



N° d'ordre : D03-02



# Thèse

présentée devant

**l'Institut National des Sciences Appliquées de Rennes**

pour obtenir le titre de

**Docteur**

spécialité : *Electronique*

## **Techniques multi-antennes émission-réception**

-

## **Applications aux réseaux domestiques sans fil**

par

Philippe GUGUEN

Soutenue le 22 janvier 2003 devant la commission d'examen :

Président	M. J. CITERNE	Professeur à l'INSA de Rennes
Rapporteurs	M. G. BUREL	Professeur à l'Université de Bretagne Occidentale
	M. P. DEGAUQUE	Professeur à l'Université de Lille I
Examineurs	M. J.-F. DIOURIS	Professeur à Ecole polytechnique de Nantes
	M. G. EL ZEIN	Professeur à l'INSA de Rennes
	M. P. LOPEZ	Ingénieur à THOMSON Multimédia Rennes

---

Institut National des Sciences Appliquées, Rennes  
Laboratoire Composants et Systèmes pour Télécommunications  
Groupe Télécommunications



# Remerciements

Ce travail est le fruit d'une collaboration entre le Laboratoire Composants et Systèmes pour Télécommunications de l'INSA de Rennes et le Laboratoire Communication Média de THOMSON Multimédia, dirigés respectivement par Messieurs J. Citerne et H. Fourdeux. Je leur adresse ma profonde reconnaissance pour m'avoir accueilli et les remercie de la confiance qu'ils m'ont accordée.

J'exprime toute ma gratitude à Monsieur G. El Zein, Professeur à l'INSA de Rennes, qui a eu la lourde tâche de m'encadrer durant ces trois années. Jour après jour, il a su, par ses compétences et sa disponibilité, me guider sur les chemins tortueux de la recherche. Rien n'aurait été possible sans son appui. Je suis également reconnaissant à Monsieur P. Lopez, Ingénieur à THOMSON multimédia, pour l'aide qu'il m'a apportée.

Je remercie sincèrement Monsieur G. Burel, Professeur à l'Université de Bretagne Occidentale, et Monsieur P. Degauque, Professeur à l'Université de Lille I, d'avoir accepté de rapporter ce travail. J'associe à ces remerciements Monsieur J.-F. Diouris, Professeur à l'Université polytechnique de Nantes, pour avoir accepté d'être examinateur. Je suis extrêmement reconnaissant envers Monsieur J. Citerne qui a tenu à présider ce jury, là où d'autres auraient fait l'impasse.

J'exprime par ailleurs toute ma sympathie à l'ensemble des membres du LCST, INSA de Rennes, et du RCMD, THOMSON Multimédia. Mon séjour passé au sein du groupe Télécommunications du LCST restera inoubliable grâce aux personnes que j'ai pu y côtoyer. Je pense notamment aux habitants et voisins de feu la Grotte Verte, avec qui les journées paraissaient si courtes.

Il me serait impossible de terminer sans adresser une pensée chaleureuse à toute ma famille et, plus particulièrement, à ma grand-mère qui n'aura pu assister à la fin de ma thèse.

A Catherine.

Rennes, le 28 mars 2003



# Avant-propos

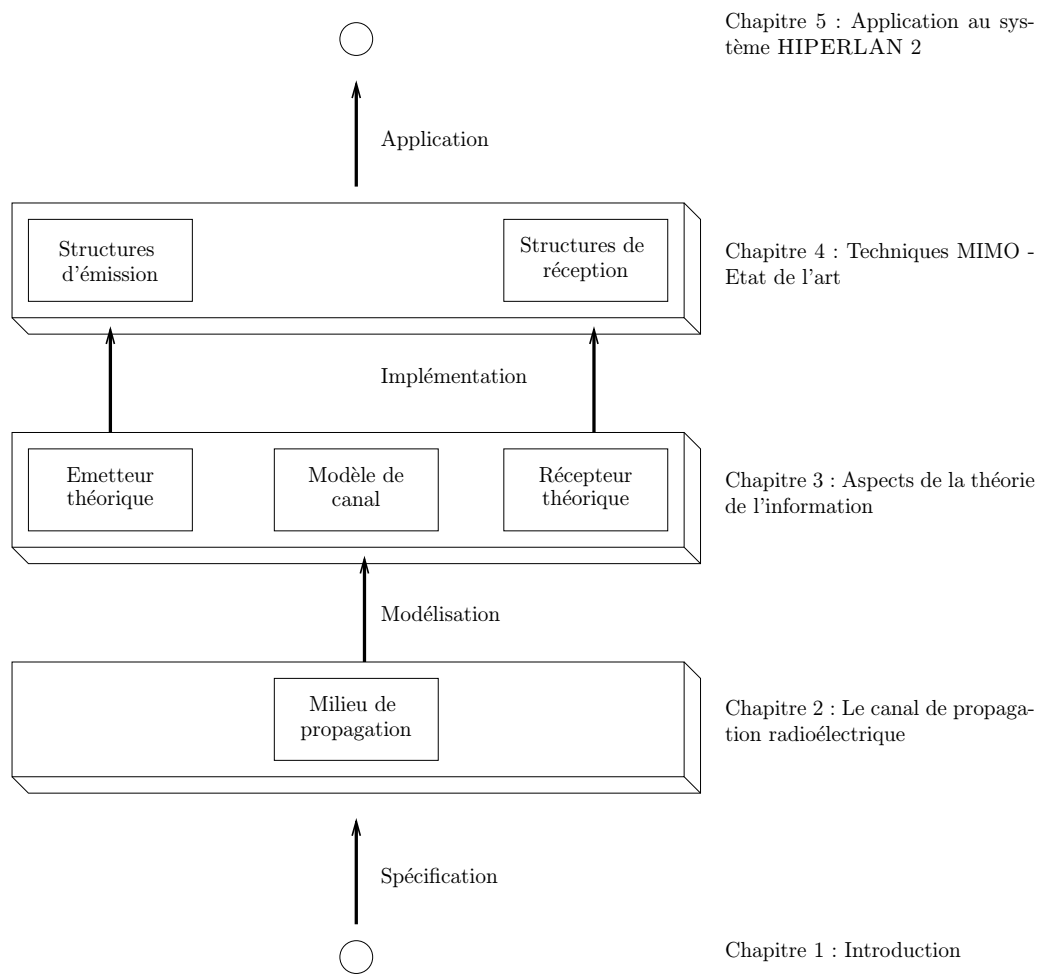
Hier encore confinés au monde professionnel, les réseaux locaux sans fil, propulsés par les avancées de l'électronique et du traitement du signal, se démocratisent à grands pas. Plus flexibles, moins chers que les solutions filaires, leurs perspectives de développement restent cependant lourdement conditionnées par leur aptitude à supporter des débits suffisants pour les applications multimédia. Dans cette course vers les hauts débits, des chercheurs des laboratoires Bell ont donné une impulsion décisive lorsque, en 1996, ils ont mis en évidence la possibilité d'accroître substantiellement les débits de transmission par l'emploi simultané de réseaux d'antennes à l'émission et à la réception. Le paradigme des systèmes de communication à entrées multiples et à sorties multiples MIMO (Multiple Input-Multiple Output) était né.

Rares sont les standards existants compatibles avec le transport de services multimédia hauts débits. La norme HIPERLAN2, affichant des taux de transferts bruts jusqu'à 54 Mbit/s dans la gamme de fréquences de 5 GHz, en fait partie. Se pose alors naturellement la question d'évaluer dans quelle mesure une extension MIMO permettrait d'augmenter ces débits. L'objectif de cette thèse, menée dans le cadre d'une collaboration entre THOMSON multimédia et le Laboratoire Composants et Systèmes pour Télécommunications (LCST) de l'INSA de Rennes, est d'apporter quelques éléments de réponse à ce problème.

Après un premier chapitre introductif donnant un aperçu du monde des réseaux locaux sans fil et des techniques de transmission haut-débit, le second chapitre traite du canal de propagation radioélectrique. De la connaissance fine des mécanismes d'interaction du signal avec le milieu, le concepteur peut déterminer si l'environnement est propice au déploiement d'un système MIMO et, dans l'affirmative, élaborer une stratégie capable d'exploiter au mieux la structure du canal. Les outils requis dans la construction des chaînes d'émission et de réception seront fournis par la théorie de l'information, sujet au cœur du troisième chapitre. Finalement, le quatrième chapitre présente un état-de-l'art des techniques de traitement temps-espace, qui va servir de base au dernier chapitre étudiant l'apport de la technologie MIMO au standard HIPERLAN2.

**Mots clés : réseaux domestiques sans fil haut débit, systèmes MIMO, réseaux d'antennes, multiplexage spatial, HIPERLAN2.**





*Plan du mémoire*





# Avertissement

Ce mémoire de thèse ne revêt pas le schéma classique en ce sens qu'il ne répond pas à la problématique posée de manière quantitative, à l'aide, entre autres, de développements analytiques ou de simulations numériques. Le manque de connaissances initiales propres aux systèmes de communication à double réseaux d'antennes, ainsi que l'étendue des domaines couverts, comptent parmi les causes de ce fait.

Le contenu, à caractère didactique, tente de donner une vue d'ensemble des systèmes de communication MIMO. Il retrace le cheminement suivi pendant la durée de cette thèse, détaillant les étapes significatives menant de la spécification des besoins de l'application jusqu'à l'ébauche d'une première solution.



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>iii</b>
<b>Avant-propos</b>	<b>v</b>
<b>Acronymes &amp; Abréviations</b>	<b>xv</b>
<b>Notations mathématiques</b>	<b>xvii</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Position du problème . . . . .	2
1.2 Le monde des réseaux locaux sans fil . . . . .	3
1.2.1 Organismes de standardisation . . . . .	5
1.2.2 Technologies propriétaires . . . . .	8
1.3 Techniques de transmission haut-débit . . . . .	10
1.3.1 Systèmes de communication sans fil . . . . .	10
1.3.2 Vers les systèmes MIMO . . . . .	12
1.4 Organisation du mémoire . . . . .	17
1.4.1 Plan . . . . .	17
1.4.2 Définitions et modèle système . . . . .	18
Bibliographie . . . . .	24
<b>2 Le canal de propagation radioélectrique</b>	<b>27</b>
2.1 Introduction . . . . .	27
2.2 Les phénomènes physiques de la propagation radioélectrique . . . . .	28
2.2.1 Le signal spatio-temporel . . . . .	28
2.2.2 Le bruit radioélectrique . . . . .	31
2.2.3 Phénomènes à grande échelle . . . . .	31
2.2.4 Phénomènes à petite échelle . . . . .	32
2.3 Caractérisation du canal spatio-temporel . . . . .	36
2.3.1 Représentations mathématiques du canal de propagation . . . . .	36
2.3.2 Caractérisation déterministe . . . . .	37
2.3.2.1 Domaine spatial . . . . .	37
2.3.2.2 Domaine temporel . . . . .	41
2.3.3 Caractérisation stochastique . . . . .	44
2.3.3.1 Statistiques au second ordre : corrélation, dispersion et cohérence . . . . .	45
2.3.3.2 Domaine spatial . . . . .	47

2.3.3.3	Domaine temporel . . . . .	56
2.4	Modèles du canal . . . . .	60
2.4.1	Modèles déterministes . . . . .	61
2.4.2	Modèles stochastiques et stochastiques géométriques . . . . .	64
2.5	Conclusion . . . . .	69
	Bibliographie . . . . .	72
<b>3</b>	<b>Aspects de la théorie de l'information</b>	<b>75</b>
3.1	Introduction . . . . .	75
3.2	Le canal de propagation et le signal numérique . . . . .	76
3.2.1	Sélectivité et dispersion en temps . . . . .	77
3.2.2	Sélectivité et dispersion en espace . . . . .	78
3.2.3	Canaux ergodiques versus canaux non-ergodiques . . . . .	81
3.3	Théorie de l'information . . . . .	82
3.3.1	Rappels . . . . .	82
3.3.2	Capacité d'un canal MIMO . . . . .	87
3.3.2.1	Information d'état du canal en émission et en réception . . . . .	89
3.3.2.2	Information d'état du canal en réception . . . . .	92
3.3.2.3	Absence complète d'information d'état du canal . . . . .	93
3.3.3	Normalisation de la capacité . . . . .	95
3.4	Leçons de la théorie de l'information . . . . .	98
3.4.1	Diversité et multiplexage en espace . . . . .	98
3.4.2	Capacité et canal de propagation . . . . .	99
3.4.3	Règles d'ingénierie . . . . .	110
3.5	Conclusion . . . . .	114
	Bibliographie . . . . .	116
<b>4</b>	<b>Techniques MIMO - Etat de l'art</b>	<b>119</b>
4.1	Introduction . . . . .	119
4.2	Domaine spatial . . . . .	120
4.2.1	Information d'état du canal en réception . . . . .	121
4.2.1.1	Critères de construction . . . . .	121
4.2.1.2	Panorama des techniques . . . . .	124
4.2.2	Emission et réception aveugles . . . . .	140
4.2.2.1	Critères de construction . . . . .	140
4.2.2.2	Panorama des techniques . . . . .	142
4.2.3	Information d'état du canal en émission et en réception . . . . .	145
4.2.3.1	Critères de construction . . . . .	145
4.2.3.2	Panorama des techniques . . . . .	146
4.3	Domaines spatial et fréquentiel . . . . .	150
4.3.1	Critères de construction . . . . .	151
4.3.2	Panorama des techniques . . . . .	154
4.4	Domaines spatial et temporel . . . . .	156
4.4.1	Critères de construction . . . . .	157
4.4.2	Panorama des techniques . . . . .	158
4.5	Conclusion . . . . .	161
	Bibliographie . . . . .	163

<b>5</b>	<b>Application des techniques MIMO au standard HIPERLAN2</b>	<b>169</b>
5.1	Introduction . . . . .	169
5.2	Description de la couche physique HIPERLAN2 . . . . .	170
5.3	Du bien-fondé d'un système MIMO-HIPERLAN2 . . . . .	175
5.4	Extension MIMO . . . . .	178
5.4.1	Analyse du problème . . . . .	178
5.4.2	Modulation codée fréquence-espace . . . . .	183
5.4.2.1	Constructions . . . . .	183
5.4.2.2	Résultats issus de la littérature . . . . .	184
5.4.3	Modulation codée temps-espace . . . . .	186
5.4.3.1	Constructions . . . . .	186
5.4.3.2	Résultats issus de la littérature . . . . .	191
5.4.4	Contraintes de coût . . . . .	195
5.5	Conclusion . . . . .	196
	Bibliographie . . . . .	197
<b>6</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>199</b>
	<b>Liste des tableaux</b>	<b>203</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>205</b>



# Acronymes & Abréviations

WLAN	Wireless Local Area Network — RLAN : Radio LAN
ETSI	European Telecommunications Standards Institute
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
BRAN	Broadband Radio Access Network
HIPERLAN	HIgh PERformance Local Area Network
802	Commission IEEE de standardisation des réseaux locaux et métropolitains
802.11	Groupe de travail IEEE sur les réseaux locaux sans fil
SISO	Single-Input Single-Output
SIMO	Single-Input Multiple-Output
MISO	Multiple-Input Single-Output
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output
STTCM	Space-Time Trellis Coded Modulation
STBCM	Space-Time Block Coded Modulation
OSTBCM	Orthogonal Space-Time Block Coded Modulation
LDCM	Linear Dispersion Coded Modulation
BLAST	Bell labs LAyered Space Time
USTM	Unitary Space-Time Modulation
CSI	Channel State Information
CSITR	Channel State Information at the Transmitter and the Receiver
CSIR	Channel State Information at the Receiver
NoCSI	No Channel State Information
OFDM	Orthogonal Frequency Division Mutlplex
ML	Maximum Likelihood
AOA	Angle Of Arrival
AOD	Angle Of Departure
LOS	Line-Of-Sight
NLOS	Non Line-Of-Sight
SNR	Signal-to-Noise Ratio





# Notations mathématiques

## NOMENCLATURE

---

$x, X$	scalaire
$\mathbf{x}$	vecteur — $\mathbf{x}_n$ : vecteur de taille $n$
$\mathbf{X}$	matrice — $\mathbf{X}_{m \times n}$ : matrice à $m$ lignes et $n$ colonnes
$x, X$	variable aléatoire scalaire
$\mathbf{x}$	vecteur aléatoire
$\mathbf{X}$	matrice aléatoire
$\vec{x}$	vecteur spatial
$\mathcal{X}$	ensemble — $\{x(k)\}_k$ : ensemble de points
$[x(1) \dots x(k)]$	vecteur, rangement en ligne
$[x(1) \mid \dots \mid x(k)]$	vecteur, rangement en colonne

## ANALYSE

---

$\mathbb{N}$	ensemble des naturels
$\mathbb{Z}$	anneau des entiers relatifs
$\mathbb{R}$	corps des nombres réels
$\mathbb{C}$	corps des nombres complexes
$\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$	anneau des entiers modulo $n$
$\int(\cdot) d\vec{r}$	intégrale vectorielle, $\int(\cdot) d\vec{r} \triangleq [\int(\cdot) dx, \int(\cdot) dy, \int(\cdot) dz]^T$
$\int(\cdot) d^3r$	intégrale volumique, $\int(\cdot) d^3r \triangleq \iiint(\cdot) dx dy dz$
$\mathcal{F}(\cdot)$	transformée de Fourier
$\mathcal{L}(\cdot)$	transformée de Laplace
$\mathcal{W}(\cdot)$	transformée de Wigner-Ville
$\lfloor \cdot \rfloor$	entier inférieur
$\lceil \cdot \rceil$	entier supérieur
$(\cdot)_+$	$= \max(\cdot, 0)$
$\text{Re}(\cdot)$	partie réelle
$\text{Im}(\cdot)$	partie imaginaire

## ALGÈBRE

---

$(\cdot)^T$	transposé
$(\cdot)^*$	conjugué
$(\cdot)^H$	Hermitien — $(\cdot)^{H/2} \triangleq [(\cdot)^{1/2}]^H$
$(\cdot)^\dagger$	pseudo-inverse (Moore-Penrose)
$\mathbf{I}$	matrice identité

$\mathbf{0}$	matrice nulle
$\cdot$	produit scalaire
$\otimes$	produit de Kronecker
$ \cdot $	module
$\ \cdot\ _2$	norme euclidienne
$\ \cdot\ _F$	norme de Frobenius d'une matrice
$\text{tr}(\cdot)$	trace d'une matrice
$\det(\cdot)$	déterminant — $\det_+(\cdot)$ : produit des valeurs propres positives non nulles
$\text{rang}(\cdot)$	rang d'une matrice
$\text{diag}(\cdot)$	diagonale — $\text{diag}(\mathbf{X})$ : éléments de la diagonale de la matrice $\mathbf{X}$ , $\text{diag}(\mathbf{x})$ : matrice diagonale remplie par les éléments du vecteur $\mathbf{x}$
$\text{vec}(\cdot)$	vectorisation d'une matrice (empilement des colonnes)
$\lambda(\cdot)$	spectre des valeurs propres
$\sigma(\cdot)$	spectre des valeurs singulières
$\succ 0, \succeq 0$	matrice définie positive et définie semi-positive

#### PROBABILITÉ

---

$P(\cdot)$	probabilité discrète
$p(\cdot)$	densité de probabilité
$P(\cdot   \cdot)$	probabilité conditionnelle
$E\{\cdot\}$	espérance
$H(\cdot)$	entropie — $h(\cdot)$ : entropie différentielle
$I(\cdot)$	information mutuelle
$\mathcal{R}(\cdot)$	fonction de corrélation — $\mathcal{R}_x(\cdot)$ et $\mathcal{R}_{xy}(\cdot)$ : fonctions d'autocorrélation et intercorrélation
$\mathcal{S}(\cdot)$	densité spectrale de puissance d'un processus stationnaire — $\mathcal{S}_x(\cdot)$ et $\mathcal{S}_{xy}(\cdot)$ : densité spectrale et densité interspectrale
$\bar{\mathcal{W}}(\cdot)$	transformée de Wigner-Ville généralisée
$\mathbf{R}$	matrice de corrélation — $\mathbf{R}_x$ et $\mathbf{R}_{xy}$ : matrices d'autocorrélation et intercorrélation
$\mathcal{N}(\mu, \sigma)$	distribution gaussienne de moyenne $\mu$ et de variance $\sigma^2$ ,
$\mathcal{CN}(\mu, \sigma)$	distribution gaussienne complexe à symétrie circulaire de moyenne $\mu$ et de variance $\sigma^2$ — $\mathcal{CN}(\mu, \mathbf{R})$ et $\mathcal{CN}(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{R})$ : distributions vectorielle et matricielle
$\mathcal{CW}_n(m, \Sigma)$	distribution de Wishart de taille $n$ à $m$ degrés de libertés et $\Sigma$ covariance des colonnes
$Q(\cdot)$	fonction de Marcum, $Q(x) \triangleq (1/\sqrt{2\pi}) \int_x^\infty \exp(-u^2/2) du$
$\sim$	processus identiquement distribués

#### SYMBOLES

---

$N_T$	nombre d'antennes d'émission
$N_R$	nombre d'antennes de réception
$x$	signal transmis — $x(\vec{r}_i(t), t)$ , $x(t)$ , $x(k)$ , $\mathbf{x}$ , $\mathbf{X}$
$y$	signal reçu — $y(\vec{r}_o(t), t)$ , $y(t)$ , $y(k)$ , $\mathbf{y}$ , $\mathbf{Y}$
$n$	bruit additif — $n(\vec{r}_o(t), t)$ , $n(t)$ , $n(k)$ , $\mathbf{n}$ , $\mathbf{N}$
$h$	réponse impulsionnelle du canal — $h(\vec{r}_o(t), \vec{r}_i(t); t, \tau)$ , $h(t, \tau)$ , $\mathbf{H}$

$D_{\text{corTx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)$	distance de corrélation en émission
$K_{\text{spreadTx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)$	étalement spectral en émission
$D_{\text{corRx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)$	distance de corrélation en réception
$K_{\text{spreadRx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)$	étalement spectral en réception
$D_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)$	distance de cohérence
$K_{\text{Dop}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)$	étalement Doppler spatial
$K_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)$	bande de cohérence en pulsation spatiale
$D_{\text{spread}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)$	distance d'étalement



# Chapitre 1

## Introduction

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Position du problème</b>	<b>2</b>
<b>1.2</b>	<b>Le monde des réseaux locaux sans fil</b>	<b>3</b>
1.2.1	Organismes de standardisation	5
1.2.2	Technologies propriétaires	8
<b>1.3</b>	<b>Techniques de transmission haut-débit</b>	<b>10</b>
1.3.1	Systèmes de communication sans fil	10
1.3.2	Vers les systèmes MIMO	12
<b>1.4</b>	<b>Organisation du mémoire</b>	<b>17</b>
1.4.1	Plan	17
1.4.2	Définitions et modèle système	18
	<b>Bibliographie</b>	<b>24</b>

---

Les premiers réseaux locaux sans fil, apparus dans le monde professionnel à la fin des années 80, ont été initialement pensés comme des alternatives bas coût au câblage de bâtiments entiers. Cette motivation est aujourd'hui moins forte puisque la plupart des bâtiments sont construits avec le câblage pré-installé et il s'est avéré que le coût de câblage n'était pas aussi élevé que prévu. Les réseaux sans fil n'ont pu ainsi gagner la popularité escomptée.

La technologie sans fil permettait toutefois de résoudre certains problèmes inhérents aux liaisons filaires : infrastructure légère autorisant un déploiement rapide, mobilité, reconfiguration transparente, alternative pour les lieux difficiles d'accès. L'appel d'air provoqué par la téléphonie sans fil et la diversification vers des applications grand public ont donné un regain d'intérêt dans les années 90. Les réseaux locaux sans fil ont ainsi commencé à envahir les habitations privées pour y transporter des données aussi diverses que le contrôle, la voix, la vidéo et autres services interactifs.

En toile de fond de cette thèse, les réseaux domestiques haut débit doivent faire face à l'émergence d'applications multimédia, toujours plus exigeantes en termes de débit et de qualité de service. Les limitations des systèmes actuels montrent que la recherche d'alternatives viables est une priorité.

La solution étudiée dans cette thèse a déjà été dévoilée dans le résumé du mémoire. Le but de ce chapitre d'introduction ne se réduit pas à une simple redite mais essaye au contraire de montrer comment l'on aboutit naturellement à cette proposition. Dans cette optique, il commence par une définition claire de la problématique. Un état des lieux des réseaux domestiques sans fil, pris au début de cette thèse, est ensuite proposé, apportant par là même les premiers éléments de réponse. L'examen des techniques de transmission haut débit et de leurs futures évolutions permet finalement de spécifier entièrement le système. Ce chapitre se termine par la présentation du plan du document et les définitions et notations employées.

Les zones de texte marquées d'un filet vertical, accompagnées des régions grisées apparaissant sur les figures, regroupent les principaux résultats de ce chapitre, permettant une première lecture rapide.

## 1.1 Position du problème

Un réseau domestique (cf. figure (1.1)) désigne la mise en commun d'appareils hétérogènes tels que des équipements ménagers, informatiques (PC, imprimantes, autres périphériques) ou multimédia (TV, lecteur CD/DVD, chaîne audio...), chaque famille d'équipements possédant ses propres contraintes en termes de débit et de qualité de service, comme le montre le tableau (1.1). Cette hétérogénéité des applications tranche nettement avec les réseaux d'entreprise et rend le plus souvent nécessaire la spécialisation des réseaux.

**Tab. 1.1:** *Contraintes applications*

Applications	Débits	Robustesse <sup>a</sup>	Service
Contrôle d'équipements	qqs 100 bit	$10^{-3}$	bidirectionnel, asynchrone
Internet	qqs kbit/s à qqs Mbit/s	$10^{-7}$	bidirectionnel
Vocal	8 à 32 kbit/s	$10^{-6}$	bidirectionnel, isochrone
Audio	< 400 kbit/s	$10^{-6}$	unidirectionnel, isochrone
Vidéo - définition standard	5 à 8 Mbit/s	$10^{-7}$	unidirectionnel, isochrone
Vidéo - haute définition	20 Mbit/s	$10^{-7}$	unidirectionnel, isochrone
Extension, pont filaire	100 Mbit/s	$10^{-7}$	bidirectionnel, isochrone

<sup>a</sup>Exprimée en probabilité d'erreur binaire

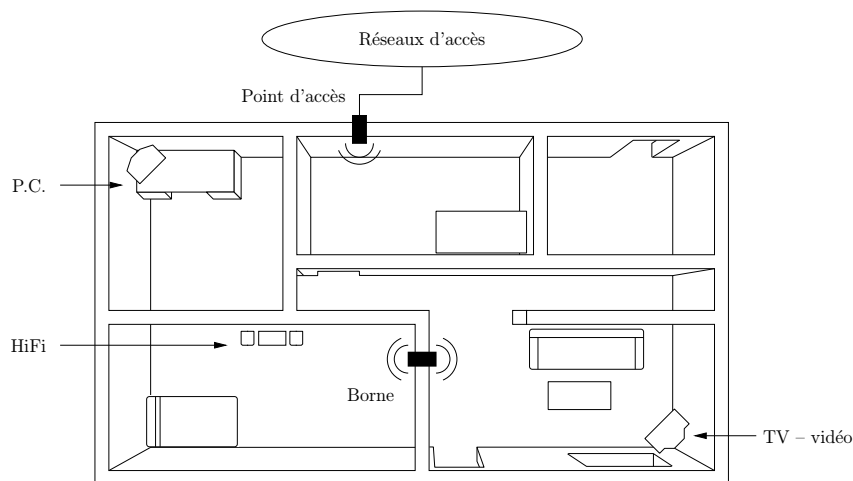
Ce travail de thèse porte sur la recherche de nouvelles technologies pour les futures générations de réseaux sans fil grand public, capables de répondre à la demande croissante des applications multimédia en termes de taux de transfert et de qualité de service.

L'application test est la diffusion de vidéo numérique haute définition. Trois objectifs principaux ont été fixés :

- le débit : le débit utile, offert aux couches supérieures, doit être suffisant pour transporter un multiplex de flots numériques indépendants ;
- la robustesse : le taux d'erreur visé est de l'ordre de  $10^{-7}$ , compatible avec la télévision haute définition et la plupart des services informatiques ;
- la qualité de service : le délai d'acheminement des données transitant par le réseaux doit être garanti, *i.e.* service isochrone.

Les contraintes exprimées sont de trois ordres :

- les caractéristiques de l'environnement : le système doit être conçu pour un déploiement en environnement domestique ;
- les régulations : la bande de fréquence occupée et la puissance de transmission doivent être conformes avec les normes légales d'émission ;
- la complexité de réalisation : le coût du produit doit rester compatible avec une commercialisation grand public.



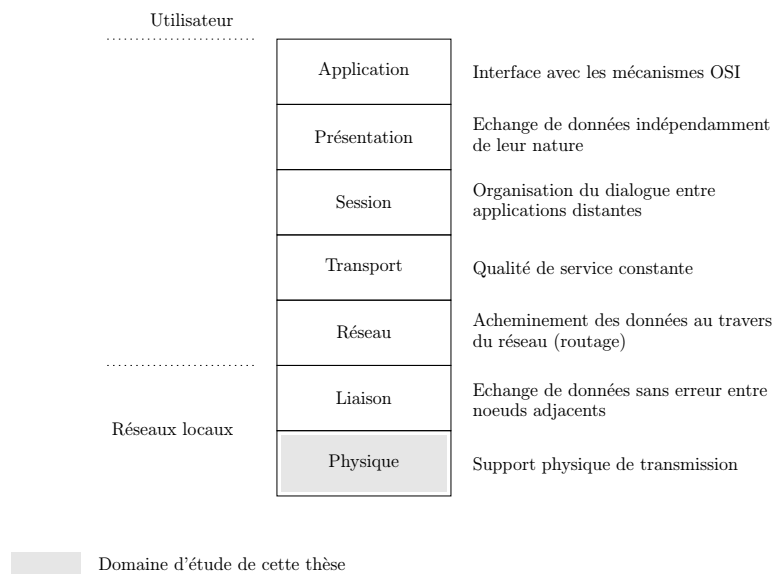
**Fig. 1.1:** *Un exemple d'environnement domestique*

## 1.2 Le monde des réseaux locaux sans fil

Il existe une grande variété de réseaux locaux qui se distinguent par l'architecture et le protocole d'accès, ainsi que par le format de modulation et les performances en termes de capacité et de fiabilité. Ce classement n'est pas fortuit mais correspond aux deux couches basses du modèle OSI (OSI — Open System Interconnection) redéfinies par les standards de réseaux locaux sans fil, *i.e.* la couche physique et la couche de contrôle de liaison. On peut se référer à la figure (1.2).

La couche de contrôle de liaison (DLC — Data Link Control) administre les liens entre noeuds du réseau. Elle est divisée en deux sous-couches : la couche d'accès au milieu

MAC (Medium Access Control), contrôlant les méthodes et les permissions d'émission des équipements, et la couche de contrôle logique (LLC — Logical Link Control), gérant le flux de données et la correction complète des erreurs. L'architecture du réseau, de type centralisé ou maillé, conditionne l'organisation de la DLC. Un réseau maillé, ou réseau *ad-hoc*, se définit comme une collection d'entités mobiles interconnectées formant un réseau temporaire sans l'aide de toute administration. A l'inverse, le réseau centralisé requiert la présence d'une entité maître gérant les communications entre les différents équipements.



**Fig. 1.2:** Le modèle de communication OSI et la position des réseaux locaux

La couche physique (PHY) fournit le service de transmission radio. Le format de modulation choisi doit être adapté au canal de transmission et compatible avec les normes en vigueur. Les organismes de régulation réglementant l'usage du spectre radioélectrique ont identifié, au niveau mondial, deux bandes de fréquence pour les réseaux locaux sans fil, avec des variations mineures variant suivant les pays. La bande à 2.45 GHz, à usage industriel, scientifique et médical (ISM), est ouverte à tous les appareils respectant les contraintes de compatibilité électromagnétique associées. N'étant pas réservée exclusivement aux applications de type réseaux, le spectre en ressort largement pollué par des rayonnements parasites provenant de différentes sources, *e.g.* fours micro-ondes en environnement domestique. Libérée plus récemment, la bande à 5 GHz est dédiée aux applications sans fil. Plus étendue et moins perturbée par des émissions d'origine humaine, elle est favorable à la transmission de débits très élevés.

La poursuite des hauts débits passent par l'optimisation, séparée ou conjointe, des mécanismes de la couche DLC et du schéma de mise en forme du signal transmis de la couche PHY.

L'aspect purement réseau sort du cadre de ce travail, qui porte avant tout sur la recherche de modulations plus efficaces. L'on se restreindra ici à l'optimisation de la couche physique, pour une couche de contrôle spécifique, empruntée à l'un des réseaux existants (cf. figure (1.2)).



Cette section offre une vision d'ensemble du paysage des réseaux locaux sans fil telle qu'elle se présentait dans le courant des années 1999-2000. Le but est ici de dégager le contexte dans lequel cette thèse est née et non de donner un état de l'art actualisé. Aux reproches justifiées portant sur l'absence de mise à jour, on peut rétorquer que les progrès lors de ces trois dernières années ont été relativement ténus et que, bien au contraire, le contexte économique de crise a considérablement freiné les efforts de recherche et a entraîné la disparition d'un grand nombre de technologies privées.

Par souci de clarté, les normes issues d'organismes de standardisation ont été dissociées des solutions propriétaires.

### 1.2.1 Organismes de standardisation

**ETSI (European Telecommunications Standards Institute) :** Initiés courant 1991, les travaux de l'ETSI sur les réseaux locaux sans fil haut débit ont abouti en 1997 à la norme HIPERLAN (High PERformance Radio Local Area Network). A cette époque, un projet concurrent était déjà lancé au sein de l'IEEE et un certain nombre de solutions propriétaires commercialisées, mais les débits proposés restaient néanmoins relativement limités. L'une des principales innovations a été l'allocation d'un spectre de transmission plus généreux.

Depuis 1997, la norme HIPERLAN, référencée à présent sous le nom de HIPERLAN1, a été intégrée au sein du projet BRAN (Broadband Radio Access Network) visant à éditer une gamme complète de spécifications depuis la boucle locale radio au réseau local sans fil. En 1999, la famille des standards HIPERLAN comptent quatre membres, HIPERLAN1, HIPERLAN2, HIPERACCESS (initialement HIPERLAN3) et HIPERLINK (initialement HIPERLAN4) :

**HIPERLAN1 :** Le standard HIPERLAN1, calqué sur le modèle d'un réseau informatique, est compatible avec les standards de la famille 802, Ethernet 802.3 et Token Ring 802.5, ce qui lui vaut d'être considéré comme une extension Ethernet sans fil. Complété et ratifié en 1996, il définit les modes d'opérations de la couche de liaison DLC et de la couche physique PHY.

Le spectre alloué s'étend sur une bande de 100 MHz autour de 5 GHz, divisée en 3 canaux, avec une option à 150 MHz et 5 canaux. Le format de modulation GMSK 0.3 (GMSK — Gaussian Minimum Shift Keying) a été emprunté à la norme GSM, également éditée par l'ETSI, dans le but d'éviter des développements supplémentaires tel que celui de l'égaliseur. Le débit brut sur la couche PHY monte à 23.5 Mbit/s sur chaque canal pour redescendre à près de 18 Mbit/s après la traversée de la couche MAC, cette valeur correspondant à la configuration la plus favorable.

Le protocole d'accès est une variante du CSMA/CD (Carrier Sensing Multiple Access with Collision Avoidance), appelée EY-NPMA (Elimination-Yield Non Preemptive Multiple Access), dont le principe consiste à scruter les canaux par ordre de priorité jusqu'à trouver un canal libre pour émettre.

Les réseaux HIPERLAN1 sont maillés, pour les applications asynchrones, ou coordonnés par un noeud central sélectionné dynamiquement, avec pour charge de répartir les ressources. La portée typique dans un environnement intérieur s'étend de 35 à 50 m.

**HIPERLAN2 :** Le protocole HIPERLAN2 s'apparente à une version sans fil d'ATM. Les spécifications couvrent les couches PHY et DLC, comme HIPERLAN1, au-dessus desquelles vient s'ajouter une couche de convergence dont le rôle est d'adapter les requêtes des couches supérieures (IP, UMTS, ATM, IEEE 1394) aux services offerts par la DLC.

Deux modes d'opérations sont prévus en fonction de la nature du trafic. Le mode centralisé est choisi lorsque la majeure partie du trafic transite vers le réseau d'infrastructure via un point d'accès. Dans le cas contraire, le mode direct est approprié, avec un contrôleur central, sélectionné dynamiquement, gérant la communication entre terminaux et le maintien de la qualité de service. La cohabitation de réseaux voisins est assurée par un mécanisme de sélection dynamique de fréquence.

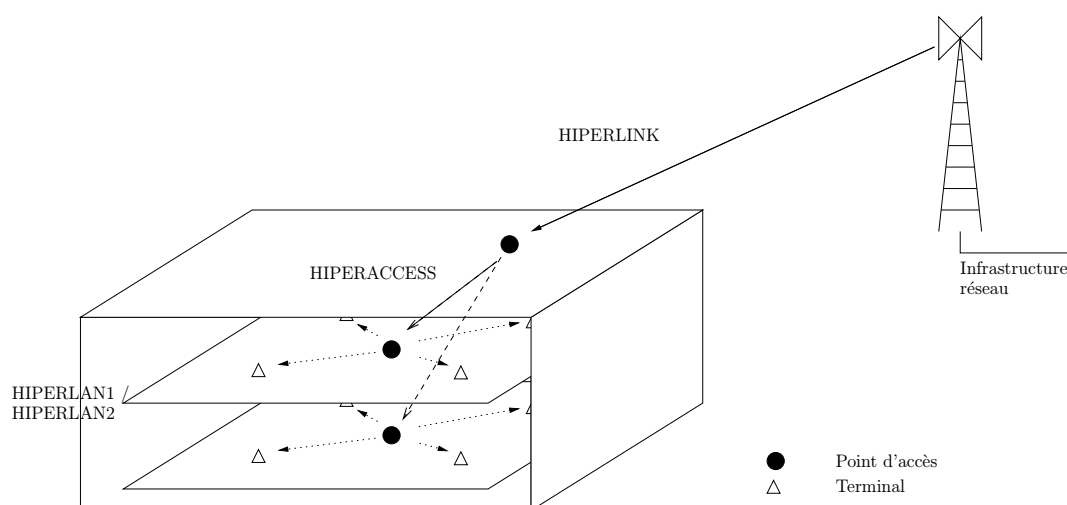
La couche PHY repose sur la modulation multiporteuse OFDM (OFDM — Orthogonal Frequency Division Multiplex), choisie pour sa robustesse à la sélectivité fréquentielle du canal de propagation. Le débit brut, très élevé, monte à 54 Mbit/s, dont 25 Mbit/s net en sortie de la couche de convergence. La couche MAC utilise un mode TDMA/TDD (Time-Division Multiple-Access/Time-Division Duplex), avec division dynamique du temps et réservation de la connexion.

**HIPERLAN3 :** Le troisième volet du projet BRAN, HIPERACCESS, spécifie un système de communication point-à-multipoint en extérieur pour la boucle locale radio à haut débit. La bande allouée se situe dans le spectre des 40 GHz et la modulation envisagée est de type monoporteuse, pour une portée estimée à 5 km.

**HIPERLAN4 :** La norme HIPERLINK est dédiée aux liaisons point-à-point très haut débit ( $> 155$  Mbit/s) et à courte distance ( $< 150$  m). Le processus de standardisation n'est actuellement pas amorcé.

**IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers) :** Intégrés au sein de la commission IEEE 802 travaillant sur les réseaux de communications géographiquement restreints, les groupes IEEE 802.11 s'adressent spécifiquement aux réseaux locaux sans fil.

**IEEE 802.11 :** Le standard IEEE 802.11, ratifié en 1997, est la première extension Ethernet sans fil attaquant le marché des réseaux locaux à bas débit et faible coût. Trois formats de transmission distincts ont été définis : deux méthodes de transmission radiofréquence dans la bande ISM à 2.45 GHz, basées sur l'étalement de spectre, et une troisième méthode de transmission dans l'infrarouge. Les techniques de transmission RF sont l'étalement de spectre par saut de fréquence (FHSS - Frequency Hopping Spread Spectrum), combinée à une modulation GFSK, ou par étalement direct (DSSS — Direct Sequence Spread Spectrum), utilisant les modulations BPSK ou DQPSK. Le débit brut s'élève à 1 Mbit/s, voire 2 Mbit/s en DSSS avec la modulation DQPSK, pour atteindre au mieux 1.2 Mbit/s au sommet de la couche MAC. Le choix entre les deux alternatives dépend d'un certain nombre



**Fig. 1.3:** Les standards HIPERLAN

de facteurs liés à l'application visée et à l'environnement. Le standard infrarouge, adapté à la transmission en ligne de vue, opère entre 850 et 950 nm avec des débits de 1 et 2 Mbit/s.

La couche MAC, commune aux trois couches PHY, exploite le protocole CSMA/CA, avec possibilité de support de services isochrones grâce à la mise en place d'une fonction de coordination supprimant les mécanismes de contention. Les communications peuvent se faire de station à station ou en passant par une borne de concentration.

**IEEE 802.11b :** Le succès rencontré par les produits 802.11 fut relativement limité à l'époque de sa publication du fait des prix des composants et du débit insuffisant face aux 10 Mbit/s offerts par les liaisons Ethernet filaires. Suite à cet accueil mitigé, un groupe de travail a été créé afin d'étudier l'extension de la couche PHY à des débits supérieurs. Ainsi est née la spécification 802.11b, compatible avec l'ancienne couche DSSS, incorporant une technique de modulation plus appropriée CCK (CCK — Complementary Code Keying) pour supporter des débits de 11 Mbit/s en bande ISM.

**IEEE 802.11a :** La spécification IEEE 802.11a, le second rejeton du standard 802.11, vise les mêmes applications que HIPERLAN2, avec des débits allant de 6 à 54 Mbit/s dans le spectre des 5 GHz. Contrairement aux systèmes 802.11 et 802.11b à étalement de spectre, la couche physique s'appuie ici sur une modulation sur multiplex de porteuses orthogonales.

Alors que les normes IEEE 802.11a et HIPERLAN2 optent pour des couches PHY quasiment identiques, les couches d'accès sont radicalement différentes. Le protocole à contention CSMA/CA a été choisi ici afin de garantir la compatibilité avec Ethernet, par opposition au protocole TDMA/TDD implémenté dans HIPERLAN2.

### 1.2.2 Technologies propriétaires

Le dynamisme du marché vers la fin des années 90 a conduit les entreprises à unir leurs efforts de recherche au sein de consortiums dans le but d'éditer des standards propriétaires, en mesure de rivaliser avec les standards officiels issus d'organismes de standardisation tels que l'ETSI et l'IEEE.

Parmi les groupes d'intérêt ayant eu un impact significatif, on citera les standards Bluetooth et HomeRF :

**Bluetooth** : Lancé par Ericsson en 1998, Bluetooth [1] est un réseau, à faible puissance et donc faible couverture, adapté à la transmission de données entre appareils numériques (assistant, téléphone, appareil photo, portable...). Il offre des débits moyens de 1 Mbit/s, sur une zone de couverture de 10 cm à 30 m en pratique.

La couche physique repose sur une transmission à étalement de spectre par saut de fréquence FHSS (1600 sauts/s) et une modulation des données GFSK. Par comparaison avec les autres systèmes utilisant un mode de transmission identique, une cadence de saut plus rapide et des paquets plus courts confèrent à Bluetooth une meilleure résistance au bruit et aux interférents.

**HomeRF** : Soutenu initialement par des acteurs comme Compaq, HP, IBM, Intel et Microsoft, HomeRF [2], imaginé avant tout pour un usage domestique, est conçu pour le transport de la voix en mode numérique et de données. La couche physique repose sur une transmission FHSS (50 sauts/s), combinée à une modulation FSK. Les débits bruts sont compris entre 1 et 2 Mbit/s (2FSK, 4FSK), pour des performances théoriques comparables à celles de IEEE 802.11. La couche MAC hybride regroupe un mode TDMA pour la voix et autres services interactifs, ainsi qu'un mode CSMA/CA pour la transmission des données.

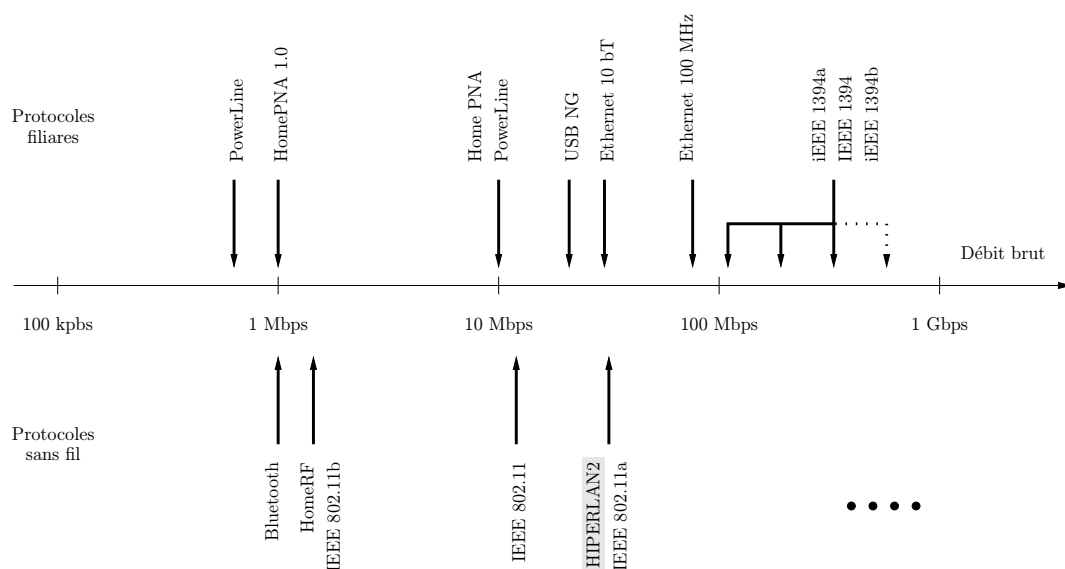
**Conclusion** : Le tableau (1.2) résume les caractéristiques principales des technologies évoquées précédemment. On identifie trois classes : les réseaux à faible débit (IEEE 802.11, Bluetooth, HomeRF), atteignant des débits de l'ordre de 1 à 2 Mbit/s, les réseaux à moyen débit (IEEE 802.11b, HIPERLAN1), avec des débits supérieurs à 10 Mbit/s, et, au sommet, les réseaux à haut débit (HIPERLAN2, IEEE 802.11a) prévus pour supporter jusqu'à 54 Mbit/s bruts.

Les standards jumeaux HIPERLAN2 et IEEE 802.11a apparaissent concrètement comme les deux alternatives envisageables pour les transmissions multimédia haut débit. Il reste toutefois en retrait des solutions filaires (cf. figure (1.4)), mettant en évidence la nécessité d'aller au-delà. Les liaisons point-à-point, présentes sur le marché à l'époque, sont exclues de cette comparaison bien qu'elles soient capables d'atteindre des débits largement supérieurs. L'explication provient du fait que la difficulté n'est pas tant d'atteindre des taux de transfert très élevés sur une liaison unique que d'établir un réseau apte à assurer un débit élevé entre l'ensemble des noeuds.

**Tab. 1.2:** Réseaux locaux sans fil — Caractéristiques principales

Caractéristiques	HIPERLAN1	HIPERLAN2	802.11a
Bande	5 GHz	5 GHz	5 GHz
Débit brut max.	23 Mbit/s	54 Mbit/s	54 Mbit/s
Débit net max.	18 Mbit/s	32 Mbit/s	32 Mbit/s
Mode physique	GMSK	COFDM	COFDM
Mode d'accès	EY-NPMA	TDMA/TDD	CSMA/CA
Couverture	30 – 150 m	30 – 100 m	30 – 100 m
Infrastructure	Ethernet	ATM, Ethernet, IP, UMTS, Fire-Wire, PPP	Ethernet

Caractéristiques	802.11	802.11b	Bluetooth	HomeRF
Bande	2.4 GHz	2.4 GHz	2.4 GHz	2.4 GHz
Débit brut max.	2 Mbit/s	11 Mbit/s	1 Mbit/s	2 Mbit/s
Débit net max.	1.2 Mbit/s	5 Mbit/s		
Mode d'accès	CSMA/CA	CSMA/CA	CSMA/CA	TDMA, CSMA/CA
Couverture	150 m	30 – 60 m	10 cm – 100 m	1 – 100 m
Infrastructure	Ethernet	Ethernet	Ethernet	RTC, Internet

**Fig. 1.4:** Hiérarchie des réseaux locaux en terme de débit

Au vu des contraintes applicatives et des performances des réseaux existants, rappelées dans les tableaux (1.1) et (1.2) respectivement, un doublement des débits constituerait une percée technologique, comblant le fossé avec les systèmes filaires comme le montre la figure (1.4), et assurant la pérennité des réseaux sans fil pendant quelques années. Les débits bruts envisagés sont donc de l'ordre de 100 Mbit/s.

Des deux bandes de fréquence réservées aux réseaux locaux radio, la bande ISM, relativement étroite et souffrant de la cohabitation avec une multiplicité de sources radioélectriques, semble difficilement compatible avec les taux de transfert envisagés<sup>a</sup>. On retiendra donc la bande des 5 GHz, proportionnellement plus large et dédié aux réseaux locaux.

Outre le barrage du débit, le support de certaines applications multimédia requiert un flux moyen d'information constant, exigence qui se traduit, au niveau réseau, par la maîtrise des délais de routage (transmission isochrone). La couche MAC du standard HIPERLAN2, reposant sur un protocole d'accès TDMA/TDD avec réservation de connexion, paraît plus apte à cette tâche que son homologue IEEE 802.11a, dont le mode d'accès par contention ne permet pas d'assurer facilement les retards de transmission. On conservera donc dans la suite la couche MAC définie par HIPERLAN2.

En résumé, on peut dire que le réseau recherché occupe la bande des 5 GHz et repose sur une couche MAC TDMA/TDD empruntée à la norme HIPERLAN2. Il ne reste plus maintenant qu'à construire la couche physique.

---

<sup>a</sup>Cette observation sera éventuellement remise en cause par la spécification IEEE 802.11g. Attendue pour 2003, elle est prévue pour transmettre des débits comparables à HIPERLAN2 dans la bande ISM, en utilisant une couche physique similaire à celle du 802.11a.

## 1.3 Techniques de transmission haut-débit

### 1.3.1 Systèmes de communication sans fil

**Le canal radioélectrique** Les transmissions radiofréquences utilisent l'onde électromagnétique comme support de l'information. L'onde rayonnée depuis l'émetteur se propage de manière incontrôlée, interagissant avec les obstacles présents dans le milieu. Cette nature non guidée de la propagation constitue indéniablement l'une des caractéristiques fondamentales du canal radioélectrique.

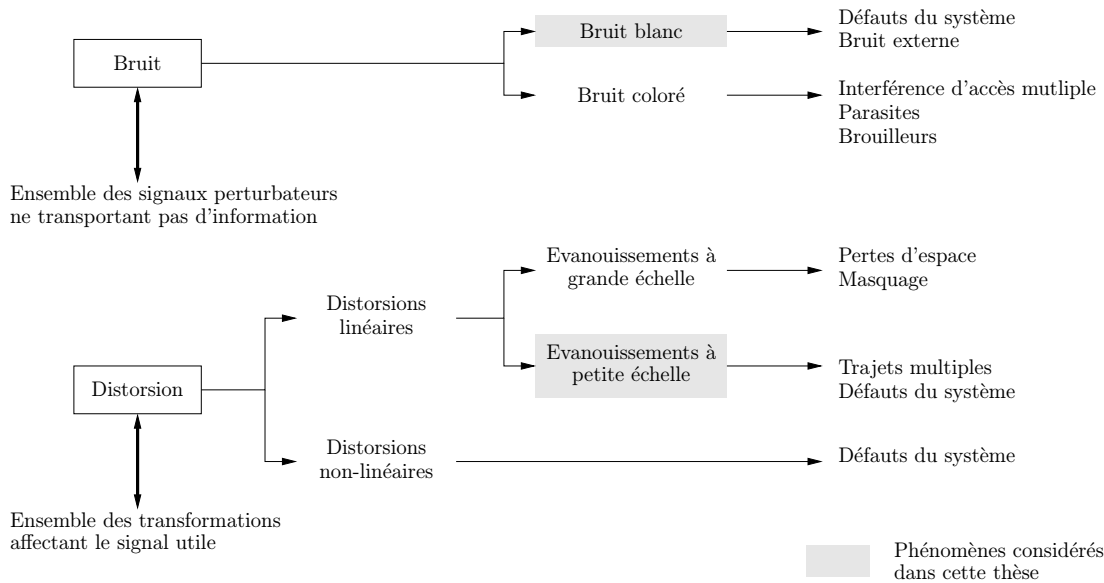
Le signal capté par le récepteur, qui est en soi une mesure particulière du champ électromagnétique, résulte d'une superposition complexe d'ondes stationnaires et propagées. Par le jeu des interférences constructives ou destructives, la dynamique enregistrée en fonction de la position, de l'instant et de la fréquence pourra être marquée. On regroupe ces phénomènes sous le nom d'évanouissements et l'on parle de milieu sélectif. Le récepteur récupère une version altérée du signal transmis, dont il sera éventuellement en mesure de restaurer le contenu en fonction de la sévérité des effets induits par la propagation.

A ce premier type de dégradations s'ajoute le bruit, terme englobant l'ensemble des signaux ne contribuant pas au transport de l'information. La figure (1.5) présente les principaux aléas propres aux communications sans fil.

On supposera, dans notre application, que le bruit additif est blanc. Pour en comprendre la raison, il suffit de se remémorer que le bruit structuré dans le spectre des 5 GHz, réservé aux réseaux locaux, est presque exclusivement dû à l'interférence d'accès multiple interne au réseau ou provenant d'autres réseaux situés à proximité. Ces problèmes sont gérés par la couche MAC.

On se concentrera sur l'exploitation de la sélectivité du canal en faisant abstraction des évanouissements à grande échelle. Ces derniers relèvent avant tout de la fréquence de travail, de la puissance d'émission et de l'environnement, trois facteurs fixés par l'application considérée et les réglementations associées.

La prise en compte des défauts liés au matériel, nécessaire dans la pratique, sort du cadre de cette thèse.



**Fig. 1.5:** Sources de dégradation

**Architecture d'une chaîne de communication :** Une chaîne de communication représente l'ensemble des traitements reliant une source, délivrant le message à transmettre, à un destinataire, exploitant cette information. Les trois éléments de base sont le canal de transmission, l'émetteur, qui convertit le flux d'information sous une forme adaptée au canal, et le récepteur, qui effectue l'opération inverse et fournit le message au destinataire.

La figure (1.6) propose un schéma générique possible, plus détaillé. Celui-ci se veut toutefois purement illustratif puisque l'éclatement de l'émetteur et du récepteur en une

succession de fonctions séparées est sous-optimal en pratique et tend à s'effacer avec la sophistication des systèmes.

Deux étages distincts sont identifiés [3] : un émetteur/récepteur théorique, engendrant le signal transportant l'information, et l'ensemble des organes d'émission et de réception, convertissant ce signal en une forme d'onde adaptée au milieu physique de propagation.

Tout en restant étroitement en contact avec les contraintes d'implémentation, ce travail est axé sur une étude du système théorique et, plus exactement, sur les différents blocs constitutifs appartenant à la couche PHY.

Le recalage du schéma (1.6) sur la pile OSI montre que le codage de source est concentré dans les couches applicatives tandis que le codage de canal et la modulation numérique restent confinés aux couches basses DLC et PHY, intervenant dans la définition d'un réseau local. Une analyse plus fine montre que seule la modulation numérique fait partie intégrante de la couche PHY, le codage de canal étant réparti entre les couches PHY et MAC. A titre d'exemple, le standard HIPERLAN2 utilise un codage convolutif dans la couche PHY complété d'un code en bloc algébrique dans la couche MAC.

Par conséquent, le domaine de travail ne couvre que la couche physique théorique et les fonctions de modulation et de codage correspondantes.

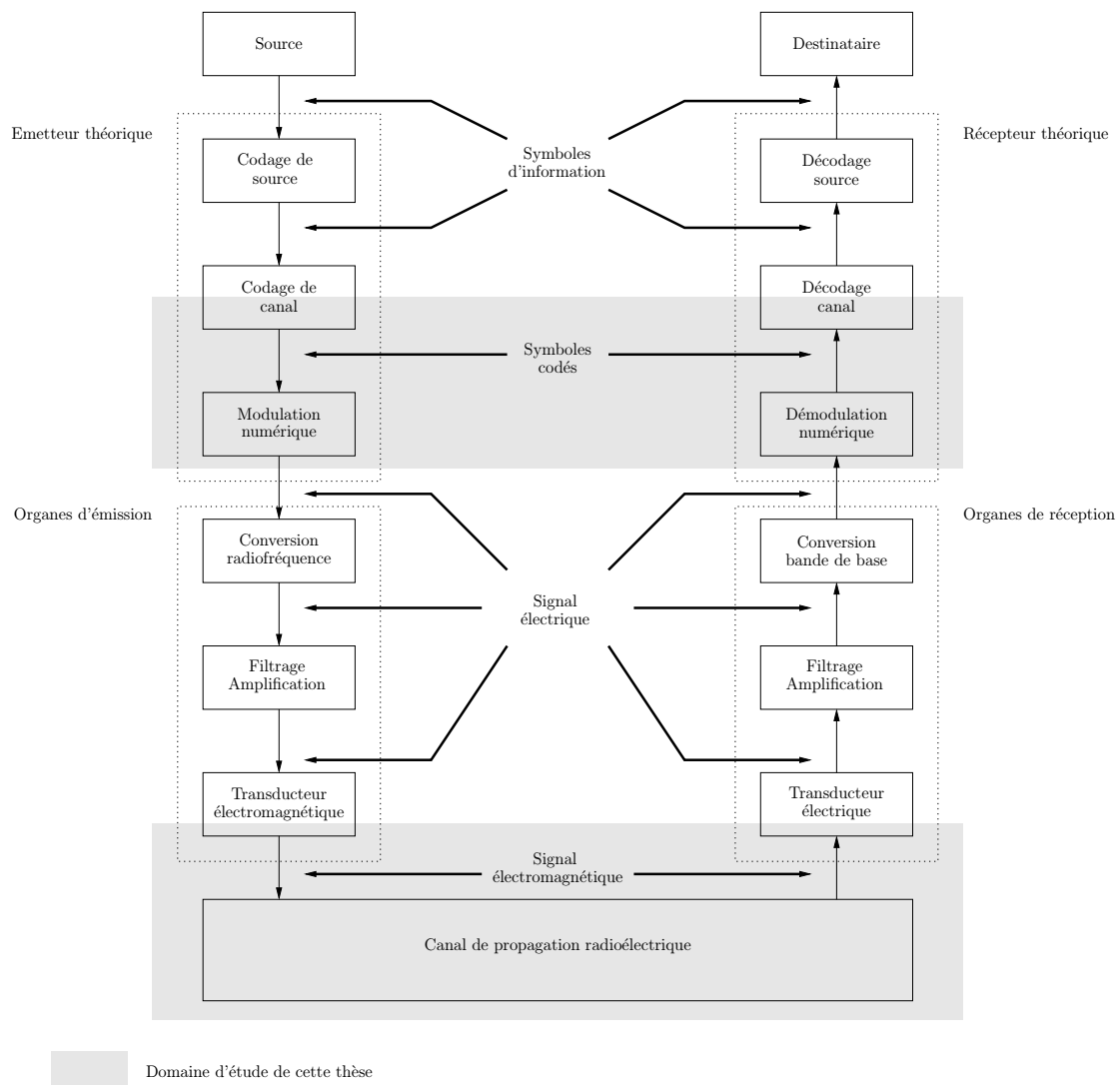
### 1.3.2 Vers les systèmes MIMO

Des considérations théoriques prouvent que les réseaux sans fil existants sous-exploitent notablement la ressource disponible, par opposition aux systèmes filaires relativement proches des performances théoriques optimales. L'explication provient de la lenteur du transfert technologique de la théorie vers la pratique. A ce propos, l'invention de la plupart des techniques implantées dans les réseaux radioélectriques existants remonte à une trentaine d'année.

**Augmentation des débits :** Le débit effectif supporté par un réseau local, égal au débit brut transmis réduit d'un facteur tenant compte des mécanismes de contrôle d'accès et de correction d'erreurs, fixe la bande passante réellement offerte aux applications communicantes. Mesuré en entrée de la couche de transport, il dépend simultanément des couches DLC et PHY, lesquelles doivent être optimisées conjointement afin d'éviter des combinaisons malencontreuses [4, 5].

**Optimisation de la couche PHY :** L'ensemble de la pile OSI s'appuie sur la couche PHY qui, par effet de cascade, conditionne les performances à tous les autres niveaux. Le but est de déterminer un code correcteur d'erreurs et une modulation synthétisant une forme d'onde adaptée au canal de transmission [5]. Les contraintes de limitation en bande passante et en puissance d'émission viennent restreindre le domaine de recherche des solutions.





**Fig. 1.6:** Architecture générale d'une chaîne de communication (Liaison point-à-point) — Approche fonctionnelle

Revenons dans un premier temps sur les solutions implémentées dans les réseaux actuels :

- Les modulations à bande étroite (HIPERLAN1) : elles sont caractérisées par une occupation spectrale voisine de la bande minimale nécessaire à la transmission de l'information [6, 7].

Les performances sont limitées par la difficulté à égaliser le canal, qui sera d'autant plus marquée que le débit de transmission sera élevé et le milieu sélectif, deux caractéristiques partagées par notre application [8, 9]. En dépit de l'existence d'algorithmes capables de corriger des évanouissements profonds, les égaliseurs classiquement implémentés, de complexité limitée pour des contraintes de coût et de consommation, se comportent mal face à des milieux fortement sélectifs en fréquence.

- L'étalement de spectre (IEEE 802.11, Bluetooth, HomeRF) : cette technique consiste à étaler l'information sur une bande de fréquence nettement plus large que la bande nécessaire dans le but de combattre les distorsions liées à la propagation et aux signaux interférents [10, 11].

Par sa définition même, l'étalement de spectre est adapté à la transmission sur des canaux très perturbés, telle que la bande ISM, mais reste confiné à des applications bas débit du fait des largeurs trop faibles des bandes de fréquence allouées.

- Les modulations multiporteuses (IEEE 802.11a, HIPERLAN2) : les modulations multiporteuses OFDM peuvent être considérées comme des méthodes de multiplexage fréquentiel de l'information sur des canaux plats en fréquence [12, 13, 14]. Le principe consiste à diviser le flot de données en plusieurs flux parallèles, de débits élémentaires suffisamment faibles pour être insensibles aux effets de sélectivité fréquentielle du canal.

La relaxation résultante de la fonction d'égalisation en fait une solution convenant particulièrement à la transmission haut débit sur des canaux difficiles [15, 16]. A complexité identique, les débits atteints seront largement supérieurs à ceux d'un système mono-porteuse.

Plusieurs axes de recherche ont été identifiés [17]. Une première solution évidente consiste à travailler sur des bandes de fréquence plus larges. Face à l'encombrement dissuasif du spectre radiofréquence, il est nécessaire de monter beaucoup plus haut en fréquence, comme c'est le cas pour les applications micrométriques à 60 GHz, ou encore d'utiliser des technologies à ultra large bande, étalant le message à l'aide d'impulsions extrêmement brèves, de durée de l'ordre de la nanoseconde [18].

