

Teil I

Themenfeld 12.1 - Gleichstromnetzanalyse

Inhalt

Zweipoltheorie (Pflicht)

Spannungsteiler

Überlagerungsverfahren nach Helmholtz
(Pflicht)

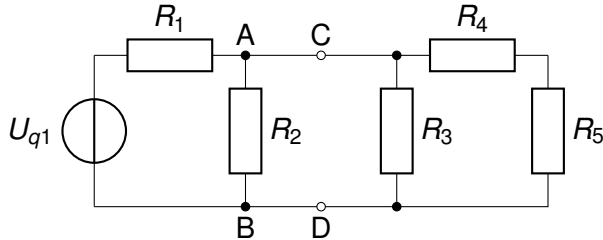
Dreieck \leftrightarrow Stern-Umwandlung (Pflicht)

Knoten- und Maschengleichungen
(Pflicht)

Pflicht-Themen, die noch offen sind

Zweipole

In der Schaltung unten sollen die Widerstände R_3 bis R_5 als ein virtuelles Bauteil dargestellt werden.



Werte für Berechnung

$$R_1 = 10\Omega$$

$$R_2 = 20\Omega$$

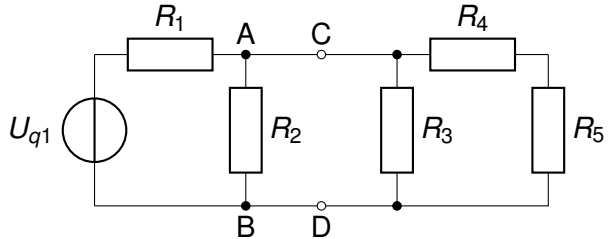
$$R_3 = 30\Omega$$

$$R_4 = 40\Omega$$

$$R_5 = 50\Omega$$

$$U_{q1} = 5V,$$

$$U_{q2} = 12V$$



Berechnung des Ersatzwiderstands

$$R_{45} = R_4 + R_5 \quad (1)$$

$$R_{45} = 40\Omega + 50\Omega \quad (2)$$

$$R_{45} = 90\Omega \quad (3)$$

$$\frac{1}{R_{3||45}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{45}} \quad (4)$$

$$\frac{1}{R_{3||45}} = \frac{1}{30\Omega} + \frac{1}{90\Omega} \quad (5)$$

$$R_{3||45} = 22,5\Omega \quad (6)$$

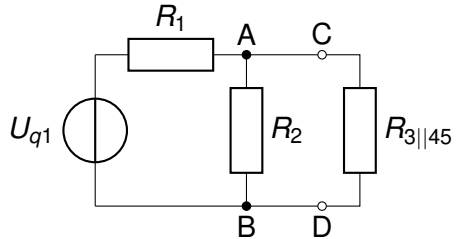


Abbildung: Berechnung des Ersatzwiderstands

Übungen zu Zweipole I

Berechnen Sie jeweils den Ersatzwiderstand zwischen den Klemmen C und D zur Schaltung unten.

a $R_1 = R_2 = 220\Omega$ $R_3 = R_5 = 230\Omega$ $R_4 = 470\Omega$

b $R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = 230\Omega$ $R_4 = 560\Omega$

c $R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 150\Omega$ $R_3 = 120\Omega$

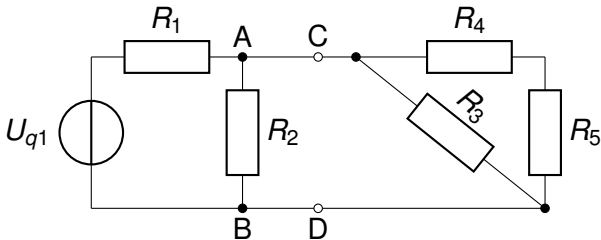


Abbildung: Schaltung zu Übung Ersatzzweipol - Teil 1

Übungen zu Zweipole II

Berechnen Sie jeweils den Ersatzwiderstand zwischen den Klemmen C und D zur Schaltung unten.

