

Arbeitsunterlagen zu FOS Elektrotechnik Themenfeld 12.6

Elektrisches und magnetisches Feld

Thomas Maul

Brühlwiesenschule, Hofheim

V 0.2.0 - im Aufbau

Stand: 26. Januar 2026

Für eigene Teile gilt:



Teil

Teil

Inhalt

Überlagerung von elektrischen Feldern
Kondensator Auf- und Entladung
Pflicht-Themen, die noch offen sind

Elektronen und Atome

- Die Materie besteht aus Atomen.
- Kern: Protonen und Neutronen, Hülle: Elektronen
- Bei Leitern: Elektronen ‚mobil‘, bei Nichtleitern fest(er)
- Reibung von 2 Nichtleitern (Stoff und Glasstab) \Rightarrow Ladungstrennung

Katze mit Styroporflocken



Abbildung: Katze mit Styroporflocken

1

¹Quelle: Von Original image: Sean McGrath from Saint John, NB, Canada
Derived image: Black Rainbow 999 - Diese Datei ist ein Ausschnitt aus einer anderen Datei, CC BY 2.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=60287175>

Anziehung und Abstoßung von Ladungen

- gleichnamige Ladungen stoßen sich ab.
- ungleichnamige Ladungen ziehen sich an.
- bei Elektrostatik gibt es keine Bewegung, nur Kräfte

Inhalt

Ladungen, Kräfte

Energieerhaltung und Einheit

Abmaße von Ladungen

Schaltung von Kondensatoren

Spannung am Kondensator

Vektoren

Elektrische Feldstärke

Überlagerung von elektrischen Feldern

Kondensator Auf- und Entladung

Pflicht-Themen, die noch offen sind

Energieerhaltung und Einheit

- Energieerhaltung
- Elektrische Ladung Coulomb (C) gemessen
- $1\text{ C} = 1\text{ As}$.
- Elementarladung $e = 1,602 \cdot 10^{-19}\text{ C}$
- Kräfte zwischen Ladungen
- Anziehung (+ > < -) und
Abstoßung (+ < > +), (- < > -)

Inhalt

Ladungen, Kräfte

Energieerhaltung und Einheit

Abmaße von Ladungen

Schaltung von Kondensatoren

Spannung am Kondensator

Vektoren

Elektrische Feldstärke

Überlagerung von elektrischen Feldern

Kondensator Auf- und Entladung

Pflicht-Themen, die noch offen sind

Abmaße von Ladungen

Punktladung unendlich klein

Linienladung dünne Linie, z.B. Draht

Flächenladung gleichmäßig auf der Fläche

Raumladung gleichmäßig im Raum

Reihenschaltung höhere Spannung, selbe Kapazität

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \quad (1)$$

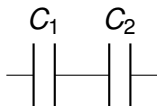


Abbildung: Zwei Kondensatoren in Reihenschaltung

Parallelschaltung Erhöhung der Kapazität (Σ)

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \quad (2)$$

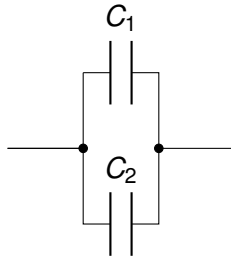


Abbildung: Zwei Kondensatoren in Parallelschaltung

Inhalt

Ladungen, Kräfte

Energieerhaltung und Einheit

Abmaße von Ladungen

Schaltung von Kondensatoren

Spannung am Kondensator

Vektoren

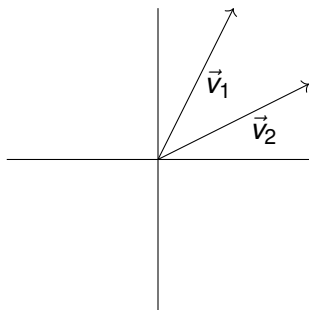
Elektrische Feldstärke

Überlagerung von elektrischen Feldern

Kondensator Auf- und Entladung

Pflicht-Themen, die noch offen sind

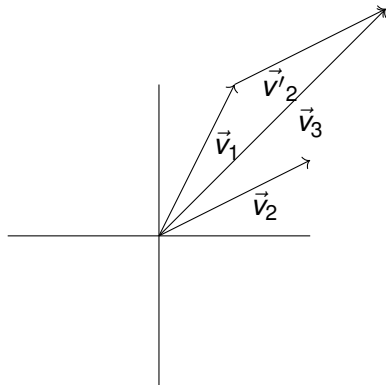
Vektoren



$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Abbildung: Zwei Vektoren in zweidimensionalen Raum