De nombreux progrès sont attendus pour le codage de canal. Ce domaine a assisté à une véritable révolution avec l'invention des turbocodes en 1993, capables d'atteindre des performances très proches de la limite de Shannon [19, 20]. Schématiquement, l'idée consiste à traiter itérativement une même information brassée. La recherche de nouvelles familles de modulations numériques est également à considérer. La plupart des modulations classiques sont en effet contruites pour des canaux sans évanouissements et perdent toute leur efficacité sur un canal sélectif [21].

La tendance actuelle est au regroupement et à l'optimisation conjointe des fonctions de codage et de modulation à l'émission, ainsi que de leur contreparties en réception [22]. Ce mouvement a été amorcé avec l'apparition des modulations co-

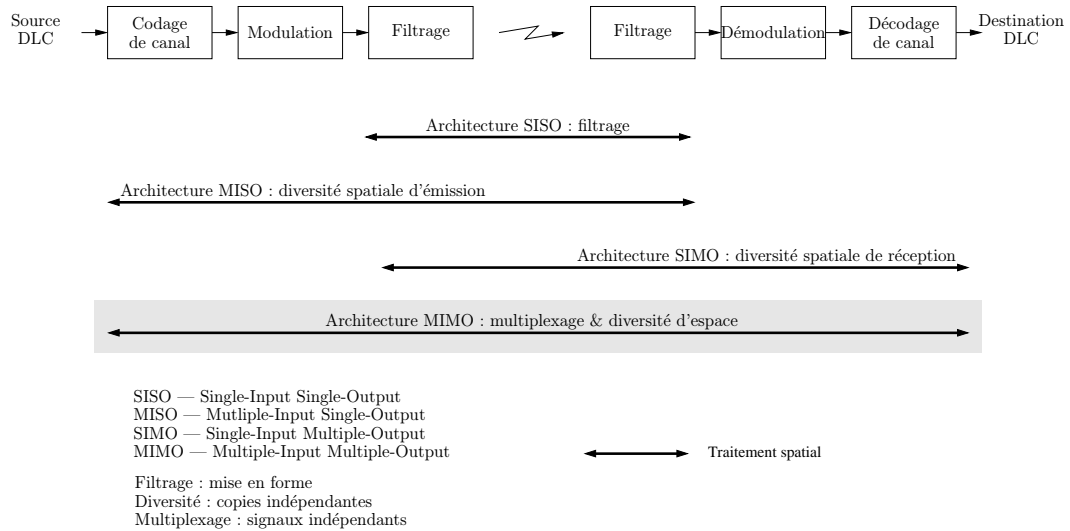
dées, combinant codage de canal et modulation. A ce propos, le turbodécodage, appliquant en réception le principe de traitement itératif propre aux turbocodes, est l'objet d'un grand effort de recherche.

**Optimisation de la couche DLC :** Les couches DLC rencontrées dans les réseaux actuels sont la cause principale de perte d'optimalité des réseaux sans fil. Elles partagent le désavantage de dégrader fortement le débit utile du fait de la lourdeur des protocoles de contrôle d'erreur et de gestion d'accès au canal mis en œuvre. En particulier, la couche MAC endosse une responsabilité essentielle, rendant le perfectionnement des mécanismes réseau incontournable [23].

Les avancées les plus significatives sont attendues de l'optimisation conjointe des couches PHY et MAC à l'aide de techniques dites multi-utilisateurs. Celles-ci peuvent être appliquées à l'émission, par l'intégration des fonctions d'accès multiple au sein de la forme d'onde<sup>1</sup>, et à la réception, par l'intermédiaire de détecteurs multi-utilisateurs capables de rejeter le bruit structuré généré par les autres utilisateurs [

inter-éléments, peut mettre en forme le signal transmis de sorte que le récepteur reçoive un ensemble de copies différentes du message (diversité d'émission).

L'étape suivante a été naturellement franchie avec l'implantation de réseaux d'antennes simultanément en émission et en réception (MIMO). Pour un milieu de propagation similaire au précédent, cette architecture est en mesure de créer, dans une même bande de fréquence, plusieurs canaux indépendants. Les débits supportés, en répartissant les données sur le multiplex de canaux, sont largement supérieurs à ceux atteints par des systèmes conventionnels. Dans le cas optimal, la capacité de la liaison, *i.e.* le débit maximal transmis sans erreur, croît linéairement avec le nombre d'antennes minimum. Le concept MIMO a réellement pris son essor dans le courant de l'année 1996 grâce au démonstrateur BLAST élaboré au sein des Bell Labs et exhibant des efficacités spectrales de l'ordre de 40 bit/s/Hz avec 8 éléments d'émission et de réception [28].



**Fig. 1.7:** Evolution des systèmes SISO vers les systèmes MIMO

Parmi les différentes technologies émergentes pressenties pour améliorer les performances de réseaux sans fil, les techniques multi-utilisateurs et les systèmes MIMO sont les plus prometteurs. En choisissant de conserver la couche MAC d'HIPERLAN2, les problèmes liés aux interférences multi-utilisateurs ne sont pas prépondérants et ne nécessitent pas la mise en œuvre, dans un premier temps, d'algorithmes particuliers.

La solution retenue pour la couche physique est donc la technologie MIMO.

## 1.4 Organisation du mémoire

### 1.4.1 Plan

Le but de cette thèse est d'élaborer une couche physique MIMO se substituant à la couche originale du standard HIPERLAN2, de manière transparente à la couche MAC, pour atteindre des débits de l'ordre de 100 Mbit/s. Le surcoût lié à cette évolution doit rester compatible avec une commercialisation grand public.

La structure de ce document, illustrée sur la figure (1.10) reportée en fin de chapitre, s'articule autour de cinq parties, correspondant aux différentes étapes jalonnant la conception d'un système de communication :

**Chapitre 1 :** Ce premier chapitre a présenté le sujet de ce mémoire, son objectif et ses contraintes, en dégageant les raisons qui ont motivé sa mise en place.

**Chapitre 2 :** Le second chapitre est consacré au canal de propagation radioélectrique, en l'occurrence un environnement domestique dans la bande des 5 GHz. Facteur commun à tout système de communication, sa structure conditionne l'architecture et les performances de la liaison. Ce chapitre s'organise en trois points : identification, analyse et quantification, puis modélisation des phénomènes physiques affectant le signal.

**Chapitre 3 :** Le troisième chapitre aborde le problème du point de vue de la théorie de l'information dans le but de comprendre les mécanismes fondamentaux gouvernant "l'effet MIMO", *i.e.* la croissance linéaire du débit avec le nombre minimal d'antennes, puis de s'en servir. Après avoir présenté les effets de la propagation sur un signal numérique en se basant sur la caractérisation du canal réalisée antérieurement, ce chapitre rappelle les principes théoriques intervenant dans ce travail et les applique ensuite aux systèmes MIMO pour en extraire un certain nombre de règles de conception.

**Chapitre 4 :** Le quatrième chapitre propose un état de l'art des techniques de transmission MIMO, avec différentes hypothèses sur le canal de propagation et la connaissance dont dispose le système. L'accent est mis sur l'exploitation de la dimension spatiale par un système connaissant l'état du canal uniquement en réception.

**Chapitre 5 :** A l'aide des connaissances accumulées au cours de ce texte, le cinquième et dernier chapitre tente de répondre à la question initiale. Après une courte description de la couche physique du standard HIPERLAN2, il donne certains points en faveur d'une interface physique MIMO. Une famille d'architectures est finalement élaborée suivant une démarche visant à minimiser l'augmentation de la complexité du système.

Les thèmes évoqués au cours de ces cinq chapitres convergent nettement vers la problématique au cœur de cette thèse mais n'offrent pas, pour autant, une présentation minimale. Ainsi apparaissent, en plusieurs endroits, des notions qui, bien que sortant du contexte direct de l'application visée, ont été jugées intéressantes pour une meilleure compréhension.

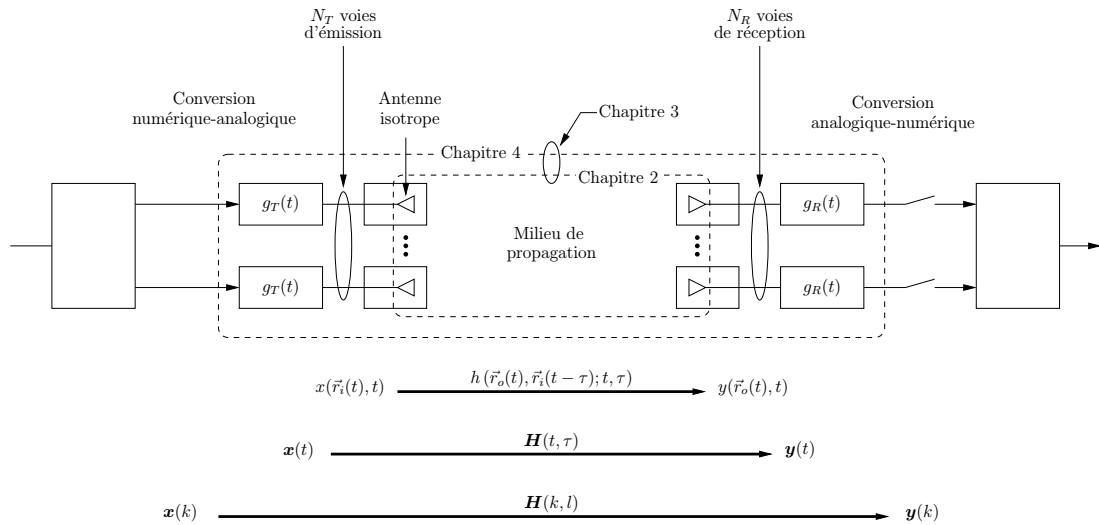
### 1.4.2 Définitions et modèle système

Cette section définit les modèles et notations employés dans ce document. Dans la mesure du possible, des concepts proches seront regroupés sous une même notation afin de faciliter la lecture.

Un effort de nomenclature a été fait pour distinguer les différents types d'objets mathématiques rencontrés par le recours à différents alphabets :

- Les symboles mathématiques minuscules  $x$  et majuscules  $X$  dénotent toujours des scalaires.
- Les symboles mathématiques gras minuscules  $\mathbf{x}$  et majuscules  $\mathbf{X}$  désignent respectivement des vecteurs et des matrices.
- Les formes droites, sans sérif, correspondantes sont employées pour les grandeurs aléatoires, *i.e.*  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{X}$  dénotent un scalaire, un vecteur et une matrice aléatoire respectivement.

La figure (1.8), obtenue en concaténant les parties grisées du schéma (1.6), donne une vue d'ensemble du modèle système. Il illustre notamment la distinction entre canal de propagation et canal de transmission théorique, intervenant respectivement dans l'étude de l'environnement et de la chaîne d'émission-réception théorique.



**Fig. 1.8:** Modèle système et notations employées dans le mémoire

**Canal de transmission radioélectrique :** Le milieu de propagation établit le lien entre un signal électromagnétique transmis à un instant et une position donnés et un signal capté à un instant et une position différents.

On s'affranchit de la nature vectorielle du champ, que le système ne peut prendre en compte, en intégrant les antennes d'émission et de réception dans le canal de propagation. Les éléments rayonnants, supposées isotropes, viennent ainsi échantillonner spatialement

le champ électromagnétique pour restituer un signal scalaire. Cette approche est transparente à l'analyse des mécanismes de propagation, vue au chapitre 2, et n'interdit pas, d'un point de vue théorique, le recours éventuel à des diagrammes de rayonnement anisotropes, qui peuvent être cascades aux antennes isotropes.

Pour les liaisons sans fil radioélectriques à courte distance et à faible puissance, le comportement du milieu est linéaire et admet une description sous forme d'une réponse impulsionnelle. En utilisant l'écriture la plus générale sur les systèmes linéaires variants [29], le signal  $y(\vec{r}_o(t), t)$ , capté à l'instant  $t$  et à la position  $\vec{r}_o(t)$ , est fonction du signal d'excitation  $x(\vec{r}_i(t - \tau), t - \tau)$ , transmis  $\tau$  secondes auparavant à la position  $\vec{r}_i(t - \tau)$ , selon :

$$y(\vec{r}_o(t), t) = \iint h(\vec{r}_o(t), \vec{r}_i(t - \tau); t, \tau) x(\vec{r}_i(t - \tau), t - \tau) d^3r_i d\tau + n(\vec{r}_o(t), t) \quad (1.1)$$

où  $h(\vec{r}_o(t), \vec{r}_i(t - \tau); t, \tau)$  est la réponse impulsionnelle de l'environnement et  $n(\vec{r}_o(t), t)$  un bruit additif propre à l'environnement. Dans cette relation, les variables fléchées font références au domaine spatial, et les indices  $o$  et  $i$  aux signaux de sortie ("output") et d'entrée ("input") du canal. On a également défini  $\int(\cdot) d^3r \triangleq \iiint(\cdot) dx dy dz$ .

La relation (1.1) est utilisée pour caractériser le canal de propagation. Tout au long de ce document, les signaux possèdent un spectre passe-bande, situé dans l'une des bandes allouées aux réseaux locaux, et sont remplacés, sans perte de généralité, par les signaux complexes équivalents en bande de base [6].

**Canal de transmission théorique :** Le canal de transmission, vu depuis l'émetteur et le récepteur théorique, englobe le milieu de propagation et l'ensemble des organes d'émission et de réception. La notion d'espace n'apparaît plus explicitement mais est intégrée dans la réponse du canal. On suppose que l'ensemble des organes d'émission et de réception ne remet pas en cause l'hypothèse de linéarité.

Le système considéré établit une liaison entre deux réseaux d'antennes, de  $N_T$  éléments à l'émission et  $N_R$  à la réception. Par définition, une antenne joue le rôle d'un filtre spatial et peut tout à fait être réalisée à partir d'un réseau, amenant à des systèmes SISO à double réseau d'antennes. On conservera néanmoins, pour éviter d'alourdir l'exposé, les dénominations classiques et l'on réservera les termes plus appropriés de voies d'émission et de réception en cas d'ambiguïté.

L'émetteur transmet simultanément le multiplex de signaux  $\{x_q(t)\}_{q=1}^{N_T}$ , où la composante  $x_q(t)$  alimente la voie  $q$ . En réception, le réseau d'antennes récolte les signaux  $\{y_p(t)\}_{p=1}^{N_R}$ , résultants de la superposition des signaux transmis filtrés par le canal. Le signal reçu par la voie  $p$  s'écrit :

$$y_p(t) = \sum_{q=1}^{N_T} \int h_{p,q}(t, \tau) x_q(t - \tau) d\tau + n_p(t)$$

avec  $h_{p,q}(t, \tau)$  représente la réponse impulsionnelle du canal de propagation reliant la voie d'émission  $q$  à la voie de réception  $p$  et  $n_p(t)$  le bruit additif associé, intégrant à présent la composante de bruit due aux organes de réception.

Une formulation compacte de la réponse globale est obtenue en regroupant les signaux transmis et reçus sous forme vectorielle :

$$\mathbf{y}(t) = \int \mathbf{H}(t, \tau) \mathbf{x}(t - \tau) d\tau + \mathbf{n}(t) \quad (1.2)$$

où l'on a défini la réponse du canal MIMO sous forme matricielle :

$$\mathbf{H}(t, \tau) = \begin{bmatrix} h_{1,1}(t, \tau) & \cdots & h_{1,N_T}(t, \tau) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_R,1}(t, \tau) & \cdots & h_{N_R,N_T}(t, \tau) \end{bmatrix}$$

ainsi que les vecteurs signaux d'émission  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ \dots \ x_{N_T}(t)]$ , de réception  $\mathbf{y}(t) = [y_1(t) \ \dots \ y_{N_R}(t)]$  et de bruit  $\mathbf{n}(t) = [n_1(t) \ \dots \ n_{N_R}(t)]$ .

Les signaux considérés ici sont générés par une modulation numérique sur fréquence porteuse. En se restreignant à des modulations linéaires, l'expression générale du signal transmis équivalent en bande de base s'écrit :

$$x_q(t) = \sum_k x(k, q) g_T(t - kT_s)$$

où  $\{x(k, q)\}_k$  représente la séquence de symboles complexes d'information, alimentant l'antenne  $q$  à la cadence  $T_s$ , et  $g_T(t)$  le filtre de mise en forme, identique sur chaque voie.

En réception, le signal est démodulé, filtré passe-bas puis échantillonné. Le modulateur et le démodulateur seront supposés parfaitement accordés, avec une estimation parfaite, en réception, de la fréquence et de la phase de la porteuse. La séquence de symboles en sortie de la fonction d'échantillonnage s'écrit :

$$\mathbf{y}(kT_s) = \int g_R(\tau) \mathbf{y}(kT_s - \tau) d\tau + \mathbf{n}(kT_s)$$

où  $g_R(t)$  est la réponse impulsionnelle du filtre de réception et  $\mathbf{n}(kT_s)$  les échantillons filtrés de bruit,  $\mathbf{n}(kT_s) = \int g_R(\tau) \mathbf{y}(kT_s - \tau) d\tau$ .

Le récepteur collecte une statistique suffisante par un échantillonnage de Nyquist. Une dérivation claire du rythme d'échantillonnage requis sur un canal variant dans le temps est donnée dans [30, 31]. En supposant que le couple formé des filtres d'émission et de réception vérifient le critère de Nyquist au rythme  $T_s$ , l'on aboutit au modèle discret :

$$\mathbf{y}(k) = \sum_l \mathbf{H}(k, l) \mathbf{x}(k - l) + \mathbf{n}(k) \quad (1.3)$$

où la matrice  $\mathbf{H}(k, l) \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$  est la réponse du canal discrétisé et les vecteurs  $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{C}^{N_T}$ ,  $\mathbf{y}(k) \in \mathbb{C}^{N_R}$  et  $\mathbf{n}(k) \in \mathbb{C}^{N_R}$  les signaux transmis, reçus et le bruit additif. Le facteur  $T_s$  est implicite.



La relation (1.3) est utilisée pour l'analyse du système théorique. Trois formes dérivées apparaîtront au cours de ce mémoire :

$$\mathbf{y}(k) = \sum_l \mathbf{H}(l) \mathbf{x}(k-l) + \mathbf{n}(k) \quad (1.4)$$

$$= \mathbf{H}(k) \mathbf{x}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (1.5)$$

$$= \mathbf{H} \mathbf{x}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (1.6)$$

respectivement associées à des canaux sélectifs en fréquence, sélectifs en temps et non sélectifs.

Dans l'ensemble de ce document, le bruit additif est supposé gaussien<sup>2</sup>, centré, de puissance  $P_n$ . Les composantes réelle et imaginaire du bruit complexe équivalent sont indépendantes et identiquement distribuées suivant une loi gaussienne de puissance  $P_n/2$ . Plus généralement, les distributions aléatoires gaussiennes complexes vérifieront la contrainte de symétrie circulaire, de sorte que la matrice de corrélation définisse entièrement la statistique au second ordre.

**Modèle mathématique de l'émetteur et du récepteur théoriques :** L'objet de ces derniers commentaires est de revenir sur la distinction, souvent floue, existant entre code et modulation codée, que l'on retrouvera dans le quatrième chapitre.

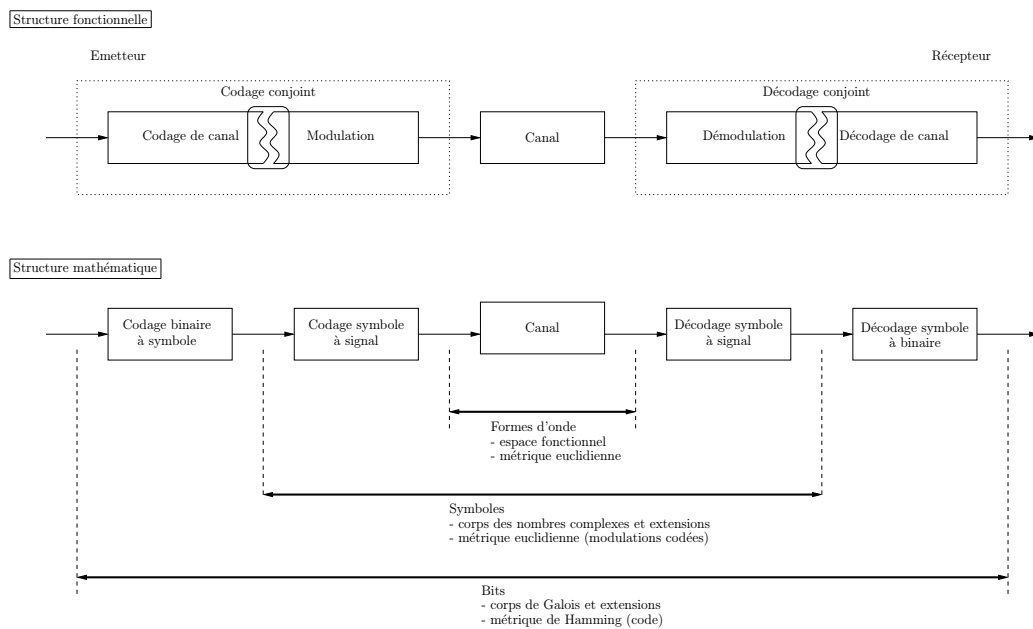
Pour cela, on préfère, au diagramme fonctionnel de la figure (1.6), celui présenté sur la figure (1.9), basé sur un découpage mathématique de la chaîne de communication théorique. Deux opérations fondamentales sont mises en évidence :

- le codage binaire à symbole, convertissant les bits d'information, ou plus généralement des éléments d'un corps de Galois, en symboles appartenant généralement au corps des nombres complexes,
- le codage symbole à signal, transformant les symboles en un signal électrique en bande de base, éventuellement passe-bande si l'on inclue la partie de conversion radiofréquence.

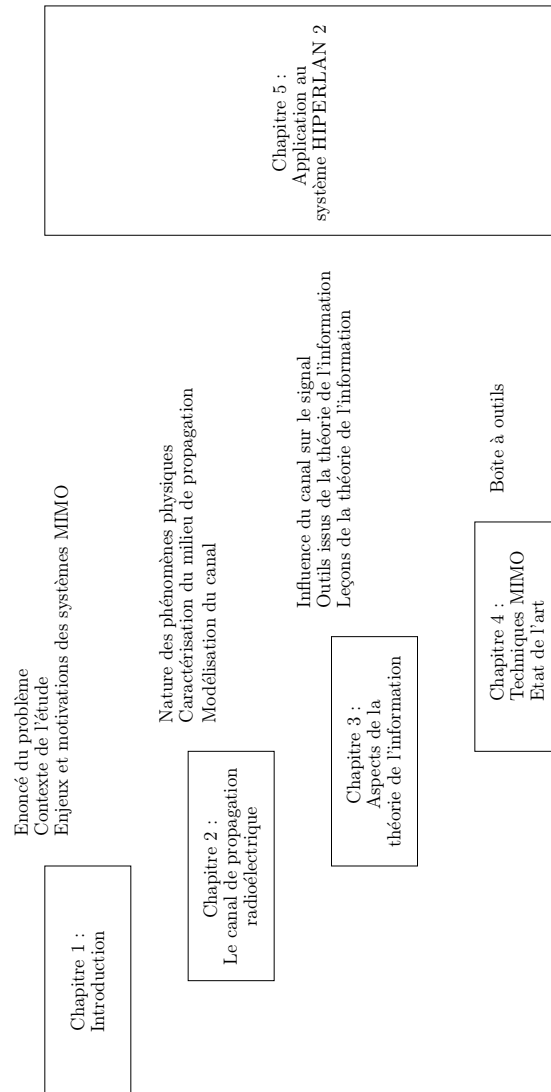
La nature, l'espace de définition et les métriques des signaux changent radicalement entre l'entrée et la sortie de ces deux fonctions.

La modulation, correspondant exactement à la fonction de codage symbole à signal, peut prendre en charge une partie du codage de canal, auquel cas l'on parle de modulation codée. La différence avec un code classique réside dans les alphabets et métriques utilisés, respectivement corps des complexes et métrique euclidienne pour la modulation codée contre corps de Galois et métrique de Hamming pour le code.

<sup>2</sup>En admettant que le couplage entre des valeurs de bruit mesurées à des instants et des positions différents, même très proches, est quasi nul, le bruit en sortie du filtre de réception résulte de la somme d'un très grand nombre d'échantillons de bruit décorrélés et tend, en vertu du théorème de la limite centrale, vers un processus gaussien [32].



**Fig. 1.9:** Architecture générique d'une chaîne de communication (*Liaison point à point*) — Approche mathématique

**Fig. 1.10:** *Structure du mémoire — Enchaînement des chapitres*

## Bibliographie

- [1] J. Haartsen, "The Bluetooth radio system". *IEEE Personal Communications*, pages 28–36, Feb. 2000. [File](#).
- [2] K.J. Negus, A.P. Stephens et J. Lansford, "HomeRF : Wireless networking for the connected home". *IEEE Personal Communications*, pages 20–27, Feb. 2000. [File](#).
- [3] J.-C. Bic, D. Duponteil et J.-C. Imbeaux, *Eléments de Communications numériques*. Collection Technique et Scientifique des Télécommunications, Dunod, 1986.
- [4] D. Lacroix et P. Bertin, "On the choice of a radio interface for high speed radio LAN". *Annales des Télécommunications*, pages 479–489, Sept.-Oct. 1999.
- [5] A Falsafi, K. Pahlavan et G. Yang, "Transmission Techniques for Wireless LAN". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 477–491, Apr. 1996.
- [6] J.G. Proakis, *Digital communications*. Mc Graw-Hill, 1995.
- [7] G.D. Forney Jr., R.G. Gallager, G.R. Lang, F.M. Longstaff et S.U. Qureshi, "Efficient modulation for band-limited channels". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 632–647, Sep. 1984.
- [8] D.P. Taylor, G.M. Vitetta, B.D. Hart et A. Mammela, "Wireless channel equalization". *European Transaction on Telecommunications*, pages 117–143, Mar.-Apr. 1998. [File](#).
- [9] S.U.H. Qureshi, "Adaptive equalization". *Proceedings of the IEEE*, pages 1349–1387, Sep. 1985.
- [10] R.L. Pickholtz, D.L. Schilling et L.B. Milstein, "Theory of spread-spectrum communications - A tutorial". *IEEE Transaction on Communications*, vol. 30, pages 855–884, May 1982.
- [11] G.L. Turin, "Introduction to spread spectrum antimultipath techniques and their application to urban digital radio". *Proceedings of the IEEE*, vol. 68, pages 328–353, Mar. 1980.
- [12] H. Sari, G. Karam et I. JeanClaude, "Transmission technique for digital terrestrial TV broadcasting". *IEEE Communications Magazine*, pages 100–109, Feb. 1998.
- [13] S.B. Weinstein et P.M. Ebert, "Data transmission by frequency division multiplexing using discrete Fourier transform". *IEEE Transactions on Communication Technology*, pages 628–634, Oct 1971.
- [14] L.J. Cimini, "Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing". *IEEE Transaction on Communications*, pages 665–675, juillet 1985.
- [15] M. Alard et R. Lasalle, "Principles of modulation and channel coding for digital broadcasting for mobile receivers". *EBU Review*, vol. 224, pages 168–190, Aug. 1987.
- [16] B. Le Floch, M. Alard et C. Berrou, "COFDM". *Proceedings of the IEEE*, vol. 83, pages 982–996, Jun. 1995.
- [17] E. Biglieri, J. Proakis et S. Shamai, "Fading channels : information-theoretic and communications aspects". *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 2619–2692, Oct. 1998. [File](#).

- [18] M.Z. Win et R.A. Scholtz, “Ultra-wide bandwidth Time-Hopping spread-spectrum impulse radio for wireless multiple-access communications”. *IEEE Transaction on Communications*, vol. 48, pages 679–691, Apr. 2000. [File](#).
- [19] C. Berrou et A. Glavieux, “Near Shannon limit error correcting coding and decoding : turbo codes”. in *Proc. IEEE Intl. Conf. Comm.*, May 1993. [File](#).
- [20] C. Berrou et A. Glavieux, “Near Shannon limit error correcting coding and decoding : turbo codes”. *IEEE Transaction on Communications*, Oct. 1996.
- [21] J. Boutros, E. Viterbo, C. Rastello et J.C. Belfiore, “Good lattice constellations for both Rayleigh and Gaussian channel”. *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 502–518, Mar. 1996.
- [22] G.D. Forney et G. Ungerboeck, “Modulation and coding for linear Gaussian channels”. *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 2384–2415, Oct. 1998. [File](#).
- [23] N. Abramson, *Multiple access communications*. IEEE Press, 1993.
- [24] L.M. Correia et R. Prasad, “An overview of wireless broadband communications”. *IEEE Communications Magazine*, vol. 35, pages 23–33, Jan. 1997.
- [25] S. Verdú, *Multiuser detection*. Cambridge University Press, 1998.
- [26] J.H. Winters, “Smart antennas for wireless systems”. *IEEE Personal communications*, pages 23–27, Feb. 1998. [File](#).
- [27] A.J. Paulraj et B.C. Ng, “Space-time modems for wireless personal communications”. *IEEE Personal communications*, pages 36–48, Feb. 1998. [File](#).
- [28] G. Foschini, “Layered space-time architecture for wireless communications”. *Bell Labs Tech. Journal*, pages 41–59, Autumn 1996. [File](#).
- [29] D.J. Greenwood et L. Hanzo, *Characterization of mobile radio channels*. IEEE Press, 1992.
- [30] T. Kailath, “Sampling models for linear time-variant filters”. tech. rep., MIT RLE, 1959.
- [31] M. Medard, *The capacity of time-varying multiple user channels in wireless communications*. PhD thesis, M.I.T., 1995.
- [32] R. Gallager, *Elements of information*. Wiley, 1968.



## Chapitre 2

# Le canal de propagation radioélectrique

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>27</b>
<b>2.2</b>	<b>Les phénomènes physiques de la propagation radioélectrique</b>	<b>28</b>
2.2.1	Le signal spatio-temporel	28
2.2.2	Le bruit radioélectrique	31
2.2.3	Phénomènes à grande échelle	31
2.2.4	Phénomènes à petite échelle	32
<b>2.3</b>	<b>Caractérisation du canal spatio-temporel</b>	<b>36</b>
2.3.1	Représentations mathématiques du canal de propagation	36
2.3.2	Caractérisation déterministe	37
2.3.2.1	Domaine spatial	37
2.3.2.2	Domaine temporel	41
2.3.3	Caractérisation stochastique	44
2.3.3.1	Statistiques au second ordre : corrélation, dispersion et cohérence	45
2.3.3.2	Domaine spatial	47
2.3.3.3	Domaine temporel	56
<b>2.4</b>	<b>Modèles du canal</b>	<b>60</b>
2.4.1	Modèles déterministes	61
2.4.2	Modèles stochastiques et stochastiques géométriques	64
<b>2.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>69</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>72</b>

---

## 2.1 Introduction

Le canal de transmission, entendu dans le sens général du terme, assure le lien entre l'émetteur et le récepteur permettant le transfert de l'information. Une connaissance fine

des mécanismes mis en jeu est indispensable à la conception d'une chaîne de communication et à l'estimation des performances optimales.

La notion de canal de transmission, dépendante de l'application et de la spécialité étudiées, s'étend sur une partie variable de la chaîne de communication. Dans le domaine des réseaux sans fil, le canal de propagation radioélectrique, caractérisant la propagation de l'onde électromagnétique entre différents points de l'espace, occupe une place particulière puisqu'il constitue l'élément irréductible commun à tous les autres canaux. Son étude apparaît donc comme un préliminaire incontournable.

Ce chapitre analyse le canal de propagation spécifié dans la partie précédente, avec comme objectif de traduire les phénomènes physiques en un formalisme rigoureux, exploitable par la suite. La nature des interactions du signal électromagnétique avec l'environnement est rappelée dans un premier temps, en émettant les hypothèses appropriées à notre application. Un jeu de paramètres représentatifs du comportement de l'environnement en espace et en temps est ensuite dérivé, en s'appuyant sur deux familles de réponses du canal. La fin du chapitre est consacrée à la modélisation du canal de propagation.

## 2.2 Les phénomènes physiques de la propagation radioélectrique

Les phénomènes radioélectriques sont de deux ordres : les distorsions de l'onde électromagnétique et la superposition des signaux étrangers, désignés indifféremment comme bruit. Les perturbations dues à l'interaction de l'onde avec le milieu sont observées à deux niveaux distincts, selon que leur impact est visible à grande ou à petite échelle.

On commence par rappeler la nature du champ électromagnétique et le formalisme des signaux spatio-temporels, nécessaires par la suite à la compréhension des principes exploités par les systèmes MIMO.

### 2.2.1 Le signal spatio-temporel

Le support *in fine* de la transmission de l'information, pour les applications envisagées dans ce document, est l'onde électromagnétique. Le développement d'un système de communication requiert une connaissance précise de l'interaction du signal électromagnétique avec l'environnement pour être en mesure d'en tirer partie. Les équations de Maxwell, dérivées à partir de considérations pratiques, fournissent les outils théoriques permettant de caractériser la propagation de l'onde électromagnétique.

Le milieu de propagation dans le contexte de cette étude est l'atmosphère. Pour les communications à courtes distances, ce milieu se comporte comme l'espace libre, où l'espace libre est défini par une zone exempte de sources de courant et de charges, linéaire, isotrope et sans pertes, avec des paramètres de permittivité et de perméabilité



constants et égaux à ceux du vide<sup>1</sup>. L'absence de dispersion, dans les bandes de fréquences de travail, entraîne l'invariance de la vitesse de propagation des composantes du champ électromagnétique avec la longueur d'onde. L'isotropie implique que la trajectoire d'une onde soit rectiligne et non courbée par les phénomènes de réfraction et de guidage propres aux milieux anisotropes. Enfin, l'absence de pertes signifie que le milieu ne présente pas d'effet inductif ou capacitif.

L'échange d'information suppose la propagation de l'onde entre deux points spatialement distincts et la question se pose alors de déterminer la forme des signaux électromagnétiques pouvant se propager dans un milieu isotrope, homogène et non dispersif. On rappelle que les signaux traités sont des échantillons scalaires du champ électromagnétique, mesurés par l'intermédiaire d'antennes isotropes.

Les équations de Maxwell, en espace libre, conduisent à l'équation d'onde homogène gouvernant la propagation d'un champ scalaire  $x(\vec{r}, t)$  [1] :

$$\frac{\partial^2 x}{\partial r_x^2} + \frac{\partial^2 x}{\partial r_y^2} + \frac{\partial^2 x}{\partial r_z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

où  $t$  est la variable temporelle,  $\vec{r} = [r_x, r_y, r_z]^T$  le vecteur position, exprimé sur une base canonique de l'espace, et  $c$  la célérité de l'onde électromagnétique [2].

En postulant la séparabilité des composantes du champ, on montre que la solution la plus simple de l'équation (2.1) est l'onde plane monochromatique définie par :

$$x(\vec{r}, t) = \text{Re} \left\{ a_0 e^{j(2\pi f_0 t - \vec{k}_0 \cdot \vec{r})} \right\} \quad (2.2)$$

où  $a_0 \in \mathbb{C}$  est l'amplitude complexe de l'onde,  $f_0 \in \mathbb{R}$  la fréquence temporelle et  $\vec{k}_0 \in \mathbb{R}^3$  le vecteur d'onde<sup>2</sup>. La norme du vecteur d'onde est inversement proportionnelle à la longueur d'onde  $\lambda$ ,  $\|\vec{k}\|_2 = 2\pi/\lambda$ .

La linéarité de l'équation de propagation (2.1) implique que toute superposition d'ondes planes est également solution. Puisque toute fonction peut être exprimée comme une superposition d'ondes planes (décomposition de Fourier), on en déduit le résultat essentiel qu'un signal arbitraire satisfait l'équation de propagation. L'émetteur et le récepteur peuvent ainsi communiquer par l'intermédiaire d'une onde électromagnétique quelconque. Cette observation n'est pas nécessairement vraie pour d'autres milieux.

<sup>1</sup>La couche basse de l'atmosphère (troposphère) est essentiellement un milieu neutre, contrairement à d'autres couches telles que l'ionosphère, non dispersif aux fréquences radio, excepté les anomalies de dispersion dues à la vapeur d'eau et à l'oxygène, et isotrope, les effets de guidage n'étant sensibles que sur de longues distances.

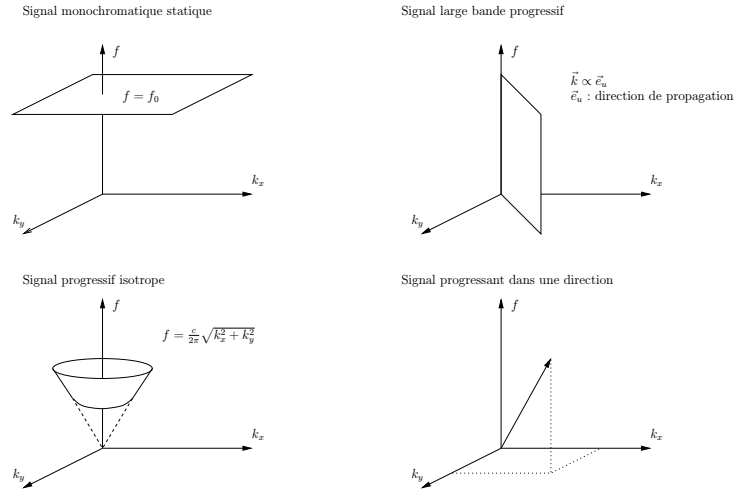
<sup>2</sup>Les ondes planes homogènes définies par un vecteur d'onde réel ne sont pas les seules ondes planes solutions de l'équation de propagation. On aboutit à la structure en onde plane en recherchant des solutions séparables à l'équation de propagation homogène (2.1). Cette hypothèse conduit à des solutions de type exponentiel  $\text{Re}\{\exp(jst - j\vec{k} \cdot \vec{r})\}$  où  $s$  et  $\vec{k}$  vérifient la relation de dispersion  $\vec{k} \cdot \vec{k} = s^2/c^2$ . Alors qu'il est nécessaire de supposer  $s \in \mathbb{R}^+$  pour que l'onde soit harmonique, le vecteur d'onde n'est pas nécessairement réel. Un vecteur d'onde complexe peut en effet vérifier l'équation de dispersion pourvu que  $\vec{k}_R \cdot \vec{k}_I = 0$ , où  $\vec{k} = \vec{k}_R + j\vec{k}_I$ . Les ondes planes résultantes, appelées ondes planes inhomogènes, exhibent une croissance ou une décroissance exponentielle dans la direction de propagation,  $\exp(\vec{k}_I \cdot \vec{r}) \sin(st - \vec{k}_R \cdot \vec{r})$ . On reviendra sur l'importance des ondes planes inhomogènes dans la section 2.4.1.

L'analyse de Fourier est un outil précieux dans le domaine temporel permettant d'exprimer un signal à partir de ses composantes fréquentielles. Généralisée à la dimension spatiale, la transformation de Fourier décompose un signal en ondes planes homogènes :

$$\tilde{x}(\vec{k}, f) = \iint x(\vec{r}, t) e^{-j(2\pi f t - \vec{k} \cdot \vec{r})} d^3 r dt \quad (2.3)$$

$$x(\vec{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iint \tilde{x}(\vec{k}, f) e^{j(2\pi f t - \vec{k} \cdot \vec{r})} d^3 k df \quad (2.4)$$

où  $x(\vec{r}, t)$  est le signal temps-espace, mesuré à la position  $\vec{r}$  et à l'instant  $t$ , et  $\tilde{x}(\vec{k}, f)$  le spectre à la pulsation spatiale  $\vec{k}$  et à la fréquence temporelle  $f$ . On rappelle que  $\int(\cdot) d^3 r \triangleq \iiint(\cdot) dr_x dr_y dr_z$ . En plus de la dualité temps-fréquence relativement bien connue [3, 4], le signal spatio-temporel fait apparaître une nouvelle forme de dualité entre vecteur d'espace et vecteur d'onde. Cette symétrie explique pourquoi le vecteur d'onde est souvent appelé pulsation spatiale par analogie à la pulsation temporelle,  $\omega = 2\pi f$ . A titre d'illustration, la figure (2.1) présente les spectres de quelques signaux simples dans le domaine fréquence temporelle–pulsation spatiale.



**Fig. 2.1:** Représentation spectrale, en fréquence et vecteur d'onde, d'un signal temps-espace — Domaines d'existence pour différents types de signaux

On sera amené à manipuler des signaux aléatoires, pour lesquels des expressions analogues existent. De manière générale, un processus stochastique spatio-temporel est défini par une densité de probabilité  $p(\vec{r}, t)$ . En particulier, un processus stationnaire centré  $\mathbf{x}$ , *i.e.* dont les moyennes statistiques sont indépendantes des coordonnées absolues en temps et en espace, est caractérisé par la fonction d'autocorrélation  $\mathcal{R}_x(\vec{\rho}, \tau)$  et la densité spectrale de puissance  $S_x(\vec{k}, f)$ , duales par transformée de Fourier :

$$S_x(\vec{k}, f) = \iint \mathcal{R}_x(\vec{r}, \tau) e^{-j(2\pi f \tau - \vec{k} \cdot \vec{\rho})} d^3 \rho d\tau$$

$$\mathcal{R}_x(\vec{\rho}, \tau) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iint S_x(\vec{k}, f) e^{j(2\pi f \tau - \vec{k} \cdot \vec{\rho})} d^3 k df$$

où  $\mathcal{R}_x(\vec{\rho}, \tau) = E_x\{x(\vec{r}, t)x^*(\vec{r} + \vec{\rho}, t + \tau)\}$ .

On aura également besoin de la transformée de Wigner-Ville afin de prolonger la notion de spectre, description du second ordre, lorsque l'hypothèse de stationnarité n'est plus satisfaite. Elle se définit comme :

$$\bar{\mathcal{W}}_x(\vec{r}, \vec{k}; t, f) = \iint \mathcal{R}_x\left(\vec{r} + \frac{1}{2}\vec{\rho}, \vec{r} - \frac{1}{2}\vec{\rho}; t + \frac{1}{2}\tau, t - \frac{1}{2}\tau\right) e^{-j(2\pi f\tau - \vec{k}\cdot\vec{\rho})} d^3\rho d\tau$$

où  $\mathcal{R}_x\left(\vec{r} + \frac{1}{2}\vec{\rho}, \vec{r} - \frac{1}{2}\vec{\rho}; t + \frac{1}{2}\tau, t - \frac{1}{2}\tau\right) = E_x\{x(\vec{r} + \frac{1}{2}\vec{\rho}, t + \frac{1}{2}\tau)x^*(\vec{r} - \frac{1}{2}\vec{\rho}, t - \frac{1}{2}\tau)\}$ .

### 2.2.2 Le bruit radioélectrique

Le bruit regroupe l'ensemble des signaux ne transportant pas d'information utile et venant perturber le signal désiré. Il existe une grande variété de bruits, classés en deux types fondamentaux selon que la source de bruit est interne ou externe au système [5]. On ne considère ici que le bruit externe, le bruit interne n'entrant en jeu que dans le chapitre suivant.

Les bruits externes peuvent être d'origines extra-terrestres ou terrestres. La première catégorie ne rentrant en compte que dans les liaisons spatiales ou dans les voies montantes vers des satellites, seul reste le bruit terrestre. On distingue :

- le bruit atmosphérique lié à l'absorption sélective des ondes par certains constituants de l'atmosphère (oxygène, eau),
- le bruit dû aux parasites atmosphériques (orages),
- le bruit provenant du rayonnement de l'environnement,
- le bruit dû à l'activité humaine<sup>3</sup>.

Décroissants avec la fréquence, les bruits atmosphérique et de rayonnement sont extrêmement faibles dans la gamme de fréquence des 5 GHz. Les bruits impulsifs générés par des phénomènes tels que l'orage sont évidemment exclus en fonctionnement normal. De loin le plus nocif, le bruit d'origine humaine joue également un rôle négligeable, dans la bande de fréquence considérée, réservée aux transmissions conformes partageant le médium sans superposition des communications. Au final, le bruit externe demeure très faible pour notre application et sera négligé devant le bruit interne.

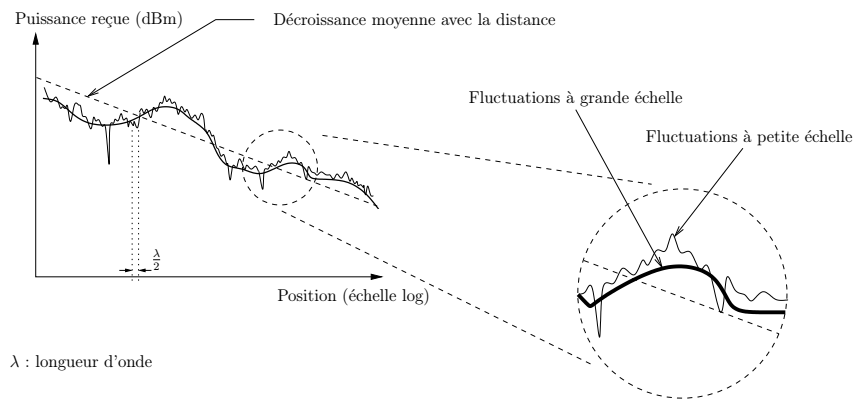
### 2.2.3 Phénomènes à grande échelle

Les évanouissements à grande échelle définissent les fluctuations de la puissance moyenne mesurées sur un déplacement (cf. figure (2.2)) ou sur un intervalle de temps suffisamment grands. Les deux phénomènes à l'origine des variations à grande échelle sont les pertes en distance et les effets de masquage [6].

<sup>3</sup>Le bruit d'accès multiple n'est pas inclu dans cette catégorie.

L'affaiblissement de propagation avec la distance<sup>4</sup> s'explique par la dispersion isotrope de l'énergie transmise suivant les trois dimensions spatiales et la faible surface effective du capteur utilisé en réception. Le niveau moyen reçu varie en fonction de la distance comme  $d^{-\alpha}$ , où le paramètre  $\alpha$ , fonction du type d'environnement, est compris entre les valeurs 2 et 5 associées respectivement à la propagation en espace libre et en milieu obstrué. Les pertes en espace libre augmentent également avec la fréquence.

Le masquage est dû à la présence d'obstacles incontournables entre l'émetteur et le récepteur. Il se traduit par une atténuation supplémentaire, fonction de la nature des matériaux traversés par l'onde électromagnétique.



**Fig. 2.2:** *Fluctuations à petite et à grande échelles de la réponse du canal — Impact sur l'évolution de la puissance reçue en fonction de l'éloignement de l'émetteur*

## 2.2.4 Phénomènes à petite échelle

Les fluctuations à petite échelle sont observées sur un intervalle de temps et un déplacement spatial suffisamment petits pour négliger les variations à grande échelle (cf. figure (2.2)). A l'origine de ces phénomènes, la présence d'objets dans l'environnement de propagation engendre, au niveau du récepteur, l'apparition de plusieurs répliques du signal transmis interférant de manière constructive ou destructive. Les principales conséquences sur le signal sont les variations de l'enveloppe du signal reçu, la modulation de fréquence aléatoire due aux changements des conditions de propagation et la dispersion temporelle du signal liée au retard temporel des échos. On parle de propagation à trajets multiples.

Les trois principaux mécanismes régissant l'interaction de l'onde avec l'environnement sont la réflexion, la diffraction et la diffusion (cf. figure (2.3)) [7, 5] :

<sup>4</sup>Il est essentiel de distinguer les pertes en espace libre des pertes dues à la dispersion. Le premier type d'atténuation s'explique, avec des arguments géométriques, par l'expansion sphérique de l'onde à partir de la source. Le second type de perte renvoie à l'absorption de l'énergie par le milieu de propagation lui-même.

**Réflexion/Réfraction :** Réflexion et réfraction interviennent lorsque l'onde interagit avec un obstacle dont les dimensions sont très grandes et les irrégularités très petites devant la longueur d'onde. Lorsque l'objet est parfaitement conducteur, toute l'énergie incidente est réfléchi. Dans le cas contraire, une partie de l'énergie pénètre dans l'objet, selon le phénomène de réfraction. La quantité d'énergie transportée par l'onde réfractée dépend de la capacité d'absorption des matériaux. Pour une surface plane, les angles d'incidence, de réflexion et de réfraction sont reliés par la loi de Snell-Descartes et, en particulier, les angles d'incidence et de réflexion sont égaux. Dès lors que la surface présente une certaine rugosité par rapport à la longueur d'onde, l'onde incidente est réfléchi dans plusieurs directions et l'on parle de réflexion diffuse.

**Diffraction :** La diffraction se produit lorsque le chemin de propagation est obstrué par un obstacle imperméable aux ondes électromagnétiques présentant des dimensions faibles devant la longueur d'onde ou possédant des arêtes vives. Selon le principe de Huyghens, chaque point du front d'onde se comporte comme une source secondaire. L'énergie transmise par ces sources permet au signal de se propager dans les zones d'ombre, expliquant ainsi que les ondes radio arrivent au niveau du récepteur en l'absence de visibilité directe ou de l'intervention d'autres types d'interaction.

**Diffusion :** La diffusion apparaît s'il existe sur le trajet de l'onde un paquet très dense d'objets de dimensions du même ordre de grandeur ou inférieures à la longueur d'onde. Le même phénomène est observé avec une surface rugueuse présentant des aspérités suffisamment petites. La diffusion émerge comme un comportement moyen, alors même que l'interaction élémentaire de l'onde avec chaque obstacle est de type dispersif.

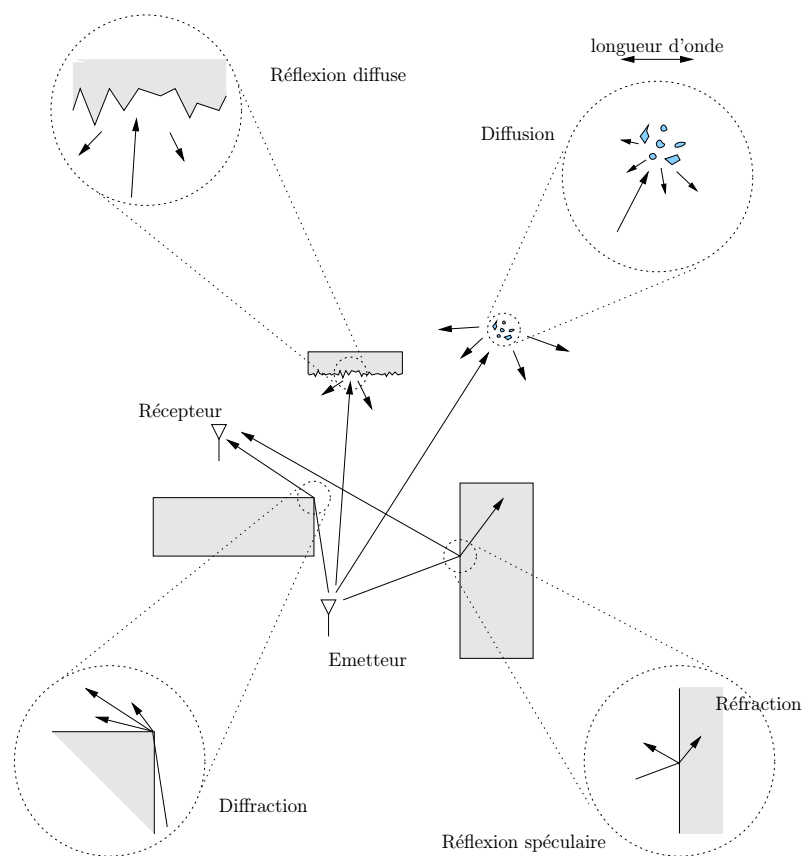
L'utilité relative de ces phénomènes pour le transport d'information dépend de la configuration de transmission et, notamment, de la présence ou de l'absence d'une ligne de vue directe entre l'émetteur et le récepteur (LOS — Line Of Sight, NLOS — Non Line Of Sight).

L'influence d'un obstacle sur le signal capté en réception dépend de ses dimensions par rapport à la longueur d'onde, de sa composition et de sa position spatiale par rapport à l'émetteur, au récepteur et aux autres objets (cf. figure (2.4)). On distingue deux types principaux de réflecteurs :

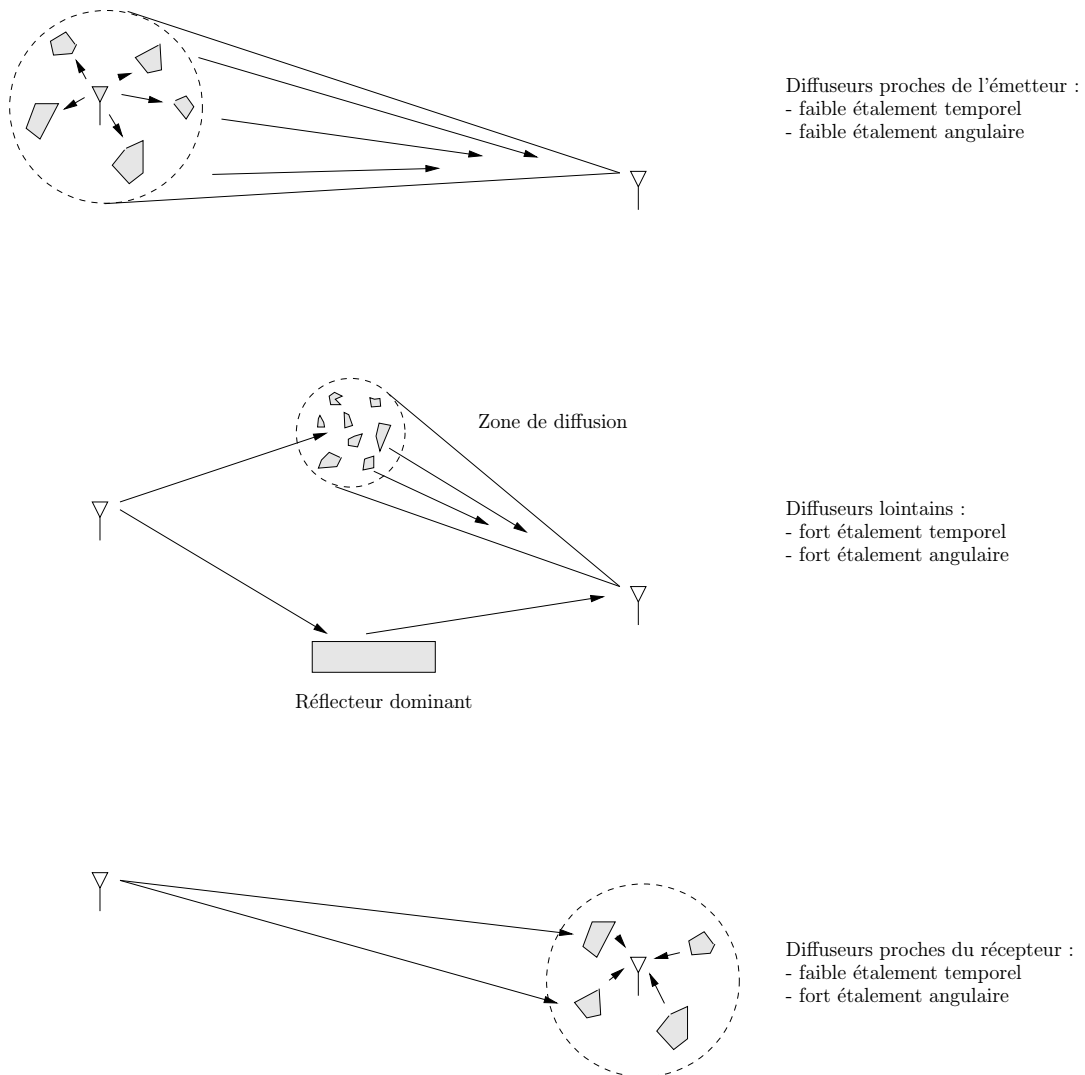
**Diffuseurs locaux :** Les diffuseurs locaux englobent les obstacles proches de l'émetteur ou du récepteur. Du point de vue d'un système de communication, les diffuseurs placés dans le voisinage du récepteur occasionnent un grand étalement angulaire des échos et un étalement temporel faible. Les diffuseurs proches de l'émetteur introduisent de faibles étalements temporel et angulaire.

**Diffuseurs lointains :** Les diffuseurs lointains désignent les obstacles éloignés simultanément de l'émetteur et du récepteur. Ils donnent lieu à des trajets spéculaires généralement caractérisés par un fort étalement temporel.

La proportion relative de chaque type de diffuseurs dépend ici encore de l'application envisagée et de l'environnement dans lequel le système est déployé.



**Fig. 2.3:** Propagation radioélectrique — Types d'interactions de l'onde électromagnétique avec le milieu



**Fig. 2.4:** Influence de la localisation spatiale des diffuseurs sur la réponse du canal de propagation  
 — Distinction entre diffuseurs locaux et diffuseurs lointains

## 2.3 Caractérisation du canal spatio-temporel

Le but de cette section est de donner un aperçu des outils mathématiques disponibles pour caractériser le comportement du canal de propagation. Les dimensions spatiale et temporelle seront traitées séparément, d'un point de vue déterministe, puis stochastique. Ce découplage a été souhaité, au détriment de la généralité, afin de dégager clairement les propriétés de la dimension spatiale. Comme évoqué dans la section 2.4.1, cette approche demeure admissible pour notre application où émetteur et récepteur sont immobiles.

L'étude du domaine spatial occupe une large part de cette section, le domaine temporel étant présenté beaucoup plus succinctement. Ce déséquilibre se justifie par la place centrale occupée par le traitement en espace dans les systèmes MIMO.

On revient sur le formalisme mathématique décrivant la relation entrée-sortie du canal de propagation.

### 2.3.1 Représentations mathématiques du canal de propagation

Envisagé sous l'angle d'un système de communication, le canal de propagation se définit comme la transformation entre le signal émis et le signal reçu :

$$\text{signal reçu} = \text{transformation}(\text{signal transmis}) + \text{bruit}$$

La relation recherchée est linéaire puisque les mécanismes d'interaction de l'onde électromagnétique avec le milieu sont eux-mêmes supposés linéaires dans les limites de notre application. Deux points de vue peuvent alors être adoptés :

**Représentation de type 1 – Opérateur à noyau :** La réponse du canal est décrite sous la forme d'une fonction de filtrage linéaire. En notant  $x(\mathbf{v})$  et  $y(\mathbf{u})$  les signaux transmis et reçus, de paramètres respectifs  $\mathbf{v}$  et  $\mathbf{u}$ , la relation entrée-sortie du canal s'écrit de manière formelle comme :

$$y(\mathbf{u}) = \int h(\mathbf{u}, \mathbf{v}) x(\mathbf{v}) d\mathbf{v} + n(\mathbf{u}) \quad (2.5)$$

où la réponse du canal  $h(\mathbf{u}, \mathbf{v})$  apparaît sous la forme d'un noyau linéaire et où  $n(\mathbf{u})$  désigne le bruit additif. On remarque que les fonctions d'entrée et de sortie sont paramétrées en index absolus.

**Représentation de type 2 – Opérateur de convolution :** La réponse du canal peut également s'exprimer sous la forme d'un produit de convolution :

$$y(\mathbf{u}) = \int h(\mathbf{u}, \mathbf{w}) x(\mathbf{u} - \mathbf{w}) d\mathbf{w} + n(\mathbf{u}) \quad (2.6)$$

où la fonction  $h(\mathbf{u}, \mathbf{w})$  est à présent la réponse impulsionnelle du canal, dépendant des paramètres de sortie  $\mathbf{u}$  et des paramètres relatifs d'entrée  $\mathbf{w}$ .



Ces deux formes, mathématiquement équivalentes, apportent des visions complémentaires d'une même réalité et se prêtent plus ou moins à la description d'un phénomène. En guise d'exemple, la première représentation permet de caractériser facilement la relation entre les statistiques au second ordre des signaux d'entrée et de sortie. A l'opposé, la deuxième représentation prend son intérêt lorsque le filtre est invariant puisqu'elle fait apparaître l'opérateur de convolution.

Dans ce chapitre, le canal désigne l'environnement de propagation vu entre deux points de l'espace et du temps, associés à l'émission d'un signal et à sa réception. Il s'agit d'une fonction de deux variables temporelles scalaires et deux variables spatiales vectorielles, dont la définition générale est explicitée par l'équation (1.1). La relation simplifiée, en supposant que l'émetteur et le récepteur sont immobiles, est la suivante :

$$y(\vec{r}_o, t_o) = \iint h(\vec{r}_o, \vec{r}_i; t_o, \tau) x(\vec{r}_i, t_o - \tau) d^3 r_i d\tau + n(\vec{r}_o, t_o) \quad (2.7)$$

où l'on rappelle que  $h(\vec{r}_o, \vec{r}_i; t_o, \tau)$  est la réponse spatio-temporelle du canal,  $x(\vec{r}_i, t_o - \tau)$  le signal transmis,  $y(\vec{r}_o, t_o)$  le signal reçu et  $n(\vec{r}_o, t_o)$  le bruit. Dans cette écriture, l'espace est traité avec la première représentation et le temps avec la seconde, ce choix étant adopté car plus proche de notre perception de l'espace et du temps. Dans la suite de ce chapitre, les lettres latines  $\vec{r}$  et  $t$  seront réservées aux variables spatiales et temporelles exprimées en absolu, les lettres grecques associées  $\vec{\rho}$  et  $\tau$  désignant les translations correspondantes.

On se concentre à présent sur la réponse du canal  $h(\vec{r}_o, \vec{r}_i; t_o, \tau)$ , en faisant abstraction du bruit.

## 2.3.2 Caractérisation déterministe

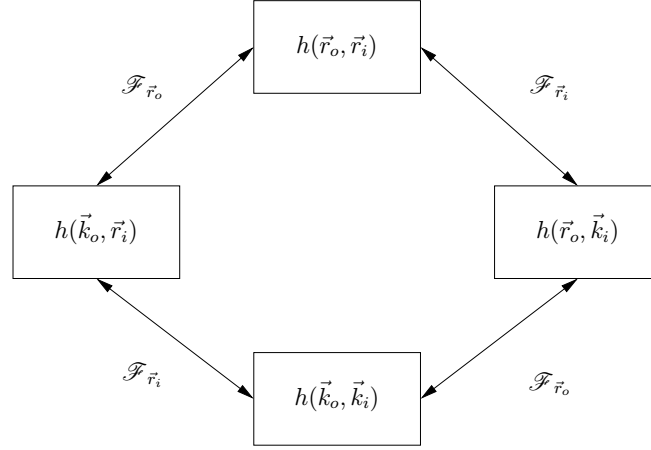
### 2.3.2.1 Domaine spatial

**Généralités :** La description la plus naturelle de la réponse du canal entre un point d'émission et un point de réception repère les positions spatiales en absolu. Les variables temporelles seront omises et la réponse du canal apparaissant dans la relation (2.7) sera notée de manière abrégée en fonction des seules variables d'espace. En ajoutant les variables duales des positions spatiales, on arrive à un premier jeu de quatre réponses caractérisant l'effet du canal sur des signaux déterministes :

$$\begin{aligned} y(\vec{r}_o) &= \int h(\vec{r}_o, \vec{r}_i) x(\vec{r}_i) d^3 r_i \\ y(\vec{r}_o) &= \int h(\vec{r}_o, \vec{k}_i) x(\vec{k}_i) d^3 k_i \\ y(\vec{k}_o) &= \int h(\vec{k}_o, \vec{r}_i) x(\vec{r}_i) d^3 r_i \\ y(\vec{k}_o) &= \int h(\vec{k}_o, \vec{k}_i) x(\vec{k}_i) d^3 k_i \end{aligned} \quad (2.8)$$

où  $\vec{r}_i$  et  $\vec{r}_o$  sont les positions d'émission et de réception,  $\vec{k}_i$  et  $\vec{k}_o$  les vecteurs d'onde respectifs. Les quatre expressions précédentes, équivalentes, sont reliées par transformées

de Fourier, comme illustré par la figure (2.5). Par souci de clarté, la multiplicité des notations a été évitée en imposant une dénomination unique pour les réponses du canal et les signaux en entrée et en sortie, les domaines considérés étant spécifiés par les variables utilisées.



