

# Arbeitsunterlagen zu FOS Elektrotechnik Themenfeld 12.6

## Elektrisches und magnetisches Feld

Thomas Maul

Brühlwiesenschule, Hofheim

V 0.2.0 - im Aufbau

Stand: 19. Januar 2026

Für eigene Teile gilt:



# Teil

# Teil

# Inhalt

Überlagerung von elektrischen Feldern  
Kondensator Auf- und Entladung  
Pflicht-Themen, die noch offen sind

# Elektronen und Atome

- Die Materie besteht aus Atomen.
- Kern: Protonen und Neutronen, Hülle: Elektronen
- Bei Leitern: Elektronen ‚mobil‘, bei Nichtleitern fest(er)
- Reibung von 2 Nichtleitern (Stoff und Glasstab)  $\Rightarrow$  Ladungstrennung

## Katze mit Styroporflocken



Abbildung: Katze mit Styroporflocken

1

<sup>1</sup>Quelle: Von Original image: Sean McGrath from Saint John, NB, Canada  
Derived image: Black Rainbow 999 - Diese Datei ist ein Ausschnitt aus einer anderen Datei, CC BY 2.0,  
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=60287175>

# Anziehung und Abstoßung von Ladungen

- gleichnamige Ladungen stoßen sich ab.
- ungleichnamige Ladungen ziehen sich an.
- bei Elektrostatik gibt es keine Bewegung, nur Kräfte

# Inhalt

Ladungen, Kräfte

Energieerhaltung und Einheit

Abmaße von Ladungen

Schaltung von Kondensatoren

Spannung am Kondensator

Vektoren

Elektrische Feldstärke

Überlagerung von elektrischen Feldern

Kondensator Auf- und Entladung

Pflicht-Themen, die noch offen sind



## Energieerhaltung und Einheit

- Energieerhaltung
- Elektrische Ladung Coulomb (C) gemessen
- $1\text{ C} = 1\text{ As}$ .
- Elementarladung  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}\text{ C}$
- Kräfte zwischen Ladungen
- Anziehung (+ > < -) und  
Abstoßung (+ < > +), (- < > -)

# Inhalt

Ladungen, Kräfte

Energieerhaltung und Einheit

Abmaße von Ladungen

Schaltung von Kondensatoren

Spannung am Kondensator

Vektoren

Elektrische Feldstärke

Überlagerung von elektrischen Feldern

Kondensator Auf- und Entladung

Pflicht-Themen, die noch offen sind

## Abmaße von Ladungen

**Punktladung** unendlich klein

**Linienladung** dünne Linie, z.B. Draht

**Flächenladung** gleichmäßig auf der Fläche

**Raumladung** gleichmäßig im Raum

Reihenschaltung höhere Spannung, selbe Kapazität

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \quad (1)$$

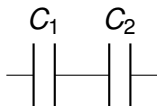


Abbildung: Zwei Kondensatoren in Reihenschaltung

## Parallelschaltung Erhöhung der Kapazität ( $\Sigma$ )

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \quad (2)$$

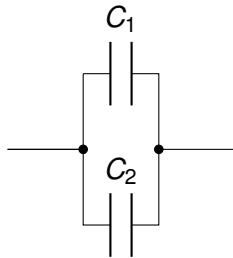


Abbildung: Zwei Kondensatoren in Parallelschaltung

# Inhalt

Ladungen, Kräfte

Energieerhaltung und Einheit

Abmaße von Ladungen

Schaltung von Kondensatoren

Spannung am Kondensator

Vektoren

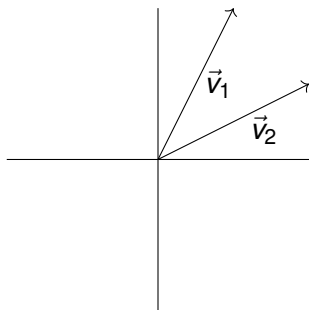
Elektrische Feldstärke

Überlagerung von elektrischen Feldern

Kondensator Auf- und Entladung

Pflicht-Themen, die noch offen sind

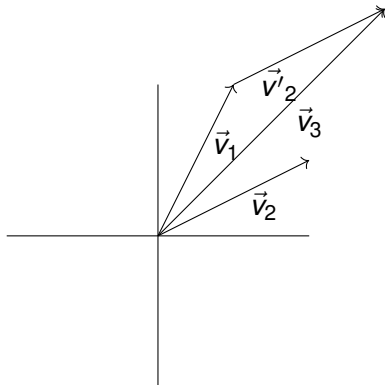
# Vektoren



$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Abbildung:** Zwei Vektoren in zweidimensionalen Raum

