Arbeitsunterlagen zu FOS Elektrotechnik Themenfeld 12.6

Elektrisches und magnetisches Feld

Thomas Maul

V 0.1.0 - im Aufbau
Stand: 9. Dezember 2025

Inhaltsverzeichnis

1. Ladungen, Kräfte

Die Materie besteht aus Atomen. Diese wiederum aus einem Kern mit Protonen und Neutronen und einer Hülle aus Elektronen. Bei einigen Atomen, zum Beispiel Metalle sind, ist es leicht möglich einzelne Elektronen aus der Hülle zu entfernen. Dies führt zur elektrischen Leitung - dem elektrischen Strom. Bei Stoffen, die nicht leitend sind, lassen sich die Elektronen nicht oder nur schwer aus der Hülle entfernen.

Wenn man zwei nicht leitende Gegenstände, zum Beispiel einen Glasstab und ein Stück Stoff aneinander reibt, werden durch die Reibung Elektronen in einem der beiden Gegenstände aus der Hülle herausgerissen und in die Atomhüllen der Atome des anderen Gegenstands übertragen. In diesem Moment spricht man davon, dass beide Gegenstände elektrisch geladen sind.

Katze mit Styroporflocken

Abbildung 1: Katze mit Styroporflocken

[1]

Elektrische Ladungen, die gleich sind (zwei positive Ladungen oder zwei negative) stoßen sich ab. Ladungen, die unterschiedlich sind, ziehen sich an. Die Abstoßung und Anziehung kann man als Kräfte berechnen und in gewissen Grenzen messen.

Wenn sich die Ladungen nicht zwischen den Körpern bewegen und auch nicht innerhalb des Körpers, nennt man dies einen statischen Zustand. Die Ladung ist vorhanden, die Kräfte sind vorhanden aber es gibt keine Bewegung. Unter idealen Bedingungen bleibt der Zustand dauerhaft bestehen. In der Schule vereinfachen wir. Eine Ladung ist als punktförmig definiert, sie hat keine Ausdehnung, für die Elektrostatik gilt, dass sie ohne äußere Einflüsse unverändert bleibt. Elektronen und Ladungen bewegen sich nicht.

2. Energieerhaltung und Einheit

Unabhängig von den Vereinfachungen gilt, dass es einen Energieerhaltungssatz gibt. Energie kann nur umgewandelt werden. Potentielle in kinetische oder chemische Energie. Energie kann innerhalb eines geschlossenen Systems (wir gehen davon aus, dass unsere System alle geschlossen sind) nicht entstehen und nicht vernichtet werden. Damit bleibt die Gesamtladung auch immer identisch. Die Elektrische Ladung wird in Coulomb (Einheit C) gemessen, $1C = 1As$.
Die Elementarladung (kleinste Einheit) beträgt: $e = 1,602 * 10^{-19}C$

Wenn eine positive Ladung und eine negative Ladung nahe beieinander existieren, bilden sich zwischen ihnen Kräfte. Zusätzlich kann man ein elektrostatisches Feld messen. Das Feld wird als Linien dargestellt. Die Feldlinien beginnen bei der positiven Ladung und enden an der negativen Ladung.

3. Abmaße von Ladungen

Abmaße von Ladungen

[1] Quelle: Von Original image: Sean McGrath from Saint John, NB, CanadaDerived image: Black Rainbow 999 - Diese Datei ist ein Ausschnitt aus einer anderen Datei, CC BY 2.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=60287175

Punktlandung unendlich klein

Linienladung dünne Linie, z.B. Draht

Flächenladung gleichmäßig auf der Fläche

Raumladung gleichmäßig im Raum

Eine Punktladung wird als unendlich kleiner Punkt definiert. Wichtig ist, dass der Durchmesser der Ladung wesentlich kleiner ist, als der Abstand zu einer anderen Ladung.

