Arbeitsunterlagen zu FOS Elektrotechnik Themenfeld 12.6

Elektrisches und magnetisches Feld

Thomas Maul

Brühlwiesenschule, Hofheim

V 0.2.0 - im Aufbau
Stand: 10. Februar 2026

Übersicht

Hofheim bws

Teil I

Elektrisches Feld

Inhalt

Elektronen und Atome

- Die Materie besteht aus Atomen.
- Kern: Protonen und Neutronen, Hülle: Elektronen
- Bei Leitern: Elektronen ‚mobil', bei Nichtleitern fest(er)
- Reibung von 2 Nichtleitern (Stoff und Glasstab)$\Rightarrow$ Ladungstrennung

Katze mit Styroporflocken

Abbildung: Katze mit Styroporflocken

1

[1] Quelle: Von Original image: Sean McGrath from Saint John, NB, CanadaDerived image: Black Rainbow 999 - Diese Datei ist ein Ausschnitt aus einer anderen Datei, CC BY 2.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=60287175

Anziehung und Abstoßung von Ladungen

- gleichnamige Ladungen stoßen sich ab.
- ungleichnamige Ladungen ziehen sich an.
- bei Elektrostatik gibt es keine Bewegung, nur Kräfte

Inhalt

Energieerhaltung und Einheit

- Energieerhaltung
- Elektrische Ladung Coulomb (C) gemessen
- $1C = 1As$.
- Elementarladung $e = 1,602 * 10^{-19}C$
- Kräfte zwischen Ladungen
- Anziehung (+ > < -) und
  Abstoßung (+ < > +), (- < > -)

Inhalt

Abmaße von Ladungen

Punktlandung unendlich klein

Linienladung dünne Linie, z.B. Draht

Flächenladung gleichmäßig auf der Fläche

Raumladung gleichmäßig im Raum

Reihenschaltung höhere Spannung, selbe Kapazität

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \tag{1}$$

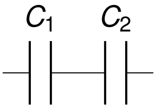


Abbildung: Zwei Kondensatoren in Reihenschaltung

Parallelschaltung Erhöhung der Kapazität ($\sum$)

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \tag{2}$$

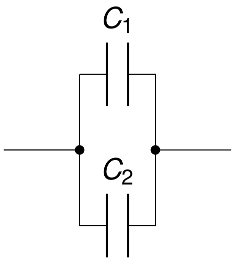
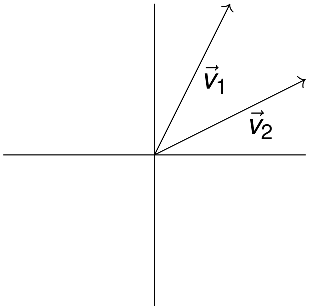


Abbildung: Zwei Kondensatoren in Parallelschaltung

Inhalt

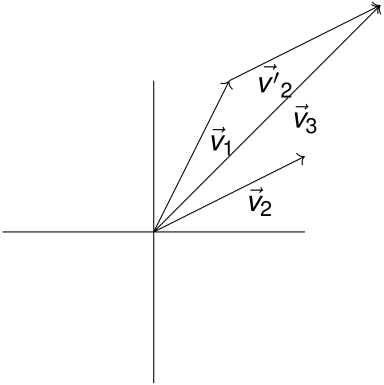
Vektoren



$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Abbildung: Zwei Vektoren in zweidimensionalen Raum

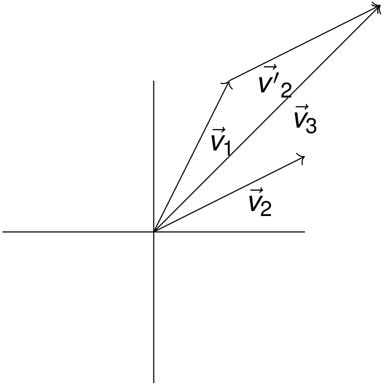
Addition von Vektoren



$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{v'}_2 = \vec{v}_2 \text{ und } \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Abbildung: Zwei Vektoren in zweidimensionalen Raum