$\vec{r}_i$  : position de l'émetteur     $\vec{k}_i$  : pulsation spatiale en émission  
 $\vec{r}_o$  : position du récepteur     $\vec{k}_o$  : pulsation spatiale en réception

**Fig. 2.5:** Réponses spatiales du canal du premier type

Il est également possible de recourir aux réponses du deuxième type, bien que l'interprétation ne soit pas nécessairement aussi immédiate. On construit alors un second groupe de relations :

$$\begin{aligned}
 y(\vec{r}) &= \int h(\vec{r}, \vec{\rho}) x(\vec{r} - \vec{\rho}) d^3 \rho \\
 y(\vec{r}) &= \int h(\vec{r}, \vec{k}) x(\vec{k}) e^{2j\pi \vec{k} \cdot \vec{r}} d^3 k \\
 y(\vec{k}) &= \int h(\vec{k}_d, \vec{k} - \vec{k}_d) x(\vec{k} - \vec{k}_d) d^3 k_d \\
 y(\vec{k}) &= \iint h(\vec{k}_d, \vec{\rho}) x(\vec{r} - \vec{\rho}) e^{2j\pi \vec{k}_d \cdot \vec{r}} d^3 \rho d^3 k_d
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

où  $\vec{r}$  et  $\vec{\rho}$  sont la position du récepteur et la position relative de l'émetteur,  $\vec{k}$  et  $\vec{k}_d$  les pulsations spatiale et Doppler spatiale en réception. Les expressions précédentes sont, ici encore, équivalentes et reliées par transformées de Fourier, comme illustré sur la figure (2.6).

Le tableau (2.1) rappelle les dépendances entre les différentes grandeurs. Mathématiquement équivalentes, une variable et sa variable duale par transformée de Fourier revêtent des interprétations physiques complémentaires. On verra ainsi dans la suite du texte que la variable de gauche mesure les effets de corrélation, celle de droite les effets d'étalement de l'énergie.

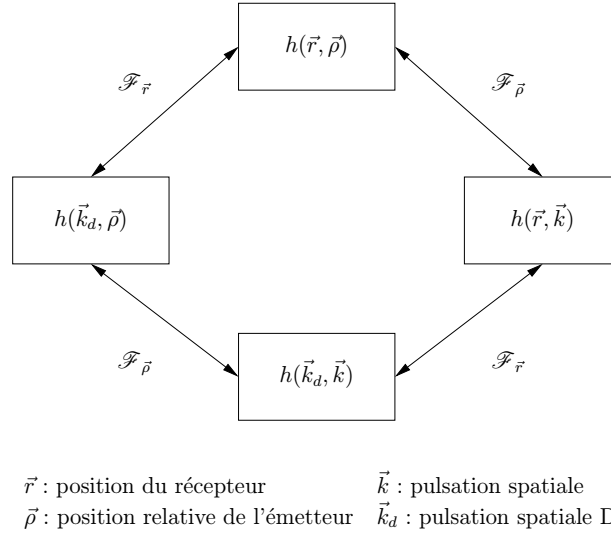


Fig. 2.6: Réponses spatiales du canal du second type

Tab. 2.1: Définitions des transformées de Fourier dans le domaine spatial

Domaines duals	Transformée directe	Transformée inverse
$\vec{r}_i \Leftrightarrow \vec{k}_i$	$\int(\cdot) \exp(-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}_i) d^3r_i$	$\frac{1}{(2\pi)^3} \int(\cdot) \exp(j\vec{k}_i \cdot \vec{r}_i) d^3k_i$
$\vec{r}_o \Leftrightarrow \vec{k}_o$	$\int(\cdot) \exp(-j\vec{k}_o \cdot \vec{r}_o) d^3r_o$	$\frac{1}{(2\pi)^3} \int(\cdot) \exp(j\vec{k}_o \cdot \vec{r}_o) d^3k_o$
$\vec{r} \Leftrightarrow \vec{k}_d$	$\int(\cdot) \exp(-j\vec{k}_d \cdot \vec{r}) d^3r$	$\frac{1}{(2\pi)^3} \int(\cdot) \exp(j\vec{k}_d \cdot \vec{r}) d^3k_d$
$\vec{k} \Leftrightarrow \vec{\rho}$	$\int(\cdot) \exp(j\vec{k} \cdot \vec{\rho}) d^3k$	$\frac{1}{(2\pi)^3} \int(\cdot) \exp(-j\vec{k} \cdot \vec{\rho}) d^3\rho$

Lorsque le signal émis est modélisé par un processus aléatoire centré, éventuellement non stationnaire, on montre que le signal reçu est également un processus aléatoire, de moyenne nulle, avec la fonction de corrélation :

$$\mathcal{R}_y(\vec{r}_{o1}, \vec{r}_{o2}) = \iint h(\vec{r}_{o1}, \vec{r}_{i1}) \mathcal{R}_x(\vec{r}_{i1}, \vec{r}_{i2}) h_{\text{adj}}(\vec{r}_{i2}, \vec{r}_{o2}) d^3 r_{i1} d^3 r_{i2}$$

où  $h_{\text{adj}}(\cdot)$  est la fonction adjointe de  $h(\cdot)$ , i.e  $x(\vec{r}_i) = \int h_{\text{adj}}(\vec{r}_i, \vec{r}_o) y(\vec{r}_o) d^3 r_o$ , et où  $\mathcal{R}_x(\vec{r}_{i1}, \vec{r}_{i2})$  et  $\mathcal{R}_y(\vec{r}_{o1}, \vec{r}_{o2})$  sont les fonctions de corrélation des processus transmis et reçus.

**Décomposition de la réponse spatiale :** La théorie des opérateurs linéaires offre une perspective intéressante sur les mécanismes de propagation. En supposant la réponse impulsionnelle de carré intégrable,  $\iint |h(\vec{r}_o, \vec{r}_i)|^2 d^3 r_o d^3 r_i < \infty$ , un résultat issu de l'analyse fonctionnelle (théorème de Mercer [8, 9]) montre que le canal est constitué de la superposition de plusieurs sous-canaux indépendants, ou modes de propagation propres, convoyant chacun une fraction du signal transmis<sup>5</sup>. La réponse spatiale du canal se décompose alors selon :

$$h(\vec{r}_o, \vec{r}_i) = \sum_k \sqrt{\lambda_k} u_k(\vec{r}_o) v_k^*(\vec{r}_i) \quad (2.10)$$

où  $\{v_k(\vec{r}_i)\}_k$  est la base orthonormée de fonctions propres d'entrée,  $\{u_k(\vec{r}_o)\}_k$  la base orthonormée de fonctions propres en sortie et  $\{\lambda_k\}_k$  le spectre des valeurs singulières réelles strictement positives.

Les fonctions propres reflètent les caractéristiques spatiales du canal en émission et en réception. On montre ainsi que les fonctions propres d'entrée satisfont l'équation intégrale :

$$\int \mathcal{R}_{\text{Tx}}(\vec{r}_{i1}, \vec{r}_{i2}) v_n(\vec{r}_{i2}) d^3 r_{i2} = \lambda_n v_n^*(\vec{r}_{i1})$$

avec  $\mathcal{R}_{\text{Tx}}(\vec{r}_{i1}, \vec{r}_{i2})$ , la fonction de corrélation en émission, définie par :

$$\mathcal{R}_{\text{Tx}}(\vec{r}_{i1}, \vec{r}_{i2}) = \int h(\vec{r}_o, \vec{r}_{i1}) h^*(\vec{r}_o, \vec{r}_{i2}) d^3 r_o$$

De même, les fonctions propres de sortie satisfont l'équation intégrale :

$$\int \mathcal{R}_{\text{Rx}}(\vec{r}_{o1}, \vec{r}_{o2}) u_n(\vec{r}_{o2}) d^3 r_{o2} = \lambda_n u_n^*(\vec{r}_{o1})$$

où  $\mathcal{R}_{\text{Rx}}(\vec{r}_{o1}, \vec{r}_{o2})$  est la fonction de corrélation en réception :

$$\mathcal{R}_{\text{Rx}}(\vec{r}_{o1}, \vec{r}_{o2}) = \int h(\vec{r}_{o1}, \vec{r}_i) h^*(\vec{r}_{o2}, \vec{r}_i) d^3 r_i$$

<sup>5</sup>La compréhension des résultats présentés ici est facilitée en faisant l'analogie avec la décomposition des matrices en vecteurs singuliers [10].

Pour chaque mode singulier, les fonctions propres d'entrée et de sortie et l'énergie sont reliées par :

$$\lambda_k u_k(\vec{r}_o) = \int h(\vec{r}_o, \vec{r}_i) v_k^*(\vec{r}_i) d^3 r_i$$

Afin de comprendre le mécanisme de propagation par modes, il suffit d'exprimer le signal reçu  $y(\vec{r}_o)$  en se basant sur la décomposition (2.10) :

$$y(\vec{r}_o) = \sum_k \sqrt{\lambda_k} x_k u_k(\vec{r}_o) \quad (2.11)$$

où  $x_k = \int v_k(\vec{r}_i) x_k^*(\vec{r}_i) d^3 r_i$  est la projection du signal transmis sur le mode propre d'entrée  $k$ .

La forme (2.10) doit être utilisée à bon escient. Notamment, la contrainte d'énergie finie exclut les canaux invariants selon au moins l'un des paramètres ainsi que les canaux contenant des impulsions, qui doivent être traités comme des cas limites. On donnera une interprétation géométrique simplifiée de la propagation par modes propres dans la section 2.4.1, puis dans le chapitre suivant où elle joue un rôle central dans l'explication de l'augmentation remarquable des débits offerts par les systèmes MIMO.

### 2.3.2.2 Domaine temporel

**Généralités :** A l'inverse du domaine spatial, la représentation du second type est la plus intuitive pour décrire le comportement dans le domaine temporel. Les variables d'espace seront implicites dans l'expression de la réponse impulsionnelle. Le premier jeu de relations entrée-sortie, pour des signaux d'entrée déterministes, s'écrit :

$$\begin{aligned} y(t) &= \int h(t, \tau) x(t - \tau) d\tau \\ y(t) &= \int h(t, f) x(f) e^{2j\pi f t} df \\ y(f) &= \int h(f_d, f - f_d) x(f - f_d) df_d \\ y(t) &= \iint h(f_d, \tau) x(t - \tau) e^{2j\pi f_d t} d\tau df_d \end{aligned} \quad (2.12)$$

où  $t$  est l'instant de réception,  $\tau$  le retard de propagation, associés respectivement à la fréquence Doppler  $f_d$  et à la fréquence  $f$ . Le deuxième jeu d'équations est donné par :

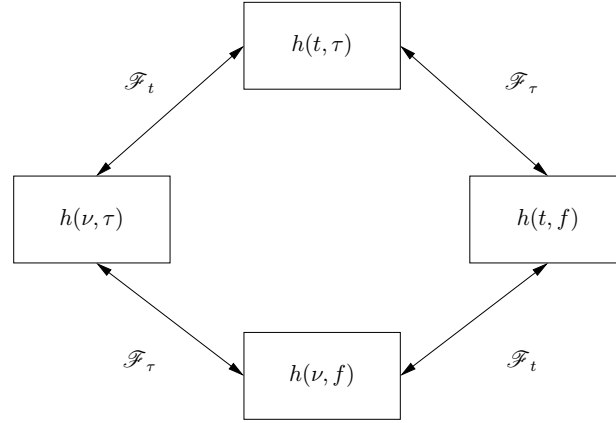
$$\begin{aligned} y(t_o) &= \int h(t_o, t_i) x(t_i) dt_i \\ y(t_o) &= \int h(t_o, f_i) x(f_i) df_i \\ y(f_o) &= \int h(f_o, f_i) x(f_i) df_i \\ y(f_o) &= \int h(f_o, t_i) x(t_i) dt_i \end{aligned} \quad (2.13)$$

où  $t_o$  et  $t_i$  sont les instants d'émission et de réception,  $f_i$  et  $f_o$  les fréquences associées.

Les liens entre variables temporelles et fréquentielles sont rappelés dans le tableau (2.1). On retrouve l'observation sur l'ordre des variables soulevée pour le domaine spatial. Les figures (2.7) et (2.8) illustrent les dépendances entre les fonctions des deux groupes.

**Tab. 2.2:** Définitions des transformées de Fourier dans le domaine temporel

Domaines associés	Transformée directe	Transformée inverse
$t_i \Leftrightarrow f_i$	$\int(\cdot) \exp(2j\pi f_i t_i) df_i$	$\int(\cdot) \exp(-2j\pi f_i t_i) dt_i$
$t_o \Leftrightarrow f_o$	$\int(\cdot) \exp(2j\pi f_o t_o) df_o$	$\int(\cdot) \exp(-2j\pi f_o t_o) dt_o$
$t \Leftrightarrow f_d$	$\int(\cdot) \exp(-2j\pi f_d t) dt$	$\int(\cdot) \exp(2j\pi f_d t) df_d$
$f \Leftrightarrow \tau$	$\int(\cdot) \exp(2j\pi f \tau) df$	$\int(\cdot) \exp(-2j\pi f \tau) d\tau$



$t$  : temps       $\tau$  : retard  
 $f$  : fréquence     $\nu$  : décalage Doppler

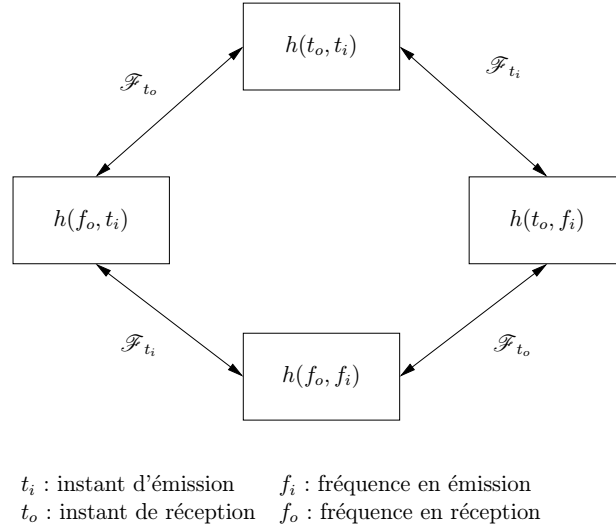
**Fig. 2.7:** Réponses temporelles du canal du second type

Les réponses décrivent également l'action du canal sur des processus aléatoires. Par exemple, la réponse à un processus non stationnaire centré est un processus non stationnaire de moyenne nulle et de fonction de corrélation temporelle :

$$\mathcal{R}_y(t_{o1}, t_{o2}) = \iint h(t_{o1}, t_{i1}) \mathcal{R}_x(t_{i1}, t_{i2}) h_{\text{adj}}(t_{i2}, t_{o2}) dt_{i1} dt_{i2}$$

avec  $h_{\text{adj}}(\cdot)$  la fonction adjointe de  $h(\cdot)$  et  $\mathcal{R}_x(t_{i1}, t_{i2})$  et  $\mathcal{R}_y(t_{o1}, t_{o2})$  les fonctions de corrélation des signaux émis et reçu.

**Décomposition de la réponse temporelle :** Les réponses du canal relatives au domaine temporel admettent des décompositions en modes propres, au même titre que leurs



**Fig. 2.8:** Réponses temporelles du canal du premier type

contreparties en espace. Par exemple, la réponse  $h(t_o, t_i)$ , supposée de carré intégrable, admet une décomposition de la forme :

$$h(t_o, t_i) = \sum_k \sqrt{\lambda_k} u_k(t_o) v_k^*(t_i) \quad (2.14)$$

où  $u_k(t_i)$ ,  $v_k(t_o)$  et  $\lambda_k$  caractérisent le mode  $k$ . Le signal reçu est alors vu comme la superposition des signaux envoyés indépendamment par les différents modes :

$$y(t_o) = \sum_k \sqrt{\lambda_k} x_k u_k(t_o)$$

où  $x_k = \int v_k(t_i) x_k^*(t_i) dt_i$ .

Les décompositions de la réponse temporelle du canal de type (2.14) ne possèdent pas la même facilité d'interprétation en fonction des paramètres d'entrée-sortie que dans le domaine spatial. Ainsi, les fonctions propres sont en général inconnues *a priori*<sup>6</sup> et leur évaluation requiert des efforts considérables. L'absence de structure simple interdit de plus le recours à des algorithmes de décomposition efficaces. Le manque de signification physique et la difficulté de calcul intrinsèques à la décomposition en modes propres a conduit à d'autres caractérisations des opérateurs linéaires [11, 4, 12]. Dans la référence [13, 14], les auteurs proposent une formulation unique en définissant le symbole de Weyl généralisé :

$$L_h^{(\alpha)}(t, f) = \int h^{(\alpha)}(t, \tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (2.15)$$

<sup>6</sup>Il existe quelques exemples sporadiques pour lesquels les fonctions propres sont connues : les exponentielles complexes pour les filtres linéaires invariants, les fonctions prolates sphéroïdales et les polynômes d'Hermite pour les filtres linéaires variants à support carré et circulaire respectivement.

avec :

$$h^{(\alpha)}(t, \tau) = h \left[ t + \left( \frac{1}{2} - \alpha \right) \tau, t - \left( \frac{1}{2} + \alpha \right) \tau \right]$$

où  $\alpha \in \mathbb{R}$ , en particulier  $|\alpha| \leq 1/2$  pour assurer un support compact. Pour  $\alpha = 0, 1/2$  et  $-1/2$ , la forme (2.15) se réduit respectivement au symbole de Weyl, à la fonction de transfert de Zadeh et à la fonction de transfert de Bello. Kozek [13] rappelle les propriétés mathématiques vérifiées par le symbole de Weyl généralisé.

Matz [15] montre que le symbole de Weyl généralise approximativement, pour les canaux spatiaux sous-étalés, la notion de réponse spectrale caractéristique des filtres linéaires invariants par translation. La propriété de sous-étalement, définie mathématiquement au prochain chapitre, signifie globalement que la réponse impulsionnelle du canal est mesurable. Pour voir cela, il suffit d'évaluer le contenu fréquentiel du signal entrant autour de l'instant  $t_0$  et de la fréquence  $f_0$  en appliquant une transformée de Fourier à temps court :

$$\tilde{x}^{(s)}(t, f) = \int x(t') s^*(t - t') e^{-j2\pi f t'} dt'$$

où  $s(t)$  est une fonction génératrice compacte dans le plan temps-fréquence, *e.g.* un signal gaussien. Le signal d'entrée est restitué à partir de la base de fonctions  $s_{t_0, f_0}(t) = s(t - t_0) e^{j2\pi f_0 t}$  obtenues par translation spatiale et fréquentielle de  $s(t)$  :

$$x(t) = \iint \tilde{x}^{(s)}(t_0, f_0) s_{t_0, f_0}(t) df_0 dt_0$$

La fonction compacte  $s_{t_0, f_0}(t)$  est une fonction propre approchée de système vérifiant :

$$\int h(t, t') s_{t_0, f_0}(t') dt' \approx L_h^{(\alpha)}(t_0, f_0) s_{t_0, f_0}(t)$$

En décomposant le signal de sortie avec la transformée de Fourier à temps court générée par  $s(t)$ , on arrive alors à :

$$\tilde{y}^{(s)}(t, f) \approx L_h^\alpha(t, f) \tilde{x}^{(s)}(t, f)$$

Le symbole de Weyl généralisé apparaît donc comme une fonction de pondération approximative dans le domaine temps-fréquence, au sens de la transformée de Fourier à temps court.

### 2.3.3 Caractérisation stochastique

La description statistique complète du canal porte sur la densité de probabilité ou, de manière équivalente, sur les moments statistiques de l'ensemble des processus rentrant en compte. Pratiquement irréaliste au vu des difficultés impliquées, on se contentera de l'analyse des moments du premier et du second ordre, approche suffisante pour appréhender le comportement énergétique du milieu.

Cette restriction demeure acceptable pour les liaisons sans fil à courte distance, limitées en puissance, dans des environnements riches en diffuseurs. En effet, on observe, d'une



part, que la richesse des interactions confère un comportement gaussien aux variations à petite échelle du canal et que, d'autre part, le débit transmis est maximisé, à puissance d'émission fixée et en présence de bruit additif gaussien, par un signal d'émission gaussien (cf. chapitre 4). Par conséquent, tous les signaux sont modélisés par des processus du second ordre, entièrement définis par leur moyennes et leur fonctions de corrélation. En remarquant de plus que, pour les applications en milieu domestique, la ligne de visibilité directe est très souvent obstruée, on ajoutera l'hypothèse supplémentaire de processus centrés.

Les expressions obtenues dans la suite sont établies au sein d'une région dans le plan temps-espace où l'hypothèse de stationnarité au sens large est localement vérifiée. Les intégrales seront implicitement restreintes à cette zone.

On revient dans un premier temps sur la nature des renseignements fournis par la statistique au second ordre.

### 2.3.3.1 Statistiques au second ordre : corrélation, dispersion et cohérence

L'analyse statistique au second ordre, complète pour les processus centrés stationnaires au sens large, tourne autour d'une description énergétique des signaux. Un processus aléatoire  $x(v)$ , de paramètre réel scalaire  $v$ , est spécifié au second ordre par sa fonction d'autocorrélation :

$$\mathcal{R}_x(\Delta v) = E_x\{x(v)x^*(v + \Delta v)\}$$

ou, de manière équivalente, par sa densité spectrale de puissance (théorème de Wiener-Khinchine) :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_x(w) &= \mathcal{F}\{\mathcal{R}_x(\Delta v)\} \\ &= \int \mathcal{R}_x(\Delta v) e^{-j2\pi w \Delta v} d\Delta v \end{aligned}$$

avec  $\Delta v$  un décalage en  $v$  et  $w$  la variable duale par transformée de Fourier.

La fonction d'autocorrélation évalue la dépendance linéaire entre différents échantillons du signal  $x(v)$  en fonction de leur position de prélèvement relative. La mesure du support effectif de  $\mathcal{R}_x(\Delta v)$  donne une indication sur l'intervalle de corrélation du signal, *i.e.* la séparation sur l'axe  $v$  au-delà de laquelle les valeurs prises par le signal deviennent faiblement corrélées. Au sens de l'écart-type, cet intervalle est estimé par :

$$V_{\text{corr}} = \sqrt{\int (\Delta v - \mu_{\Delta v})^2 \left| \frac{\mathcal{R}_x(\Delta v)}{\mathcal{R}_x(0)} \right| d\Delta v}$$

où  $\mu_{\Delta v}$  est le barycentre de  $\mathcal{R}_x(\Delta v)$ . On montre que  $\mu_{\Delta v} = 0$  par symétrie hermitienne de la fonction de corrélation.

La densité de puissance quantifie la répartition dans le domaine dual de l'énergie du signal. La dispersion de l'énergie, proportionnelle à la taille du support de  $\mathcal{S}_x(w)$ , est

calculée au sens de l'écart-type par :

$$W_{\text{corr}} = \sqrt{\int (w - \mu_w)^2 \left| \frac{S_x(w)}{S_x(0)} \right| dw}$$

où  $\mu_w$  est le barycentre de  $S_x(w)$ .

Intervalle de corrélation et dispersion spectrale sont les deux paramètres extraits par la statistique au second ordre et seront ainsi très présents dans la suite de cette section. Ils apportent la même information, exprimée différemment, sur le comportement d'un processus centré stationnaire au sens large. Plus précisément, on montre que ces deux grandeurs sont reliées par la relation d'incertitude, dérivée de l'inégalité de Schwartz [16] :

$$V_{\text{corr}} W_{\text{corr}} \geq \frac{1}{4\pi}$$

Cette inégalité implique qu'un processus faiblement corrélé dans un domaine, évoluant donc rapidement, présente un fort étalement de la puissance dans le domaine dual.

Revenons maintenant sur la nuance existant entre corrélation et cohérence. Le terme de cohérence a été introduit historiquement dans la discipline de l'optique, où elle fait référence à l'existence d'une relation déterministe et constante entre les phases des ondes électromagnétiques au sein d'un faisceau de fréquence unique (lumière cohérente). Par extension, deux sources optiques sont cohérentes si la différence de phase entre les deux faisceaux émis est constante, condition nécessaire à l'établissement d'un motif d'interférence stable.

La théorie de la cohérence a été exportée plus tard à l'analyse des séries temporelles par Wiener (décompositions harmoniques généralisées [17]). Depuis, le concept de cohérence est généralement relié à la stabilité ou caractère prévisible d'un processus, *i.e.* la cohérence dans un domaine décrit la corrélation entre signaux à différents points de ce domaine. La définition de la cohérence revêt une forme analogue à la définition de la corrélation :

**Corrélation :** La corrélation estime le degré de ressemblance, par transformation linéaire, entre variables aléatoires. Les relations existant dans un groupe de variables aléatoires sont mesurées par une matrice de coefficients de corrélation.

**Cohérence :** La cohérence estime le degré de ressemblance entre processus aléatoires, au sens de la possibilité de transformer un processus vers un autre par un filtre linéaire invariant [18, 19].

En résumé, les concepts de cohérence et de corrélation renvoient tous les deux à une notion de similarité au second ordre mais sont appliqués à des entités différentes, respectivement les processus aléatoires et les variables aléatoires. La terminologie employée dans la suite tiendra compte de cette nuance.

### 2.3.3.2 Domaine spatial

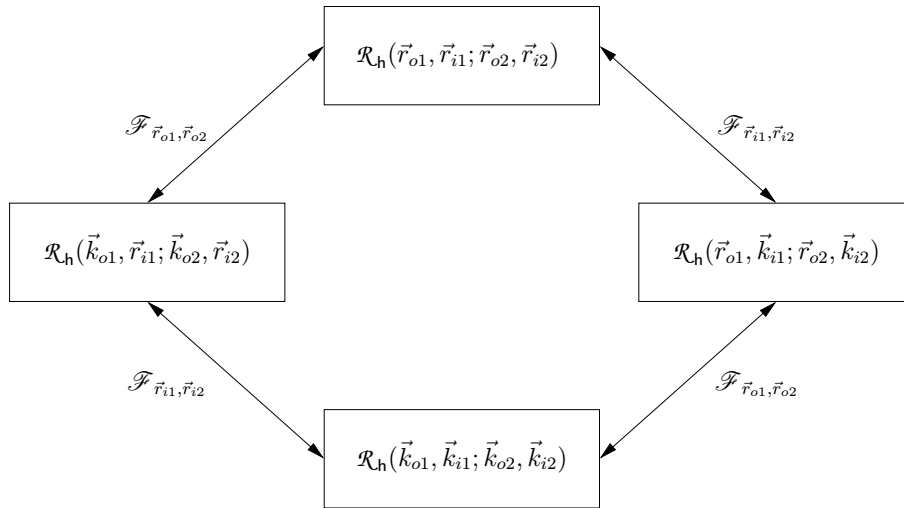
**Généralités :** Deux groupes de fonctions de corrélation peuvent être établis, associés respectivement à la représentation du premier type de la réponse du canal :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{R}_h(\vec{r}_{o1}, \vec{r}_{i1}; \vec{r}_{o2}, \vec{r}_{i2}) &= E_h\{h(\vec{r}_{o1}, \vec{r}_{i1})h^*(\vec{r}_{o2}, \vec{r}_{i2})\} \\
 \mathcal{R}_h(\vec{r}_{o1}, \vec{k}_{i1}; \vec{r}_{o2}, \vec{k}_{i2}) &= E_h\{h(\vec{r}_{o1}, \vec{k}_{i1})h^*(\vec{r}_{o2}, \vec{k}_{i2})\} \\
 \mathcal{R}_h(\vec{k}_{o1}, \vec{k}_{i1}; \vec{k}_{o2}, \vec{k}_{i2}) &= E_h\{h(\vec{k}_{o1}, \vec{k}_{i1})h^*(\vec{k}_{o2}, \vec{k}_{i2})\} \\
 \mathcal{R}_h(\vec{k}_{o1}, \vec{r}_{i1}; \vec{k}_{o2}, \vec{r}_{i2}) &= E_h\{h(\vec{k}_{o1}, \vec{r}_{i1})h^*(\vec{k}_{o2}, \vec{r}_{i2})\}
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

et du second type :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{R}_h(\vec{r}_1, \vec{\rho}_1; \vec{r}_2, \vec{\rho}_2) &= E\{h(\vec{r}_1, \vec{\rho}_1)h^*(\vec{r}_2, \vec{\rho}_2)\} \\
 \mathcal{R}_h(\vec{r}_1, \vec{k}_1; \vec{r}_2, \vec{k}_2) &= E_h\{h(\vec{r}_1, \vec{k}_1)h^*(\vec{r}_2, \vec{k}_2)\} \\
 \mathcal{R}_h(\vec{k}_{d1}, \vec{k}_1; \vec{k}_{d2}, \vec{k}_2) &= E_h\{h(\vec{k}_{d1}, \vec{k}_1)h^*(\vec{k}_{d2}, \vec{k}_2)\} \\
 \mathcal{R}_h(\vec{k}_{d1}, \vec{\rho}_1; \vec{k}_{d2}, \vec{\rho}_2) &= E_h\{h(\vec{k}_{d1}, \vec{\rho}_1)h^*(\vec{k}_{d2}, \vec{\rho}_2)\}
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

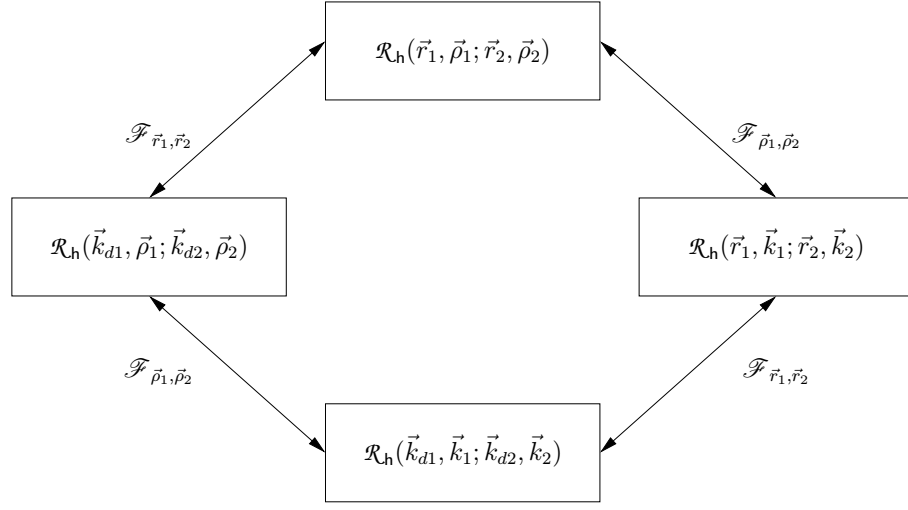
Le passage entre les différentes fonctions s'effectue, au sein de chaque groupe, par transformées de Fourier bidimensionnelles successives, comme schématisé sur les figures (2.9) et (2.10).



$\vec{r}_{i1}, \vec{r}_{i2}$  : positions d'émission     $\vec{k}_{i1}, \vec{k}_{i2}$  : pulsations spatiales en émission  
 $\vec{r}_{o1}, \vec{r}_{o2}$  : positions de réception     $\vec{k}_{o1}, \vec{k}_{o2}$  : pulsations spatiales en réception

**Fig. 2.9:** Fonctions de corrélation spatiale du canal du premier type

Les fonctions de corrélation du canal (2.16) et (2.17) jouent le rôle de réponse du canal pour des signaux aléatoires en entrée et en sortie stationnaires au sens large, au



$\vec{r}_1, \vec{r}_2$  : positions de réception     $\vec{k}_{d1}, \vec{k}_{d2}$  : Doppler spatial  
 $\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2$  : translations spatiales     $\vec{k}_1, \vec{k}_2$  : pulsations spatiales

**Fig. 2.10:** Fonctions de corrélation spatiale du canal du second type

même titre que les réponses impulsionnelles (2.8) et (2.9) pour les signaux déterministes. Par exemple, les autocorrélations spatiales en émission et en réception sont reliées par l'expression :

$$\mathcal{R}_y(\vec{r}_{o1}, \vec{r}_{o2}) = \iint \mathcal{R}_h(\vec{r}_{o1}, \vec{r}_{i1}; \vec{r}_{o2}, \vec{r}_{i2}) \mathcal{R}_x(\vec{r}_{i1}, \vec{r}_{i2}) d^3 r_{i1} d^3 r_{i2}$$

Des équations analogues existent pour les autres fonctions de corrélation du canal.

**Représentation conjointe espace-pulsation :** L'hypothèse de stationnarité au sens large n'est malheureusement vérifiée que sur des zones de dimensions finies entourant les positions d'émission et de réception, situation à laquelle les outils mathématiques présentés ci-dessus se révèlent peu adaptés. Bien qu'utilisables en adaptant les bornes d'intégration en conséquence, la notion de localisation est perdue lors du passage dans le domaine des pulsations spatiales. Pour la faire apparaître explicitement et pouvoir interpréter les résultats en terme de diagramme de rayonnement, on se tourne vers la transformée de Wigner-Ville généralisée des signaux, définie par :

$$\bar{\mathcal{W}}_x(\vec{r}, \vec{k}) = \int \mathcal{R}_x(\vec{r} - \frac{1}{2}\vec{\rho}, \vec{r} + \frac{1}{2}\vec{\rho}) e^{j\vec{k} \cdot \vec{\rho}} d^3 \rho$$

Les distributions des signaux d'entrée et de sortie sont reliées par :

$$\bar{\mathcal{W}}_y(\vec{r}_o, \vec{k}_o) = \iint \bar{\mathcal{W}}_h(\vec{r}_o, \vec{k}_o; \vec{r}_i, \vec{k}_i) \bar{\mathcal{W}}_x(\vec{r}_i, \vec{k}_i) d^3 r_i d^3 k_i$$

où  $\bar{\mathcal{W}}_x(\vec{r}_i, \vec{k}_i)$  et  $\bar{\mathcal{W}}_y(\vec{r}_o, \vec{k}_o)$  sont les transformées des signaux émis et reçu et  $\bar{\mathcal{W}}_h(\vec{r}_o, \vec{k}_o; \vec{r}_i, \vec{k}_i)$  la transformée de Wigner-Ville de la fonction de transfert donnée par :

$$\begin{aligned}\bar{\mathcal{W}}_h(\vec{r}_o, \vec{k}_o; \vec{r}_i, \vec{k}_i) &= E\{\mathcal{W}_h(\vec{r}_o, \vec{k}_o; \vec{r}_i, \vec{k}_i)\} \\ &= \iint \mathcal{R}_h(\vec{r}_o + \frac{1}{2}\vec{\rho}_o, \vec{r}_i + \frac{1}{2}\vec{\rho}_i; \vec{r}_o - \frac{1}{2}\vec{\rho}_o, \vec{r}_i - \frac{1}{2}\vec{\rho}_i) e^{j2\pi(\vec{k}_o \cdot \vec{\rho}_o - \vec{k}_i \cdot \vec{\rho}_i)} d^3\rho_i d^3\rho_o\end{aligned}$$

La réponse spatiale du canal est à nouveau fonction des positions de l'émetteur et du récepteur et ses propriétés peuvent être appréhendées en jouant sur les deux variables de positions.

**Extraction de paramètres caractéristiques du canal :** En synthétisant l'ensemble des questions que l'on peut se poser, on dénombre quatre expériences de caractérisation fondamentales : émetteur mobile et récepteur fixe, émetteur fixe et récepteur mobile, émetteur et récepteur mobiles et, finalement, émetteur et récepteur fixes. Chaque scénario dévoile un aspect différent du canal.

Expérience 1 : Emetteur mobile – récepteur fixe

Commençons par le cas de figure où la position de l'émetteur varie alors que le récepteur reste fixe (cf. figure (2.11)). La question intéressante, rencontrée lors du dimensionnement des systèmes à diversité spatiale d'émission, est d'estimer l'écart suffisant entre deux positions de l'émetteur pour assurer la décorrélation des signaux au niveau du récepteur.

Pour cela, l'émetteur transmet successivement deux impulsions, à deux positions différentes, dans le voisinage de  $\vec{r}_i$ , que le récepteur, placé en  $\vec{r}_o$ , collecte. Les deux points d'émission sont supposés suffisamment proches pour que l'hypothèse de stationnarité au sens large soit vérifiée, auquel cas la statistique d'ordre deux des signaux ne dépend que du vecteur de translation entre les deux points. On en déduit la fonction de corrélation en réception et la densité spectrale de puissance associée :

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_{x_1, x_2; y}(\vec{\rho}_i, \vec{r}_o, \vec{r}_i) &= E_h\{h(\vec{r}_o, \vec{r}_i + \vec{\rho}_{i1})h^*(\vec{r}_o, \vec{r}_i + \vec{\rho}_{i2})\} \\ \bar{\mathcal{W}}_{x_1, x_2; y}(\vec{k}_i, \vec{r}_o, \vec{r}_i) &= \int \mathcal{R}_{x_1, x_2; y}(\vec{\rho}_i, \vec{r}_o, \vec{r}_i) e^{j\vec{k}_i \cdot \vec{\rho}_i} d^3\rho_i\end{aligned}$$

où  $\vec{\rho}_i = \vec{\rho}_{i2} - \vec{\rho}_{i1}$  est le vecteur de déplacement. Les indices  $x_1$ ,  $x_2$  et  $y$  font référence au fait qu'il y a deux positions d'émission contre une seule de réception.

**Distance de corrélation en émission :** La distance de corrélation en émission définit la séparation nécessaire entre deux antennes d'émission, centrées sur la position  $\vec{r}_i$ , pour qu'un capteur placé en  $\vec{r}_o$  reçoive des copies décorréliées des signaux transmis. Elle dépend de l'axe de déplacement de l'émetteur.

D'un point de vue mathématique, l'information de corrélation est obtenue en estimant l'occupation de la fonction de corrélation  $\mathcal{R}_{x_1, x_2; y}(\vec{\rho}_i, \vec{r}_o, \vec{r}_i)$ . En imprimant un mouvement

de l'émetteur sur un axe repéré par le vecteur unitaire  $\vec{e}_u$ , on capte la corrélation spatiale pour cet axe à partir de la fonction réduite  $\mathcal{R}_{x_1,x_2;y}(\rho_{i,u}, \vec{r}_o, \vec{r}_i)$ , où la dépendance vectorielle en  $\vec{\rho}$  s'est effondrée en une dépendance scalaire sur la projection  $\rho_{i,u}$ ,  $\vec{\rho}_i = \rho_{i,u} \vec{e}_u$ .

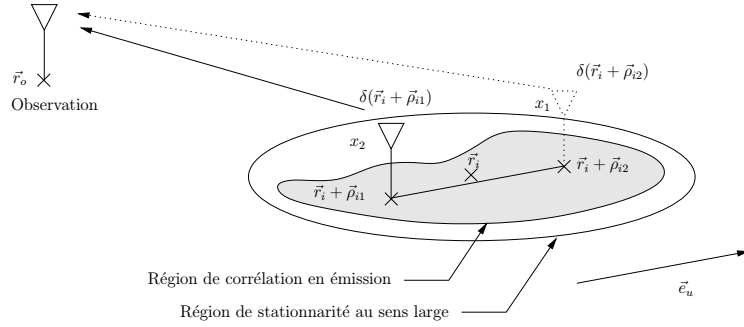
La distance de corrélation est conditionnée par la méthode de mesure. Par exemple, la distance évaluée à  $\alpha\%$  de la corrélation normalisée est donnée par :

$$D_{\text{corTx}}^{(\alpha)}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \sup \left\{ \delta \mid \min_{|\rho_{i,u}| < \delta} \frac{|\mathcal{R}_{x_1,x_2;y}(\rho_{i,u}, \vec{r}_o, \vec{r}_i)|}{|\mathcal{R}_{x_1,x_2;y}(0, \vec{r}_o, \vec{r}_i)|} \geq \alpha \right\} \quad (2.18)$$

alors que sa mesure au sens de l'écart-type s'exprime :

$$D_{\text{corTx}}^{\text{RMS}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \left( \frac{\int \rho_{i,u}^2 |\mathcal{R}_{x_1,x_2;y}(\rho_{i,u}, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| d\rho_{i,u}}{\int |\mathcal{R}_{x_1,x_2;y}(\rho_{i,u}, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| d\rho_{i,u}} \right)^{1/2} \quad (2.19)$$

où l'on a utilisé le fait que les processus d'évanouissements sont centrés. Le rôle des dénominateurs dans les équations (2.18) et (2.19) est de normaliser l'expression par rapport à la puissance du signal.



**Fig. 2.11:** Expérience conduisant à la notion de distance de corrélation en émission

**Dispersion spectrale en émission :** La dispersion spectrale en émission mesure l'étalement spectral de la réponse impulsionnelle vu depuis l'émetteur, situé dans le voisinage de  $\vec{r}_i$ , pour communiquer avec le récepteur en  $\vec{r}_o$ . Elle correspond au support effectif de la densité de puissance  $\bar{\mathcal{W}}_{x_1,x_2;y}(\vec{k}_i, \vec{r}_o, \vec{r}_i)$ .

Lorsque l'émetteur se déplace selon l'axe  $\vec{e}_u$ , la dépendance vectorielle au vecteur d'onde d'émission  $\vec{k}_i$  est réduite au profit d'une dépendance scalaire à la valeur projetée  $k_{i,u} = \vec{k}_i \cdot \vec{e}_u$ . La dispersion au sens de l'écart-type est définie par :

$$K_{\text{spreadTx}}^{\text{RMS}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \left( \frac{\int (k_{i,u} - m_{k_{i,u}})^2 |\bar{\mathcal{W}}_{x_1,x_2;y}(k_{i,u}, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| dk_{i,u}}{\int |\bar{\mathcal{W}}_{x_1,x_2;y}(k_{i,u}, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| dk_{i,u}} \right)^{1/2} \quad (2.20)$$

où  $m_{k_{i,u}} = \int k_{i,u} |\bar{\mathcal{W}}_{x_1,x_2;y}(k_{i,u}, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| dk_{i,u}$ .

Corrélation spatiale et dispersion spectrale en émission sont deux phénomènes duals, i.e.  $D_{\text{cor}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u \propto K_{\text{spread}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u^{-1}$  pour la direction  $\vec{e}_u$ . Bien que le passage de la pulsation spatiale au domaine angulaire soit non linéaire, cette dualité signifie qu'une petite

distance de cohérence implique généralement un étalement angulaire important et inversement un étalement angulaire faible correspond à une distance de cohérence grande.

Pour la conception d'un système de communication, il est raisonnable de supposer que la distance de corrélation et la dispersion exhibent des variations suffisamment douces suivant le changement de direction. Dans le cas où elles sont différentiables, *i.e.* dans les cas où elles admettent une approximation linéaire, la connaissance des composantes sur une base du domaine spatial est suffisante. On peut alors définir les vecteurs de corrélation et de dispersion sur la base canonique :

$$\vec{D}_{\text{corTx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i) = \begin{bmatrix} D_{\text{cor}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_x \\ D_{\text{cor}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_y \\ D_{\text{cor}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_z \end{bmatrix}$$

et :

$$\vec{K}_{\text{spreadTx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i) = \begin{bmatrix} K_{\text{spread}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_x \\ K_{\text{spread}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_y \\ K_{\text{spread}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_z \end{bmatrix}$$

Cette description vectorielle n'est pas une surprise puisque l'espace possède trois dimensions, contrairement au domaine temporel unidimensionnel. Cette observation est valable pour toutes les grandeurs dérivées dans la suite de cette section.

Expérience 2 : Emetteur fixe – récepteur mobile

La seconde expérience, où le récepteur prend plusieurs positions et l'émetteur reste fixe, est la contrepartie de la première et fournit les mesures réciproques en réception. Il s'agit ici d'estimer la distance nécessaire entre deux positions du récepteur pour recevoir des copies décorréliées (cf. figure (2.12)), problème type posé pour un système à diversité spatiale de réception.

Le récepteur reçoit successivement, à deux positions différentes, une impulsion transmise par l'émetteur immobile, dont il retire la fonction de corrélation en réception et la densité spectrale associée :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{x;y_1,y_2}(\vec{\rho}_o, \vec{r}_o, \vec{r}_i) &= \text{E}_h\{h(\vec{r}_o + \vec{\rho}_{o1}, \vec{r}_i)h^*(\vec{r}_o + \vec{\rho}_{o2}, \vec{r}_i)\} \\ \bar{\mathcal{W}}_{x;y_1,y_2}(\vec{k}_o, \vec{r}_o, \vec{r}_i) &= \int \mathcal{R}_{x;y_1,y_2}(\vec{\rho}_o, \vec{r}_o, \vec{r}_i) e^{j\vec{k}_o \cdot \vec{\rho}_o} d^3\rho_o \end{aligned}$$

où  $\vec{\rho}_o = \vec{\rho}_{o2} - \vec{\rho}_{o1}$  est un déplacement dans le voisinage du point de réception.

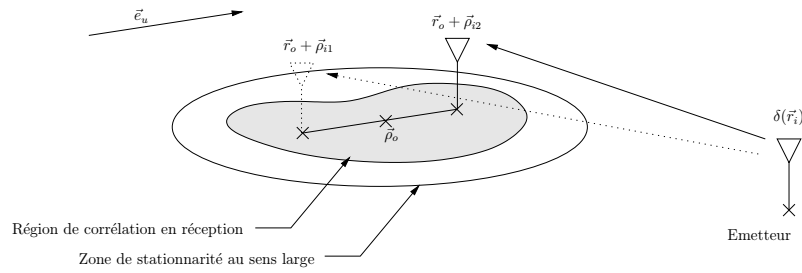
**Distance de corrélation en réception :** La distance de corrélation en réception est la mesure réciproque de la distance de corrélation en émission. Elle définit la distance nécessaire entre deux capteurs, centrés sur la position  $\vec{r}_o$ , pour recevoir deux copies suffisamment décorréliées d'un signal émis par une antenne située en  $\vec{r}_i$  (cf. figure (2.12)). La fonction de corrélation considérée ici est  $\mathcal{R}_{x;y_1,y_2}(\vec{\rho}_o, \vec{r}_o, \vec{r}_i)$ .

La largeur du support évaluée à  $\alpha\%$  de la corrélation maximale est :

$$D_{\text{corRx}}^{(\alpha)}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \sup \left\{ \delta \mid \min_{|\rho_{o,u}| < \delta} \frac{|\mathcal{R}_{x;y_1,y_2}(\rho_{o,u}, \vec{r}_o, \vec{r}_i)|}{|\mathcal{R}_{x;y_1,y_2}(0, \vec{r}_o, \vec{r}_i)|} \geq \alpha \right\} \quad (2.21)$$

et au sens de l'écart-type :

$$D_{\text{corRx}}^{\text{RMS}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \left( \frac{\int \rho_{o,u}^2 |\mathcal{R}_{x;y_1,y_2}(\rho_{o,u}, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| d\rho_{o,u}}{\int |\mathcal{R}_{x;y_1,y_2}(\rho_{o,u}, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| d\rho_{o,u}} \right)^{1/2} \quad (2.22)$$



**Fig. 2.12:** Expérience conduisant à la notion de distance de corrélation en réception

**Dispersion spectrale en réception :** La dispersion spectrale en réception est la mesure réciproque décrivant la réponse angulaire en réception, dans le voisinage de  $\vec{r}_o$ , à une impulsion émise en  $\vec{r}_i$ . La dispersion au sens de l'écart-type, similaire à l'expression (2.20), s'écrit :

$$K_{\text{spreadRx}}^{\text{RMS}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \left( \frac{\int (k_{o,u} - m_{k_{o,u}})^2 |\bar{\mathcal{W}}_{x;y_1,y_2}(k_{o,u}, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| dk_{o,u}}{\int |\bar{\mathcal{W}}_{x;y_1,y_2}(k_{o,u}, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| dk_{o,u}} \right)^{1/2} \quad (2.23)$$

où  $k_{o,u} = \vec{k}_o \cdot \vec{e}_u$  et  $m_{k_{o,u}} = \int k_{o,u} |\bar{\mathcal{W}}_{x_1,x_2;y}(k_{o,u}, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| dk_{o,u}$ .

De même qu'en émission, on observe que corrélation spatiale et dispersion spectrale en réception sont inversement proportionnelles,  $D_{\text{cor}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u \propto K_{\text{spreadRx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u^{-1}$ .

Expérience 3 : Emetteur mobile – récepteur mobile

On considère à présent le cas où les positions de l'émetteur et du récepteur varient simultanément d'un même vecteur de translation (cf. figure (2.13)). En mesurant la réponse du milieu pour différents couples de positions, il est possible d'estimer la distance de cohérence du canal, *i.e.* la distance sur laquelle les conditions de propagation restent sensiblement inchangées. Cette grandeur joue un rôle primordiale dans le dimensionnement des systèmes à formation de faisceau, pour lesquels les fronts d'onde doivent rester cohérents sur l'étendue des réseaux d'antennes.

La première mesure est effectuée pour un jeu de positions, puis la seconde en décalant émetteur et récepteur d'un même vecteur de translation. Sous l'hypothèse de stationnarité



locale au sens large, la statistique au second ordre du canal ne dépend que du décalage entre les deux mesures. La fonction de corrélation et la densité de puissance associée sont données par :

$$\mathcal{R}_{x_1,y_1;x_2,y_2}(\vec{\rho}, \vec{r}_o, \vec{r}_i) = E_h \{ h(\vec{r}_o + \vec{\rho}_o + \vec{\rho}, \vec{r}_i + \vec{\rho}_i + \vec{\rho}) h^*(\vec{r}_o + \vec{\rho}_o, \vec{r}_i + \vec{\rho}_i) \}$$

$$\bar{\mathcal{W}}_{x_1,y_1;x_2,y_2}(\vec{k}, \vec{r}_o, \vec{r}_i) = \int \mathcal{R}_{x_1,y_1;x_2,y_2}(\vec{\rho}, \vec{r}_o, \vec{r}_i) e^{j\vec{k} \cdot \vec{\rho}} d^3 \rho$$

où  $\vec{\rho}$  est le vecteur de déplacement de l'émetteur et du récepteur.

**Distance de cohérence locale :** La distance de cohérence locale mesure l'étendue minimale du voisinage autour des positions d'émission et de réception sur laquelle l'hypothèse de cohérence est approchée. La notion de cohérence correspond à l'invariance de la réponse du canal à une même translation arbitraire de l'émetteur et du récepteur. En d'autres termes, au sein du volume spatial de cohérence, le signal mesuré pour une antenne d'émission en  $\vec{r}_o + \vec{\rho}$  et une antenne de réception en  $\vec{r}_i + \vec{\rho}$  est indépendant du vecteur de décalage  $\vec{\rho}$ .

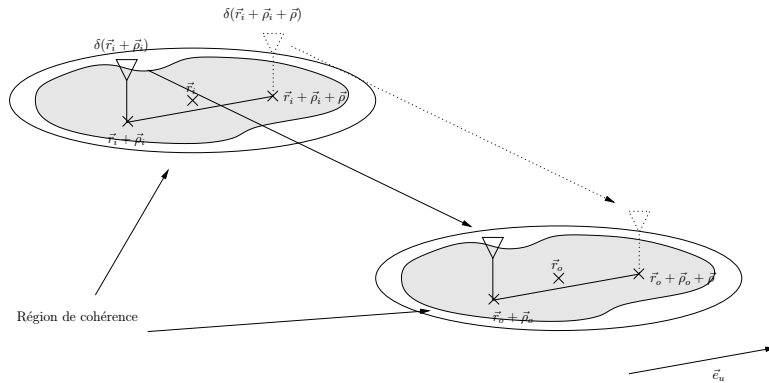
La distance de cohérence, suivant une direction  $\vec{e}_u$ , est estimée à partir de l'étalement de la fonction de corrélation réduite  $\mathcal{R}_{x_1,y_1;x_2,y_2}(\rho_u, \vec{r}_o, \vec{r}_i)$ , où  $\vec{\rho} = \rho_u \vec{e}_u$ .

La distance à  $\alpha\%$  de la corrélation maximale est obtenue comme :

$$D_{\text{coh}}^{(\alpha)}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \sup \left\{ \delta \mid \min_{|\rho_u| < \delta} \frac{|\mathcal{R}_{x_1,y_1;x_2,y_2}(\rho_u, \vec{r}_o, \vec{r}_i)|}{|\mathcal{R}_{x_1,y_1;x_2,y_2}(0, \vec{r}_o, \vec{r}_i)|} \geq \alpha \right\}$$

et la distance au sens de l'écart-type comme :

$$D_{\text{coh}}^{\text{RMS}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \left( \frac{\int \rho_u^2 |\mathcal{R}_{x_1,y_1;x_2,y_2}(\rho_u, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| d\rho_u}{\int |\mathcal{R}_{x_1,y_1;x_2,y_2}(\rho_u, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| d\rho_u} \right)^{1/2}$$



**Fig. 2.13:** Expérience conduisant à la notion de distance de cohérence

**Dispersion Doppler en pulsation spatiale :** Le phénomène résultant de la perte de cohérence spatiale est un étalement dans le domaine des vecteurs d'onde. Cet étalement est mesuré par l'occupation de la fonction de densité de puissance  $\mathcal{W}_{x_1,y_1;x_2,y_2}(\vec{k}, \vec{r}_o, \vec{r}_i)$ .

La dispersion Doppler, associée à l'axe  $\vec{e}_u$ , s'exprime, au sens de l'écart-type, par :

$$K_{\text{Dop}}^{\text{RMS}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \left( \frac{\int (k_u - m_{k_u})^2 |\bar{\mathcal{W}}_{x_1,y_1;x_2,y_2}(k_u, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| dk_u}{\int |\bar{\mathcal{W}}_{x_1,y_1;x_2,y_2}(k_u, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| dk_u} \right)^{1/2}$$

où l'on a  $\vec{k} = k_u \vec{e}_u$ .

Distance de cohérence et dispersion Doppler sont des mesures associées,  $D_{\text{coh}}(\vec{r}_i, \vec{r}_o)_u \propto K_{\text{Dop}}(\vec{r}_i, \vec{r}_o)_u^{-1}$ . Un faible étalement Doppler implique une grande distance de cohérence et, à l'inverse, une petite distance de cohérence une dispersion Doppler élevée.

Expérience 4 : Emetteur fixe – récepteur fixe

La dernière expérience à étudier est celle où les positions de l'émetteur et du récepteur restent fixes, immobilité rendant impossible l'évaluation d'une quelconque fonction de corrélation spatiale, par opposition aux trois cas précédents. L'analyse des phénomènes de corrélation est donc nécessairement reportée dans le domaine des pulsations spatiales.

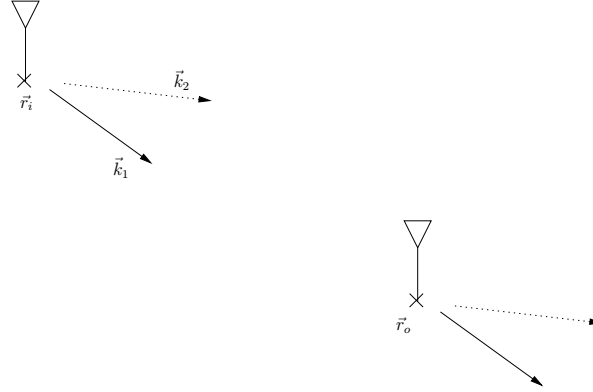
Précédemment, le concept de cohérence spatiale a été dégagé en observant l'évolution du canal pour une même translation spatiale de l'émetteur et du récepteur. La notion duale dans le domaine spectral, *i.e.* la bande de cohérence en pulsation spatiale, est dérivée à partir d'un système émettant et recevant sur la même pulsation spatiale et en examinant la corrélation en réception pour différents vecteurs d'onde. Ce concept intervient dans les systèmes à diversité de rayonnement.

L'émetteur transmet successivement deux signaux monochromatiques, de pulsations  $\vec{k}$  et  $\vec{k} + \vec{\kappa}$ . En captant les signaux reçus sur ces deux mêmes pulsations, le récepteur détermine la corrélation introduite en pulsation spatiale par le canal. Sous l'hypothèse de stationnarité au sens large, la statistique au second ordre ne dépend que de l'écart entre les deux vecteurs d'onde et l'on peut définir les fonctions de corrélation en pulsation, ainsi que le spectre associé en espace par :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{\mathcal{W}_{x_1,y_1};\mathcal{W}_{x_2,y_2}}(\vec{\kappa}, \vec{r}_o, \vec{r}_i) &= \mathbb{E}_{\mathcal{W}_h} \{ \mathcal{W}_h(\vec{r}_o, \vec{k} + \vec{\kappa}; \vec{r}_i, \vec{k} + \vec{\kappa}) \mathcal{W}_h^*(\vec{r}_o, \vec{k}; \vec{r}_i, \vec{k}) \} \\ \mathcal{W}_{\mathcal{W}_{x_1,y_1};\mathcal{W}_{x_2,y_2}}(\vec{\rho}, \vec{r}_o, \vec{r}_i) &= \int \mathcal{R}_{\mathcal{W}_{x_1,y_1};\mathcal{W}_{x_2,y_2}}(\vec{\kappa}, \vec{r}_o, \vec{r}_i) e^{j\vec{\kappa} \cdot \vec{\rho}} d^3\kappa \end{aligned}$$

où l'on rappelle que  $\mathcal{W}_h(\vec{r}_o, \vec{k}_o; \vec{r}_i, \vec{k}_i)$  est la réponse du canal, au point  $\vec{r}_o$ , pour la pulsation  $\vec{k}_o$  à une pulsation pure  $\vec{k}_i$  transmise à la position  $\vec{r}_i$ .

**Bande de cohérence en pulsation spatiale :** La cohérence du canal en pulsation spatiale, duale de la cohérence en espace, quantifie la corrélation de l'effet du canal



**Fig. 2.14:** Expérience conduisant à la notion de bande de cohérence en pulsation spatiale

sur plusieurs pulsations spatiales. Elle correspond à la largeur du lobe de la fonction  $\mathcal{R}_{\mathcal{W}_{x1}, \mathcal{W}_{y1}; \mathcal{W}_{x2}, \mathcal{W}_{y2}}(\vec{\kappa}, \vec{r}_o, \vec{r}_i)$ .

La bande de cohérence en pulsation est donnée comme :

$$K_{\text{coh}}^{(\alpha)}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \sup \left\{ \delta \mid \min_{|\kappa_u| < \delta} \frac{|\mathcal{R}_{\mathcal{W}_{x1}, \mathcal{W}_{y1}; \mathcal{W}_{x2}, \mathcal{W}_{y2}}(\kappa_u, \vec{r}_o, \vec{r}_i)|}{|\mathcal{R}_{\mathcal{W}_{x1}, \mathcal{W}_{y1}; \mathcal{W}_{x2}, \mathcal{W}_{y2}}(0, \vec{r}_o, \vec{r}_i)|} \geq \alpha \right\}$$

et au sens de l'écart-type comme :

$$K_{\text{coh}}^{\text{RMS}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \left( \frac{\int \kappa_u^2 |\mathcal{R}_{\mathcal{W}_{x1}, \mathcal{W}_{y1}; \mathcal{W}_{x2}, \mathcal{W}_{y2}}(\kappa_u, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| d\kappa_u}{\int |\mathcal{R}_{\mathcal{W}_{x1}, \mathcal{W}_{y1}; \mathcal{W}_{x2}, \mathcal{W}_{y2}}(\kappa_u, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| d\kappa_u} \right)^{1/2}$$

**Étalement spatial :** La bande de cohérence en pulsation spatiale du canal est l'image de la disposition des obstacles efficaces sur le chemin de propagation de l'onde. Par obstacle efficace, on entend un réflecteur contribuant de manière non négligeable au signal reçu. Pour cela, un objet doit être éclairé par l'émetteur et réfléchir suffisamment d'énergie en direction du récepteur. L'étalement de la densité de puissance  $\mathcal{W}_{\mathcal{W}_{x1}, \mathcal{W}_{y1}; \mathcal{W}_{x2}, \mathcal{W}_{y2}}(\vec{\rho}, \vec{r}_o, \vec{r}_i)$  apporte une indication sur la localisation spatiale de ces réflecteurs, information que l'on peut appeler étalement spatial du canal.

Ainsi, l'écart-type de l'étalement spatial mesuré a pour expression :

$$D_{\text{spread}}^{\text{RMS}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \left( \frac{\int (\rho_u - m_{\rho_u})^2 |\mathcal{W}_{\mathcal{W}_{x1}, \mathcal{W}_{y1}; \mathcal{W}_{x2}, \mathcal{W}_{y2}}(\rho_u, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| d\rho_u}{\int |\mathcal{W}_{\mathcal{W}_{x1}, \mathcal{W}_{y1}; \mathcal{W}_{x2}, \mathcal{W}_{y2}}(\rho_u, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| d\rho_u} \right)^{1/2}$$

où  $\rho_u = \vec{\rho} \cdot \vec{e}_u$  et  $m_{\rho} = \int \rho_u |\mathcal{W}_{\mathcal{W}_{x1}, \mathcal{W}_{y1}; \mathcal{W}_{x2}, \mathcal{W}_{y2}}(\rho_u, \vec{r}_o, \vec{r}_i)| d\rho_u$ .

Ici encore, on montre que l'étalement spatial et la bande de cohérence en pulsation spatiale sont des grandeurs duales,  $K_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u \propto D_{\text{spread}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u^{-1}$ .

**Remarques finales :** Le tableau(2.3), situé en fin de chapitre, résume l'ensemble des notions vues dans cette section et rappelle les applications typiques associées. On souligne l'existence de deux groupes de paramètres complémentaires, point à volume ou volume à volume, capables chacun d'appréhender complètement le comportement énergétique du canal de propagation. Ils prendront tout leur sens, dans le chapitre suivant, comme supports à la conception de système de communication à réseau d'antennes.

### 2.3.3.3 Domaine temporel

Les relations décrivant la statistique temporelle au second ordre du canal sont regroupées en deux ensembles :

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_h(t_1, \tau_1; t_2, \tau_2) &= E_h\{h(t_1, \tau_1)h^*(t_2, \tau_2)\} \\ \mathcal{R}_h(t_1, f_1; t_2, f_2) &= E_h\{h(t_1, f_1)h^*(t_2, f_2)\} \\ \mathcal{R}_h(f_{d1}, f_1; f_{d2}, f_2) &= E_h\{h(f_{d1}, f_1)h^*(f_{d2}, f_2)\} \\ \mathcal{R}_h(f_{d1}, \tau_1; f_{d2}, \tau_2) &= E_h\{h(f_{d1}, \tau_1)h^*(f_{d2}, \tau_2)\}\end{aligned}\tag{2.24}$$

et :

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_h(t_{o1}, t_{i1}; t_{o2}, t_{i2}) &= E_h\{h(t_{o1}, t_{i1})h^*(t_{o2}, t_{i2})\} \\ \mathcal{R}_h(t_{o1}, f_{i1}; t_{o2}, f_{i2}) &= E_h\{h(t_{o1}, f_{i1})h^*(t_{o2}, f_{i2})\} \\ \mathcal{R}_h(f_{o1}, f_{i1}; f_{o2}, f_{i2}) &= E_h\{h(f_{o1}, f_{i1})h^*(f_{o2}, f_{i2})\} \\ \mathcal{R}_h(f_{o1}, t_{i1}; f_{o2}, t_{i2}) &= E_h\{h(f_{o1}, t_{i1})h^*(f_{o2}, t_{i2})\}\end{aligned}\tag{2.25}$$

Les fonctions de corrélation des signaux d'entrée et de sortie sont reliées, dans le cas général, par des équations du type :

$$\mathcal{R}_y(t_1; t_2) = \iint \mathcal{R}_h(t_1, \tau_1; t_2, \tau_2) \mathcal{R}_x(t_1 - \tau_1; t_2 - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2$$

Les expériences développées dans la section précédente peuvent être facilement adaptées au domaine temporel pour caractériser la statistique au second ordre du canal. Les analogies entre mesures temporelles et spatiales sont évidentes et s'enrichissent mutuellement pour aider à une compréhension équivalente des deux domaines, *a priori* biaisée par notre perception (cf. équation(2.7)).

