

Отчет по лабораторной работе №8

Модель конкуренции двух фирм

Дмитрий Сергеевич Шестаков

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Теоретическое введение	8
4	Выполнение лабораторной работы	10
5	Выводы	16
	Список литературы	17

Список иллюстраций

4.1	Графики изменения оборотных средств в первом случае №1(Julia)	13
4.2	Графики изменения оборотных средств в первом случае №2(Julia)	13
4.3	Графики изменения оборотных средств в первом случае №1(ОМ)	15
4.4	Графики изменения оборотных средств в первом случае №2(ОМ)	15

Список таблиц

1 Цель работы

Реализовать на языках программирования Julia и Openmodelica модель конкуренции двух фирм. Улучшить навыки использования пакета DifferentialEquations.

2 Задание

Случай 1. Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_1}{c_2} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

Случай 2. Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы

1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0,0007\right)M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_1}{c_2}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами [1]:

$$M_0^1 = 4.4, M_0^2 = 4$$

$$p_{cr} = 10.5, N = 28, q = 1$$

$$\tau_1 = 16, \tau_2 = 25$$

$$p_1 = 7.2, p_2 = 5.1$$

3 Теоретическое введение

Случай 1 Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Последнее означает, что у потребителей в этой нише нет априорных предпочтений, и они приобретут тот или иной товар, не обращая внимания на знак фирмы. В этом случае, на рынке устанавливается единая цена, которая определяется балансом суммарного предложения и спроса. Иными словами, в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Уравнения динамики оборотных средств запишем в виде:

$$\frac{dM_1}{dt} = -\frac{M_1}{\tau_1} + N_1 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) p - \kappa_1$$

$$\frac{dM_2}{dt} = -\frac{M_2}{\tau_2} + N_2 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) p - \kappa_2$$

где

- M_i - оборотные средства i -го предприятия
- τ_i - длительность производственного цикла i -го предприятия
- p - рыночная цены товара
- κ_i - постоянные издержки i -го предприятия, которые не зависят от количества выпускаемой продукции

- p_{cr} - критическая стоимость продукта
- N_i - число потребителей, приобретших товар i -го предприятия

Учтем, что товарный баланс устанавливается быстро, то есть, произведенный каждой фирмой товар не накапливается, а реализуется по цене p . Тогда

$$\frac{M_1}{\tau_1 \tilde{p}_1} = N_1 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)$$

$$\frac{M_2}{\tau_2 \tilde{p}_2} = N_2 q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)$$

где \tilde{p}_1 и \tilde{p}_2 - себестоимости товаров в первой и второй фирме

С учетом предыдущего, перепишем последнее в виде:

$$\frac{dM_1}{dt} = -\frac{M_1}{\tau_1} \left(1 - \frac{p}{\tilde{p}_1}\right) - \kappa_1$$

$$\frac{dM_2}{dt} = -\frac{M_2}{\tau_2} \left(1 - \frac{p}{\tilde{p}_2}\right) - \kappa_2$$

Уравнение для цены:

$$\frac{dp}{dt} = -\gamma \left(\frac{M_1}{\tau_1 \tilde{p}_1} + \frac{M_2}{\tau_2 \tilde{p}_2} - Nq \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \right)$$

Считая, что ценовое равновесие устанавливается быстро, получим:

$$p = p_{cr} \left(1 - \frac{1}{Nq} \left(\frac{M_1}{\tau_1 \tilde{p}_1} + \frac{M_2}{\tau_2 \tilde{p}_2} \right) \right)$$

Подставив, имеем [2]:

$$\frac{dM_1}{dt} = c_1 M_1 - b M_1 M_2 - a_1 M_1^2 - \kappa_1$$

$$\frac{dM_2}{dt} = c_2 M_2 - b M_1 M_2 - a_2 M_2^2 - \kappa_2$$

4 Выполнение лабораторной работы

1. На первом этапе имплементировали модель, используя язык программирования Julia. Получили следующий код:

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
M1 = 4.4
```

```
M2 = 4
```

```
p_cr = 10.5
```

```
N = 28
```

```
q = 1
```

```
tau1 = 16
```

```
tau2 = 25
```

```
p1 = 7.2
```

```
p2 = 5.1
```

```
a1 = p_cr/((tau1^2) * (p1^2) * N * q)
```

```
a2 = p_cr/((tau2^2) * (p2^2) * N * q)
```

```
b = p_cr/((tau1^2) * (p1^2) * (tau2^2) * (p2^2) * N * q)
```

```
c1 = (p_cr-p1)/(tau1 * p1)
```

```
c2 = (p_cr - p2)/(tau2 * p2)
```

```
function ode_fn_1(du, u, p, t)
```

```

x,y = u
du[1] = x - (b/c1)*x*y - (a1/c1)*(x^2)
du[2] = (c2/c1)*y - (b/c1)*x*y - (a2/c1)*(y^2)
end