Eine Linienladung stellt eine Linie dar, auf der sich die (gleichnamigen) Ladungen befinden. Die Linie ist relativ gesehen dünn, es kann zum Beispiel ein Draht sein, der im Raum als Linie dargestellt werden kann. Die Ladungen sind gleichmäßig auf der kompletten Strecke verteilt.

Eine Flächenladung verteilt sich auf einer Fläche gleichmäßig. In der Regel passiert dies bei metallischen Flächen oder anderen Flächen, die gut leitend sind. Hier verteilen sich die Ladungen auf der gesamten Fläche gleichmäßig.

Eine Raumladung stellt eine gleichmäßige Verteilung elektrischer Ladungen innerhalb eines Volumens dar.

4. Schaltung von Kondensatoren

Reihenschaltung höhere Spannung, selbe Kapazität

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \tag{1}$$

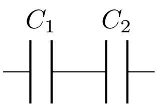


Abbildung 2: Zwei Kondensatoren in Reihenschaltung

Parallelschaltung Erhöhung der Kapazität ($\sum$)

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \tag{2}$$

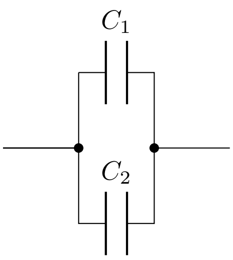


Abbildung 3: Zwei Kondensatoren in Parallelschaltung

Die Berechnung der Schaltungen von Kondensatoren ist gegenüber der Berechnung von Schaltungen der Widerstände invertiert. Bei der Parallelschaltung werden die wirksamen Flächen der Kondensatoren addiert. Daher werden bei einer Parallelschaltung auch die Kapazitätswerte addiert (siehe Formel 2). Bei einer Reihenschaltung werden die Kehrwerte addiert (siehe Formel 1). Hier erhöht sich - theoretisch - die nutzbare Gesamtspannung aller Kondensatoren.

4.1. Spannung am Kondensator

Ein Kondensator ist für eine maximale Spannung ausgelegt. Die zulässige Betriebsspannung ist in der Regel aufgedruckt. Die Spannung ist unter anderem vom Abstand der Platten und dem verwendeten Dielektrikum (Isolierstoff) abhängig. Wenn die maximale Spannung überschritten wird, kann es zu einem Überschlag (Blitz) kommen. Dadurch wird in der Regel das Dielektrikum und die Platten beschädigt. Ob ein Durchschlag zur Zerstörung des Kondensators führt ist von der mechanischen Bauart abhängig. Selbstheilende Kondensatoren verlieren bei einem Durchschlag an der Stelle ein wenig einer Metallfolie, dadurch verringert sich die Kapazität des Kondensators. Grundsätzlich bleibt der Kondensator weiterhin funktionsfähig.

Wenn man mehrere Kondensatoren in Reihe schaltet, verteilen sich die Ladungen auf den Platten gleichmäßig (siehe Bild 2).

Die rechte Platte des linken Kondensators (C_1) ist elektrisch direkt mit der linken Platte des rechten Kondensators (C_2) verbunden. Sie bilden quasi eine Einheit. Im städtischen Fall (wenn sich alle Ladungen verteilt haben) kann jeder Kondensator mit seiner maximalen Spannung betrieben werden. Somit kann bei mehreren Kondensatoren, die in Reihe geschaltet sind und die die gleiche Spannung haben, die Spannung addiert werden.

Im Zustand der Ladung sind die Ladungen jedoch noch nicht gleichmäßig verteilt. daher kann es passieren, dass einer der Kondensatoren mit einer Spannung beaufschlagt wird, die die zulässige Betriebsspannung überschreitet. Dies kann zu einer Überlastung - und damit potentiell einer Zerstörung - des betreffenden Kondensators führen.