Länge / Betrag eines Vektors



$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, |\vec{v}_1| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

$$|\vec{v}_1| = \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{5}$$

Abbildung: Zwei Vektoren in zweidimensionalen Raum

Kraft als Vektor, Spannung

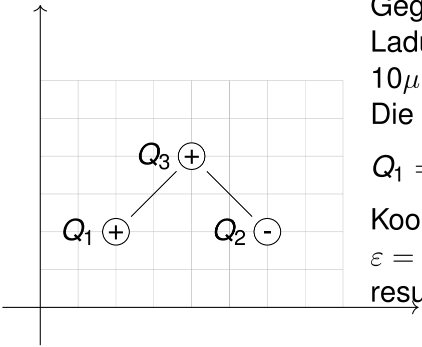
- Kraft $\widehat{=}$ Vektor
- Richtung, Betrag
- Addition ($\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$), jeweils x, y, z-Komponente
- Spannung $\widehat{=}$ Potenzial zwischen 2 Punkten
  … auch im Raum (E-Feld)

Kraft auf Ladung

- Abhängig von Ladung Q und Abstand zur Ladung
- $\vec{F} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$
- $\vec{F} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot r^2} \vec{e}^2$
  $\vec{e}$ = Einheitsvektor (Länge = 1, für Richtung relevant)

Kraft auf eine Ladung

Aufgaben



Gegeben seien drei Ladungen Q_1, Q_2 und Q_3. Alle Ladungen sind ideal punktförmig und haben den Wert $10 \mu C$.
Die Ladungen befinden sich an folgenden Punkten:
$Q_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $Q_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $Q_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Das Koordinatensystem ist im m skaliert (eine Einheit = 1 m).
$\varepsilon = \varepsilon_0 = 8,85 - 10^{-12} \frac{As}{Vm}$ Berechnen Sie die resultierende Kraft auf Q_3, die von Q_1 und Q_2 ausgeht.

Elektrische Feldstärke

- Abhängig von Ladung Q und Abstand zur Ladung
- $\vec{F} = \frac{Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot r^2} Q_1$ Kraft von Q_2 auf Q_1.
- $\vec{F} = \vec{E} \cdot Q_1$
- $\vec{E} = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon}$

Elektrische Feldstärke

Aufgaben

Berechnen Sie die Kraft F_{12} von Q_2 auf $Q_!$.

1. $Q_1 = Q_2 = 10\ \mu C$. Der Abstand sei 1,2 m.
2. $Q_1 = 5\,\mu C$, $Q_2 = 10\ \mu C$ Abstand = 1 m
3. $Q_1 = 5\,\mu C$, $Q_2 = 10\ \mu C$ Abstand = 1,5 m

$\vec{F} = \frac{Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot r^2} Q_1$

Überlagerung von elektrischen Feldern

- E-Felder beeinflussen sich.
- Vektorielle Addition am Punkt.
- $V_{res} = V_1 + V_2$
- $V_{res} = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 22 \end{pmatrix}$
- $\vec{E} = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon} \cdot \vec{e}^2$
- $|\vec{v}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$

Hofheim bws

Überlagerung von elektrischen Feldern

Aufgaben

Berechnen Sie das resultierende Feld am Schnittpunkt.

1. $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -9 \\ 6 \end{pmatrix}, Q_1 = 10\mu C, Q_2 = 20\mu C, \varepsilon = \varepsilon_0$ Q_1 befindet sich an $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, Q_2 an $\begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$

Aufgaben E-Feld - Überlagerung

1. Berechne das elektrische Feld an folgenden Punkten P_n.
2. Zeichne zusätzlich die Feldlinien quantitativ, Feld von Q1, Feld von Q2 und resultierendes Feld.

$$\text{S } Q_1 = 3\ nC, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} Q_2 = -10\ nC, \begin{pmatrix} 2\ m \\ 0\ m \end{pmatrix}$$

$$P_1 = \begin{pmatrix} 1\ m \\ 0\ m \end{pmatrix} P_2 = \begin{pmatrix} 2\ m \\ 0\ m \end{pmatrix} P_3 = \begin{pmatrix} 0.5\ m \\ 0,5\ m \end{pmatrix} P_4 = \begin{pmatrix} 0,5\ m \\ 0\ m \end{pmatrix} P_5 = \begin{pmatrix} 1\ m \\ 2\ m \end{pmatrix}$$

Kondensator - Eigenschaften

- Kondensatorplatten haben (große) Fläche.
- Zwischen Platten ist Luft / Dielektrikum (nicht Leitfähig)
- Durch den Kondensator fließt *kein* (Gleich-)Strom.