init_val = [M1, M2]

t_begin = 0
t_end = 30
tspan = (t_begin, t_end)

prob = ODEProblem(ode_fn_1, init_val, tspan)
sol = solve(prob, Tsit5(), reltol=1e-16, abstol=1e-16)

x_sol = [u[1] for u in sol.u]
y_sol = [u[2] for u in sol.u]

plot(sol.t * c1, x_sol,
      linewidth = 2,
      title = "Изменение оборотных средств фирм",
      label = "M1",
      legend = true)

plot!(sol.t * c1, y_sol,
      linewidth = 2,
      title = "Изменение оборотных средств фирм",
      label = "M2",
      legend = true)

```

```

function ode_fn_2(du, u, p, t)
    x,y = u
    du[1] = x - (b/c1 + 0.0007)*x*y - (a1/c1)*(x^2)
    du[2] = (c2/c1)*y - (b/c1)*x*y - (a2/c1)*(y^2)
end

init_val = [M1, M2]

t_begin = 0
t_end = 30
tspan = (t_begin, t_end)

prob1 = ODEProblem(ode_fn_2, init_val, tspan)
sol1 = solve(prob1, Tsit5(), reltol=1e-16, abstol=1e-16)

x_sol_1 = [u[1] for u in sol1.u]
y_sol_1 = [u[2] for u in sol1.u]

plot(sol1.t * c1, x_sol_1,
    linewidth = 2,
    title = "Изменение оборотных средств фирм",
    label = "M1",
    legend = true)

plot!(sol1.t * c1, y_sol_1,
    linewidth = 2,
    title = "Изменение оборотных средств фирм",
    label = "M2",
    legend = true)

```

В результате работы программы получили следующие результаты

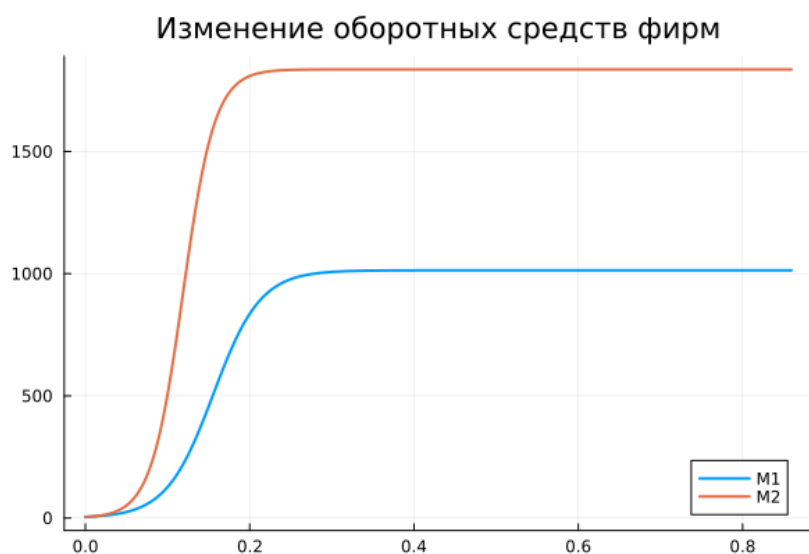


Рис. 4.1: Графики изменения оборотных средств в первом случае №1(Julia)

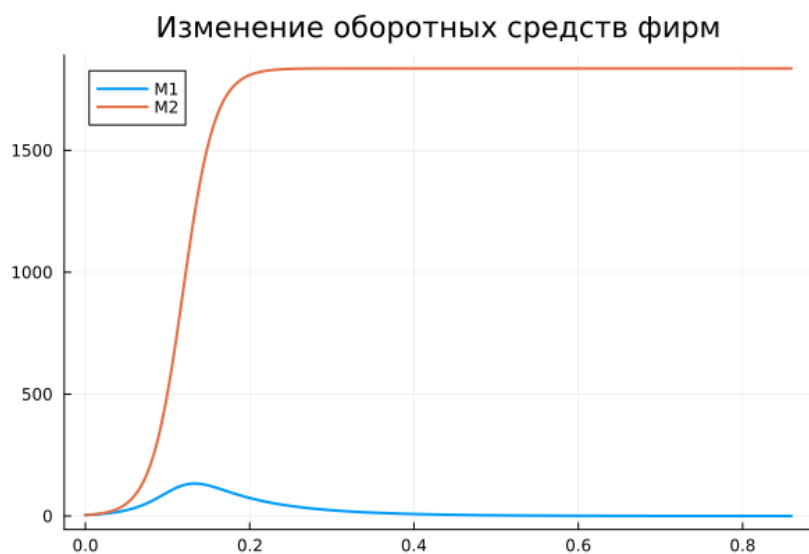


Рис. 4.2: Графики изменения оборотных средств в первом случае №2(Julia)

2. На втором этапе смоделировали задачу в среде моделирования Openmodelica. Получили следующий код:

```
model Concurrency
```

```

    Real m1, m2, t;
initial equation
    t = 0;
    m1 = 4.4;
    m2 = 4;
equation
    der(t) = 1;
    der(m1) = m1 - ((10.5*16*7.2)/((3.3)*16*16*7.2*7.2*25*25*5.1*5.1*28))*m1*m2 - (
    der(m2) = ((5.4*16*7.2)/(3.3*25*5.1))*m2 - ((10.5*16*7.2)/((3.3)*16*16*7.2*7.2*
end Concurrency;

model Concurrency
    Real m1, m2, t;
initial equation
    t = 0;
    m1 = 4.4;
    m2 = 4;
equation
    der(t) = 1;
    der(m1) = m1 - ((10.5*16*7.2)/((3.3)*16*16*7.2*7.2*25*25*5.1*5.1*28) + 0.0007)*
    der(m2) = ((5.4*16*7.2)/(3.3*25*5.1))*m2 - ((10.5*16*7.2)/((3.3)*16*16*7.2*7.2*
end Concurrency;

```

В результате работы программы получили следующие результаты

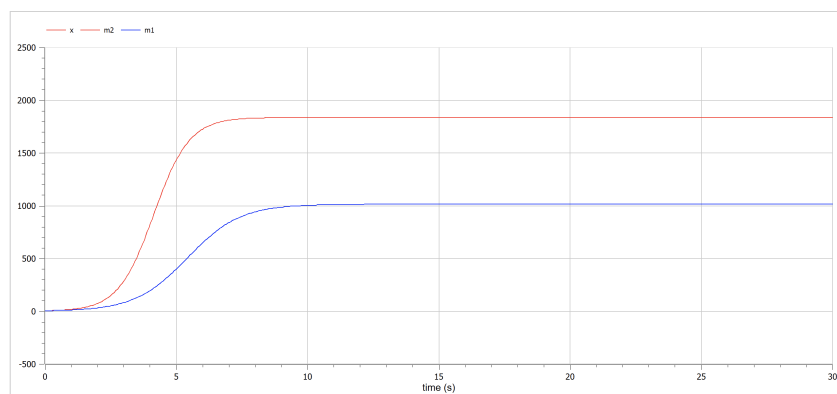


Рис. 4.3: Графики изменения оборотных средств в первом случае №1(ОМ)

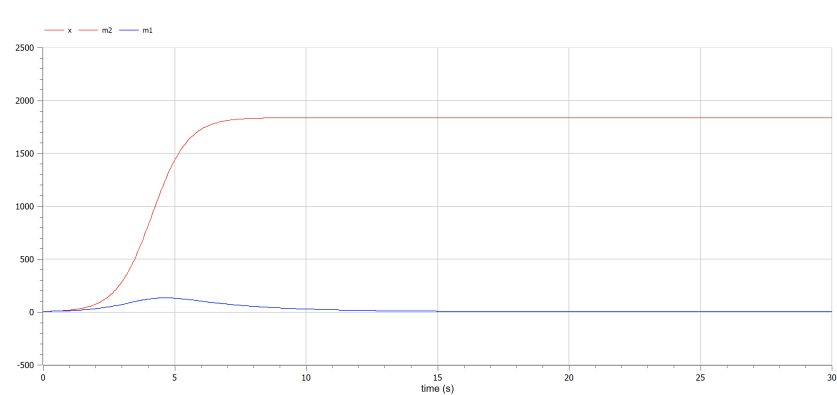


Рис. 4.4: Графики изменения оборотных средств в первом случае №2(ОМ)

5 Выводы

Программно реализовали модель для оценки эффективности рекламы на языках программирования Julia и Openmodelica. Получили графическое отображение изменения числа оборотных средств у фирм в случае конкуренции двух фирм.

Список литературы

1. Кулябов Д.С. Задание к лабораторной работе №7 [Электронный ресурс]. URL: https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971587/mod_resource/content/2/Задание%20к%20лабораторной%20работе%20N%207.pdf.
2. Кулябов Д.С. Модель конкуренции двух фирм [Электронный ресурс]. URL: https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971586/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20N%207.pdf.