a $R_1 = R_2 = 220\Omega$ $R_3 = R_5 = 230\Omega$ $R_4 = 470\Omega$

b $R_1 = R_2 = R_3 = 150\Omega$ $R_5 = 230\Omega$ $R_4 = 560\Omega$

c $R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 150\Omega$ $R_3 = 120\Omega$

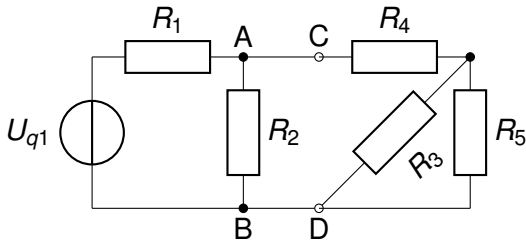
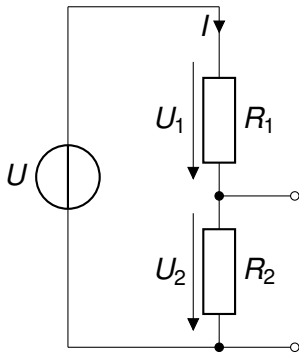


Abbildung: Schaltung zu Übung Ersatzzweipol - Teil 2

Spannungsteiler



$$U = U_1 + U_2 \quad (7)$$

$$I = \frac{U}{R_{ges}} = \frac{U}{R_1 + R_2} \quad (8)$$

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} \quad (9)$$

$$U_2 = I * R_2 \quad (10)$$

$$U_2 = \frac{U}{R_{ges}} * R_2 \quad (11)$$

$$U_2 = \frac{U}{R_1 + R_2} * R_2 \quad (12)$$

$$\frac{U_2}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (13)$$

Übungsaufgaben zu Spannungsteiler

U [V]	R ₁ [Ω]	R ₂ [Ω]	I _{R1}	I _{R2}
5	220	330		
12	220	470		
12	220		12 mA	
12	470			10,4 mA
	560	120	22 mA	
	470	1,5k	3,3 mA	

Inhalt

Zweipoltheorie (Pflicht)

Spannungsteiler

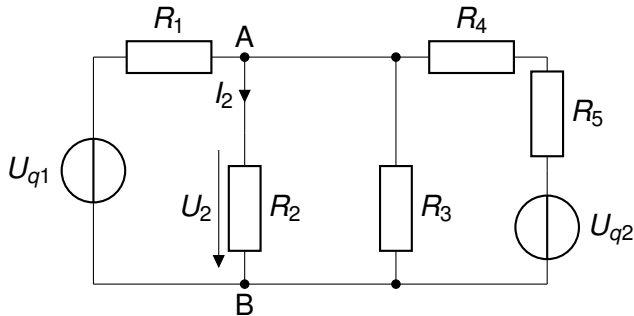
Überlagerungsverfahren nach Helmholtz (Pflicht)
Aufgaben zu Überlagerung

Dreieck \leftrightarrow Stern-Umwandlung (Pflicht)

Knoten- und Maschengleichungen (Pflicht)

