

Zweipole  
ooooo

Spannungsteiler  
o  
o

Überlagerung  
oooooooo  
oooooo  
oooo

Dreieck  $\leftrightarrow$  Stern  
oooooo

Gleichungen  
oooooooo

Pflicht-Themen, die noch offen sind  
o

## Teil I

# Themenfeld 12.1 - Gleichstromnetzanalyse

Zweipole  
ooooo

Spannungsteiler  
o  
o

Überlagerung  
oooooooo  
ooooo  
oo

Dreieck  $\leftrightarrow$  Stern  
oooooo

Gleichungen  
oooooooo

Pflicht-Themen, die noch offen sind  
o

# Inhalt

Zweipoltheorie (Pflicht)

Spannungsteiler

Überlagerungsverfahren nach Helmholtz  
(Pflicht)

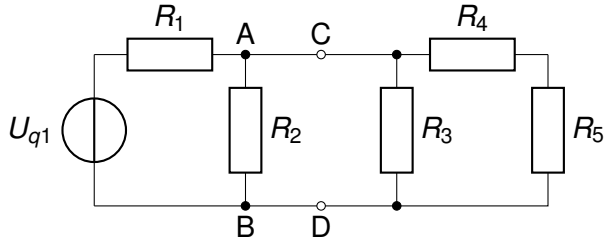
Dreieck  $\leftrightarrow$  Stern-Umwandlung (Pflicht)

Knoten- und Maschengleichungen  
(Pflicht)

Pflicht-Themen, die noch offen sind

## Zweipole

In der Schaltung unten sollen die Widerstände  $R_3$  bis  $R_5$  als ein virtuelles Bauteil dargestellt werden.



## Werte für Berechnung

$$R_1 = 10\Omega$$

$$R_2 = 20\Omega$$

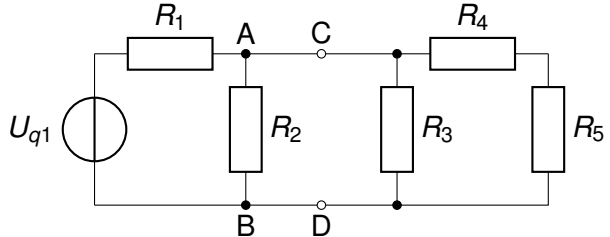
$$R_3 = 30\Omega$$

$$R_4 = 40\Omega$$

$$R_5 = 50\Omega$$

$$U_{q1} = 5V,$$

$$U_{q2} = 12V$$



## Berechnung des Ersatzwiderstands

$$R_{45} = R_4 + R_5 \quad (1)$$

$$R_{45} = 40\Omega + 50\Omega \quad (2)$$

$$R_{45} = 90\Omega \quad (3)$$

$$\frac{1}{R_{3||45}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{45}} \quad (4)$$

$$\frac{1}{R_{3||45}} = \frac{1}{30\Omega} + \frac{1}{90\Omega} \quad (5)$$

$$R_{3||45} = 22,5\Omega \quad (6)$$

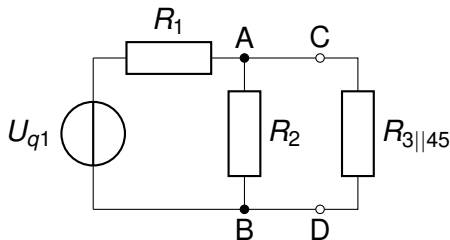


Abbildung: Berechnung des Ersatzwiderstands

## Übungen zu Zweipole I

Berechnen Sie jeweils den Ersatzwiderstand zwischen den Klemmen C und D zur Schaltung unten.

a  $R_1 = R_2 = 220\Omega$   $R_3 = R_5 = 230\Omega$   $R_4 = 470\Omega$

b  $R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = 230\Omega$   $R_4 = 560\Omega$

c  $R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 150\Omega$   $R_3 = 120\Omega$