Un résumé des principaux résultats est proposé par le tableau (2.4) en fin de chapitre.

Expérience 1 : Instant d'émission variable – instant de réception fixe  
Expérience 2 : Instant d'émission fixe – instant de réception variable

Les deux premières expériences conduisent aux notions de temps de corrélation en émission et en réception, ainsi qu'aux dispersions spectrales duales. Cette connaissance est essentielle aux systèmes de transmission reposant sur des mécanismes de répétition

ou de recombinaison cherchant à exploiter les diversités temporelles d'émission et de réception.

En supposant que l'hypothèse de stationnarité au sens large est vérifiée dans les deux cas, on constitue deux groupes de fonctions :

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_{x_1,x_2;y}(\tau_i, t_o, t_i) &= E_h\{h(t_o, t_i - \tfrac{1}{2}\tau_i)h^*(t_o, t_i + \tfrac{1}{2}\tau_i)\} \\ \bar{\mathcal{W}}_{x_1,x_2;y}(f_i, t_o, t_i) &= \int \mathcal{R}_{x_1,x_2;y}(\tau_i, t_o, t_i) e^{-j2\pi f_i \tau_i} d\tau_i\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_{x;;y_1,y_2}(\tau_o, t_o, t_i) &= E_h\{h(t_o - \tfrac{1}{2}\tau_o, t_i)h^*(t_o + \tfrac{1}{2}\tau_o, t_i)\} \\ \bar{\mathcal{W}}_{x;;y_1,y_2}(f_o, t_o, t_i) &= \int \mathcal{R}_{x;;y_1,y_2}(\tau_o, t_o, t_i) e^{-j2\pi f_o \tau_o} d\tau_o\end{aligned}$$

dont l'évaluation des supports de chaque fonction aboutit aux quatre paramètres présentés ci-dessous.

#### Temps de corrélation en émission :

$$T_{\text{corTx}}^{\text{RMS}}(t_o, t_i) = \left( \frac{\int \tau_i^2 |\mathcal{R}_{x_1,x_2;y}(\tau_i, t_o, t_i)| d\tau_i}{\int |\mathcal{R}_{x_1,x_2;y}(\tau_i, t_o, t_i)| d\tau_i} \right)^{1/2}$$

#### Dispersion spectrale en émission :

$$F_{\text{spreadTx}}^{\text{RMS}}(t_o, t_i) = \left( \frac{\int (f_i - m_{f_i})^2 |\bar{\mathcal{W}}_{x_1,x_2;y}(f_i, t_o, t_i)| df_i}{\int |\bar{\mathcal{W}}_{x_1,x_2;y}(f_i, t_o, t_i)| df_i} \right)^{1/2}$$

#### Temps de corrélation en réception :

$$T_{\text{corRx}}^{\text{RMS}}(t_o, t_i) = \left( \frac{\int \tau_o^2 |\mathcal{R}_{x;;y_1,y_2}(\tau_o, t_o, t_i)| d\tau_o}{\int |\mathcal{R}_{x;;y_1,y_2}(\tau_o, t_o, t_i)| d\tau_o} \right)^{1/2}$$

#### Dispersion spectrale en réception :

$$F_{\text{spreadRx}}^{\text{RMS}}(t_o, t_i) = \left( \frac{\int (f_o - m_{f_o})^2 |\bar{\mathcal{W}}_{x;;y_1,y_2}(f_o, t_o, t_i)| df_o}{\int |\bar{\mathcal{W}}_{x;;y_1,y_2}(f_o, t_o, t_i)| df_o} \right)^{1/2}$$

où l'on a défini  $m_{f_i} = \int f_i |\bar{\mathcal{W}}_{x_1,x_2;y}(f_i, t_o, t_i)| df_i$  et  $m_{f_o} = \int f_o |\bar{\mathcal{W}}_{x;;y_1,y_2}(f_o, t_o, t_i)| df_o$

Expérience 3 : Instants d'émission et de réception variables

Expérience 4 : Instants d'émission et de réception fixes

Les expériences 3 et 4 ont déjà été largement traitées dans la littérature [4] et servent de référence au dimensionnement de tout système de communication. On abandonnera l'approche suivie jusqu'à présent pour retrouver la présentation classique.

Le canal sera supposé stationnaire au sens large (WSS — Wide Sens Stationary) à diffuseurs décorrélés (US — Uncorrelated Scattering) :

**Stationnarité au sens large (hypothèse WSS) :** Les statistiques sont invariantes pendant un intervalle de temps donné. Cette hypothèse implique la décorrélation des perturbations liées à des diffuseurs élémentaires affectés de décalages Doppler différents.

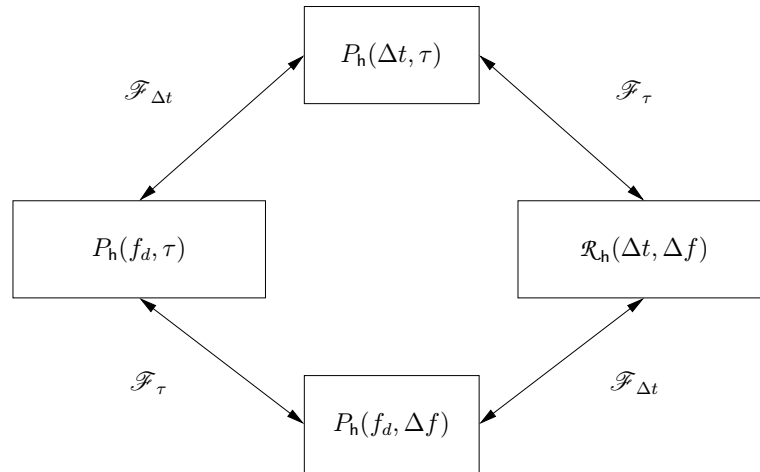
**Diffuseurs non corrélés (hypothèse US) :** Les perturbations liées à des diffuseurs élémentaires avec des décalages temporels différents sont décorrélées. Cette hypothèse implique la stationnarité en fréquence.

Ces deux hypothèses sont souvent posées, conduisant à des simplifications significatives dans l'écriture des relations entrée-sortie. Elles sont généralement vérifiées pour les communications sans fil à courte distance, le cas qui nous intéresse ici.

Lorsque les conditions WSS et US sont réunies, les fonctions de corrélation 2.25 s'écrivent :

$$\begin{aligned}\mathcal{R}_h(t_1, \tau_1; t_2, \tau_2) &= \delta(\tau_2 - \tau_1) P_h(t_2 - t_1, \tau_1) \\ \mathcal{R}_h(f_{d1}, f_1; f_{d2}, f_2) &= \delta(f_{d1} - f_{d2}) P_h(f_{d1}, f_2 - f_1) \\ \mathcal{R}_h(f_{d1}, \tau_1; f_{d2}, \tau_2) &= \delta(f_{d1} - f_{d2}) \delta(\tau_2 - \tau_1) P_h(f_{d1}, \tau_1) \\ \mathcal{R}_h(t_1, f_1; t_2, f_2) &= \mathcal{R}_h(t_2 - t_1, f_2 - f_1)\end{aligned}$$

où  $P_h(t_2 - t_1, \tau_1)$ ,  $P_h(f_{d1}, f_2 - f_1)$  et  $P_h(f_{d1}, \tau_1)$  s'interprètent comme les densités de puissance en temps-retard, fréquence-Doppler, retard-Doppler et où  $\mathcal{R}_h(t_2 - t_1, f_2 - f_1)$  est la fonction d'autocorrélation temps-fréquence. Ces quatre fonctions sont liées par transformées de Fourier, comme illustré par la figure (2.15).



**Fig. 2.15:** Fonctions de corrélation temporelle d'un canal stationnaire au sens large et à diffuseurs décorrélés

La réponse temporelle du canal WSSUS est entièrement caractérisée par l'une quelconque de ces quatre fonctions, le plus souvent le spectre en retard-Doppler  $P_h(\tau, f_d)$  ou la fonction d'autocorrélation en temps-fréquence  $\mathcal{R}_h(t_2 - t_1, f_2 - f_1)$ . Ces deux fonctions

apportent respectivement des renseignements sur l'étalement de l'énergie et la cohérence du canal en temps et en fréquence.

*A priori*, les différents domaines sont interdépendants et il n'est pas possible de les traiter séparément. Cependant, pour la plupart des milieux de propagation rencontrés, il est suffisant, au prix d'une erreur négligeable, d'examiner les fonctions suivant chaque axe pour extraire les informations essentielles [20]. On passe donc aux fonctions réduites du canal :

$$\begin{aligned} P_h(\tau) &= P_h(\tau, f_d)|_{f_d=0} \\ P_h(f_d) &= P_h(\tau, f_d)|_{\tau=0} \\ \mathcal{R}_h(\Delta f) &= \mathcal{R}_h(\Delta t, \Delta f)|_{\Delta t=0} \\ \mathcal{R}_h(\Delta t) &= \mathcal{R}_h(\Delta t, \Delta f)|_{\Delta f=0} \end{aligned}$$

Les paramètres de dispersion et de corrélation en temps sont estimés à partir des supports de ces quatre fonctions réduites. On remarque que la notion de localisation, en l'occurrence temporelle, a disparu, par contraste avec l'ensemble des autres paramètres établi précédemment. La raison provient de la stationnarité au sens large globale, et non plus locale, impliquée par l'hypothèse WSSUS.

#### Etalement temporel :

$$T_{\text{spread}}^{\text{RMS}} = \left( \frac{\int (\tau - m_\tau)^2 P_h(\tau) d\tau}{\int P_h(\tau) d\tau} \right)^{1/2}$$

#### Bande fréquentielle de cohérence :

$$F_{\text{coh}}^{\text{RMS}} = \left( \frac{\int \Delta f^2 |\mathcal{R}_h(\Delta f)| d\Delta f}{\int |\mathcal{R}_h(\Delta f)| d\Delta f} \right)^{1/2}$$

#### Etalement Doppler :

$$F_{\text{Dop}}^{\text{RMS}} = \left( \frac{\int (f_d - m_{f_d})^2 P_h(f_d) df_d}{\int P_h(f_d) df_d} \right)^{1/2}$$

#### Temps de cohérence :

$$T_{\text{coh}}^{\text{RMS}} = \left( \frac{\int \Delta t^2 |\mathcal{R}_h(\Delta t)| d\Delta t}{\int |\mathcal{R}_h(\Delta t)| d\Delta t} \right)^{1/2}$$

où l'on a défini  $m_\tau = \int \tau P_h(\tau) d\tau$  et  $m_{f_d} = \int f_d P_h(f_d) df_d$ .

## 2.4 Modèles du canal

Après avoir identifié les phénomènes physiques à l'œuvre dans la propagation radio-électrique et proposé une série de paramètres caractéristiques, il reste à élaborer des modèles de canal, donnant une représentation mathématique aussi fidèle que possible de la réalité.

Les modèles de canaux se scindent en deux grandes familles, les approches déterministes et statistiques, auxquelles s'ajoutent les méthodes hybrides :

**Modèles déterministes :** Les modèles déterministes sont définis par le traitement purement déterministe des paramètres de l'environnement : position des diffuseurs et interactions du signal avec les obstacles. La propagation de l'onde est considérée spéculaire et la réponse du canal est calculée par une approche géométrique de lancer de rayons. L'intérêt majeur de ces modèles est leur interprétation physique évidente. Ils présentent cependant un manque de flexibilité flagrant dans le choix des paramètres, obligeant à refondre entièrement le modèle pour des environnements différents. La description déterministe des interactions est également discutable.

**Modèles stochastiques :** Les modèles stochastiques se détachent de la description géométrique pour traiter les paramètres du canal à partir de distributions statistiques. Une distribution quelconque peut être affectée à chaque paramètre, fournissant ainsi une flexibilité maximale. La contrepartie est la difficulté à choisir le type de description approprié pour un milieu donné, ce problème étant résolu en pratique par des campagnes de mesures extensives.

**Modèles stochastiques géométriques :** Les modèles stochastiques géométriques [21], ou modèles semi-statistiques, décrivent de manière statistique la cartographie des diffuseurs. Ils retiennent l'aspect géométrique simple, propre aux modèles purement déterministes, et la flexibilité inhérente aux modèles géométriques, tout en évitant le recours à des mesures exhaustives.

Cette section propose une introduction succincte à la modélisation de la réponse du canal. Présenter un état de l'art des modèles de canaux spatio-temporels sort évidemment du cadre de ce travail (cf. par exemple [22, 23, 24, 25]). Le but recherché ici est de rattacher à des phénomènes physiques les concepts vus précédemment et de préparer la transition vers le chapitre suivant où l'on confronte le système de communication au canal de propagation. Plus précisément, la partie traitant des modèles déterministes propose une interprétation géométrique de la notion de modes propres. La partie suivante aborde les modèles statistiques au second ordre, qui, une fois combinés aux paramètres développés dans la section 2.3.3, joueront un rôle central dans le calcul de débit des systèmes à double réseau d'antennes.



### 2.4.1 Modèles déterministes

La réponse impulsionnelle, équivalente en bande de base, du canal de transmission est modélisée par une superposition d'échos discrets [26, 27] :

$$h(\vec{r}_o, \vec{r}_i; t, \tau) = \sum_p h_p(\vec{r}_o, \vec{r}_i, t) \delta(\tau - \tau_p(t)) \quad (2.26)$$

où l'écho  $p$  est caractérisé par une amplitude complexe  $h_p(\vec{r}_o, \vec{r}_i, t)$  et un retard  $\tau_p(t)$ ,  $\delta(\cdot)$  dénotant la distribution de Dirac. Cette représentation n'est pas strictement rigoureuse puisque l'existence d'un équivalent en bande de base requiert que le signal, de moyenne continue nulle, soit à spectre borné par opposition à la discrétisation temporelle des trajets qui suppose un spectre illimité. L'expression (2.26) ne prend un sens que dans un produit de convolution avec un signal à bande fréquentielle limitée.

On injecte donc la forme (2.26) dans la relation d'entrée-sortie (2.7) :

$$y(\vec{r}_o, t) = \sum_p \int h_p(\vec{r}_o, \vec{r}_i, t) x(\vec{r}_i, t - \tau_p(t)) d\tau + n(\vec{r}_o, t)$$

établie pour un émetteur et un récepteur immobile.

Le canal sera supposé invariant en temps<sup>1</sup> afin de simplifier les calculs. L'intégration en retard se réduit alors à une opération de convolution, que s'exprime dans le domaine fréquentiel comme :

$$y(\vec{r}_o, t) = \int h(\vec{r}_o, \vec{r}_i, f) x(\vec{r}_i, f) e^{j2\pi ft} df + n(\vec{r}_o, t) \quad (2.27)$$

où  $h(\vec{r}_o, \vec{r}_i, f) = \sum_p h_p(\vec{r}_o, \vec{r}_i) \exp(-2j\pi f \tau_p)$  est la réponse du canal à la fréquence  $f$  et  $x(\vec{r}_i, f) = \int x(\vec{r}_i, t) \exp(-2j\pi ft) dt$  le spectre du signal transmis.

**Modélisation en champ lointain :** La fonction  $h(\vec{r}_o, \vec{r}_i, f)$  ne permet d'aller guère plus loin dans la description des signaux échangés. Notamment, elle ne donne pas d'information sur la structure du champ électromagnétique dans les voisinages de  $\vec{r}_i$  et  $\vec{r}_o$ . Une première solution est d'appliquer une transformée de Fourier sur les variables d'espace :

$$h(\vec{r}_o, \vec{r}_i, f) = \iint h(\vec{k}_o, \vec{k}_i, f) e^{j(\vec{k}_o \cdot \vec{r}_o + \vec{k}_i \cdot \vec{r}_i)} d^3 k_o d^3 k_i \quad (2.28)$$

où  $h(\vec{k}_o, \vec{k}_i, f)$  résume l'ensemble des interactions énergétiques avec l'environnement d'une onde plane émise suivant  $\vec{k}_i$  et reçue suivant  $\vec{k}_o$ . La décomposition en ondes planes (2.28) de la réponse du canal évoque le mécanisme de propagation par trajets multiples par lequel le signal transmis emprunte plusieurs chemins caractérisés chacun par une direction de

<sup>1</sup>Ces deux hypothèses, *i.e.* émetteur et récepteur immobiles et absence d'évolution temporelle, demeurent raisonnables pour l'application visée. Néanmoins, l'hypothèse d'invariance temporelle n'est pas nécessaire et le calcul peut être redérivé pour un canal sous-étalé en temps en utilisant les symboles de Weyl généralisés (cf. section 2.3.2.2).

départ et une direction d'incidence. Cette observation n'est cependant pas entièrement justifiée pour la raison que l'énergie transmise est répartie sur un continuum d'ondes planes rendant caduque la notion de chemins de propagation.

La solution à ce problème est à rechercher dans la représentation de Fourier même [28, 29]. La transformée de Fourier est un opérateur de décomposition en base orthonormée, caractérisé par la périodicité des fonctions de base (exponentielles complexes). De toute évidence, la transformée hérite des propriétés de cette base. Ainsi, la décomposition de Fourier est adaptée à la description de structures périodiques mais reste un outil relativement peu commode lorsque des phénomènes transitoires sont en jeu. Par exemple, dans le domaine temporel, le spectre obtenu par transformée de Fourier donne le contenu fréquentiel exact du signal mais perd toute notion de localisation temporelle, selon le principe d'incertitude qui implique qu'une précision fréquentielle infinie est nécessairement couplée à une précision temporelle nulle.

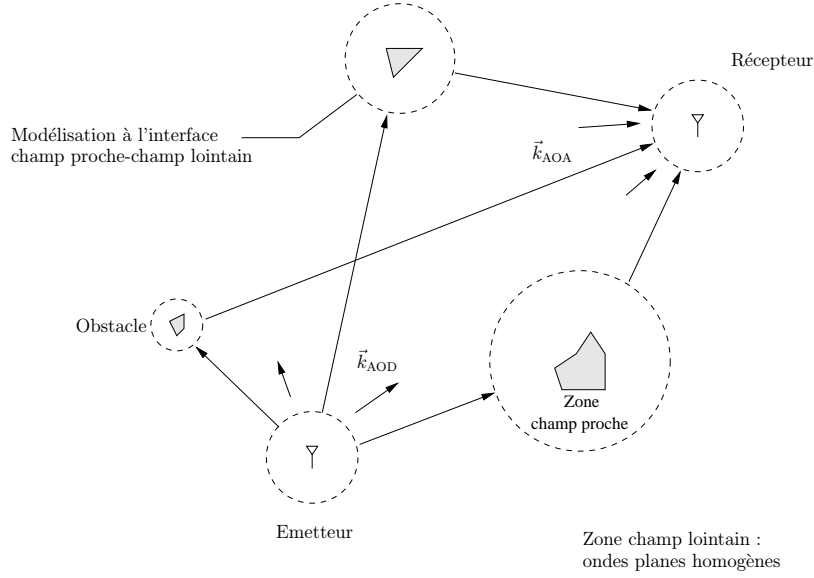
Du point de vue de l'analyse de Fourier, un signal est donc décomposé en deux parties complémentaires : les composantes périodiques, apparaissant sous forme de raies dans le spectre, et les composantes apériodiques, constituant le reste du spectre. Lorsque le signal est vu comme la réponse d'un système linéaire à une excitation donnée, ces deux parties correspondent respectivement aux réponses en régimes permanent et transitoire du système. Les signaux observés en régime transitoire ont tendance à se dissiper, ce qui suggère l'introduction d'une pondération en amplitude des exponentielles complexes utilisées par la transformée de Fourier. La transformée de Laplace est une généralisation possible où les fonctions de base sont des exponentielles complexes à croissance ou à décroissance exponentielles.

Les résultats précédents sont bien connus dans le domaine temporel. Durgin [30] a montré par analogie qu'ils se retrouvent dans le domaine spatial. En l'absence d'obstacles, le champ électromagnétique est constitué d'ondes planes homogènes (exponentielles complexes). Les perturbations créées par les obstacles causent l'apparition d'ondes inhomogènes (exponentielles complexes à décroissance exponentielle) à proximité des objets se dissipant avec l'éloignement. A distance suffisamment grande de tout obstacle (distance de Fraunhofer), le champ électromagnétique n'est plus constitué que de la superposition d'ondes planes homogènes et le spectre en vecteurs d'onde associé est un spectre de raies. On qualifiera cette région de l'espace de zone d'espace libre.

On peut maintenant conclure que le mécanisme de propagation par trajets multiples est bien défini lorsque les positions  $\vec{r}_i$  et  $\vec{r}_o$  sont en champ lointain. En effet, l'expression (2.28) se réduit à un spectre de raies :

$$h(\vec{r}_o, \vec{r}_i, f) = \sum_p \alpha \left( \vec{k}_{\text{AOA}}^{(p)}, \vec{k}_{\text{AOD}}^{(p)}, f \right) e^{j \left( \vec{k}_{\text{AOA}}^{(p)} \cdot \vec{r}_o + \vec{k}_{\text{AOD}}^{(p)} \cdot \vec{r}_i \right)} \quad (2.29)$$

où  $\vec{k}_{\text{AOD}}^{(p)}$  et  $\vec{k}_{\text{AOA}}^{(p)}$  sont les vecteurs d'onde associés aux directions de départ et d'incidence du trajet spéculaire  $p$  et  $\alpha(\cdot)$  un scalaire complexe résumant son interaction avec le milieu à la fréquence  $f$  [6, 22, 23]. La dénomination des vecteurs d'onde (AOA — Angle Of Arrival, AOD — Angle Of Departure) est inspirée de la littérature utilisée en traitement d'antennes.



**Fig. 2.16:** Modélisation de la réponse du canal en champ lointain

Les coefficients d'interaction, ainsi que les vecteurs d'onde, reflètent les variations en fréquence du comportement des diffuseurs. L'expression (2.29), en somme d'exponentielles complexes, permet d'exprimer cette dépendance par une décomposition en série de Fourier sans changer la forme globale. On aboutit à :

$$h(\vec{r}_o, \vec{r}_i, f) = \sum_p \alpha(\vec{k}_{AOA}^{(p)}, \vec{k}_{AOD}^{(p)}) e^{j(\vec{k}_{AOA}^{(p)} \cdot \vec{r}_o + \vec{k}_{AOD}^{(p)} \cdot \vec{r}_i)} \quad (2.30)$$

où l'on a conservé les notations de l'équation (2.29). On vérifie que cette relation est en accord avec le mécanisme de propagation par trajets multiples. Dans la suite, on posera :  $\alpha_p \triangleq \alpha(\vec{k}_{AOA}^{(p)}, \vec{k}_{AOD}^{(p)})$ .

Les termes d'onde apparaissant dans la somme (2.30) englobent les échos spéculaires et diffus. Un signal diffus peut en effet être vu comme un paquet d'ondes planes homogènes tel que l'énergie convoyée par chaque onde plane soit négligeable devant l'énergie globale. En champ lointain le nombre de trajets spéculaires  $P$  est fini, avec un résidu correspondant aux composantes diffuses [30] :

$$h(\vec{r}_o, \vec{r}_i, f) = \sum_{p=0}^{P-1} \alpha_p e^{j(\vec{k}_{AOA}^{(p)} \cdot \vec{r}_o + \vec{k}_{AOD}^{(p)} \cdot \vec{r}_i)} + h_{\text{diffus}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i, f) \quad (2.31)$$

La contribution des répliques spéculaires représente généralement la partie utile du signal, la plupart des algorithmes de traitement du signal étant aveugle aux composantes diffuses [31, 32].

En réintégrant l'équation (2.31) dans la relation d'entrée-sortie (2.27), on voit que la réponse globale du canal résulte de la superposition fréquentielle de canaux plats possé-

dant leur propre réponse spatiale. Cette observation sera mise à profit par les systèmes de transmission.

**Interprétation de la notion de modes propres :** La forme générale du modèle de canal à trajets multiples et la condition nécessaire pour traiter l'espace indépendamment du temps ayant été exposées, on cherche à présent à trouver une interprétation physique au concept de mode propre spatial. Le problème est d'obtenir, à partir de la réponse fréquentielle du canal (2.30), deux jeux de fonctions orthonormales, en correspondance bijective, reliées par l'expression (2.10). L'existence de cette décomposition est garantie par le fait que la réponse fréquentielle du canal, de par sa nature même, est de carré intégrable, *i.e.*  $\iint |h(\vec{r}_o, \vec{r}_i, f)|^2 d^3r_i d^3r_o < \infty$ .

Intuitivement, les exponentielles complexes semblent un choix naturel puisque vérifiant la condition d'orthonormalité et apparaissant dans la description du canal en champ lointain. Les fonctions propres d'entrée doivent épuiser l'ensemble des degrés de liberté disponibles. Pour un canal à  $P$  trajets, choisissons les  $P$  exponentielles complexes définissant les vecteurs d'ondes de départ  $\{a_p(\vec{r}_i)\}_p$  avec :

$$a_p(\vec{r}_i) \triangleq \exp\left(-j\vec{k}_{\text{AOD}}^{(p)} \cdot \vec{r}_i\right)$$

Reste à savoir s'il est possible de faire correspondre un jeu de fonctions orthonormales en sortie. La réponse à l'onde plane  $a_q(\vec{r}_i)$  s'écrit :

$$b_q(\vec{r}_o) \triangleq \int h(\vec{r}_o, \vec{r}_i, f) e^{-j\vec{k}_{\text{AOD}}^{(q)} \cdot \vec{r}_i} d^3r_i = \sum_{p \in \mathcal{P}_q} \alpha_p e^{j\vec{k}_{\text{AOD}}^{(p)} \cdot \vec{r}_o}$$

où  $\mathcal{P}_q = \left\{p \in [0, P-1] \mid \vec{k}_{\text{AOA}}^{(p)} = \vec{k}_{\text{AOA}}^{(q)}\right\}$ .

Une condition suffisante pour assurer l'orthonormalité des fonctions  $\{b_p(\vec{r}_o)\}$  est que chaque onde plane incidente corresponde à une unique onde plane émise, *i.e.*  $\mathcal{P}_q = \{q\}$ . Dans ce cas, les modes propres sont obtenus comme :

$$\begin{aligned} u_p(\vec{r}_i) &= a_p(\vec{r}_i) \\ v_p(\vec{r}_o) &= b_p(\vec{r}_i) / \|b_p(\vec{r}_i)\| \\ \lambda_p &= \|b_p(\vec{r}_i)\| \end{aligned}$$

On voit ainsi que, au moins dans la mesure où les chemins de propagation sont deux à deux distincts, les modes propres sont associés aux trajets empruntés par le signal entre l'émetteur et le récepteur.

## 2.4.2 Modèles stochastiques et stochastiques géométriques

L'approche déterministe est peu appropriée à l'étude de la propagation à l'intérieur de bâtiments, environnement considéré dans cette thèse, du fait du nombre considérable de

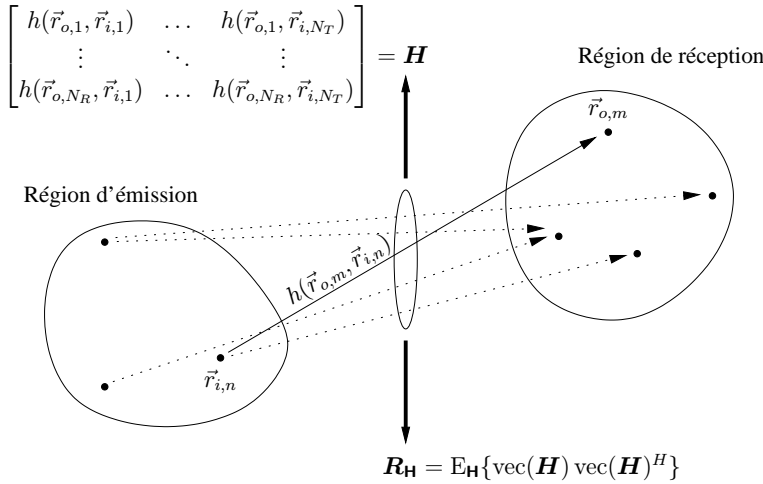
facteurs nécessaires à une description précise de l'environnement. Le recours à une caractérisation statistique apparaît alors plus judicieux car permettant d'acquérir relativement facilement un ordre de grandeur des paramètres du canal.

La signature spatiale à petite échelle du canal est appréhendée en mesurant les niveaux de corrélation entre les réponses impulsionnelles prélevées en différents points d'une région donnée. En l'absence de sélectivités fréquentielle et temporelle, l'influence du canal se réduit à un simple affaiblissement du signal. En regroupant les coefficients d'atténuations ainsi obtenus, on forme la matrice  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$  :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h(\vec{r}_{o,1}, \vec{r}_{i,1}) & \dots & h(\vec{r}_{o,1}, \vec{r}_{i,N_T}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h(\vec{r}_{o,N_R}, \vec{r}_{i,1}) & \dots & h(\vec{r}_{o,N_R}, \vec{r}_{i,N_T}) \end{bmatrix}$$

où  $\{\vec{r}_{i,m}\}_{m=1}^{N_T}$  est l'ensemble des  $N_T$  points d'émission,  $\{\vec{r}_{o,n}\}_{n=1}^{N_R}$  celui des  $N_R$  points de réception et  $h(\vec{r}_{o,m}, \vec{r}_{i,n})$  la réponse impulsionnelle réduite du canal. La matrice de corrélation associée s'écrit :

$$\mathbf{R}_\mathbf{H} = \mathbf{E}_\mathbf{H}\{\text{vec}(\mathbf{H}) \text{vec}(\mathbf{H})^H\} \quad (2.32)$$



**Fig. 2.17:** Modélisation statistique du canal de propagation — Définition d'une matrice de corrélation spatiale

L'expression générale des coefficients de corrélation est complexe à établir (cf. [33]). Pour faciliter le traitement analytique [34, 35] et avoir un modèle de simulation simple avec des paramètres issus de la mesure [36], il est courant de modéliser la corrélation spatiale en émission et en réception séparément. La corrélation entre les différentes réponses est alors égale à :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\{h(\vec{r}_{o,l}, \vec{r}_{i,p})h(\vec{r}_{o,m}, \vec{r}_{i,q})^*\} = \\ \mathbf{E}\{h(\vec{r}_{o,r}, \vec{r}_{i,p})h(\vec{r}_{o,r}, \vec{r}_{i,q})^*\} \mathbf{E}\{h(\vec{r}_{o,l}, \vec{r}_{i,s})h(\vec{r}_{o,m}, \vec{r}_{i,s})^*\} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Le coefficient  $E\{h(\vec{r}_{o,r}, \vec{r}_{i,p})h(\vec{r}_{o,r}, \vec{r}_{i,q})^*\}$  caractérise la corrélation entre les réponses entre deux capteurs placés en  $\vec{r}_{i,p}$  et  $\vec{r}_{i,q}$ , indépendamment du point de réception. La grandeur associée mesurant la corrélation entre antennes d'émission est donnée par la fonction  $E\{h(\vec{r}_{o,r}, \vec{r}_{i,p})h(\vec{r}_{o,r}, \vec{r}_{i,q})^*\}$ .

Lorsque l'hypothèse de découplage (2.33) est vérifiée, la matrice de corrélation (2.32) s'écrit de manière élégante comme :

$$\mathbf{R}_H = \mathbf{R}_{R_x} \otimes \mathbf{R}_{T_x}$$

où  $\otimes$  dénote le produit matriciel de Kronecker et où les matrices  $\mathbf{R}_{T_x} \in \mathbb{C}^{N_T \times N_T}$  et  $\mathbf{R}_{R_x} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_R}$  désignent respectivement les matrices de covariance en émission et en réception, définies par :

$$\mathbf{R}_{T_x} = E_H \{ \mathbf{H}^H \mathbf{H} \}$$

et

$$\mathbf{R}_{R_x} = E_H \{ \mathbf{H} \mathbf{H}^H \}$$

Si l'on suppose que la matrice  $\mathbf{H}$  est complexe gaussienne centrée, la connaissance de la matrice d'autocorrélation (2.32) suffit pour remonter à la réponse du canal. En se servant des propriétés du produit de Kronecker, on montre que :

$$\mathbf{H} = (\mathbf{R}_{R_x})^{1/2} \mathbf{W} (\mathbf{R}_{T_x})^{T/2} \quad (2.34)$$

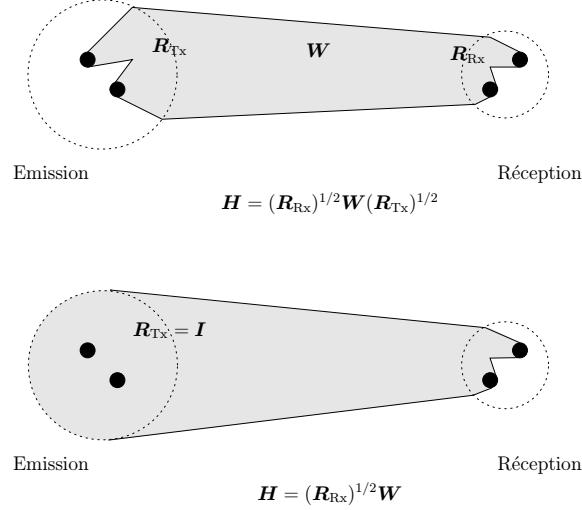
où  $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$  est une matrice aléatoire gaussienne blanche centrée et où l'on a noté abusivement  $A^{T/2} \triangleq (A^{1/2})^T$ . Trois cas de figures typiques, dépeints sur la figure (2.18) découlent directement de l'expression (2.35) :

$$\mathbf{H} \propto \begin{cases} \mathbf{W} & \text{décorrélation des points à l'émission et à la réception} \\ \mathbf{W} (\mathbf{R}_{T_x})^{T/2} & \text{corrélation à l'émission} \\ (\mathbf{R}_{R_x})^{1/2} \mathbf{W} & \text{corrélation à la réception} \end{cases}$$

Le modèle précédemment décrit souffre malheureusement de sa simplicité. Directement hérité des travaux conduits dans le cadre des systèmes SIMO et MISO, il permet de décrire la corrélation spatiale dans une certaine zone de l'espace, par rapport à un point de référence, mais échoue à faire de même pour deux régions dès lors que tombe la possibilité de traiter indépendamment les corrélations dans chaque région. Lever cette limitation nécessite d'augmenter le nombre de degrés de liberté, au minimum un doublement du nombre de paramètres indépendants disponibles. Une solution est de modifier la relation (2.35) en introduisant une relation entre émission et réception [37] :

$$\mathbf{H} = (\mathbf{R}_{R_x})^{1/2} \mathbf{W}_{R_x} \mathbf{R}_C \mathbf{W}_{T_x}^T (\mathbf{R}_{T_x})^{T/2} \quad (2.35)$$

où  $\mathbf{R}_C \in \mathbb{C}^{r \times r}$  est une matrice définie positive, et  $\mathbf{W}_{T_x} \in \mathbb{C}^{r \times N_T}$  et  $\mathbf{W}_{R_x} \in \mathbb{C}^{r \times N_R}$  deux matrices gaussiennes blanches centrées. Ce modèle, plus complet, met en évidence, par

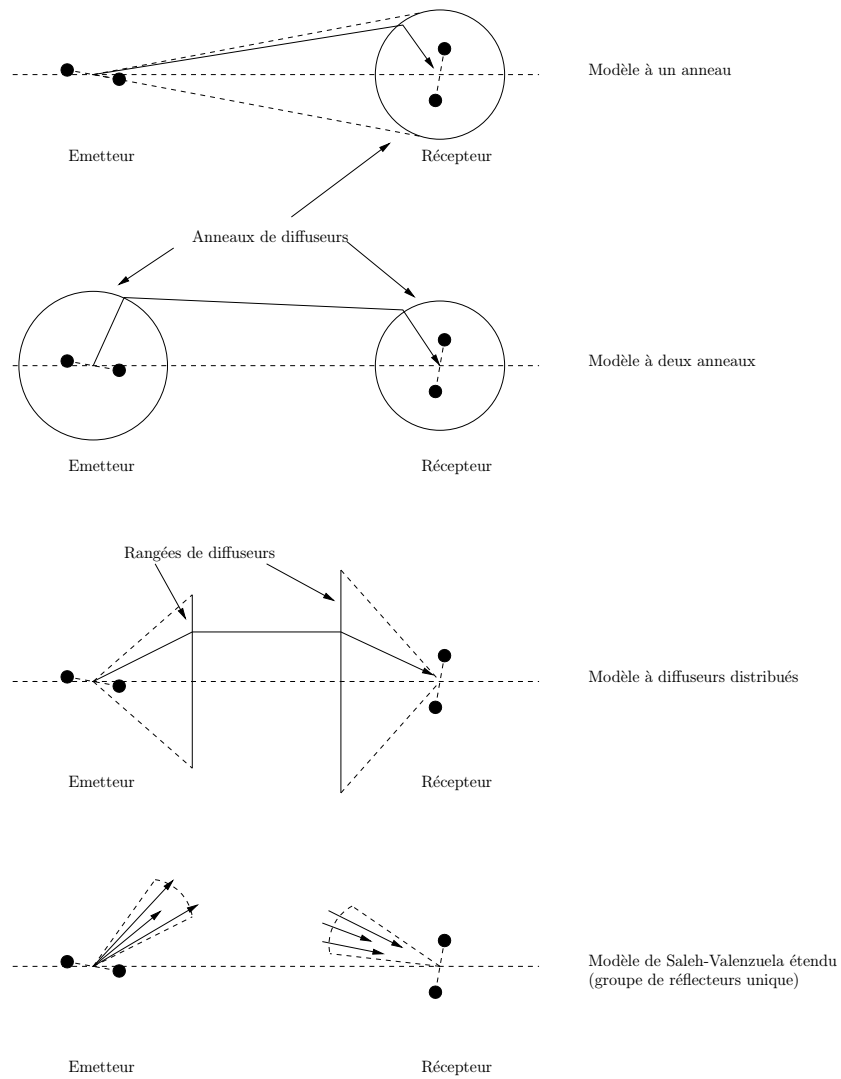


**Fig. 2.18:** Expression de la réponse impulsionnelle d'un canal de propagation, à évanouissements gaussiens, en fonction de la structure de la corrélation spatiale

l'intermédiaire de la matrice de corrélation  $\mathbf{R}_C$ , des phénomènes précédemment cachés, notamment l'effet de goulot d'étranglement évoqué dans la section 3.4.2. Un inconvénient à ne pas oublier pour éviter des conclusions erronées est que la matrice  $\mathbf{H}$ , décrite par (2.34), ne suit plus une loi gaussienne, puisqu'elle fait intervenir un produit de deux matrices gaussiennes.

En comparant les relations (2.35) et (2.34), on s'aperçoit que le premier modèle est à rebond unique, *i.e.* une interaction unique de l'onde avec un obstacle, et le second à double rebond.

On trouve un grand nombre de modèles stochastiques géométriques dans la littérature répondant à différentes configurations. La figure (2.19) illustre quatre exemples de modèle récurrents. L'émetteur et le récepteur sont évidemment interchangeables. Dans le modèle à un anneau [34, 23], l'émetteur est plongé dans une zone riche en réflecteurs que le récepteur, placé suffisamment loin, voit dans un cône angulaire étroit. On suppose également que l'émetteur et le récepteur ne sont pas en visibilité directe. Ce type de modèle est rencontré dans les réseaux cellulaires pour décrire la communication entre une station de base, placée à un endroit dégagé et généralement surélevé, et un mobile. Le modèle à deux anneaux [38] suppose que l'émetteur et le récepteur sont tous les deux environnés de diffuseurs locaux, situation qui peut se rencontrer en milieu confiné. On remarquera que le signal subit une double interaction avec les diffuseurs à l'émission et à la réception. Le modèle à diffuseurs distribués a été proposé [37] pour décrire les canaux de propagation MIMO en extérieur. Le modèle de Saleh-Valenzuela [39], étendu aux systèmes MIMO [40], a été initialement développé suite à des campagnes de mesure qui ont montré la tendance des échos à arriver par paquets, suggérant ainsi que les diffuseurs peuvent être regroupés par groupes.



**Fig. 2.19:** Modèles géométriques simples d'un canal de propagation MIMO



Un grand effort de recherche est donc mené actuellement en vue d'établir de véritables modèles de canaux MIMO intégrant, en plus de la dimension spatiale, les aspects liés aux sélectivités fréquentielle et temporelle. On pourra citer les modèles décrits dans les articles [41, 42] et les projets IST METRA (Multi Element Transmit Receive Antennas) [43, 36], IST SATURN (Smart Antenna Technology in Universal bRoadband wireless Networks) [37, 44, 45, 46] et COST 273.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié différents aspects du canal de propagation radioélectrique. Les points suivants ont été discutés :

- le formalisme mathématique des signaux spatio-temporels et les mécanismes physiques de la propagation radioélectrique ;
- la description mathématique des dimensions spatiales et temporelle du canal de transmission, débouchant sur le concept de modes propres de propagation et sur l'établissement de paramètres statistiques de sélectivité et de dispersion ;
- les modèles de canal de propagation temps-espace déterministes stochastiques.

Ce chapitre a ainsi permis de planter des bases suffisamment solides pour pouvoir plonger dans les mécanismes fondamentaux de la communication, qui feront l'objet de la prochaine partie. L'existence de modes propres de propagation, évoquée ici, sera la clé des efficacités spectrales atteintes par les systèmes à double réseau d'antennes. Les concepts de distances de corrélation et de cohérence, contreparties spatiales des temps de corrélation et de cohérence, interviendront dans le dimensionnement du système.

Tab. 2.3: Caractérisation au second ordre du comportement du canal — *Domaine spatial*

Expériences	Emetteur mobile, récepteur immobile	Emetteur immobile, récepteur mobile	Emetteur mobile, récepteur mobile	Emetteur immobile, récepteur immobile
Domaines de corrélation	espace, $\vec{r}_i$	espace, $\vec{r}_o$	-	-
Domaines de dispersion associés	pulsation, $\vec{k}_i$	pulsation, $\vec{k}_o$	-	-
Domaines de cohérence	-	-	espace, $\vec{r}$	pulsation, $\vec{k}$
Domaines de dispersion associés	-	-	Doppler, $\vec{k}_d$	translation, $\vec{\rho}$
Mesures spatiales	$\vec{D}_{\text{corTx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)$	$\vec{D}_{\text{corRx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)$	$\vec{D}_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)$	Étalement spatial $\vec{D}_{\text{spread}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)$
Mesures spectrales	$\vec{K}_{\text{spreadTx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)$	$\vec{K}_{\text{spreadRx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)$	Étalement Doppler $\vec{K}_{\text{Dop}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)$	Bande de cohérence $\vec{K}_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)$
Applications	Systèmes à diversité d'émission (MISO)	Systèmes à diversité de réception (SIMO)	Systèmes à formation de faisceau (MIMO)	Systèmes à diversité de rayonnement (MIMO)

Tab. 2.4: Caractérisation au second ordre du comportement du canal — Domaine temporel

Expériences	Instant d'émission variable, instant de réception fixe	Instant d'émission fixe, instant de réception variable	Instant d'émission variable, instant de réception variable	Instant d'émission fixe, instant de réception fixe
Domaines de corrélation	temps, $t_i$	temps, $t_o$	-	-
Domaines de dispersion associés	fréquence, $f_i$	fréquence, $f_o$	-	-
Domaines de cohérence	-	-	temps, $t$	fréquence, $f$
Domaines de dispersion associés	-	-	fréquence Doppler, $f_d$	retard, $\tau$
Mesures temporelles	$T_{\text{corTx}}(t_o, t_i)$	$T_{\text{corRx}}(t_o, t_i)$	$T_{\text{coh}}$	$T_{\text{spread}}$
Mesures fréquentielles	$F_{\text{spreadTx}}(t_o, t_i)$	$F_{\text{spreadRx}}(t_o, t_i)$	$F_{\text{Dop}}$	$F_{\text{coh}}$
Applications	Diversité d'émission	Diversité de réception	Filtrage	Multiplexage

## Bibliographie

- [1] D.H. Johnson et D.E. Dudgeon, *Array signal processing : concepts and techniques*. Prentice-Hall, 1993.
- [2] D.K. Cheng, *Field and wave electromagnetics*. Addison-Wesley, 1989.
- [3] D. Gabor, “Theory of communication”. *IEE*, vol. 93, pages 429–457, 1946.
- [4] P.A. Bello, “Characterization of randomly time-variant linear channels”. *IEEE Transaction on Communications*, pages 360–393, Dec. 1963.
- [5] L. Boithias, *Radio wave propagation*. McGraw-Hill, 1987.
- [6] T.S. Rappaport, *Wireless communications : principles and practice*. Prentice Hall, 1996.
- [7] M. Schwartz, *Principles of electrodynamics*. McGraw-Hill, 1972.
- [8] Y.M. Berezansky, Z.G. Sheftel et G.F. Us, *Functional analysis*, vol. 1. Birkhauser Verlag, 1996.
- [9] R. Gallager, *Elements of information*. Wiley, 1968.
- [10] C.D. Meyer, *Matrix analysis and applied linear algebra*. SIAM, 2000.
- [11] L.A. Zadeh, “Frequency analysis of variable networks”. *Proceedings of the IRE*, pages 291–299, 1950.
- [12] J. J. Kohn et L. Nirenberg, “An Algebra of Pseudo-differential Operators”. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1965.
- [13] W. Kozek, *Matched Weyl-Heisenberg expansions of nonstationary environments*. PhD thesis, Technical University Vienna, 1996. [File](#).
- [14] W. Kozek, “On the transfert function calculus for underspread LTV channels”. *IEEE Transaction on Signal Processing*, pages 219–223, jan. 1997.
- [15] G. Matz et F. Hlawatsch, “Time-frequency transfer function calculus (symbolic calculus) of linear time-varying systems (linear operators) based on a generalized underspread theory”. *Journal on Mathematical Physics, special issue on Wavelet and Time-Frequency Analysis*, vol. 39, pages 4041–4070, Aug. 1998. [File](#).
- [16] H. Weyl, *The theory of groups and quantum mechanics*. Dover Publications, 1931.
- [17] N .Wiener, “Generalized harmonic analysis”. *Acta Mathematica*, vol. 55, pages 117–258, 1930.
- [18] D.R. Billinger, *Time series : data analysis and theory*. San Francisco, CA : Holden Day, 1981.
- [19] W.A. Gardner, *Introduction to random processes with applications to signals and systems*. Mc Graw-Hill, 1989.
- [20] A.F. Molisch et M. Steinbauer, “Condensed parameters for characterizing wideband mobile radio channels”. *International Journal on Wireless Information Networks*, pages 133–154, 1999.
- [21] W.C.Y. Lee, “Effects on correlation between two mobile radio base-station antennas”. *IEEE Transaction on Communications*, vol. 21, pages 1214–1224, 1973.

- [22] W.C. Lee, *Mobile communications engineering*. McGraw-Hill, 1996.
- [23] W.C. Jakes, *Microwave mobile communications*. IEEE Press, 1974.
- [24] R. Ertel, P. Cardieri, K. Sowerby, T.S. Rappaport et J. Reed, "Overview of spatial channel models for antenna array communication systems". *IEEE Personal Communications Magazine*, pages 10–22, Feb. 1998. [File](#).
- [25] K. Yu et B. Ottersten, "Models for MIMO propagation channels, a review". *Special Issue on Adaptive Antennas and MIMO Systems, Wiley Journal on Wireless Communications and Mobile Computing*, Aug. 2002. [File](#).
- [26] H. Hashemi, "The indoor radio propagation channel". *Proceedings of the IEEE*, pages 943–968, Jul. 1993. [File](#).
- [27] D.J. Greenwood et L. Hanzo, *Characterization of mobile radio channels*. IEEE Press, 1992.
- [28] A. Papoulis, *The Fourier integral and its applications*. Mac Graw Hill, 1962.
- [29] H. Urkowitz, *Signal theory and random processes*. Artech House, 1983.
- [30] G.D. Durgin, *Theory of stochastic local area channel modeling for wireless communications*. PhD thesis, Blacksburg, Virginia, 2000. [File](#).
- [31] L. C. Godara, "Applications of antenna arrays to mobile communications, part I : Performance improvement, feasibility, and system considerations". *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, pages 1031–1060, Jul. 1997. [File](#).
- [32] L. C. Godara, "Applications of antenna arrays to mobile communications, part II : beamforming and direction-of-arrival considerations". *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, pages 1195–1245, Aug. 1997. [File](#).
- [33] A. Abdi et M.K. Kaveh, "A space-time correlation model for multielement antennas systems in mobile fading channels". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 550–560, Apr. 2002.
- [34] D.S. Shiu, G.J. Foschini, M.J. Gans et J.M. Kahn, "Fading correlation and its effect on the capacity of multielement antenna systems". *IEEE Transaction on Communications*, pages 502–513, 2000. [File](#).
- [35] A.L. Moustakas, H.U. Baranger, L. Balents, A.M. Sengupta et S.H. Simon, "Communication through a diffusive medium : coherence and capacity". *Science*, pages 287–290, 2000.
- [36] K.I. Pedersen, J.B. Andersen, J.P. Kermoal et P. Mogensen, "A stochastic multiple-input multiple-output radio channel model for evaluation of space-time coding algorithms". in *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 893–897, 2000. [File](#).
- [37] D. Gesbert, H. Bölcskei, D. Gore et A. Paulraj, "MIMO wireless channels : capacity and performance prediction". in *Proceedings of IEEE GLOBECOM*, pages 1083–1088, 2000. [File](#).
- [38] D.-S. Shiu, *Wireless communication using dual antenna arrays*. Kluwer Academic Publisher, 2000.
- [39] A. Saleh et R. Valenzuela, "A statistical model for indoor multipath propagation". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 128–137, Feb. 1987.

- [40] J.W Wallace et M.A. Jensen, “Statistical characteristics of measured MIMO wireless channel data and comparison to conventional methods”. in *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 1078–1082, 2001.
- [41] D. Asztély, “On antenna arrays in mobile communication systems : fast fading and GSM base station receiver algorithm”. Tech. Rep. IR-S3-SB-9611, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 1996.
- [42] J. Fuhl, A.F. Molish et E. Bonek, “Unified channel model for mobile radio systems with smart antennas”. *IEE Proc.-Radar, Sonar Navig.*, pages 32–41, Feb. 1998.
- [43] J.P. Kermoal, L. Schumacher, P.E. Mogensen et K. I. Pedersen, “Experimental investigation of correlation properties of MIMO radio channels for indoor picocell scenarios”. in *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 14–21, 2000. [File](#).
- [44] K. Yu, M. Bengtsson, B. Ottersten, P. Karlsson, D. McNamara et M. Beach, “Measurements analysis of NLOS indoor MIMO channels”. in *IST*, pages 277–282, Sep. 2001. [File](#).
- [45] K. Yu, M. Bengtsson, Björn Ottersten, P. Karlsson, D. McNamara et M. Beach, “A wideband statistical model for NLOS indoor MIMO channels”. in *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 370–304, 2002. [File](#).
- [46] K. Yu, M. Bengtsson, Björn Ottersten, P. Karlsson, D. McNamara et M. Beach, “A 20 MHz HIPERLAN/2 MIMO channel model for NLOS indoor scenarios”. in *Proceedings Konferensen RadioVetenskap och Kommunikakation (RVK)*, pages 311–315, Feb. 2002. [File](#).

## Chapitre 3

# Aspects de la théorie de l'information

### Sommaire

---

<b>3.1 Introduction</b>	<b>75</b>
<b>3.2 Le canal de propagation et le signal numérique</b>	<b>76</b>
3.2.1 Sélectivité et dispersion en temps	77
3.2.2 Sélectivité et dispersion en espace	78
3.2.3 Canaux ergodiques versus canaux non-ergodiques	81
<b>3.3 Théorie de l'information</b>	<b>82</b>
3.3.1 Rappels	82
3.3.2 Capacité d'un canal MIMO	87
3.3.2.1 Information d'état du canal en émission et en réception	89
3.3.2.2 Information d'état du canal en réception	92
3.3.2.3 Absence complète d'information d'état du canal	93
3.3.3 Normalisation de la capacité	95
<b>3.4 Leçons de la théorie de l'information</b>	<b>98</b>
3.4.1 Diversité et multiplexage en espace	98
3.4.2 Capacité et canal de propagation	99
3.4.3 Règles d'ingénierie	110
<b>3.5 Conclusion</b>	<b>114</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>116</b>

---

### 3.1 Introduction

La raison d'être de tout système de communication est, par définition, de transmettre de l'information entre une source, générant un message, et un ou plusieurs destinataires. Les connaissances relatives au canal de transmission exposées au chapitre précédent sont alors nécessaires à l'élaboration des stratégies d'émission et de réception.

Avant le tournant de l'année 1948, la conception de systèmes demeurait empirique, avec une compréhension rudimentaire des méthodes de transmission des formes d'onde et quasi inexistante de la notion de message. Cet état des choses a suscité un effort de recherche considérable visant à dégager une définition rigoureuse d'un système de communication. La théorie de l'information, fondée entre autres par Claude Elwood Shannon, est venue couronner ces travaux [1, 2, 3]. Cette théorie mathématique, en fait une nouvelle branche de la théorie des probabilités non commutatives, a pour raison d'être la découverte des lois mathématiques gouvernant les systèmes conçus pour échanger ou manipuler de l'information [4, 5].

Ce chapitre aborde les aspects de la théorie de l'information nécessaires à la compréhension des systèmes MIMO. Il débute par une analyse des effets de la sélectivité du milieu sur un signal numérique en utilisant les paramètres de dispersion établis au chapitre précédent. Après avoir rappelé quelques notions de base de la théorie de l'information, la seconde partie étudie la capacité d'un canal MIMO en considérant différentes configurations de connaissance de l'état du canal. Exploitant ces résultats, la dernière partie tire certains enseignements pratiques, tels que les notions de diversité et de multiplexage spatiaux et l'identification des environnements favorables à l'effet MIMO.

## 3.2 Le canal de propagation et le signal numérique

Le chapitre précédent a étudié le canal de propagation radioélectrique dans le but de mieux appréhender le comportement intrinsèque du milieu. Brièvement, il a été vu que, dans le cas particulier d'un canal localement stationnaire au sens large, l'influence des évanouissements à petite échelle se réduit à des effets de sélectivité et de dispersion, duals par transformée de Fourier. Un certain nombre de paramètres caractéristiques a été défini à partir des statistiques au second ordre. Ils ont été regroupés dans les tableaux (2.3), pour le domaine spatial, et (2.4), pour le domaine temporel. On rappelle que l'ensemble de ces résultats repose sur la séparation des dimensions temporelle et spatiale, hypothèse que l'on conservera dans ce chapitre.

L'usage de ces paramètres dépend ensuite de l'application envisagée. Ils sont réinterprétés ici dans le contexte d'une liaison numérique, où ils vont permettre de caractériser l'impact de la propagation sur le signal échangé. En s'affranchissant des détails de construction des formes d'onde, on observe que le signal émis est constitué d'un train de blocs d'information indépendants, convoyant chacun une portion du message. Chaque bloc est défini, dans le domaine temporel, par une durée  $T_{\text{bloc}}$  et une bande fréquentielle  $F_{\text{bloc}}$  et, dans le domaine spatial, par un support  $\vec{D}_{\text{bloc}}$  et une bande en pulsation  $\vec{K}_{\text{bloc}}$ . Ces deux derniers paramètres, *a priori* assez abstraits, sont les analogues directs des grandeurs équivalentes en temps. En simplifiant, ils mesurent la zone d'émission d'un bloc, *i.e.* l'occupation du réseau d'antennes, et la bande utilisée en pulsation spatiale, *i.e.* la réponse angulaire du réseau.

L'interaction de l'onde avec l'environnement entraîne une déformation de ces blocs, que le récepteur tente de corriger afin de restaurer l'information initiale. Les dégrada-



tions au second ordre sont quantifiées en normalisant les grandeurs de sélectivité et de dispersion du canal avec les paramètres des blocs.

A l'inverse du chapitre précédent, la présentation débute par le domaine temporel, pour lequel les conclusions sont relativement bien connues.

### 3.2.1 Sélectivité et dispersion en temps

La propagation par trajets multiples, résultant de la présence d'obstacles sur le chemin du signal, se traduit par la réception de plusieurs répliques d'un même bloc d'information. Ces échos, décalés d'un retard correspondant à la différence des trajets, dispersent l'énergie en temps. Le phénomène dual en fréquence est la perte de cohérence de la réponse du canal sur la bande du signal. Les deux mesures appropriées sont l'étalement normalisé et la bande de cohérence normalisée, définis respectivement par les relations :

$$\bar{T}_{\text{spread}} = \frac{T_{\text{spread}}}{T_{\text{bloc}}} \quad (3.1)$$

et :

$$\bar{F}_{\text{coh}} = \frac{F_{\text{coh}}}{F_{\text{bloc}}} \quad (3.2)$$

L'étalement temporel, sans conséquence sur le système pour  $\bar{T}_{\text{spread}} \ll 1$ , est pénalisant pour des valeurs plus élevées où l'interférence entre blocs d'information successifs devient significative. De manière équivalente, la réponse fréquentielle du canal est essentiellement non sélective sur la bande du signal lorsque  $\bar{F}_{\text{coh}} \gg 1$  et devient chahutée pour des valeurs comparables ou inférieures à l'unité.

Simultanément, la modification des conditions de propagation de l'environnement induit une évolution de la réponse temporelle du canal et provoque un étalement des composantes fréquentielles par effet Doppler. L'impact sur un système de communication peut être quantifié par le temps de cohérence normalisé et l'étalement Doppler normalisé définis par :

$$\bar{T}_{\text{coh}} = \frac{T_{\text{coh}}}{T_{\text{bloc}}} \quad (3.3)$$

et :

$$\bar{F}_{\text{Dop}} = \frac{F_{\text{Dop}}}{F_{\text{bloc}}} \quad (3.4)$$

La fréquence d'apparition des évanouissements est relativement lente et, par dualité, l'étalement des composantes fréquentielles restreint, pour  $\bar{T}_{\text{coh}} \gg 1$ . Au contraire, la réponse du canal exhibe des variations temporelles rapides et un étalement Doppler conséquent dès lors que  $\bar{T}_{\text{coh}} \lesssim 1$ .

Pour résumer, les deux indicateurs caractérisant les effets de sélectivité dans le domaine temporel sont :

$$\bar{F}_{\text{coh}} \propto \bar{T}_{\text{spread}}^{-1} \quad \begin{cases} \gg 1 : & \text{non sélectif en fréquence} \\ \lesssim 1 : & \text{sélectif en fréquence} \end{cases}$$

et :

$$\bar{T}_{\text{coh}} \propto \bar{F}_{\text{Dop}}^{-1} \quad \left\{ \begin{array}{ll} \gg 1 : & \text{non sélectif en temps} \\ \lesssim 1 : & \text{sélectif en temps} \end{array} \right.$$

Un canal donné peut être classé comme appartenant à l'un des quatre groupes définis par les valeurs de l'étalement normalisé et de la bande Doppler normalisée (cf. tableau (3.1)). Pour un canal variant très lentement,  $\bar{T}_{\text{coh}} \gg 1$ , le nombre de signaux discernables est estimé par  $\lfloor \bar{F}_{\text{coh}}^{-1} \rfloor$ , où  $\lfloor \cdot \rfloor$  dénote l'entier inférieur à l'argument.

Le classement précédent ne donne pas une vision complète. En effet, les canaux fortement dispersifs en temps et en fréquence seront, de toute évidence, peu propices à l'établissement d'une communication fiable, contrairement à des canaux faiblement sélectifs en temps et en fréquence. Le facteur d'étalement de la réponse temps-fréquence du canal, introduit par Kailath [6, 7] comme un indicateur de la mesurabilité de la réponse d'un système, met en relation les comportements du canal en temps et en fréquence. Il est défini par le rapport :

$$\frac{T_{\text{spread}}}{T_{\text{coh}}} \approx \frac{F_{\text{coh}}}{F_{\text{Dop}}} \quad \left\{ \begin{array}{ll} < 1 : & \text{canal sous-étalé} \\ \gtrsim 1 : & \text{canal sur-étalé} \end{array} \right. \quad (3.5)$$

On remarque que le facteur d'étalement demeure une mesure intrinsèque du milieu de propagation. Le canal est sous-étalé pour des valeurs inférieures à l'unité et la réponse impulsionnelle peut être estimée, avec une difficulté croissante avec la valeur. Lorsque le facteur d'étalement est supérieur à l'unité, le canal est sur-étalé et ne peut plus être estimé.

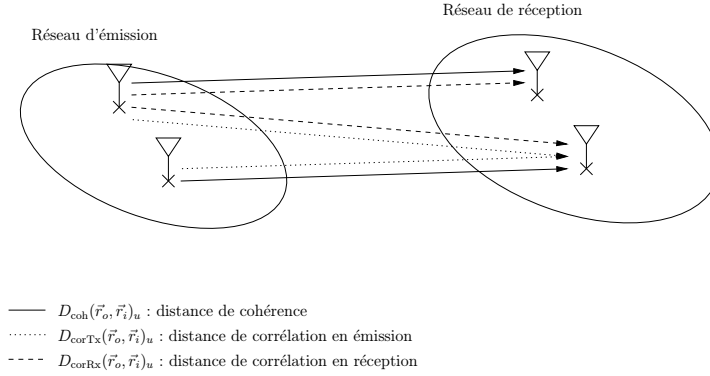
### 3.2.2 Sélectivité et dispersion en espace

Les chemins de propagation empruntés par les différents échos du signal confèrent au canal une réponse spatiale à petite échelle donnée, qu'il est possible d'étudier à partir des mesures de sélectivité et de dispersion établies au chapitre précédent. La figure (3.1) montre la manière dont interviennent les distances de corrélation et de cohérence entre deux réseaux d'antennes. Tous les résultats obtenus dans cette section sont relatifs à une direction  $\vec{e}_u$  de l'espace, mais peuvent être modifiés pour intégrer les trois dimensions spatiales.

**Systèmes SIMO et MISO :** Pour les systèmes à simple réseau d'antennes, les variations spatiales à petite échelle sont visibles par les effets de corrélation qu'elles induisent entre les capteurs du réseau ou, de manière équivalente, par l'étalement en pulsation spatiale.

Les mesures correspondantes pour les systèmes SIMO sont la distance de corrélation spatiale en réception normalisée :

$$\bar{D}_{\text{corRx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \frac{D_{\text{corRx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u}{D_{\text{blocRx},u}} \quad (3.6)$$



**Fig. 3.1:** Rôle des notions de distances de corrélation et de cohérence dans le dimensionnement d'un système MIMO

et l'étalement en pulsation spatiale normalisé :

$$\bar{K}_{\text{spreadRx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \frac{K_{\text{spreadRx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u}{K_{\text{blocRx},u}} \quad (3.7)$$

où l'on a utilisé les mesures et notations élaborées dans le chapitre précédent et où  $D_{\text{bloc,Rx},u}$  et  $K_{\text{bloc,Rx},u}$  dénotent la longueur spatiale et la bande spatiale en réception. Le nombre de répliques décorréelées que le récepteur peut espérer séparer est estimé par  $\lfloor \bar{D}_{\text{corRx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u^{-1} \rfloor$ , une valeur de  $\bar{D}_{\text{corRx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u$  supérieure à l'unité impliquant la décorrélation de tous les capteurs.

