Phasenrauschdichte kann durch zwei unterschiedliche Techniken ermittelt werden.

Eine Möglichkeit ist die Berechnung der spektralen Dichte der Phasendifferenz gegen den Träger mittels FFT-Analyse gemäß Abschn. A.2. In dieser Weise arbeitet der in dieser Arbeit verwendete FFT Signal-Analysator (Stanford Research Systems, Model SR780). Hier wird direkt die *one-sided (OS) power spectral density*  $S_\phi(f)$  ausgegeben.

Eine weitere Möglichkeit zur Ermittlung von  $S_\phi(f)$  verfolgt eine Leistungsmessung über die Frequenz relativ zum Träger in einer festen Bandbreite. Diese Technik, welche sich durch die Verwendung einer Zusatzsoftware in Spektrumanalysatoren anbietet und in dem in dieser Arbeit verwendeten Agilent E4440A Spektrumanalysator Anwendung findet, soll im folgenden näher ausgeführt werden.

Der Spektrumanalysator ermittelt zur Bestimmung der Phasenrauschdichte das so genannte *single sideband (SSB)* Rauschspektrum  $L(f)$  [212]. Diese ist nicht mit dem oben definierten *one-sided (OS) power spectral density* zu verwechseln, sondern entspricht der *two-sided (TS) power spectral density*!



**Abbildung A.2:**

Extraktion des *single sideband* (SSB) Rauschspektrum  $L(f)$  aus der spektralen Leistungsdichtemessung eines Spektrumanalysators.

Zur Bestimmung von  $L(f)$  wird die Signalleistung  $\Delta P(f)$  gemäß Abb. A.2 in einer Bandbreite  $\Delta f$  (1 Hz) über die Frequenz gemessen und der Quotient mit der Leistung der Trägerfrequenz gebildet. Diese Größe wird dann gegen  $f - f_{carrier}$  logarithmisch abgebildet. Das entspricht einer Darstellung in der Einheit [dBc/Hz].

Mit der Annahme eines vernachlässigbaren Amplitudenauschens (z. B. bei Benutzung eines Tracking-Oszillators zur aktiven Signalfilterung) ergibt sich unter Verwendung des Ohmschen Gesetzes  $P = V^2/R$ , mit dem Widerstand  $R^1$ [213]:

$$L(f) = \frac{1}{P_{carrier}} \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta P(f)}{\Delta f} \right) \quad (\text{A.10})$$

$$= \frac{\text{Leistungsdichte eines phasenmodulierten Seitenbandes}}{\text{Leistung im Träger}} [\text{dBc/Hz}] \quad (\text{A.11})$$

$$= \frac{1}{\Delta f} \frac{\frac{1}{2} \Delta V_{noise rms}^2 / R}{V_{carrier}^2 / R} \quad (\text{A.12})$$

$$= \frac{1}{2\Delta f} \frac{\Delta V_{noise rms}^2}{V_{carrier}^2} = \frac{1}{2} S_V(f) \quad (\text{A.13})$$

$$\approx \frac{\Delta \phi_{rms}^2}{2\Delta f} = \frac{1}{2} S_\phi(f) \quad (\text{A.14})$$

$$(\text{A.15})$$

Somit ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen den Messgrößen und Einheiten:

$$L(f) = [\text{dBc/Hz}] = \frac{1}{2} S_V(f) [\text{dBc/Hz}] \approx \frac{1}{2} S_\phi(f) [\text{rad}^2/\text{Hz}] . \quad (\text{A.16})$$

---

<sup>1</sup>Die Eingangsimpedanz eines Spektrumanalysators beträgt in der Regel  $50 \Omega$ .

---

## Anhang B

### Programme

#### B.1 Mathematica Programm zur Bestimmung von $f_{CW}$

```
(* Determination of laser-frequency via tuning of repetition-rate *)  
  
(* Input of the parameter *)  
foff = 20000000; (* offset frequency *)  
fr1 = 200043676; (* repetition rate 1 *)  
fr2 = 200355491.1; (* repetition rate 2 *)  
  
b1 = 4.931999137*10^7; (* beatnote 1 *)  
f1[n_] := n*fr1 - off - b1; (* !take care for the right signs! *)  
  
b2 = 4.7478688*10^7; (* beatnote 2 *)  
f2[n_] := n*fr2 - off - b2; (* !take care for the right signs! *)  
  
Δ = 10*10^3; (* uncertainty of beatnote measurement *)  
wavemeter = 281623.71*10^9; (* wavemeter coarse frequency measurement *)  
delta = 1*10^9; (* uncertainty of wavemeter *)  
  
(* building of the linelist *)  
beatlist1 = {}; lines1 = 0;  
For[n = (Round[(wavemeter - delta) / fr1] - 1), n ≤ (Round[(wavemeter + delta) / fr1] + 1), n++,  
{  
AppendTo[beatlist1, f1[n]];  
lines1 = lines1 + 1;  
}  
];
```

```
beatlist2 = {}; lines2 = 0;
For[n = (Round[(wavemeter - delta) / fr2] - 1), n <= (Round[(wavemeter + delta) / fr2] + 1), n++,
{
AppendTo[beatlist2, f2[n]];
lines2 = lines2 + 1;
}
];
(* searching for the result *)

For[i = 1, i <= lines1, i++,
For[j = 1, j <= lines2, j++,
If[Abs[beatlist1[[i]] - beatlist2[[j]]] < A,
Print["result: ", "diff: ", N[Abs[beatlist1[[i]] - beatlist2[[j]]]], 10], "    fcw= ",
AccountingForm[beatlist1[[i]], 15, DigitBlock -> 3, NumberSeparator -> " "], " Hz"]
]
]
];
result: diff: 135.563    fcw= 281 623 818 276 921. Hz
```