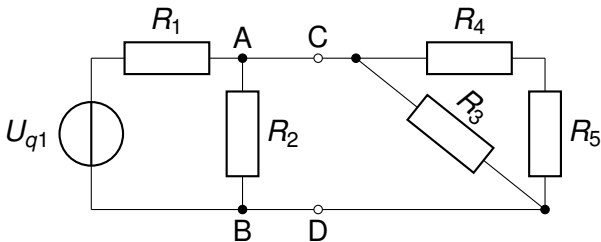


Abbildung: Schaltung zu Übung Ersatzzweipol - Teil 1

## Übungen zu Zweipole II

Berechnen Sie jeweils den Ersatzwiderstand zwischen den Klemmen C und D zur Schaltung unten.

a  $R_1 = R_2 = 220\Omega$   $R_3 = R_5 = 230\Omega$   $R_4 = 470\Omega$

b  $R_1 = R_2 = R_3 = 150\Omega$   $R_5 = 230\Omega$   $R_4 = 560\Omega$

c  $R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 150\Omega$   $R_3 = 120\Omega$

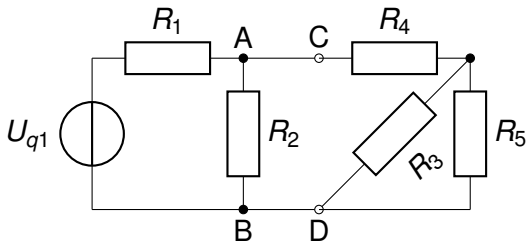
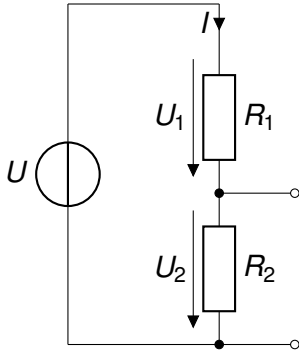


Abbildung: Schaltung zu Übung Ersatzzweipol - Teil 2

# Spannungsteiler



$$U = U_1 + U_2 \quad (7)$$

$$I = \frac{U}{R_{ges}} = \frac{U}{R_1 + R_2} \quad (8)$$

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} \quad (9)$$

$$U_2 = I * R_2 \quad (10)$$

$$U_2 = \frac{U}{R_{ges}} * R_2 \quad (11)$$

$$U_2 = \frac{U}{R_1 + R_2} * R_2 \quad (12)$$

$$\frac{U_2}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (13)$$



# Übungsaufgaben zu Spannungsteiler

U [V]	$R_1 [\Omega]$	$R_2 [\Omega]$	$I_{R1}$	$I_{R2}$
5	220	330		
12	220	470		
12	220		12 mA	
12	470			10,4 mA
	560	120	22 mA	
	470	1,5k	3,3 mA	

Zweipole  
ooooo

Spannungsteiler  
o  
o

Überlagerung  
●ooooo  
oooo  
oo

Dreieck  $\leftrightarrow$  Stern  
ooooo

Gleichungen  
oooooooo

Pflicht-Themen, die noch offen sind  
o

# Inhalt

Zweipoltheorie (Pflicht)

Spannungsteiler

Überlagerungsverfahren nach Helmholtz (Pflicht)

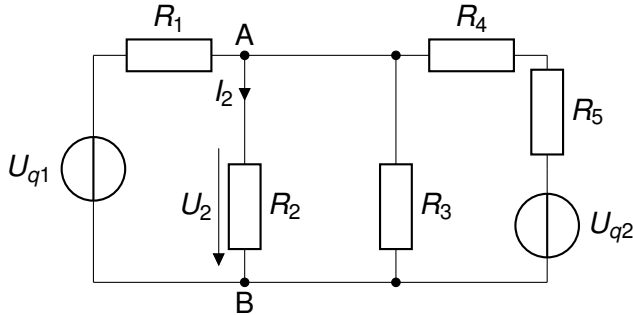
Aufgaben zu Überlagerung

Dreieck  $\leftrightarrow$  Stern-Umwandlung (Pflicht)

Knoten- und Maschengleichungen (Pflicht)

