

Arbeitsunterlagen zu FOS ET (12.1 und 12.6)

Thomas Maul

V 0.15 - im Aufbau
Stand: 11. Oktober 2025

Inhaltsverzeichnis

I. Themenfeld 12.1 - Gleichstromnetzanalyse	3
1. Zweipole	3
2. Helmholtz	5
2.1. Nur Quelle U1 aktiv	5
2.2. Nur Quelle U2 aktiv	7
3. Dreieck <-> Stern	8
4. Gleichungen	11
5. Kreisstrom	11
6. Knotenspannung	11
 II. Themenfeld 12.6 - Elektrisches und magnetisches Feld	 11
7. Ladungen, Kräfte	11
8. Einheiten	12
9. Ladungen	12
10. Vektoren	12
11. E-Feld	14
12. Überlagerung E	14
13. Kondensator	14
13.1. C laden	14
14. Induktion	14
14.1. Phi	14
14.2. B	14
15. Spule	14
15.1. Ein- und Ausschaltvorgang (Pflicht)	14

Teil I.

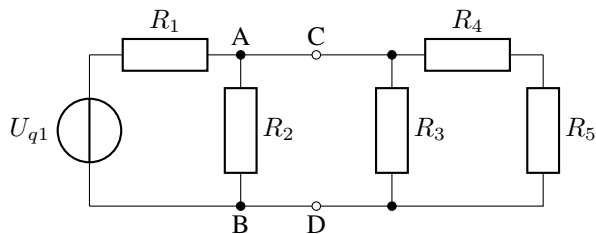
Themenfeld 12.1 - Gleichstromnetzanalyse

1. Zweipoltheorie (Pflicht)

In der Elektrotechnik werden Bauteile, die zwei Abschlüsse haben als Zweipole bezeichnet. Dies können jeweils einzelne Widerstände, Spulen und Kondensatoren sein. Manchmal ist es praktisch eine (Teil-)Schaltung als einen Zweipol darzustellen und in Berechnungen als ein virtuelles Bauteil zu verwenden.

Zweipole

In der Schaltung unten sollen die Widerstände R_3 bis R_5 als ein virtuelles Bauteil dargestellt werden. Es soll

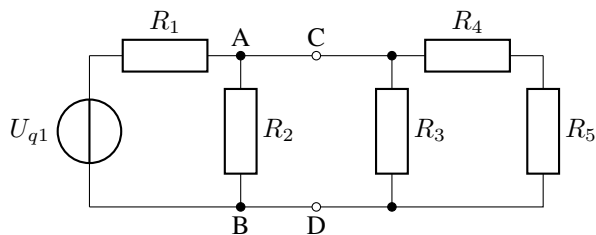


so aussehen, als ob nur ein Widerstand rechts von den Punkten C und D wäre. Durch Reihenschaltung von R_4 und R_5 zu R_{45} und anschließender Parallelschaltung mit R_3 kann ich dies erreichen (siehe Bild 1). Der Widerstand $R_{3||45}$ verhält sich für die Schaltung wie die Widerstände R_3 , R_4 und R_5 .

Ich lege für die Widerstände folgende Werte fest:

Werte für Berechnung

$$R_1 = 10\Omega \quad R_2 = 20\Omega \quad R_3 = 30\Omega \quad R_4 = 40\Omega \quad R_5 = 50\Omega \quad U_{q1} = 5V, \quad U_{q2} = 12V$$



Berechnung des Ersatzwiderstands

$$R_{45} = R_4 + R_5 \quad (1)$$

$$R_{45} = 40\Omega + 50\Omega \quad (2)$$

$$R_{45} = 90\Omega \quad (3)$$

$$\frac{1}{R_{3||45}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{45}} \quad (4)$$

$$\frac{1}{R_{3||45}} = \frac{1}{30\Omega} + \frac{1}{90\Omega} \quad (5)$$

$$R_{3||45} = 22,5\Omega \quad (6)$$

Jetzt kann ich den Gesamtwiderstand $R_{3||45}$ berechnen. Ich kann jedoch nicht mehr einzelne Spannungen oder

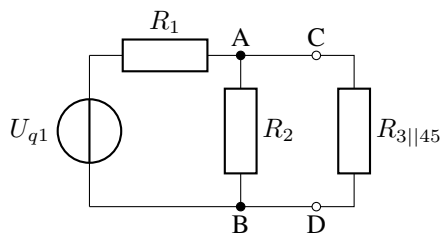


Abbildung 1: Berechnung des Erstatwiderstands

Ströme messen oder darstellen.