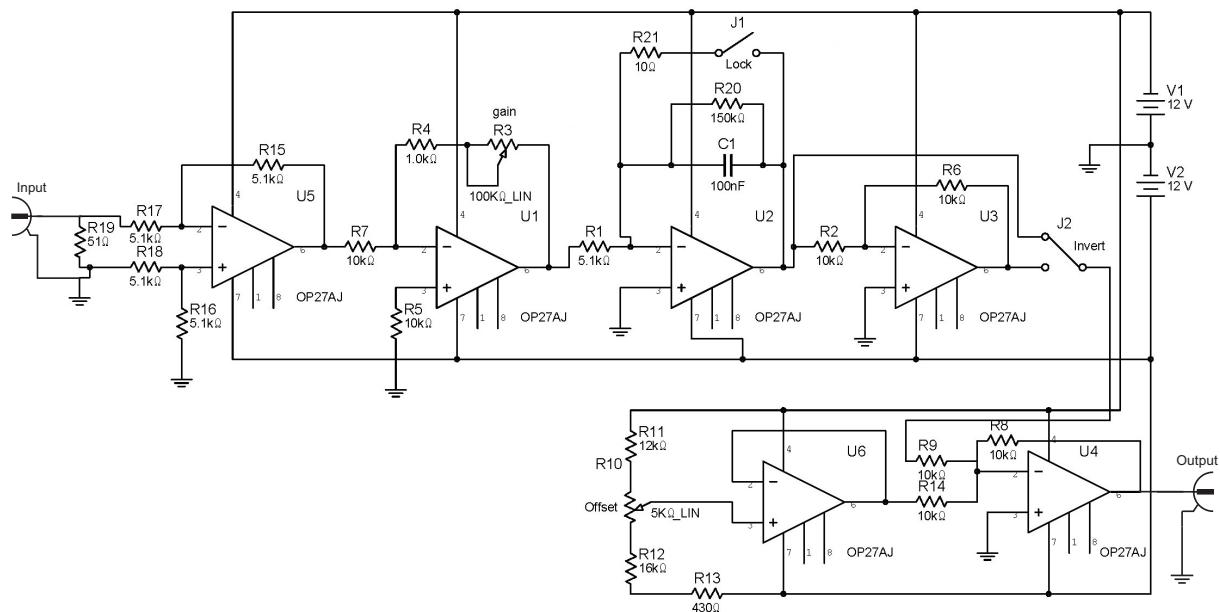
**Abbildung B.1:**

Programmbeispiel in Mathematica 5.0 für die Bestimmung der absoluten optischen Frequenz  $f_{cw}$  über zwei Messungen mit unterschiedlichen Repetitionsraten  $f_{rep}$  (Abschn. 2.3.2)

# Anhang C

## Schaltpläne

### C.1 Regelfilter zur Stabilisierung des FC auf eine optische Referenz



**Abbildung C.1:**

Regelfilter für die Stabilisierung der Frequenzkamm-Repetitionsrate  $f_{rep}$  auf die beat note zwischen kryogenem Saphir-Resonator und FC (siehe Kap. 5.6, Abb. 5.8).

# Anhang D

## Publikationen

Die Ergebnisse dieser Arbeit sind in die folgenden Publikationen eingeflossen:

- N. Strauß, I. Ernsting, S. Schiller, A. Wicht, P. Huke, R.-H. Rinkleff, *A simple scheme for precise relative frequency stabilisation of lasers*, Appl. Phys. B **88**, 21 (2007)
- K. Döringshoff, I. Ernsting, R.-H. Rinkleff, S. Schiller, und A. Wicht, *Low-noise, tunable diode laser for ultra-high-resolution spectroscopy*, Opt. Lett. **32**, 2876 (2007)
- K. Döringshoff, I. Ernsting, R.-H. Rinkleff, S. Schiller, A. Wicht, *Frequency comb-referenced narrow linewidth diode laser system for coherent molecular spectroscopy*, Appl. Phys. B, **91**, 49 (2008)
- J.C.J. Koelemeij, B. Roth, A. Wicht, I. Ernsting, und S. Schiller, *Vibrational Spectroscopy of HD<sup>+</sup> with 2-ppb Accuracy* Phys. Rev. Lett. **98**, 173002 (2007)
- A.Yu. Nevsky, U. Bressel, I. Ernsting, Ch. Eisele, M. Okhapkin, S. Schiller, A. Gubenko, D. Livshits, S. Mikhrin, I. Krestnikov, A. Kovsh, *A narrow-line-width external cavity quantum dot laser for high-resolution spectroscopy in the near-infrared and yellow spectral ranges*, Appl. Phys. B **92**, 501–507, (2008)

# Literaturverzeichnis

- [1] S. G. Karshenboim, E. Peik, *Astrophysics, Clocks and Fundamental Constants*, Lect. Notes Phys. **648**, Springer, Berlin Heidelberg 2004
- [2] P. A. M. Dirac, Nature **192**, 235 (1937)
- [3] P. A. M. Dirac, Nature **139**, 323, 1001 (1937)
- [4] P. Jordan, *Über die kosmologische Konstanz der Feinstrukturkonstanten*, Zeitschrift für Physik A **113**, 660 (1939)
- [5] L. D. Landau, *Niels Bohr and the Development of Physics*, Ed. by W. Pauli, (McGraw-Hill, NY, 1955) 52
- [6] G. Börner, *The Early Universe - Facts and Fiction*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2003
- [7] J. K. Webb, M. T. Murphy, V. V. Flambaum, V. A. Dzuba, J. D. Barrow, C. W. Churchill, J. X. Prochaska, and A. M. Wolfe, *Further Evidence for Cosmological Evolution of the Fine Structure Constant*, Phys. Rev. Lett. **87**, 091301 (2001)
- [8] T. Rosenband, D. B. Hume, P. O. Schmidt, C. W. Chou, A. Brusch, L. Lorini, W. H. Oskay, R. E. Drullinger, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams, W. C. Swann, N. R. Newbury, W. M. Itano, D. J. Wineland, J. C. Bergquist, *Frequency Ratio of Al<sup>+</sup> and Hg<sup>+</sup> Single-Ion Optical Clocks; Metrology at the 17th Decimal Place*, Science **319**, 1808 (2008)
- [9] C. Kiefer, *Quantum Gravity*, Oxford University Press, Oxford (2004)
- [10] D. Giulini, C. Kiefer und C. Lämmerzahl, *Quantum Gravity: From Theory to Experimental Search*, Springer, Berlin (2003)
- [11] J. Polchinski, *String theorie. Vol. I and II.*, Cambridge University Press, Cambridge (1998)
- [12] P.J. Mohr, B.N. Taylor, D.B. Newell, *CODATA recommended values of the fundamental physical constants : 2006*, arXiv :0801.0028., Internet: <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/>

- [13] D. Hanneke, S. Fogwell, und G. Gabrielse, *New Measurement of the Electron Magnetic Moment and the Fine Structure Constant* Phys. Rev. Lett. **100**, 120801 (2008)
- [14] A. Wicht, J. M. Hensley, Edina Sarajlic und S. Chu, *A Preliminary Measurement of the Fine Structure Constant Based on Atom Interferometry* Physica Scripta **T102**, 82 (2002)
- [15] P. Cladé, E. de Mirandes, M. Cadoret, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, F. Nez, L. Julien, und F. Biraben, *Precise measurement of  $h/m_{Rb}$  using Bloch oscillations in a vertical optical lattice: Determination of the fine-structure constant*, Phys. Rev. A **74**, 052109 (2006)
- [16] M. P. Bradley, J. V. Porto, S. Rainville, J. K. Thompson, und D. E. Pritchard, *Penning Trap Measurements of the Masses of  $^{133}Cs$ ,  $^{87,85}Rb$ , and  $^{23}Na$  with Uncertainties  $\leq 10.2$  ppb.*, Phys. Rev. Lett. **83**, 4510 (1999)
- [17] J. Verdú, S. Djekić, S. Stahl, T. Valenzuela, M. Vogel, und G. Werth, *Electronic g Factor of Hydrogenlike Oxygen  $^{16}O^{7+}$* , Phys. Rev. Lett. **92**, 093002 (2004)
- [18] G. Werth, J. Alonso, T. Beier, K. Blauma, S. Djekic, H. Häffner, N. Hermanspahn, W. Quint, S. Stahl, J. Verdú, T. Valenzuela, M. Vogel, *Highly charged ions, quantum-electrodynamics, and the electron mass*, Int. J. Mass Spectr. **251**, 152 (2006)
- [19] William H. Wing, George A. Ruff, Willis E. Lamb, Jr., und Joseph J. Spezeski, *Observation of the Infrared Spectrum of the Hydrogen Molecular Ion  $HD^+$* , Phys. Rev. Lett. **36**, 1488 - 1491 (1976)
- [20] D.J. Wineland und H.G. Dehmelt, *Proposed  $10^{14}\Delta\nu < \nu$  Laser Fluorescence Spectroscopy on  $Tl^+$  Mono-Ion Oscillator*, Bull. Am. Phys. Soc. **20**, 637 (1975).
- [21] T. W. Hänsch und A. L. Schawlow, *Cooling of gases by laser radiation*, Opt. Commun. **13**, 68 (1975)
- [22] D.J. Wineland, W. M. Itano, *Laser cooling of atoms*, Phys. Rev. A **20**, 1521 (1979)
- [23] V. Vuletić und S. Chu, *Laser Cooling of Atoms, Ions, or Molecules by Coherent Scattering*, Phys. Rev. Lett. **84**, 3787 (2000)
- [24] J.T. Bahns, W.C. Stwalley und P.L. Gould, *Laser cooling of molecules: A sequential scheme for rotation, translation and vibration*, J. Chem. Phys. **104**, 9689 (1996)