Pflicht-Themen, die noch offen sind

## Zwei Spannungsquellen $U_1$ und $U_2$



$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega$$

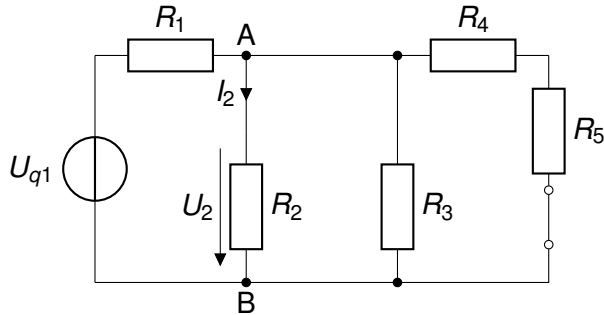
$$R_3 = 30\Omega, R_4 = 40\Omega$$

$$R_5 = 50\Omega$$

$$U_{q1} = 5\text{ V}, U_{q2} = 12\text{ V}$$

Abbildung: Überlagerung, Schaltung 1, Zwei Quellen aktiv

## Zwei Spannungsquellen $U_1$ und $U_2$



$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega$$

$$R_3 = 30\Omega, R_4 = 40\Omega$$

$$R_5 = 50\Omega$$

$$U_{q1} = 5\text{ V}, U_{q2} = 12\text{ V}$$

Abbildung: Nur Quelle eins aktiv

## Berechnung Ersatzwiderstand I

$$U_{2'} = I_2 * R_2 || R_3 || R_4 + R_5 \quad (14)$$

$$U_{2'} = I_2 * \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5}} \quad (15)$$

$I_2$  ist nicht bekannt.

## Berechnung Ersatzwiderstand II

$$U_{q1} = U_1 + U_2 \quad (16)$$

$$U_2 = U_{q1} * \frac{R_2 || R_3 || R_45}{R_1 + R_2 || R_3 || R_45} \quad (17)$$

## Einsetzen I

$$U_{2'} = U_{q1} * \frac{R_2 || R_3 || R_4 || R_5}{R_1 + R_2 || R_3 || R_4 || R_5} \quad (18)$$

$$U_{2'} = U_{q1} * \frac{\frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5}}}{R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5}}} \quad (19)$$

$$(20)$$

## Einsetzen II

$$U_{2'} = U_{q1} * \frac{R_2 || R_3 || R_4 || R_5}{R_1 + R_2 || R_3 || R_4 || R_5}$$

$$U_{2'} = U_{q1} * \frac{\frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5}}}{R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5}}}$$

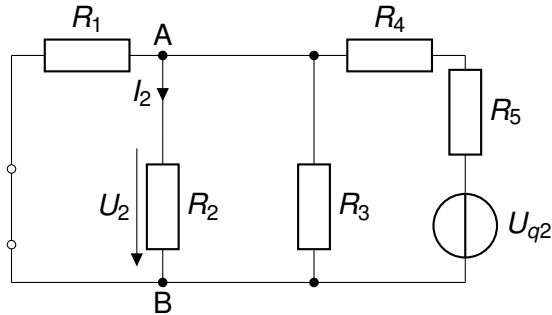
$$U_{2'} = 5V * \frac{10,59\Omega}{10\Omega + 10,59\Omega} \quad (21)$$

$$U_{2'} = 5V * 0,514 \quad (22)$$

$$U_{2'} = 2,57V \quad (23)$$



## Zwei Spannungsquellen $U_1$ und $U_2$



$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega$$

$$R_3 = 30\Omega, R_4 = 40\Omega$$

$$R_5 = 50\Omega$$

$$U_{q1} = 5\text{ V}, U_{q2} = 12\text{ V}$$

Abbildung: Nur Quelle zwei aktiv

## Quelle 2, Einsetzen I

$$U_{2''} = U_{q2} * \frac{\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}}{R_4 + R_5 + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}} \quad (24)$$

(25)

