

# Лабораторная работа №8

## Модель конкуренции двух фирм

---

Шестаков Д. С.

1 апреля 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

## Информация

---

- Шестаков Дмитрий Сергеевич
- студент НКНбд-01-20
- Факультет физико-математических и естественных наук
- Российский университет дружбы народов
- dmshestakov@icloud.com
- <https://github.com/tekerinkin>

## Вводная часть

---

- Модель позволяет оценить изменение оборотных средств на счетах фирм и результаты их конкуренции
- Данная задача отлично подходит для отработки навыков решения дифференциальных уравнений второго порядка на языках Julia и Openmodelica

- Модель эффективности рекламы
- Язык программирования Julia
- Язык программирования Openmodelica

- Программно реализовать модель конкуренции двух фирм
- Построить графики изменения оборотных средств двух фирм, математическая модель которых описывается следующими уравнениями

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_1}{c_2}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$

- Язык программирования Julia
- Язык программирования Modelica
- Пакеты Plots, DifferentialEquations



## Ход работы

---

**Случай 1.** Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_1}{c_2} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

**Случай 2.** Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед  $M_1M_2$  будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0,0007\right)M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_1}{c_2}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами:

$$M_0^1 = 4.4, M_0^2 = 4$$

$$p_{cr} = 10.5, N = 28, q = 1$$

$$\tau_1 = 16, \tau_2 = 25$$

$$p_1 = 7.2, p_2 = 5.1$$

```
function ode_fn_1(du, u, p, t)
    x,y = u
    du[1] = x - (b/c1)*x*y - (a1/c1)*(x^2)
    du[2] = (c2/c1)*y - (b/c1)*x*y - (a2/c1)*(y^2)
end
init_val = [M1, M2]
t_begin = 0
t_end = 30
tspan = (t_begin, t_end)
prob = ODEProblem(ode_fn_1, init_val, tspan)
sol = solve(prob, Tsit5(), reltol=1e-16, abstol=1e-16)
x_sol = [u[1] for u in sol.u]
y_sol = [u[2] for u in sol.u]
```

```
function ode_fn_2(du, u, p, t)
    x,y = u
    du[1] = x - (b/c1 + 0.0007)*x*y - (a1/c1)*(x^2)
    du[2] = (c2/c1)*y - (b/c1)*x*y - (a2/c1)*(y^2)
end
init_val = [M1, M2]
t_begin = 0
t_end = 30
tspan = (t_begin, t_end)
prob1 = ODEProblem(ode_fn_2, init_val, tspan)
sol1 = solve(prob1, Tsit5(), reltol=1e-16, abstol=1e-16)
x_sol_1 = [u[1] for u in sol1.u]
y_sol_1 = [u[2] for u in sol1.u]
```

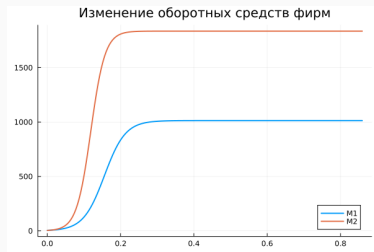


Рис. 1: Графики изменения оборотных средств в первом случае №1(Julia)

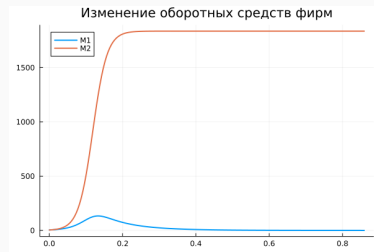


Рис. 2: Графики изменения оборотных средств в первом случае №2(Julia)

## Решение на языке Openmodelica (случай №1)

```
model Concurrency
```

```
  Real m1, m2, t;
```

```
  initial equation
```

```
    t = 0;
```

```
    m1 = 4.4;
```

```
    m2 = 4;
```

```
  equation
```

```
    der(t) = 1;
```

```
    der(m1) = m1 - ((10.5*16*7.2)/((3.3)*16*16*7.2*7.2*25*25*5.1*5.1*28))*m1*m2  
      - ((10.5*16*7.2)/(3.3*16*16*7.2*7.2*28))*m1*m1;
```

```
    der(m2) = ((5.4*16*7.2)/(3.3*25*5.1))*m2 - ((10.5*16*7.2)/((3.3)*16*16*7.2*  
      - ((10.5*16*7.2)/(3.3*25*25*5.1*5.1*28))*m2*m2;
```

```
end Concurrency;
```



## Решение на языке Openmodelica (случай №2)

```
model Concurrency
```

```
  Real m1, m2, t;
```

```
initial equation
```

```
  t = 0;
```

```
  m1 = 4.4;
```

```
  m2 = 4;
```

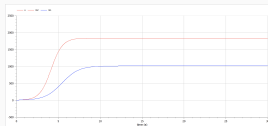
```
equation
```

```
  der(t) = 1;
```

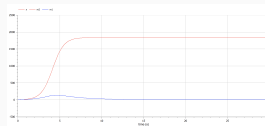
```
  der(m1) = m1 - ((10.5*16*7.2)/((3.3)*16*16*7.2*7.2*25*25*5.1*5.1*28) + 0.00  
    - ((10.5*16*7.2)/(3.3*16*16*7.2*7.2*28))*m1*m1;
```

```
  der(m2) = ((5.4*16*7.2)/(3.3*25*5.1))*m2 - ((10.5*16*7.2)/((3.3)*16*16*7.2*  
    - ((10.5*16*7.2)/(3.3*25*25*5.1*5.1*28))*m2*m2;
```

```
end Concurrency;
```



**Рис. 3:** Графики изменения оборотных средств в первом случае №1(ОМ)



**Рис. 4:** Графики изменения оборотных средств в первом случае №2(ОМ)

## Вывод

---

- Программно реализовали модель конкуренции двух фирм на языках программирования Julia и Openmodelica.
- Построили графики изменения оборотных средств фирм, математическая модель которых описывается следующими уравнениями

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_1}{c_2}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$