- [25] D.J. Larson, J.C. Bergquist, J.J. Bollinger, W.M. Itano und D.J. Wineland, *Sympathetic Cooling of Trapped Ions: A Laser-Cooled Two-Species Nonneutral Ion Plasma*, Phys. Rev. Lett. **57**, 70 (1986)
- [26] P.K. Gosh, *Ion Traps*, Oxford Univ. Press, New York (1995)
- [27] U. Fröhlich, *Coulomb Crystal Studies, Sympathetic Cooling and Mass Spectrometry Using Laser-Cooled Be<sup>+</sup> Ions*, Dissertation, H.H.-Universität Düsseldorf, 2008
- [28] Harald Schnitzler, *Development of an Experiment for Trapping, Cooling, and Spectroscopy of Molecular Hydrogen Ions*, Dissertation, Universität Konstanz (2001)
- [29] B. Roth, *Production, Manipulation and Spectroscopy of Cold Trapped Molecular Ions*, Habilitationschrift, Heinrich-Heine Universität Düsseldorf, 2007
- [30] Th. Udem, J. Reichert, R. Holzwarth, und T. W. Hänsch, *Absolute Optical Frequency Measurement of the Cesium D1 Line with a Mode-Locked Laser*, Phys. Rev. Lett. **82**, 3568-3571 (1999)
- [31] K.M. Evenson, J.S. Wells, F.R. Petersen, B.L. Danielson, and G.W. Day, *Accurate frequencies of molecular transitions used in laser stabilization: the 3.39-μm transition in CH<sub>4</sub> and the 9.33- and 10.18-μm transitions in CO<sub>2</sub>*, Appl. Phys. Lett. **22**, 192 (1973)
- [32] H. Schnatz, B. Lipphardt, J. Helmcke, F. Riehle, und G. Zinner, *First Phase-Coherent Frequency Measurement of Visible Radiation*, Phys. Rev. Lett. **76**, 18 - 21 (1996)
- [33] Th. Udem, A. Huber, B. Gross, J. Reichert, M. Prevedelli, M. Weitz, und T. W. Hänsch, *Phase-Coherent Measurement of the Hydrogen 1S-2S Transition Frequency with an Optical Frequency Interval Divider Chain*, Phys. Rev. Lett. **79**, 2646 - 2649 (1997)
- [34] J. Reichert, M. Niering, R. Holzwarth, M. Weitz, Th. Udem, und T. W. Hänsch *Phase Coherent Vacuum-Ultraviolet to Radio Frequency Comparison with a Mode-Locked Laser*, Phys. Rev. Lett. **84**, 3232 - 3235 (2000)
- [35] D.J. Jones, S.A. Diddams, J.K. Ranka, A. Stentz, R.S. Windeler, J.L. Hall, S.T. Cundiff, *Carrier-Envelope Phase Control of Femtosecond Mode-Locked Lasers and Direct Optical Frequency Synthesis*, Science **288**, 635 (2000)
- [36] S.A. Diddams, D.J. Jones, J.Ye, S.T. Cundiff, J.L. Hall, J.K. Ranka, R.S. Windeler, R. Holzwarth, T. Udem, und T.W. Hänsch, *Direct Link between Microwave*

*and Optical Frequencies with a 300 THz Femtosecond Laser Comb*, Phys. Rev. Lett. **84**, 5102 (2000)

- [37] R. Holzwarth, Th. Udem, T.W. Hänsch, J.C. Knight, W.J. Wadsworth, und P.St.J. Russell, *Optical Frequency Synthesizer for Precision Spectroscopy*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2264 (2000)
- [38] H.G. Dehmelt, *Mono-ion oscillator as potential ultimate laser frequency standard*, IEEE Trans. Instrum. Meas. **31**, 83 (1982)
- [39] S.A. Diddams, Th. Udem, J.C. Bergquist, E.A. Curtis, R.E. Drullinger, L. Hollberg, W.M. Itano, W.D. Lee, C.W. Oates, K.R. Vogel, und D.J. Wineland, *An Optical Clock Based on a Single Trapped  $^{199}\text{Hg}^+$  Ion*, SCIENCE **293**, 825 (2001)
- [40] A.D. Ludlow, T. Zelevinsky, G.K. Campbell, S. Blatt, M.M. Boyd, M.H. G. de Miranda, M.J. Martin, J.W. Thomsen, S.M. Foreman, Jun Ye, T.M. Fortier, J.E. Stalnaker, S.A. Diddams, Y. Le Coq, Z.W. Barber, N. Poli, N.D. Lemke, K.M. Beck, und C.W. Oates, *Sr Lattice Clock at  $1 \times 10^{-16}$  Fractional Uncertainty by Remote Optical Evaluation with a Ca Clock*, Science **319**, 1805-1808 28 March 2008
- [41] D. J. Wineland, Wayne M. Itano, J. C. Bergquist, und Randall G. Hulet, *Laser-cooling limits and single-ion spectroscopy*, Phys. Rev. A **36**, 2220 - 2232 (1987)
- [42] P. Gill, H. Margolis, A. Curtis, H. Klein, S. Lea, S. Webster, P. Whibberley, *Technical Supporting Document, Optical Atomic Clocks for Space*, NPL, ESTEC / Contract No. 21641/08/NL/PA, V. 1.7, November 2008
- [43] A. Wicht, M. Rudolf, P. Huke, R.-H. Rinkleff, K. Danzmann, *Grating enhanced external cavity diode laser*, Appl. Phys. B **78**, 137 (2004)
- [44] K. Döringshoff, I. Ernsting, R.-H. Rinkleff, S. Schiller, und A. Wicht, *Low-noise, tunable diode laser for ultra-high-resolution spectroscopy*, Opt. Lett. **32**, 2876 (2007)
- [45] K. Döringshoff, I. Ernsting, R.-H. Rinkleff, S. Schiller, A. Wicht, *Frequency comb-referenced narrow linewidth diode laser system for coherent molecular spectroscopy*, Appl. Phys. B, **91**, 49 (2008)
- [46] N. Strauß, I. Ernsting, S. Schiller, A. Wicht, P. Huke, R.-H. Rinkleff, *A simple scheme for precise relative frequency stabilisation of lasers*, Appl. Phys. B **88**, 21 (2007)