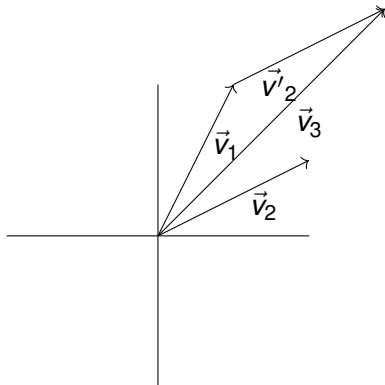
Addition von Vektoren



$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{v}'_2 = \vec{v}_2 \text{ und } \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Abbildung: Zwei Vektoren in zweidimensionalen Raum

Länge / Betrag eines Vektors



$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, |\vec{v}_1| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$
$$|\vec{v}_1| = \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{5}$$

Abbildung: Zwei Vektoren in zweidimensionalen Raum

Kraft als Vektor, Spannung

- Kraft $\hat{=}$ Vektor
- Richtung, Betrag
- Addition ($\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$), jeweils x, y, z-Komponente
- Spannung $\hat{=}$ Potenzial zwischen 2 Punkten
... auch im Raum (E-Feld)

Kraft auf Ladung

- Abhängig von Ladung Q und Abstand zur Ladung
- $\vec{F} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$
- $\vec{F} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2} \vec{e}^2$
 \vec{e} = Einheitsvektor (Länge = 1, für Richtung relevant)

Kraft auf eine Ladung

Aufgaben

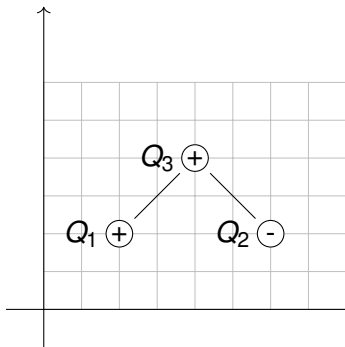
Gegeben seien drei Ladungen Q_1 , Q_2 und Q_3 . Alle Ladungen sind ideal punktförmig und haben den Wert $10\mu C$.

Die Ladungen befinden sich an folgenden Punkten:

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, Q_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, Q_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Das Koordinatensystem ist in m skaliert (eine Einheit = 1 m).

$\epsilon = \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$ Berechnen Sie die resultierende Kraft auf Q_3 , die von Q_1 und Q_2 ausgeht.



Elektrische Feldstärke

- Abhängig von Ladung Q und Abstand zur Ladung
- $\vec{F} = \frac{Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2} Q_1$ Kraft von Q_2 auf Q_1 .
- $\vec{F} = \vec{E} \cdot Q_1$
- $\vec{E} = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \epsilon}$

Elektrische Feldstärke

Aufgaben

Berechnen Sie die Kraft F_{12} von Q_2 auf Q_1 .

1. $Q_1 = Q_2 = 10 \mu C$. Der Abstand sei 1,2 m.

2. $Q_1 = 5 \mu C$, $Q_2 = 10 \mu C$ Abstand = 1 m

3. $Q_1 = 5 \mu C$, $Q_2 = 10 \mu C$ Abstand = 1,5 m

$$\vec{F} = \frac{Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot r^2} Q_1$$

Überlagerung von elektrischen Feldern

- E-Felder beeinflussen sich.
- Vektorielle Addition am Punkt.
- $V_{res} = V_1 + V_2$
- $V_{res} = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 22 \end{pmatrix}$
- $\vec{E} = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \epsilon} \cdot \vec{e}^2$
- $|\vec{v}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$

Überlagerung von elektrischen Feldern

Aufgaben

Berechnen Sie das resultierende Feld am Schnittpunkt.

