Лабораторная работа №4

Модель гармонических колебаний

Шестаков Д. С.

04 марта 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

Докладчик

- Шестаков Дмитрий Сергеевич
- студент группы НКНбд-01-20
- Факультет физико-математических и естественных наук
- Российский университет дружбы народов
- dmshestakov@icloud.com
- https://github.com/tekerinkin

Вводная часть

Актуальность

- Моеделирование гармонических колебаний позволяет решить множество задач из разных разделов физики
- Данная задача отлично подходит для отработки навыков решения дифференциальных уравнений второго порядка на языках Julia и Openmodelica

Объект и предмет исследования

- Модель гармонических колебаний
- Язык программирования Julia
- Язык программирования Openmodelica

Цели и задачи

- Построить фазовый портрет для колебаний без затухания
- Построить фазовый портрет для колебаний с затуханием
- Построить фазовый портрет для колебаний с затуханием под действием внешней силы

Материалы и методы

- Язык программирования Julia
- Язык программирования Modelica
- Пакеты Plots, DifferentialEquations

Ход работы

Колебания без затухания

- Выписали уравнение, в нашем случае

$$\ddot{x} + 2x = 0$$

- Преобразовали в систему

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -2x \end{cases}$$

- Записали начальные условия

$$\begin{cases} x(0) = 1.5 \\ y(0) = 1.1 \end{cases}$$

```
  function ode_fn_1(du, u, p, t)
    x, y = u
    du[1] = y
    du[2] = -2*x
end
t_begin = 0.0
t_end = 44
tspan = (t_begin, t_end)
x_init = 1.5
y_init = 1.1
prob1 = ODEProblem(ode_fn_1, [x_init, y_init], tspan)
sol1 = solve(prob1, Tsit5(), reltol=1e-16, abstol=1e-16)
```

```
model Oscilliator
  Real x, y, t;
initital equation
  x = 1.5;
  y = 1.1;
  t = 0;
equation
  der(t) = 1;
  der(x) = y;
  der(y) = -2*x;
end
```

Результаты

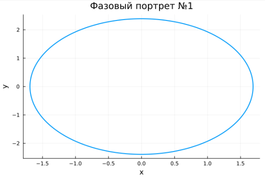

Рис. 1: Фазовый портрет №1(Julia)

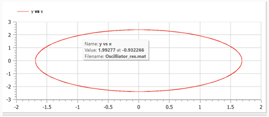

Рис. 2: Фазовый портрет №1(OM)

- Выписали уравнение, в нашем случае

$$\ddot{x} + 3\dot{x} + 3x = 0$$

- Преобразовали в систему

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -3x - 3y \end{cases}$$

- Записали начальные условия

$$\begin{cases} x(0) = 1.5 \\ y(0) = 1.1 \end{cases}$$

```
  function ode_fn_2(du, u, p, t)
    x, y = u
    du[1] = y
    du[2] = -3*x - 3*y
end
t_begin = 0.0
t_end = 44
tspan = (t_begin, t_end)
x_init = 1.5
y_init = 1.1
prob2 = ODEProblem(ode_fn_2, [x_init, y_init], tspan)
sol2 = solve(prob2, Tsit5(), reltol=1e-16, abstol=1e-16)
```

Решение на языке Modelica

```
model Oscilliator
  Real x, y, t;
initital equation
  x = 1.5;
  y = 1.1;
  t = 0;
equation
  der(t) = 1;
  der(x) = y;
  der(y) = -3*x - 3*y;
end
```

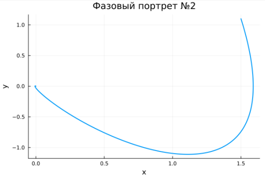

Рис. 3: Фазовый портрет №2(Julia)

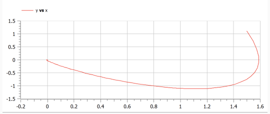

Рис. 4: Фазовый портрет №2(OM)

- Выписали уравнение, в нашем случае

$$\ddot{x} + 4\dot{x} + 4x = sin(4 * t)$$

- Преобразовали в систему

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -3x - 3y + sin(4 * t) \end{cases}$$

- Записали начальные условия

$$\begin{cases} x(0) = 1.5 \\ y(0) = 1.1 \end{cases}$$

```
  function ode_fn_3(du, u, p, t)
    x, y = u
    du[1] = y
    du[2] = -3*x - 3*y + sin(4*t)
end
t_begin = 0.0
t_end = 44
tspan = (t_begin, t_end)
x_init = 1.5
y_init = 1.1
prob3 = ODEProblem(ode_fn_3, [x_init, y_init], tspan)
sol3 = solve(prob3, Tsit5(), reltol=1e-16, abstol=1e-16)
```

```
model Oscilliator
  Real x, y, t;
initital equation
  x = 1.5;
  y = 1.1;
  t = 0;
equation
  der(t) = 1;
  der(x) = y;
  der(y) = -3*x - 3*y + sin(4*t);
end
```

Результаты

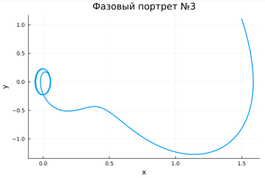

Рис. 5: Фазовый портрет №3(Julia)

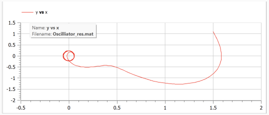

Рис. 6: Фазовый портрет №3(OM)

Вывод

Вывод

- Научились решать линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка.
- Построиили модель линейного гармонического осциллятора без затухания/ с затуханием/ с действием внешней силы.
- Построили фазовые портреты всех моделей. Увидели, что при реализации на Julia и Openmodelica портреты совпадают.
- Отработали навыки решения систем дифференциальных уравнений на языке Julia, Openmodelica