## Addition von Vektoren

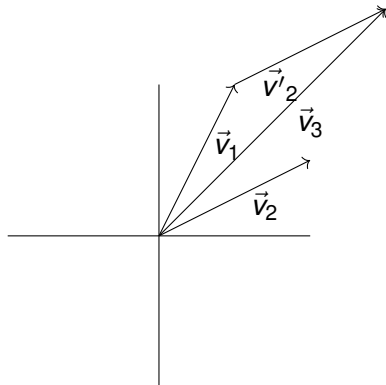


$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{v}'_2 = \vec{v}_2 \text{ und } \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

**Abbildung:** Zwei Vektoren in zweidimensionalen Raum



## Länge / Betrag eines Vektors



$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, |\vec{v}_1| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$
$$|\vec{v}_1| = \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{5}$$

Abbildung: Zwei Vektoren in zweidimensionalen Raum

## Kraft als Vektor, Spannung

- Kraft  $\hat{=}$  Vektor
- Richtung, Betrag
- Addition ( $\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ ), jeweils x, y, z-Komponente
- Spannung  $\hat{=}$  Potenzial zwischen 2 Punkten  
... auch im Raum (E-Feld)

## Kraft auf Ladung

- Abhängig von Ladung Q und Abstand zur Ladung
- $\vec{F} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$
- $\vec{F} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2} \vec{e}^2$   
 $\vec{e}$  = Einheitsvektor (Länge = 1, für Richtung relevant)

# Kraft auf eine Ladung

## Aufgaben

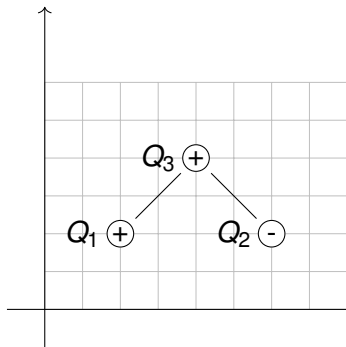
Gegeben seien drei Ladungen  $Q_1$ ,  $Q_2$  und  $Q_3$ . Alle Ladungen sind ideal punktförmig und haben den Wert  $10\mu C$ .

Die Ladungen befinden sich an folgenden Punkten:

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, Q_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, Q_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}. \text{ Das}$$

Koordinatensystem ist in m skaliert (eine Einheit = 1 m).

$\epsilon = \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$  Berechnen Sie die resultierende Kraft auf  $Q_3$ , die von  $Q_1$  und  $Q_2$  ausgeht.



# Elektrische Feldstärke

- Abhängig von Ladung Q und Abstand zur Ladung
- $\vec{F} = \frac{Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2} Q_1$  Kraft von  $Q_2$  auf  $Q_1$ .
- $\vec{F} = \vec{E} \cdot Q_1$
- $\vec{E} = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \epsilon}$

# Elektrische Feldstärke

## Aufgaben

Berechnen Sie die Kraft  $F_{12}$  von  $Q_2$  auf  $Q_1$ .

1.  $Q_1 = Q_2 = 10 \mu C$ . Der Abstand sei 1,2 m.

2.  $Q_1 = 5 \mu C$ ,  $Q_2 = 10 \mu C$  Abstand = 1 m

3.  $Q_1 = 5 \mu C$ ,  $Q_2 = 10 \mu C$  Abstand = 1,5 m

$$\vec{F} = \frac{Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2} Q_1$$

# Überlagerung von elektrischen Feldern

- E-Felder beeinflussen sich.
- Vektorielle Addition am Punkt.
- $V_{res} = V_1 + V_2$
- $V_{res} = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 22 \end{pmatrix}$
- $\vec{E} = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \epsilon} \cdot \vec{e}^2$
- $|\vec{v}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$

# Überlagerung von elektrischen Feldern

## Aufgaben

Berechnen Sie das resultierende Feld am Schnittpunkt.

1.  $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -9 \\ 6 \end{pmatrix}$ ,  $Q_1 = 10\mu C$ ,  $Q_2 = 20\mu C$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_0$   $Q_1$  befindet sich an  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $Q_2$  an  $\begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$



## Aufgaben E-Feld - Überlagerung

1. Berechne das elektrische Feld an folgenden Punkten  $P_n$ .
2. Zeichne zusätzlich die Feldlinien quantitativ, Feld von Q1, Feld von Q2 und resultierendes Feld.