Der virtuelle Widerstand $R_{3||45}$ ersetzt die Schaltung der drei Widerstände. Das Gleiche ist mit allen passiven Bauteilen möglich. Auch aktive Bauteile (Quellen, Transistor, FET, ...) kann man durch einen Zweipol ersetzen.

Übungen zu Zweipole I

Berechnen Sie jeweils den Ersatzwiderstand zwischen den Klemmen C und D zur Schaltung unten.

a $R_1 = R_2 = 220\Omega$ $R_3 = R_5 = 230\Omega$ $R_4 = 470\Omega$

b $R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = 230\Omega$ $R_4 = 470\Omega$

c $R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 230\Omega$ $R_3 = 470\Omega$

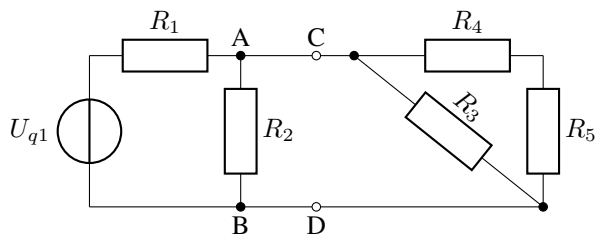


Abbildung 2: Schaltung zu Übung Ersatzzweipol - Teil 1

Übungen zu Zweipole II

Berechnen Sie jeweils den Ersatzwiderstand zwischen den Klemmen C und D zur Schaltung unten.

a $R_1 = R_2 = 220\Omega$ $R_3 = R_5 = 230\Omega$ $R_4 = 470\Omega$

b $R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = 230\Omega$ $R_4 = 470\Omega$

c $R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 230\Omega$ $R_3 = 470\Omega$

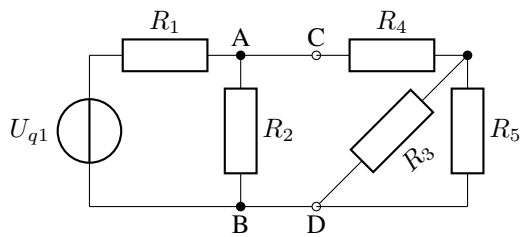


Abbildung 3: Schaltung zu Übung Ersatzzweipol - Teil 2

2. Überlagerungsverfahren nach Helmholtz (Pflicht)

Wenn in einer Schaltung, man spricht auch von elektrischen Netzwerken, mehr als eine Quelle vorhanden ist, speisen alle Quellen gemeinsam die Schaltung mit Energie. Um in der Schaltung unten (Abbildung 4) zu berechnen, wie viel Strom durch den Widerstand R_2 fließt muss ich wissen, wie viel Strom die Quelle U_1 und wie viel die Quelle U_2 an den Widerstand abgibt.

Zwei Spannungsquellen U_1 und U_2

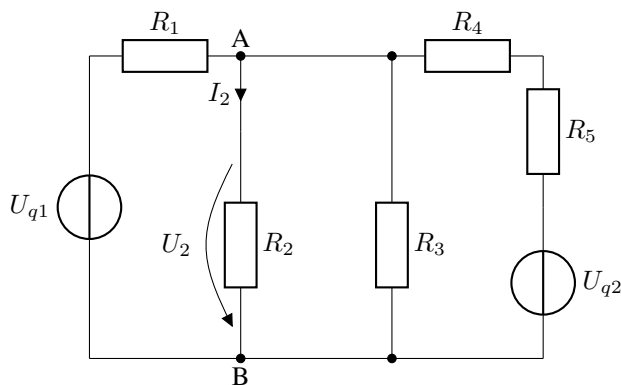


Abbildung 4: Zwei Quellen aktiv

$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 30\Omega, R_4 = 40\Omega, R_5 = 50\Omega$$

Mit einem Messgerät kann ich die Spannung an R_2 messen, den Strom, der durch R_2 fließt ebenfalls. Rechnerisch muss ich die Schaltung so verändern, dass jeweils nur die eine Quelle aktiv ist. Die anderen Spannungsquellen werden kurzgeschlossen. Wenn Stromquellen in der Schaltung sind werden diese aufgetrennt. Innenwiderstände der Quellen (hier R_1 zu U_1 und R_5 zu U_2 bleiben dabei in der Schaltung. Die Teilspannung an R_2 , die ich jetzt errechnen kann, nenne ich $U_{2'}$.