Des mesures symétriques sont définies pour les systèmes MISO, *i.e.* la distance de corrélation spatiale en émission normalisée :

$$\bar{D}_{\text{corTx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \frac{D_{\text{corTx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u}{D_{\text{blocTx},u}} \quad (3.8)$$

et l'étalement en pulsation spatiale normalisé :

$$\bar{K}_{\text{spreadTx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \frac{K_{\text{spreadTx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u}{K_{\text{blocTx},u}} \quad (3.9)$$

où  $D_{\text{bloc,Tx},u}$  et  $K_{\text{bloc,Tx},u}$  sont la longueur spatiale et la bande spatiale en réception. Suivant la nature du canal, le réseau d'antennes oscille entre un réseau cohérent, lorsque les contributions en réception des signaux transmis par les antennes d'émission apparaissent corrélées, et un réseau à diversité, lorsque les signaux mesurés par les antennes sont décorrélés.

Les deux grandeurs caractéristiques pour les systèmes SIMO et MISO sont :

$$\bar{D}_{\text{corRx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u \propto \bar{K}_{\text{spreadRx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u^{-1} \quad \begin{cases} \gg 1 : & \text{corrélation spatiale en réception} \\ \lesssim 1 : & \text{sélectivité spatiale en réception} \end{cases}$$

et :

$$\bar{D}_{\text{corTx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u \propto \bar{K}_{\text{spreadTx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u^{-1} \quad \begin{cases} \gg 1 : & \text{corrélation spatiale en émission} \\ \lesssim 1 : & \text{sélectivité spatiale en émission} \end{cases}$$

**Systèmes MIMO :** Dans le cas des systèmes à double réseau d'antennes, la carte spatiale des réflecteurs significatifs dicte la dispersion de l'énergie en espace et, par dualité, la cohérence des composantes du signal en pulsation spatiale. Ces effets peuvent être quantifiés par l'étalement spatial normalisé et la bande de cohérence en pulsation spatiale normalisée, définis respectivement par :

$$\bar{D}_{\text{spread}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \frac{D_{\text{spread}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u}{D_{\text{bloc},u}} \quad (3.10)$$

et :

$$\bar{K}_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \frac{K_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u}{K_{\text{bloc},u}} \quad (3.11)$$

L'étalement spatial normalisé reflète la localisation spatiale des diffuseurs efficaces perçus par le système, une valeur élevée signifiant que le milieu est riche en obstacles discernables par le système. La bande de cohérence mesure la cohérence associée dans le domaine dual des pulsations spatiales.

Parallèlement, la réponse du canal évolue en espace et peut provoquer une perte de cohérence sur l'étendue des réseaux, *i.e.* rupture des fronts d'onde. Le niveau de cohérence peut être mesuré par la distance de cohérence normalisée :

$$\bar{D}_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \frac{D_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u}{D_{\text{bloc},u}} \quad (3.12)$$

et, dans le domaine dual, par l'étalement Doppler en pulsation normalisé :

$$\bar{K}_{\text{Dop}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u = \frac{K_{\text{Dop}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u}{K_{\text{bloc},u}} \quad (3.13)$$

Une faible valeur de  $\bar{D}_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u$  est synonyme d'un canal variant rapidement en espace relativement au système. En d'autres termes, la réponse du canal change sur l'étendue des réseaux.

Les deux grandeurs caractéristiques pour les systèmes MIMO sont :

$$\bar{K}_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u \propto \bar{D}_{\text{spread}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u^{-1} \quad \begin{cases} \gg 1 : & \text{plat en pulsation spatiale} \\ \lesssim 1 : & \text{sélectif en pulsation spatiale} \end{cases}$$

et :

$$\bar{D}_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u \propto \bar{K}_{\text{Dop}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u^{-1} \quad \begin{cases} \gg 1 : & \text{variations lentes en espace} \\ \lesssim 1 : & \text{variations rapides en espace} \end{cases}$$

Pour un canal dont la réponse spatiale varie peu sur l'étendue des réseaux,  $\bar{D}_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u \gg 1$ , la valeur  $\lfloor \bar{K}_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u^{-1} \rfloor$  donne le nombre de canaux décorrélés superposés dans la réponse du canal, non nécessairement confondu avec le nombre de canaux indépendants (cf. section 3.4.2). Le tableau (3.1), situé en fin de chapitre, résume l'ensemble des notions exposées ci-dessus.

La compréhension de ces paramètres est facilitée en tissant des analogies avec les grandeurs temporelles équivalentes. On peut, par exemple, faire le rapprochement entre  $\bar{D}_{\text{spread}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u$  et  $\bar{T}_{\text{spread}}$  pour se rendre compte que l'étalement des signaux est fonction de la répartition des réflecteurs effectifs.

A l'instar du domaine temporel, on peut définir un facteur d'étalement spatial :

$$\frac{D_{\text{spread}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u}{D_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u} \approx \frac{K_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u}{K_{\text{Dop}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u} \quad \begin{cases} < 1 : & \text{canal sous-étalé} \\ \gtrsim 1 : & \text{canal sur-étalé} \end{cases} \quad (3.14)$$

Le canal est sous-étalé en espace lorsque le glissement de la réponse en vecteur d'ondes est suffisamment lent sur le volume de réception, *i.e.*  $D_{\text{spread},u}/D_{\text{coh},u} < 1$ . A l'inverse, un facteur d'étalement largement supérieur à l'unité implique l'impossibilité d'acquérir la réponse spatiale du canal.

### 3.2.3 Canaux ergodiques versus canaux non-ergodiques

La condition d'ergodicité est indispensable à l'établissement d'une communication fiable. Intuitivement, un canal de transmission est dit ergodique s'il exhibe des variations suffisamment marquées devant le signal transmis pour posséder un comportement moyen constant et prévenir ainsi l'apparition de situations de coupure de la liaison. La définition mathématique de ce concept est complexe et reste d'un abord difficile [8]. On lui préfère généralement la propriété d'ergodicité qui stipule l'égalité des moments statistiques, calculés sur l'ensemble des réalisations d'un processus aléatoire, et des moments déterministes, évalués sur une réalisation unique [9].

L'ergodicité est liée à la richesse de la structure du canal et au nombre de modes de propagation exploitables par le système. Un signal essentiellement limité en temps et en fréquence, de durée  $T_{\text{bloc}}$  et de bande  $F_{\text{bloc}}$ , est *a priori* capable d'exploiter approximativement  $2F_{\text{bloc}}T_{\text{bloc}}$  degrés de liberté [10]. La dynamique du canal joue un rôle limitatif, impliquant un nombre de degrés effectivement disponibles nécessairement inférieur à cette valeur. Pour estimer celui-ci, on normalise le produit durée-bande passante par rapport au temps et à la bande de cohérence du canal, soit :

$$2 \left\lfloor \frac{F_{\text{bloc}} T_{\text{bloc}}}{F_{\text{coh}} T_{\text{coh}}} \right\rfloor = 2 \left\lfloor (\bar{T}_{\text{coh}} \bar{F}_{\text{coh}})^{-1} \right\rfloor \quad (3.15)$$

Le comportement du canal est non ergodique dès lors que le produit  $\bar{F}_{\text{coh}} \bar{T}_{\text{coh}}$  est grand. Ce cas se produit par exemple lorsque la vitesse d'apparition des évanouissements

est lente devant la durée du bloc d'information ou lorsque l'on étudie des systèmes à délai limité. En résumé, on distinguera les deux cas :

$$\bar{T}_{\text{coh}}\bar{F}_{\text{coh}} \quad \left\{ \begin{array}{ll} \ll 1 : & \text{ergodicité temporelle} \\ \gg 1 : & \text{non-ergodicité} \end{array} \right. \quad (3.16)$$

Le développement précédent peut être exporté au domaine spatial mais, du fait de son intérêt limité, ne sera pas exposé ici.

### 3.3 Théorie de l'information

On se détache à présent du canal radioélectrique et des contraintes physiques associées pour envisager le canal de transmission, plus abstrait, présenté à l'émetteur et au récepteur théoriques. L'objectif est de décrire et d'analyser les arcanes de la transmission de l'information.

#### 3.3.1 Rappels

Le problème de la théorie de l'information est celui de la communication entre une source et un récepteur, la source émettant un message que le récepteur capte. La notion même d'information et l'élaboration d'outils capables de la manipuler forment la pierre d'angle de cette théorie. L'observation évidente de l'inutilité de la transmission d'un message au préalable connu du destinataire a conduit Shannon à traiter une source d'information comme un processus aléatoire émettant un message et à définir la quantité d'information de ce message comme une mesure de son imprévisibilité. Les deux mesures distinctes, bien que reliées, dont il a fait usage sont :

**Entropie - Information propre :** L'entropie, ou information propre, d'un processus aléatoire mesure la quantité d'information nécessaire à la description de ce processus. Ce concept, hérité de la thermodynamique où il quantifie le désordre d'un système (Boltzmann), fut précédemment proposé par Hartley comme une mesure de l'incertitude liée à un signal aléatoire [11]. L'entropie d'une variable aléatoire discrète  $x$  est définie par :

$$\begin{aligned} H(x) &= -E_x\{\log P_x(x)\} \\ &= -\sum_{x \in \mathcal{X}} P_x(x) \log P_x(x) \end{aligned} \quad (3.17)$$

où  $P_x(x)$  est la densité de probabilité d'occurrence de  $x$  et  $\mathcal{X} = \{x : P_x(x) \neq 0\}$ . La fonction  $H(x)$  quantifie l'information moyenne par symbole de la source et s'exprime dans une unité dépendant de la base du logarithme, *e.g.* bit par symbole en base 2, digit par symbole en base 10 ou encore nat par symbole pour le logarithme naturel.

Shannon [12] montre que la relation (3.17) est en fait la seule mesure admissible vérifiant un certain nombre de propriétés nécessaires<sup>1</sup>.

La généralisation de l'entropie à des variables aléatoires continues soulève des problèmes d'ordre mathématique. On définit cependant, par analogie, la fonction d'entropie différentielle :

$$h(x) = - \int_{\mathcal{X}} p_x(x) \log(p_x(x)) dx \quad (3.18)$$

où  $p_x(x)$  est la densité de probabilité<sup>2</sup> de  $x$ . Il est important de réaliser que cette quantité ne peut en aucun cas être physiquement interprétée comme une information propre.

Lorsque plusieurs variables aléatoires sont en jeu, l'entropie peut être généralisée pour mesurer l'incertitude globale sur l'ensemble des variables ou l'incertitude d'une variable relativement aux autres variables. Pour deux variables aléatoires discrètes  $x$  et  $y$ , on définit ainsi l'entropie conjointe  $H(x, y)$  et l'entropie conditionnelle  $H(x | y)$  :

$$H(x, y) = E_{x,y} \{-\log P_{x,y}(x, y)\} \quad (3.19)$$

$$H(x | y) = E_{x,y} \{-\log P_{x|y}(x, y)\} \quad (3.20)$$

où  $P_{x,y}$  est la probabilité conjointe et  $P_{x|y}$  la probabilité conditionnelle.

**Information mutuelle - Transinformation :** L'information mutuelle est la mesure de l'information contenue dans un processus sur un autre processus. L'information mutuelle entre deux variables aléatoires discrètes  $x$  et  $y$  est définie par :

$$I(x; y) = \sum_{x \in \mathcal{X}, y \in \mathcal{Y}} P_{x,y}(x, y) \log \frac{P_{x,y}(x, y)}{P_x(x) P_y(y)}$$

où  $\mathcal{X} = \{x : P_x(x) \neq 0\}$  et  $\mathcal{Y} = \{y : P_y(y) \neq 0\}$ .

Contrairement à l'entropie, l'information mutuelle conserve sa signification en passant à des densités de probabilité continues. L'expression (3.21) devient :

$$I(x; y) = \int_{\mathcal{X}} \int_{\mathcal{Y}} p_{x,y}(x, y) \log \frac{p_{x,y}(x, y)}{p_x(x) p_y(y)} dx dy$$

L'information mutuelle admet plusieurs interprétations :

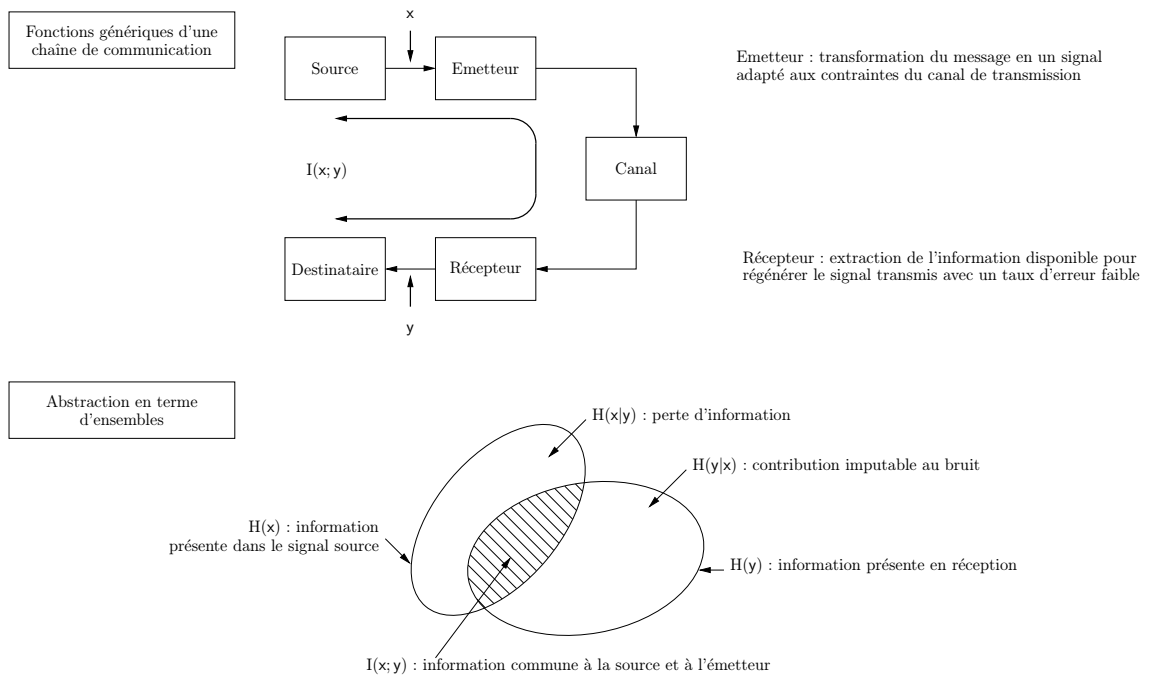
$$\begin{aligned} I(x; y) &= H(x) - H(x | y) \\ &= H(y) - H(y | x) \\ &= H(x) + H(y) - H(x, y) \end{aligned}$$

où l'on a supposé la validité de la décomposition. Dans les deux premières formes, l'information mutuelle correspond à l'information contenue dans un processus minorée de l'information contenue dans ce même processus une fois l'autre processus connu, *i.e.* connaissance *a priori* diminuée de la connaissance *a posteriori*. La dernière relation exprime l'information mutuelle comme la somme des entropies marginales de deux processus minorée de l'entropie conjointe.

<sup>1</sup>Propriétés requises de la fonction d'entropie : continuité en fonction des probabilités, croissance avec le nombre d'états pour une distribution uniforme, additivité des entropies de variables indépendantes.

<sup>2</sup>Les notations  $p_x(x)$  et  $P_x(x)$  désignent respectivement des densités de probabilité continue et discrète, le cas d'une variable aléatoire à valeurs dans un ensemble discret étant un cas particulier. Par souci de simplicité, l'indice pourra être omis suivant le contexte.

L'un des problèmes fondamentaux au cœur de la théorie de l'information concerne l'optimisation du transfert d'information sur un canal de transmission, entre une source et un destinataire (cf. figure (3.2)). Le but consiste à déterminer la forme sous laquelle les données doivent être présentées au canal, ainsi que la stratégie à adopter par le récepteur. Intuitivement, le débit sera maximal pour un émetteur et un récepteur adaptés au canal de transmission. Dans les années 1940 et 1950, Shannon a démontré un certain nombre de résultats référencés sous le nom de théorèmes de codage de canal, par opposition aux théorèmes de codage de source appartenant à un autre pan de la théorie de l'information. On distingue les théorèmes de codage positifs, qui regroupent les résultats décrivant les performances optimales réalisables sans limite de temps ou de complexité, des théorèmes de codage négatifs ou inverses, qui rassemblent les résultats relatifs aux bornes infranchissables des performances théoriques optimales. Lorsque les deux quantités sont équivalentes, les performances théoriques optimales d'un modèle de système de communication donné sont parfaitement connues.



**Fig. 3.2:** *Modèle théorique d'un système de communication — Interprétation en termes d'entropie et d'information mutuelle*

Une des contributions majeures de Shannon a été l'abstraction mathématique d'une chaîne de communication, donnant un sens précis à chaque organe d'une chaîne. Le canal de transmission est défini comme étant une fonction depuis l'espace du processus d'entrée vers l'espace du processus de sortie, prenant en compte l'ensemble des transformations déterministes ou aléatoires affectant le signal transmis. Le rôle de l'émetteur est d'ajouter de la redondance pour combattre les distorsions introduites par le canal.



Shannon a développé ses premiers résultats relatifs à la fiabilité des communications dans le cadre des canaux discrets sans mémoire, pour lesquels il démontre l'existence d'un débit d'information<sup>3</sup> en deçà duquel il est possible de transmettre avec une probabilité d'erreur arbitrairement faible, grâce à une technique de codage suffisamment élaborée, mais au delà duquel la probabilité d'erreur ne peut être annulée (théorème fondamental du codage de canal). Cette grandeur est connue sous le nom de capacité de canal et correspond au maximum de l'information mutuelle entre la source et le destinataire :

$$C = \max_{P_x} I(x; y) \quad (3.21)$$

où l'optimisation est menée sur l'ensemble des distributions des symboles d'entrée, avec  $x$  et  $y$  les variables aléatoires associées aux signaux d'entrée et de sortie du canal. Il est important de remarquer que ce théorème suppose un décodage optimal et ne fournit pas le procédé permettant d'atteindre la capacité. La formule (3.21) a été généralisée par la suite pour intégrer les effets de mémoire du canal :

$$C = \lim_{N \rightarrow \infty} \max_{P_{\mathbf{x}_N}} I(\mathbf{x}_N, \mathbf{y}_N) \quad (3.22)$$

où les vecteurs  $\mathbf{x}_N = [x_1, \dots, x_N]$  et  $\mathbf{y}_N = [y_1, \dots, y_N]$  regroupent des séquences de  $N$  échantillons prélevés en entrée et à la sortie.

Les expressions (3.21) et (3.22) sont valides pour les canaux stables en information, *i.e.* des canaux tels que la séquence d'entrée qui maximise l'information mutuelle et la séquence en sortie correspondante possèdent toutes les deux un comportement ergodique [14]. Lorsque l'hypothèse d'ergodicité est invalidée, le débit maximal qui peut être transmis sans erreur devient une grandeur aléatoire, fonction de l'état du canal, et la capacité au sens de Shannon n'est plus définie. Elle est alors remplacée par la notion de probabilité de coupure [15], couramment appelée, par abus de langage, capacité de coupure ("*outage*"), qui se définit par la probabilité que l'information mutuelle soit inférieure au débit voulu :

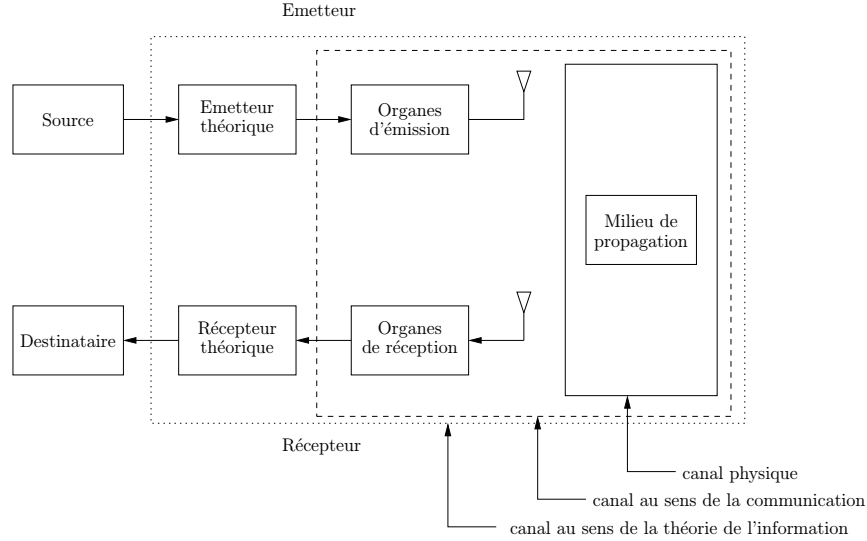
$$C^{\text{outage}}(R) = P[I(x, y) < R] \quad (3.23)$$

où  $R$  est le débit recherché.

Le canal de transmission, envisagé comme une entité purement mathématique dans le contexte de la théorie de l'information, est ensuite matérialisé, suivant le domaine de compétences, entre des points spécifiques de l'émetteur et du récepteur. La figure (3.3) illustre les trois types de canaux les plus fréquemment rencontrés dans le monde des systèmes de communication sans fil. Le canal au sens physique, étudié au chapitre précédent, fait référence au milieu de propagation dans lequel sont plongés l'émetteur et le récepteur (ondes électromagnétiques). Le canal au sens de la théorie de la communication englobe

<sup>3</sup>La notion de débit apparaît régulièrement dans la littérature traitant des systèmes de communication et fait référence à un point différent de la chaîne suivant le contexte. En particulier, il est essentiel de distinguer le débit d'information, couramment appelé débit utile, du débit transmis. Le débit transmis tient compte de la redondance introduite par les fonctions de codage canal, contrairement au débit utile mesuré en sortie de la source. La confusion entre ces deux grandeurs peut conduire à certaines surprises, comme par exemple l'existence d'un SNR minimal situé à -1,6 dB en deçà duquel aucune communication fiable ne peut être établie [13].

le canal de propagation et les organes d'émission et de réception (signaux électriques). Finalement, le canal, au sens premier de la théorie de l'information, comprend le canal de propagation et l'intégralité de l'émetteur et du récepteur (symboles d'information).



**Fig. 3.3:** Existence de différents canaux de transmission dans une chaîne de communication

La capacité de chacun de ces canaux, ergodique ou non selon les hypothèses du modèle, est intimement liée à la nature des processus d'entrée et de sortie du canal. On distingue trois types principaux :

**Processus échantillonnés - alphabet d'entrée discret :** Les processus d'entrée et de sortie sont des signaux discrets et le domaine d'existence du signal d'entrée est un ensemble dénombrable fini. C'est le modèle historique à partir duquel ont été jetées les bases de la théorie de l'information. La capacité correspondante est donnée par (3.21), soit :

$$C = \max_{P_x} I(x; y)$$

**Processus échantillonnés - alphabet d'entrée continu :** Il s'agit d'une généralisation du modèle précédent où l'alphabet d'entrée est infini et indénombrable, classiquement un sous-ensemble du corps des nombres réels. Les conséquences ne sont pas anodines puisque des résultats aberrants peuvent éventuellement apparaître. Par exemple, si aucune contrainte n'existe sur les signaux d'entrée, il est possible de choisir une infinité de valeurs d'entrée espacées arbitrairement loin les unes des autres, de façon à ce qu'elles demeurent distinguables à la sortie malgré le bruit, conduisant à une capacité illimitée. Il est alors nécessaire d'imposer certaines limitations sur le signal d'entrée pour garantir des résultats mathématiquement acceptables et physiquement réalistes. Le calcul de la capacité (3.21) doit être reformulé comme :

$$C = \max_{P_x : f(x)} I(x; y)$$

où  $f(x)$  exprime une contrainte sur la répartition de  $x$ , *e.g.* typiquement une contrainte de puissance.

**Processus continu :** L'entrée et la sortie du canal sont des signaux continus. Travailler directement à partir de signaux continus soulève le problème de la définition d'une mesure de probabilité d'une forme d'onde. Cette difficulté est contournée en décomposant les signaux en série de fonctions orthogonales et en utilisant les échantillons issus de la décomposition.

Considérons par exemple un canal temporel continu à bande fréquentielle limitée modélisé en bande de base. Le théorème d'échantillonnage montre qu'un signal complexe d'énergie finie, essentiellement limité en temps et en fréquence, possède approximativement  $N = 2[FT]$  degrés de liberté [16, 17, 18], où  $T$  est la durée temporelle et  $F$  la bande passante<sup>4</sup>. La quantité d'information maximale qui peut être transmise sur le temps  $T$  est donnée par :

$$C_T = \frac{1}{T} \max_{\mathbf{p}_{\mathbf{x}_N}} I(\mathbf{x}_N; \mathbf{y}_N)$$

où  $\mathbf{x}_N$  et  $\mathbf{y}_N$  sont les vecteurs des échantillons des signaux d'entrée et de sortie. La capacité par unité de temps est alors définie par :

$$C = \lim_{T \rightarrow \infty} C_T$$

sous réserve de l'existence du passage à la limite.

La théorie de l'information s'applique à une multitude de domaines, de natures très diverses, et les notions générales évoquées ci-avant méritent d'être spécialisées. Le domaine des communications numériques sans fil est celui qui nous concerne plus particulièrement. On peut consulter l'article [19] pour une vision globale des aspects théoriques de la communication sur canal à évanouissements.

### 3.3.2 Capacité d'un canal MIMO

Les premières contributions sur la capacité des canaux MIMO remontent aux travaux de Telatar [20] qui a dérivé, pour un système de communication disposant d'une connaissance parfaite de l'état du canal en réception, la capacité ergodique d'un canal matriciel à évanouissements de Rayleigh, plat en fréquence et variant rapidement dans le temps sans effet de mémoire. A peu près au même moment, Foschini et Gans<sup>5</sup> [21, 22] ont établi la capacité de coupure pour des canaux quasi-statiques, *i.e.* constants sur un intervalle temporel puis changeant de manière indépendante. L'un des principaux résultats a été la confirmation de la croissance linéaire de la capacité avec le nombre minimal d'antennes en émission et en réception, pourvu que les évanouissements entre toutes les paires antenne d'émission/antenne de réception soient statistiquement indépendants. En partant de l'observation que l'estimation du canal est une étape particulièrement lourde pour les

<sup>4</sup>La durée  $T$  et la bande fréquentielle  $F$  invoquées dans l'opération de normalisation du débit sont propres au signal transmis et non au signal reçu. A l'inverse, ce sont leurs contreparties en réception qui sont les grandeurs pertinentes pour simuler un système de communication. Elles englobent les effets de dispersion engendrés par la propagation.

<sup>5</sup>Foschini et Gans font partie de l'équipe des Bell Labs à l'origine du prototype BLAST, le premier vrai système MIMO capable d'atteindre une fraction significative de la capacité spatiale du canal (cf. chapitre 4)

systèmes à double réseaux d'antennes qu'il serait souhaitable d'éviter, Marzetta [23] s'est penché sur la capacité du canal MIMO en l'absence totale de connaissance sur le canal. Par la suite, un grand nombre de travaux ont considéré la capacité dans un large panel de situations.

Le but de cette section n'est pas de rendre compte de manière exhaustive de l'ensemble des travaux menés mais plutôt de présenter les résultats essentiels sur l'apport de la dimension spatiale. On se place dans le cas d'une liaison MIMO point-à-point, libre d'interférences d'accès multiple, sur un canal non sélectif en fréquence et quasi-statique.

L'expression du modèle équivalent en bande de base est donné par la relation (1.6). Le signal reçu  $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N_R}$  dépend du signal émis  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_T}$  par l'intermédiaire de l'expression :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (3.24)$$

où  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$  est la matrice du canal,  $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N_R}$  le vecteur de bruit additif supposé blanc gaussien,  $\mathbf{n} \sim \mathcal{CN}(0, P_n \mathbf{I}_{N_R})$ .

Plusieurs éventualités seront envisagées pour le comportement de la matrice  $\mathbf{H}$ , chacune donnant lieu à des "types" de capacité différents :

1.  $\mathbf{H}$  est une matrice déterministe, à laquelle peut être associée une capacité "déterministe"  $C(\mathbf{H})$ ,
2.  $\mathbf{H}$  est une matrice aléatoire dont la statistique permet la définition d'une capacité ergodique  $C^{\text{erg}}$ ,
3.  $\mathbf{H}$  est une matrice aléatoire dont la statistique permet la définition d'une capacité de coupure  $C^{\text{outage}}(R)$ .

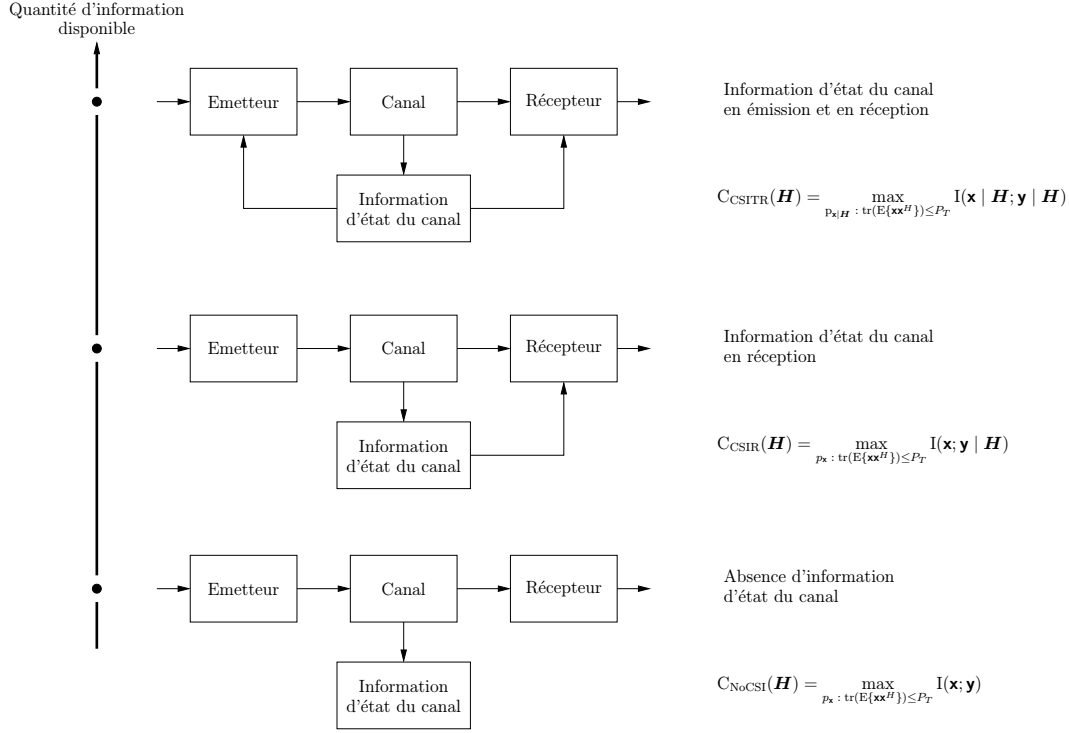
La capacité dérivée dans le premier cas peut être comprise comme l'information mutuelle "instantanée" entre l'émetteur et le récepteur pour une réalisation particulière de la réponse du canal. Les capacités obtenues dans les deux autres cas sous-entendent une évolution temporelle de la réponse du canal : la notion de capacité ergodique émerge pour un canal variant suffisamment sur la durée d'un bloc d'information tandis que la capacité de coupure s'applique à un canal quasi statique sur ce même intervalle.

La quantité d'information sur l'état du canal disponible établit une hiérarchie naturelle entre systèmes, comme illustré sur la figure (3.4). Pour faire apparaître cette distinction, la capacité sera indexée selon :

1.  $C_{\text{CSITR}}$  lorsque l'émetteur et le récepteur connaissent l'état du canal (CSITR — Channel State Information at the Transmitter and Receiver),
2.  $C_{\text{CSIR}}$  lorsque le récepteur seul connaît l'état du canal (CSIR — Channel State Information at the Receiver),
3.  $C_{\text{NoCSI}}$  en l'absence complète d'information d'état du canal (NoCSI — No Channel State Information).

La notation  $C$  désignera par défaut la capacité  $C_{\text{CSIR}}$ . La configuration où l'émetteur seul a accès à l'état du canal, d'un intérêt pratique limité pour les applications sans fil, est ignorée ici.

On expose à présent ces trois cas selon l'ordre suivi ci-dessus, *i.e* par quantité décroissante d'information d'état du canal. Par souci de simplicité, la connaissance sur l'état du canal sera supposée parfaite.



**Fig. 3.4:** Hiérarchie des systèmes de communication selon le degré d'information d'état du canal accessible — Architectures de la chaîne de transmission et expressions de la capacité associée

### 3.3.2.1 Information d'état du canal en émission et en réception

La capacité, pour une réponse spatiale du canal particulière, est solution du problème d'optimisation suivant [24] :

$$C_{\text{CSITR}}(\mathbf{H}) = \max_{\mathbf{p}_{\mathbf{x}|\mathbf{H}} : \text{tr}(\mathbf{E}\{\mathbf{x}\mathbf{x}^H\}) \leq P_T} I(\mathbf{x} | \mathbf{H}; \mathbf{y} | \mathbf{H}) \quad (3.25)$$

où  $\mathbf{x}|\mathbf{H}$  et  $\mathbf{y}|\mathbf{H}$  représentent les signaux d'entrée et de sortie conditionnés à la connaissance de l'état du canal.

Un des premiers résultats attribués à Shannon a été de prouver que, pour un signal d'entrée limité en puissance, le transfert d'information sur un canal de transmission perturbé par un bruit gaussien centré, de variance finie, est maximisé lorsque les signaux émis et reçus sont gaussiens centrés [10] ou spéciaux gaussiens pour les signaux complexes équivalents en bande de base [20]. Le domaine de recherche des solutions de (3.25) est donc restreint à la classe des signaux gaussiens de moyenne nulle. L'information mutuelle

prend alors la forme :

$$I(\mathbf{x} | \mathbf{H}; \mathbf{y} | \mathbf{H}) = \log \det \left( \mathbf{I}_{N_R} + \frac{1}{P_n} \mathbf{H} \mathbf{R}_x \mathbf{H}^H \right) \quad (3.26)$$

où l'on reconnaît la différence d'entropie entre deux vecteurs spéciaux gaussiens. La matrice de covariance  $\mathbf{R}_x$  définit entièrement le processus spécial gaussien centré  $\mathbf{x}$ , autorisant à reporter la maximisation de l'information mutuelle sur  $\mathbf{R}_x$ .

La connaissance de la réponse du canal par l'émetteur et le récepteur suggère immédiatement le recours à une analyse en modes singuliers de la matrice du canal. Déjà invoqué au chapitre précédent pour mettre en évidence les propriétés géométriques de la propagation radioélectrique, ce traitement matriciel apparaît régulièrement en théorie de l'information dans les preuves d'un grand nombre de résultats. En appliquant le théorème de décomposition en valeurs singulières [25], la matrice du canal  $\mathbf{H}$  peut s'écrire :

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H \quad (3.27)$$

où  $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_R}$  et  $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{N_T \times N_T}$  sont les matrices complexes unitaires des vecteurs propres de sortie et d'entrée, et  $\mathbf{\Sigma} \in \mathbb{R}^{N_R \times N_T}$  la matrice à diagonale principale regroupant les valeurs singulières du canal,  $\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_K > 0$  avec  $K = \text{rang}(\mathbf{H})$ . En injectant l'expression (3.27) dans la relation (3.24), on a :

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H \mathbf{x} + \mathbf{n} \\ \mathbf{U}^H \mathbf{y} &= \tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{\Sigma} \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{n}} \end{aligned}$$

où  $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{V}^H \mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_T}$  et  $\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{U}^H \mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N_R}$  sont les signaux d'émission et de réception projetés sur les espaces correspondants. La blancheur du bruit n'étant pas altérée par cette opération, il est maintenant possible de remplacer le canal MIMO par un modèle vectoriel équivalent de  $K \leq \min(N_T, N_R)$  canaux SISO gaussiens parallèles :

$$\begin{cases} \tilde{y}_k = \sigma_k \tilde{x}_k + \tilde{n}_k & 1 \leq k \leq K \\ \tilde{y}_k = \tilde{n}_k & K < k \leq \min(N_T, N_R) \end{cases} \quad (3.28)$$

Ce système d'équations montre que l'information est transportée sur  $K$  modes uniquement, les modes supplémentaires, s'ils existent, ne contribuant que pour le terme de bruit. Le rang du canal étant limité par  $\min(N_T, N_R)$ , choisir  $N_T > N_R$  ne permet d'augmenter le débit.

La matrice de covariance  $\mathbf{R}_x$  peut être ajustée grâce à la présence d'information sur l'état du canal en émission. En remplaçant  $\mathbf{H}$  par son développement (3.27) dans la formule de l'information mutuelle (3.26), on a :

$$I(\mathbf{x} | \mathbf{H}; \mathbf{y} | \mathbf{H}) = \log \det \left[ \mathbf{I}_{N_R} + \frac{1}{P_n} \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H \mathbf{R}_x(\mathbf{H}) \mathbf{V} \mathbf{\Sigma}^H \mathbf{U}^H \right] \quad (3.29)$$

$$= \sum_{k=1}^K \log \left[ 1 + \frac{1}{P_n} \lambda_k(\mathbf{H}) \sigma_k^2(\mathbf{H}) \right] \quad (3.30)$$

où la matrice  $\mathbf{V}^H \mathbf{R}_x \mathbf{V}$  est diagonale par construction, de valeurs propres  $\{\lambda_k\}_{k=1}^{N_T}$ . La matrice de covariance  $\mathbf{R}_x$  étant définie semi-positive, les valeurs propres  $\{\lambda_k\}$ , décrivant l'affectation de la puissance sur les modes du canal, sont réelles positives. Il est intéressant de noter que ce sont les vecteurs propres d'entrée de la matrice  $\mathbf{H}$  qui interviennent dans l'établissement de la capacité, tandis que ce sont les vecteurs propres de sortie qui apparaissent dans les métriques de décodage du récepteur optimal (maximum de vraisemblance) [26]. L'explication tient au fait que le calcul de la capacité suppose un récepteur parfait.

Le problème de maximisation de l'information mutuelle avec la contrainte de puissance est résolu en utilisant la technique des multiplicateurs de Lagrange. L'allocation optimale de l'énergie sur les modes est le remplissage équilibré du spectre ("water-filling") [27]. Le coefficient de chargement du mode  $k$  est donné par :

$$\lambda_{k,\text{opt}}(\mathbf{H}) = \left[ \mu(\mathbf{H}) - \frac{P_n}{\sigma_k^2(\mathbf{H})} \right]_+$$

où le scalaire réel  $\mu(\mathbf{H})$ , interprété comme le niveau de remplissage, est tel que :

$$\sum_{k=1}^K \lambda_{k,\text{opt}}(\mathbf{H}) = P_T$$

En définissant  $\mathcal{K}(\mathbf{H})$  l'ensemble des modes contribuant au transport de l'information, la capacité s'obtient comme :

$$C_{\text{CSITR}}(\mathbf{H}) = \sum_{k \in \mathcal{K}(\mathbf{H})} \log \left[ \frac{1}{P_n} \mu(\mathbf{H}) \sigma_k^2(\mathbf{H}) \right]$$

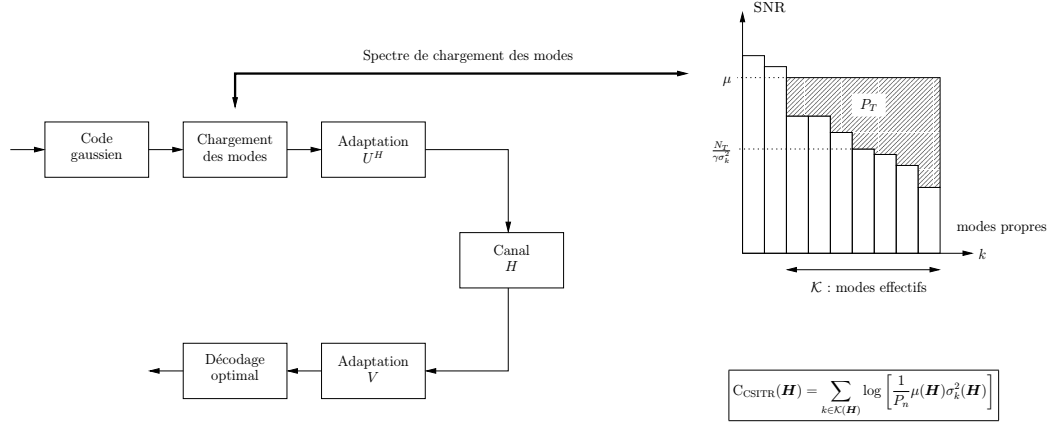
A la lumière de ce qui précède, on peut déduire que la structure optimale de l'émetteur, schématisée sur la figure (3.5), est constituée de la concaténation d'un code de canal gaussien, *i.e.* un code dont la distribution empirique des composantes approche une loi gaussienne, suivi d'un filtre de mise en forme dépendant de la réponse du canal. Ce découplage entre codage et formation de faisceau contraste avec le cas où l'émetteur ne dispose pas d'information d'état du canal, pour lequel il faut avoir recours à des constructions temps-espace spéciales.

La définition d'une capacité au sens de Shannon n'est pas immédiate. Elle suppose que l'émetteur dispose de l'opportunité additionnelle d'optimiser temporellement l'allocation de la puissance et que le canal soit stable en information. Dans ce cas, la capacité ergodique correspond au maximum de l'information mutuelle :

$$C_{\text{CSITR}}^{\text{erg}} = E_{\mathbf{H}} \left\{ \sum_{k \in \mathcal{K}(\mathbf{H})} \log \left[ \frac{1}{P_n} \mu(\mathbf{H}) \sigma_k^2(\mathbf{H}) \right] \right\}$$

où le scalaire  $\mu(\mathbf{H})$  doit vérifier la contrainte de puissance :

$$E_{\mathbf{H}} \left\{ \sum_{k \in \mathcal{K}(\mathbf{H})} \left[ \mu(\mathbf{H}) - \frac{P_n}{\sigma_k^2(\mathbf{H})} \right]_+ \right\} = P_T$$



**Fig. 3.5:** Structure optimale d'un système disposant de l'information d'état du canal en émission et en réception

### 3.3.2.2 Information d'état du canal en réception

En l'absence d'information d'état du canal en émission, le problème du calcul de la capacité s'énonce comme :

$$C_{\text{CSIR}}(\mathbf{H}) = \max_{p_{\mathbf{x}}: \mathbb{E}\{\mathbf{x}^H \mathbf{x}\} \leq P_T} I(\mathbf{x}; \mathbf{y} | \mathbf{H}) \quad (3.31)$$

L'information mutuelle est, ici encore, maximisée par des signaux d'entrée et de sortie gaussiens centrés. Elle conserve donc la forme (3.26) et l'unique inconnue à déterminer pour achever la résolution de (3.31) est la matrice de covariance  $\mathbf{R}_{\mathbf{x}}$ . On montre qu'en l'absence d'information d'état du canal en émission, la structure optimale est spatialement décorrélée [20] :

$$\mathbf{R}_{\mathbf{x}} = \frac{P_T}{N_T} \mathbf{I}_{N_T}$$

Ce résultat se comprend intuitivement en remarquant que, pour toute autre structure privilégiant arbitrairement certains degrés de liberté, il existe un canal plaçant son énergie sur le mode le plus défavorisé, conduisant ainsi à des débits très faibles. Par conséquent, la solution de (3.31) est :

$$C_{\text{CSIR}}(\mathbf{H}) = \log \det \left( \mathbf{I}_{N_R} + \frac{P_T}{N_T P_n} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \quad (3.32)$$

L'équation (3.32) montre que la capacité est désormais fonction de la seule matrice  $\mathbf{H} \mathbf{H}^H$ . En remplaçant  $\mathbf{H}$  par son développement en valeurs singulières, on arrive à :

$$C_{\text{CSIR}}(\mathbf{H}) = \sum_{k=1}^K \log \left[ 1 + \frac{P_T}{N_T P_n} \sigma_k^2(\mathbf{H}) \right]$$

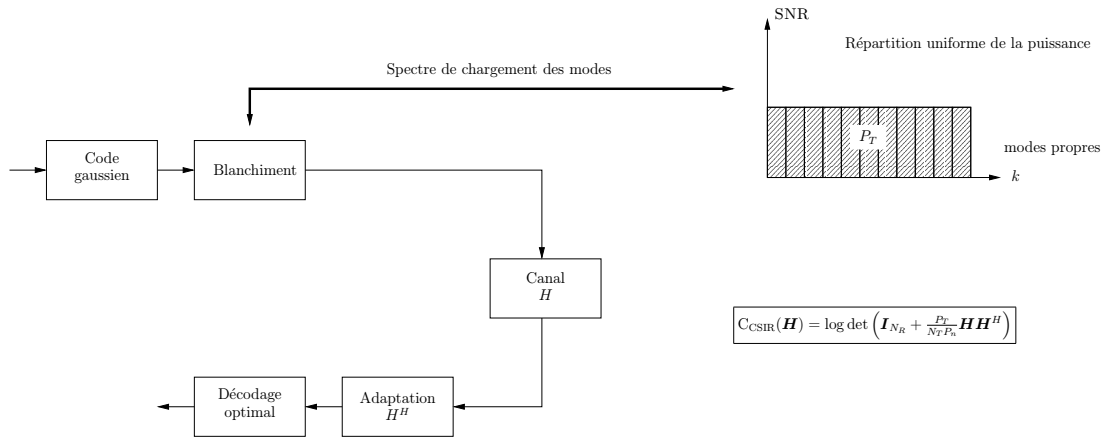


La capacité au sens de Shannon, définie sous l'hypothèse d'ergodicité, se déduit facilement en calculant l'espérance de  $C_{\text{CSIR}}(\mathbf{H})$  :

$$C_{\text{CSIR}}^{\text{erg}} = E_{\mathbf{H}} \left\{ \sum_{k=1}^K \log \left[ 1 + \frac{P_T}{N_T P_n} \sigma_k^2(\mathbf{H}) \right] \right\} \quad (3.33)$$

Dans le cas où  $\mathbf{H}$  est une matrice gaussienne complexe, la matrice de corrélation  $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$  suit une loi de distribution de Wishart, dont le spectre des valeurs propres est connu [28]. La capacité ergodique du canal peut être calculée sous forme analytique avec les polynômes de Laguerre [20, 29].

La structure optimale de l'émetteur, lorsque seul le récepteur seul a accès à l'état du canal, est un code de canal gaussien. On peut noter que ces codes n'existent pas en pratique mais qu'il est possible de s'en approcher en appliquant des transformations appropriées au flot d'information [30].



**Fig. 3.6:** Structure optimale d'un système disposant de l'information d'état du canal en réception

### 3.3.2.3 Absence complète d'information d'état du canal

Le dernier cas de figure considéré est celui d'un système opérant en aveugle. La capacité du canal se calcule alors comme :

$$C_{\text{NoCSI}}(\mathbf{H}) = \max_{p_{\mathbf{x}}: E\{\mathbf{x}^H \mathbf{x}\} \leq P_T} I(\mathbf{x}; \mathbf{y}) \quad (3.34)$$

L'absence de connaissance d'état du canal en réception a des répercussions profondes sur la capacité du canal et la structure des signaux optimaux. On montre que, pour un canal de transmission quasi statique à évanouissements de Rayleigh, la description au

second ordre du signal reçu est suffisante [23]. Le récepteur optimal s'apparente alors à un détecteur quadratique travaillant sur la covariance du signal reçu, par opposition avec les récepteurs basés sur la métrique euclidienne.

Le temps de cohérence du canal est un facteur limitatif essentiel dans l'optimisation de  $I(\mathbf{x}; \mathbf{y})$ . L'analyse des propriétés de l'information mutuelle montre en effet qu'il est inutile de choisir un nombre d'antennes de transmission supérieur au nombre de symboles sur lequel le canal est constant. La réponse du canal doit donc présenter une stabilité temporelle minimale pour permettre l'établissement d'une liaison MIMO. On supposera ici que le canal est invariant par bloc,  $L$  dénotant la durée d'un bloc mesurée en nombre de symboles, et que le nombre d'antennes de transmission vérifie  $N_T \leq L$ .

Sous les hypothèses précitées, Marzetta [23] prouve que le signal atteignant la capacité du canal s'étend sur un intervalle de cohérence complet, soit  $L$  symboles consécutifs, afin d'extraire la structure maximale du canal et prend la forme :

$$\begin{aligned} [\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(L)] &= \mathbf{V} \Phi \\ &= \begin{bmatrix} v_1 & & \\ & \ddots & \\ & & v_{N_T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \leftarrow & \phi_1 & \rightarrow \\ & \vdots & \\ \leftarrow & \phi_L & \rightarrow \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.35)$$

où  $\mathbf{x}(l) \in \mathbb{C}^{N_T}$  est le vecteur transmis à l'index temporel  $l$ ,  $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{N_T \times N_T}$  une matrice diagonale et  $\Phi \in \mathbb{C}^{N_T \times L}$  une matrice orthonormale,  $\Phi \Phi^H = \mathbf{I}_{N_T}$ , isotrope. D'un point de vue physique, la relation (3.35) signifie que le réseau d'émission transmet un multiplex de signaux mutuellement orthogonaux en temps, propriété non altérée par un canal statique sur laquelle le récepteur base ses décisions. On notera  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(L)] \in \mathbb{C}^{N_T \times L}$ .

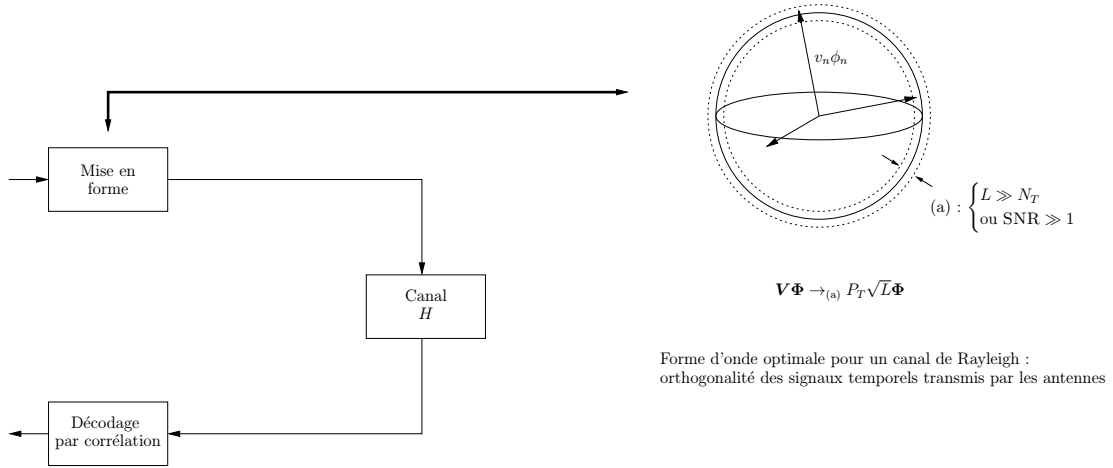
Le concept de matrice aléatoire isotrope généralise celui de variable aléatoire uniformément distribuée. On rappelle que, au sens mathématique, une distribution est qualifiée d'isotrope si elle est invariante par transformation unitaire telles que les rotations ou les symétries. Cette définition s'applique arbitrairement à un scalaire, un vecteur ou une matrice. L'idée sous-jacente est celle d'un processus aléatoire utilisant de manière équitable tous les degrés de liberté dont il dispose (cf. le modèle de bruit blanc). Un vecteur aléatoire isotrope peut, par exemple, s'interpréter comme un vecteur pointant de manière équivalente dans toutes les directions.

Demeure la question de savoir si l'information est transportée par la structure temporelle  $\Phi$  ou par les facteurs d'échelle  $\mathbf{V}$ . De toute évidence, la matrice  $\Phi$  peut être facilement déterminée dès lors que  $L \gg N_T$  ou que le SNR est suffisamment grand avec  $L \geq N_T$ . Tel n'est pas le cas des amplitudes qui, affectées par des évanouissements multiplicatifs inconnus, s'avèrent difficiles à estimer. Ces remarques suggèrent de transmettre l'intégralité de l'information selon les signaux temporels  $\{\phi_n\}_{n=1}^L$ . Les scalaires complexes  $\{v_n\}_{n=1}^{N_T}$  sont alors choisis constants et la structure optimale du signal devient :

$$\mathbf{X} = P_T \sqrt{L} \Phi \quad (3.36)$$

La connaissance de la structure (3.36) ne facilite pas le calcul de l'information mutuelle, qui demeure un problème analytique ardu. A partir des expressions établies par

Marzetta [23], on observe que la forme (3.36) évolue vers un signal gaussien et que la capacité utile tend asymptotiquement, avec l'accroissement du temps de cohérence, vers la capacité d'un système disposant de la connaissance de l'état du canal en réception. Ce résultat est logique puisque, lorsque le temps de cohérence  $L$  devient suffisamment grand, il devient possible de réserver une fraction négligeable de l'intervalle de cohérence pour transmettre une séquence d'entraînement à partir de laquelle le récepteur peut estimer la réponse du canal.



Principe : émission d'un signal muni d'une structure invariante aux distorsions dues au canal et réception par corrélation

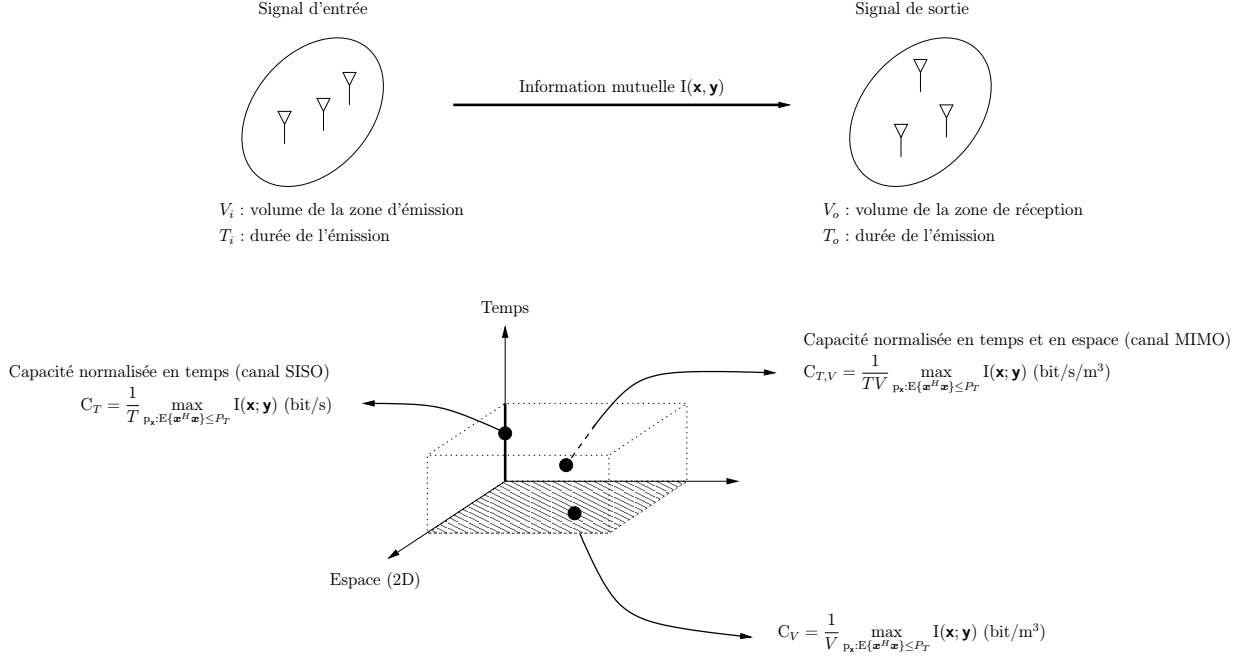
**Fig. 3.7:** Structure optimale d'un système aveugle sans information d'état du canal

### 3.3.3 Normalisation de la capacité

La quantité d'information échangée entre un émetteur et un récepteur est classiquement normalisée par rapport au temps, cette mesure de débit se révélant l'un des paramètres les plus fréquemment rencontrés pour établir une hiérarchie des systèmes de communications. Un emploi aveugle de cette grandeur conduit à l'erreur d'interprétation, apparaissant sporadiquement dans la presse technique, que les systèmes MIMO sont capables de travailler à des débits au-delà de la capacité du canal définie par Shannon (voir par exemple le titre de l'article [31]). L'explication tient simplement au fait que la dimension spatiale n'est pas prise en compte, alors même qu'elle est la clé de ce phénomène. Cette section tente, en s'inspirant du travail de Gallager [10], de montrer quelle pourrait être la définition d'une capacité normalisée par unité de temps et d'espace.

Dans le cas d'un canal SISO temporel, l'information mutuelle entre émetteur et récepteur est calculée entre des signaux d'émission et de réception, de durées finies, avec passage à la limite pour obtenir la capacité. De la même manière, pour les systèmes MIMO, on recherche l'information mutuelle entre deux signaux définis sur des intervalles

temporels et des volumes en espace donnés. Pour garantir l'existence des solutions, le signal d'entrée est supposé de puissance finie et la réponse du canal de carré intégrable.



**Fig. 3.8:** Capacité d'un canal MIMO — Tentative de normalisation en espace

Considérons dans un premier temps l'information mutuelle établie entre un signal de durée  $T_i$  transmis par un émetteur localisé dans une zone  $V_i$  et un récepteur situé dans une zone  $V_o$  avec une fenêtre d'observation  $T_o$  (cf. figure (3.8)). Le signal reçu est donné par :

$$y(\vec{r}_o, t_o) = \int_{T_i} \int_{V_i} h(\vec{r}_o, \vec{r}_i; t_o, t_i) x(\vec{r}_i, t_i) d^3 r_i dt_i + n(\vec{r}_o, t_o) \quad (3.37)$$

pour  $t_o \in T_o$  et  $\vec{r}_o \in V_o$ .

Le calcul de l'information mutuelle se déroule de manière classique en exprimant la réponse du canal de propagation comme la somme de canaux gaussiens indépendants, pour lesquels l'expression de l'information mutuelle est connue. L'existence de cette décomposition est assurée par le théorème de Mercer (cf. section 2.3.2.1). La quantité d'information échangée dépend évidemment des modes de propagation, relevant à leur tour du canal lui-même et des limitations en temps et en espace des signaux. Pour faire apparaître ce lien, on préfère travailler avec une réponse du canal modifiée  $\tilde{h}_{T,V}$  définie par :

$$\tilde{h}_{T,V}(\vec{r}_o, \vec{r}_i, t_o, t_i) = \begin{cases} h(\vec{r}_o, \vec{r}_i; t_o, t_i) & \text{si } \vec{r}_o \in V_o, \vec{r}_i \in V_i, t_o \in T_o, t_i \in T_i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Le modèle (3.37) devient :

$$y(\vec{r}_o, t_o) = \iint \tilde{h}_{T,V}(\vec{r}_o, \vec{r}_i, t_o, t_i) x(\vec{r}_i, t_i) d^3 r_i dt_i + n(\vec{r}_o, t_o) \quad (3.38)$$

où les bornes d'intégration ont été reportées dans la réponse  $\tilde{h}_{T,V}(\vec{r}_o, \vec{r}_i, t_o, t_i)$ . Cette fonction reste de carré intégrable et admet une décomposition en modes singuliers :

$$\tilde{h}_{T,V}(\vec{r}_o, t_o; \vec{r}_i, t_i) = \sum_{k=1}^r \sigma_k u_k(\vec{r}_o, t_o) v_k^*(\vec{r}_i, t_i)$$

où  $r$  est le rang du canal,  $\{v_k(\vec{r}_i, t_i)\}_{k=1}^r$  et  $\{u_k(\vec{r}_o, t_o)\}_{k=1}^r$  les fonctions d'entrée et de sortie, et  $\{\sigma_k\}_{k=1}^r$  le spectre des valeurs singulières réelles positives. Cette décomposition se différencie principalement des expressions rencontrées dans le chapitre précédent (cf. expressions (2.10) et (2.14)) par la prise en compte des limitations temporelles et spatiales des signaux d'entrée et de sortie.

En supposant que le signal d'entrée admette la forme :

$$x(\vec{r}_i, t_i) = \sum_{k=1}^r x_k v_k(\vec{r}_i, t_i) + x_{\text{res}}(\vec{r}_i, t_i)$$

avec  $x_k = \iint v_k^*(\vec{r}_i, t_i) x(\vec{r}_i, t_i) d^3 r_i dt_i$  la projection sur le mode  $k$  et  $x_{\text{res}}(\vec{r}_i, t_i)$  une composante résiduelle, le signal reçu peut s'écrire :

$$y(\vec{r}_o, t_o) = \sum_{k=1}^r \sigma_k x_k u_k(\vec{r}_o, t_o) + n(\vec{r}_o, t_o)$$

Par suite, le développement de  $y(\vec{r}_o, t_o)$  sur les fonctions de sortie donne :

$$\begin{aligned} y(\vec{r}_o, t_o) &= \sum_{k=1}^r y_k u_k(\vec{r}_o, t_o) + y_{\text{res}}(\vec{r}_o, t_o) \\ &= \sum_{k=1}^r (\sigma_k x_k + n_k) u_k(\vec{r}_o, t_o) + n_{\text{res}}(\vec{r}_o, t_o) \end{aligned}$$

avec  $n(\vec{r}_o, t_o) = \sum_k n_k u_k(\vec{r}_o, t_o) + n_{\text{res}}(\vec{r}_o, t_o)$ . Les signaux  $x_{\text{res}}(\vec{r}_i, t_i)$ ,  $y_{\text{res}}(\vec{r}_o, t_o)$  et  $n_{\text{res}}(\vec{r}_o, t_o)$  correspondent aux résidus des projections et ne contribuent pas au transfert de l'information. Au final, le modèle initial (3.37) est remplacé par l'équation vectorielle suivante :

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Sigma} \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (3.39)$$

où l'on a défini les vecteurs  $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_r]^T$ ,  $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_r]^T$ ,  $\mathbf{n} = [n_1, \dots, n_r]^T$  et la matrice  $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_r)$ .

Le calcul de l'information mutuelle entre  $x(\vec{r}_i, t_i)$  et  $y(\vec{r}_o, t_o)$  est donc équivalent au calcul de l'information entre les deux vecteurs  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$ . En observant que la projection d'un bruit blanc gaussien sur une base orthonormale est un vecteur de variables gaussiennes centrées indépendantes et identiquement distribuées, on voit que le problème revient à maximiser, pour une puissance d'émission donnée, l'information mutuelle échangée sur un groupe de  $r$  canaux gaussiens parallèles. La solution est obtenue avec un vecteur  $\mathbf{x}$  gaussien dont la matrice de covariance assure le remplissage équilibré des modes.