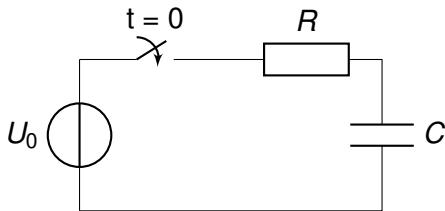
$$Q_1 = 3 \text{ nC}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad Q_2 = -10 \text{ nC}, \begin{pmatrix} 2 \text{ m} \\ 0 \text{ m} \end{pmatrix}$$

$$P_1 = \begin{pmatrix} 1 \text{ m} \\ 0 \text{ m} \end{pmatrix} \quad P_2 = \begin{pmatrix} 2 \text{ m} \\ 0 \text{ m} \end{pmatrix} \quad P_3 = \begin{pmatrix} 0,5 \text{ m} \\ 0,5 \text{ m} \end{pmatrix} \quad P_4 = \begin{pmatrix} 0,5 \text{ m} \\ 0 \text{ m} \end{pmatrix} \quad P_5 = \begin{pmatrix} 1 \text{ m} \\ 2 \text{ m} \end{pmatrix}$$

## Kondensator - Eigenschaften

- Kondensatorplatten haben (große) Fläche.
- Zwischen Platten ist Luft / Dielektrikum (nicht Leitfähig)
- Durch den Kondensator fließt *kein* (Gleich-)Strom.

## Ladung eines Kondensators I



**Abbildung:** Reihenschaltung von Widerstand und Kondensator

- Anfangszustand: Kondensator ist leer (ungeladen - auf beiden Platten selbe Anzahl Ladungen)
- Verbindung mit Spannungsquelle ( $t = 0$ ) - Kondensator lädt sich auf - Anzahl der Ladungen verschiebt sich.
- Dauer: i.d.R. wenige Millisekunden bis einige Sekunden (abhängig von  $R$  und  $C$ )

## Ladung eines Kondensators II

$$\tau = R \cdot C \quad (3)$$

$$\tau = 1k\Omega \cdot 330\mu F \quad (4)$$

$$\tau = 330mS \quad (5)$$

## Ladung eines Kondensators III

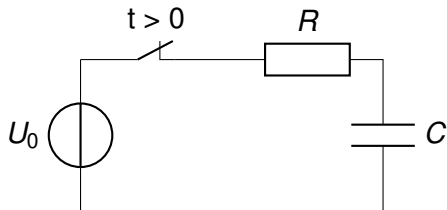


Abbildung: Reihenschaltung von Widerstand und Kondensator

- Kondensator lädt sich auf.
- Strom fließt durch  $R$ .
- $u_c(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$   
 $\tau = R \cdot C$

# Ladung eines Kondensators IV

## Spannung bestimmen

Zeitpunkt	Spannung an C
$t = \tau$	$= 0,63 \cdot U_0$
$t = 2\tau$	$= 0,86 \cdot U_0$
$t = 3\tau$	$= 0,95 \cdot U_0$
$t = 4\tau$	$= 0,98 \cdot U_0$
$t = 5\tau$	$= 0,99 \cdot U_0 \Rightarrow \approx U_0$

mit  $R$  und  $C = 1$ ,  $U_{max} \hat{=} U_0$

$$u_c(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$i_c(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = R \cdot C$$

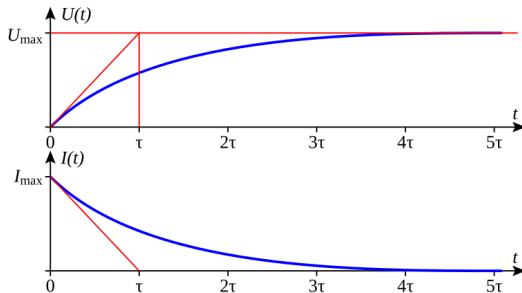


Abbildung: Von Honina.Frank Murmann at de:Wp via Wikipedia (abgerufen: 06.01.26)

# Aufladen eines Kondensators

Zeit bestimmen

gesucht: t

$$u_c(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \mid : U_0 \quad (6)$$

$$\frac{u_c(t)}{U_0} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \mid - 1, \cdot (-1) \quad (7)$$

$$1 - \frac{u_c(t)}{U_0} = e^{-\frac{t}{\tau}} \mid \ln() \quad (8)$$

$$\ln\left(1 - \frac{u_c(t)}{U_0}\right) = -\frac{t}{\tau} \mid \cdot (-\tau) \quad (9)$$

$$-\tau \cdot \ln\left(1 - \frac{u_c(t)}{U_0}\right) = t \quad (10)$$

$\tau = R \cdot C$ ,  $\ln(x)$  ist Umkehrfunktion zu  $e^x$

## Aufgaben - Laden des Kondensators

$U_0$	$U_c$	$\tau$	t	R	C
12 V	$U_c(t)$		100 mS, 220 mS, $3\tau$ , 1 S	1 k $\Omega$	220 $\mu F$
12 V	$U_c(t)$	0,484 S	$2\tau$ , 2 S, 4 S		220 $\mu F$
12 V	$U_c(t)$	1,034 S	$0,5\tau$ , $\tau$ , 4 S	2,2 k $\Omega$	
	8,56 V		600 mS	1,2 k $\Omega$	560 $\mu F$

