

# Лабораторная работа №2

## Задача о погоне

---

Шестаков Д. С.

18 февраля 2022

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

## Информация

---

- Шестаков Дмитрий Сергеевич
- студент группы НКНбд-01-20
- Факультет физико-математических и естественных наук
- Российский университет дружбы народов
- dmshestakov@icloud.com
- <https://github.com/tekerinkin>

## Вводная часть

---

- Решение задачи о погоне позволяет определить наилучшую траекторию для перехвата убегающего
- Также ее решение отлично подходит для получения и отработки навыков владения языком программирования Julia

- Задача о погоне
- Язык программирования Julia
- Система моделирования Openmodelica

- Решить задачу о погоне с определенными входными данными
- Овладеть языком программирования Julia
- Построить график траектории движения катера в полярных координатах

- Язык программирования Julia
- Среда разработки Jupyter Notebook
- Пакеты “Plots”, “DifferentialEquations”



## Содержание лабораторной работы

---

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 8,1 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,2 раза больше скорости браконьерской лодки. 1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени). 2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

## Идея решения задачи

1. Примем за начало отсчета момент, когда катер береговой охраны впервые увидел из-за тумана лодку браконьеров.
2. Введем полярные координаты. Полюсом будет местонахождение лодки браконьеров в начальный момент времени. Тогда начальные координаты катера береговой охраны  $(8.1; 0)$ . Обозначим скорость лодки -  $v$ , тогда скорость катера равна  $3.2v$
3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса. Только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

Для начала, найдем  $x$  - расстояние после которого катер береговой охраны начнет двигаться вокруг полюса. Для этого предположим, что через некоторое время катер и лодка будут находиться на одном расстоянии от полюса и оно, соответственно, будет равно  $x$ . Обозначим это время  $t$ . За время  $t$  лодка проплывет  $x$ , а катер -  $8.1 + x$  (или  $8.1 - x$ , в зависимости от первоначального положения катера относительно полюса). Следовательно, мы можем записать следующие уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{8.1+x}{3.2v}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{8.1-x}{3.2v}$$

Отсюда имеем:

$$x_1 = \frac{81}{22}, x_2 = \frac{81}{42}$$

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки  $v$ . Когда катер начнет двигаться вокруг полюса, его скорость можно будет разложить на две составляющие: радиальную  $v_r$  и тангенциальную  $v_\tau$ .

$$v_r = \frac{dr}{dt} = v$$

$$v_\tau = r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{v^2 - v_r^2} = \sqrt{9.24}v$$

## Решение задачи

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{9.24} \end{cases}$$

с начальными условиями:

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{9.24}}$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

Решение программными  
средствами

---



```
using DifferentialEquations
using Plots
#изначальное расстояние между катером и лодкой
k = 8.1
t_begin = 0.0
t_end = pi
tspan_1 = (t_begin, t_end)
tspan_2 = (-pi, 0)
boot_values = fill(sqrt(2)/2, 4)
#начальное условие
r_01 = k/2.2
r_02 = k/4.2
```

## Задание правой части уравнения

*#Правая часть дифф.уравнения*

ode\_fn(r, p, t) = r/sqrt(9.24)

```
prob1 = ODEProblem(ode_fn, r_01, tspan_1)
sol1 = solve(prob1, Tsit5(), reltol=1e-8, abstol=1e-8)

prob2 = ODEProblem(ode_fn, r_02, tspan_2)
sol2 = solve(prob2, Tsit5(), reltol=1e-8, abstol=1e-8)
```

```
plot(proj = :polar,  
      sol1.t,  
      linewidth = 2,  
      title = "График погони #1",  
      label = "Траектория катера",  
      color = :red,  
      legend = true)
```

```
plot!(boot_values, collect(0:3), linewidth = 2, label="Траектория движения ло  
color = :blue,  
legend=true)
```

```
plot(proj = :polar,  
      sol2.t,  
      linewidth = 2,  
      title = "График погони #2",  
      label = "Траектория катера",  
      color = :red,  
      legend = true)
```

```
plot!(boot_values, collect(0:3), linewidth = 2, label="Траектория движения ло  
color = :blue,  
legend=true)
```

## Результаты

---



Рис. 1: "График погони №1"



Рис. 2: "График погони №2"



Произведен вывод и решение дифференциальных уравнений для решения поставленной задачи. На примере решения задачи о погоне отработаны навыки владения языком программирования Julia. Также было установлено, что стандартные средства языка Openmodelica не позволяют решить поставленную задачу, так как этот язык представляет иную парадигму программирования - декларативную.