Il est maintenant possible de normaliser l'information mutuelle par unité de temps et d'espace en rapportant le débit à la durée de l'intervalle d'émission  $T = T_i$  et au volume de la zone d'émission  $V = V_i$ . On définit alors la capacité  $C_{T,V}$  comme étant le maximum de l'information mutuelle entre les signaux  $x(\vec{r}_i, t_i)$  et  $y(\vec{r}_o, t_o)$ , limités en temps et en espace :

$$C_{T,V} = \frac{1}{TV} \max_{\mathbf{p}_x(\mathbf{x}) : E\{\mathbf{x}^H \mathbf{x}\} \leq P_T} I(\mathbf{x}; \mathbf{y}) \quad (3.40)$$

Le problème au coeur de cette section semble donc résolu puisque  $C_{T,V}$  est une mesure de l'information exprimée en bit/s/m<sup>3</sup>. La capacité spatio-temporelle du canal est définie, au moins de manière formelle, par le passage à la limite :

$$C = \lim_{\substack{T \rightarrow +\infty \\ V \rightarrow +\infty}} C_{T,V} \quad (3.41)$$

### 3.4 Leçons de la théorie de l'information

La section 3.2 a proposé un ensemble de paramètres quantifiant l'influence des mécanismes de propagation sur une liaison numérique, avant de passer à un niveau d'abstraction supérieur et de se pencher, dans la section 3.3, sur les mécanismes de transfert de l'information. On revient ici à l'interface entre théorie de l'information et canal de propagation.

#### 3.4.1 Diversité et multiplexage en espace

Débit et robustesse font partie des critères incontournables dans l'établissement d'une hiérarchie des systèmes de communication. Ces deux paramètres, reliés au théorème du codage du canal, ont occupé une large place dans les travaux de recherche menés par les théoriciens de l'information depuis l'avènement de cette discipline. Plus précisément, le débit, proportionnel au nombre de symboles d'information indépendants transmis normalisé par rapport aux dimensions du signal, est associé à la capacité du canal et la probabilité d'erreur, inversement proportionnelle à la distance entre symboles d'information, à la fiabilité de la liaison. Une solution évidente, mais brutale et limitée, pour améliorer simultanément débit et robustesse passe par l'augmentation de la puissance d'émission. Une alternative plus séduisante est d'accroître l'ordre de diversité et le nombre de degrés de liberté de la transmission.

La diversité se définit par la présence en réception de plusieurs répliques d'une même information ayant subi des évanouissements indépendants. On distingue la diversité intrinsèque au système, due à une action de l'émetteur, et la diversité extrinsèque induite par le milieu de transmission, ces deux familles se cumulant éventuellement de manière multiplicative. Par une recombinaison optimale des répliques, la probabilité d'erreur se comporte selon  $P_e \approx \text{SNR}^{-d}$  à fort SNR, où  $d$  représente le gain de diversité [13]. L'ordre

de diversité peut être appréhendé par :

$$d = \lim_{\gamma \rightarrow \infty} -\frac{\log P_e(\gamma)}{\log \gamma} \quad (3.42)$$

où  $P_e(\gamma)$  est le taux d'erreur mesuré pour le SNR  $\gamma$  mesuré à chaque antenne de réception.

Le nombre de degrés de liberté s'interprète comme le nombre de symboles d'information indépendants présents simultanément en réception. Les notions de degrés de liberté intrinsèque et extrinsèque peuvent être employées pour faire référence au nombre de dimensions du signal transmis et du canal respectivement. Dans tous les cas, la “taille” du canal, *i.e.* le nombre de sous-canaux parallèles ouverts à la communication, limite le nombre de dimensions accessibles. Les débits élémentaires portés par les sous-canaux,  $r$  en l'occurrence, évoluent en  $\log(\text{SNR})$ , pour les régimes à forts SNR, et s'additionnent pour donner un débit total en  $R \approx r \log \text{SNR}$ . On définit le gain de multiplexage comme :

$$r = \lim_{\gamma \rightarrow \infty} \frac{\log R(\gamma)}{\log \gamma} \quad (3.43)$$

où  $R(\gamma)$  est le débit disponible au SNR  $\gamma$ . D'autres définitions plus complexes des degrés de diversité et de multiplexage sont proposées dans la référence [32].

Alors que les architectures classiques ne sont en mesure d'extraire pleinement diversité et multiplexage que dans le domaine temporel, les systèmes à double réseau d'antennes offrent l'opportunité supplémentaire de les utiliser dans le domaine spatial. Dans l'article [33], les auteurs montrent que les gains de diversité et de multiplexage peuvent être obtenus simultanément, le compromis optimal répondant à l'équation :

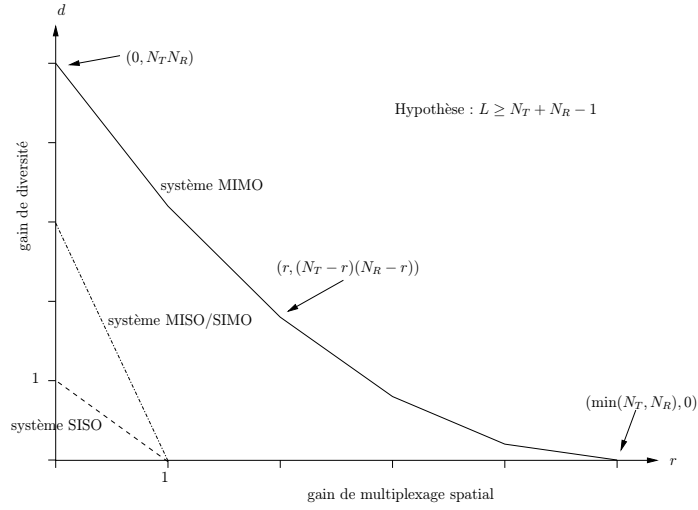
$$d(r) = (N_T - r)(N_R - r) \text{ avec } r = 0, \dots, \min(N_T, N_R) \quad (3.44)$$

sur un canal de Rayleigh non sélectif en fréquence et statique par bloc de  $L$  symboles,  $L \geq N_T + N_R - 1$ . Tout se passe comme si  $r$  antennes des réseaux d'émission et de réception étaient réservées pour le multiplexage, les antennes restantes fournissant la diversité. La relation (3.44) est tracée sur la figure (3.9).

Le compromis entre probabilité d'erreur et débit est généralement étudié à partir des fonctions de fiabilité issues de la théorie des exposants de codage aléatoire [10, 15]. Ces fonctions ne sont cependant connues que pour des débits supérieurs à un seuil critique et, même dans ce cas, requièrent une optimisation complexe sur l'ensemble des distributions d'entrée. La référence [33] propose une approche plus simple basée sur la capacité non ergodique en s'appuyant sur le fait que la probabilité de coupure à fort SNR est approximativement égale à la probabilité d'erreur.

### 3.4.2 Capacité et canal de propagation

**Généralités :** Les formules de capacité établies dans la section 3.3.2 posent les limites théoriques de débit, réalisables par des systèmes MIMO dans différents scénarios, et font ressortir, au travers des formules de capacité, l'importance de la réponse du milieu de



**Fig. 3.9:** *Compromis entre diversité et multiplexage sur un canal MIMO à évanouissements de Rayleigh*

propagation. Cette section étoffe ce point en donnant quelques indications sur l'interaction entre propriétés de la réponse du canal et capacité. On suppose ici que la réponse du canal, parfaitement connue du récepteur, est invariante en temps et en fréquence. L'expression appropriée de l'information mutuelle maximale est alors donnée par la relation (3.32).

Foschini [22] montre que la capacité instantanée est bornée par :

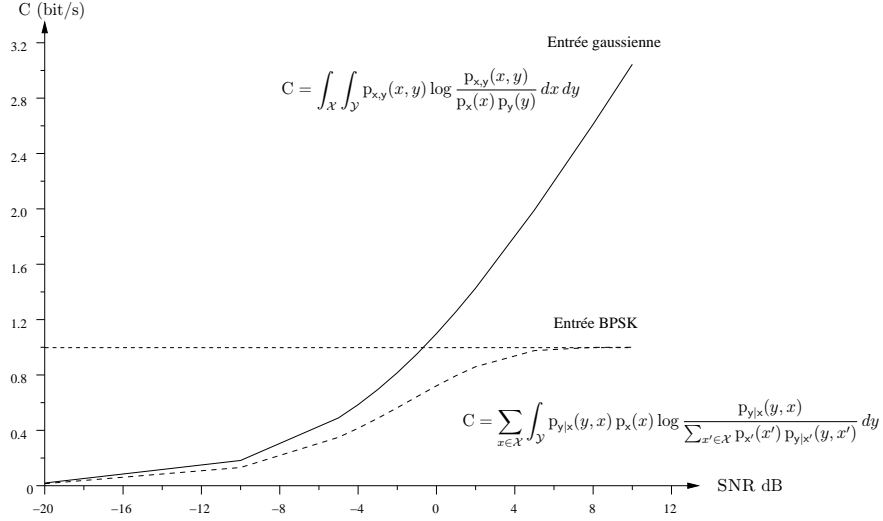
$$\log \left[ 1 + \frac{\gamma}{N_T} \min(N_T, N_R) \right] \leq C(\gamma) \leq \min(N_T, N_R) \log \left[ 1 + \frac{\gamma}{N_T} \min(N_T, N_R) \right] \quad (3.45)$$

où  $\gamma = P_T/P_n$  est le SNR mesuré au niveau d'une antenne de réception.

La borne inférieure est atteinte lorsqu'il existe un unique chemin de propagation entre l'émetteur et le récepteur,  $\text{rang}(\mathbf{H}) = 1$ . La capacité croît alors avec le nombre d'antennes de réception selon une progression logarithmique, attestant de la présence d'un gain de diversité en réception. La limite supérieure correspond à la situation où le système accède à l'intégralité des modes de propagation offerts par le canal,  $\text{rang}(\mathbf{H}) = \min(N_T, N_R)$ . La capacité augmente alors linéairement avec le nombre minimal d'antennes,  $\min(N_T, N_R)$ . Cette dernière configuration est évidemment recherchée.

L'existence des bornes inférieure et supérieure (3.45) se retrouvent pour les capacités ergodiques et non-ergodiques, déduites respectivement de l'information  $C(\mathbf{H})$  par calcul de l'espérance mathématique et de la probabilité de coupure. Les courbes de la figure (3.10) montrent ainsi la plage de variations de la capacité au sens de Shannon en fonction du SNR, pour un signal d'entrée gaussien et un signal appartenant à une constellation BPSK. La figure (3.11) fait de même pour la capacité de coupure. Dans





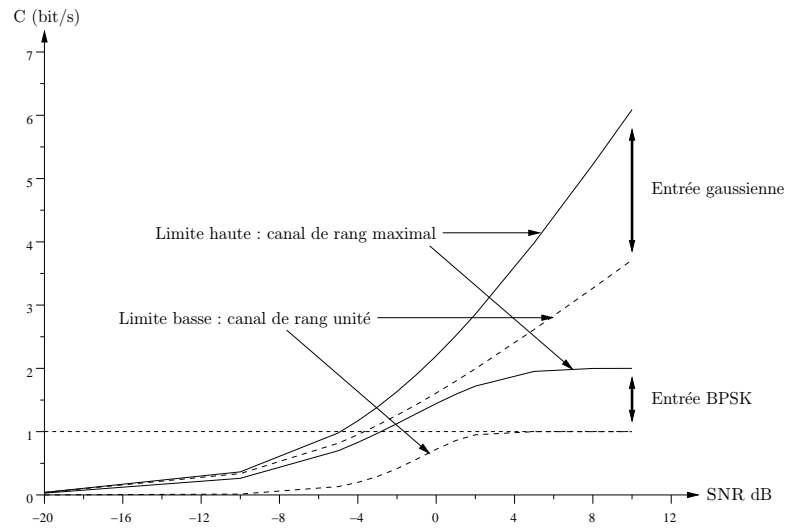
**Fig. 3.10:** Capacité ergodique d'un canal MIMO —  $N_T = N_R = 1$

les deux cas, les courbes ont été obtenues en affectant une distribution gaussienne aux coefficients d'atténuation du canal.

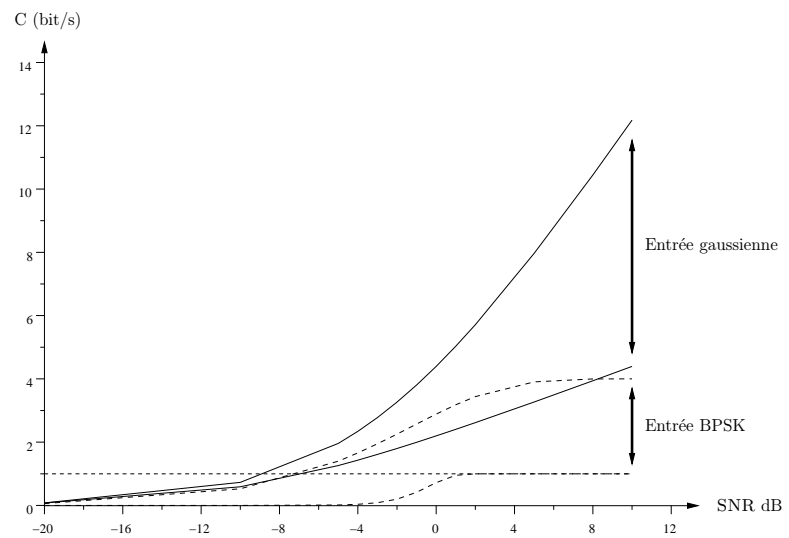
Le rang du canal est donc le facteur clé des gains de capacité apportés par la technologie MIMO. On l'a déjà évoqué, la technique de décomposition d'un canal de transmission en modes propres est antérieure à l'avènement des systèmes à double réseau d'antennes. L'innovation réside ici dans le fait que la structure des modes, généralement une fonction complexe de la fréquence, du temps et de l'espace, peut être purement spatiale.

**Influence de l'environnement :** Certains milieux seront plus propices que d'autres à la formation de sous-canaux en espace. Un environnement modélisé par une matrice de Rayleigh, de rang statistiquement plein par définition, est un exemple de canal idéal, correspondant typiquement à une application où l'émetteur et le récepteur communiquent, hors visibilité directe, dans un milieu riche en diffuseurs et sont tels que la séparation physique entre les antennes des réseaux est suffisante.

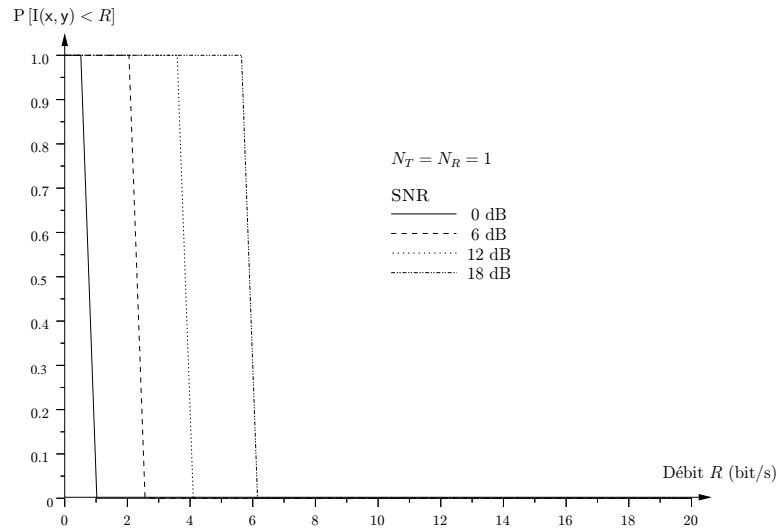
Une première source de dégradation provient de la présence d'un trajet direct entre l'émetteur et le récepteur, lequel conduit à une modification des propriétés de la liaison, *e.g.* passage de la statistique de Rayleigh à celle de Rice. D'emblée, les zones de faibles et de forts SNR doivent être distinguées. A forts SNR, la composante spéculaire n'a pratiquement aucun effet sur la capacité, les composantes hors visibilité assurant seules le rang plein de la matrice. A faibles SNR, la composante moyenne conditionne l'expression de la capacité et conduit à une dégénérescence de la matrice du canal. Dans le cas des liaisons limitées en puissance, il est donc recommandé de placer l'émetteur et le récepteur hors visibilité. Comme pour toute règle, il existe des exceptions, telles que les configura-



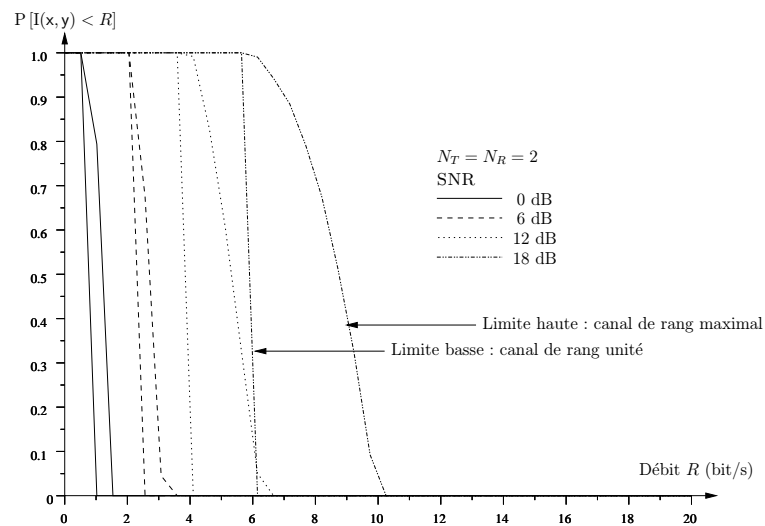
**Fig. 3.10:** Capacité ergodique d'un canal MIMO (suite) —  $N_T = N_R = 2$



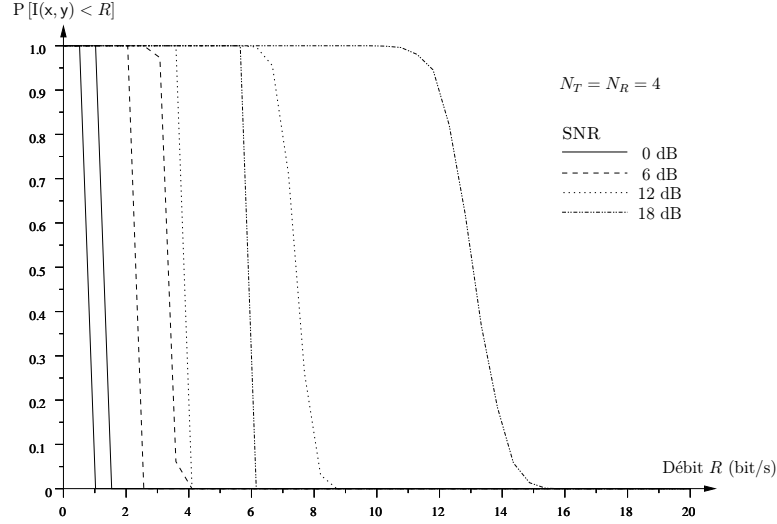
**Fig. 3.10:** Capacité ergodique d'un canal MIMO (fin) —  $N_T = N_R = 4$



**Fig. 3.11:** Capacité de coupure d'un canal MIMO —  $N_T = N_R = 1$



**Fig. 3.11:** Capacité de coupure (suite) —  $N_T = N_R = 2$



**Fig. 3.11:** Capacité de coupure (fin) —  $N_T = N_R = 4$

tions de rang maximal mises en évidence par Driessen [34]. Ces scénarios sont cependant particuliers puisqu'ils reposent sur la transmission coopérative de plusieurs émetteurs, coordonnés pour former un émetteur global à antennes multiples.

La dépendance entre les signaux transmis ou reçus par différentes antennes est un autre facteur de réduction du nombre de degrés de liberté du canal. Elle est généralement provoquée par un espacement entre éléments rayonnants trop faible vis-à-vis de l'environnement. Le débit supporté oscille alors entre les bornes présentées dans l'équation (3.45).

Pour faciliter l'étude de ce point, on fait l'hypothèse que les coefficients de la matrice du canal sont des variables complexes gaussiennes centrées à symétrie circulaire. Indépendance et décorrélation sont alors équivalentes [35] et l'analyse des statistiques au second ordre suffit à estimer le rang du canal. En s'appuyant sur les outils présentés dans la section 3.2, on met en évidence deux points de vue distincts :

**Critère de distance de corrélation :** Pour certains environnements très riches en diffuseurs (cf. section 2.4.2), les phénomènes physiques en émission et en réception apparaissent approximativement découplés, autorisant par la même le recours aux paramètres établis pour les cas SIMO et MISO. En se référant à la relation (2.35), on voit que le nombre de degrés de liberté est statistiquement égal au minimum des rangs des matrices de corrélation d'émission et de réception.

Le rang du canal est alors conditionné par l'ordre de diversité minimal des réseaux, *i.e* nombre de signaux décorrélés discernables rassemblés sur les trois directions spatiales, soit :

$$r = \sum_{\vec{e}_u \in \{\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\}} \min \left( \left\lfloor \bar{D}_{\text{corTx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u^{-1} \right\rfloor, \left\lfloor \bar{D}_{\text{corRx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u^{-1} \right\rfloor \right)$$

**Critère de bande de cohérence en pulsation spatiale :** Le rang du canal est déterminé par le nombre de degrés de liberté en pulsation spatiale, soit :

$$r = \sum_{\vec{e}_u \in \{\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\}} [\bar{K}_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u^{-1}]$$

Ce calcul suppose la cohérence de la réponse du milieu sur l'étendue des réseaux, soit :

$$\left( \max_{\vec{e}_u \in \{\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\}} \bar{D}_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u^{-1} \right) < 1$$

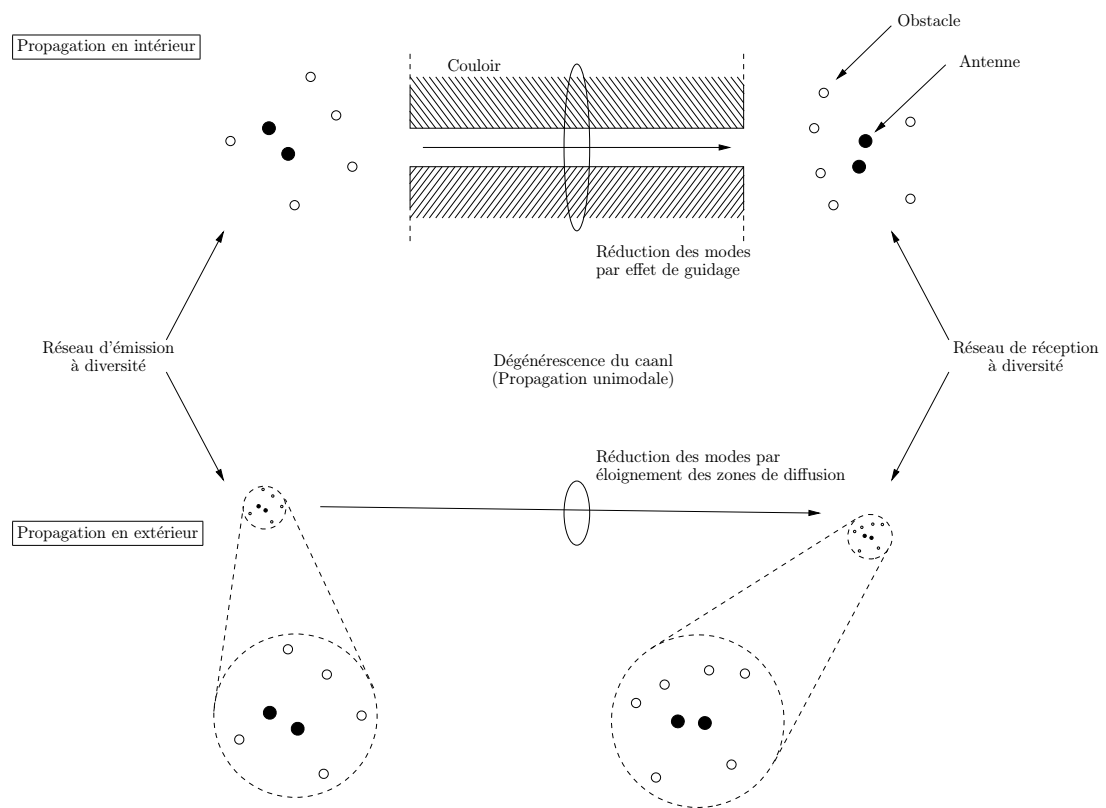
Par analogie, les systèmes à multiplexage fréquentiel superposent en temps des formes d'ondes excitant différents modes fréquentiels. La bande de cohérence qualifie l'écart fréquentiel minimal entre deux modes décorrélés et le temps de cohérence limite l'étendue temporelle des signaux.

Les conclusions précédentes ne sont plus valables dès lors que les hypothèses sous-tendues par le modèle de corrélation sont mises en défaut. Ainsi, un nombre de chemins de propagation trop faible provoque nécessairement un effondrement du nombre de modes disponibles, quelles que soient leurs statistiques. De même, il existe des scénarios où le modèle d'évanouissements gaussiens n'est pas satisfaisant, une conséquence majeure, au-delà des problèmes liés à la recherche de modèles de propagation plus performants, étant que décorrélation et indépendance ne sont plus équivalentes. Des configurations intéressantes sont observables où le canal est de rang unité alors même que les éléments d'émission et de réception sont décorrélés. Cette dégénérescence, dont deux exemples pratiques sont schématisés par la figure (3.12), s'explique par la présence d'un goulot d'étranglement ("keyhole", "pinhole") qui n'autorise la propagation que d'un seul mode. Les modèles à double rebond, évoqués dans la section 2.4.2, prennent en compte ce genre de phénomène [36, 37, 38, 39].

**Aspects liés aux réseaux d'antennes :** La structure des réseaux d'antennes, *i.e.* la disposition spatiale des éléments et les diagrammes de rayonnements élémentaires, joue un rôle essentiel en intervenant directement sur les points évoqués ci-dessus.

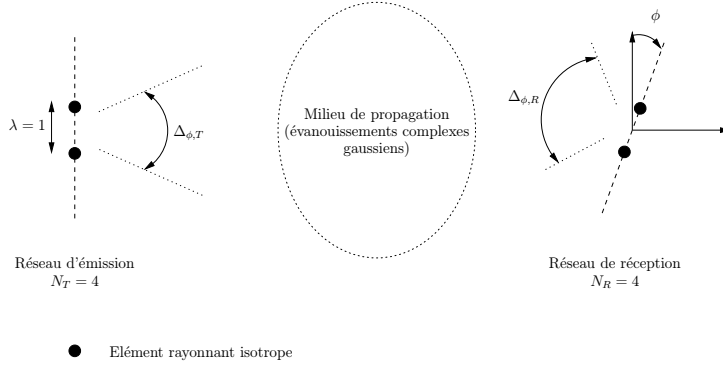
Un premier problème incontournable est celui de la faisabilité. Le critère de la distance de corrélation nous apprend que les éléments rayonnants doivent être espacés, au sein des réseaux d'émission et de réception, d'une distance supérieure à la distance de corrélation locale. Directement issue de la répartition angulaire décrite par les chemins de propagation et de la fréquence de travail, cette dernière conditionne la compacité des réseaux. En milieu ouvert, il peut être nécessaire d'espacer les éléments de plusieurs dizaines de longueur d'onde pour obtenir une corrélation faible [40] tandis qu'en milieu confiné une fraction de la longueur d'onde suffit.

En dépit de la profusion des paramètres condamnant toute analyse exhaustive, il reste possible de mettre en évidence, par l'intermédiaire de quelques exemples représentatifs, certains points intéressants. On utilisera les notations de la figure (3.13) et un modèle de canal de type (2.31). Pour les figures (3.14) et (3.15), on impose que les réseaux d'émission et de réception soient identiques et constitués de quatre éléments disposés régulièrement,



**Fig. 3.12:** Scénarios menant à la formation d'un goulot d'étranglement dans le canal de propagation

linéairement puis en carré. L'espacement entre les éléments rayonnants est normalisé par rapport à la longueur d'onde. La réponse du canal est constituée de cinq trajets distincts, tous indirects, dont les atténuations, indépendantes et identiquement distribuées, suivent une loi gaussienne complexe. Les diagrammes des éléments rayonnants sont isotropes.

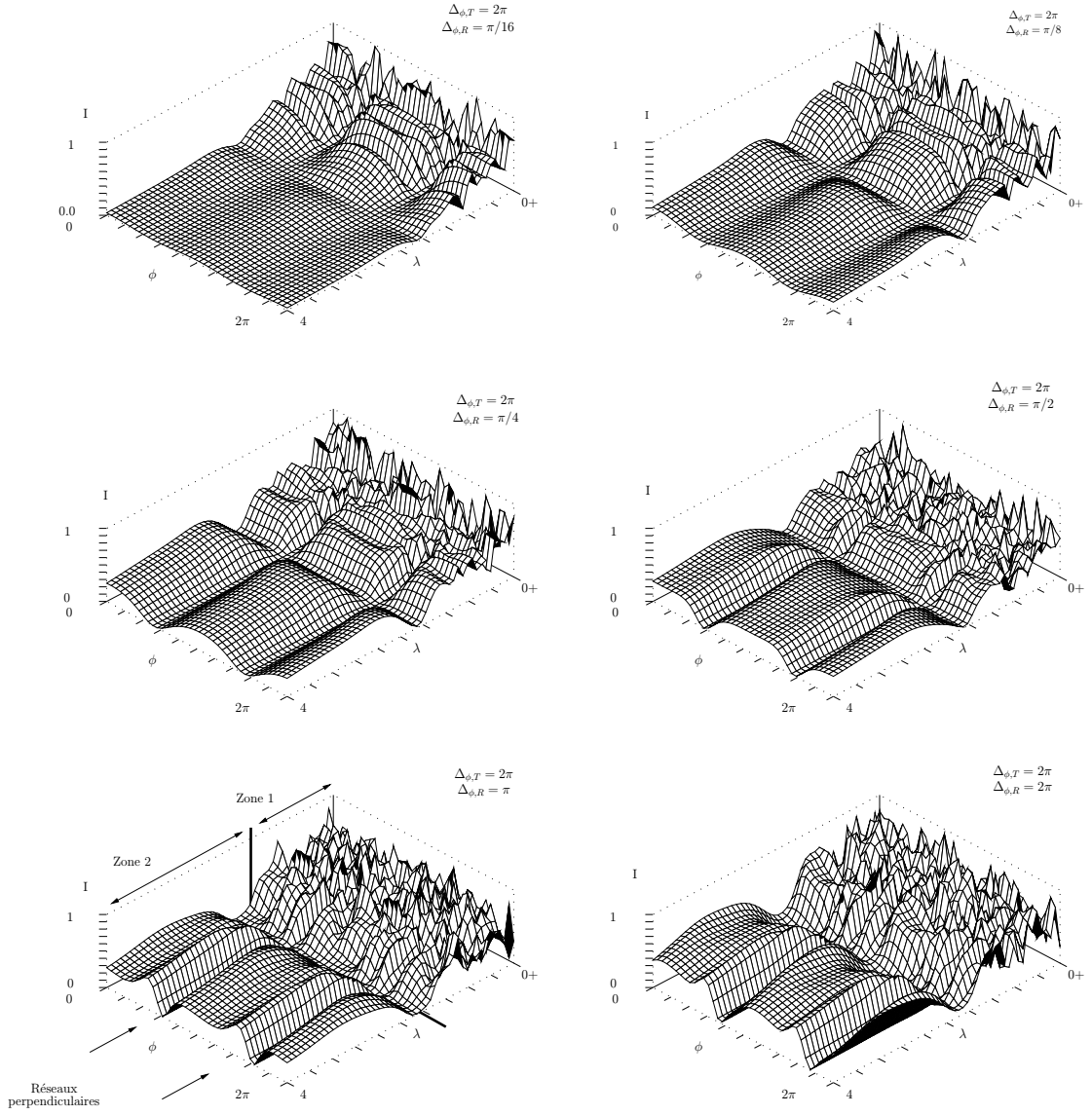


**Fig. 3.13:** Schéma du système de référence pour les figures (3.14), (3.15) et (3.16)

Deux zones se distinguent nettement. La première zone, située vers les faibles longueurs d'onde, est caractérisée par un comportement chahuté de l'information mutuelle et une valeur moyenne élevée. Ce comportement s'explique par une distance de corrélation en réception plus faible que l'espacement entre antennes. Les réseaux d'émission et de réception se comportent alors comme des réseaux à diversité. Les effets de corrélation croissent avec la longueur d'onde jusqu'à ce que la distance de corrélation en réception dépasse l'espacement entre antennes. Dans cette seconde zone, la diversité spatiale n'est plus présente simultanément en émission et en réception, ce qui induit une perte de modes effectifs. L'information varie alors moins brutalement, avec un niveau moyen inférieur. La frontière entre ces deux zones progresse vers les grandes valeurs de longueur d'onde au fur et à mesure que l'étalement angulaire en réception croît.

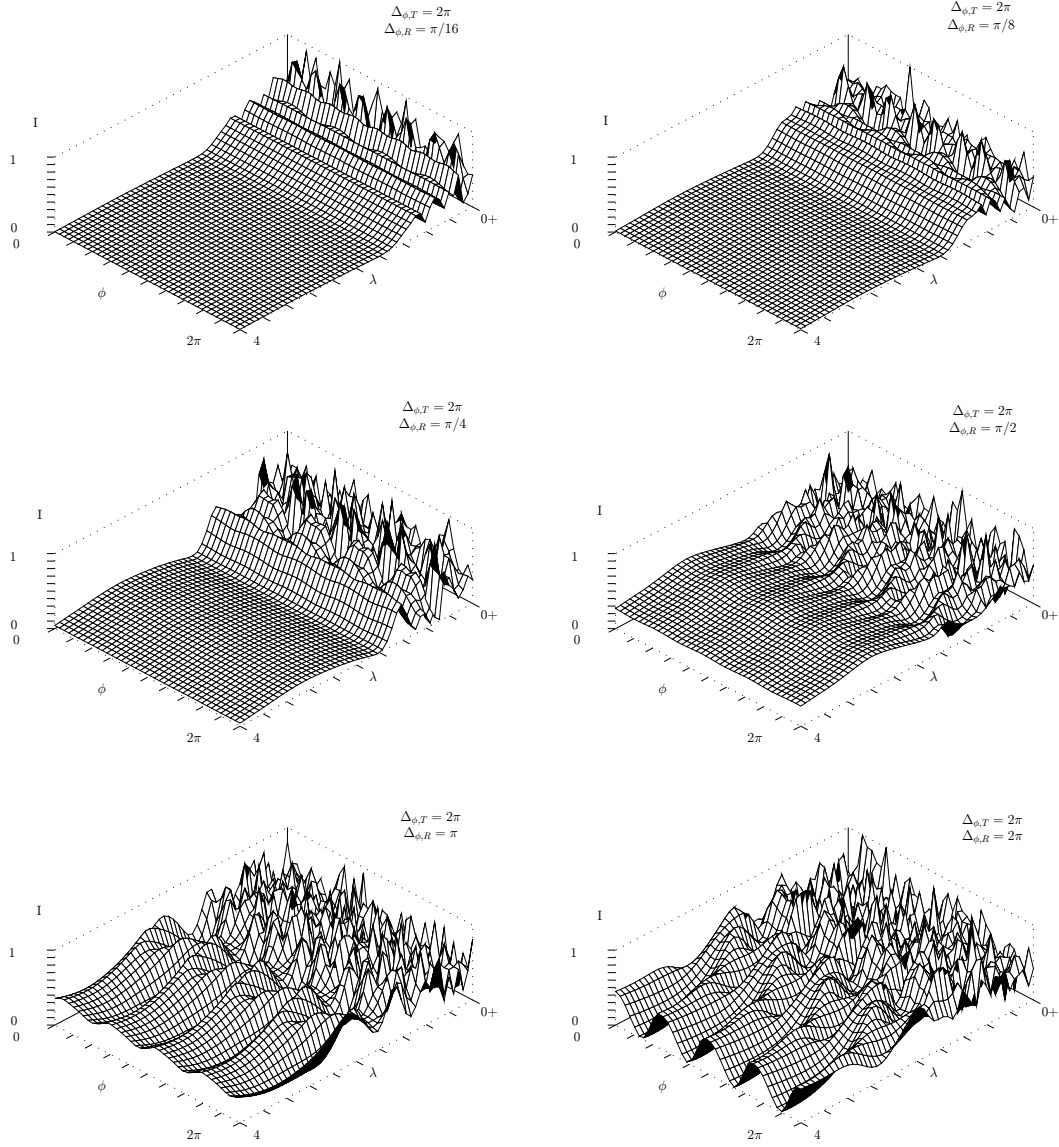
On observe également certaines orientations relatives des réseaux correspondant à une dégradation significative de l'information mutuelle dans la seconde zone, sans affecter la première zone. Ces positions s'identifient à celles minimisant les dimensions apparentes des réseaux, phénomène qui ne peut être compensé en l'absence de décorrélation spatiale entre les éléments.

La figure (3.16) présente un jeu d'expériences similaires avec des structures de réseaux d'émission et de réception distinctes, linéaire à l'émission et en carré à la réception. Les courbes illustrent, en adoptant un point de vue autre, l'évolution, pour plusieurs longueurs d'onde, de l'information échangée en fonction de l'orientation relative des réseaux et de l'étalement angulaire en réception. On observe ici encore que le débit est fortement sensible à la disposition des réseaux et à l'étalement angulaire dès lors que la longueur d'onde s'accroît. De manière générale, à la lumière des figures (3.14), (3.15) et (3.16), il est clair que choisir un espacement inter-éléments supérieur à la distance de corrélation



**Fig. 3.14:** Information mutuelle entre les réseaux linéaires à 4 antennes identiques en fonction de la longueur d'onde ( $\lambda$ ) et de l'orientation relative des réseaux ( $\phi$ ), pour différents couples d'étalements angulaires ( $\Delta_{\phi,T}$ ,  $\Delta_{\phi,R}$ )





**Fig. 3.15:** Information mutuelle entre deux réseaux carrés à 4 antennes identiques en fonction de la longueur d'onde ( $\lambda$ ) et de l'orientation relative des réseaux ( $\phi$ ), pour différents étalements angulaires ( $\Delta\phi,T$ ,  $\Delta\phi,R$ )

locale est nécessaire à la stabilité des performances d'un système MIMO aux conditions de propagation.

**Compléments :** L'expression de la capacité d'un canal MIMO non sélectif en fréquence peut être aisément généralisée pour englober les effets des sélectivités fréquentielle et temporelle. Rapajic [41] étudie les statistiques des valeurs et des vecteurs propres d'un canal MIMO sélectif en fréquence pour un nombre d'antennes arbitrairement grand. Le même problème est abordé, pour un nombre fini d'antennes, par Scaglione [42], accompagné d'une méthodologie pour dériver la capacité ergodique. Bölcskei [43] se base sur les modèles stochastiques géométriques évoqués en fin de section 2.4.2 pour caractériser l'influence de l'étalement temporel et de la répartition angulaire des trajets.

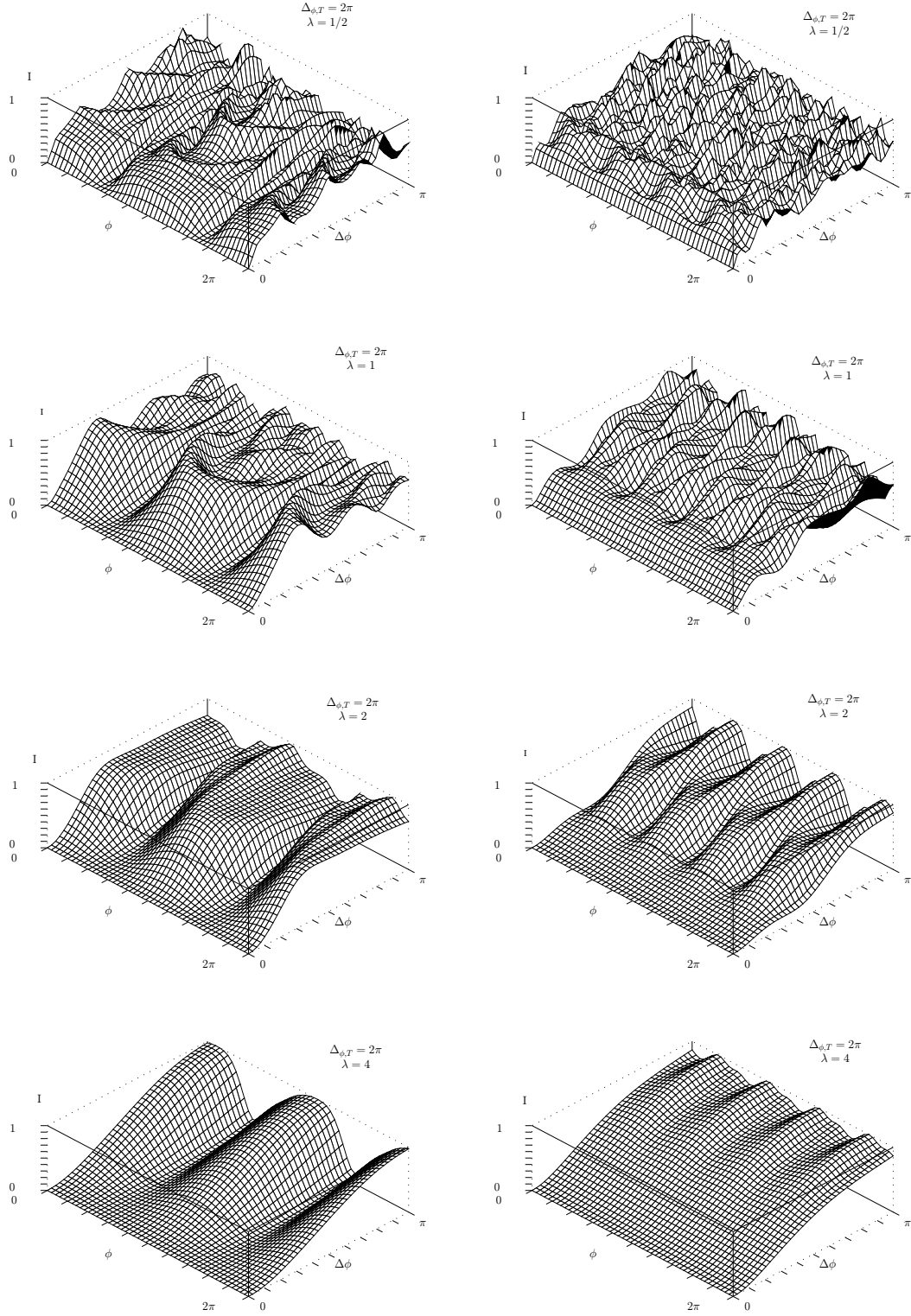
Cette section serait incomplète s'il n'était pas fait référence au problème de couplage électromagnétique. L'origine du couplage provient de l'interaction des champs électromagnétiques entre éléments rayonnants. Les éléments couplés partagent alors une certaine quantité d'énergie, proportionnelle à l'intensité du couplage. La sévérité du couplage est fonction de l'espacement entre antennes, des types d'éléments (couplage entre dipôles supérieur au couplage entre patches) et de la géométrie du réseau (couplage plus important dans un réseau circulaire que dans un réseau linéaire). Alors qu'il existe des techniques compensant, partiellement au moins, les effets du couplage pour les systèmes à formation de faisceau, leur application à l'architecture MIMO reste un sujet ouvert. Une des conséquences du couplage est la déformation des diagrammes de rayonnement élémentaires et il est tentant de faire le parallèle avec les réseaux à diversité de rayonnement [44, 45]. Cependant, le couplage induit également une dépendance entre les éléments, absente dans la diversité de rayonnement, qui se traduit par une dégradation de l'information mutuelle.

### 3.4.3 Règles d'ingénierie

Arrivé au terme de ce chapitre, l'on dispose des connaissances nécessaires pour concevoir un système de communication répondant au cahier des charges de l'application visée et aux contraintes imposées par le milieu de transmission. On rappelle que l'application envisagée ici est une liaison point-à-point, en environnement domestique, non perturbée par des signaux interférents dus à l'accès multiple.

**Sous-étalement du canal et fiabilité de la liaison :** Ces deux conditions sont un préalable à la conception de tout système de communication. La première signifie que le système est capable d'acquérir la réponse impulsionnelle du canal puis de l'exploiter pour mettre en forme le signal. On peut se reporter au critère (3.5).

La seconde propriété requiert que le canal présente un comportement ergodique par rapport au signal, auquel cas la capacité au sens de Shannon existe, certifiant la possibilité d'établir une liaison robuste pour un débit inférieur à cette capacité. L'évaluation, par l'intermédiaire de la relation (3.15) du nombre de dimensions offertes par le canal, permet



**Fig. 3.16:** Information mutuelle entre un réseau linéaire de 4 éléments et un réseau carré de 4 éléments en fonction de l'orientation relative des réseaux ( $\phi$ ) et de l'étalement angulaire en réception ( $\Delta\phi_R$ ), pour différentes longueurs d'onde ( $\lambda$ )

d'apprécier ce point. La condition d'ergodicité n'étant qu'approximativement vérifiée en pratique, on lui préfère la probabilité de coupure.

**Exploitation des évanouissements en espace à petite échelle :** La synthèse des informations apparues précédemment montre que la dimension spatiale contribue sur deux plans, la diversité et le multiplexage, quantifiés par les paramètres de sélectivité introduits en début de chapitre. Elle répertorie également les environnements propices à leur expression.

Les réseaux d'émission et de réception jouent un rôle fondamental et doivent être judicieusement dimensionnés pour répondre aux besoins de l'application. Par exemple, pour réaliser le gain de capacité offert par la structure MIMO, il est nécessaire que l'espacement inter-éléments soit supérieur à la distance de corrélation. A ce propos, on prendra garde de ne pas faire l'amalgame entre distance de corrélation et distance d'échantillonnage. La première, fonction de la longueur d'onde et de l'environnement, décrit les effets de corrélations et sert à établir la distinction entre réseau à diversité et réseau phasé. La seconde, égale à la demi-longueur d'onde et indépendante du milieu, est issue du théorème d'échantillonnage spatial. Une source de confusion provient certainement du fait que ces deux distances sont identiques lorsque la répartition angulaire des trajets incidents est uniforme.

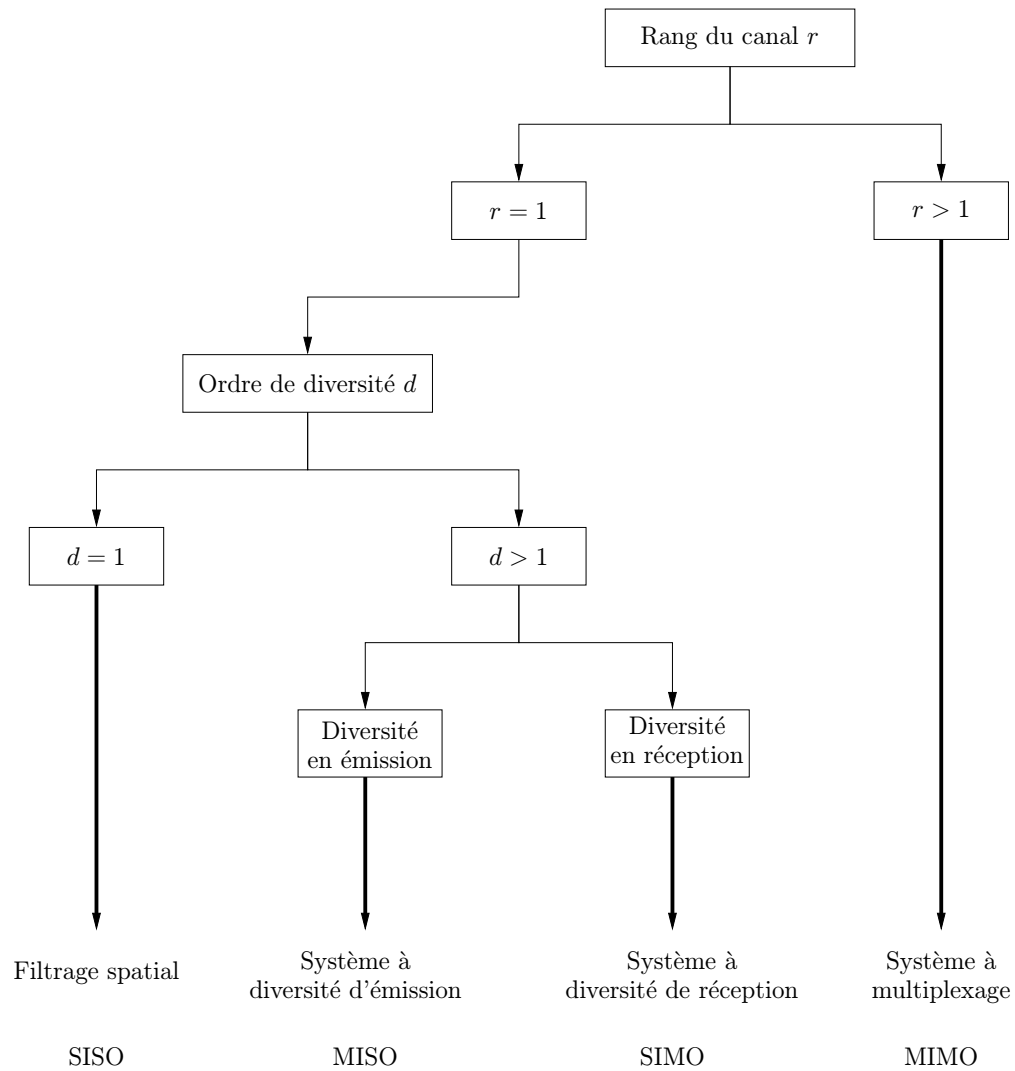
Trois scénarios peuvent être identifiés :

- Le canal offre plusieurs modes de propagation, autorisant ainsi la transmission parallèle de plusieurs flux d'information. Il est alors intéressant de déployer un système (MIMO) à multiplexage spatial.
- Le canal supporte un unique mode avec un gain de diversité non nul. Un seul réseau d'antennes, placé à l'émission (MISO) ou à la réception (SIMO) suivant l'endroit où est présente la diversité, suffit.
- Le canal ne possède qu'un unique mode dépourvu de diversité. On a alors recours à un système (SISO) à filtrage spatial. L'appellation de système SISO est trompeuse puisqu'il est tout à fait possible d'utiliser des réseaux d'antennes. La distinction ici est que le réseau éventuel est phasé et se comporte au final comme une antenne unique.

Ces trois cas de figures sont illustrés sur la figure (3.17)

**Evanouissements à petite échelle dans le domaine temporel :** Présenter les techniques de traitement des phénomènes de sélectivité et de diversité en temps sort du cadre de ce travail. On peut consulter pour cela les références [46, 47, 48]

Il est toutefois utile de se pencher sur l'association fructueuse avec les modulations à porteuses multiples. La modulation OFDM est une solution appréciée pour la communication sur canaux fortement sélectifs en fréquence car menant à des structures simples. Schématiquement, le canal est décomposé en une somme de sous-canaux plats superposés en fréquence. Le traitement séparé des dimensions spatiales et temporelle, resté en trame de fond depuis le chapitre précédent, revêt alors un sens pratique.



**Fig. 3.17:** Stratégies d'exploitation de la dimension spatiale — Multiplexage, diversité et filtrage spatial

### 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé les systèmes de communication du point de vue de la théorie de l'information. Les points suivants ont été discutés :

- l'impact de la sélectivité du milieu de propagation sur une transmission numérique, quantifié en comparant la signature statistique au second ordre du signal avec les mesures de dispersion du canal établies au chapitre précédent ;
- le comportement théorique des systèmes MIMO, avec la présentation des performances optimales attendues ainsi que des formes d'ondes correspondantes, pour différents types de connaissance du canal par le système ;
- l'application pratique de résultats issus de la théorie de l'information permettant d'identifier les environnements favorables au déploiement de systèmes MIMO et d'explicitier les notions de diversité et de multiplexage en espace.

Ce chapitre a fourni un recueil d'outils théoriques dont la maîtrise est nécessaire à la conception de schémas de transmission pour les systèmes MIMO, sujet au cœur de la prochaine partie. Globalement, les trois alternatives de traitement de la dimension spatiale sont le filtrage, la diversité et le multiplexage, ce dernier constituant la clé des débits atteints par les systèmes MIMO.

**Tab. 3.1:** Résumé des effets de sélectivité du canal sur une liaison numérique

Domaine temporel — Mesures temporelles	
$T_{\text{bloc}} < T_{\text{coh}} \equiv F_{\text{bloc}} > F_{\text{Dop}}$	$T_{\text{bloc}} > T_{\text{coh}} \equiv F_{\text{bloc}} < F_{\text{Dop}}$
$F_{\text{bloc}} < F_{\text{coh}} \equiv T_{\text{bloc}} > T_{\text{spread}}$	Canal plat en temps et en fréquence
$F_{\text{bloc}} > F_{\text{coh}} \equiv T_{\text{symb}} < T_{\text{spread}}$	Canal dispersif en fréquence et plat en temps
Canal sélectif en temps et en fréquence	
Domaine spatial — Mesures SIMO et MISO	
$D_{\text{bloc},\text{Rx}} < D_{\text{spread},\text{Rx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u \equiv K_{\text{bloc},\text{Rx}} > K_{\text{spread},\text{Rx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u$	$D_{\text{bloc},\text{Tx}} < D_{\text{cor},\text{Tx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u \equiv K_{\text{bloc},\text{Tx}} > K_{\text{spread},\text{Tx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u$
$D_{\text{bloc},\text{Rx}} > D_{\text{spread},\text{Rx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u \equiv K_{\text{bloc},\text{Rx}} < K_{\text{spread},\text{Rx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u$	$D_{\text{bloc},\text{Tx}} > D_{\text{cor},\text{Tx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u \equiv K_{\text{bloc},\text{Tx}} < K_{\text{spread},\text{Tx}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u$
Canal plat en émission et en réception	Canal sélectif en émission et non sélectif en réception
Canal sélectif en réception et non sélectif en émission	Canal sélectif en émission et en réception
Canal sélectif en émission et en réception	
Domaine spatial — Mesures MIMO	
$K_{\text{bloc},u} < K_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u \equiv D_{\text{bloc},u} > D_{\text{spread}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u$	$D_{\text{bloc},u} < D_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u \equiv K_{\text{bloc},u} > K_{\text{Dop}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u$
$K_{\text{bloc},u} > K_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u \equiv D_{\text{bloc},u} < D_{\text{spread}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u$	$D_{\text{bloc},u} > D_{\text{coh}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u \equiv K_{\text{bloc},u} < K_{\text{Dop}}(\vec{r}_o, \vec{r}_i)_u$
Canal plat en espace et en pulsation spatiale	Canal sélectif en espace et plat en pulsation spatiale
Canal plat en espace et sélectif en pulsation spatiale	Canal sélectif en espace et en pulsation spatiale

## Bibliographie

- [1] C.E. Shannon, "Communication in the presence of noise". *Proceedings of the IRE*, vol. 37, pages 10–21, 1949. [File](#).
- [2] N. Wiener, *Extrapolation, interpolation and smoothing stationary time series*. MIT Press, 1949.
- [3] A. Kotelnikov, *The theory of optimum noise immunity*. PhD thesis, Molotov Energy Institute, Moscow, 1947.
- [4] J. Wolfowitz, *Coding theorems of information theory*. Springer-Verlag, New-York, 1964.
- [5] J.M. Wozencraft et I.M. Jacobs, *Principles of communication engineering*. Wiley, New-York, 1965.
- [6] T. Kailath, "Measurements on time-variant communication channels". *IRE Transactions on Information Theory*, pages 229–236, Sep. 1962.
- [7] T. Kailath, "Time-variant communication channels". *IRE Transactions on Information Theory*, pages 233–237, Oct. 1962.
- [8] M.G. Kendall et A. Stuart, *The advanced theory of statistics*, vol. 2. MacMillan, New York, 4 ed., 1979.
- [9] H. Urkowitz, *Signal theory and random processes*. Artech House, 1983.
- [10] R.G. Gallager, *Information theory and reliable communication*. Wiley & Sons Inc., New-York, 1968.
- [11] R.V.L Hartley, "Transmission of information". *Bell Syst. Tech. Journal*, pages 535–563, Jul. 1928.
- [12] C.E. Shannon, "A mathematical theory of communication". *Bell System Tech. J.*, vol. 27, pages 379–423, 623–656, 1948. [File](#).
- [13] J.G. Proakis, *Digital communications*. Mc Graw-Hill, 3 ed., 1995.
- [14] S. Verdú, "A general formula for channel capacity". *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 1147–1157, Jul. 1994. [File](#).
- [15] L.H. Ozarow, S. Shamai Shitz et A.D Wyner, "Information-theoretic considerations for cellular mobile radio". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 359–378, May 1994. [File](#).
- [16] D. Slepian et H.O. Pollack, "Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis, and uncertainty - I". *Bell System Tech. J.*, pages 43–64, 1961.
- [17] H. Landau et H.O. Pollack, "Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis, and uncertainty - II". *Bell System Tech. J.*, pages 65–84, 1961.
- [18] H. Landau et H.O. Pollack, "Prolate spheroidal wave functions, Fourier analysis, and uncertainty - III". *Bell System Tech. J.*, pages 1295–1336, 1961.
- [19] E. Biglieri, J. Proakis et S. Shamai, "Fading channels : information-theoretic and communications aspects". *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 2619–2692, Oct. 1998. [File](#).



- [20] I.E. Telatar, “Capacity of multi-antenna Gaussian channels”. *ATT Bell Labs tech. memo.*, Jun. 1995. [File](#).
- [21] G. J. Foschini, “Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multiple antennas”. *Bell Labs Technical Journal*, pages 41–59, Autumn 1996. [File](#).
- [22] G.J. Foschini et M.J. Gans, “On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas”. *Wireless Personal Multimedia Communications*, pages 311–335, Jun. 1998. [File](#).
- [23] T.L. Marzetta et B.M. Hochwald, “Capacity of a mobile multiple-antenna communication link in Rayleigh flat fading”. *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 139–157, Jan. 1999. [File](#).
- [24] J. Bach Andersen, “Array gain and capacity for known random channels with multiple elements at both ends”. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 2172–2178, Nov. 2000.
- [25] R.A. Horn et J.C. Johnson, *Matrix analysis*. Cambridge University Press, 1990.
- [26] H.L. Van Trees, *Detection, estimation, and modulation theory*. John Wiley & Sons, New York, 1968.
- [27] T.M. Cover et J.A. Thomas, *Elements of information theory*. Wiley & Sons, 1991.
- [28] A. Edelman, *Eigenvalues and condition numbers of random matrices*. PhD thesis, MIT, 1989. [File](#).
- [29] A. Grant, “Rayleigh fading multiple-antenna channels”. *EURASIP*, pages 316–329, Mar. 2002. Special Issue on Space-Time Coding [File](#).
- [30] C. Lamy, *Communications à grande efficacité spectrale sur le canal à évanouissements*. PhD thesis, ENST Paris, 2000. [File](#).
- [31] D. Gesbert et J. Akhtar, “Breaking the barriers of Shannon’s capacity : an overview of MIMO wireless systems”. *Telenor’s journal : Telektronikk*, 2000. [File](#).
- [32] M. Godavarti, A. O. Hero et T. Marzetta, “Min-capacity of a multiple antenna wireless channel in a static Ricean fading environment”. *IEEE Transaction on Information Theory*, 2001. soumis à publication.
- [33] L. Zheng et D. Tse, “Diversity and multiplexing : A fundamental tradeoff in multiple antenna channels”. *IEEE Transaction on Information Theory*, 2002. [File](#).
- [34] P.F. Driessen et G.J. Foschini, “On the capacity formula for MIMO wireless channels : a geometric interpretation”. *IEEE Transaction on Communications*, pages 173–176, Feb. 1999. [File](#).
- [35] A. Papoulis et S. Unnikrishan Pillai, *Probability, random variables and stochastic processes*. Mac Graw Hill, 2002.
- [36] D. Chizhik, G.J. Foschini et R.A. Valenzuela, “Capacities of multi-element transmit and receive antennas : correlations and keyholes”. *Electronic Letters*, pages 1099–1100, Jun. 2000.
- [37] D. Chizhik, G.J. Foschini et R.A. Valenzuela, “Correlations, keyholes and capacities of multielement transmit and receive antennas”. *IEEE Transaction on Wireless Communications*, pages 361–368, Apr. 2002. [File](#).

- [38] D. Gesbert, H. Bölcskei, D. Gore et A. Paulraj, “MIMO wireless channels : capacity and performance prediction”. in *Proceedings of IEEE GLOBECOM*, 2000. [File](#).
- [39] L. Hanlen et M. Fu, “MIMO wireless systems : capacity limits for sparse scattering”. in *Australian Communications Theory Workshop*, 2002. [File](#).
- [40] W.C.-Y. Lee, “Effects on correlation between two mobile radio base-station antennas”. *IEEE Transaction on Communications*, pages 2114–2124, Nov. 1974.
- [41] P.B. Rapajic et D. Popescu, “Information capacity of a random signature multiple-input multiple-output channel”. *IEEE Transaction on Communications*, pages 1245–1248, Aug. 2000.
- [42] A. Scaglione, “Statistical analysis of the capacity of MIMO frequency selective Rayleigh fading channels with arbitrary numbers of inputs and outputs”. in *Proceedings of IEEE Symposium on Information Theory*, 2002. [File](#).
- [43] H. Bölcskei, D. Gesbert et A. J. Paulraj, “On the capacity of OFDM-based spatial multiplexing systems”. *IEEE Transaction on Communications*, pages 225–234, Feb. 2002. [File](#).
- [44] D.P. McNamara, M.A. Beach et P.N. Flesher, “Experimental investigation into the impact of mutual coupling on MIMO communication systems”. in *Wireless Personal Multimedia Communications*, 2001.
- [45] T. Svantesson et A. Ranheim, “Mutual coupling effects on the capacity of multielement antenna systems”. in *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2001. [File](#).
- [46] T.S. Rappaport, *Wireless communications : principles and practice*. Prentice Hall, 1996.
- [47] B. Sklar, “Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems - Part I : characterization”. *IEEE Communication Magazine*, pages 90–100, Jul. 1997. [File](#).
- [48] B. Sklar, “Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems - Part II : mitigation”. *IEEE Communication Magazine*, pages 102–109, Jul. 1997. [File](#).

## Chapitre 4

# Techniques MIMO - Etat de l'art

### Sommaire

---

<b>4.1 Introduction</b>	<b>119</b>
<b>4.2 Domaine spatial</b>	<b>120</b>
4.2.1 Information d'état du canal en réception	121
4.2.1.1 Critères de construction	121
4.2.1.2 Panorama des techniques	124
4.2.2 Emission et réception aveugles	140
4.2.2.1 Critères de construction	140
4.2.2.2 Panorama des techniques	142
4.2.3 Information d'état du canal en émission et en réception	145
4.2.3.1 Critères de construction	145
4.2.3.2 Panorama des techniques	146
<b>4.3 Domaines spatial et fréquentiel</b>	<b>150</b>
4.3.1 Critères de construction	151
4.3.2 Panorama des techniques	154
<b>4.4 Domaines spatial et temporel</b>	<b>156</b>
4.4.1 Critères de construction	157
4.4.2 Panorama des techniques	158
<b>4.5 Conclusion</b>	<b>161</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>163</b>

---

### 4.1 Introduction

L'avènement des systèmes de transmission employant des réseaux d'antennes simultanément à l'émission et à la réception a ouvert une nouvelle voie en permettant, pour la première fois dans l'histoire des radiocommunications, d'exploiter la dimension spatiale au même titre que la dimension temporelle. Il était désormais possible de multiplexer l'information en espace pour atteindre des efficacités spectrales records.

La construction des fonctions de codage et de modulation généralisent au domaine spatial les schémas de transmission classiques. Les deux mécanismes fondamentaux mis en jeu, analysés au chapitre précédent, sont la diversité et le multiplexage, respectivement associés à la robustesse et au rendement.

