# Arbeitsunterlagen zu FOS Elektrotechnik Themenfeld 12.6

## Elektrisches und magnetisches Feld

Thomas Maul

Brühlwiesenschule, Hofheim

V 0.2.0 - im Aufbau
Stand: 17. Januar 2026

# Teil

# Teil

# Inhalt

Überlagerung von elektrischen Feldern
Kondensator Auf- und Entladung
Pflicht-Themen, die noch offen sind

# Elektronen und Atome

- Die Materie besteht aus Atomen.
- Kern: Protonen und Neutronen, Hülle: Elektronen
- Bei Leitern: Elektronen ‚mobil', bei Nichtleitern fest(er)
- Reibung von 2 Nichtleitern (Stoff und Glasstab)$\Rightarrow$ Ladungstrennung

# Katze mit Styroporflocken

Abbildung: Katze mit Styroporflocken

1

[1]Quelle: Von Original image: Sean McGrath from Saint John, NB, CanadaDerived image: Black Rainbow 999 - Diese Datei ist ein Ausschnitt aus einer anderen Datei, CC BY 2.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=60287175

# Anziehung und Abstoßung von Ladungen

- gleichnamige Ladungen stoßen sich ab.
- ungleichnamige Ladungen ziehen sich an.
- bei Elektrostatik gibt es keine Bewegung, nur Kräfte

# Inhalt

# Energieerhaltung und Einheit

- Energieerhaltung
- Elektrische Ladung Coulomb (C) gemessen
- $1C = 1As$.
- Elementarladung $e = 1,602 * 10^{-19}C$
- Kräfte zwischen Ladungen
- Anziehung (+ > < -) und
  Abstoßung (+ < > +), (- < > -)

# Inhalt

# Abmaße von Ladungen

**Punktlandung** unendlich klein

**Linienladung** dünne Linie, z. B. Draht

**Flächenladung** gleichmäßig auf der Fläche

**Raumladung** gleichmäßig im Raum

Reihenschaltung höhere Spannung, selbe Kapazität

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \tag{1}$$

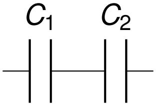



Abbildung: Zwei Kondensatoren in Reihenschaltung

## Parallelschaltung Erhöhung der Kapazität ($\sum$)

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \tag{2}$$

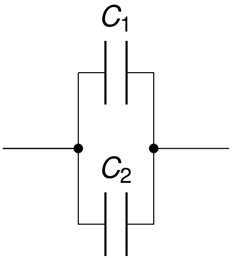
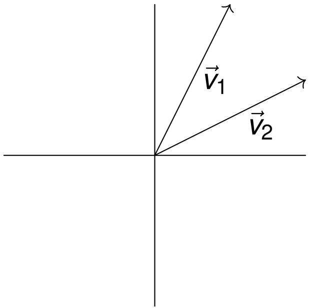



Abbildung: Zwei Kondensatoren in Parallelschaltung

# Inhalt

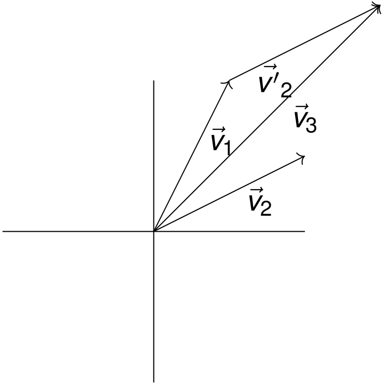
# Vektoren




$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Abbildung: Zwei Vektoren in zweidimensionalen Raum

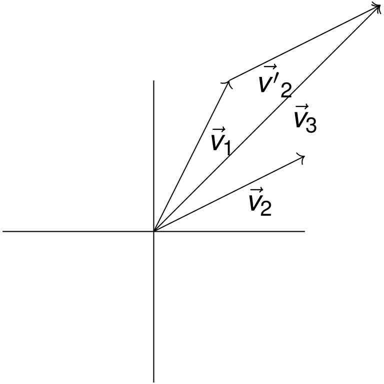
# Addition von Vektoren




$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{v'}_2 = \vec{v}_2 \text{ und } \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Abbildung: Zwei Vektoren in zweidimensionalen Raum

# Länge / Betrag eines Vektors




$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, |\vec{v}_1| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$
$$|\vec{v}_1| = \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{5}$$