Pflicht-Themen, die noch offen sind

Zwei Spannungsquellen U_1 und U_2



$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega$$

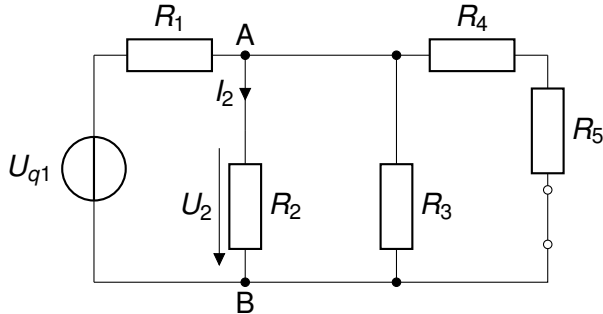
$$R_3 = 30\Omega, R_4 = 40\Omega$$

$$R_5 = 50\Omega$$

$$U_{q1} = 5\text{ V}, U_{q2} = 12\text{ V}$$

Abbildung: Überlagerung, Schaltung 1, Zwei Quellen aktiv

Zwei Spannungsquellen U_1 und U_2



$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega$$

$$R_3 = 30\Omega, R_4 = 40\Omega$$

$$R_5 = 50\Omega$$

$$U_{q1} = 5\text{ V}, U_{q2} = 12\text{ V}$$

Abbildung: Nur Quelle eins aktiv

Berechnung Ersatzwiderstand I

$$U_{2'} = I_2 * R_2 || R_3 || R_4 + R_5 \quad (14)$$

$$U_{2'} = I_2 * \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5}} \quad (15)$$

I_2 ist nicht bekannt.

Berechnung Ersatzwiderstand II

$$U_{q1} = U_1 + U_2 \quad (16)$$

$$U_2 = U_{q1} * \frac{R_2 || R_3 || R_{45}}{R_1 + R_2 || R_3 || R_{45}} \quad (17)$$

Einsetzen I

$$U_{2'} = U_{q1} * \frac{R_2 || R_3 || R_{45}}{R_1 + R_2 || R_3 || R_{45}} \quad (18)$$

$$U_{2'} = U_{q1} * \frac{\frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5}}}{R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5}}} \quad (19)$$

$$(20)$$

Einsetzen II

$$U_{2'} = U_{q1} * \frac{R_2 || R_3 || R_{45}}{R_1 + R_2 || R_3 || R_{45}}$$

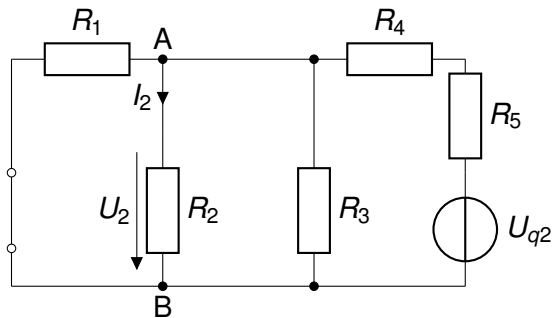
$$U_{2'} = U_{q1} * \frac{\frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5}}}{R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5}}}$$

$$U_{2'} = 5 \text{ V} * \frac{10,59 \Omega}{10 \Omega + 10,59 \Omega} \quad (21)$$

$$U_{2'} = 5 \text{ V} * 0,514 \quad (22)$$

$$U_{2'} = 2,57 \text{ V} \quad (23)$$

Zwei Spannungsquellen U_1 und U_2



$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega$$

$$R_3 = 30\Omega, R_4 = 40\Omega$$

$$R_5 = 50\Omega$$

$$U_{q1} = 5\text{ V}, U_{q2} = 12\text{ V}$$

Abbildung: Nur Quelle zwei aktiv

Quelle 2, Einsetzen I

$$U_{2''} = U_{q2} * \frac{\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}}{R_4 + R_5 + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}} \quad (24)$$

(25)

Quelle 2, Einsetzen II

$$U_{2''} = U_{q2} * \frac{\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}}{R_4 + R_5 + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}} \quad (26)$$

$$U_{2''} = 12 \text{ V} * \frac{\frac{1}{\frac{1}{10 \Omega} + \frac{1}{20 \Omega} + \frac{1}{30 \Omega}}}{40 \Omega + 50 \Omega + \frac{1}{\frac{1}{10 \Omega} + \frac{1}{20 \Omega} + \frac{1}{30 \Omega}}} \quad (27)$$