2.1. Nur Quelle U_1 aktiv

Nur Quelle U_1 aktiv

$$R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 30\Omega, R_4 = 40\Omega, R_5 = 50\Omega$$

R_2 wird jetzt mit dem Ersatzwiderstand $R_{3||45}$ parallel geschaltet.

Berechnung Ersatzwiderstand I

$$U_{2'} = I_2 * R_2 || R_3 || R_4 + R_5 \quad (7)$$

$$U_{2'} = I_2 * \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5}} \quad (8)$$

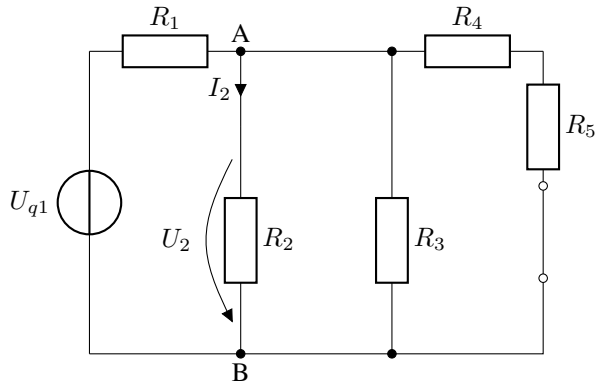


Abbildung 5: Nur Quelle 1 aktiv

I_2 ist nicht bekannt. Zur Berechnung müssten jedoch entweder I_2 oder U_2 bekannt sein. Somit hilft diese Formel noch nicht endgültig. Bekannt sind die Widerstandswerte und die Spannung U_1 . Mit der Formel eines Spannungsteilers kann ich die Spannung an der Parallelschaltung ausrechnen ohne I_2 zu kennen.

Berechnung Ersatzwiderstand II

$$U_{q1} = U_1 + U_2 \quad (9)$$

$$U_2 = U_{q1} * \frac{R_2 || R_3 || R_4 || R_5}{R_1 + R_2 || R_3 || R_4 || R_5} \quad (10)$$

In der Festlegung 5 (Seite 3) habe ich die Werte für die Widerstände und die Spannungen der Quellen festgelegt. In Formel (6, Seite 4) habe ich den Ersatzwiderstand für $R_{3||45}$ berechnet. Hier setze ich die Werte in die Formeln ein:

Einsetzen I

$$U_{2'} = U_{q1} * \frac{R_2 || R_3 || R_4 || R_5}{R_1 + R_2 || R_3 || R_4 || R_5} \quad (11)$$

$$U_{2'} = U_{q1} * \frac{\frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5}}}{R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5}}} \quad (12)$$

$$(13)$$

Einsetzen II

$$U_{2'} = U_{q1} * \frac{R_2 || R_3 || R_4 || R_5}{R_1 + R_2 || R_3 || R_4 || R_5}$$

$$U_{2'} = U_{q1} * \frac{\frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5}}}{R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_5}}}$$

$$U_{2'} = 5V * \frac{22,5\Omega}{10\Omega + 22,5\Omega} \quad (14)$$

$$U_{2'} = 5V * 0,69 \quad (15)$$

$$U_{2'} = 3,46V \quad (16)$$

2.2. Nur Quelle U2 aktiv

Jetzt schlieÙe ich Quelle 1 kurz und nur Quelle U_{Q2} ist aktiv. Damit kann ich den Teilstrom berechnen, der fließen würde, wenn in der Original-Schaltung nur diese Quelle vorhanden wäre.