## Quelle 2, Einsetzen II

$$U_{2''} = U_{q2} * \frac{\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}}{R_4 + R_5 + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}} \quad (26)$$

$$U_{2''} = 12 \text{ V} * \frac{\frac{1}{\frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{20\Omega} + \frac{1}{30\Omega}}}{40\Omega + 50\Omega + \frac{1}{\frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{20\Omega} + \frac{1}{30\Omega}}} \quad (27)$$

$$U_{2''} = 12 \text{ V} * 0,057 \quad (28)$$

$$U_{2''} = 0,685 \text{ V} \quad (29)$$

## Addition

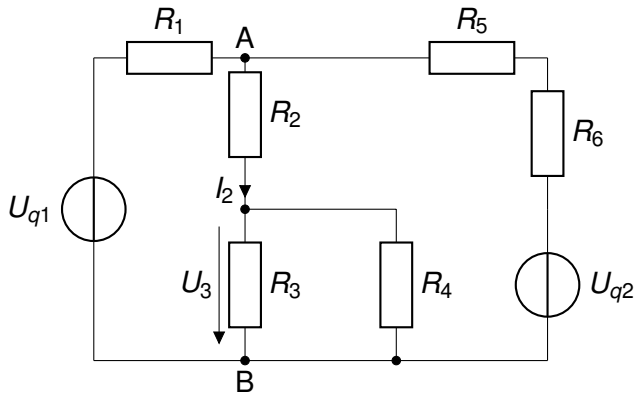
Zum Abschluss werden die beiden Teilspannungen addiert.

$$U_2 = U_{2'} + U_{2''} \quad (30)$$

$$U_2 = 2,57V + 0,685V \quad (31)$$

$$U_2 = 3,26V \quad (32)$$

## Schaltung 2



$$R_1 = 100\Omega, R_2 = 220\Omega$$

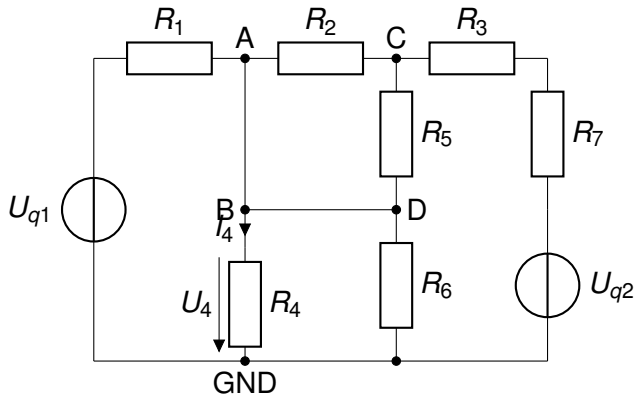
$$R_3 = 270\Omega, R_4 = 470\Omega$$

$$R_5 = 560\Omega, R_6 = 180\Omega$$

$$U_{q1} = 12\text{ V}, U_{q2} = 15\text{ V}$$

Abbildung: Überlagerung, Schaltung 2

## Schaltung 3



$$R1 = 100\Omega, R2 = 220\Omega$$

$$R3 = 270\Omega, R4 = 470\Omega$$

$$R5 = 470\Omega, R6 = 560\Omega$$

$$R7 = 120\Omega$$

$$U_{q1} = 12\text{ V}, U_{q2} = 15\text{ V}$$

Abbildung: Überlagerung, Schaltung 3

Zweipole  
○○○○○

Spannungsteiler  
○  
○

Überlagerung  
○○○○○○○  
○○○○○  
○○

Dreieck  $\leftrightarrow$  Stern  
●○○○○○

Gleichungen  
○○○○○○○

Pflicht-Themen, die noch offen sind  
○

# Inhalt

Zweipoltheorie (Pflicht)

Spannungsteiler

Überlagerungsverfahren nach Helmholtz (Pflicht)

Dreieck  $\leftrightarrow$  Stern-Umwandlung (Pflicht)

Knoten- und Maschengleichungen (Pflicht)