- [47] K. Bergmann, H. Theuer, and B. W. Shore *Coherent population transfer among quantum states of atoms and molecules*, Reviews of Modern Physics, **70**, No. 3, 1003-1025 (1998)
- [48] N. V. Vitanov, M. Fleischhauer, B. W. Shore, und K. Bergmann *Coherent manipulation of atoms and molecules by sequential pulses (review article)*, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **46**, 55-190 (2001)
- [49] S.L. Mcall, E.L. Hahn, *Self-induced transparency by pulsed coherent light*, Phys. Rev. Lett. **18**, 908 (1967)
- [50] S.L. Mcall, E.L. Hahn, *Self-Induced Transparency*, Phys. Rev. **183**, 457 (1969)
- [51] A.E. Siegman, *Lasers*, University Science Books, Sausalito, California, 1986
- [52] W.T. Silfvast, *Laser Fundamentals*, Cambridge University Press, 2004
- [53] T. Brabec, Ch. Spielmann, P.F. Curley und F. Krausz, *Kerr lens mode locking*, Opt. Lett. **17**, 1292 (1992)
- [54] D.E. Spence, P.N. Kean und W.Sibbett, *60-fsec pulse generation from a self-mode-locked Ti:sapphire laser*, Opt. Lett. **16**, 42 (1991)
- [55] V. Magni, G. Cerullo und S. De Silvestri, *Closed form gaussian beam analysis of resonators containing a Kerr medium for femtosecond lasers*, Opt. Comm. **101**, 365-370 (1993)
- [56] G. Cerullo, De Silvestri, V. Magni und L. Pallaro, *Resonators for Kerr-lens mode-locked femtosecond Ti:sapphire lasers*, Opt. Lett. **19**, 807 (1994)
- [57] W. Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, Springer Series in Optical Sciences, Springer-Verlag, 1996
- [58] J.C. Diels, W. Rudolph, *Ultrashort Laser Pulse Phenomena*, Academic Press, 1996
- [59] C. Rulliére, *Femtosecond Laser Pulses*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1998
- [60] A. Kaspers, *Erzeugung und Charakterisierung ultrakurzer Lichtpulse aus Titan:Saphir Laser Oszillatoren*, Dissertation, Technische Universität München, 1992
- [61] J. Reichert, *Präzise optische Frequenzmessungen mit modengekoppelten Lasern*, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München, 2001
- [62] J. Reichert, R. Holzwarth, Th. Udem, T.W. Hänsch, *Measuring the frequency of light with mode-locked lasers*, Opt. Comm. **172**, 59-68 (1999)

- [63] R. Szipöcs, K. Ferencz, C. Spielmann und F. Krausz, *Chirped multilayer coatings for broadband dispersion control in femtosecond lasers*, Opt. Lett. **19**, 201 (1994)
- [64] Fraunhofer IOF Annual Report 2005, S. 73
- [65] V.E. Zakharov und A.B. Shabat, *Exakt theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media*, Sov. Phys. JETP **34** 62-69 (1972)
- [66] T. Udem, *Die Messung der Frequenz von Licht mit modengekoppelten Lasern*, Habilitationsschrift, München, 2002
- [67] I.N. Bronstein, K.A. Semendjajew, *Teubner-Taschenbuch der Mathematik*, B. G. Teubner Stuttgart · Leibzig 1996
- [68] R. Holzwarth, *Measuring the Frequency of Light using Femtosecond Laser Pulses*, Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München, 2000
- [69] H.R. Telle, G. Steinmeyer, A.E. Dunlop, J. Stenger, D.H. Sutter, U. Keller, *Carrier-envelope offset phase control: A novel concept for absolute optical frequency measurement and ultrashort pulse generation*, Appl. Phys. B **69**, 327-332 (1999)
- [70] Th. Udem, R. Holzwarth und T.W. Hänsch, *Optical frequency metrology*, Nature **416**, 233-237 (2002)
- [71] M. Born, E. Wolf, *Principles of optics*, Cambridge University Press, 1999
- [72] R. Holzwarth, *Measuring the Frequency of Light using Femtosecond Laser Pulses*, Dissertation der Fakultät für Physik der Ludwig-Maximilians-Universität, München, 2000
- [73] L. Xu, Ch. Spielmann, A. Poppe, T. Brabec, und F. Krausz, *Route to phase control of ultrashort light pulses*, Opt. Lett. **21**, 2008 (1996)
- [74] H. A. Haus und E. P. Ippen, *Group velocity of solitons*, Opt. Lett. **26**, 1654 (2001)
- [75] R. Holzwarth, A.Yu. Nevsky, M. Zimmermann, Th. Udem, T.W. Hänsch, J. von Zanthier, H. Walther, J.C. Knight, W.J. Wadsworth, P.St.J. Russel, M.N. Skvortsov, S.N. Bagayev, *Absolute frequency measurement of iodine lines with a femtosecond optical synthesizer*, Appl. Phys. B **73**, 269-271 (2001)
- [76] Menlo Systems GmbH, Munich, Germany, *Absolute Optical Frequency Calculation*, service@menlosystems.com, Vers 1.0 March (2006)

- [77] J.C. Knight, T.A. Birks, P.St.J. Russel und D.M. Atkin, *All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding*, Opt. Lett. **21**, 1547 (1996)
- [78] J.K. Ranka, R.S. Windeler, und A.J. Stenz, *Visible continuum generation in air-silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm*, Opt. Lett. **25**, 25 (2000)
- [79] W.J. Wadsworth, A. Ortigosa-Blanch, J.C. Knight, T.A. Birks, T.-P. Martin Man und P.St.J. Russel, *Supercontinuum generation in photonic crystal fibers and optical fiber tapers: a novel light source*, J. Opt. Soc. Am. B **19**, 2148 (2002)
- [80] T.A. Birks, J.C. Knight und P.St.J. Russel, *Endlessly single-mode photonic crystal fiber*, Opt. Lett. **22**, 916 (1997)
- [81] Crystal Fibre A/S, Mit freundlicher Genemigung.
- [82] N. Strauß, *Entwicklung eines neuartigen, auf einen Frequenzkamm stabilisierten Diodenlaser-Systems für die Ultra-Hochauflösende-Spektroskopie*, Diplomarbeit, Institut für Experimentalphysik, H.H.-Universität Düsseldorf, 2006
- [83] Menlo Systems GmbH, *FC 8004 Optical Frequency Synthesizer Manual*
- [84] M. Prevedelli, T. Freegarde, T.W. Hänsch, *Phase locking of grating-tuned diode lasers* Appl. Phys. B **60**, S241 (1995)
- [85] N.F. Ramsey, *The Atomic Hydrogen Maser*, Metrologia **1**, 7-15 (1965)
- [86] VREMYA-CH, H-Maser Frequency and Time Standard VCH-1005 Manual
- [87] D.W. Allan, *Time and Frequency (Time-Domain) Characterization, Estimation, and Prediction of Precision Clocks and Oscillators*, IEEE T. Ultrason. Ferr., **34**, 647-654, (BIN: 752), (1987)
- [88] V.F. Kroupa, Ed., *Frequency Stability: Fundamentals and Measurement* IEEE Press, 1983
- [89] R. Wynands und S Weyers, *Atomic fountain clocks*, Metrologia **42**, S64-S79 (2005)
- [90] L.-S. Ma, Z. Bi, A. Bartels, L. Robertsson, M. Zucco, R.S. Windeler, G. Wilpers, C. Oates, L. Hollberg, S. A. Diddams, *Optical Frequency Synthesis and Comparison with Uncertainty at the  $10^{-19}$  Level*, Science **303**, 1843 (2004)
- [91] W.H. Press, S. A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery, *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press, 1999