Abbildung: Zwei Vektoren in zweidimensionalen Raum

# Kraft als Vektor, Spannung

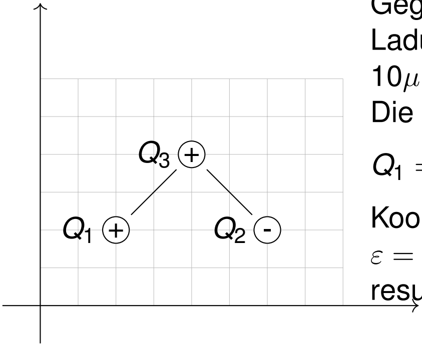
- Kraft $\widehat{=}$ Vektor
- Richtung, Betrag
- Addition ($\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$), jeweils x, y, z-Komponente
- Spannung $\widehat{=}$ Potenzial zwischen 2 Punkten
  … auch im Raum (E-Feld)

# Kraft auf Ladung

- Abhängig von Ladung Q und Abstand zur Ladung
- $\vec{F} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$
- $\vec{F} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot r^2} \vec{e}^2$
  $\vec{e}$ = Einheitsvektor (Länge = 1, für Richtung relevant)

# Kraft auf eine Ladung

## Aufgaben




Gegeben seien drei Ladungen $Q_1$, $Q_2$ und $Q_3$. Alle Ladungen sind ideal punktförmig und haben den Wert $10\mu C$.
Die Ladungen befinden sich an folgenden Punkten:
$Q_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $Q_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $Q_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Das Koordinatensystem ist im m skaliert (eine Einheit = 1 m).
$\varepsilon = \varepsilon_0 = 8,85 - 10^{-12} \frac{As}{Vm}$ Berechnen Sie die resultierende Kraft auf $Q_3$, die von $Q_1$ und $Q_2$ ausgeht.

# Elektrische Feldstärke

- Abhängig von Ladung Q und Abstand zur Ladung
- $\vec{F} = \frac{Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot r^2} Q_1$ Kraft von $Q_2$ auf $Q_1$.
- $\vec{F} = \vec{E} \cdot Q_1$
- $\vec{E} = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon}$

# Elektrische Feldstärke

## Aufgaben

Berechnen Sie die Kraft $F_{12}$ von $Q_2$ auf $Q_!$.

1. $Q_1 = Q_2 = 10\ \mu C$. Der Abstand sei 1,2 m.
2. $Q_1 = 5\,\mu C$, $Q_2 = 10\ \mu C$ Abstand = 1 m
3. $Q_1 = 5\,\mu C$, $Q_2 = 10\ \mu C$ Abstand = 1,5 m

$\vec{F} = \frac{Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot r^2} Q_1$

# Überlagerung von elektrischen Feldern

- E-Felder beeinflussen sich.
- Vektorielle Addition am Punkt.
- $V_{res} = V_1 + V_2$
- $V_{res} = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 22 \end{pmatrix}$
- $\vec{E} = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon} \cdot \vec{e}^2$
- $|\vec{v}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$

# Überlagerung von elektrischen Feldern

## Aufgaben

Berechnen Sie das resultierende Feld am Schnittpunkt.

1. $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -9 \\ 6 \end{pmatrix}, Q_1 = 10\mu C, Q_2 = 20\mu C, \varepsilon = \varepsilon_0$ $Q_1$ befindet sich an $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $Q_2$ an $\begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$

# Aufgaben E-Feld - Überlagerung

1. Berechne das elektrische Feld an folgenden Punkten $P_n$.
2. Zeichne zusätzlich die Feldlinien quantitativ, Feld von Q1, Feld von Q2 und resultierendes Feld.

$$Q_1 = 3\ nC, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} Q_2 = -10\ nC, \begin{pmatrix} 2\ m \\ 0\ m \end{pmatrix}$$

$$P_1 = \begin{pmatrix} 1\ m \\ 0\ m \end{pmatrix} P_2 = \begin{pmatrix} 2\ m \\ 0\ m \end{pmatrix} P_3 = \begin{pmatrix} 0.5\ m \\ 0,5\ m \end{pmatrix} P_4 = \begin{pmatrix} 0,5\ m \\ 0\ m \end{pmatrix} P_5 = \begin{pmatrix} 1\ m \\ 2\ m \end{pmatrix}$$

# Kondensator - Eigenschaften

- Kondensatorplatten haben (große) Fläche.
- Zwischen Platten ist Luft / Dielektrikum (nicht Leitfähig)
- Durch den Kondensator fließt kein (Gleich-)Strom.