$$U_{2''} = 12 \text{ V} * 0,057 \quad (28)$$

$$U_{2''} = 0,685 \text{ V} \quad (29)$$

Addition

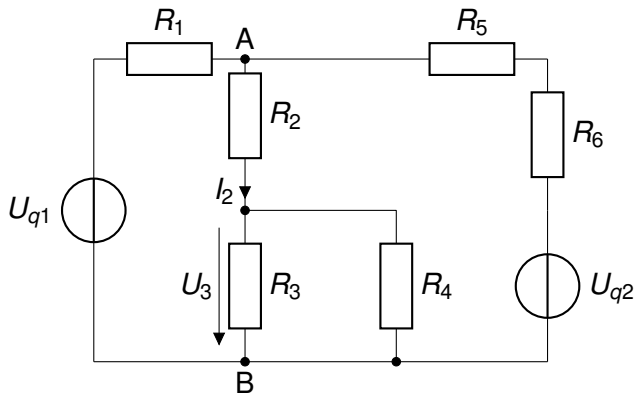
Zum Abschluss werden die beiden Teilspannungen addiert.

$$U_2 = U_{2'} + U_{2''} \quad (30)$$

$$U_2 = 2,57 \text{ V} + 0,685 \text{ V} \quad (31)$$

$$U_2 = 3,26 \text{ V} \quad (32)$$

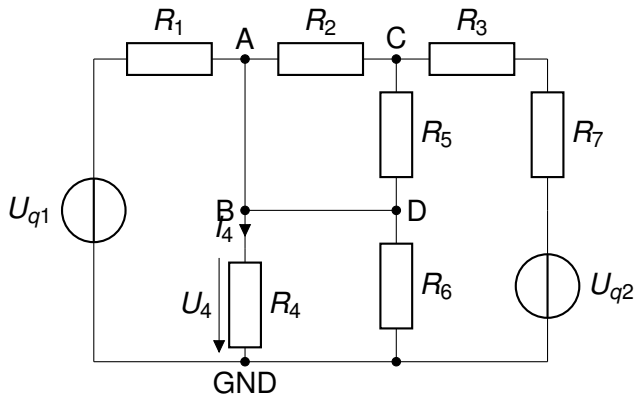
Schaltung 2



$$\begin{aligned} R_1 &= 100\Omega, R_2 = 220\Omega \\ R_3 &= 270\Omega, R_4 = 470\Omega \\ R_5 &= 560\Omega, R_6 = 180\Omega \\ U_{q1} &= 12\text{ V}, U_{q2} = 15\text{ V} \end{aligned}$$

Abbildung: Überlagerung, Schaltung 2

Schaltung 3



$$\begin{aligned} R_1 &= 100 \, \Omega, & R_2 &= 220 \, \Omega \\ R_3 &= 270 \, \Omega, & R_4 &= 470 \, \Omega \\ R_5 &= 470 \, \Omega, & R_6 &= 560 \, \Omega \\ R_7 &= 120 \, \Omega \\ U_{q1} &= 12 \, \text{V}, & U_{q2} &= 15 \, \text{V} \end{aligned}$$

Abbildung: Überlagerung, Schaltung 3

Inhalt

Zweipoltheorie (Pflicht)

Spannungsteiler

Überlagerungsverfahren nach Helmholtz (Pflicht)

Dreieck \leftrightarrow Stern-Umwandlung (Pflicht)

Knoten- und Maschengleichungen (Pflicht)