- berechnen die fehlenden Parameter( $\tau$ , R, C,  $U_0$ ) und  $U_c(t)$
- Bei Widerstandswerten und Kondensatorwerten sind jeweils Werte der E12-Reihe zu bestimmen.
- $U_c(t)$  = berechne alle Spannungen für  $U_c$  zu den angegebenen Zeitpunkten t.
- Als weitere Übungsmöglichkeit:  $U_0 = 15$  V; 18 V; 20 V; 24 V.



## Entladen des Kondensators

- Spannung fällt von  $U_{max}$  auf 0 V
- Strom fließt „umgekehrt“
- nach  $5\tau$  gilt der Kondensator als entladen.

$$u_c(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (11)$$

$$i_c(t) = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (12)$$

## Beispiel: C laden „ohne“ Vorwiderstand

Wie groß ist  $i(0+ = 1 \text{ mS})$ , wenn folgendes gegeben ist:

- ideale Spannungsquelle
- $R = 1 \text{ m}\Omega$
- $C = 10 \mu\text{F}$

## Beispiel: C laden „ohne“ Vorwiderstand

Wie groß ist  $i(0+ = 1 \text{ mS})$ , wenn folgendes gegeben ist:

- ideale Spannungsquelle
- $R = 1 \text{ m}\Omega$
- $C = 10 \mu\text{F}$
- $\tau = R \cdot C$
- $\tau = 1 \cdot 10^{-9} \text{ s}$
- $i_c(t) = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $i_c(t) = -\frac{5 \text{ V}}{1 \text{ m}\Omega} \cdot e^{-\frac{1 \text{ mS}}{1 \text{ nS}}}$
- $i_c(t = 1 \text{ mS}) \approx 5 \text{ kA}$

## Pflicht-Themen, die noch offen sind

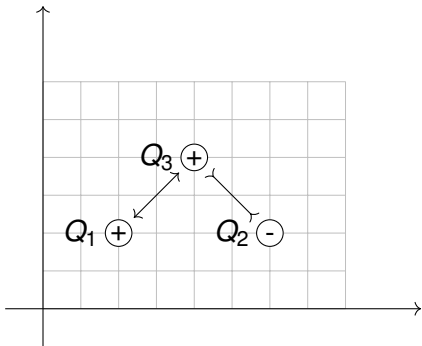
Folgende Themen sind gemäß Prüfungserlass für die Prüfung 2026 Pflicht, aber noch nicht ausgearbeitet.

- Induktion  
Magnetischer Fluss ( $\Phi$ )  
Flussdichte ( $B$ )
- Spule  
Ein- und Ausschaltvorgang

Die Themen folgen demnächst hier.

# Anhang

## Zu Folie 20



$$F_{31} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^2}$$

$$F_{31} = \frac{10 \mu C^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \sqrt{2} m^2}$$

$$F_{31} = \frac{10 \mu As^2}{4 \cdot \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot \sqrt{2} m^2}$$

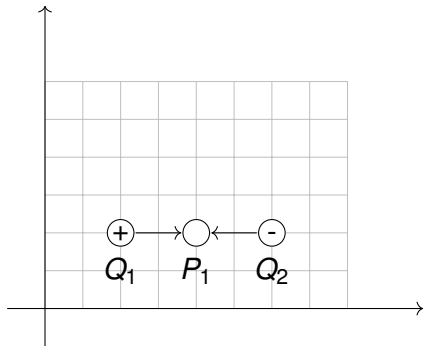
$|F_{31}| = 0,64 N$ . Da  $Q_1$ ,  $Q_2$  und  $Q_3$  gleich groß sind und der Abstand ebenfalls gleich ist, ist

$F_{32} = 0,64 N$   $|F_{31}| = 0,64 N$ . Da  $Q_1$ ,  $Q_2$  und  $Q_3$  gleich groß sind und der Abstand ebenfalls gleich ist, ist  $F_{32} = 0,64 N$