1. $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -9 \\ 6 \end{pmatrix}$, $Q_1 = 10\mu C$, $Q_2 = 20\mu C$, $\varepsilon = \varepsilon_0$ Q_1 befindet sich an $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, Q_2 an $\begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$

Aufgaben E-Feld - Überlagerung

1. Berechne das elektrische Feld an folgenden Punkten P_n .
2. Zeichne zusätzlich die Feldlinien quantitativ, Feld von Q1, Feld von Q2 und resultierendes Feld.

$$\text{S } Q_1 = 3 \text{ nC}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} Q_2 = -10 \text{ nC}, \begin{pmatrix} 2 \text{ m} \\ 0 \text{ m} \end{pmatrix}$$

$$P_1 = \begin{pmatrix} 1 \text{ m} \\ 0 \text{ m} \end{pmatrix} P_2 = \begin{pmatrix} 2 \text{ m} \\ 0 \text{ m} \end{pmatrix} P_3 = \begin{pmatrix} 0,5 \text{ m} \\ 0,5 \text{ m} \end{pmatrix} P_4 = \begin{pmatrix} 0,5 \text{ m} \\ 0 \text{ m} \end{pmatrix} P_5 = \begin{pmatrix} 1 \text{ m} \\ 2 \text{ m} \end{pmatrix}$$

Kondensator - Eigenschaften

- Kondensatorplatten haben (große) Fläche.
- Zwischen Platten ist Luft / Dielektrikum (nicht Leitfähig)
- Durch den Kondensator fließt *kein* (Gleich-)Strom.

Ladung eines Kondensators I

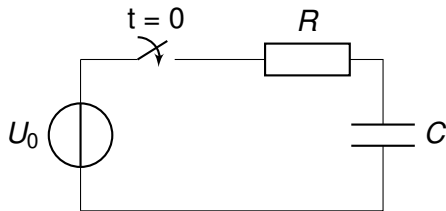


Abbildung: Reihenschaltung von Widerstand und Kondensator

- Anfangszustand: Kondensator ist leer (ungeladen - auf beiden Platten selbe Anzahl Ladungen)
- Verbindung mit Spannungsquelle ($t = 0$) - Kondensator lädt sich auf - Anzahl der Ladungen verschiebt sich.
- Dauer: i.d.R. wenige Millisekunden bis einige Sekunden (abhängig von R und C)

Ladung eines Kondensators II

$$\tau = R \cdot C \quad (3)$$

$$\tau = 1k\Omega \cdot 330\mu F \quad (4)$$

$$\tau = 330ms \quad (5)$$

Ladung eines Kondensators III

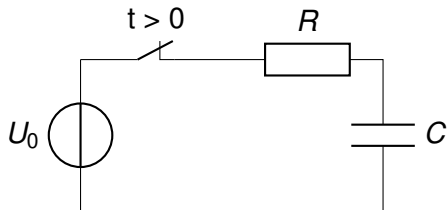


Abbildung: Reihenschaltung von Widerstand und Kondensator

- Kondensator lädt sich auf.
- Strom fließt durch R.
- $u_c(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
 $\tau = R \cdot C$

Ladung eines Kondensators IV

Spannung bestimmen

Zeitpunkt	Spannung an C
$t = \tau$	$= 0,63 \cdot U_0$
$t = 2\tau$	$= 0,86 \cdot U_0$
$t = 3\tau$	$= 0,95 \cdot U_0$
$t = 4\tau$	$= 0,98 \cdot U_0$
$t = 5\tau$	$= 0,99 \cdot U_0 \Rightarrow \approx U_0$

mit R und $C = 1$, $U_{max} \hat{=} U_0$

$$u_c(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$i_c(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\tau = R \cdot C$$

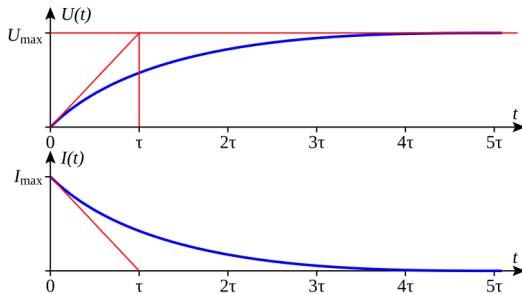


Abbildung: Von Honina.Frank Murmann at de:Wp via Wikipedia (abgerufen: 06.01.26)