Ladung eines Kondensators I

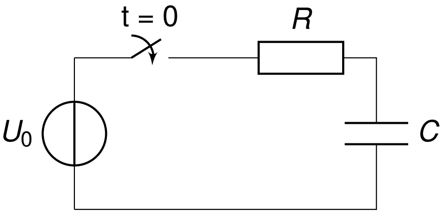


Abbildung: Reihenschaltung von Widerstand und Kondensator

- Anfangszustand: Kondensator ist leer (ungeladen - auf beiden Platten selbe Anzahl Ladungen)
- Verbindung mit Spannungsquelle (t = 0) - Kondensator lädt sich auf - Anzahl der Ladungen verschiebt sich.
- Dauer: i.d.R wenige Millisekunden bis einige Sekunden (abhängig von R und C)

Ladung eines Kondensators II

$$\tau = R \cdot C \tag{3}$$

$$\tau = 1k\Omega \cdot 330\mu F \tag{4}$$

$$\tau = 330ms \tag{5}$$

Ladung eines Kondensators III

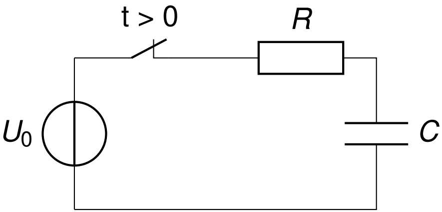


Abbildung: Reihenschaltung von Widerstand und Kondensator

- Kondensator lädt sich auf.
- Strom fließt durch R.
- $u_c(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
  $\tau = R \cdot C$

Ladung eines Kondensators IV

Spannung bestimmen

Zeitpunkt	Spannung an C
$t = \tau$	$= 0,63 \cdot U_0$
$t = 2\tau$	$= 0,86 \cdot U_0$
$t = 3\tau$	$= 0,95 \cdot U_0$
$t = 4\tau$	$= 0,98 \cdot U_0$
$t = 5\tau$	$= 0,99 \cdot U_0 \Rightarrow \approx U_0$

mit R und C = 1, $U_{max} \hat{=} U_0$

$u_C(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$i_C(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

$\tau = R \cdot C$

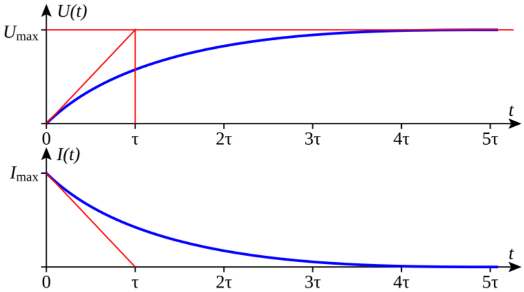


Abbildung: Von Honina.Frank Murmann at de:Wp via Wikipedia (abgerufen: 06.01.25)

Hofheim bws

Aufladen eines Kondensators

Zeit bestimmen

gesucht: t

$$u_C(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})| : U_0 \tag{6}$$

$$\frac{u_C(t)}{U_0} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}| - 1, \cdot (-1) \tag{7}$$

$$1 - \frac{u_C(t)}{U_0} = e^{-\frac{t}{\tau}}|ln() \tag{8}$$

$$ln\left(1 - \frac{u_C(t)}{U_0}\right) = -\frac{t}{\tau}| \cdot (-\tau) \tag{9}$$

$$-\tau \cdot ln\left(1 - \frac{u_C(t)}{U_0}\right) = t \tag{10}$$

$\tau = R \cdot C, \; ln(x)$ ist Umkehrfunktion zu e^x

Aufgaben - Laden des Kondensators

U_0	U_c	τ	t	R	C
12 V	$U_c(t)$		100 ms, 220 ms, 3τ, 1 s	$1\ k\Omega$	$220\ \mu F$
12 V	$U_c(t)$	0,484 s	2τ, 2 s, 4 s		$220\ \mu F$
12 V	$U_c(t)$	1,034 s	$0,5\tau$, τ, 4 s	$2,2\ k\Omega$	
	8,56 V		600 ms	$1,2\ k\Omega$	$560\mu F$

- berechnen die fehlenden Parameter(τ, R, C, U_0) und $U_C(t)$
- Bei Widerstandswerten und Kondensatorwerten sind jeweils Werte der E12-Reihe zu bestimmen.
- $U_c(t)$ = berechne alle Spannungen für U_c zu den angegebenen Zeitpunkten t.
- Als weitere Übungsmöglichkeit: U_0 = 15 V; 18 V; 20 V; 24 V.