# Ladung eines Kondensators I

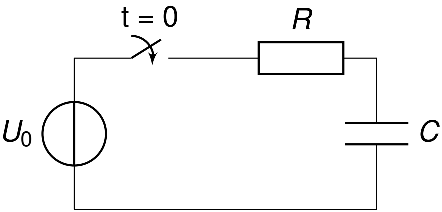



Abbildung: Reihenschaltung von Widerstand und Kondensator

- Anfangszustand: Kondensator ist leer (ungeladen - auf beiden Platten selbe Anzahl Ladungen)
- Verbindung mit Spannungsquelle (t = 0) - Kondensator lädt sich auf - Anzahl der Ladungen verschiebt sich.
- Dauer: i.d.R wenige Millisekunden bis einige Sekunden (abhängig von R und C)

# Ladung eines Kondensators II

$$\tau = R \cdot C \tag{3}$$

$$\tau = 1k\Omega \cdot 330\mu F \tag{4}$$

$$\tau = 330mS \tag{5}$$

# Ladung eines Kondensators III

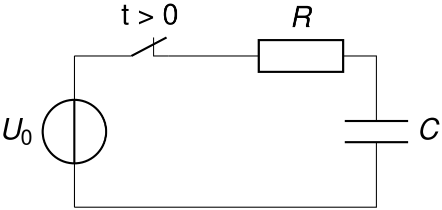



Abbildung: Reihenschaltung von Widerstand und Kondensator

- Kondensator lädt sich auf.
- Strom fließt durch R.
- $u_c(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
  $\tau = R \cdot C$

# Ladung eines Kondensators IV

## Spannung bestimmen

| Zeitpunkt | Spannung an C |
|---|---|
| $t = \tau$ | $= 0,63 \cdot U_0$ |
| $t = 2\tau$ | $= 0,86 \cdot U_0$ |
| $t = 3\tau$ | $= 0,95 \cdot U_0$ |
| $t = 4\tau$ | $= 0,98 \cdot U_0$ |
| $t = 5\tau$ | $= 0,99 \cdot U_0 \Rightarrow \approx U_0$ |

mit R und C = 1, $U_{max} \hat{=} U_0$

$u_C(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$i_C(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

$\tau = R \cdot C$

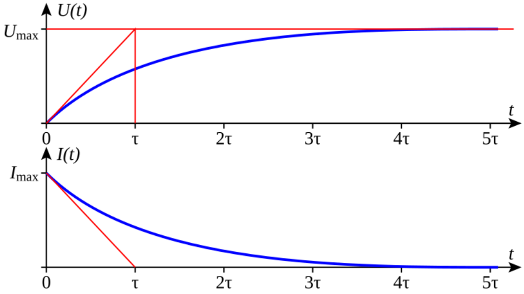



Abbildung: Von Honina.Frank Murmann at de:Wp via Wikipedia (abgerufen: 06.01.26)

# Aufladen eines Kondensators

## Zeit bestimmen

gesucht: t

$$u_c(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})| : U_0 \tag{6}$$

$$\frac{u_c(t)}{U_0} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}| - 1, \cdot (-1) \tag{7}$$

$$1 - \frac{u_c(t)}{U_0} = e^{-\frac{t}{\tau}}|ln() \tag{8}$$

$$ln\left(1 - \frac{u_c(t)}{U_0}\right) = -\frac{t}{\tau}| \cdot (-\tau) \tag{9}$$

$$-\tau \cdot ln\left(1 - \frac{u_c(t)}{U_0}\right) = t \tag{10}$$

$\tau = R \cdot C,\ ln(x)$ ist Umkehrfunktion zu $e^x$

# Aufgaben - Laden des Kondensators

| $U_0$ | $U_c$ | $\tau$ | t | R | C |
|---|---|---|---|---|---|
| 12 V | $U_c(t)$ | | 100 mS, 220 mS, 3$\tau$, 1 S | 1 $k\Omega$ | 220 $\mu F$ |
| 12 V | $U_c(t)$ | 0,484 S | 2$\tau$, 2 S, 4 S | | 220 $\mu F$ |
| 12 V | $U_c(t)$ | 1,034 S | $0,5\tau$, $\tau$, 4 S | $2,2\ k\Omega$ | |
| | 8,56 V | | 600 mS | $1,2\ k\Omega$ | 560$\mu F$ |

- berechnen die fehlenden Parameter($\tau$, R, C, $U_0$) und $U_C(t)$
- Bei Widerstandswerten und Kondensatorwerten sind jeweils Werte der E12-Reihe zu bestimmen.
- $U_c(t)$ = berechne alle Spannungen für $U_c$ zu den angegebenen Zeitpunkten t.
- Als weitere Übungsmöglichkeit: $U_0$ = 15 V; 18 V; 20 V; 24 V.