- [92] J. D. Faires, R. L. Burden, *Numerische Methoden* Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg · Berlin · Oxford, 134, 1995
- [93] R.H. Kingston, *Detection of Optical and Infrared Radiation* Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1978
- [94] P. Horowitz, W. Hill, *The Art Of Electronics*, Cambridge University Press, 1995
- [95] F.D. Waldhauer, *FEEDBACK*, John Wiley & Sons, New York·Chichester·Brisbane·Toronto·Singapore, 1982
- [96] S. Gerstenkorn, P. Luc, *Atlas du Spectre d'Adsorption de la Molecule d'Iode 14800 – 20000cm<sup>-1</sup>*, (Laboratoire Aimé-Cotton CNRS II, Orsay (France), 1978)
- [97] W. Demtröder, *Laserspektroskopie. Grundlagen und Techniken*, Springer Verlag Berlin, 5. Auflage, 2007
- [98] J.H. Shirley, *Modulation transfer processes in optical heterodyne saturation spectroscopy*, Opt. Lett. **7**, 537 (1982)
- [99] C. Braxmaier, *Frequenzstabilisierung eines Nd:YAG-Lasers auf Hyperfeinübergänge von molekularem Jod*, Diplomarbeit, Universität Konstanz, 1997
- [100] M. Skvortsov, M. Okhapkin, A.Yu. Nevsky, S.N. Bagayev, *Optical frequency standard on the base of Nd:YAG laser, frequency stabilized to the saturated adsorption resonances of the molecular iodine using the second harmonic of radiation*, Quantum Electronics **34**(12), 1101-1106 (2004)
- [101] S. Stenholm, *Foundations of Laser Spectroscopy*, John Wiley & Sons, 1984
- [102] A.Yu. Nevsky, R. Holzwarth, J. Reichert, Th Udem, T.W. Hänsch, J. von Zanthier, H. Walther, H. Schnatz, F. Riehle, P.V. Pokasov, M.N. Skvortsov, S.N. Bagayev, *Frequency comparison and absolute frequency measurement of I<sub>2</sub>-stabilized lasers at 532 nm*, Opt. Comm. **192**, 263-272 (2001)
- [103] Landolt-Börnstein, *Zahlenwerte und Funktionen aus Physik, Chemie, Astronomie, Geophysik und Technik*, Springer Verlag, Berlin Göttingen Heidelberg, 1960
- [104] T.J. Quinn, *Practical realization of the definition of the metre, including recommended radiations of other optical frequency standards*, Metrologia **40**, 103-133 (2003)
- [105] K. Döringshoff, I. Ernsting, R.-H. Rinkleff, S. Schiller, und A. Wicht, *Low noise, tunable diode laser for ultra-high-resolution spectroscopy*, Opt. Lett. **32**, No. 19, 2876 (2007)

- [106] Gene F. Franklin, J. David Powell, Abbas Emami-Naeini, *Feedback Control of Dynamic Systems*, Pearson Prentice Hall International, 5th ed. 2006
- [107] S. Schiller, C. Lämmerzahl, H. Müller, C. Braxmaier, S. Herrmann, und A. Peters, *Experimental limits for low-frequency space-time fluctuations from ultrastable optical resonators*, Phys. Rev. D **69**, 027504 (2004)
- [108] M. Notcutt, L. S. Ma, J. Ye und J. L. Hall *Simple and compact 1-Hz laser system via an improved mounting configuration of a reference cavity*, Opt. Lett. **30**, 1815 (2005)
- [109] A. D. Ludlow, X. Huang, M. Notcutt, T. Zanon-Willette, S. M. Foreman, M. M. Boyd, S. Blatt, und J. Ye, *Compact, thermal-noise-limited optical cavity for diode laser stabilization at  $1 \times 10^{-15}$*  Opt. Lett. **32**, 641 (2007)
- [110] H. Müller, C. Braxmaier, S. Hermann, O. Pradl, C. Lämmerzahl, J. Mlynek, S. Schiller, und A. Peters, *Testing the foundation of relativity using cryogenic optical resonators*, IJMPD, **11**, 1101 (2002)
- [111] C. Braxmaier, H. Müller, O. Pradl, J. Mlynek, A. Peters, S. Schiller, *Test of Relativity Using a Cryogenic Optical Resonator*, Phys. Rev. Lett. **88**, 010401-1 (2002).
- [112] P. Antonini, M. Okhapkin, E. Göklü und S. Schiller, *Test of constancy of light with rotating cryogenic optical resonators*, Phys. Rev. A, **71**, 050101(R) (2005)
- [113] P. Antonini, M. Okhapkin, E. Göklü und S. Schiller, *Reply to "Comment on 'Test of constancy of light with rotating cryogenic optical resonators'"*, Phys. Rev. A, **72**, 066102 (2005)
- [114] Ch. Eisele, M. Okhapkin, A. Yu. Nevsky, S. Schiller, *A crossed optical cavities apparatus for a precision test of the isotropy of light propagation*, Opt. Commun. **281**, 1189-1196 (2008)
- [115] J. Crassous, F. Monier, J.-P. Dutasta, M. Ziskind, C. Daussy, C. Grain, und C. Chardonnet, *Search for Resolution of Chiral Fluorohalogenomethanes and Parity-Violation Effects at the Molecular Level*, CHEMPHYSCHM **4**, 541 (2003)
- [116] A. Shelkovnikov, R. J. Butcher, C. Chardonnet, und A. Amy-Klein, *Stability of the Proton-to-Electron Mass Ratio*, Phys. Rev. Lett. **100**, 150801 (2008)
- [117] K. Numata, A. Kemery und J. Camp, *Thermal-Noise Limit in the Frequency Stabilization of Lasers with Rigid Cavities*, Phys. Rev. Lett. **93**, 250602 (2004)
- [118] S. Seel, R. Storz, G. Ruoso, J. Mlynek und S. Schiller, *Cryogenic Optical Resonators: A New Tool for Laser Frequency Stabilization at the 1 Hz Level*, Phys. Rev. Lett., **78**, 4741 (1997)