Entladen des Kondensators

- Spannung fällt von U_{max} auf 0 V
- Strom fließt „umgekehrt“
- nach 5τ gilt der Kondensator als entladen.

$$u_c(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{11}$$

$$i_c(t) = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{12}$$

Hofheim bws

Aufgaben: Laden und Entladen des Kondensators

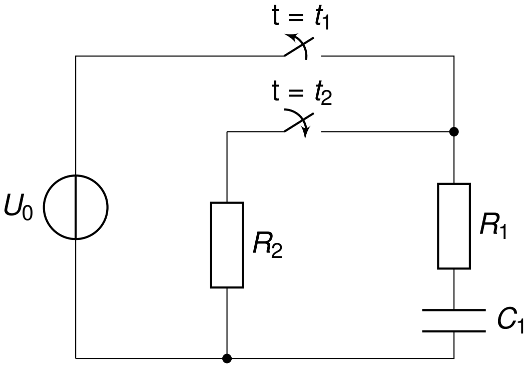


Abbildung: Kondensator laden und entladen

$\tau 1$	$\tau 2$	R_1	R_2	C_1
		$1\,k\Omega$	$1,2\,k\Omega$	$100\mu F$
		$3,3\,k\Omega$	$15\,k\Omega$	$220\mu F$
		$47\,k\Omega$	$1\,k\Omega$	$470\mu F$

$U_0 = 12\ V$

- berechne τ für Ladung und Entladung
- welche Spannung hat der Kondensator nach 0,3s, 0,5s, 5s, 10 s?
- Wie lange dauert es, bis 3τ erreicht sind?
- Wie groß muss R_2 sein, damit die Entladezeit um den Faktor 0,75; 1,5; 2; 2,5; 3 verändert wird?

Beispiel: C laden „ohne“ Vorwiderstand

Wie groß ist i(0+ = 1 ms), wenn folgendes gegeben ist:

- ideale Spannungsquelle (liefert definierte Spannung und „beliebigen“ Strom).
- R = 1 $m\Omega$
- C = 10μF

Beispiel: C laden „ohne“ Vorwiderstand

Wie groß ist i(0+ = 1 ms), wenn folgendes gegeben ist:

- ideale Spannungsquelle (liefert definierte Spannung und „beliebigen“ Strom).
- R = 1 $m\Omega$
- C = 10μF
- $\tau = R \cdot C$
- $\tau = 1 \cdot 10^{-9} s$

Beispiel: C laden „ohne“ Vorwiderstand

Wie groß ist i(0+ = 1 ms), wenn folgendes gegeben ist:

- ideale Spannungsquelle (liefert definierte Spannung und „beliebigen“ Strom).
- R = 1 $m\Omega$
- C = 10μF
- $\tau = R \cdot C$
- $\tau = 1 \cdot 10^{-9} s$
- $i_c(t) = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $i_c(t) = -\frac{5\ V}{1\ m\Omega} \cdot e^{-\frac{1\ ms}{1\ ns}}$

Beispiel: C laden „ohne“ Vorwiderstand

Wie groß ist i(0+ = 1 ms), wenn folgendes gegeben ist:

- ideale Spannungsquelle (liefert definierte Spannung und „beliebigen“ Strom).
- R = 1 $m\Omega$
- C = 10μF
- $\tau = R \cdot C$
- $\tau = 1 \cdot 10^{-9} s$
- $i_c(t) = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $i_c(t) = -\frac{5\ V}{1\ m\Omega} \cdot e^{-\frac{1\ ms}{1\ ns}}$
- $i_c(t = 1\ ms) \approx 5\ kA$

Teil II

Magnetisches Feld

Zur Übersicht

Hofheim bws

Inhalt

Folgt noch:

- Induktion (P) (Magnetischer Fluss (Phi) (P), Flussdichte (B) (P))
- Spule (P) (Ein- und Ausschaltvorgang) (P)

P = Prüfungsrelevant (Obligatorische Inhalte für die Prüfung)

Hofheim bws

Beispiele Magnetfeld

- Erdmagnetfeld
- Leitung (Strom durch flossen)
- Funk (Elektro- magnetisches Feld)
- Spule, Motor(-wicklungen)

magnetische Pole

- magnetische Feldlinien haben Anfang und Ende.
- Nordpol (Austritt), Südpol (Eintritt der Feldlinien)
- Bei Dauermagnet, elektrischen Magnet (Spule, Leitung, . . .)