Nur Quelle U2 aktiv

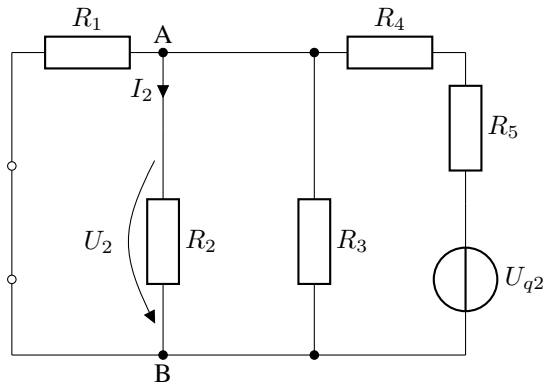


Abbildung 6: Nur Quelle zwei aktiv

$R1 = 10\Omega$, $R2 = 20\Omega$, $R3 = 30\Omega$, $R4 = 40\Omega$, $R5 = 50\Omega$ In diesem Fall ist $R2$ parallelgeschaltet mit $R1$ und $R3$.

Quelle 2, Einsetzen I

$$U_{2''} = U_{q2} * \frac{\frac{1}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3}}}{R4 + R5 + \frac{1}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3}}} \quad (17)$$

$$(18)$$

Quelle 2, Einsetzen II

$$U_{2''} = U_{q2} * \frac{\frac{1}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3}}}{R4 + R5 + \frac{1}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3}}} \quad (19)$$

$$U_{2''} = 12V * \frac{\frac{1}{\frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{20\Omega} + \frac{1}{30\Omega}}}{40\Omega + 50\Omega + \frac{1}{\frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{20\Omega} + \frac{1}{30\Omega}}} \quad (20)$$

$$U_{2''} = 0,24V \quad (21)$$

Addition

Zum Abschluss werden die beiden Teilspannungen addiert.

$$U_2 = U_{2'} + U_{2''} \quad (22)$$

$$U_2 = 3,46V + 0,24V \quad (23)$$

$$U_2 = 3,7V \quad (24)$$

$U_{2'}$ ist die Teilspannung, die von der Quelle U_{Q1} kommt, $U_{2''}$ ist von $U_{2''}$. U_2 ist die gesamte Spannung, die an Widerstand R_2 abfällt. Man spricht hier auch von der resultierenden Spannung. Die Spannung U_2 ist in der Schaltung messbar. die Teilspannungen $U_{2'}$ und $U_{2''}$ sind nicht direkt messbar. Oft sind Quellen in Schaltungen keine echten Spannungsquellen sondern Bauteile, die eine Spannung liefern (Transistor, Operationsverstärker, Ausgang eines Logik-ICs, ...)

3. Dreieck <-> Stern-Umwandlung (Pflicht)

Dieser Abschnitt befasst sich mit der Problematik, dass einige Schaltungen nicht alleine durch Reihenschaltung oder Parallelschaltung berechnet werden können. Im Bild 7 ist eine Messbrücke gezeichnet. Diese Brückenschaltung wird verwendet, um Spannungsänderungen an einem Sensor (z.B. Temperatursensor PT1000, DMS, ...) sehr klein sind. R_4 wäre zum Beispiel der Messwiderstand. R_6 wäre der Innenwiderstand des Messgeräts oder ein Widerstand, an dem der Spannungsabfall gemessen wird, um ihn durch Digitalisierung in einem Computer/Controller¹ zu verarbeiten. Durch eine Umwandlung zwischen einer Anordnung der Bauteile (hier Widerstände) im Dreieck und einer Anordnung in einem Stern können äquivalente Werte berechnet werden. Dadurch ist es möglich die entstandene Schaltung mit Hilfe von Reihenschaltung und Parallelschaltung zu berechnen. Nach der Umrechnung ist es nicht direkt möglich die Ströme und Spannungen der ursprünglichen Teilschaltung (hier R_3, R_5, R_6) zu berechnen. Es ist lediglich möglich die Ströme und Spannungen an R_1, R_2 und R_4 zu bestimmen.

Messbrücke

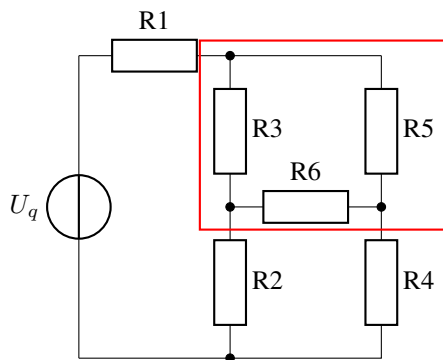


Abbildung 7: Messbrücke

Bild 8 stellt die selbe Schaltung dar, wie Bild 7.