Pflicht-Themen, die noch offen sind

Messbrücke

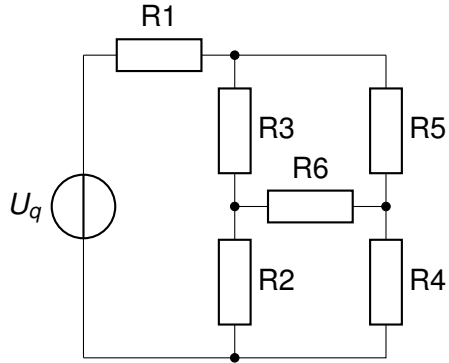


Abbildung: Messbrücke

Messbrücke

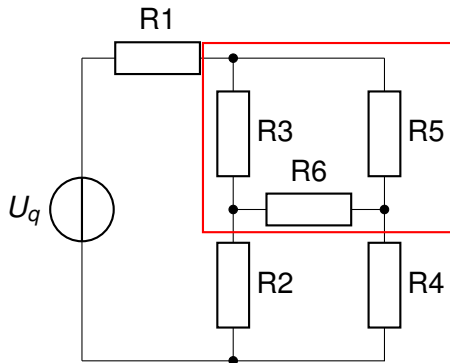
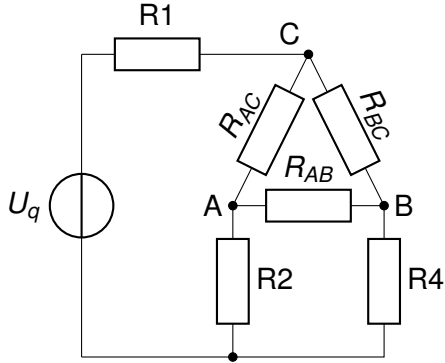