Pflicht-Themen, die noch offen sind

# Messbrücke

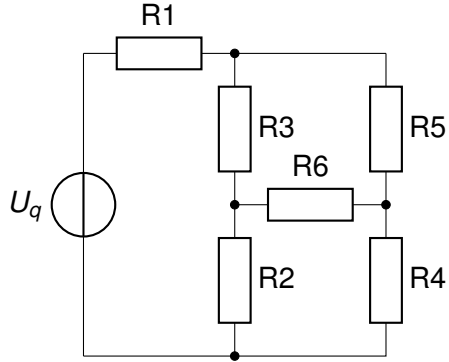


Abbildung: Messbrücke



# Messbrücke

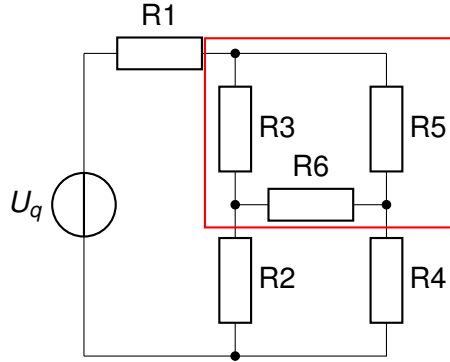
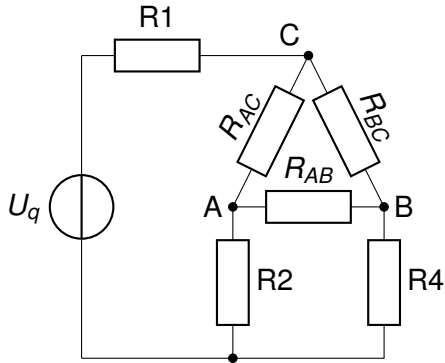