Aufladen eines Kondensators

Zeit bestimmen

gesucht: t

$$u_c(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \mid : U_0 \quad (6)$$

$$\frac{u_c(t)}{U_0} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \mid - 1, \cdot (-1) \quad (7)$$

$$1 - \frac{u_c(t)}{U_0} = e^{-\frac{t}{\tau}} \mid \ln() \quad (8)$$

$$\ln\left(1 - \frac{u_c(t)}{U_0}\right) = -\frac{t}{\tau} \mid \cdot (-\tau) \quad (9)$$

$$-\tau \cdot \ln\left(1 - \frac{u_c(t)}{U_0}\right) = t \quad (10)$$

$\tau = R \cdot C$, $\ln(x)$ ist Umkehrfunktion zu e^x

Aufgaben - Laden des Kondensators

U_0	U_c	τ	t	R	C
12 V	$U_c(t)$		100 ms, 220 ms, 3τ , 1 s	1 k Ω	220 μF
12 V	$U_c(t)$	0,484 s	2τ , 2 s, 4 s		220 μF
12 V	$U_c(t)$	1,034 s	$0,5\tau$, τ , 4 s	2,2 k Ω	
	8,56 V		600 ms	1,2 k Ω	560 μF

- berechnen die fehlenden Parameter(τ , R, C, U_0) und $U_c(t)$
- Bei Widerstandswerten und Kondensatorwerten sind jeweils Werte der E12-Reihe zu bestimmen.
- $U_c(t)$ = berechne alle Spannungen für U_c zu den angegebenen Zeitpunkten t.
- Als weitere Übungsmöglichkeit: $U_0 = 15$ V; 18 V; 20 V; 24 V.

Entladen des Kondensators

- Spannung fällt von U_{max} auf 0 V
- Strom fließt „umgekehrt“
- nach 5τ gilt der Kondensator als entladen.

$$u_c(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (11)$$

$$i_c(t) = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (12)$$

Aufgaben: Laden und Entladen des Kondensators

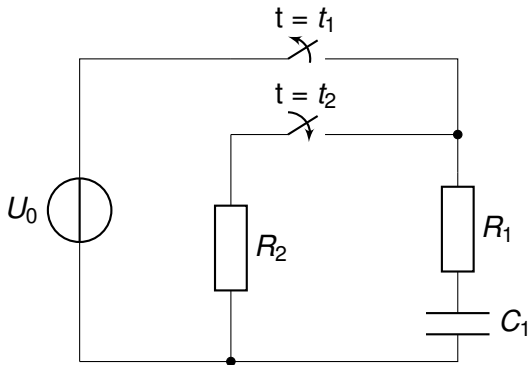


Abbildung: Kondensator laden und entladen

τ_1	τ_2	R_1	R_2	C_1
		1 k Ω	1,2 k Ω	100 μF
		3,3 k Ω	15 k Ω	220 μF
		47 k Ω	1 k Ω	470 μF

$$U_0 = 12 \text{ V}$$

- berechne τ für Ladung und Entladung
- welche Spannung hat der Kondensator nach 0,3s, 0,5s, 5s, 10 s?
- Wie lange dauert es, bis 3τ erreicht sind?
- Wie groß muss R_2 sein, damit die Entladezeit um den Faktor 0,75; 1,5; 2; 2,5; 3 verändert wird?