- [119] R. Storz, C. Braxmaier, K. Jäck, O. Pradl und S. Schiller, *Ultrahigh long-term dimensional stability of a sapphire cryogenic optical resonator*, Opt. Lett. **23**, 1031 (1998)
- [120] P. Antonini, *Test of Lorentz Invariance Using Sapphire Optical Resonators*, Dissertation, H.H.-Universität Düsseldorf, 2005
- [121] C. Wang, G. Thummes und C. Heiden, *A two-stage pulse tube cooler operating below 4 K*, Cryogenics **37**, 159 (1997)
- [122] R.W.P. Drever, J.L. Hall, F.V. Kowalski, J. Hough, G.M. Ford, A.J. Munley, H. Ward, *Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator*, Appl. Phys. B **31**, 97-105 (1983)
- [123] N.D. Lemke, A.D. Ludlow, Z.W. Barber, T.M. Fortier, S.A. Diddams, Y. Jiang, S. R. Jefferts, T.P. Heavner, T.E. Parker, und C.W. Oates, *Spin-1/2 Optical Lattice Clock*, PRL **103**, 063001 (2009)
- [124] MultiSIM 9, Electronics WORKBENCH (National Instruments)
- [125] F.K. Kneubühl und M.W. Sigrist, *Laser*, Teubner Studienbücher, 1995
- [126] R. Fox, C. Gates, L. Hollberg, *In Cavity-enhanced spectroscopy*, ed. by R. van Zee, J. Looney, (Academic Press, Amsterdam 2002), pp. 1-46
- [127] C.J. Myatt, N.R. Newbury und C.E. Wieman, *Simplified atom trap by using direct microwave modulation of a diode laser*, Opt. Lett. **18**, 649 (1993)
- [128] C.E. Wiemann und L. Hollberg, *Using diode lasers for atomic physics*, Rev. Sci. Instrum. **62**, 1 (1991)
- [129] M. W. Fleming und A. Mooradian, *Fundamental line broadening of single-mode (GaAl)As diode lasers*, Appl. Phys. Lett. **38**, 511 (1981)
- [130] C. Henry, *Theory of the linewidth of semiconductor lasers*, IEEE Journal of Quantum Electronics **18**, 259 (1982)
- [131] A. Wicht, D. Lorek, C. Lämmerzahl und H. Dittus, *Rovibrational quantum interferometers and gravitational waves*, submitted for publication
- [132] Vladimir I. Korobov, *Leading-order relativistic and radiative corrections to the rovibrational spectrum of  $H_2^+$  and  $HD^+$  molecular ions*, Phys. Rev. A **74**, 052506 (2006)
- [133] R. Lang und K. Kobayashi, *External Optical Feedback Effects on Semiconductor Injection Laser Properties*, IEEE Journal of Quantum Electronics **16**, 347 (1980)

- [134] L. Ricci, M. Weidmüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletić, W. Kijnig, T.W. Hänsch, *A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics*, Opt. Comm. **117**, 541 (1995)
- [135] D. Wandt M. Laschek, K. Przyklenk, A. Tünnermann, H. Welling, *External cavity laser diode with 40 nm continuous tuning range around 825 nm*, Opt. Comm. **130**, 81 (1996)
- [136] B. Dahmani, L. Hollberg, und R. Drullinger, *Frequency stabilization of semiconductor lasers by resonant optical feedback*, Opt. Lett. **12**, 876 (1987)
- [137] H. Patrick und C.E. Wieman, *Frequency stabilization of a diode laser using simultaneous optical feedback from a diffraction grating and a narrowband Farby-Perot cavity*, Rev. Sci. Instrum. **62**, 2593 (1991)
- [138] Kazuhiro Hayasaka, *Frequency stabilisation of an extended-cavity violet diode laser by resonant optical feedback*, Opt. Comm. **206**, 401 (2002)
- [139] K. Döringshoff, *Phase stabilisation of diode lasers for coherent precision spectroscopy of ultra cold HD<sup>+</sup> ions*, Diplomarbeit, Institut für Experimentalphysik, H.H.-Universität Düsseldorf, 2007
- [140] T.W. Hänsch and B. Couillaud, *Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity*, Opt. Comm **35**, 441 (1980)
- [141] P. Bohlouli-Zanjani, K. Afrousheh, und J.D.D. Martin, *Optical transfer cavity stabilization using current-modulated injection-locked diode lasers*, Rev. Sci. Instrum. **77**, 093 105 (2006)
- [142] U. Schünemann, H. Engler, R. Grimm, M. Weidmüller, und M. Zielonkowskic, *Simple scheme for tunable frequency offset locking of two lasers*, Rev. Sci, Instrum. **70**, 242 (1999)
- [143] T. Stace, A.N. Luiten und R.P. Kovacich, *Laser offset-frequency locking using a frequency-to-voltage converter*, Meas. Sci. Technol. **9**, 1635 (1998)
- [144] G. Ritt, G. Cennini, C. Geckeler, M. Weitz, *Laser frequency offset locking using a side of filter technique*, Appl. Phys. B **79**, 363 (2004)
- [145] L.D. Turner, K.P. Weber, C.J. Hawthorn, R.E. Scholten, *Frequency noise characterisation of narrow linewidth diode lasers*, Opt. Comm. **201**, 391 (2002)
- [146] H. Loh, Y.-J. Lin, I. Teper, M. Cetina, J. Simon, J.K. Thompson und V. Vuletić, *Influence of grating parameters on the linewidths of external-cavity diode lasers*, Appl. Opt. **45**, 9191 (2006)

- [147] N. Beverini, M. Prevedelli, F. Sorrentino, B. Nyushkov, A. Ruffini, *An analog + digital phase-frequency detector for phase locking of a diode laser to an optical frequency comb*, Quant. Elec. **34**, 559-564 (2004)
- [148] L. Cacciapuoti, M. de Angelis, M. Fattori, G. Lamporesi, T. Petelski, M. Prevedelli, J. Stuhler, G. M. Tino, *Analog+digital phase and frequency detector for phase locking of diode lasers*, Rev. Sci. Instr. **76**, 053111 (2005)
- [149] A.D. Ludlow, X. Huang, M. Notcutt, T. Zanon-Willette, S.M. Foreman, M.M. Boyd, S. Blatt, und J. Ye, *Compact, thermal-noise-limited optical cavity for diode laser stabilization at  $1 \times 10^{-15}$* , Opt. Lett., **32**, pp. 641-643 (2007)
- [150] H. Dehmelt, *Proposed  $10^{14} \Delta\nu < \nu$  Laser Fluorescence Spectroscopy on T1+ Mono-Ion Oscillator*, Bull. Am. Phys. Soc. **18**, 1521 (1973)
- [151] P. Gill, *Raising the Standards*, Science **294**, 1666 (2001)
- [152] V. Letchumanan, P. Gill, und A.G. Sinclair, *Optical-clock local-oscillator stabilization scheme*, J. Opt. Soc. Am. B **23**, 714 (2006)
- [153] L. S. Ma, P. Jungner, J. Ye, und J. L. Hall, *Delivering the same optical frequency at two places: accurate cancellation of phase noise introduced by an optical fiber or other time-varying path*, Opt. Lett. **19** (21), 1777–1779, November 1994.
- [154] Y. Pang, J.-J. Hamilton, und J.-P. Richard, *Frequency noise induced by fiber perturbations in a fiber-linked stabilized laser*, Appl. Opt. **31** (36), 7532–7534, December 1992.
- [155] S. M. Foreman, K. W. Holman, D. D. Hudson, D. J. Jones, und Y. Ye, *Remote transfer of ultrastable frequency references via fiber networks*, Review of scientific instruments **78** (DOI: 10.1063/1.2347069), 021101–1–25, (2007)
- [156] J.C.J. Koelemeij, B. Roth, A. Wicht, I. Ernsting, und S. Schiller, *Vibrational Spectroscopy of HD<sup>+</sup> with 2-ppb Accuracy*, Phys. Rev. Lett. **98**, 173002 (2007)
- [157] Jonathan D. Weinstein, Robert deCarvalho, Thierry Guillet, Bretislav Friedrich und John M. Doyle, *Magnetic trapping of calcium monohydride molecules at millikelvin temperatures*, NATURE **395**, 148 (1998)
- [158] H.L. Bethlem und G. Meijer, *Production and application of translationally cold molecules*, Int. Rev. Phys. Chem. **22**, 73–128 (2003)
- [159] S.A. Rangwala, T. Junglen, T. Rieger, P.W.H. Pinkse, und G. Rempe, *Continuous source of translationally cold dipolar molecules*, Phys. Rev A **67**, 043406 (2003)