# Entladen des Kondensators

- Spannung fällt von $U_{max}$ auf 0 V
- Strom fließt „umgekehrt“
- nach $5\tau$ gilt der Kondensator als entladen.

$$u_c(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{11}$$

$$i_c(t) = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{12}$$

# Beispiel: C laden „ohne“ Vorwiderstand

Wie groß ist i(0+ = 1 mS), wenn folgendes gegeben ist:

- ideale Spannungsquelle
- R = 1 $m\Omega$
- C = 10$\mu$F

# Beispiel: C laden „ohne“ Vorwiderstand

Wie groß ist i(0+ = 1 mS), wenn folgendes gegeben ist:

- ideale Spannungsquelle
- R = 1 $m\Omega$
- C = 10$\mu$F
- $\tau = R \cdot C$
- $\tau = 1 \cdot 10^{-9} s$
- $i_c(t) = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $i_c(t) = -\frac{5\ V}{1\ m\Omega} \cdot e^{-\frac{1\ mS}{1\ nS}}$
- $i_c(t = 1\ mS) \approx 5\ kA$

# Pflicht-Themen, die noch offen sind

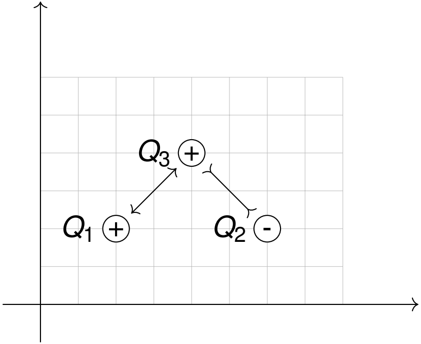
Folgende Themen sind gemäß Prüfungserlass für die Prüfung 2026 Pflicht, aber noch nicht ausgearbeitet.

- Induktion
  Magnetischer Fluss (Phi)
  Flussdichte (B)
- Spule
  Ein- und Ausschaltvorgang

Die Themen folgen demnächst hier.

# Anhang

# Zu Folie 20



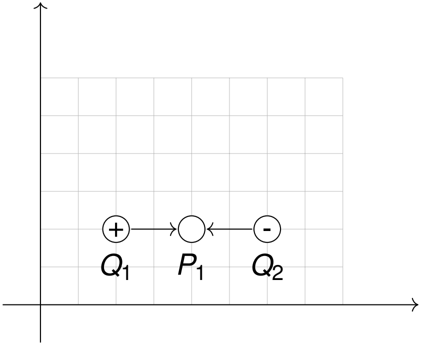

$$F_{31} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2}$$
$$F_{31} = \frac{10 \mu C^2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \sqrt{2} m^2}$$
$$F_{31} = \frac{10 \mu As^2}{4 \cdot \pi \cdot 8{,}85 * 10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot \sqrt{2} m^2}$$

$|F_{31}| = 0,64N$. Da $Q_1$, $Q_2$ und $Q_3$ gleich groß sind und der Abstand ebenfalls gleich ist, ist $F_{32} = 0,64N$ $|F_{31}| = 0,64N$. Da $Q_1$, $Q_2$ und $Q_3$ gleich groß sind und der Abstand ebenfalls gleich ist, ist $F_{32} = 0,64N$

# zu Folie24

Abstand $Q_1 - P_1 : P_1 - Q_1 =$

$$\begin{pmatrix} 1\,m \\ 0\,m \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0\,m \\ 0\,m \end{pmatrix} = \sqrt{1\,m^2 + 0\,m^2} = 1\,m$$




$$E = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon}$$

$$E_{p1_{q1}} = \frac{Q_1}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon_0}$$

$$E_{p1_{q1}} = \frac{3\,nC}{4 \cdot \pi \cdot 1\,m^2 \cdot \varepsilon_0}$$

$$E_{p1_{q1}} = \frac{3\,nAs}{4 \cdot \pi \cdot 1\,m^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}\,\frac{As}{Vm}}$$

$$E_{p1_{q1}} = 26,9\,\frac{V}{m}$$

$$E = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon}$$

$$E_{p1_{q2}} = \frac{Q_1}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon_0}$$

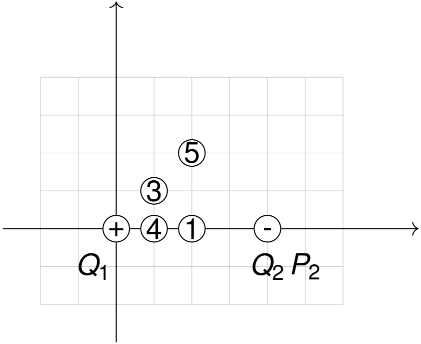
$$E_{p1_{q2}} = \frac{-10\ nC}{4 \cdot \pi \cdot 1\ m^2 \cdot \varepsilon_0}$$

$$E_{p1_{q1}} = \frac{-10\ nAs}{4 \cdot \pi \cdot 1\ m^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}\,\frac{As}{Vm}}$$

$$E_{p1_{q2}} = -98,82\ \frac{V}{m}$$

$$E_{p1} = 26,9\frac{V}{m} - 98,82\ \frac{V}{m} = 62,92\frac{V}{m}$$

# zu Folie24, Abstand der Punkte zur Ladung



# zu Folie24, Abstand der Punkte zur Ladung