Unterschiede zum elektrischen Feld

Elektrisches Feld geschlossene Linien

Magnetisches Feld von Nordpol zu Südpol (außerhalb des Bauteils)

bei Elektrischem Strom Magnetfeld steht senkrecht auf elektrischem Feld[2].

[2] E-Feld ist parallel zu Längsachse der Leitung, Magnetfeld ist kreisförmig (UZ) drehend um Leitung / Spule

Feldlinien

Abbildung: Leiterbahn auf Platine 12 V (Versorgung)

Abbildung: Leiterbahnen auf Platine (Relais-Ausgänge)

E-Feld senkrecht, parallel zu Leiterbahn

Magnetfeld senkrecht zur sichtbaren Ebene.

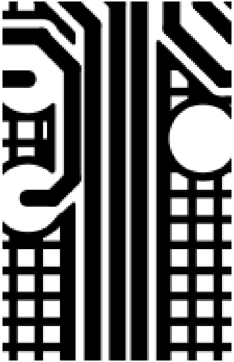
Massepotential Gitter ist GND

Spule und Magnetfeld - Durchflutung

- Magnetfeld ist vom Strom (I) abhängig.
- Magnetfeld ist von Windungsanzahl (N) abhängig.
- $\theta = I \cdot N$
- wenige Windungen und großer Strom $\hat{=}$ viele Windungen und wenig Strom.

Hofheim bws

Überlagerung von Magnetfeldern / Beeinflussung



- Senkrechte Linie = Leiterbahn (keine Spule)
- Gitter ist GND (Masse)
- Magnetfelder überlagern sich (addieren bei gleicher Richtung / subtrahieren bei unterschiedlicher Richtung)
- Induktion durch magnetisches Feld anderer Leiterbahnen.

Hofheim bws

Formen von Magneten

- Permanentmagnet (z.B. Eisen)
- Elektromagnet (Spule, Strom durchflossen)

Magnetische Kraftwirkung

- Kraftwirkung ähnlich E-Feld
- Wirkung auf magnetische Metalle
- Wirkung auf Elektromagnete
- Bei Leitung[3]: senkrecht zu Leitung
- gleiche Richtung = Anziehung

[3] Stromdurchflossene Leitung

LORENTZ-Kraft

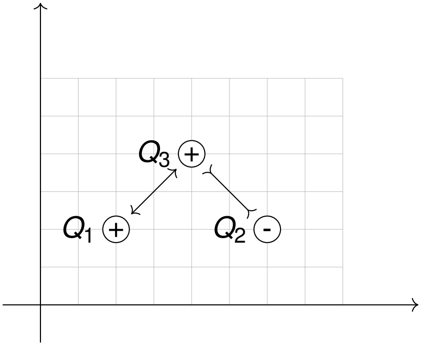
- Wirkung von Stromdurchflossener Leitung
- Wirkung auf andere leitungen (Stromdurchflossen
- Wirkung auf andere Magnete

Berechnung erfolgt mit Kreuzprodukt der Vektoren.

Anhang

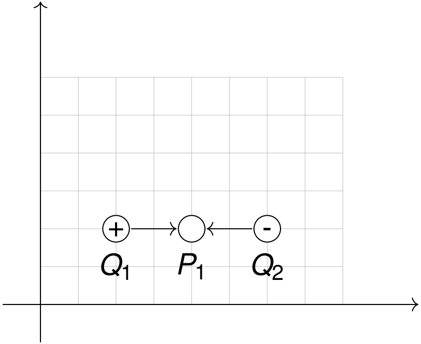
Zur Übersicht

Zu Folie 20



$$F_{31} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2}$$
$$F_{31} = \frac{10\mu C^2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \sqrt{2} m^2}$$
$$F_{31} = \frac{10\mu As^2}{4 \cdot \pi \cdot 8{,}85 * 10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot \sqrt{2} m^2}$$