5. Vektoren

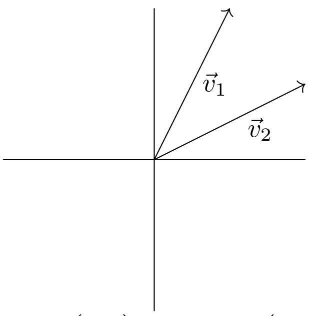
Ein Vektor beschreibt den Abstand und die Richtung zwischen zwei Punkten. In Bild 4 sind zwei Vektoren: $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Jeder Vektor beschreibt einen Punkt im Koordinatensystem. Der Startpunkt des Vektors muss nicht im Punkt $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ sein. Daher beschreibt der Vektor eine Verschiebung eines Punkts um die Koordinaten (hier x und y).

Die Länge des Vektors, der sogenannte Betrag, wird mit der $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ berechnet. Hier:

$$|v_1| = \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{5}$$

. Dies bedeutet, dass der Vektor v_1 eine Länge von $\sqrt{5}$ hat. Der Betrag gibt keine Auskunft über die Richtung, lediglich die Länge des Vektors.

Vektoren



$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

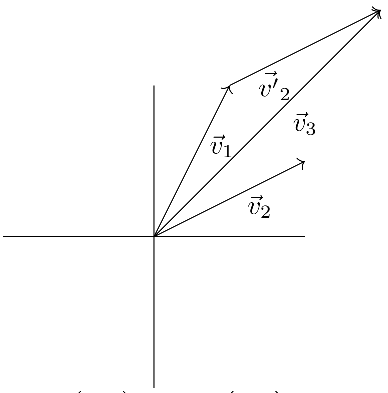
Abbildung 4: Zwei Vektoren in zweidimensionalen Raum

Vektoren können addiert werden, dabei werden jeweils die X-Komponenten, Y-Komponenten und ggf. weitere

Komponenten einzeln addiert.

$$\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \tag{3}$$
$$\vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{4}$$
$$\vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \tag{5}$$

Addition von Vektoren



$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v'}_2 = \vec{v}_2$ und $\vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

Abbildung 5: Zwei Vektoren in zweidimensionalen Raum

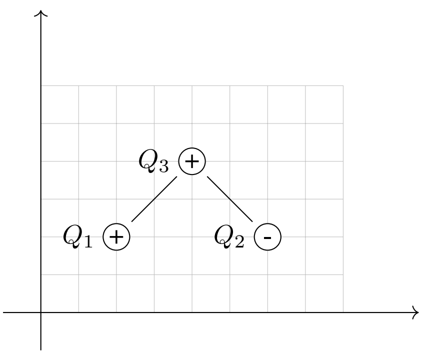
Kraft auf Ladung

- Abhängig von Ladung Q und Abstand zur Ladung
- $\vec{F} = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon}\frac{Q_1\cdot Q_2}{r^2}$
- $\vec{F} = \frac{Q_1\cdot Q_2}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon\cdot r^2}\vec{e}^2$ $\vec{e}$ = Einheitsvektor (Länge = 1, für Richtung relevant)

Kraft auf eine Ladung

Gegeben seien drei Ladungen Q_1, Q_2 und Q_3. Alle Ladungen sind ideal punktförmig und haben den Wert $10\mu C$.

Die Ladungen befinden sich an folgenden Punkten: $Q_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $Q_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $Q_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Das Koordinatensystem ist im m skaliert (eine Einheit = 1 m). $\varepsilon = \varepsilon_0 = 8,86 - 10^{-12}\frac{As}{Vm}$ Berechnen Sie die resultierende Kraft auf Q_3, die von Q_1 und Q_2 ausgeht.



6. Elektrische Feldstärke

Elektrische Feldstärke

- Abhängig von Ladung Q und Abstand zur Ladung
- $\vec{F} = \frac{Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot r^2} Q_1$ Kraft von Q_2 auf Q_1.
- $\vec{F} = \vec{E} \cdot Q_1$
- $\vec{E} = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon}$

Elektrische Feldstärke

Berechnen Sie die Kraft F_{12} von Q_2 auf $Q_!$.