Abbildung: Messbrücke

Messbrücke - Stern-Dreieck



$$R_{AC} = R_3$$

$$R_{AB} = R_6$$

$$R_{BC} = R_5$$

Abbildung: Messbrücke

Umwandlung Dreieck -> Stern

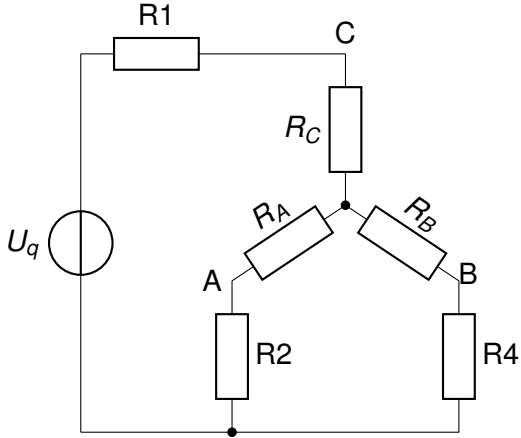


Abbildung: Messbrücke

Umwandlung Dreieck -> Stern

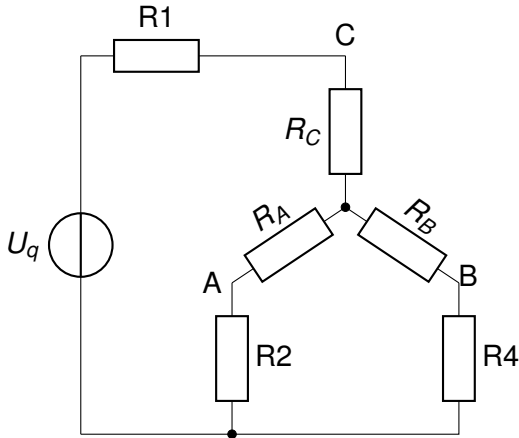


Abbildung: Messbrücke

$$R_A = \frac{R_{AC} \cdot R_{AB}}{R_{AC} + R_{AB} + R_{BC}}$$

$$R_B = \frac{R_{AB} \cdot R_{BC}}{R_{AC} + R_{AB} + R_{BC}}$$

$$R_C = \frac{R_{AC} \cdot R_{BC}}{R_{AC} + R_{AB} + R_{BC}}$$

Umwandlung - Stern- > Dreieck

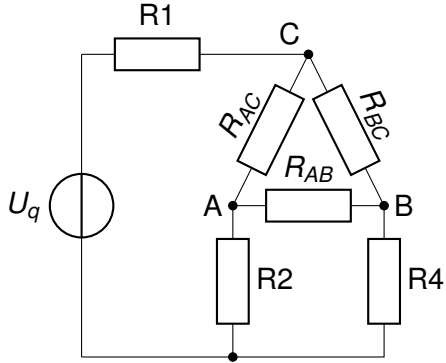


Abbildung: Messbrücke

Umwandlung - Stern- > Dreieck

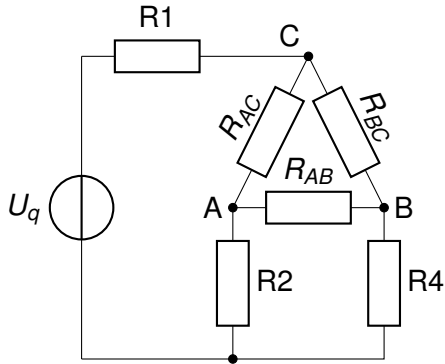


Abbildung: Messbrücke

$$R_{AB} = \frac{R_A \cdot R_B}{R_C} + R_A + R_B$$

$$R_{AC} = \frac{R_A \cdot R_C}{R_B} + R_A + R_C$$

$$R_{BC} = \frac{R_B \cdot R_C}{R_A} + R_B + R_C$$

Aufgabe: Messbrücke

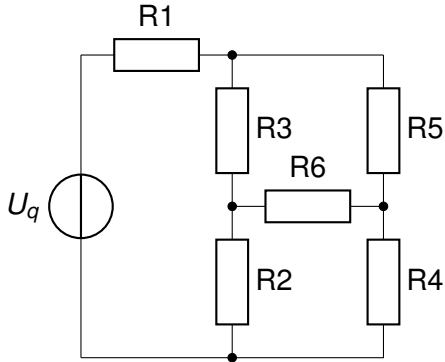


Abbildung: Messbrücke

$$R_1 = 220 \, \Omega$$

$$R_2 = 470 \, \Omega$$

$$R_3 = 330 \, \Omega$$

$$R_4 = 330 \, \Omega$$

$$R_5 = 560 \, \Omega$$

$$R_6 = 390 \, \Omega$$

$$U_q = 5 \, V$$

$$R_4 = R_{\text{Mess}}$$

gesucht: Strom und Spannung an R_6 , R_4 und R_5

Lösung zu Messbrücke

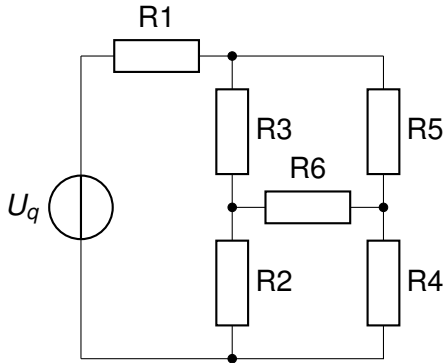


Abbildung: Messbrücke

$$R_1 = 220 \, \Omega$$

$$R_2 = 470 \, \Omega$$

$$R_3 = 330 \, \Omega$$

$$R_4 = 330 \, \Omega$$

$$R_5 = 560 \, \Omega$$

$$R_6 = 390 \, \Omega$$

$$U_q = 5 \, V$$

$$I_4 = 4,2 \, mA, \quad I_5 = 3,3 \, mA, \quad I_6 = 890 \, \mu A$$

$$U_4 = 1,4 \, V,$$

$$U_5 = 3,6 \, V,$$

$$U_6 = 0,35 \, V$$

Inhalt

Zweipoltheorie (Pflicht)

Spannungsteiler

Überlagerungsverfahren nach Helmholtz (Pflicht)

Dreieck \leftrightarrow Stern-Umwandlung (Pflicht)

Knoten- und Maschengleichungen (Pflicht)