Beispiel: C laden „ohne“ Vorwiderstand

Wie groß ist $i(0+ = 1 \text{ ms})$, wenn folgendes gegeben ist:

- ideale Spannungsquelle (liefert definierte Spannung und „beliebigen“ Strom).
- $R = 1 \text{ m}\Omega$
- $C = 10 \mu\text{F}$

Beispiel: C laden „ohne“ Vorwiderstand

Wie groß ist $i(0+ = 1 \text{ ms})$, wenn folgendes gegeben ist:

- ideale Spannungsquelle (liefert definierte Spannung und „beliebigen“ Strom).
- $R = 1 \text{ m}\Omega$
- $C = 10 \mu\text{F}$
- $\tau = R \cdot C$
- $\tau = 1 \cdot 10^{-9} \text{ s}$

Beispiel: C laden „ohne“ Vorwiderstand

Wie groß ist $i(0+ = 1 \text{ ms})$, wenn folgendes gegeben ist:

- ideale Spannungsquelle (liefert definierte Spannung und „beliebigen“ Strom).
- $R = 1 \text{ m}\Omega$
- $C = 10 \mu\text{F}$
- $\tau = R \cdot C$
- $\tau = 1 \cdot 10^{-9} \text{ s}$
- $i_c(t) = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $i_c(t) = -\frac{5 \text{ V}}{1 \text{ m}\Omega} \cdot e^{-\frac{1 \text{ ms}}{1 \text{ ns}}}$

Beispiel: C laden „ohne“ Vorwiderstand

Wie groß ist $i(0+ = 1 \text{ ms})$, wenn folgendes gegeben ist:

- ideale Spannungsquelle (liefert definierte Spannung und „beliebigen“ Strom).
- $R = 1 \text{ m}\Omega$
- $C = 10 \mu\text{F}$
- $\tau = R \cdot C$
- $\tau = 1 \cdot 10^{-9} \text{ s}$
- $i_c(t) = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $i_c(t) = -\frac{5 \text{ V}}{1 \text{ m}\Omega} \cdot e^{-\frac{1 \text{ ms}}{1 \text{ ns}}}$
- $i_c(t = 1 \text{ ms}) \approx 5 \text{ kA}$

Pflicht-Themen, die noch offen sind

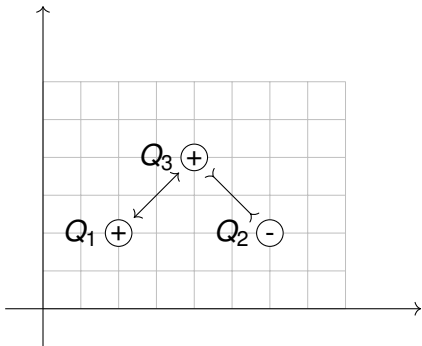
Folgende Themen sind gemäß Prüfungserlass für die Prüfung 2026 Pflicht, aber noch nicht ausgearbeitet.

- Induktion
Magnetischer Fluss (Φ)
Flussdichte (B)
- Spule
Ein- und Ausschaltvorgang

Die Themen folgen demnächst hier.

Anhang

Zu Folie 20



$$F_{31} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^2}$$

$$F_{31} = \frac{10 \mu C^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \sqrt{2} m^2}$$

$$F_{31} = \frac{10 \mu As^2}{4 \cdot \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot \sqrt{2} m^2}$$

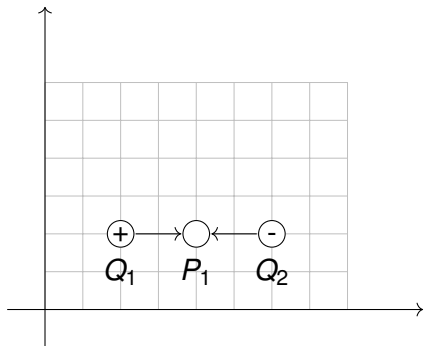
$|F_{31}| = 0,64 N$. Da Q_1 , Q_2 und Q_3 gleich groß sind und der Abstand ebenfalls gleich ist, ist