1. $Q_1 = Q_2 = 10\ \mu C$. Der Abstand sei 1,2 m.
2. $Q_1 = 5\ \mu C, Q_2 = 10\ \mu C$ Abstand = 1 m
3. $Q_1 = 5\ \mu C, Q_2 = 10\ \mu C$ Abstand = 1,5 m

$\vec{F} = \frac{Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot r^2} Q_1$

7. Überlagerung von elektrischen Feldern

Überlagerung von elektrischen Feldern

- E-Felder beeinflussen sich.
- Vektorielle Addition am Punkt.
- $V_{res} = V_1 + V_2$
- $V_{res} = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 22 \end{pmatrix}$
- $\vec{E} = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \varepsilon} \cdot \vec{e}^2$
- $|\vec{v}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$

Überlagerung von elektrischen Feldern

Berechnen Sie das resultierende Feld am Schnittpunkt.

1. $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -9 \\ 6 \end{pmatrix}, Q_1 = 10\mu C, Q_2 = 20\mu C, \varepsilon = \varepsilon_0$ Q_1 befindet sich an $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, Q_2 an $\begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$

Aufgaben E-feld-überlagerung

1. Berechne das elektrische Feld an folgenden Punkten P_n.
2. Zeichne zusätzlich die Feldlinien quantitativ, Feld von Q1, Feld von Q2 und resultierendes Feld.

$Q_1 = 3\mu C, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} Q_2 = -10\mu C, \begin{pmatrix} 2\,m \\ n \end{pmatrix}$
$P_1 = \begin{pmatrix} 1\,m \\ 0\,m \end{pmatrix} P_2 = \begin{pmatrix} 2\,m \\ 0\,m \end{pmatrix} P_3 = \begin{pmatrix} 0.5\,m \\ 0,5\,m \end{pmatrix} P_4 = \begin{pmatrix} 0,5\,m \\ 0\,m \end{pmatrix} P_5 = \begin{pmatrix} 1\,m \\ 2\,m \end{pmatrix}$

8. Pflicht-Themen, die noch offen sind

Pflicht-Themen, die noch offen sind

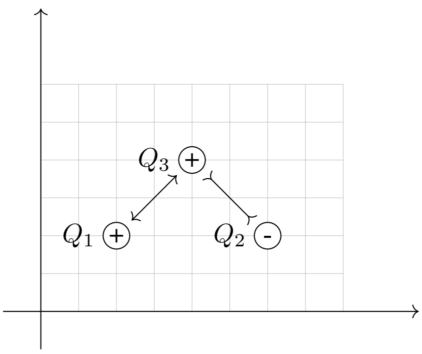
Folgende Themen sind gemäß Prüfungserlass für die Prüfung 2026 Pflicht, aber noch nicht ausgearbeitet.

- Kondensator Auf- und Entladung
- Induktion Magnetischer Fluss (Phi) Flussdichte (B)
- Spule Ein- und Ausschaltvorgang

Die Themen folgen demnächst hier.

A. Lösungsvorschläge zu Aufgaben

Zu Folie 12



$F_{31} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2}$
$F_{31} = \frac{10 \mu C^2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \sqrt{2} m^2}$
$F_{31} = \frac{10 \mu As^2}{4 \cdot \pi \cdot 8{,}86 * 10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot \sqrt{2} m^2}$
$|F_{31}| = 0,45N$. Da Q_1, Q_2 und Q_3 gleich groß sind und der Abstand ebenfalls gleich ist, ist $F_{32} = 0,45N$
$|F_{31}| = 0,45N$. Da Q_1, Q_2 und Q_3 gleich groß sind und der Abstand ebenfalls gleich ist, ist $F_{32} = 0,45N$

B. Literatur und Quellen

Literatur und Quellen

Wikibooks https://de.wikibooks.org/wiki/Elektrostatik

Marinescu, Marlene Elektrische und magnetische Felder, Eine praxisorientierte Einführung; A 3 (2012); Springer

Tutorial zu Simulation (Spice) https://ngspice.sourceforge.io/ngspice-eeschema.html (abgerufen: 03.11.25)

und https://www.kicad.org/

Abbildungsverzeichnis