Pflicht-Themen, die noch offen sind

Schaltung - Maschen

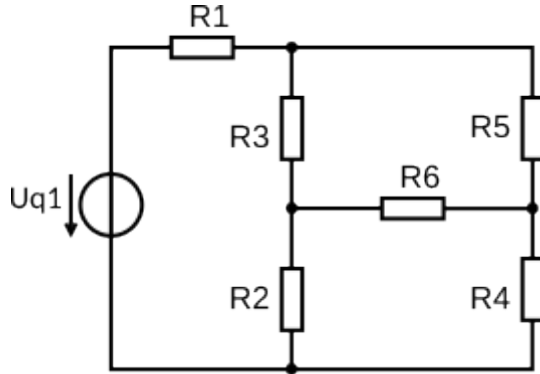


Abbildung: Messbrücke

Schaltung - Maschen

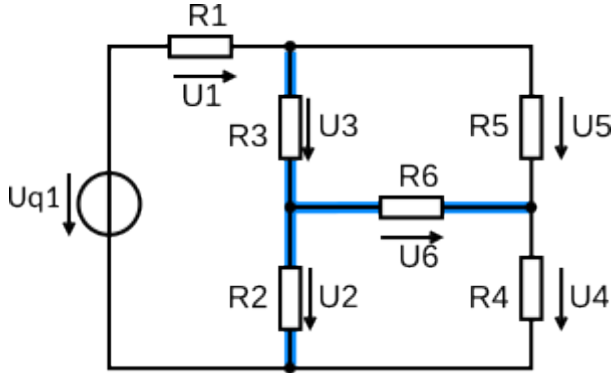


Abbildung: Messbrücke mit vollständigem Baum

Schaltung - Maschen

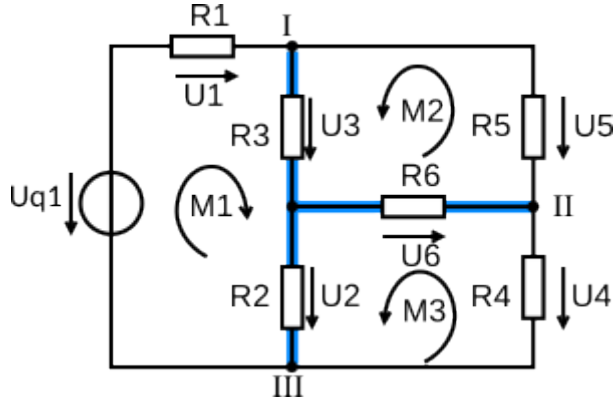


Abbildung: Messbrücke mit vollständigem Baum und Maschen

Gleichungen für Maschen und Knoten

$$M_1 : -U_{q1} + U_1 + U_3 + U_2 = 0 \quad (33)$$

$$M_2 : U_3 + U_6 - U_5 = 0 \quad (34)$$

$$M_3 : U_2 - U_6 - U_4 = 0 \quad (35)$$

$$(36)$$

Knotengleichungen:

$$I: I_1 - I_3 - I_5 = 0 \quad (37)$$

$$II: I_3 - I_2 - I_6 = 0 \quad (38)$$

$$III: I_2 + I_4 - I_1 = 0 \quad (39)$$

Berechnung der Ströme

$$-U_{q1} + I_1 * R_1 + I_3 * R_3 + I_2 * R_2 = 0 \quad (40)$$

$$I_3 * R_3 + I_6 * R_6 - I_5 * R_5 = 0 \quad (41)$$

$$I_2 * R_2 - I_6 * R_6 - I_4 * R_4 = 0 \quad (42)$$

LGS aufstellen

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ R_1 & R_2 & R_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & R_5 & R_6 \\ 0 & R_2 & 0 & R_4 & 0 & R_6 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ U_{q1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$R_1 = 220\Omega, R_2 = 470\Omega, R_3 = 330\Omega, R_4 = 330\Omega, R_5 = 560\Omega, R_6 = 390\Omega$$

$$U_q = 5\text{ V}$$

Gekürzte Darstellung der Matrix

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ R_1 & R_2 & R_3 & 0 & 0 & 0 & Uq1 \\ 0 & R_2 & 0 & R_4 & 0 & R_6 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & R_5 & R_6 & 0 \end{array} \right)$$

Stufenform - Beispiel

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Pflicht-Themen, die noch offen sind

Folgende Themen sind gemäß Prüfungserlass für die Prüfung 2026 Pflicht, aber noch nicht ausgearbeitet.

- Kreisstromverfahren
- Knotenspannungsverfahren

Die Themen folgen demnächst hier.