

Лабораторная работа №6

Задача об эпидемии

Шестаков Д. С.

18 марта 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Шестаков Дмитрий Сергеевич
- студент НКНбд-01-20
- Факультет физико-математических и естественных наук
- Российский университет дружбы народов
- dmshestakov@icloud.com
- <https://github.com/tekerinkin>

Вводная часть

- Моделирование изменения числа здоровых/заболевших/с иммунитетом в условиях эпидемии полезно для планирования действий для локализации эпидемии
- Данная задача отлично подходит для отработки навыков решения дифференциальных уравнений второго порядка на языках Julia и Openmodelica

- Задача об эпидемии
- Язык программирования Julia
- Язык программирования Openmodelica

- Программно реализовать задачу об эпидемии
- Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп
- Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае если $I(0) \leq I^*$
- Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае если $I(0) > I^*$

- Язык программирования Julia
- Язык программирования Modelica
- Пакеты Plots, DifferentialEquations

Ход работы

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 10100$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 66$, а число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 26$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, & I(t) > I^* \\ 0, & I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, & I(t) > I^* \\ -\beta I, & I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

```
function ode_fn_1(du, u, p, t)
    x,y,z = u
    du[1] = 0*x
    du[2] = -b*y
    du[3] = b*y
end
t_begin = 0.0
t_end = 200
tspan = (t_begin, t_end)
prob1 = ODEProblem(ode_fn_1, [S_0, I_0, R_0], tspan)
sol1 = solve(prob1, Tsit5(), reltol=1e-16, abstol=1e-16)
x_sol_1 = [u[1] for u in sol1.u]
y_sol_1 = [u[2] for u in sol1.u]
z_sol_1 = [u[3] for u in sol1.u]
```

```
function ode_fn_2(du, u, p, t)
    x,y,z = u
    du[1] = -a*x
    du[2] = a*x-b*y
    du[3] = b*y
end
```

```
prob2 = ODEProblem(ode_fn_2, [S_0, I_0, R_0], tspan)
```

```
sol2 = solve(prob2, Tsit5(), reltol=1e-16, abstol=1e-16)
x_sol_2 = [u[1] for u in sol2.u]
y_sol_2 = [u[2] for u in sol2.u]
z_sol_2 = [u[3] for u in sol2.u]
```

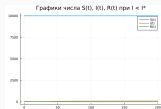


Рис. 1: Графики $S(t)$, $I(t)$, $R(t)$
при $I \leq I^*$

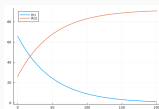


Рис. 2: Графики $I(t)$, $R(t)$ при
 $I \leq I^*$

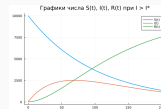


Рис. 3: Графики $S(t)$, $I(t)$, $R(t)$
при $I > I^*$


```
model Predator
  Real x, y, t, z;
initial equation
  x = 10008;
  y = 66;
  z = 26;
equation
  der(t) = 1;
  der(x) = 0*x;
  der(y) = -0.02*y;
  der(z) = 0.02*y;
end;
```

```
model Predator
  Real x, y, t, z;
initial equation
  x = 10008;
  y = 66;
  z = 26;
equation
  der(t) = 1;
  der(x) = -0.01*x;
  der(y) = 0.01*x-0.02*y;
  der(z) = 0.02*y;
end;
```



Рис. 4: Графики $S(t)$, $I(t)$, $R(t)$
при $I \leq I^*(OM)$

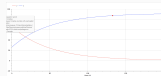


Рис. 5: Графики $I(t)$, $R(t)$ при
 $I \leq I^*(\cdot)$

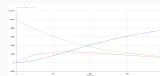


Рис. 6: Графики $S(t)$, $I(t)$, $R(t)$
при $I > I^*(OM)$

Вывод

- Программно реализовали задачу об эпидемии на языках программирования Julia и Openmodelica.
- Построили графики изменения числа особей в каждой из трех групп
- Рассмотрели, как будет протекать эпидемия в случае если $I(0) \leq I^*$
- Рассмотрели, как будет протекать эпидемия в случае если $I(0) > I^*$