$F_{32} = 0,64 N$ $|F_{31}| = 0,64 N$. Da Q_1 , Q_2 und Q_3 gleich groß sind und der Abstand ebenfalls gleich ist, ist $F_{32} = 0,64 N$

zu Folie24

Abstand $Q_1 - P_1 : P_1 - Q_1 =$

$$\begin{pmatrix} 1 \text{ m} \\ 0 \text{ m} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \text{ m} \\ 0 \text{ m} \end{pmatrix} = \sqrt{1 \text{ m}^2 + 0 \text{ m}^2} = 1 \text{ m}$$



$$E = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \epsilon}$$

$$E_{p1q1} = \frac{Q_1}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \epsilon_0}$$

$$E_{p1q1} = \frac{3 \text{ nC}}{4 \cdot \pi \cdot 1 \text{ m}^2 \cdot \epsilon_0}$$

$$E_{p1q1} = \frac{3 \text{ nAs}}{4 \cdot \pi \cdot 1 \text{ m}^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}}$$

$$E_{p1q1} = 26,9 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$



$$E = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon}$$

$$E_{p1q2} = \frac{Q_1}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon_0}$$

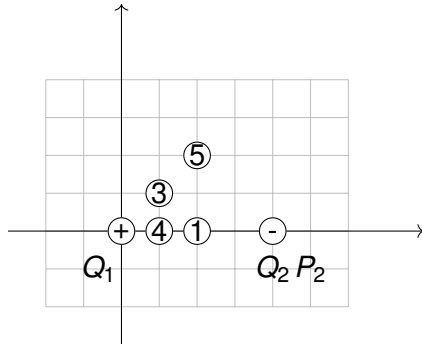
$$E_{p1q2} = \frac{-10 \text{ nC}}{4 \cdot \pi \cdot 1 \text{ m}^2 \cdot \varepsilon_0}$$

$$E_{p1q1} = \frac{-10 \text{ nAs}}{4 \cdot \pi \cdot 1 \text{ m}^2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}}$$

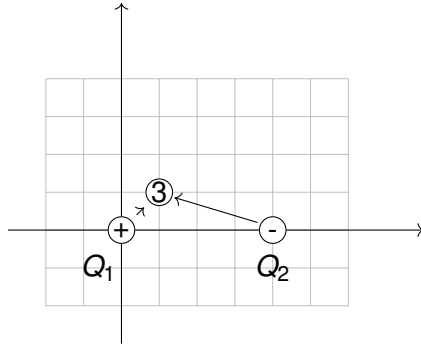
$$E_{p1q2} = -98,82 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$E_{p1} = 26,9 \frac{\text{V}}{\text{m}} - 98,82 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 62,92 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

zu Folie24, Abstand der Punkte zur Ladung



zu Folie24, Abstand der Punkte zur Ladung



Aufgaben - Laden des Kondensators

U_0	U_c	τ	t	R	C
12 V	<u>siehe unten</u>	<u>0,22 s</u>	100 ms, 220 ms, 3τ , 1 s	<u>1 kΩ</u>	<u>220 μF</u>
12 V	$U_c(t)$	0,484 s	2τ , 2 s, 4 s	<u>2,2 kΩ</u>	<u>220 μF</u>
12 V	$U_c(t)$	1,034 s	$0,5\tau$, τ , 4 s	<u>2,2 kΩ</u>	<u>470 μF</u>
<u>14,5 V</u>	8,56 V	<u>0,672 s</u>	600 ms	<u>1,2 kΩ</u>	<u>560 μF</u>

Aufgaben Laden C LSG Teil 2

Zu Zeile 1 (12V , $\tau = 0,22\text{s}$, $R = 1\text{ k}\Omega$,
 $C = 220\text{ }\mu\text{F}$)

t	$U_c(t)$
100 ms	4,38 V
220 ms	7,59 V
$3\tau = 0,66\text{ s}$	11,4 V
1 s	11,9V

Zu Zeile 2 (12V , $\tau = 0,484\text{s}$, $R = 2,2\text{ k}\Omega$,
 $C = 220\text{ }\mu\text{F}$)

t	$U_c(t)$
$2\tau = 0,968\text{s}$	10,4 V
2 s	11,8 V
4 s	12,0 V

Zu Zeile 3 (12V , $\tau = 1,034\text{s}$, $R = 2,2\text{ k}\Omega$,
 $C = 470\text{ }\mu\text{F}$)

t	$U_c(t)$
$0,5\tau = 0,517\text{s}$	4,72 V
$\tau = 0,672\text{ s}$	7,58 V
4 s	11,97 V