Messbrücke - Stern-Dreieck

$$R_{AC} = R3$$

$$R_{AB} = R6$$

$$R_{BC} = R5$$

In Bild 9 wurden die Widerstände des Dreiecks in Widerstände in einer sternförmigen-Anordnung umgerechnet. Die Ströme und Spannungen an den Punkten A, B, und C sind bei beiden Anordnungen identisch.

¹Auf einer Arduino R3-Platine ist ein AT_Mega32-IC. Dieser hat einen Eingang, der analoge Spannungen digitalisieren kann.

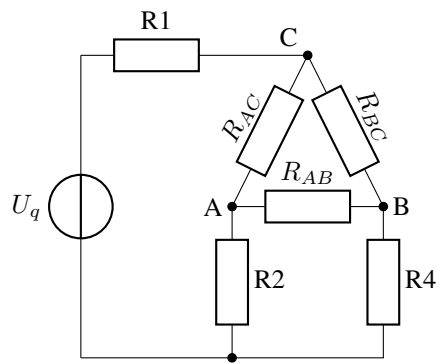


Abbildung 8: Messbrücke

Umwandlung Dreieck -> Stern

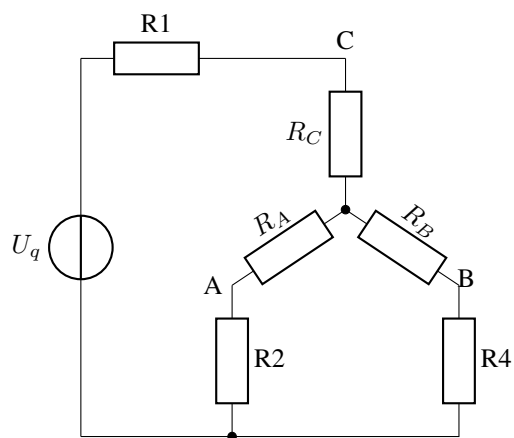


Abbildung 9: Messbrücke

$$R_A = \frac{R_{AC}R_{AB}}{R_{AC} + R_{AB} + R_{BC}}$$

$$R_B = \frac{R_{AB}R_{BC}}{R_{AC} + R_{AB} + R_{BC}}$$

$$R_C = \frac{R_{AC}R_{BC}}{R_{AC} + R_{AB} + R_{BC}}$$

In den folgenden Bildern ist der umgekehrte Weg von einem Stern zu einem Dreieck dargestellt. Die Herleitung der Formeln habe ich nicht geschrieben, sie ist auf der Seite <https://de.wikipedia.org/wiki/Stern-Dreieck-Transformation> zu finden.

Umwandlung - Stern- > Dreieck

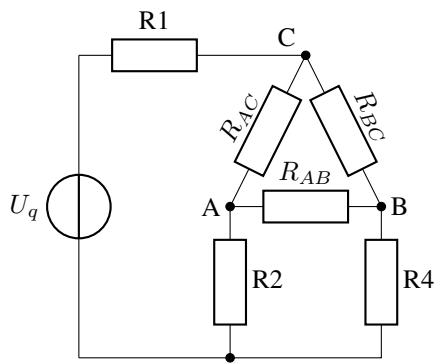


Abbildung 10: Messbrücke

$$R_{AB} = \frac{R_A R_B}{R_C} + R_A + R_B$$

$$R_{AC} = \frac{R_A R_C}{R_B} + R_A + R_C$$

$$R_{BC} = \frac{R_B R_C}{R_A} + R_B + R_C$$

Messbrücke

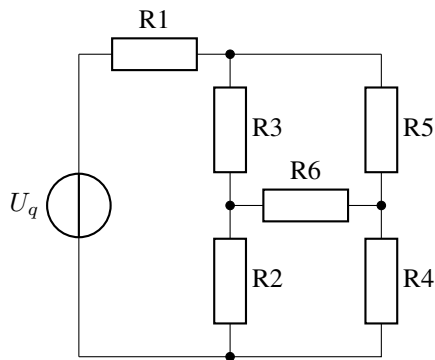


Abbildung 11: Messbrücke

$$R_1 = 220\Omega$$

$$R_2 = 470\Omega$$

$$R_3 = 330\Omega$$

$$R_4 = 330\Omega$$

$$R_5 = 560\Omega$$

$$R_6 = 390\Omega$$

$$U_q = 5\text{ V}$$

$$R_4 = R_{\text{Mess}} \text{ gesucht: Strom und Spannung an } R_6, R_4 \text{ und } R_5 \quad \begin{array}{lll} I_4 = 4,2 \text{ mA}, & I_5 = 3,3 \text{ mA}, & I_6 = 890 \mu\text{A} \\ U_4 = 1,4 \text{ V}, & U_5 = 3,6 \text{ V}, & U_6 = 0,35 \text{ V} \end{array}$$