- [160] M. Wewer and F. Stienkemeier, *Molecular versus excitonic transitions in PTCDA dimers and oligomers studied by helium nanodroplet isolation spectroscopy*, Phys. Rev. B **67**, 125201 (2003)
- [161] Michael S. Elioff, James J. Valentini, David W. Chandler, *Subkelvin Cooling NO Molecules via "Billiard-like" Collisions with Argon*, Science **302**, 1940 (2003)
- [162] Manish Gupta und Dudley Herschbach, *Slowing and Speeding Molecular Beams by Means of a Rapidly Rotating Source*, J. Phys. Chem. A , **105**, 1626-1637 (2001)
- [163] William C. Stwalley und He Wang, *SPECIAL REVIEW LECTURE, Photoassociation of Ultracold Atoms: A New Spectroscopic Technique* Jour. of Molec. Spectr. **195**, 194–228 (1999)
- [164] S. Jochim, M. Bartenstein, A. Altmeyer, G. Hendl, S. Riedl, C. Chin, J. Hecker Denschlag, R. Grimm, *Bose-Einstein Condensation of Molecules*, Science **302**, 2101 (2003);
- [165] M.-O. Mewes, M.R. Andrews, N.J. van Druten, D.M. Kurn, D.S. Durfee, und W. Ketterle, *Bose-Einstein Condensation in a Tightly Confining dc Magnetic Trap*, Phys. Rev. Lett. **77**, 416 (1996)
- [166] A. Bertelsen, S. Jørgensen and M. Drewsen, *The rotational temperature of polar molecular ions in Coulomb crystals*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **39**, L83–L89 (2006)
- [167] J.C.J. Koelemeij, B. Roth, and S. Schiller, *Blackbody thermometry with cold molecular ions and application to ion-based frequency standards*, Phys. Rev A **76**, 023413 (2007)
- [168] W. Paul, O. Osbergerhaus and E. Fischer. "Ion cage." Forschungsberichte des Wirtschaft und Verkehrsministeriums Nordrhein-Westfalen **415**, Westdeutscher Verlag, Köln (1958)
- [169] Wolfgang Paul, *Electromagnetic traps for charged and neutral particles* Rev. Mod. Phys. **62**, 531 - 540 (1990)
- [170] J.D. Prestage, G.J. Dick und L. Maleki, *New Ion Trap for Frequency Standard Applications*, J. Appl. Phys. **66**, 1013 (1989)
- [171] M. Abramowitz und I.A. Stegun, *Pocketbook of Mathematical Functions (abridged edition of Handbook of Mathematical Functions)* Verlag Harri Deutsch - Thun - Frankfurt/Main, 1984

- [172] H. G. Dehmelt, *Radiofrequency Spectroscopy of Stored Ions, Part I: Storage*, Adv. At. Mol. Phys. **3**, 53–72 (1967)
- [173] H. Schnitzler, U. Fröhlich, T. K. W. Boley, A. E. M. Clemen, J. Mlynek, A. Peters, and S. Schiller, *All-Solid-State Tunable Continuous-Wave Ultraviolet Source with High Spectral Purity and Frequency Stability*, Appl. Opt. **41**, 7000-7005 (2002)
- [174] P. Blythe, B. Roth, U. Fröhlich, H. Wenz, und S. Schiller, *Production of Ultracold Trapped Molecular Hydrogen Ions*, Phys. Rev. Lett. **95**, 183002 (2005)
- [175] Daniel H. E. Dubin und T. M. O'Neil, *Trapped nonneutral plasmas, liquids, and crystals (the thermal equilibrium states)*, Rev. Mod. Phys. **71**, 87 - 172 (1999)
- [176] W. L. Slattery, G. D. Doolen, H. E. DeWitt, *Improved equation of state for the classical one-component plasma*, Phys. Rev. A **21**, 2087 - 2095 (1980)
- [177] C. B. Zhang, D. Offenberg, B. Roth, M. A. Wilson, und S. Schiller, *Molecular dynamics simulation of cold single- and multi-species ion ensembles in a linear Paul trap*, Phys. Rev A **76**, 012719 (2007)
- [178] Z. Amitay, D. Zajfman, P. Forck, *Rotational and vibrational lifetime of isotopically asymmetrized homonuclear diatomic molecular ions*, Phys. Rev. A **50**, 2304 - 2308 (1994)
- [179] B. Roth, J.C.J. Koelemeij, H. Daerr, und S. Schiller, *Rovibrational spectroscopy of trapped molecular hydrogen ions at millikelvin temperatures*, Phys Rev. A **74**, 040501(R) (2006)
- [180] M. Tadjeeddine und G. Parlant, *Computed photodissociation cross sections of HD<sup>+</sup> and Franck-Condon factors for the ionization of HD*, Mol. Phys. **33**, 1797-1803 (1977)
- [181] D. Bakalov, V. I. Korobov und S. Schiller, *High-Precision Calculation of the Hyperfine Structure of the HD<sup>+</sup> Ion*, PRL **97**, 243001 (2006)
- [182] Peter J. Mohr und Barry N. Taylor, *CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2002*, Rev. Mod. Phys. **77**, 1 (2005)
- [183] S. Schiller und V. Korobov, *Tests of time independence of the electron and nuclear masses with ultracold molecules*, Phys. Rev. A **71**, 032505 (2005)
- [184] E. L. Raab, M. Prentiss, Alex Cable, Steven Chu, und D. E. Pritchard, *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 - 2634 (1987)