Constituer une base de données sur les techniques MIMO existantes est une étape indispensable lors de la conception d'un système, fournissant une boîte à outils réutilisable. Ce chapitre propose ainsi un tour d'horizon des principales techniques temps-espace recensées dans la littérature dans le courant de l'année 2001. La première partie se concentre sur l'exploitation de la dimension spatiale, les deux parties suivantes, plus succinctes, intégrant simplement les aspects de sélectivités fréquentielle et temporelle du canal de propagation. La large part accordée à l'aspect spatial se justifie par le fait que c'est de par son traitement que les systèmes MIMO généralisent l'ensemble des autres schémas de transmission.

Pour chaque cas de figure, les formes d'onde optimales en terme de capacité ou de probabilité d'erreur sont présentées. Les critères liés à la capacité ont été évoqués au chapitre précédent et seront rappelés. Les critères de robustesse sont dérivés à nouveau, accompagnés des structures de réception correspondantes.

## 4.2 Domaine spatial

Dans certaines applications bas débit, la bande passante occupée est inférieure à la bande de cohérence du canal et la durée des paquets échangés au temps de cohérence. Le canal apparaît alors plat en fréquence et statique en temps, n'offrant plus au système que la dimension spatiale à exploiter. Le modèle approprié est donné par la relation (1.6).

L'émetteur transmet l'information par paquets de  $K$  périodes temporelles successives, pour chacun desquels le message transmis  $\{\mathbf{x}(0), \dots, \mathbf{x}(K-1)\}$  et le signal reçu  $\{\mathbf{y}(0), \dots, \mathbf{y}(K-1)\}$  sont reliés par l'équation :

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}\mathbf{x}(k) + \mathbf{n}(k) \quad k = 0, \dots, K-1 \quad (4.1)$$

où  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$  est la matrice du canal. Cette expression peut être décrite de manière concise par le biais d'un formalisme vectoriel :

$$\mathbf{y} = (\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{H})\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (4.2)$$

où l'opérateur  $\otimes$  dénote le produit de Kronecker et où l'on a défini les vecteurs  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}(0)^T, \dots, \mathbf{x}(K-1)^T]^T \in \mathbb{C}^{KN_T}$ ,  $\mathbf{y} = [\mathbf{y}(0)^T, \dots, \mathbf{y}(K-1)^T]^T \in \mathbb{C}^{KN_R}$  et  $\mathbf{n} = [\mathbf{n}(0)^T, \dots, \mathbf{n}(K-1)^T]^T \in \mathbb{C}^{KN_R}$ . Dans la suite, la matrice étendue  $\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{H} \in \mathbb{C}^{KN_R \times KN_T}$  sera abusivement notée  $\mathbf{H}$ , la distinction devant être claire suivant le contexte.

Une formulation plus compacte du modèle (4.1) est obtenue en rangeant les vecteurs transmis et reçus selon les colonnes de matrices :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{N} \quad (4.3)$$

avec les matrices  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(0) \mid \dots \mid \mathbf{x}(K-1)] \in \mathbb{C}^{N_T \times K}$ ,  $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}(0) \mid \dots \mid \mathbf{y}(K-1)] \in \mathbb{C}^{N_R \times K}$ ,  $\mathbf{N} = [\mathbf{n}(0)^T \mid \dots \mid \mathbf{n}(K-1)^T] \in \mathbb{C}^{N_R \times K}$ . L'ensemble des séquences susceptibles d'être transmises forme une constellation notée  $\mathcal{X}$ , dont les propriétés vont conditionner les performances du système.

On procède à présent à l'analyse des stratégies de communication pour différents scénarios d'acquisition de la réponse du canal, *i.e.* présence ou absence de cette information en émission et en réception. La présentation débute par le cas le plus fréquemment rencontré dans un contexte sans fil.

### 4.2.1 Information d'état du canal en réception

#### 4.2.1.1 Critères de construction

**Performance en débit :** La section 3.3.2.2 nous a appris que :

- le facteur clé conditionnant le gain en débit par rapport à un canal SISO est le nombre de modes indépendants du canal, au plus égal à  $\min(N_T, N_R)$  ;
- les composantes des signaux capables d'atteindre la capacité du canal sont indépendantes et identiquement distribuées (exploitation équitable des modes de propagation) selon une loi gaussienne (limitation en puissance d'émission).

**Performances en probabilité d'erreur :** Le signal transmis est filtré par le milieu de propagation et perturbé par un bruit additif gaussien supposé spatialement blanc,  $\mathbf{n} \sim \mathcal{CN}(0, P_n \mathbf{I}_{N_R})$ . La probabilité d'émettre  $\mathbf{x}$  et de recevoir  $\mathbf{y}$ , conditionnée à la connaissance de la réponse du canal, suit donc la distribution gaussienne :

$$p_{\mathbf{y}|\mathbf{x}, \mathbf{H}}(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \mathbf{H}) = \frac{\exp \left[ -(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})^H (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}) \right]}{\pi^{KN_R} P_n}$$

ou de manière équivalente :

$$p_{\mathbf{Y}|\mathbf{X}, \mathbf{H}}(\mathbf{Y}, \mathbf{X}, \mathbf{H}) = \frac{\exp \left( -\|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{X}\|_F^2 \right)}{\pi^{KN_R} P_n}$$

Le récepteur optimal recherche le signal  $\mathbf{X}$ , parmi l'ensemble  $\mathcal{X}$ , minimisant la probabilité d'erreur. En supposant l'équiprobabilité des signaux transmis, cette opération revient à maximiser la fonction de vraisemblance  $p_{\mathbf{Y}|\mathbf{X}, \mathbf{H}}$ . Le critère de décision associé est alors appelé critère du maximum de vraisemblance (ML — Maximum Likelihood) et le signal résultant  $\hat{\mathbf{X}}_{\text{ML}}$  solution de :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_{\text{ML}} &= \arg \max_{\mathbf{X}_l \in \mathcal{X}} p_{\mathbf{Y}|\mathbf{X}_l, \mathbf{H}}(\mathbf{Y}, \mathbf{X}_l, \mathbf{H}) \\ &= \arg \min_{\mathbf{X}_l \in \mathcal{X}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{X}_l\|_F^2 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Le problème (4.4) est généralement trop complexe à cause du calcul direct de la probabilité d'erreur totale. On peut alors avoir recours à l'analyse de la probabilité d'erreur entre paires de signaux  $\{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2\}$ , laquelle donne une indication sur la probabilité d'erreur totale par l'intermédiaire du théorème de l'union<sup>1</sup>. La probabilité de décider  $\mathbf{X}_2$  alors que  $\mathbf{X}_1$  a été émis équivaut à :

$$\begin{aligned} P_{\mathbf{X}_2|\mathbf{X}_1, \mathbf{H}}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1, \mathbf{H}) &= P_{\mathbf{N}}(\|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{X}_2\|_F \leq \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{X}_1\|_F) \\ &= P_{\mathbf{N}}\left[\operatorname{Re} \operatorname{tr}(\mathbf{H}(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)\mathbf{N}^H) \leq -\frac{1}{2}\|\mathbf{H}(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)\|_F^2\right] \end{aligned} \quad (4.5)$$

La variable aléatoire réelle  $\operatorname{Re} \operatorname{tr}(\mathbf{H}(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)\mathbf{N}^H)$  résulte de la somme pondérée des éléments de la matrice de bruit  $\mathbf{N}$ . Puisque la combinaison linéaire de variables gaussiennes centrées, indépendantes et identiquement distribuées est elle-même une variable gaussienne centrée, de variance proportionnelle à la somme des carrés des coefficients de pondération, on en déduit que  $\operatorname{Re} \operatorname{tr}(\mathbf{H}(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)\mathbf{N}^H) \sim \mathcal{N}(0, \|\mathbf{H}(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)\|_F^2 P_n/2)$ . De cette observation s'ensuit que l'équation (4.5) est une simple intégration sur la queue d'une fonction gaussienne, dont la valeur est donnée par :

$$P_{\mathbf{X}_2|\mathbf{X}_1, \mathbf{H}}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1, \mathbf{H}) = Q\left(\sqrt{\frac{\|\mathbf{H}(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)\|_F^2}{2P_n}}\right) \quad (4.6)$$

avec  $Q(x) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_x^\infty \exp(-u^2/2) du$ .

En invoquant l'inégalité de Chernoff,  $Q(x) \leq \exp(-x^2/2)$ , la relation précédente se trouve bornée par :

$$P_{\mathbf{X}_2|\mathbf{X}_1, \mathbf{H}}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1, \mathbf{H}) \leq \exp\left[-\frac{1}{4P_n} \|\mathbf{H}(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)\|_F^2\right]$$

Il reste finalement à moyenner cette probabilité d'erreur par paire sur la statistique des évanouissements du canal :

$$P_{\mathbf{X}_2|\mathbf{X}_1}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1) = E_{\mathbf{H}}\{P_{\mathbf{X}_2|\mathbf{X}_1, \mathbf{H}}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1, \mathbf{H})\} \quad (4.7)$$

La matrice  $\mathbf{H}$  n'intervient plus directement mais apparaît au travers de la matrice de corrélation  $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$ . Dans le cas idéal où les évanouissements sont indépendants et identiquement distribués suivant une loi gaussienne, et où l'espacement entre antennes est supérieur à la distance de cohérence, les éléments de la matrice  $\mathbf{H}$  sont raisonnablement modélisés par des variables gaussiennes indépendantes et identiquement distribuées. Les lignes de  $\mathbf{H}$  étant indépendantes, la matrice  $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$  suit une loi de distribution de Wishart,

<sup>1</sup>Théorème de l'union : la probabilité d'erreur est majorée par la borne :

$$P_e \leq \sum_{i_1 \neq i_2} w(x_{i_1}, x_{i_2}) P_{x_{i_2}|x_{i_1}}(x_{i_2}, x_{i_1}) P_{x_{i_1}}(x_{i_1})$$

où  $w(x_{i_1}, x_{i_2})$  est le poids de la décision erronée de  $x_{i_2}$  à la place de  $x_{i_1}$ .

$\mathbf{H}^H \mathbf{H} \sim \mathcal{CW}_{N_T}(N_R, \mathbf{I}_{N_T})$ , dont les propriétés mathématiques connues analytiquement permettent de montrer que :

$$P_{\mathbf{X}_2|\mathbf{X}_1}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1) \leq \frac{1}{2 \det \left[ \mathbf{I}_{N_T} + \frac{1}{4P_n}(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)^H \right]^{N_R}} \quad (4.8)$$

La probabilité d'erreur par paire  $P_{\mathbf{X}_2|\mathbf{X}_1}$  se présente donc, en toute logique, comme une fonction décroissante de la distance  $\|\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1\|$ . Afin d'obtenir une meilleure compréhension des mécanismes en jeu, il se révèle intéressant d'examiner cette borne en fonction du spectre de la matrice de corrélation du signal d'erreur. En développant  $(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)^H$  en valeurs propres, on obtient :

$$P_{\mathbf{X}_2|\mathbf{X}_1}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1) \leq \frac{1}{2} \left[ \prod_{k=1}^r \left( 1 + \frac{\lambda_k}{4P_n} \right) \right]^{-N_R} \quad (4.9)$$

où l'entier  $r \leq N_T$  désigne le rang de la matrice de corrélation  $(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)^H$  et  $\{\lambda_n\}_{n=1}^r$  ses valeurs propres, réelles positives par construction.

Pour les forts SNR, l'équation (4.9) se simplifie en :

$$P_{\mathbf{X}_2|\mathbf{X}_1}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1) \leq \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{r \prod_{k=1}^r \lambda_k}}{4P_n} \right)^{-rN_R} \quad (4.10)$$

On observe que la structure du signal émis influe sur la probabilité d'erreur à deux niveaux. Plus précisément, la borne (4.10) se comporte comme  $(\beta_c/4P_n)^{-\beta_d}$ , avec :

$$\begin{aligned} \beta_d &= rN_R = \text{rang}[(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)^H]N_R \\ \beta_c &= (\prod_{n=1}^r \lambda_n)^{1/r} = \det_+[(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)^H]^{1/r} \end{aligned} \quad (4.11)$$

où  $\det_+(A)$  dénote le produit des valeurs propres strictement positives de la matrice  $A$ .

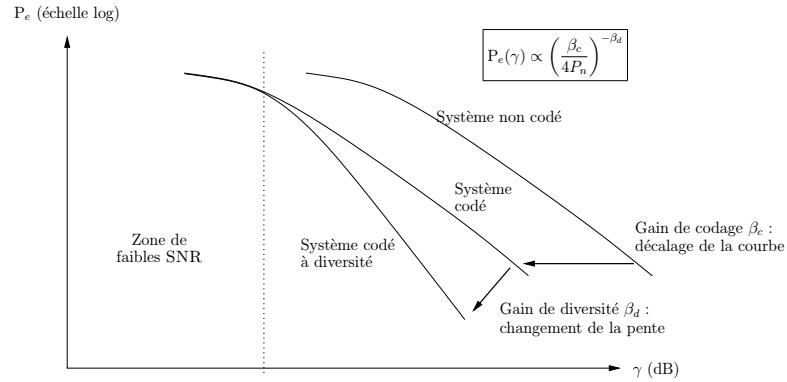
Les termes  $\beta_d$  et  $\beta_c$  sont respectivement dénommés gains de diversité et de codage :

**Gain de diversité :** Le gain de diversité décrit la décroissance exponentielle de la probabilité d'erreur en fonction du SNR. Le gain maximal de diversité est quantifié en recherchant le minimum de  $\beta_d$  sur l'ensemble des mots de code.

**Gain de codage :** Le gain de codage se traduit par un décalage de la courbe de performances en fonction du SNR. Il mesure grossièrement le gain apporté par le codage par rapport à un système non codé opérant avec le même gain de diversité.

Les relations (4.11) font en outre apparaître que les performances en taux d'erreur sont fonctions de la matrice de corrélation du signal d'erreur,  $(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)^H \in \mathbb{C}^{N_T \times N_T}$ , impliquant que l'intégralité des gains de codage et de diversité sont réalisables pour une longueur de trame émise  $K \leq N_T$ .

La figure (4.1) illustre le rôle de ces deux termes. Le gain de diversité, apparaissant en exposant dans l'équation (4.10), est prioritaire, en régime fort SNR, sur le gain de



**Fig. 4.1:** Gains de diversité et de codage — Influence sur les performances en probabilité d'erreur

codage dont la contribution se réduit à un facteur multiplicatif. L'importance relative de ces deux grandeurs dans la zone à faible SNR, en supposant qu'elles soient définies, est mal connue et, dans tous les cas, ne peut être quantifiée à partir de l'expression (4.10) valide pour les forts SNR.

En résumé, l'optimisation relative des critères de performances (4.11) fournit une méthode de construction des modulations temps-espace. En particulier, les signaux développés pour des applications privilégiant la robustesse doivent avant tout maximiser  $\beta_d$ , puis secondairement  $\beta_c$ . Dans ce cas précis, la procédure de recherche est simplifiée puisqu'il suffit de chercher une constellation dont la distance minimale entre deux points quelconques est non nulle :

$$d_{\min} = \min_{\mathbf{X}_i \neq \mathbf{X}_j} \det [(\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j)(\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j)^H] > 0 \quad (4.12)$$

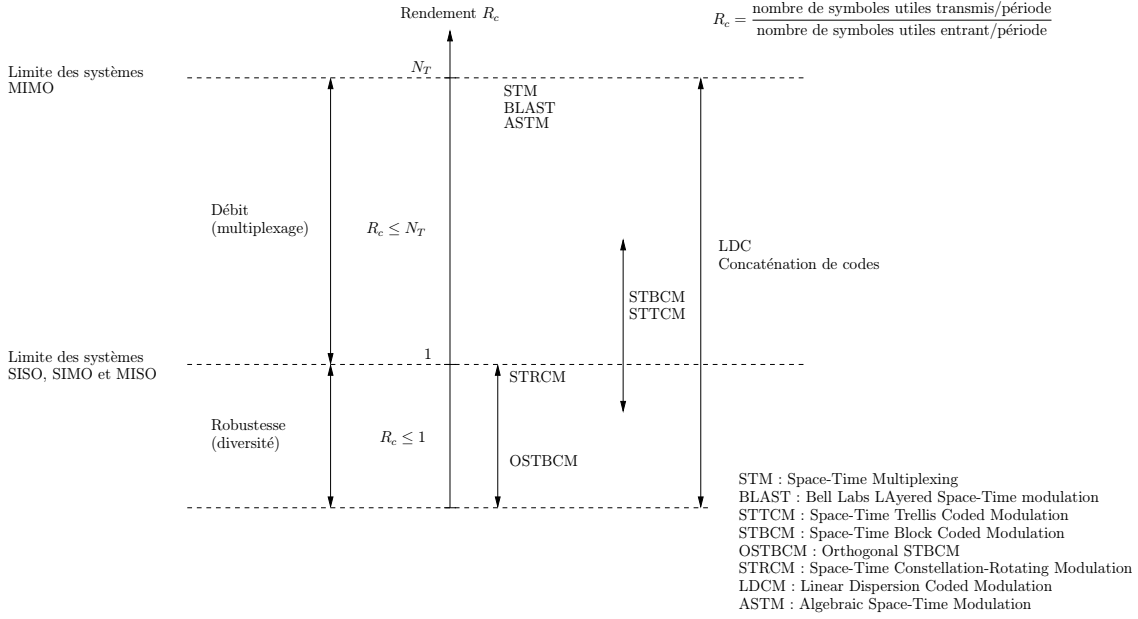
#### 4.2.1.2 Panorama des techniques

L'ordre de présentation essaye de suivre la chronologie d'apparition des techniques. La figure (4.2) donne un premier aperçu sur les techniques qui vont être abordées.

**Multiplexage temps-espace :** Le principe du multiplexage est l'agencement sans redondance en temps et en espace d'une séquence d'information, l'opération mathématique associée s'apparentant à une fonction d'entrelacement temps-espace. Le système transmet alors  $N_T$  symboles utiles à chaque période temporelle.

Le point de départ de cette branche remonte aux travaux fondateurs des Bell Labs [1] qui ont débouché sur l'architecture DBLAST (Diagonal Bell Labs Layered Space-Time), dénomination explicitée plus loin. La motivation première de ce groupe était la conception d'une méthode permettant d'appliquer les techniques de codage classiques au canal MIMO, contournant par la même l'épineux problème de la construction de codes temps-espace. D'autres techniques ont depuis vu le jour, se classant en trois catégories distinctes présentées sur la figure (4.3).





**Fig. 4.2:** Classification des techniques de codage et de modulation temps-espace

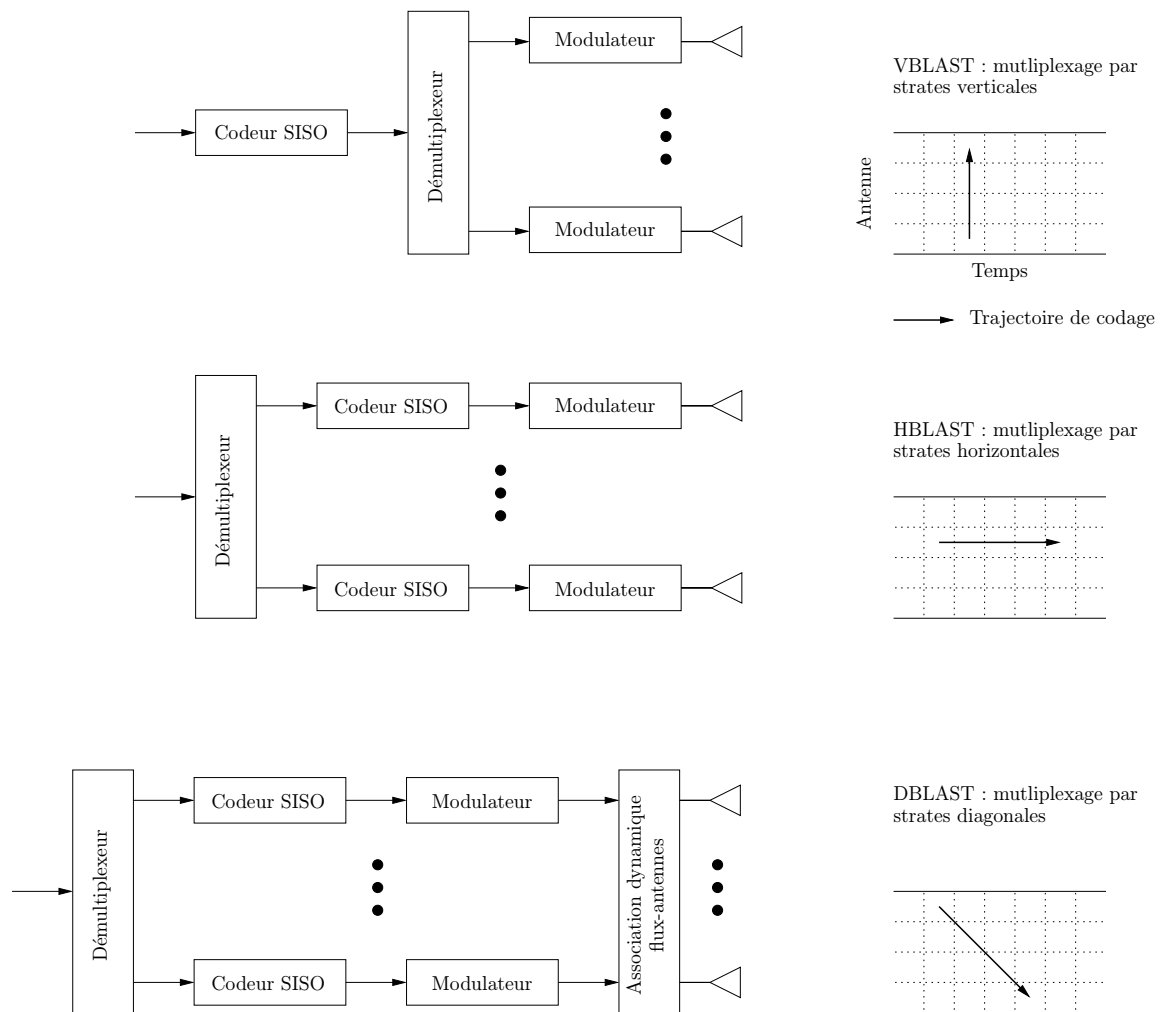
Revenons à la modulation DBLAST. En émission, le flot de données est démultiplexé en  $N_T$  voies, traitée chacune par un codeur propre, les flux résultants étant ensuite affectés aux antennes de transmission selon un ordre variant périodiquement par permutation circulaire. Cette allocation, conférant au signal une structure diagonale en temps et en espace d'où est tiré le nom DBLAST, a pour but d'assurer la répartition équitable de l'information sur le canal MIMO.

Le principe de base gouvernant la réception repose sur l'annulation d'interférence. Le procédé, illustré au bas de la figure (4.4), s'inspire de la structure en strates du signal, décrivant ainsi une trajectoire diagonale sur la grille temps-espace des symboles transmis par intervalle temporel et par antenne. Les couches sont décodées successivement en supposant que la contribution des couches précédemment décodées a été soustraite du signal et que l'interférence due aux couches non décodées a été parfaitement annulée. Par exemple, le traitement appliqué avant décision au signal transmis, à un instant donné, par l'antenne  $k$  comporte deux phases :

- soustraction de la contribution des symboles transmis par les antennes  $1, \dots, k-1$  détectés lors des itérations précédentes,
- élimination des symboles transmis par les antennes  $k+1, \dots, N_T$  décodés lors d'itérations ultérieures par projection du signal sur l'espace orthogonal à l'espace décrit par les antennes  $k+1, \dots, N_T$ .

D'un point de vue mathématique, la méthode de décodage DBLAST s'identifie à une factorisation  $QR$  de la matrice du canal :

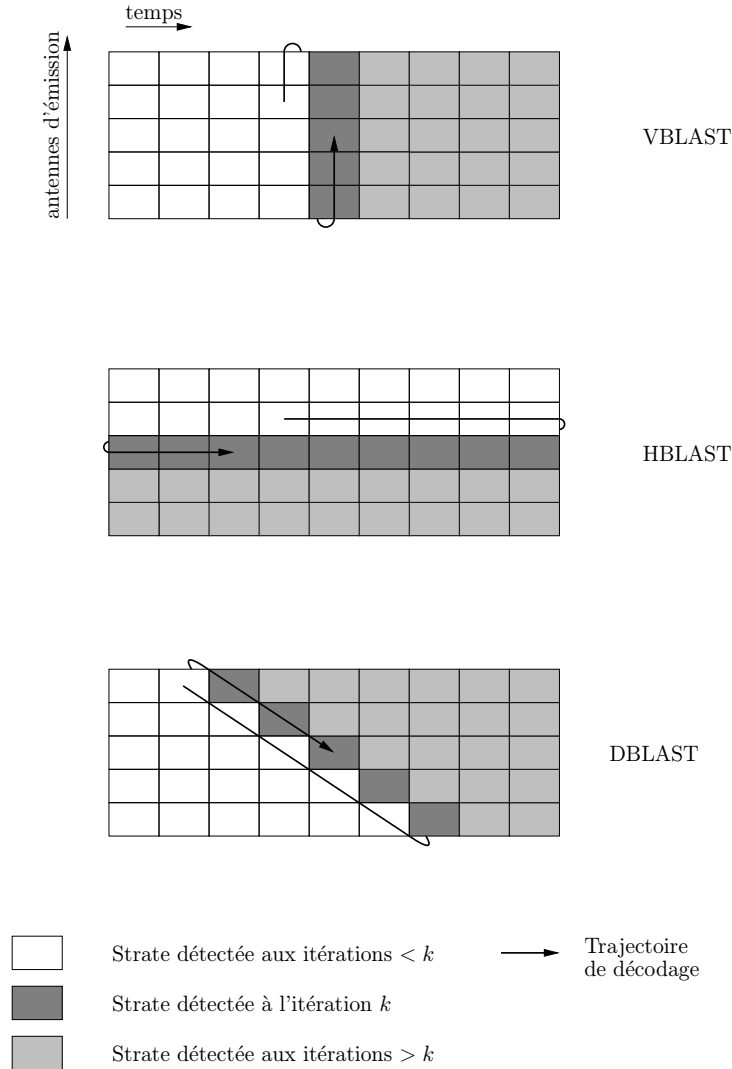
$$\mathbf{H} = \mathbf{Q}\mathbf{R}$$



**Fig. 4.3:** Schémas de modulation BLAST

où  $\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_R}$  est une matrice unitaire et  $\mathbf{R} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$  une matrice triangulaire inférieure.

Le bon fonctionnement de ce type de transmission nécessite l'existence de  $N_T$  modes propres,  $\text{rang}(\mathbf{H}) = N_T$ , impliquant nécessairement un nombre d'antennes de réception supérieur ou égal au nombre d'antennes d'émission. Lorsque l'interaction du signal avec l'environnement n'est plus suffisamment riche ou que l'espacement inter-éléments au sein des réseaux est trop faible, la structure de la matrice du canal  $\mathbf{H}$  devient déficiente et l'opération d'annulation d'interférence échoue à séparer les signaux, entraînant l'apparition d'erreur.

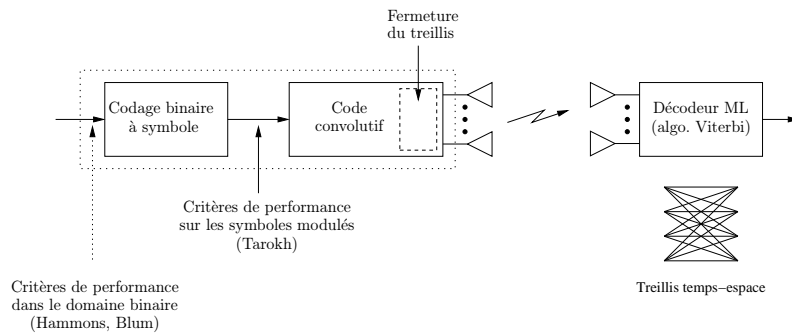


**Fig. 4.4:** Schémas de démodulation BLAST

La complexité du récepteur DBLAST, due à l'entrelacement diagonal en temps et en espace, nécessite l'implantation d'algorithmes de détection performants tels que le décodage par sphère [2]. La technique VBLAST (Vertical BLAST), où l'assignement des flux codés aux antennes est figé, constitue une autre solution [3]. En réception, le décodage par strate n'est plus nécessaire puisqu'il n'y a plus d'effet mémoire entre les signaux transmis à différents instants. Plusieurs techniques de réception ont été proposées. En remarquant l'analogie forte avec les systèmes de communication à accès multiple, Foschini [4] propose un algorithme de détection multi-utilisateur basé sur l'annulation d'interférence. La méthode présentée repose l'annulation série avec ordonnancement optimal des signaux, *i.e.* le signal le plus fort est détecté à chaque itération et sa contribution soustraite du signal. En observant que l'étape de classement des signaux consomme la majeure partie du temps de traitement, Hassibi [5] expose un algorithme allégeant cette tâche.

VBLAST supporte le même débit que DBLAST et souffre de la même contrainte sur le rang du canal. Cependant, les performances en taux d'erreur sont nécessairement moins bonnes du fait que VBLAST n'exploite pas la dimension temporelle du canal. Plusieurs travaux ont étudié l'influence du motif d'entrelacement, ainsi que son interaction avec le code appliqué et l'algorithme de décodage associé [6, 7, 8].

**Modulations codées en treillis temps-espace :** Les modulations codées en treillis temps-espace STTCM (STTCM — Space Time Trellis Coded Modulation) se présentent comme une généralisation au cas MIMO des modulations codées en treillis développées pour le canal SISO. L'émetteur est constitué d'une batterie de registres à décalage et de fonctions algébriques générant un mot de code de  $N_T$  symboles transmis simultanément par le réseau d'émission. Le récepteur utilise communément un algorithme de Viterbi pour rechercher le chemin avec la métrique la plus faible, *i.e.* le plus probable.



**Fig. 4.5:** Modulations codées en treillis temps-espace

Les modulations STTC se comportent bien sur les canaux variant lentement dans le temps mais souffrent de la complexité de décodage. Il existe un compromis fondamental entre le débit, l'ordre de diversité, la taille de la constellation et la complexité du treillis. Tarokh [9] montre en effet que, pour un ordre de diversité spatiale  $rN_R$ , une constellation

de taille  $2^b$ , le débit de transmission est borné par :

$$R \leq \frac{\log A_{2^{bK}}(N_T, r)}{K}$$

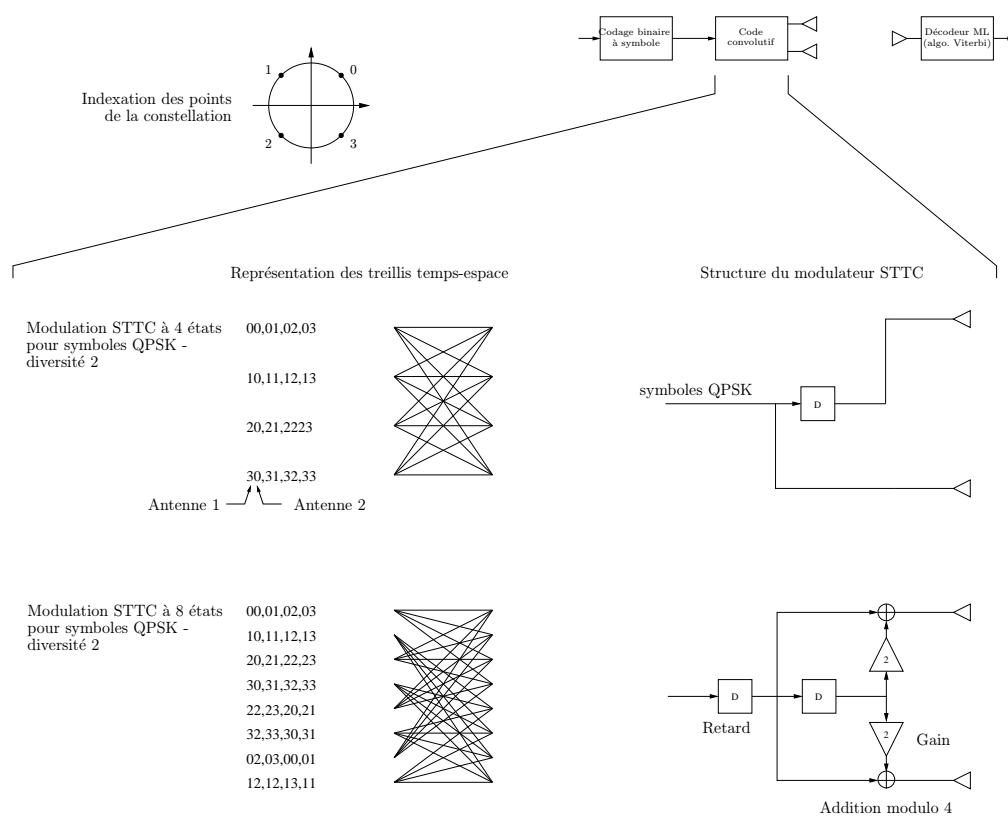
où  $A_{2^{bK}}$  est le nombre maximal de mots de code de longueur  $N_T$  et de distance de Hamming minimale  $r$  définie sur un alphabet à  $2^{bK}$  éléments. Un résultat immédiat est qu'une STTCM à diversité spatiale maximale  $N_T N_R$  atteint un débit d'au plus  $b$  bit/s/Hz. Une autre conséquence est que la longueur de contrainte d'une STTCM de diversité  $r$  est supérieure ou égale à  $r - 1$  et la complexité du treillis est au moins  $2^{b(r-1)}$ .

Depuis l'article fondateur [9], la plupart des constructions de codes temps-espace repose sur les critères de gain de diversité et de gain de codage obtenus en analysant la probabilité d'erreur par paire [9, 10]. On remarquera qu'il est nécessaire d'assurer la fermeture du treillis afin d'être en mesure de les traiter sous la forme d'un code en bloc.

Plusieurs treillis, maximisant la diversité spatiale et possédant un certain gain de codage, sont construits de manière empirique par Tarokh [9] pour un réseau d'émission à deux antennes (cf. figure 4.6). En s'inspirant de ce travail, Grimm [11] introduit la notion de symétrie de zéros et généralise les constructions pour  $N_T > 2$ . Cette propriété, suffisante pour garantir le rang plein, permet de restreindre le domaine de recherche. Grimm présente également une liste de modulations STTC optimales à faible longueur de contrainte qui maximisent la diversité et possèdent de meilleurs gains de codage ( $N_T = 2, 3, 5$  pour BPSK et  $N_T = 2$  pour QPSK). Plus récemment, une recherche informatique exhaustive similaire a été menée par Baro [12] pour des treillis de faible longueur de contrainte avec  $N_T = 2$  et une modulation QPSK. Les distances produites calculées par Baro sont en accord avec Grimm mais sont obtenues avec d'autres codes, démontrant ainsi la multiplicité des codes optimaux. Ionescu [13] a obtenu des STTCM améliorées à 8 et 16 états, pour  $N_T = 2$  et une modulation QPSK, à partir d'un critère de distance modifié. De même, Yuan [14] a dérivé des critères de construction améliorés en utilisant une borne plus fidèle sur la fonction  $Q(\cdot)$  lors du calcul de la probabilité d'erreur et obtient par la même de meilleurs codes.

Les performances en probabilité d'erreur des STTCM utilisant des modulations codées en treillis conventionnelles sont largement dégradées lorsque le treillis possède des branches parallèles. Les TCM multiples [15, 16] lèvent cette limitation en débit en autorisant les branches parallèles dans le treillis tout en maximisant l'ordre de diversité. Lin [17] étend ces travaux pour les canaux MIMO quasi statiques et propose des méthodes de construction systématiques.

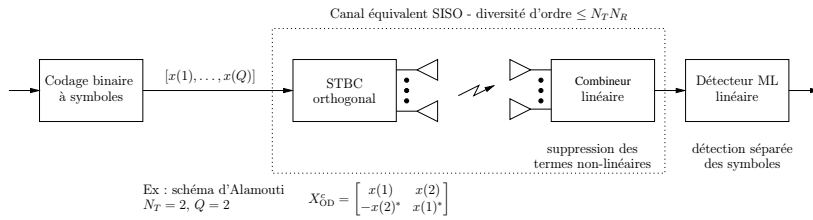
Au-delà des schémas précédents spécifiques, la mise au point de méthodes de construction systématique reste un problème ouvert. Le principal obstacle réside dans le fait que les critères de performance des techniques temps-espace sont définis dans le corps des nombres complexes, alors que les techniques de codage classiques sont généralement établies sur des corps ou des anneaux finis. Or, le transfert de certaines opérations semble relativement difficile. Un premier pas essentiel est dû à Hammons [18] qui présente un critère de rang binaire pour les modulations BPSK et QPSK assurant la diversité pleine. Cette théorie a été prolongée par Blum [19] et Yan [20] aux constellations QAM d'ordre supérieur (QAM — Quadrature Amplitude Modulation).



**Fig. 4.6:** Exemples de modulations temps-espace codées en treillis (Tarokh) pour un système MIMO à 2 antennes d'émission

Un point crucial est le comportement des modulations codées STTC dans des conditions d'opérations réalistes. Tarokh et Naguib [21, 22] étudient par exemple les effets des erreurs d'estimation du canal sur les performances des codes temps-espace et proposent des méthodes d'acquisition, basées sur l'insertion de séquences d'entraînement connues. Fitz [23] présente les performances des STTCM sur un canal MIMO corrélé en espace en proposant une analyse originale de la probabilité d'erreur par paire.

**Modulations codées temps-espace en bloc orthogonales :** La complexité de décodage des STTCM a jusqu'à présent freiné leur expansion. C'est en cherchant à résoudre ce problème qu'Alamouti [24] a découvert une technique de transmission utilisant deux antennes à l'émission et permettant un décodage au sens du maximum de vraisemblance linéaire. Parallèlement, Stoica [25] a abouti au même résultat en cherchant à maximiser le SNR et à assurer le découplage des symboles transmis en réception. Le principe sous-jacent consiste à imposer une structure orthogonale particulière aux points de la constellation afin d'éliminer les termes croisés non linéaires apparaissant dans le développement de la métrique de la probabilité d'erreur et simplifier ainsi le décodeur ML.



**Fig. 4.7:** Modulations codées en bloc orthogonales temps-espace

La généralisation du schéma d'Alamouti à un nombre d'antennes d'émission quelconque a été étudiée, dans le cadre de la théorie des motifs orthogonaux, par Tarokh [26, 27] et a engendré la famille des modulations codées temps-espace orthogonales (OSTBCM — Orthogonal Space Time Block Coded Modulation). Un motif orthogonal (OD — Orthogonal Design) de dimension  $N_T$  est défini par une matrice orthogonale  $\mathbf{X}_{\text{OD}} \in \mathbb{C}^{N_T \times N_T}$  peuplée par les variables  $\{x(n)\}_{n=1}^{N_T}$  de telle sorte que :

$$\det(\mathbf{X}_{\text{OD}}^H \mathbf{X}_{\text{OD}}) = \left( \sum_{n=1}^{N_T} |x(n)|^2 \right)^{N_T} \quad (4.13)$$

On distinguera les motifs orthogonaux réels, qui utilisent des variables réelles et leurs opposées  $\{\pm x(n)\}_n$ , des motifs orthogonaux complexes qui manipulent des variables complexes et leurs symétriques  $\{\pm x(n), \pm x(n)^*\}_n$ . Les motifs orthogonaux réels sont restreints aux dimensions 2, 4 et 8, résultat issu de la théorie de Hurwitz-Radon. En fait, ces trois motifs s'identifient respectivement aux nombres complexes, aux quaternions et aux octonions :

$$\mathbf{X}_{\text{OD}(2)} = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) \\ -x(2) & x(1) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_{\text{OD}(4)} = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & x(3) & x(4) \\ -x(2) & x(1) & -x(4) & x(3) \\ -x(3) & x(4) & x(1) & -x(2) \\ -x(4) & -x(3) & x(2) & x(1) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_{\text{OD}(8)} = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & x(3) & x(4) & x(5) & x(6) & x(7) & x(8) \\ -x(2) & x(1) & -x(4) & x(3) & x(6) & -x(5) & -x(8) & x(7) \\ -x(3) & x(4) & x(1) & -x(2) & x(7) & x(8) & -x(5) & -x(6) \\ -x(4) & -x(3) & x(2) & x(1) & x(8) & -x(7) & x(6) & -x(5) \\ -x(5) & -x(6) & -x(7) & -x(8) & x(1) & x(2) & x(3) & x(4) \\ -x(6) & x(5) & -x(8) & x(7) & -x(2) & x(1) & -x(4) & x(3) \\ -x(7) & x(8) & x(5) & -x(6) & -x(3) & x(4) & x(1) & -x(2) \\ -x(8) & -x(7) & x(6) & x(5) & -x(4) & -x(3) & x(2) & x(1) \end{bmatrix}$$

avec  $x(n) \in \mathbb{R}$ ,  $n = 1, \dots, 8$ .

Il est possible d'introduire un prétraitement linéaire en relâchant la contrainte (4.13) mais cette solution ne conduit pas à de nouveaux motifs orthogonaux réels pour  $N_T \neq 2, 4$  ou 8. Dans ce but, Tarokh [27] envisage l'extension à des matrices orthogonales rectangulaires en remarquant qu'il suffit de conserver la propriété d'orthogonalité des colonnes. Par analogie, un motif orthogonal généralisé de dimension  $N_T$  est défini par une matrice  $\mathbf{X}_{\text{GOD}} \in \mathbb{C}^{K \times N_T}$ , avec  $K$  la durée d'un bloc mesurée en période symbole, vérifiant le critère d'orthogonalité :

$$\det(\mathbf{X}_{\text{GOD}}^H \mathbf{X}_{\text{GOD}}) = \left( \sum_{n=1}^Q |x(n)|^2 \right)^{N_T} \quad (4.14)$$

où  $\{\pm x(1), \dots, \pm x(Q)\}$  sont les  $Q$  symboles transmis par bloc. On montre par construction que les motifs réels généralisés existent quel que soit le rendement  $R_c \leq 1$  et le nombre d'antennes  $N_T$ , la durée  $K$  de chaque bloc devant être minimisée pour réduire le délai de décodage [27]. En particulier, l'expression de  $K$  en fonction du nombre d'antennes  $N_T \leq 8$  est établie dans le cas  $R_c = 1$ .

Le passage vers le corps des nombres complexes se fait naturellement mais les résultats ne s'étendent pas. Ainsi, les motifs complexes orthogonaux n'existent que pour la dimension 2, preuve obtenue par extension de la théorie d'Hurwitz-Radon au cas complexe. Cette exception correspond au schéma d'Alamouti :

$$\mathbf{X}_{\text{OD}}^c = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) \\ -x(2)^* & x(1)^* \end{bmatrix}$$

Une preuve constructive de l'existence des motifs orthogonaux complexes, pour un rendement  $R_c \leq 0.5$  et pour un nombre quelconque d'antennes d'émission, est donnée



dans la référence [27]. Un exemple de code est le suivant :

$$\mathbf{X}_{\text{GOD}}^c = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & x(3) \\ -x(2) & x(1) & -x(4) \\ -x(3) & x(4) & x(1) \\ -x(4) & -x(3) & x(2) \\ x(1)^* & x(2)^* & x(3)^* \\ -x(2)^* & x(1)^* & -x(4)^* \\ -x(3)^* & x(4)^* & x(1)^* \\ -x(4)^* & -x(3)^* & x(2)^* \end{bmatrix}$$

La question de l'existence pour un rendement quelconque supérieur à 0.5 n'est pas résolue. Tarokh [27] donne quelques exemples de codes à rendement dépassant ce seuil, comme les deux constellations ci-dessous obtenues en se fondant sur la théorie des motifs amicaux [28] :

$$\mathbf{X}_{\text{GOD}}^c = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & \frac{x(3)}{\sqrt{2}} \\ -x(2)^* & x(1)^* & \frac{x(3)}{\sqrt{2}} \\ \frac{x(3)^*}{\sqrt{2}} & \frac{x(3)^*}{\sqrt{2}} & \frac{-x(1)+x(1)^*+x(2)-x(2)^*}{2} \\ \frac{x(3)^*}{\sqrt{2}} & \frac{-x(3)^*}{\sqrt{2}} & \frac{-x(2)+x(2)^*+x(1)-x(1)^*}{2} \end{bmatrix}$$

et :

$$\mathbf{X}_{\text{GOD}}^c = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & \frac{x(3)}{\sqrt{2}} & \frac{x(3)}{\sqrt{2}} \\ -x(2)^* & x(1)^* & \frac{x(3)}{\sqrt{2}} & \frac{x(3)}{\sqrt{2}} \\ \frac{x(3)^*}{\sqrt{2}} & \frac{x(3)^*}{\sqrt{2}} & \frac{-x(1)-x(1)^*+x(2)-x(2)^*}{2} & \frac{-x(2)-x(2)^*+x(1)-x(1)^*}{2} \\ \frac{x(3)^*}{\sqrt{2}} & \frac{-x(3)^*}{\sqrt{2}} & \frac{x(2)+x(2)^*+x(1)-x(1)^*}{2} & \frac{-x(1)-x(1)^*+x(2)-x(2)^*}{2} \end{bmatrix}$$

Les motifs orthogonaux admettent une interprétation physique intéressante : les diagrammes de rayonnement sont orthogonaux à chaque intervalle de temps, et, simultanément, les séquences transmises par les différentes antennes sont orthogonales [29].

Les modulations codées orthogonales maximisent le gain de diversité spatiale et n'offrent pas de gain de codage, cela peut être vu à partir de leur définition. Elles ont pour effet de convertir le canal MIMO en un canal SISO et introduisent ainsi des pertes en terme de débit dès lors que le rang du canal est supérieur à l'unité [30]. Ces modulations OSTBC sont donc adaptées aux applications où la robustesse est recherchée, au détriment du débit. Des approches alternatives basées sur une relaxation de la condition d'orthogonalité ont conduit aux modulations quasi-orthogonales [31, 32].

**Modulations codées temps-espace à diversité maximale :** Les modulations OSTBC exploitent la diversité spatiale du canal de manière optimale mais la contrainte de décodage ML linéaire les condamne à un nombre restreint de dimensions. En relâchant

cette condition, il devient possible de concevoir, avec une grande flexibilité, des modulations à diversité maximale pour des nombres quelconques d'antennes d'émission et de réception.

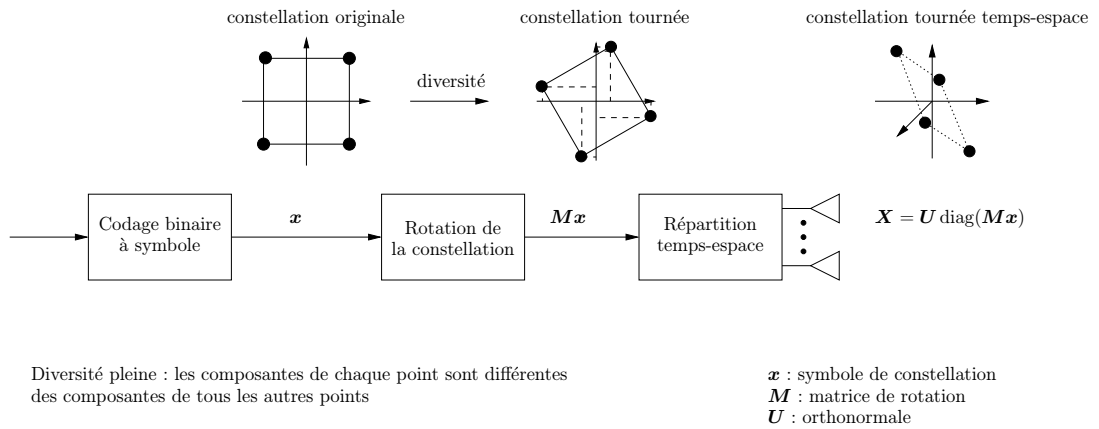
La famille des modulations codées à constellations tournées (STCRM — Space Time Constellation Rotating Modulation) a été obtenue en observant que ce type de modulations, initialement proposé pour les canaux de Rayleigh à évanouissements rapides [33], répond à des critères proches de ceux établis pour le canal MIMO quasi statique. L'idée sous-jacente aux constellations tournées [34] repose sur le fait que, si les composantes d'un point d'une constellation donnée sont différentes des composantes des autres points, alors des évanouissements indépendants sur chacune des composantes n'empêchent pas la détection de ce point, à l'exception du cas où toutes les composantes sont profondément affectées. Une constellation est dite à diversité pleine lorsque tous les points vérifient cette propriété. La robustesse face aux évanouissements est mesurée par la distance produit minimale entre les points.

La première généralisation, pour des modulations réelles, des constellations tournées à un réseau d'antennes en émission est due à Da Silva [35]. Giannakis [36] établit plus tard l'existence de rotations complexes à diversité maximale pour un nombre quelconque d'antennes.

Les modulations STCR (cf. figure (4.8)) projettent un vecteur de symboles  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_T}$  sur une constellation tournée, puis répartissent la constellation en temps et en espace selon :

$$\mathbf{X} = \mathbf{U} \text{diag}(\mathbf{M}\mathbf{x}) \quad (4.15)$$

où  $\mathbf{M} \in \mathbb{C}^{N_T \times N_T}$  est une matrice de rotation et  $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{N_T \times N_T}$  une matrice orthonormale. La matrice  $\mathbf{U}$  n'affecte pas la probabilité d'erreur, *i.e.*  $\mathbf{H}\mathbf{U} \sim \mathbf{H}$ , et peut être employée, par exemple, pour gommer les pics de puissance. Le choix de la matrice de rotation  $\mathbf{M}$ , optimal au sens de la diversité, est une matrice maximisant la distance produit minimale.



**Fig. 4.8:** Modulations codées temps-espace à constellation tournée

En utilisant le fait que le déterminant d'un produit de matrices est égal au produit de déterminants individuels et que le déterminant d'une matrice orthonormale est égal à l'unité, on montre que la distance produit minimale de la modulation s'écrit :

$$\begin{aligned} d_{\min} &= \min_{i \neq j} |\det \text{diag} [\mathbf{M}(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)]|^2 \\ &= \min_{i \neq j} \prod_{p=1}^{N_T} \left| \sum_{q=1}^{N_T} m_{pq} [x_i(q) - x_j(q)] \right|^2 \end{aligned}$$

où les scalaires  $m_{pq}$  dénotent les coefficients de la matrice  $\mathbf{M}$ . Cette distance est non nulle par construction puisque les composantes de chaque point de la constellation tournée sont uniques. Il en résulte que les codes STCR sont à diversité maximale.

Ces codeurs sont connus analytiquement pour  $N_T = 2$  et une modulation BPSK. Leur recherche pour  $N_T > 2$  et des gains de codage élevés requiert des moyens informatiques envisageables uniquement pour des constellations de petites tailles. Basé sur les constructions algébriques développées par Giraud et Boutros [37, 33], Damen [38] propose un ensemble de modulations combinant les constellations tournées avec une transformation de Hadamard. La propriété de décodage linéaire perdue par les STCRM entraîne une complexité exponentielle du décodage ML en fonction de la taille des constellations et du nombre d'antennes d'émission. Le décodage par sphère [39] a été proposé pour pallier ce problème.

**Modulations codées à dispersion linéaire :** Les modulations codées à dispersion linéaire (LDCM — Linear Dispersion Coded Modulation) ont été initialement proposées par Hassibi [40] en tant que généralisation des modulations codées linéaires. Le souci premier qui a motivé leur construction est la recherche d'une technique de codage possédant la simplicité de décodage de VBLAST, ainsi que plusieurs propriétés des modulations codées en bloc, et optimisant la capacité ergodique. Une autre exigence était la suppression de la contrainte, propre à BLAST, d'un nombre d'antennes en réception supérieur ou égal au nombre d'antennes en émission.

Une modulation codée à dispersion linéaire répartit en temps et en espace un vecteur de  $Q$  symboles complexes  $[x(1), \dots, x(Q)]$ , appartenant à une constellation linéaire du type QAM ou PSK d'énergie unité, selon le schéma [40] :

$$\mathbf{X} = \sum_{q=1}^Q [\text{Re } x(q) \mathbf{A}_{2q} + \text{Im } x(q) \mathbf{A}_{2q+1}] \quad (4.16)$$

où  $\{\mathbf{A}_q \in \mathbb{C}^{N_T \times K}\}_{q=1}^{2Q}$  est l'ensemble des matrices de dispersion. La structure de la modulation est entièrement spécifiée par le jeu des matrices de dispersion, celle d'un mot de code étant définie par les  $Q$  symboles transmis. On remarque que les composantes réelle et imaginaire de chaque symbole sont étalées par des matrices distinctes. Dans la suite, on préférera la forme :

$$\mathbf{X} = \sum_{q=1}^{2Q} \bar{x}(q) \mathbf{A}_q$$

où l'on a posé  $\bar{x}(2q) = \text{Re } x(q)$  et  $\bar{x}(2q+1) = \text{Im } x(q)$ .

La validité de la construction (4.16) repose sur l'unicité du décodage en réception. Le nombre maximal de symboles transmis par bloc  $Q$ , la durée temporelle d'un bloc  $K$  et le nombre d'antennes de réception  $N_R$  sont ainsi reliés par l'inégalité :

$$Q \leq N_R K \quad (4.17)$$

limitant le débit utile à  $R = (Q/K)n \leq N_R n$ , où  $n$  représente le nombre de bits transportés par un symbole  $\mathbf{x}(k)$ . La borne (4.17) traduit le fait que le nombre de degrés de liberté  $Q$  contenus dans un point de la constellation dispersée doit rester inférieur au nombre d'inconnues collectées par les  $N_R$  antennes de réception pendant  $K$  intervalles de temps de sorte que le décodeur ne soit pas confronté à un système d'équations surdéterminé. On remarquera qu'aucune condition n'est posée sur  $N_T$  et  $N_R$ . En particulier, les codes à dispersion linéaire sont capables de traiter les configurations où  $N_R \leq N_T$ , contrairement aux techniques de multiplexage pure telles que BLAST.

Les modulations à dispersion linéaire offrent une très grande souplesse dans le choix des paramètres, facilitant la recherche d'un compromis entre débit utile et robustesse. Intuitivement, le débit sera d'autant plus fort que le nombre de symboles utiles sera grand, contrairement à la robustesse qui sera d'autant meilleure que  $Q$  sera petit. La valeur  $Q = \min(N_T, N_R)K$  est un compromis maximisant l'information mutuelle tout en conservant un gain de codage suffisant [41].

Une fois fixé le nombre de symboles utiles, l'étape suivante se concentre sur la génération de matrices de dispersion  $\{\mathbf{A}_q\}$  maximisant le rendement. En injectant la définition (4.16) dans la relation d'entrée-sortie (4.2), on montre que :

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{H} \text{vec} \left( \sum_{q=1}^{2Q} \bar{x}(q) \mathbf{A}_q \right) + \mathbf{n} \\ &= \mathbf{H} \mathbf{A} \bar{\mathbf{x}} + \mathbf{n} \end{aligned}$$

où  $\bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^{2Q}$  est le vecteur signal et  $\mathbf{A} = [\text{vec}(\mathbf{A}_1) \mid \dots \mid \text{vec}(\mathbf{A}_{2Q})] \in \mathbb{C}^{N_T K \times 2Q}$  la matrice globale de dispersion. Tout se passe comme si le message transitait dans le canal étendu  $\mathbf{H} \mathbf{A}$ , perturbé par un bruit additif gaussien. Ce scénario a été abordé dans la section 3.3.2.2, où il a été vu que, pour une puissance d'émission limitée, le débit est maximisé par un vecteur de symboles  $\bar{\mathbf{x}}$  blanc gaussien. La capacité ergodique correspondante est [42, 4] :

$$C(\mathbf{A}) = \frac{1}{2K} E_{\mathbf{H}} \left\{ \log \det \left( \mathbf{I}_{2N_R K} + \frac{1}{\gamma} \mathbf{H} \mathbf{A} \mathbf{A}^H \mathbf{H}^H \right) \right\} \quad (4.18)$$

Les matrices de dispersion sont alors élaborées pour maximiser l'équation (4.18).

La référence [5] détaille une méthode d'optimisation numérique, basée sur le gradient, permettant de maximiser l'équation (4.18) avec les contraintes :

$$\sum_{q=1}^Q \|\mathbf{A}_q\|_F^2 = K N_T \quad (i)$$

$$\|\mathbf{A}_q\|_F^2 = \frac{K N_T}{Q} \quad q = 1, \dots, Q \quad (ii)$$

$$\mathbf{A}_q^H \mathbf{A}_q = \frac{K}{Q} \mathbf{I}_K \quad q = 1, \dots, Q \quad (iii)$$

où (i) borne la puissance totale rayonnée, (ii) assure que chaque symbole est distribué avec la même puissance depuis chaque antenne et (iii) assure que la dispersion de chaque symbole ne privilégie pas de direction spatiale ou temporelle. Les deux dernières contraintes assurent que la recherche se restreint aux modulations à dispersion linéaire tendant à ressembler à un signal blanc gaussien, en accord avec la signature optimale attendue. Les modulations à dispersion linéaire ainsi générées offrent des débits élevés mais ne satisfont plus nécessairement aux critères de performance en probabilité d'erreur établis par Tarokh [27].

En prolongeant le travail de Hassibi, Sandhu [43] répond à ce problème en fournissant des conditions analytiques suffisantes sur la structure du signal pour garantir simultanément robustesse et débit. En repartant de l'équation (4.8), on montre que la probabilité d'erreur par paire entre deux points d'une constellation s'écrit :

$$\begin{aligned} P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1) &\leq \frac{1}{\det \left( \mathbf{I}_{N_T K} + \frac{1}{4P_n} \sum_{k,l} e_{12}(k) e_{12}^*(l) \mathbf{A}_k \mathbf{A}_l^H \right)^{N_R}} \\ &\leq \frac{1}{\det \left[ \mathbf{I}_{N_T K} + \frac{1}{8P_n} \sum_{k \neq l} e_{12}(k) e_{12}^*(l) (\mathbf{A}_k \mathbf{A}_l^H + \mathbf{A}_l \mathbf{A}_k^H) \right]^{N_R}} \end{aligned}$$

où l'on a posé  $e_{12}(l) = x_1(l) - x_2(l)$ . En imposant que les matrices de modulation soient unitaires, Sandhu prouve que les matrices de modulations les plus robustes sont mutuellement hermitiennes anti-symétriques :

$$\begin{cases} \mathbf{A}_k \mathbf{A}_l^H + \mathbf{A}_l \mathbf{A}_k^H = 0, k \neq l & \text{pour } N_T \leq K \\ \mathbf{A}_k^H \mathbf{A}_l + \mathbf{A}_l^H \mathbf{A}_k = 0, k \neq l & \text{pour } N_T > K \end{cases} \quad (4.19)$$

Cette condition impose que  $Q \geq N_T K$ . A titre indicatif, il est intéressant de vérifier que la condition (4.19) est vérifiée par les modulations OSTBCM pour  $K \geq 2$  et par le multiplexage spatial pour  $K = 1$ .

Simultanément, l'optimisation du rendement conduit, pour un canal invariant par bloc, à des matrices du type :

$$\mathbf{A} = (\mathbf{I}_K \otimes \mathbf{B}) \mathbf{Q} \quad (4.20)$$

où la matrice  $\mathbf{Q}$  est orthonormale,  $\mathbf{Q} \mathbf{Q}^H = \mathbf{I}$ , et la matrice  $\mathbf{B}$  dépend de la statistique du canal. Pour un canal à évanouissements de Rayleigh, le choix optimal pour  $\mathbf{B}$  est une matrice unitaire [42]. Par conséquent, le code linéaire optimal vérifie :

$$\mathbf{A} \mathbf{A}^H = \frac{1}{N_T} \mathbf{I}_{N_T K} \quad (4.21)$$

Cette condition impose que  $Q \leq N_T K$ .

En associant les critères relatifs à la robustesse (4.19) et au rendement (4.21), avec leurs contraintes propres, la référence [43] propose une méthode de construction des matrices de modulations avec  $Q = N_T K$ . Ces résultats généralisent les travaux initiaux [5] en dérivant la borne de l'union sur la probabilité d'erreur pour différentes conditions sur le canal.

**Modulations codées algébriques :** Les modulations codées à dispersion linéaire offrent des débits supérieurs à ceux atteints par les modulations STTC et OSTBC, au prix de la perte des critères de construction [41] ou de l'absence de forme analytique [43].

Pour résoudre ce problème, la démarche adoptée par Damen [44] consiste à imposer une structure algébrique aux mots de code pour guider l'optimisation simultanée du débit et de la diversité. En remarquant que la propriété de distance minimale non nulle (4.12) est, par l'intermédiaire du déterminant, une fonction polynomiale des éléments des matrices d'erreur entre points de la constellation, le problème se réduit à construire un polynôme ne possédant pas de racine pour la structure algébrique choisie.

Considérons le cas simple d'une modulation temps-espace pour un système MIMO  $N_T = 2$  et  $N_R = 2$ . Deux périodes temporelles suffisent, au sens de la probabilité d'erreur, à la définition d'un point de la constellation,  $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ , lequel doit par conséquent transporter quatre symboles utiles pour maximiser le débit. Puisque l'on souhaite exprimer la distance entre signaux sous forme polynomiale, il est naturel de répartir les symboles d'information  $\mathbf{x}$  en temps et en espace à l'aide de polynômes. L'article [44] propose l'arrangement suivant :

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x(0) + \phi x(1) & \theta(x(2) + \phi x(3)) \\ \theta(x(2) - \phi x(3)) & x(0) - \phi x(1) \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

avec  $\theta$  et  $\phi$  deux scalaires complexes tels que  $\theta^2 = \phi$ . Les symboles d'information  $x(k)$  appartiennent ici à une constellation linéaire, soit  $x(k) \in \mathbb{Z}[i]$ ,  $\mathbb{Z}[i] = \{a + ib, a, b \in \mathbb{Z}\}$  étant une extension algébrique simple de l'anneau des entiers.

L'expression de la distance minimale est facilement obtenue en remarquant que le déterminant du produit de deux matrices carrées est égal au produit des déterminants individuels :

$$d_{\min} = \min_{i \neq j} |\det(\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j)|^2 = \min_{i \neq j} \left| \sum_{k=0}^3 (x_i(k) - x_j(k))^2 \phi^k \right|^2 \quad (4.23)$$

L'expression (4.23) apparaît donc comme un polynôme de degré inférieur ou égal à 3, à coefficients dans  $\mathbb{Z}[i]$  et à valeur dans  $\mathbb{C}$ . Pour garantir une distance minimale non nulle et, par la même, la diversité pleine de la modulation, il suffit de choisir  $\phi$  comme un nombre algébrique de degré supérieur ou égal à 4 sur  $\mathbb{Z}[i]$ , *i.e.* solution d'une équation polynomiale à coefficients complexes entiers de degré supérieur ou égal à 4.

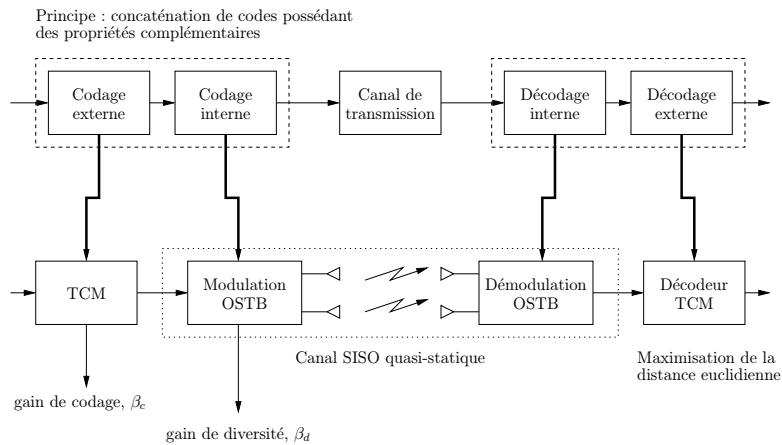
**Concaténation de codes :** L'avènement de la concaténation de codes a constitué une étape significative dans le progrès des techniques de codage d'erreur. Le principe général repose sur la concaténation de fonctions de codage possédant des propriétés complémentaires dans le but d'atteindre des performances globales supérieures tout en relâchant les contraintes sur les codes élémentaires.