4. Knoten- und Maschengleichungen (Pflicht)

5. Kreisstromverfahren (Pflicht)

6. Knotenspannungsverfahren (Pflicht)

Teil II.

Themenfeld 12.6 - Elektrisches und magnetisches Feld

7. Ladungen, Kräfte

Die Materie besteht aus Atomen. Diese wiederum aus einem Kern mit Protonen und Neutronen und einer Hülle aus Elektronen. Bei einigen Atomen, zum Beispiel Metalle sind, ist es leicht möglich einzelne Elektronen aus der Hülle zu entfernen. Dies führt zur elektrischen Leitung - dem elektrischen Strom. Bei Stoffen, die nicht leitend sind, lassen sich die Elektronen nicht oder nur schwer aus der Hülle entfernen.

Wenn man zwei nicht leitende Gegenstände, zum Beispiel einen Glasstab und ein Stück Stoff aneinander reibt, werden durch die Reibung Elektronen in einem der beiden Gegenstände aus der Hülle herausgerissen und in die Atomhüllen der Atome des anderen Gegenstands übertragen. In diesem Moment spricht man davon, dass beide Gegenstände elektrisch geladen sind.

Katze mit Styroporflocken



Abbildung 12: Katze mit Styroporflocken

2

Elektrische Ladungen, die gleich sind (zwei positive Ladungen oder zwei negative) stoßen sich ab. Ladungen, die unterschiedlich sind, ziehen sich an. Die Abstoßung und Anziehung kann man als Kräfte berechnen und in gewissen Grenzen messen.

Wenn sich die Ladungen nicht zwischen den Körpern bewegen und auch nicht innerhalb des Körpers, nennt man dies einen statischen Zustand. Die Ladung ist vorhanden, die Kräfte sind vorhanden aber es gibt keine Bewegung. Unter idealen Bedingungen bleibt der Zustand dauerhaft bestehen. In der Schule vereinfachen wir. Eine Ladung ist als punktförmig definiert, sie hat keine Ausdehnung, für die Elektrostatik gilt, dass sie ohne äußere Einflüsse unverändert bleibt. Elektronen und Ladungen bewegen sich nicht.

²Quelle: Von Original image: Sean McGrath from Saint John, NB, CanadaDerived image: Black Rainbow 999 - Diese Datei ist ein Ausschnitt aus einer anderen Datei, CC BY 2.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=60287175>

8. Energieerhaltung und Einheit

Unabhängig von den Vereinfachungen gilt, dass es einen Energieerhaltungssatz gibt. Energie kann nur umgewandelt werden. Potentielle in kinetische oder chemische Energie. Energie kann innerhalb eines geschlossenen Systems (wir gehen davon aus, dass unsere System alle geschlossen sind) nicht entstehen und nicht vernichtet werden. Damit bleibt die Gesamtladung auch immer identisch. Die Elektrische Ladung wird in Coulomb (Einheit C) gemessen, $1C = 1As$.

Die Elementarladung (kleinste Einheit) beträgt: $e = 1,602 \cdot 10^{-19}C$

Wenn eine positive Ladung und eine negative Ladung nahe beieinander existieren, bilden sich zwischen ihnen Kräfte. Zusätzlich kann man ein elektrostatisches Feld messen. Das Feld wird als Linien dargestellt. Die Feldlinien beginnen bei der positiven Ladung und enden an der negativen Ladung.

9. Abmaße von Ladungen

Abmaße von Ladungen

Punktlandung unendlich klein

Linienladung dünne Linie, z.B. Draht

Flächenladung gleichmäßig auf der Fläche

Raumladung gleichmäßig im Raum

Eine Punktladung wird als unendlich kleiner Punkt definiert. Wichtig ist, dass der Durchmesser der Ladung wesentlich kleiner ist, als der Abstand zu einer anderen Ladung.