- [185] Steven Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, Alex Cable, und A. Ashkin, *Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure*, Phys. Rev. Lett. **55**, 48 - 51 (1985)
- [186] Masao Takamoto, Feng-Lei Hong, Ryoichi Higashi, Hidetoshi Katori, *An optical lattice clock*, Nature **435**, 321 - 324 (2005)
- [187] Hidetoshi Katori und Masao Takamoto, *Ultrastable Optical Clock with Neutral Atoms in an Engineered Light Shift Trap*, Phys. Rev. Lett. **91**, 173005 (2003)
- [188] *Space Optical Clocks (SOC)*, ESTEC Contract Nr 20579/07/NL/VJ, *Entwicklung optischer Atomuhren auf der Basis ultrakalter Atome für Weltraum-anwendungen*, DLR Contract 50QT0701, (2007-2009)
- [189] S. G. Porsev, A. Derevianko und E. N. Fortson, *Possibility of an optical clock using the  $6^1S_0 \rightarrow 6^3P_0^o$  transition in  $^{171,173}Yb$  atoms held in a optical lattice*, Phys. Rev. A **69** 021403(R) (2004)
- [190] C.W. Hoyt, Z.W. Barber, C.W. Oates, T. M. Fortier, S. A. Diddams, und L. Hollberg, *Observation and Absolute Frequency Measurements of the  $^1S_0 - ^3P_0$  Optical Clock Transition in Neutral Ytterbium*, Phys. Rev. Lett. **95**, 083003 (2005)
- [191] R. Maruyama, R. H. Wynar, M. V. Romalis, A. Andalkar, M. D. Swallows, C. E. Pearson, und E. N. Fortson, *Investigation of sub-Doppler cooling in an ytterbium magneto-optical trap*, Phys. Rev. A **68**, 011403(R) (2003)
- [192] William D. Phillips und Harold Metcalf, *Laser Deceleration of an Atomic Beam*, Phys. Rev. Lett. **48**, 596 - 599 (1982)
- [193] S. Tassy, *Sympathetische Kühlung von Ytterbium mit Rubidium*, Dissertation, Institut für Experimentalphysik, Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf, (2007)
- [194] Z. W. Barber, C. W. Hoyt, C. W. Oates, L. Hollberg, A. V. Taichenachev, und V. I. Yudin, *Direct Excitation of the Forbidden Clock Transition in Neutral  $^{174}Yb$  Atoms Confined to an Optical Lattice*, Phys. Rev. Lett. **96**, 083002 (2006)
- [195] T. Kuwamoto, K. Honda, Y. Takahashi, und T. Yabuzaki, *Magneto-optical trapping of Yb atoms using an intercombination transition*, Phys. Rev. A **60**, R745 - R748 (1999)
- [196] N. Nemitz, F. Baumer, F. Münchow, S. Tassy, A. Görlitz, *Production of ultracold heteronuclear  $YbRb^*$  molecules by photoassociation*, arXiv:0807.0852
- [197] A.Yu. Nevsky, U. Bressel, I. Ernsting, Ch. Eisele, M. Okhapkin, S. Schiller, A. Gubenko, D. Livshits, S. Mikhrin, I. Krestnikov, A. Kovsh, *A narrow-line-width external cavity quantum dot laser for high-resolution spectroscopy in the near-infrared and yellow spectral ranges*, Appl. Phys. B **92**, 501–507, (2008)

- [198] H. R. Telle, B. Lipphardt, J. Stenger, *Kerr-lens, mode-locked lasers as transfer oscillators for optical frequency measurements*, Appl. Phys. B **74**, 1–6 (2002)
- [199] J. Stenger, H. Schnatz, C. Tamm, und H. R. Telle, *Ultraprecise Measurement of Optical Frequency Ratios*, Phys. Rev. Lett. **88**, 073601 (2002)
- [200] G. Grosche, B. Lipphardt, und H. Schnatz, *Optical frequency synthesis and measurement using fibre-based femtosecond lasers*, Eur. Phys. J. D **48**, 27–33 (2008)
- [201] T. Legero, Ch. Lisdat, J.S.R. Vellore Winfred, H. Schnatz, G. Grosche, F. Riehle, und U. Sterr, *Interrogation laser for a strontium lattice clock*, arXiv: 0809.5140
- [202] M. J. Martin, S. M. Foreman, T. R. Schibli, und Jun Ye, *Testing ultrafast mode-locking at microhertz relative optical linewidth*, Optics Express **17**, 558 (2009)
- [203] L. S. Vasilenko, V. P. Chebotayev, and A. V. Shishayev, *Line Shape of two-photon absorption in a standing-wave field in a gas*, JETP Lett. **12**, 161 (1970)
- [204] M. Goeppert-Mayer, *Über Elementarakte mit zwei Quantensprüngen*, Ann. Phys. **9**, 273 (1931)
- [205] R. H. Dicke, *The Effect of Collisions upon the Doppler Width of Spectral Lines*, Phys. Rev. **89**, 472 (1953)
- [206] J. Vanier, C. Audoin, *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*, Adam Hilger, Bristol and Philadelphia, 1989
- [207] Anatoliy A. Savchenkov, Andrey B. Matsko, Vladimir S. Ilchenko, und Lute Maleki *Optical resonators with ten million finesse*, Opt. Express **15**, 6768 (2007)
- [208] R. Müller, *Rauschen*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York London Tokyo Hong Kong, 1990
- [209] A. van der Ziel, *Noise in Measurements*, John Wiley & Sons, New York · London · Toronto · Sydney, 1976
- [210] V.M. Quetschke, *Korrelationen von Rauschquellen bei Nd:YAG Lasersystemen*, Dissertation, Universität Hannover, 2003
- [211] J. Rutman, *Characterization of Phase and Frequency Instabilities in Precision Frequency Sources: Fifteen Years of Progress*, Proceedings of the IEEE **66**, Issue 9, 1048 - 1075 (1978)
- [212] Agilent Technologies Inc., *Agilent PSA Series Spectrum Analyzers Phase Noise Measurement Personality, Technical Overview with Self-Guided Demonstration Option 226*, Agilent Technologies, Inc. 2005, 2003, 5988-3698EN (2005)

- [213] Agilent Technologies, Inc., *Using Clock Jitter Analysis to Reduce BER in Serial Data Applications*, Agilent Technologies, Inc., Application Note, 5989-5718EN, (2006)



## **Danksagung**

An erster Stelle gebührt mein Dank Herrn Prof. Stephan Schiller für die Möglichkeit zur Promotion und der interessanten Aufgabenstellung, die mir einen umfassenden Einblick auf dem Gebiet der Metrologie und Quantenoptik ermöglicht hat. Seine sehr gute Betreuung, welche stets das richtige Maß zwischen Fordern und Fördern einhielt, hat wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Ferner danke ich Prof. Dr. Axel Görlitz für die gute Kooperation und die Bereitstellung seiner experimentellen Apperatur bei der Yb-Spektroskopie im Rahmen des "Space Optical Clocks"-Projektes.

Herrn Dr. Andreas Wicht möchte ich für die kompetente Betreuung während der Hauptphase dieser Arbeit und der geduldigen Beantwortung meiner vielen Fragen danken.

Bei Dr. Bernhard Roth bedanke ich mich sehr für die angenehme Zusammenarbeit und die vielen physikalischen Diskussionen, die in wohltuender Weise nicht auf das eigene Arbeitsgebiet beschränkt waren.

Weiterhin möchte ich mich für die fruchtbare Zusammenarbeit während der verschiedenen Phasen meiner Arbeit bei Dr. Frank Müller, Dr. Jeroen Koelemeij, Dr. Alexander Nevsky, Dr. Piergiorgio Antonini, Nadine Strauss, Markus Böning, Klaus Döringshoff und Dr. Tobias Schneider bedanken.

Bei Prof. Dr. W. Behmenburg möchte ich mich für das ständige Interesse an meiner Arbeit und die vielen hilfreichen Gespräche und Diskussionen bedanken.

Für die Lösung und zeitnahe Realisierung zahlreicher elektronischer Komponenten möchte ich mich bei Peter Dutkiewicz, Ulrich Rosowski und Rita Gusek bedanken.

Allen weiteren Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Institutes für Experimentalphysik und des Fachbereichs Physik möchte ich für das angenehme Arbeitsklima danken.

Mein besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mich während meines Studiums und während dieser Arbeit in selbstloser Weise unterstützt haben.

### **Vielen Dank!**

Ingo Ernsting



## **Erklärung:**

Die hier vorgelegte Dissertation habe ich eigenständig und ohne unerlaubte Hilfe angefertigt. Die Dissertation wurde in der vorgelegten oder in ähnlicher Form noch bei keiner anderen Institution eingereicht. Ich habe bisher keine erfolglosen Promotionsversuche unternommen.

Düsseldorf, den 20. August 2009

(Ingo Ernsting)