Abbildung: Messbrücke

## Messbrücke - Stern-Dreieck



$$R_{AC} = R_3$$

$$R_{AB} = R_6$$

$$R_{BC} = R_5$$

Abbildung: Messbrücke

## Umwandlung Dreieck $\rightarrow$ Stern

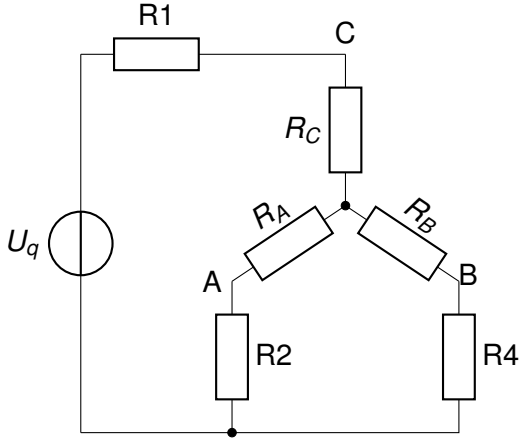


Abbildung: Messbrücke

## Umwandlung Dreieck -> Stern

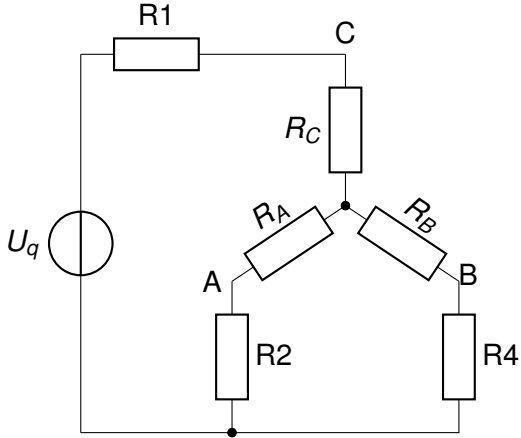


Abbildung: Messbrücke

$$R_A = \frac{R_{AC} R_{AB}}{R_{AC} + R_{AB} + R_{BC}}$$

$$R_B = \frac{R_{AB} R_{BC}}{R_{AC} + R_{AB} + R_{BC}}$$

$$R_C = \frac{R_{AC} R_{BC}}{R_{AC} + R_{AB} + R_{BC}}$$

## Umwandlung - Stern- > Dreieck

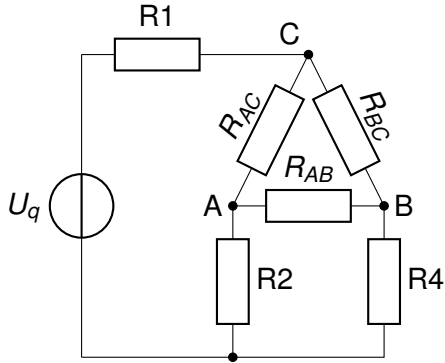


Abbildung: Messbrücke

## Umwandlung - Stern- > Dreieck

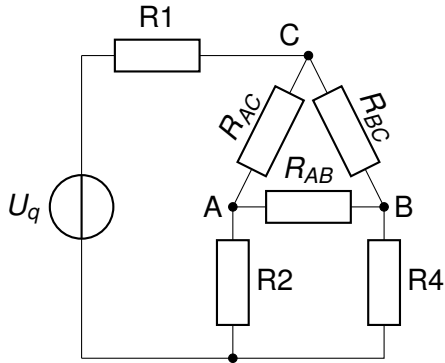


Abbildung: Messbrücke

$$R_{AB} = \frac{R_A R_B}{R_C} + R_A + R_B$$

$$R_{AC} = \frac{R_A R_C}{R_B} + R_A + R_C$$

$$R_{BC} = \frac{R_B R_C}{R_A} + R_B + R_C$$

## Aufgabe: Messbrücke

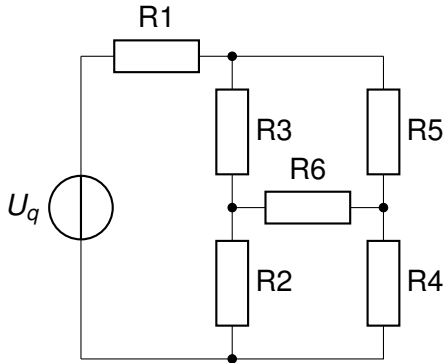


Abbildung: Messbrücke

$$R_1 = 220\Omega$$

$$R_2 = 470\Omega$$

$$R_3 = 330\Omega$$

$$R_4 = 330\Omega$$

$$R_5 = 560\Omega$$

$$R_6 = 390\Omega$$

$$U_q = 5\text{ V}$$

$$R_4 = R_{\text{Mess}}$$

gesucht: Strom und Spannung an  $R_6$ ,  $R_4$  und  $R_5$

## Lösung zu Messbrücke

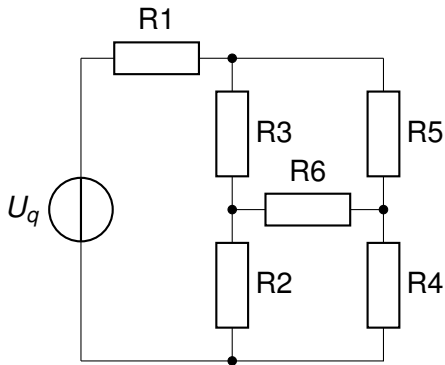


Abbildung: Messbrücke

$$R_1 = 220\Omega$$

$$R_2 = 470\Omega$$

$$R_3 = 330\Omega$$

$$R_4 = 330\Omega$$

$$R_5 = 560\Omega$$

$$R_6 = 390\Omega$$

$$U_q = 5\text{ V}$$

$$I_4 = 4,2\text{ mA}, \quad I_5 = 3,3\text{ mA}, \quad I_6 = 890\text{ }\mu\text{A}$$

$$U_4 = 1,4\text{ V}, \quad U_5 = 3,6\text{ V}, \quad U_6 = 0,35\text{ V}$$



Zweipole  
○○○○○

Spannungsteiler  
○  
○

Überlagerung  
○○○○○○○  
○○○○○  
○○

Dreieck  $\leftrightarrow$  Stern  
○○○○○

Gleichungen  
●○○○○○

Pflicht-Themen, die noch offen sind  
○

# Inhalt

Zweipoltheorie (Pflicht)

Spannungsteiler

Überlagerungsverfahren nach Helmholtz (Pflicht)

Dreieck  $\leftrightarrow$  Stern-Umwandlung (Pflicht)

Knoten- und Maschengleichungen (Pflicht)