Eine Linienladung stellt eine Linie dar, auf der sich die (gleichnamigen) Ladungen befinden. Die Linie ist relativ gesehen dünn, es kann zum Beispiel ein Draht sein, der im Raum als Linie dargestellt werden kann. Die Ladungen sind gleichmäßig auf der kompletten Strecke verteilt.

Eine Flächenladung verteilt sich auf einer Fläche gleichmäßig. In der Regel passiert dies bei metallischen Flächen oder anderen Flächen, die gut leitend sind. Hier verteilen sich die Ladungen auf der gesamten Fläche gleichmäßig.

Eine Raumladung stellt eine gleichmäßige Verteilung elektrischer Ladungen innerhalb eines Volumens dar.

10. Vektoren

Ein Vektor beschreibt den Abstand und die Richtung zwischen zwei Punkten. In Bild 13 sind zwei Vektoren: $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Jeder Vektor beschreibt einen Punkt im Koordinatensystem. Der Startpunkt des Vektors muss nicht im Punkt $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ sein. Daher beschreibt der Vektor eine Verschiebung eines Punkts um die Koordinaten (hier x und y).

Die Länge des Vektors, der sogenannte Betrag, wird mit der $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ berechnet. Hier:

$$|v_1| = \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{5}$$

.

Vektoren

Vektoren können addiert werden, dabei werden jeweils die X-Komponenten, Y-Komponenten und ggf. weitere Komponenten einzeln addiert.

$$\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \quad (25)$$

$$\vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (26)$$

$$\vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (27)$$

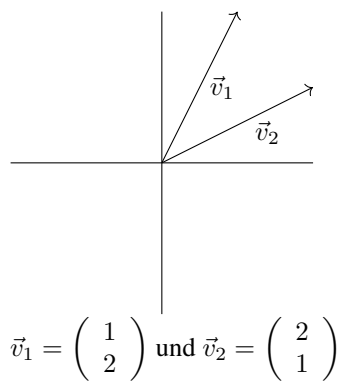


Abbildung 13: Zwei Vektoren in zweidimensionalen Raum

Addition von Vektoren

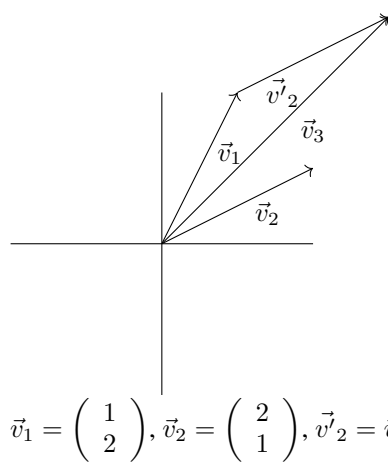


Abbildung 14: Zwei Vektoren in zweidimensionalen Raum

11. Elektrische Feldstärke

12. Überlagerung von elektrischen Feldern

13. Kondensator (Pflicht)

13.1. Auf- und Entladung (Pflicht)

14. Induktion (Pflicht)

14.1. Magnetischer Fluss (Φ) (Pflicht)

14.2. Flussdichte (Pflicht)

15. Spule (Pflicht)

15.1. Ein- und Ausschaltvorgang (Pflicht)

16. Literatur

Literatur

Wikibooks <https://de.wikibooks.org/wiki/Elektrostatik>

Marinescu, Marlene Elektrische und magnetische Felder, Eine praxisorientierte Einführung; A 3 (2012); Springer

Simulationsprogramm für Schaltungen :Ngspice, GUI: KiCad <https://www.kicad.org/>

Abbildungsverzeichnis

1.	Berechnung des Erstatwiderstands	4
2.	Schaltung zu Übung Ersatzzweipol - Teil 1	4
3.	Schaltung zu Übung Ersatzzweipol - Teil 2	5
4.	Zwei Quellen aktiv	5
5.	Nur Quelle 1 aktiv	6
6.	Nur Quelle zwei aktiv	7
7.	Messbrücke	8
8.	Messbrücke	9
9.	Messbrücke	9
10.	Messbrücke	10
11.	Messbrücke	10
12.	Katze mit Styroporflocken	11
13.	Zwei Vektoren in zweidimensionalen Raum	13
14.	Zwei Vektoren in zweidimensionalen Raum	13