## zu Folie24

Abstand  $Q_1 - P_1 : P_1 - Q_1 =$ 

$$\begin{pmatrix} 1 \text{ m} \\ 0 \text{ m} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \text{ m} \\ 0 \text{ m} \end{pmatrix} = \sqrt{1 \text{ m}^2 + 0 \text{ m}^2} = 1 \text{ m}$$



$$E = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \epsilon}$$

$$E_{p1q1} = \frac{Q_1}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \epsilon_0}$$

$$E_{p1q1} = \frac{3 \text{ nC}}{4 \cdot \pi \cdot 1 \text{ m}^2 \cdot \epsilon_0}$$

$$E_{p1q1} = \frac{3 \text{ nAs}}{4 \cdot \pi \cdot 1 \text{ m}^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}}$$

$$E_{p1q1} = 26,9 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$E = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon}$$

$$E_{p1q2} = \frac{Q_1}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon_0}$$

$$E_{p1q2} = \frac{-10 \text{ nC}}{4 \cdot \pi \cdot 1 \text{ m}^2 \cdot \varepsilon_0}$$

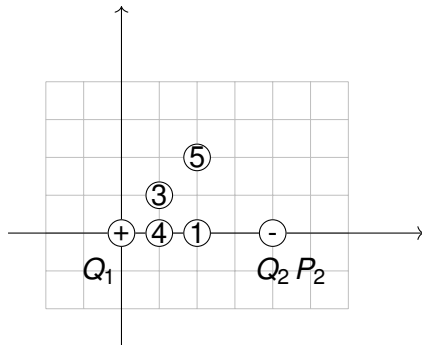
$$E_{p1q1} = \frac{-10 \text{ nAs}}{4 \cdot \pi \cdot 1 \text{ m}^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}}$$

$$E_{p1q2} = -98,82 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

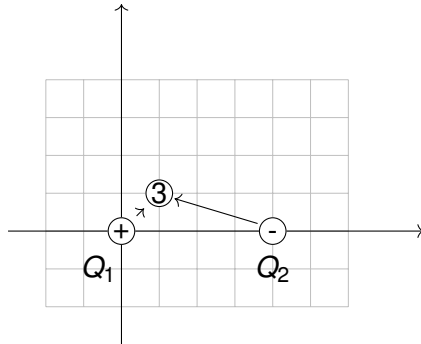
$$E_{p1} = 26,9 \frac{\text{V}}{\text{m}} - 98,82 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 62,92 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$



## zu Folie24, Abstand der Punkte zur Ladung



## zu Folie24, Abstand der Punkte zur Ladung



## Aufgaben - Laden des Kondensators

$U_0$	$U_c$	$\tau$	t	R	C
12 V	<u>siehe unten</u>	<u>0,22 S</u>	100 mS, 220 mS, $3\tau$ , 1 S	<u>1 k<math>\Omega</math></u>	<u>220 <math>\mu F</math></u>
12 V	$U_c(t)$	0,484 S	$2\tau$ , 2 S, 4 S	<u>2,2 k<math>\Omega</math></u>	220 $\mu F$
12 V	$U_c(t)$	1,034 S	$0,5\tau$ , $\tau$ , 4 S	<u>2,2 k<math>\Omega</math></u>	<u>470 <math>\mu F</math></u>
<u>14,5 V</u>	8,56 V	<u>0,672 S</u>	600 mS	1,2 k $\Omega$	<u>560 <math>\mu F</math></u>

## Aufgaben Laden C LSG Teil 2

Zu Zeile 1 ( $12\text{V}$ ,  $\tau = 0,22\text{S}$ ,  $R = 1\text{ k}\Omega$ ,  
 $C = 220\text{ }\mu\text{F}$ )

t	$U_C(t)$
100 mS	4,38 V
220 mS	7,59 V
$3\tau = 0,66\text{ S}$	11,4 V
1 S	11,9V

Zu Zeile 2 ( $12\text{V}$ ,  $\tau = 0,484\text{S}$ ,  
 $R = 2,2\text{ k}\Omega$ ,  $C = 220\text{ }\mu\text{F}$ )

t	$U_C(t)$
$2\tau = 0,968\text{S}$	10,4 V
2 S	11,8 V
4 S	12,0V

Zu Zeile 3 ( $12\text{V}$ ,  $\tau = 1,034\text{S}$ ,  
 $R = 2,2\text{ k}\Omega$ ,  $C = 470\text{ }\mu\text{F}$ )

t	$U_C(t)$
$0,5\tau = 0,517\text{S}$	7,88 V
$\tau = 1,034\text{ S}$	10,6 V
4 S	12 V