$|F_{31}| = 0,64N$. Da Q_1, Q_2 und Q_3 gleich groß sind und der Abstand ebenfalls gleich ist, ist $F_{32} = 0,64N$ $|F_{31}| = 0,64N$. Da Q_1, Q_2 und Q_3 gleich groß sind und der Abstand ebenfalls gleich ist, ist $F_{32} = 0,64N$



zu Folie24

Abstand $Q_1 - P_1 : P_1 - Q_1 =$

$$\begin{pmatrix} 1\ m \\ 0\ m \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0\ m \\ 0\ m \end{pmatrix} = \sqrt{1\ m^2 + 0\ m^2} = 1\ m$$

$$E = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon}$$

$$E_{p1_{q1}} = \frac{Q_1}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon_0}$$

$$E_{p1_{q1}} = \frac{3\ nC}{4 \cdot \pi \cdot 1\ m^2 \cdot \varepsilon_0}$$

$$E_{p1_{q1}} = \frac{3\ nAs}{4 \cdot \pi \cdot 1\ m^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}}$$

$$E_{p1_{q1}} = 26,9\ \frac{V}{m}$$

$$E = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon}$$

$$E_{p1_{q2}} = \frac{Q_1}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon_0}$$

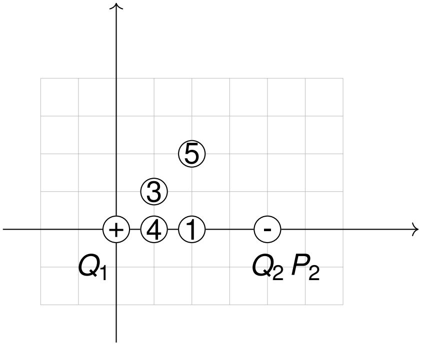
$$E_{p1_{q2}} = \frac{-10\ nC}{4 \cdot \pi \cdot 1\ m^2 \cdot \varepsilon_0}$$

$$E_{p1_{q1}} = \frac{-10\ nAs}{4 \cdot \pi \cdot 1\ m^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}}$$

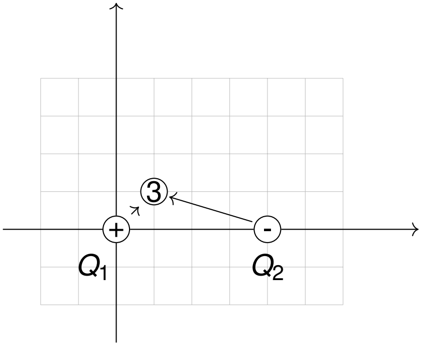
$$E_{p1_{q2}} = -98,82\ \frac{V}{m}$$

$$E_{p1} = 26,9 \frac{V}{m} - 98,82\ \frac{V}{m} = 62,92 \frac{V}{m}$$

zu Folie24, Abstand der Punkte zur Ladung



zu Folie24, Abstand der Punkte zur Ladung



Aufgaben - Laden des Kondensators

U_0	U_c	τ	t	R	C
12 V	siehe unten	0,22 s	100 ms, 220 ms, 3τ, 1 s	1 $k\Omega$	220 μF
12 V	$U_c(t)$	0,484 s	2τ, 2 s, 4 s	$2,2 k\Omega$	220 μF
12 V	$U_c(t)$	1,034 s	$0,5\tau$, τ, 4 s	$2,2\ k\Omega$	470 μF
14,5 V	8,56 V	0,672 s	600 ms	$1,2\ k\Omega$	$560 \mu F$

Aufgaben Laden C LSG Teil 2

Zu Zeile 1 (12V, $\tau = 0,22s$, R = 1 $k\Omega$, C = 220 μF)

t	$U_c(t)$
100 ms	4,38 V
220 ms	7,59 V
3τ = 0,66 s	11,4 V
1 s	11,9V

Zu Zeile 2 (12V, $\tau = 0,484s$, R = $2,2\,k\Omega$, C = 220 μF)

t	$U_c(t)$
$2\tau = 0,968s$	10,4 V
2 s	11,8 V
4 s	12,0 V

Zu Zeile 3 (12V, $\tau = 1,034s$, R = $2,2\,k\Omega$, C = 470 μF)

t	$U_c(t)$
$0,5\tau = 0,517s$	4,72 V
$\tau = 0,672\,s$	7,58 V
4 s	11,97 V