Pflicht-Themen, die noch offen sind

## Schaltung - Maschen

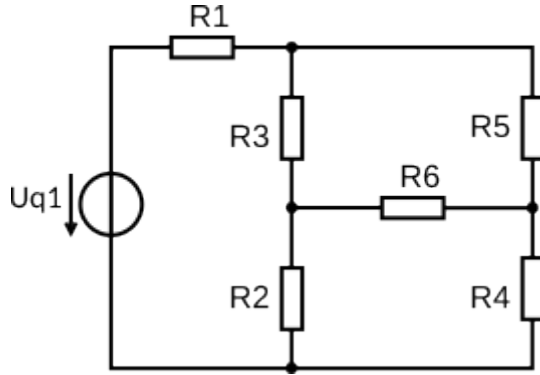


Abbildung: Messbrücke

## Schaltung - Maschen

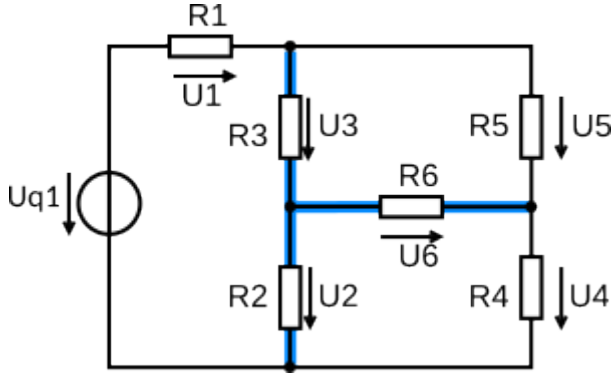


Abbildung: Messbrücke mit vollständigem Baum

## Schaltung - Maschen

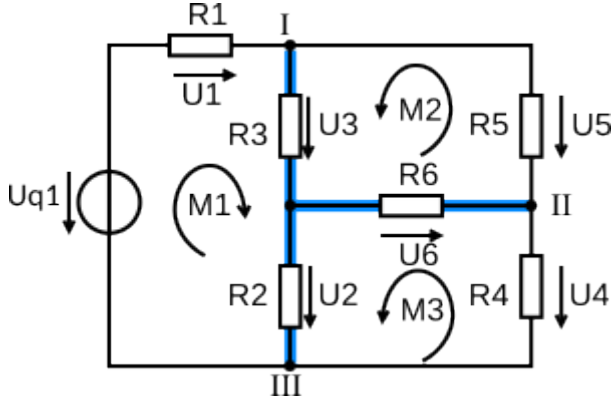


Abbildung: Messbrücke mit vollständigem Baum und Maschen

## Gleichungen für Maschen und Knoten

$$M1 : -U_{q1} + U1 + U3 + U2 = 0 \quad (33)$$

$$M2 : U3 + U6 - U5 = 0 \quad (34)$$

$$M3 : U2 - U6 - U4 = 0 \quad (35)$$

$$(36)$$

Knotengleichungen:

$$I: I1 - I3 - I5 = 0 \quad (37)$$

$$II: I3 - I2 - I6 = 0 \quad (38)$$

$$III: I2 + I4 - I1 = 0 \quad (39)$$

## Berechnung der Ströme

$$-U_{q1} + I_1 * R_1 + I_3 * R_3 + I_2 * R_2 = 0 \quad (40)$$

$$I_3 * R_3 + I_6 * R_6 - I_5 * R_5 = 0 \quad (41)$$

$$I_2 * R_2 - I_6 * R_6 - I_4 * R_4 = 0 \quad (42)$$

## LGS aufstellen

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ R1 & R2 & R3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R3 & 0 & R5 & R6 \\ 0 & R2 & 0 & R4 & 0 & R6 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \\ I4 \\ I5 \\ I6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ Uq1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

## Gekürzte Darstellung der Matrix

$$\left( \begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ R1 & R2 & R3 & 0 & 0 & 0 & Uq1 \\ 0 & R2 & 0 & R4 & 0 & R6 & 0 \\ 0 & 0 & R3 & 0 & R5 & R6 & 0 \end{array} \right)$$



## Stufenform - Beispiel

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

## Pflicht-Themen, die noch offen sind

Folgende Themen sind gemäß Prüfungserlass für die Prüfung 2026 Pflicht, aber noch nicht ausgearbeitet.

- Kreisstromverfahren
- Knotenspannungsverfahren

Die Themen folgen demnächst hier.