Les fondations théoriques ont été édifiées par Forney dans l'article [45], où il prouve que le décodage séquentiel de deux codes courts concaténés se révèle plus simple, à performances identiques, que le décodage d'un code long. L'exemple emblématique, rencontré

sur les canaux générant des erreurs isolées et indépendantes, est la combinaison d'un code externe algébrique, généralement un code de Reed-Solomon, et d'un code interne convolutif. Le récepteur associé effectue un décodage à décision souple du code convolutif, suivi d'un décodage algébrique du code en bloc corrigeant les paquets d'erreurs éventuellement produits en sortie du décodeur interne.

L'intérêt de recourir à cette stratégie dans le cas présent est d'optimiser séparément les gains de diversité et de codage (cf. relations (4.11)), tâche difficile à mener conjointement. Il est, par exemple, possible de combler la déficience en gain de codage des modulations OSTBC à diversité pure à l'aide d'un code correcteur classique. Le canal équivalent, vu entre le modulateur temps-espace orthogonal et le démodulateur associé, se réduit à un canal SISO, pour lequel les TCM forment un choix naturel. En particulier, pour un canal quasi-statique, où l'objectif du code externe est la maximisation de la distance euclidienne libre, on pourra utiliser les TCM développées par Ungerboeck [46]. La figure (4.9) illustre le diagramme d'un système à concaténation de codes, accompagné de son application au schéma d'Alamouti.

De toute évidence, les techniques de turbocodage manquent à l'appel. Dans le cas d'une liaison par paquets assez courts dans un environnement statique, les performances en erreur sont dominées par les événements d'atténuation profonde de tous les canaux de transmission, vis-à-vis desquels les turbocodes n'offrent pas d'avantages sur les codes classiques fortement structurés. Les gains en performance ne deviennent significatifs qu'en présence d'un degré de diversité suffisant apporté soit par allongement de la taille des trames, soit par accroissement de la dynamique temporelle du canal. On y reviendra dans la section 4.4, relative à la communication sur canal MIMO sélectif en temps.



**Fig. 4.9:** Principe de la concaténation de codes — Exemple de l'apport de gain de codage au schéma d'Alamouti

## 4.2.2 Emission et réception aveugles

### 4.2.2.1 Critères de construction

**Performance en débit :** Les limites fondamentales d'un système de communication aveugle, *i.e.* n'ayant pas accès à la réponse du canal, ont été établies par Marzetta [47]. De l'observation de leur comportement peuvent être tirés deux enseignements essentiels :

- Pour un canal de Rayleigh statique par bloc de  $T$  symboles, choisir  $N_T > T$  n'offre pas de gain de débit.
- La structure des signaux approchant la capacité, pour une valeur de  $T$  et un SNR suffisamment grands, se caractérise par la répartition uniforme de l'énergie sur les antennes et par l'orthogonalité temporelle des signaux transmis par les différents éléments rayonnants.

En conséquence de quoi l'on supposera que  $N_T \leq K \leq T$  et que les mots de code  $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{N_T \times K}$  vérifient la condition d'orthogonalité :

$$\mathbf{X}\mathbf{X}^H = K\mathbf{I}_{N_T}$$

**Performances en probabilité d'erreur :** Privé de la connaissance de la matrice du canal  $\mathbf{H}$ , le seul angle d'attaque restant consiste à exprimer directement la statistique du signal reçu  $\mathbf{Y}$  conditionnellement au signal transmis  $\mathbf{X}$ . Pour un canal de Rayleigh, les signaux captés par les antennes de réception, sommes des processus gaussiens indépendants d'évanouissements et de bruit, possèdent une loi de probabilité gaussienne. L'orthogonalité temporelle des signaux transmis et la réponse spatiale blanche du canal garantissent l'indépendance entre antennes. Par contre, les signaux reçus par chaque antenne présentent un motif de corrélation temporel commun donné par la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{y}|\mathbf{x}} \in \mathbb{C}^{K \times K}$ , où :

$$\mathbf{R}_{\mathbf{y}|\mathbf{x}} = \mathbf{I}_K + \gamma \mathbf{X}^H \mathbf{X}$$

où  $\mathbf{y}$  désigne un vecteur de  $K$  échantillons en sortie d'une antenne quelconque, *i.e.* une ligne de  $\mathbf{Y}$ , et  $\gamma$  le SNR mesuré à une antenne de réception,  $\gamma = P_T/N_T P_n$ .

La matrice  $\mathbf{Y}$  est par conséquent, conditionnellement à  $\mathbf{X}$ , une matrice gaussienne centrée, décorrélée en espace et corrélée en temps, dont la densité de probabilité s'obtient comme le produit des densités de vecteurs ligne :

$$p_{\mathbf{Y}|\mathbf{X}}(\mathbf{Y}, \mathbf{X}) = \frac{\exp \left[ -\text{tr} \left( \mathbf{Y} \mathbf{R}_{\mathbf{y}|\mathbf{x}}^{-1} \mathbf{Y}^H \right) \right]}{\pi^{N_R} \det^{N_R} (\mathbf{R}_{\mathbf{y}|\mathbf{x}})}$$

Le décodeur au sens du maximum de vraisemblance recherche le signal transmis le plus probable :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_{\text{ML}} &= \arg \max_{\mathbf{X}_l \in \mathcal{X}} p_{\mathbf{Y}|\mathbf{x}_l}(\mathbf{Y}, \mathbf{X}_l) \\ &= \arg \max_{\mathbf{X}_l \in \mathcal{X}} \frac{\exp \left[ -\text{tr} \left( \mathbf{Y} \mathbf{R}_{\mathbf{y}|\mathbf{x}_l}^{-1} \mathbf{Y}^H \right) \right]}{\pi^{K N_R} \det^{N_R} (\mathbf{R}_{\mathbf{y}|\mathbf{x}_l})} \end{aligned} \quad (4.24)$$



avec  $\mathbf{R}_{\mathbf{y}|\mathbf{x}_l} = \mathbf{I}_K + \gamma \mathbf{X}_l^H \mathbf{X}_l$ . Le décodeur ML sous cette forme est non linéaire du fait de la présence du déterminant. En développant la matrice  $\mathbf{Y}$  et en s'aidant de l'identité  $\det(\mathbf{I} + \mathbf{A}\mathbf{B}) = \det(\mathbf{I} + \mathbf{B}\mathbf{A})$ , il est possible de retirer la contribution de ce dernier pour reformuler l'équation (4.24) selon :

$$\hat{\mathbf{X}}_{\text{ML}} = \arg \max_{\mathbf{X}_l \in \mathcal{X}} -\text{tr} \left( \mathbf{Y} \mathbf{R}_{\mathbf{y}|\mathbf{x}_l}^{-1} \mathbf{Y}^H \right)$$

En remarquant, par la formule d'inversion d'une somme de matrices<sup>2</sup>, que  $\mathbf{R}_{\mathbf{y}|\mathbf{x}_l}^{-1} = \mathbf{I}_K - \frac{\gamma}{K\gamma+1} \mathbf{X}_l^H \mathbf{X}_l$ , la structure de décision ML se réduit à un récepteur quadratique :

$$\hat{\mathbf{X}}_{\text{ML}} = \arg \max_{\mathbf{X}_l \in \mathcal{X}} \text{tr} \left( \mathbf{Y} \mathbf{X}_l^H \mathbf{X}_l \mathbf{Y}^H \right) \quad (4.25)$$

La probabilité d'erreur par paire s'exprime comme :

$$\begin{aligned} P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1) &= P_{\mathbf{Y}} [\text{tr}(\mathbf{Y} \mathbf{X}_2^H \mathbf{X}_2 \mathbf{Y}^H) \geq \text{tr}(\mathbf{Y} \mathbf{X}_1^H \mathbf{X}_1 \mathbf{Y}^H)] \\ &= P_{\mathbf{Y}} [\text{tr}(\mathbf{Y}(\mathbf{X}_2^H \mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1^H \mathbf{X}_1) \mathbf{Y}^H) \geq 0] \end{aligned}$$

L'intégration de l'expression précédente sur la densité de probabilité de  $\mathbf{Y}$ , suivie de l'application de la borne de Chernoff, donne :

$$P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1) \leq \frac{1}{2 \det \left[ \mathbf{I}_{N_T} + \frac{\gamma^2 K^2}{4(1+\gamma K)} \left( \mathbf{I}_{N_T} - \frac{1}{K^2} \mathbf{X}_1 \mathbf{X}_2^H \mathbf{X}_2 \mathbf{X}_1^H \right) \right]^{N_R}}$$

En appliquant une décomposition en vecteurs singuliers de la matrice de corrélation  $\mathbf{X}_2 \mathbf{X}_1^H \in \mathbb{C}^{N_T \times N_T}$ , on a :

$$P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1) \leq \frac{1}{2} \prod_{n=1}^r \left[ 1 + \frac{\gamma^2 K^2}{4(1+\gamma K)} \left( 1 - \frac{1}{K^2} \sigma_n^2 \right) \right]^{-N_R}$$

où  $\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_r > 0$  et  $r$  sont respectivement le spectre des valeurs singulières et le rang de  $\mathbf{X}_2 \mathbf{X}_1^H$ . L'expression de cette borne est approchée, en régime de fort SNR, par :

$$P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1) \leq \frac{1}{2} \prod_{n=1}^r \left[ \frac{\gamma K}{4} \left( 1 - \frac{1}{K^2} \sigma_n^2 \right) \right]^{-N_R} \quad (4.26)$$

A l'instar de la probabilité d'erreur dérivée pour les systèmes disposant de l'information d'état du canal en réception (4.10), il est possible d'approcher la relation (4.26) par une fonction du type  $(\beta_c/4P_n)^{-\beta_d}$  où :

$$\begin{aligned} \beta_d &= \text{rang} \left( K \mathbf{I}_{N_T} - \frac{1}{K} \mathbf{X}_1 \mathbf{X}_2^H \mathbf{X}_2 \mathbf{X}_1^H \right) N_R \\ \beta_c &= \det_+ \left( K \mathbf{I}_{N_T} - \frac{1}{K} \mathbf{X}_1 \mathbf{X}_2^H \mathbf{X}_2 \mathbf{X}_1^H \right)^{-1/r} \end{aligned} \quad (4.27)$$

<sup>2</sup>Formule d'inversion d'une somme de matrices [48] : si  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont quatre matrices carrées inversibles, alors

$$(A + BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1}$$

où  $\beta_c$  et  $\beta_d$  s'identifient aux gains de codage et de diversité. La comparaison des deux relations (4.10) et (4.26) souligne la différence significative existant entre les récepteurs ML alimentés ou non par la connaissance de l'état du canal. Le premier cherche à maximiser les valeurs singulières de la matrice d'erreur  $\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1$  contrairement au second qui minimise les valeurs singulières de la matrice de corrélation  $\mathbf{X}_2 \mathbf{X}_1^H$ .

Une constellation temps-espace sera à diversité maximale si la distance minimale entre deux points quelconques de la constellation est non nulle :

$$d_{\min} = \min_{i \neq j} \det \left( K \mathbf{I}_{N_T} - \frac{1}{K} \mathbf{X}_i \mathbf{X}_j^H \mathbf{X}_j \mathbf{X}_i^H \right) > 0$$

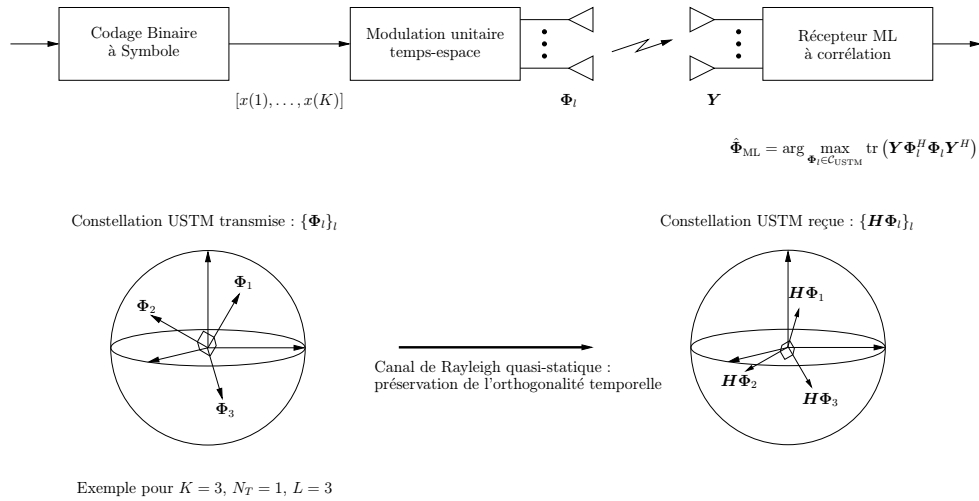
#### 4.2.2.2 Panorama des techniques

**Modulations unitaires temps-espace :** Directement inspirées du développement précédent, les modulations unitaires temps-espace (USTM — Unitary Space Time Modulation) se caractérisent par l'orthogonalité temporelle des signaux transmis par les différentes antennes [47]. Le récepteur optimal, la borne d'erreur et les critères de construction ont été dérivés par Hochwald [49].

Une constellation unitaire temps-espace est un ensemble de  $L$  matrices unitaires  $\mathbf{X}_l \in \mathbb{C}^{N_T \times K}$  définies par :

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_l &= \sqrt{K} \Phi_l \\ \Phi_l \Phi_l^H &= \mathbf{I}_{N_T} \end{aligned} \quad l = 1, \dots, L \quad (4.28)$$

Cette structure permet d'approcher la capacité du canal MIMO lorsque  $K \gg N_T$  ou lorsque le SNR est suffisamment grand. On démontre de plus qu'elle est similaire au signal maximisant l'exposant d'erreur [50].



**Fig. 4.10:** Modulations unitaires temps-espace

Le processus de modulation associe à chaque groupe de symboles  $\{x(1), \dots, x(K)\}$  un point  $\mathbf{X}_l$  de la constellation USTM, dont la taille dépend du débit recherché. Pour des symboles à l'entrée du modulateur transportant  $n$  bits, le nombre de points nécessaire s'élève à  $L = 2^{nK}$ . En réception, le décodeur ML recherche le point de la constellation maximisant la corrélation avec le signal reçu :

$$\hat{\Phi}_{\text{ML}} = \arg \max_{\Phi_l} \text{tr} (\mathbf{Y} \Phi_l^H \Phi_l \mathbf{Y}^H)$$

La géométrie de la constellation est construite de sorte à minimiser la probabilité d'erreur. Pour cela, le placement des points doit maximiser le gain de diversité  $\beta_d$  de la constellation et, dans la mesure du possible, le gain de codage  $\beta_c$ . En montrant l'analogie de ce problème avec la recherche de réseaux de points à grande distance minimale dans un espace de Grassmann, Agrawal [51] propose une méthode d'optimisation qu'il illustre par l'intermédiaire de quelques exemples. On rappelle que la propriété définissante d'une constellation idéale en terme de probabilité d'erreur est l'orthogonalité temporelle des signaux transmis. En d'autres termes,  $LN_T$  vecteurs orthogonaux doivent être générés dans un espace de dimension  $K$ , condition uniquement réalisable pour  $L \leq \lfloor K/N_T \rfloor$ .

La taille considérable de la constellation, même pour des valeurs modérées de  $n$  et de  $K$ , conjuguée à la complexité de l'optimisation rendent la construction et la mémorisation des modulations unitaires difficiles, faisant ressentir le besoin de constructions systématiques. Hochwald [49] observe qu'il suffit d'une matrice unitaire pour générer tous les points par rotations successives. La justification de cette approche réside dans le fait que la distance entre points est insensible à une rotation du signal, *i.e.* une multiplication à gauche ou à droite par une matrice unitaire de taille  $N_T \times N_T$  ou  $K \times K$  respectivement. Une constellation peut donc être définie récursivement par :

$$\begin{cases} \mathbf{X}_l = \Phi_1 \Theta^{l-1} & l = 1, \dots, L \\ \Phi_1 \Phi_1^H = \mathbf{I}_{N_T} \end{cases}$$

où  $\Phi_1 \in \mathbb{C}^{N_T \times K}$  est la matrice génératrice et  $\Theta \in \mathbb{C}^{K \times K}$  une matrice de rotation. Un exemple simple est de choisir  $\Theta$  égale à une racine d'ordre  $L$  de la matrice identité :

$$\Theta = \text{diag}([\theta_1, \dots, \theta_K])$$

avec  $\theta_k = \exp(i \frac{2\pi}{L} u_k)$ .

Le spectre  $\{u_k\}_{k=1}^K$  de la matrice de rotation, où les  $u_k$  sont des entiers vérifiant  $1 \leq u_1, \dots, u_K \leq L-1$ , doit être optimisé pour minimiser la probabilité d'erreur. Hochwald [52] présente deux exemples de synthèse systématique. La première approche est basée sur la transformée de Fourier et emprunte des idées de la théorie du traitement du signal appliquée aux réseaux d'antennes à faible densité. L'autre approche est algébrique et repose sur la théorie du codage.

**Techniques différentielles :** Les modulations différentielles standards, telles que la DPSK (DPSK — Differential Phase Shift Keying), sont depuis longtemps utilisées dans

les liaisons SISO pour pallier l'absence de connaissance de la réponse du canal en réception. L'une des premières extensions aux systèmes MIMO recensées repose sur un codage différentiel des modulations codées en bloc orthogonales [53], ultérieurement étendue aux modulations orthogonales généralisées [54]. Cette technique jouit de la plupart des propriétés de la DPSK, notamment la possibilité d'être démodulée avec ou sans l'information d'état du canal en réception. Elle présente néanmoins les deux inconvénients majeurs d'étendre la constellation d'origine et de subir la limitation sur le nombre d'antennes à l'émission intrinsèque aux codes orthogonaux à rendement maximal, *i.e.*  $N_T = 2, 4, 8$  pour des modulations réelles et  $N_T = 2$  pour des constellations complexes.

Les travaux de Hughes [55] et de Hochwald et Sweldens [56] ont permis d'étendre le concept de modulation différentielle à un nombre quelconque d'antennes à l'émission et à la réception, ainsi qu'à des constellations linéaires quelconques. Les méthodes de codage et les critères de construction obtenus sont relativement proches, bien qu'obtenus en suivant des approches différentes.

L'émetteur débute la communication par un symbole d'initialisation puis code le message  $\mathbf{X}(k)$  par la transition entre deux symboles émis consécutifs  $\bar{\mathbf{X}}(k-1)$  et  $\bar{\mathbf{X}}(k)$  selon :

$$\bar{\mathbf{X}}(k) = \bar{\mathbf{X}}(k-1)\mathbf{X}(k) \quad (4.29)$$

Pour assurer le bon déroulement de cette opération d'encodage, on supposera que toutes les matrices sont carrées et inversibles et qu'elles forment un groupe pour le produit matriciel, en conséquence de quoi la modulation sera uniquement décodable et de taille fixe.

En réception, le démodulateur examine les symboles reçus par paire :

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{Y}}(k-1) = \mathbf{H}\bar{\mathbf{X}}(k-1) + \mathbf{N}(k-1) \\ \bar{\mathbf{Y}}(k) = \mathbf{H}\bar{\mathbf{X}}(k-1)\mathbf{X}(k) + \mathbf{N}(k) \end{cases}$$

qu'il combine pour faire disparaître la matrice  $\mathbf{H}$  :

$$\bar{\mathbf{Y}}(k) = \bar{\mathbf{Y}}(k-1)\mathbf{X}(k) + [\mathbf{N}(k) - \mathbf{N}(k-1)\mathbf{X}(k)]$$

L'indépendance temporelle supposée du bruit additif et l'invariance des statistiques d'une matrice aléatoire par multiplication avec une matrice de rotation implique que le bruit équivalent  $\bar{\mathbf{N}}(k) = \mathbf{N}(k) - \mathbf{N}(k-1)\mathbf{X}(k)$  est un bruit gaussien centré  $\mathcal{CN}(0, 2P_n\mathbf{I}_{N_R})$ . Tout se passe comme si le signal  $\mathbf{X}(k)$  était transmis sur un canal  $\bar{\mathbf{Y}}(k-1)$ , connu du récepteur, et perturbé par un bruit blanc gaussien centré de variance double. Cette observation laisse entrevoir une certaine similarité des critères de construction pour les signaux différentiels démodulés en aveugle et les signaux démodulés avec connaissance de l'état du canal, ainsi que l'écart de 3 dB prévu dans les performances. On démontre effectivement que les matrices de transition  $\mathbf{X}(k)$  sont obtenues suivant des règles identiques à celles établies lorsque le récepteur connaît l'état du canal [56].

Hochwald [49] construit des codes différentiels unitaires formant un groupe cyclique par rapport à la multiplication matricielle. Dans la référence [5], les auteurs montrent le

lien existant entre la construction des codes pour deux antennes d'émission et la construction de codes sphériques définis sur une sphère plongée dans un espace à quatre dimensions. Ils élaborent une classification de tous les groupes finis de matrices unitaires à diversité maximale, classification qui a été indépendamment obtenue par Hughes [55]. Des résultats de simulations apparaissent dans l'article [57].

**Techniques aveugles :** Une stratégie différente de communication sans aucune information sur l'état du canal passe par le recours à l'égalisation aveugle du canal, voire l'estimation directe du signal transmis. Dans ce cas, il est à nouveau possible d'utiliser les codes temps-espace développés pour la configuration où le récepteur dispose de la réponse du canal.

L'essence même des techniques aveugles, dont un état de l'art avancé est fourni par la revue [58], réside dans l'exploitation des structures du canal et de la source pour remonter à la séquence transmise. Deux grandes familles se partagent le domaine : les algorithmes exploitant les moments statistiques des signaux et les algorithmes à maximum de vraisemblance reposant sur les fonctions de probabilité. Chaque classe se scinde ensuite entre méthodes statistiques, qui supposent le signal transmis aléatoire, et méthodes déterministes, utilisées lorsque cette description statistique n'existe pas ou est inaccessible.

### 4.2.3 Information d'état du canal en émission et en réception

#### 4.2.3.1 Critères de construction

**Performance en débit :** Un système capable d'acquérir la réponse du canal simultanément à l'émission et à la réception est en mesure de transmettre intégralement l'information sur les modes propres du canal, sans induire de pertes aux interfaces émetteur/canal et canal/récepteur. Plus clairement, la section 3.3.2.1 a rappelé que, pour une transmission limitée en puissance :

- l'information mutuelle est maximisée par une répartition équilibrée de la puissance disponible sur les modes du canal ;
- le système optimal est formé par la concaténation d'un code gaussien blanc et d'un filtre spatial.

La forme des signaux résulte directement de la décomposition du canal en modes singuliers. En modifiant légèrement les notations habituelles pour que seuls les  $r$  modes propres effectifs figurent dans les matrices d'entrée  $\mathbf{U}$  et de sortie  $\mathbf{V}$ , le signal transmis s'exprime :

$$\bar{\mathbf{X}} = \mathbf{V}_T \mathbf{X}$$

où  $\mathbf{V}_T \in \mathbb{C}^{N_T \times r}$  définit le filtre d'émission dont le rôle est d'adapter le signal d'information  $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{r \times K}$  aux caractéristiques d'entrée du canal. Le récepteur effectue l'opération inverse pour récupérer l'information convoyée sur les modes propres du canal :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U}_R^H \bar{\mathbf{Y}}$$

où  $\mathbf{U}_R^H \in \mathbb{C}^{N_R \times r}$  est le filtre de réception générant le signal  $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{r \times K}$ . Les formes barrées,  $\bar{\mathbf{X}}$  et  $\bar{\mathbf{Y}}$ , réfèrent aux signaux vus par le canal.

Le modèle équivalent en bande de base (4.3) devient :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{\Sigma} \mathbf{X} + \mathbf{N}$$

où  $\mathbf{\Sigma} \in \mathbb{R}^{r \times r}$  est la matrice des valeurs propres du canal et  $\mathbf{N} \in \mathbb{C}^{r \times K}$ ,  $\mathbf{N} = \mathbf{U}_R^H \bar{\mathbf{N}}$ , est la matrice du bruit sur l'espace de sortie du canal, de statistique gaussienne  $\mathbf{N} \sim \mathcal{CN}(0, P_n \mathbf{I}_r)$ . Tout se passe comme si un émetteur et un récepteur virtuels communiquaient sur un groupe de canaux indépendants, affectés par des évanouissements de Rayleigh et par un bruit additif gaussien.

**Performances en probabilité d'erreur :** Le calcul des métriques de décision d'un récepteur alimenté par l'état du canal a déjà été traité dans la section 4.2.

Le récepteur au sens du maximum de vraisemblance base sa décision sur la distance euclidienne :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_{\text{ML}} &= \arg \max_{\mathbf{X}_l \in \mathcal{X}} p_{\mathbf{Y}, \mathbf{H} | \mathbf{X}_l, \mathbf{H}}(\mathbf{Y}, \mathbf{X}_l, \mathbf{H}) \\ &= \arg \min_{\mathbf{X}_l \in \mathcal{X}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{\Sigma} \mathbf{X}_l\|_F^2 \end{aligned} \quad (4.30)$$

où la densité de probabilité de sortie du filtre de réception conditionnellement à l'entrée du filtre d'émission,  $p_{\mathbf{Y}, \mathbf{H} | \mathbf{X}, \mathbf{H}}$ , emprunte sa densité gaussienne au bruit additif :

$$p_{\mathbf{Y}, \mathbf{H} | \mathbf{X}, \mathbf{H}}(\mathbf{Y}, \mathbf{X}, \mathbf{H}) = \frac{\exp\left(-\|\mathbf{Y} - \mathbf{\Sigma} \mathbf{X}\|_F^2\right)}{\pi^{Kr} P_n}$$

La probabilité d'erreur par paire s'obtient aisément par :

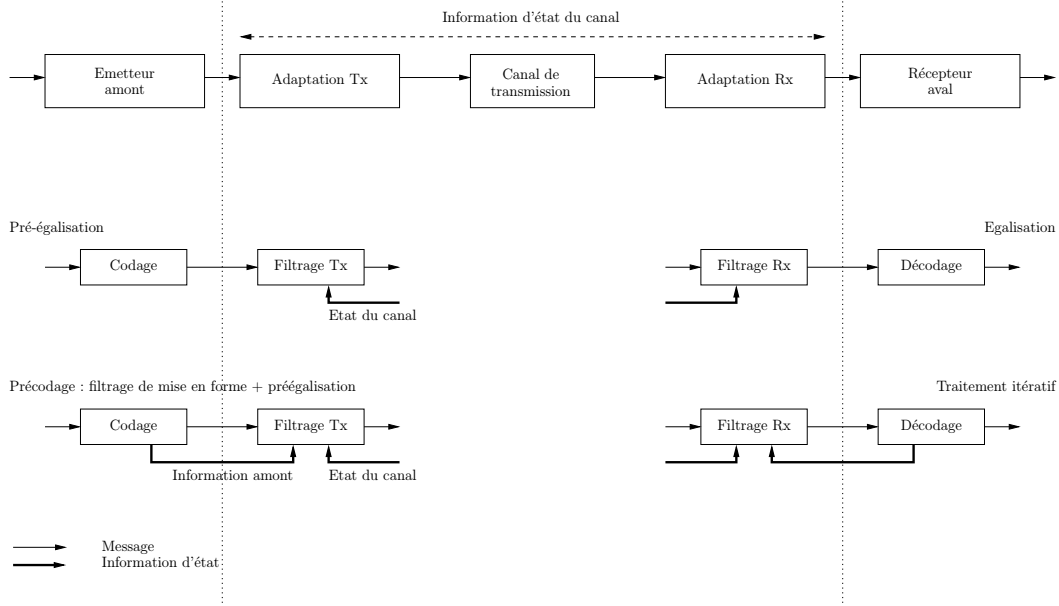
$$P_{\mathbf{X}_2, \mathbf{H} | \mathbf{X}_1, \mathbf{H}}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1, \mathbf{H}) = Q\left(\sqrt{\frac{\|\mathbf{\Sigma}(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)\|_F^2}{2P_n}}\right)$$

Il ressort de cette expression que la conception d'une chaîne de communication est guidée par la minimisation de la distance  $\|\mathbf{\Sigma}(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)\|_2$  sur la constellation d'émission. En ajoutant une contrainte de puissance sur le signal transmis, l'architecture solution combine un code gaussien et un bloc de filtrage spatial éclaté entre l'émetteur et le récepteur.

#### 4.2.3.2 Panorama des techniques

Le schéma d'exploitation de l'information d'état du canal scinde une chaîne de communication en deux parties distinctes, l'une disposant de cette information et l'autre travaillant en aveugle, entre lesquelles est éventuellement établi un processus de communication.

Comme illustré sur la figure (4.11), la configuration la plus simple pour utiliser l'état du canal en émission se réduit à une opération de préfiltrage, ou préégalisation, adaptant le signal au canal, indépendamment de la zone en amont. Au degré de complexité supérieur, le bloc d'adaptation au canal reçoit des informations de la partie amont de l'émetteur. Dans les deux cas, le filtre d'émission peut être apparié avec le filtre de réception.



**Fig. 4.11:** Exploitation de l'information d'état du canal en émission et en réception — Préfiltrage, préégalisation et précodage

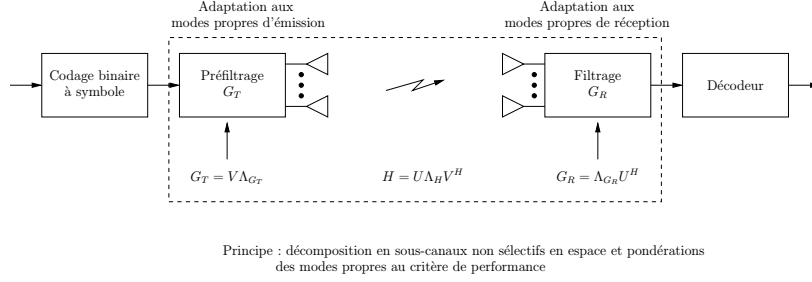
**Préfiltrage — préégalisation :** L'opportunité de déplacer en émission tout ou partie du processus d'égalisation du canal est généralement synonyme d'amélioration des performances. Afin de se focaliser sur l'aspect spatial des filtres, supposés linéaires, la relation entrée-sortie sera restreinte sur une période temporelle unique :

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}_R \mathbf{H} \mathbf{G}_T \mathbf{x} + \mathbf{G}_R \mathbf{n}$$

où l'on définit les vecteurs  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_T}$ ,  $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N_R}$ ,  $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N_R}$  et où les matrices  $\mathbf{G}_T \in \mathbb{C}^{N_T \times N_T}$  et  $\mathbf{G}_R \in \mathbb{C}^{N_R \times N_R}$  correspondent aux matrices des filtres d'émission et de réception (voir figure 4.12).

Reste le problème de dimensionner le système pour satisfaire à un critère et des contraintes imposés. Les filtres minimisant la probabilité d'erreur entre couples de signaux sont solutions de :

$$\mathbf{G}_T, \mathbf{G}_R = \arg \max_{\mathbf{G}_T, \mathbf{G}_R} \left[ \min_{\mathbf{x}_1 \neq \mathbf{x}_2} P_{\mathbf{x}_2, \mathbf{H} | \mathbf{x}_1, \mathbf{H}}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1, \mathbf{H}) \right] \quad (4.31)$$



**Fig. 4.12:** Système MIMO avec filtrage spatial en émission et en réception

où la procédure d'optimisation est menée sur l'ensemble des matrices extraites des vecteurs propres d'entrée et de sortie :

$$\begin{cases} \mathbf{G}_T = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda}_{\mathbf{G}_T} \\ \mathbf{G}_R = \mathbf{\Lambda}_{\mathbf{G}_R} \mathbf{U}^H \end{cases}$$

La probabilité d'erreur  $P_{\mathbf{x}_2, \mathbf{H} | \mathbf{x}_1, \mathbf{H}}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1, \mathbf{H})$  apparaissant dans l'équation (4.31) est une fonction décroissante de la distance entre signaux reçus. La principale nouveauté réside ici dans le fait que cette distance, en plus d'englober les filtres  $\mathbf{G}_T$  et  $\mathbf{G}_R$ , est altérée par la couleur du bruit vu en entrée du décodeur,  $\bar{\mathbf{n}} = \mathbf{G}_R \mathbf{n}$ . En effet, la transformation linéaire  $\mathbf{G}_R$  n'affecte pas la nature du bruit mais en modifie la matrice de corrélation,  $\bar{\mathbf{n}} \sim \mathcal{CN}(0, P_n \mathbf{G}_R \mathbf{G}_R^H)$ .

A partir de la distribution conditionnelle du signal reçu, à savoir :

$$p_{\mathbf{y}, \mathbf{H} | \mathbf{x}, \mathbf{H}}(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \mathbf{H}) = \frac{\exp [-(\mathbf{y} - \mathbf{G}_R \mathbf{H} \mathbf{G}_T \mathbf{x})^H \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{n}}}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{G}_R \mathbf{H} \mathbf{G}_T \mathbf{x})]}{\pi^{N_R} \sqrt{\det(\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{n}}})}}$$

on montre l'équivalence du problème (4.31) avec la maximisation de la distance minimale entre signaux reçus :

$$\mathbf{G}_T, \mathbf{G}_R = \arg \max_{\mathbf{G}_T, \mathbf{G}_R} \left[ \min_{\mathbf{x}_1 \neq \mathbf{x}_2} (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)^H \mathbf{G}_T^H \mathbf{H}^H \mathbf{G}_R^H \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{n}}} \mathbf{G}_R \mathbf{H} \mathbf{G}_T (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) \right] \quad (4.32)$$

Les filtres ainsi générés sont spécifiques à l'alphabet de modulation des symboles transmis, nécessitant d'être calculés au cas par cas. Scaglione [59] propose de faire abstraction de cette dépendance en observant que  $\min_{\mathbf{x}} \mathbf{x}^H \mathbf{A} \mathbf{x} \geq \lambda_{\min}(\mathbf{A})^2 \min \|\mathbf{x}\| \forall \mathbf{A} \succ 0$ , ce qui permet de reformuler la relation (4.32) :

$$\mathbf{G}_T, \mathbf{G}_R = \arg \max_{\mathbf{G}_T, \mathbf{G}_R} \lambda_{\min} (\mathbf{G}_T^H \mathbf{H}^H \mathbf{G}_R^H \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{n}}} \mathbf{G}_R \mathbf{H} \mathbf{G}_T)$$

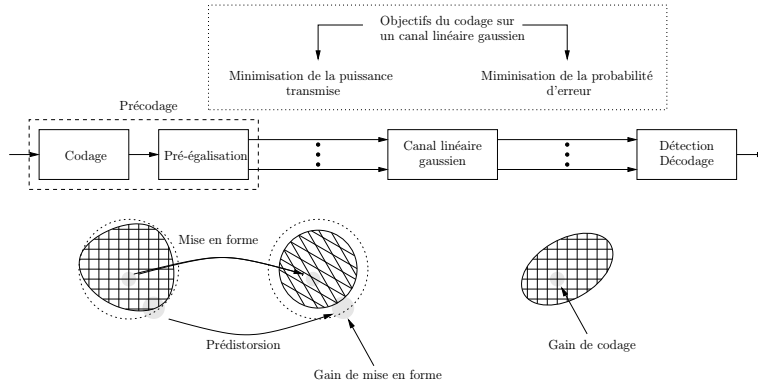
où l'erreur minimale a été normalisée,  $\min_{\mathbf{x}_1 \neq \mathbf{x}_2} \|(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)\|_2 = 1$ .

A partir de ce nouveau problème, Scaglione [59] et Sampath [60] dérivent  $\mathbf{G}_T$  et  $\mathbf{G}_R$  pour d'autres critères et contraintes, certaines parties de ce travail généralisant les résultats des références [61, 62] ou encore [63] précédemment établis pour un système SISO.



**Précodage :** Le découplage entre filtrage, ou préégalisation, et codage canal est sous-optimal en pratique. Price [64] observe en effet qu'il est possible d'approcher la capacité de tout canal linéaire gaussien, particulièrement à forts SNR, en combinant l'égalisation avec le codage pour canal gaussien idéal et la mise en forme dans une seule fonction appelée précodage.

De manière plus générale, le précodage étend la préégalisation en ajoutant les objectifs de gain de mise en forme et de gain de codage (cf. figure (4.13)). En émission, le précodeur recherche un ensemble de signaux minimisant la puissance transmise (gain de mise en forme) et assurant une répartition des signaux reçus avec de bonnes propriétés de distance (gain de codage).



**Fig. 4.13:** Objectifs du codage sur canal gaussien - Gains de codage et de mise en forme

Le précurseur de ces techniques est le précodeur de Tomlinson-Harashima, développé à l'origine pour des transmissions SISO non codées avec une modulation d'amplitude [65, 66] et combiné par la suite avec un code convolutif [67]. Le précodage en treillis [68] franchit une nouvelle étape en regroupant mise en forme et codage. Le passage au système MIMO se fait naturellement (référence [69] pour le précodeur de Tomlinson-Harashima au système MIMO et [70] pour le précodeur en treillis).

Parallèlement, Kasturia [71] et Leichleider [72] suivent une approche différente basée sur le partitionnement du canal MIMO en sous-canaux indépendants non-sélectifs en espace, optimisé conjointement avec le code correcteur.

Illustrons ce concept par l'adaptation au canal des modulations OSTBC, les propriétés d'orthogonalité et d'uniformité facilitant grandement les développements [73]. La probabilité d'erreur par paire des signaux s'exprime :

$$P_{\mathbf{X}_2, \mathbf{H} | \mathbf{X}_1, \mathbf{H}}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1, \mathbf{H}) \leq \exp\left(-\frac{1}{4} \|\mathbf{H} \mathbf{G}_T(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)\|_F^2\right)$$

La matrice d'erreur  $\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1$ , différence de deux motifs linéaires orthogonaux, conserve la propriété d'orthogonalité qui permet de montrer que :

$$P_{\mathbf{X}_2, \mathbf{H} | \mathbf{X}_1, \mathbf{H}}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1, \mathbf{H}) \leq \exp \left( -\frac{1}{4P_n} \|\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1\|_F^2 \|\mathbf{H}\mathbf{G}_T\|_F^2 \right)$$

en se servant de l'égalité  $\|\mathbf{A}\mathbf{Q}\|_F = \|\mathbf{A}\|_F \|\mathbf{Q}\|_F$  où la matrice  $\mathbf{Q}$  est orthogonale. La transformation  $\mathbf{G}_T$  minimisant la probabilité d'erreur place toute l'énergie du signal sur le mode dominant du canal :

$$\mathbf{G}_T = [\mathbf{v}_{\max}(\mathbf{H}) \quad \mathbf{0}_{N_T \times (N_T - 1)}]$$

La matrice de filtrage  $\mathbf{G}_T$ , associée à la modulation OSTBC, se réduit donc à une matrice de rang unité et s'interprète physiquement par la formation d'un diagramme de rayonnement avec un lobe principal dans la direction  $\mathbf{v}_{\max}(\mathbf{H})$ .

### 4.3 Domaines spatial et fréquentiel

La sélectivité fréquentielle du milieu de propagation se manifeste dès lors que la bande passante du signal devient supérieure à la bande de cohérence du canal et se traduit, dans le domaine temporel, par l'apparition d'interférence entre symboles.

Le signal reçu  $\mathbf{y}(k)$  s'exprime en fonction du signal transmis  $\mathbf{x}(k)$  comme :

$$\mathbf{y}(k) = \sum_{l=0}^{L_p} \mathbf{H}(l) \mathbf{x}(k-l) + \mathbf{n}(k) \quad (4.33)$$

où  $L_p$  est le nombre d'échos discernables par le système.

Le formalisme vectoriel dérivé doit tenir compte de l'étalement de la réponse impulsionnelle dans le dimensionnement des vecteurs. Ainsi, un message de durée  $K$  périodes temporelles est reçu sur  $K + L_p$  périodes, ce qui peut s'écrire sous forme vectorielle :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (4.34)$$

avec  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}(0)^T, \dots, \mathbf{x}(K-1)^T]^T \in \mathbb{C}^{KN_T}$  le signal transmis,  $\mathbf{y} = [\mathbf{y}(0)^T, \dots, \mathbf{y}(K+L_p-1)^T]^T \in \mathbb{C}^{(K+L_p)N_R}$  le signal reçu,  $\mathbf{n} = [\mathbf{n}(0)^T, \dots, \mathbf{n}(K+L_p-1)^T]^T \in \mathbb{C}^{(K+L_p)N_R}$  le bruit et  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{(K+L_p)N_R \times KN_T}$  la matrice espace-retard du canal définie par :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(0) & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}(L_p) & & \mathbf{H}(0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{H}(L_p) \end{bmatrix}$$

La matrice  $\mathbf{H}$  exhibe une structure de Toeplitz par bloc caractéristique de la sélectivité fréquentielle.

### 4.3.1 Critères de construction

**Performances en probabilité d'erreur :** Le récepteur optimal cherche à estimer le message transmis à partir du signal reçu noyé dans un bruit gaussien blanc, en s'aidant de la réponse du canal. Le signal au sens du maximum de vraisemblance est solution de :

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{ML}} = \arg \min_{\mathbf{x}_l \in \mathcal{X}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_l\|_2^2 \quad (4.35)$$

où la répartition du signal en réception, en fonction du signal transmis et du canal, suit la distribution gaussienne :

$$p_{\mathbf{y}|\mathbf{x},\mathbf{H}}(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \mathbf{H}) = \frac{\exp\left(-\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|_2^2\right)}{\pi^{(K+L_p)N_R} P_n}$$

En raison de la complexité du calcul de la probabilité d'erreur totale, on se replie ici encore vers la probabilité d'erreur par paire. La probabilité d'un décodage de la séquence  $\mathbf{x}_2$  au détriment de la séquence  $\mathbf{x}_1$  effectivement transmise s'exprime comme :

$$\begin{aligned} P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1,\mathbf{H}}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1, \mathbf{H}) &= P_{\mathbf{n}}(\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_2\|_2 \leq \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_1\|_2) \\ &= P_{\mathbf{n}}\left[\text{Re}(\mathbf{n}^H \mathbf{H}(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)) \leq -\frac{1}{2} \|\mathbf{H}(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)\|_2^2\right] \end{aligned}$$

La variable aléatoire  $\text{Re}(\mathbf{n}^H \mathbf{H}(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1))$ , somme pondérée d'échantillons de bruit indépendants et identiquement distribués  $\mathcal{CN}(0, P_n)$ , suit une loi gaussienne  $\text{Re}(\mathbf{n}^H \mathbf{H}(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)) \sim \mathcal{N}(0, \|\mathbf{H}(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)\|_2^2 P_n / 2)$ . L'expression analytique de la probabilité d'erreur par paire est alors donnée par :

$$P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1,\mathbf{H}}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1, \mathbf{H}) = Q\left(\sqrt{\frac{\|\mathbf{H}(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)\|_2^2}{2P_n}}\right)$$

et est bornée par :

$$P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1,\mathbf{H}}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1, \mathbf{H}) \leq \exp\left[-\frac{1}{4P_n} \|\mathbf{H}(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)\|_2^2\right] \quad (4.36)$$

L'interférence inter-symboles et la statistique temporelle des évanouissements rendent ardue la dérivation directe de la probabilité d'erreur moyenne par paire depuis la relation (4.36), suggérant d'opter pour un autre angle d'attaque. La solution naturelle consiste à transposer le calcul dans le domaine fréquentiel où l'influence du canal, invariant dans le temps, se résume à une perturbation multiplicative du spectre du signal. La difficulté est désormais de trouver une formulation équivalente de ce problème sur l'axe fréquentiel.

Le système envisagé travaille, rappelons-le, en mode paquet. Face à la dispersion temporelle du canal entraînant un allongement des paquets de  $L_p$  périodes temporelles, l'émetteur est contraint d'insérer un intervalle de garde, au moins aussi long, pendant lequel aucune information n'est transmise. Cet intervalle n'est pas nécessairement inoccupé

et peut être mis à profit pour faciliter les calculs. En particulier, l'extension cyclique d'un bloc d'information sur  $K + L_p$  échantillons convertit la convolution linéaire du signal avec la réponse du canal en une opération de convolution circulaire, d'où la transition vers le domaine fréquentiel devient immédiate par transformée de Fourier discrète. Il est important de réaliser que cette périodisation n'est simulée que sur un intervalle de détection de  $K$  échantillons, correspondant à la fenêtre de détection.

En tronquant la relation initiale (4.34) à l'intervalle utile de  $K$  échantillons, on aboutit, après quelques manipulations, au modèle équivalent :

$$\bar{\mathbf{y}} = \bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{n}} \quad (4.37)$$

où  $\bar{\mathbf{x}} \in \mathbb{C}^{KN_T}$ ,  $\bar{\mathbf{y}} \in \mathbb{C}^{KN_R}$  et  $\bar{\mathbf{n}} \in \mathbb{C}^{KN_R}$  représentent les signaux restreints à la plage temporelle considérée et où la matrice du canal modifiée  $\bar{\mathbf{H}} \in \mathbb{C}^{KN_R \times KN_T}$  est devenue circulaire par bloc :

$$\bar{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(0) & \dots & \mathbf{H}(K-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}(K-1) & \dots & \mathbf{H}(0) \end{bmatrix}$$

Désormais, l'on s'intéressera aux critères de performances établis pour cette représentation. En remarquant que la statistique du bruit n'est pas modifiée,  $\bar{\mathbf{n}} \sim \mathbf{n}$ , la probabilité d'erreur par paire à minimiser s'exprime par :

$$P_{\bar{\mathbf{x}}_2|\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{H}}}(\bar{\mathbf{x}}_2, \bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{H}}) \leq \exp \left[ -\frac{1}{4P_n} \|\bar{\mathbf{H}}(\bar{\mathbf{x}}_2 - \bar{\mathbf{x}}_1)\|_2^2 \right] \quad (4.38)$$

La matrice  $\bar{\mathbf{H}} \in \mathbb{C}^{KN_R \times KN_T}$  est diagonalisable par transformée de Fourier selon :

$$\bar{\mathbf{H}} = \mathbf{F}_{N_R} \mathbf{\Lambda} \mathbf{F}_{N_T}^H$$

où  $\mathbf{F}_{N_R} = \mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_R}$  et  $\mathbf{F}_{N_T} = \mathbf{F} \otimes \mathbf{I}_{N_T}$  sont les matrices de Fourier par bloc générées à partir de la matrice de Fourier  $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{K \times K}$ . La matrice  $\mathbf{\Lambda} \in \mathbb{C}^{N_R K \times N_T K}$ , diagonale par bloc, regroupe les valeurs propres du canal :

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}(0) & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{\Lambda}(K-1) \end{bmatrix}$$

avec  $\mathbf{\Lambda}(k) \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$  la réponse spatiale du canal à la fréquence  $k$ .

L'intégralité du caractère aléatoire de canal est concentrée dans les valeurs propres, impliquant que l'espérance de la probabilité d'erreur par paire est fonction de la seule matrice  $\mathbf{\Lambda}$  :

$$E_{\bar{\mathbf{H}}} \{P_{\bar{\mathbf{x}}_2|\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{H}}}(\bar{\mathbf{x}}_2, \bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{H}})\} = E_{\mathbf{\Lambda}} \{P_{\bar{\mathbf{x}}_2|\bar{\mathbf{x}}_1, \mathbf{\Lambda}}(\bar{\mathbf{x}}_2, \bar{\mathbf{x}}_1, \mathbf{\Lambda})\}$$

où la probabilité d'erreur  $P_{\bar{\mathbf{x}}_2|\bar{\mathbf{x}}_1, \mathbf{\Lambda}}$  est dérivée de l'expression (4.38) en injectant la décomposition fréquentielle de la matrice du canal :

$$P_{\bar{\mathbf{x}}_2|\bar{\mathbf{x}}_1, \mathbf{\Lambda}}(\bar{\mathbf{x}}_2, \bar{\mathbf{x}}_1, \mathbf{\Lambda}) \leq \exp \left[ -\frac{1}{4P_n} \|\mathbf{\Lambda} \mathbf{F}_{N_T}^H (\bar{\mathbf{x}}_2 - \bar{\mathbf{x}}_1)\|_2^2 \right]$$

La bijectivité de la transformée de Fourier garantissant l'égalité des mesures d'erreurs dans les domaines temporel et fréquentiel, il est équivalent de travailler sur la probabilité d'erreur entre les spectres des signaux :

$$P_{\tilde{\mathbf{x}}_2|\tilde{\mathbf{x}}_1,\mathbf{\Lambda}}(\tilde{\mathbf{x}}_2, \tilde{\mathbf{x}}_1, \mathbf{\Lambda}) \leq \prod_{k=0}^{K-1} \exp \left[ -\frac{1}{4P_n} \|\mathbf{\Lambda}(k)(\tilde{\mathbf{x}}_2(k) - \tilde{\mathbf{x}}_1(k))\|_2^2 \right]$$

où  $\tilde{\mathbf{x}}_1(k) \in \mathbb{C}^{N_T}$  et  $\tilde{\mathbf{x}}_2(k) \in \mathbb{C}^{N_T}$  sont les projections des signaux  $\tilde{\mathbf{x}}_1$  et  $\tilde{\mathbf{x}}_2$  sur la porteuse  $k$ .

Dans l'hypothèse où l'étalement de la réponse impulsionnelle est suffisamment grand, l'espacement inter-porteuse est supérieur à la bande de cohérence du canal. Les matrices  $\mathbf{\Lambda}_k^H \mathbf{\Lambda}_k$  sont alors approximativement indépendantes en fréquence, autorisant ainsi de traiter les modes séparément :

$$\begin{aligned} P_{\tilde{\mathbf{x}}_2|\tilde{\mathbf{x}}_1}(\tilde{\mathbf{x}}_2, \tilde{\mathbf{x}}_1) &= E_{\mathbf{\Lambda}} \{ P_{\tilde{\mathbf{x}}_2|\tilde{\mathbf{x}}_1,\mathbf{\Lambda}}(\tilde{\mathbf{x}}_2, \tilde{\mathbf{x}}_1, \mathbf{\Lambda}) \} \\ &\leq \prod_{k=0}^{K-1} E_{\mathbf{\Lambda}(k)} \left\{ \exp \left[ -\frac{1}{4P_n} \|\mathbf{\Lambda}(k)(\tilde{\mathbf{x}}_2(k) - \tilde{\mathbf{x}}_1(k))\|_2^2 \right] \right\} \end{aligned}$$

En supposant de plus que l'environnement est riche en diffuseurs (statistique gaussienne des évanouissements) et que l'espacement inter-antennes est supérieur à la distance de corrélation (décorrélation en espace des signaux), on montre que  $\mathbf{\Lambda}(k) \sim \mathcal{CN}(0, \mathbf{I}_{N_R})$ . Par conséquent, les matrices  $\mathbf{\Lambda}(k)^H \mathbf{\Lambda}(k)$  suivent une loi de Wishart,  $\mathbf{\Lambda}(k)^H \mathbf{\Lambda}(k) \sim \mathcal{CW}(0, \mathbf{I}_K)$  et l'on a :

$$P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) \leq \prod_{k=0}^{K-1} \left( 1 + \frac{\|(\tilde{\mathbf{x}}_2(k) - \tilde{\mathbf{x}}_1(k))\|_2^2}{4P_n} \right)^{-N_R}$$

En régime de fort SNR, cette borne se simplifie en :

$$P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) \leq \prod_{k \in \mathcal{K}} \left( \frac{1}{4P_n} \|\tilde{\mathbf{x}}_2(k) - \tilde{\mathbf{x}}_1(k)\|_2^2 \right)^{-N_R} \quad (4.39)$$

où l'on a posé l'ensemble  $\mathcal{K} = \{k \mid \tilde{\mathbf{x}}_2(k) \neq \tilde{\mathbf{x}}_1(k), k = 0, \dots, K-1\}$ .

Les gains de codage et de diversité sont isolés par comparaison de la relation (4.39) avec  $(\beta_c/4P_n)^{-\beta_d}$  :

$$\begin{aligned} \beta_d &= \text{card}(\mathcal{K})N_R \\ \beta_c &= \prod_{k \in \mathcal{K}} \|\tilde{\mathbf{x}}_2(k) - \tilde{\mathbf{x}}_1(k)\|_2^{2/\text{card}(\mathcal{K})} \end{aligned} \quad (4.40)$$

La conception d'un système de transmission, avec insertion d'intervalle de garde cyclique en tête de paquet, repose donc sur la maximisation des deux facteurs (4.40) sur le spectre de la constellation d'émission.

### 4.3.2 Panorama des techniques

**Egalisation :** Alors que l'égalisation forme une branche relativement ancienne dans le monde des systèmes de communication [74, 75], la transition vers le canal MIMO s'est faite plus récemment [76, 77, 78]. La carte d'identité d'une technique d'égalisation comprend trois points que sont :

- le critère d'optimisation : méthodes déterministes ou statistiques,
- la connaissance disponible : méthodes classiques ou paramétriques,
- la structure de l'égaliseur : égaliseur linéaire ou non linéaire, récursif ou non récursif.

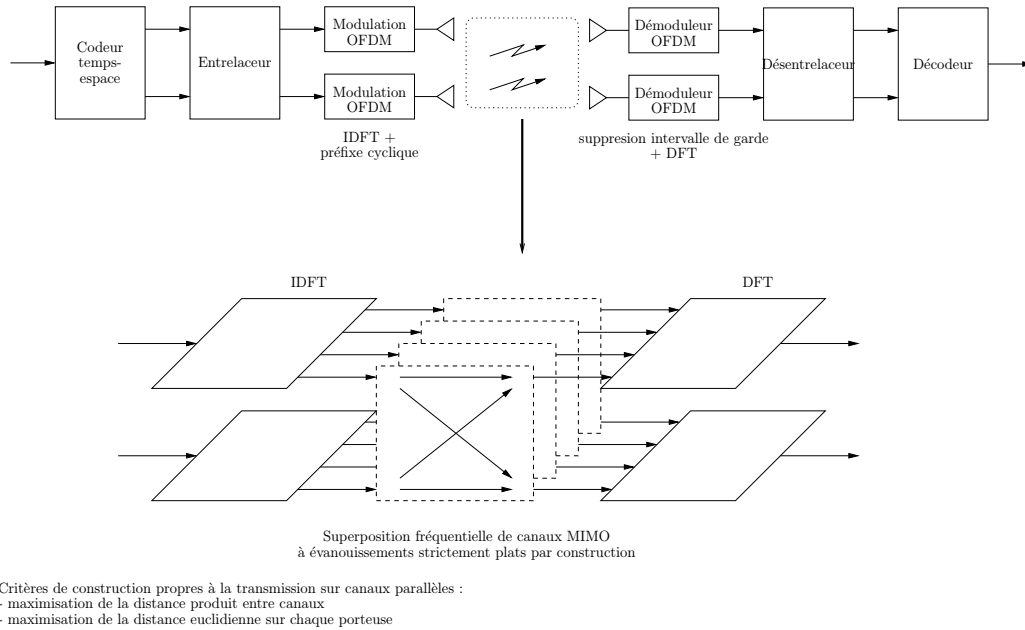
L'égaliseur dirigé acquiert la réponse du canal grâce à la séquence d'entraînement transmise par l'émetteur. Cette séquence se révèle plus complexe à définir par comparaison au cas SISO, puisqu'elle doit apporter une information suffisamment riche sur le canal pour permettre au récepteur d'estimer tous les modes de propagation. Une analyse théorique de ce problème peut être trouvée dans l'article de Raleigh [79], accompagnée d'une stratégie d'acquisition de la réponse du canal. Dans la référence [80], les auteurs proposent un format de séquence d'apprentissage, basé sur la norme IEEE 802.11a, adapté à une configuration à deux antennes d'émission et plusieurs antennes de réception.

**Techniques MIMO-OFDM :** L'égalisation d'un canal MIMO demeure difficile à mettre en œuvre dès lors que le canal présente, sur la bande du signal, une sélectivité fréquentielle marquée. Une solution élégante pour maintenir un niveau de complexité acceptable est l'ajout d'un module en émission appliquant une mise en forme au signal, adaptée au canal, dans le but de faciliter le traitement en réception. En particulier, les procédés dits de filtrage vectoriel répartissent l'information sur une base de formes d'onde dont l'orthogonalité n'est pas altérée en réception, la sélectivité fréquentielle se réduisant à un simple facteur multiplicatif sur chaque fonction. Tout se passe alors comme si le canal était décomposé en une somme de sous-canaux MIMO indépendants et plats. Il est essentiel de réaliser que ces sous-canaux sont non sélectifs en fréquence par construction, par opposition à la section 4.2 où il ne s'agissait que d'une approximation.

Pour des canaux présentant de forts étalements temporels et localement invariants, l'OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplex) est certainement le choix le plus répandu. La référence [81] est l'une des premières étudiant l'OFDM dans le contexte MIMO et présentant les règles de codage applicables au multiplex MIMO-OFDM.

Le schéma d'une chaîne MIMO-OFDM est détaillé par la figure (4.14). Les données sont transmises par bloc de symboles, modulés par une transformée de Fourier discrète inverse (IDFT - Inverse Discrete Fourier Transform) puis préfixés par une extension cyclique suffisamment longue pour absorber l'ensemble des échos du canal. En réception, le détecteur commence par éliminer les échantillons correspondant à l'intervalle de garde, ne conservant que les symboles utiles à partir desquels il restitue, par transformée de Fourier discrète, les symboles transmis affectés d'un coefficient d'évanouissement à égaliser.

Le critère de construction des fonctions de codage, directement hérité des techniques de transmission sur canaux parallèles, est la minimisation du produit inter-porteuse des distances intra-porteuses entre mots du code. Une large panoplie de techniques de distri-



**Fig. 4.14:** Système MIMO combiné à une modulation OFDM pour transmission sur canal sélectif en fréquence

bution de l'information a été proposée. Raleigh [79] et Lu [82] donnent ainsi un aperçu des codes SISO directement exploitables sur le multiplex MIMO-OFDM, par exemple les TCM à grande distance produit ou encore les codes à faible densité (LDPC — Low Density Parity Check Code) [83]. L'avantage des codes à faible densité devant les turbocodes est l'allègement du traitement effectué à chaque itération, ce qui autorise l'augmentation du nombre d'itérations. Un système inspiré de VBLAST est présenté par Lozano [84].

**Bancs de filtres :** Les transmissions sur multiplex de porteuses orthogonales avec intervalle de garde cyclique sont particulièrement sensibles aux évanouissements profonds proches des porteuses, requérant un couplage avec un code correcteur d'erreur ou un mécanisme d'évitement de ces porteuses. Des formes d'onde autres que les exponentielles complexes, comme par exemple les transformées à base d'ondelettes [85], parviennent à résoudre partiellement ce problème. A cela viennent se cumuler les phénomènes de corrélation spatiale qui se traduisent par l'apparition de trous dans les spectres de plusieurs multiplex, dégradant d'autant le taux d'erreur.

Ces schémas de modulations appartiennent à la famille des structures à bancs de filtres temps-espace [86], potentiellement à même d'égaler parfaitement la réponse du canal indépendamment de la position des évanouissements. Cette possibilité résulte d'un dosage précis entre le nombre de symboles d'information, égal au nombre de filtres ainsi que les longueurs des réponses impulsionnelles des filtres et du canal, notés ici  $K$ ,  $L_f$  et  $L_p$  respectivement. L'étude de cette question [61] a montré que :

- la longueur des filtres doit être supérieure ou égale au nombre d'inconnues accessibles au récepteur,  $L_f \geq K + L_p$  (condition nécessaire) ;
- les réponses des filtres ne doivent pas être une combinaison linéaire d'ordre  $L_p$  (condition suffisante).

Alors que la modulation OFDM avec préfixe cyclique ne satisfait pas à ces conditions, précisément à cause de la périodicité du préfixe, on démontre qu'il suffit de remplacer ce dernier par un intervalle de garde vide pour être à nouveau en mesure d'égaliser le canal parfaitement (ZP OFDM — Zero Padded OFDM). Plus généralement, une reconstruction parfaite est envisageable si  $L_p$  zéros sont insérés à des positions arbitraires dans les réponses de chaque filtre du banc.

**Modulations codées temps-espace en bloc orthogonales :** Les codes en bloc orthogonaux développés pour un canal plat sont généralisables au canal sélectif en fréquence. L'idée centrale est toujours de manipuler les signaux transmis de sorte à permettre la détection séparée des symboles.

Considérons par exemple le schéma d'Alamouti. Chaque antenne d'émission transmet un bloc de  $K$  symboles,  $\mathbf{x}_i$ , puis ensuite le bloc transmis par l'autre antenne, conjugué et transformé par une application linéaire  $\mathbf{T}$  à déterminer :

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & -\mathbf{T}\mathbf{x}_2^* \\ \mathbf{x}_2^* & \mathbf{T}\mathbf{x}_1^* \end{bmatrix}$$

où  $\mathbf{T} \in \mathbb{C}^{K \times K}$ .

Un intervalle de garde à zéro, d'une durée supérieure à l'étalement de la réponse du canal, est inséré entre chaque bloc pour éliminer l'interférence entre blocs. On montre alors que la matrice  $\mathbf{T}$ , supprimant les termes non-linéaires apparaissant dans le calcul de la métrique ML, est une matrice anti-diagonale. La séquence  $\mathbf{T}\mathbf{x}_1^*$  correspond ainsi à  $\mathbf{x}_1^*$  renversée dans le temps, d'où le nom TR-STBCM (Time Reversal STBCM) [87, 88].

## 4.4 Domaines spatial et temporel

Les changements des conditions de propagation, dus entre autres aux déplacements de l'émetteur, du récepteur ou des obstacles présents dans l'environnement, engendrent une évolution temporelle de la réponse du canal que le système doit intégrer, en plus de la diversité spatiale, à sa stratégie de communication.

Les signaux d'entrée et de sortie sont reliés, à l'index temporel  $k$ , par :

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{n}(k)$$

La forme vectorielle associée s'écrit :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$$



où  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}(0)^T, \dots, \mathbf{x}(K-1)^T]^T \in \mathbb{C}^{KN_T}$  est le vecteur transmis,  $\mathbf{y} = [\mathbf{y}(0)^T, \dots, \mathbf{y}(K-1)^T]^T \in \mathbb{C}^{KN_R}$  le vecteur reçu et  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{KN_R \times KN_T}$  la matrice du canal définie par :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(0) & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{H}(K-1) \end{bmatrix}$$

#### 4.4.1 Critères de construction

**Performances en probabilité d'erreur** Le signal reçu suit une distribution gaussienne autour du signal attendu :

$$p_{\mathbf{y}|\mathbf{H},\mathbf{x}}(\mathbf{y}, \mathbf{H}, \mathbf{x}) = \frac{\exp(-\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|_2^2)}{\pi^{KN_R} P_n}$$

L'estimation du signal le plus vraisemblablement transmis passe par une recherche exhaustive sur l'ensemble des messages possibles :

$$\hat{\mathbf{x}}_{ML} = \arg \min_{\mathbf{x}_l \in \mathcal{X}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_l\|_2^2 \quad (4.41)$$

On montre, comme précédemment dans ce chapitre, que la nature gaussienne du bruit implique une probabilité d'erreur par paire fonction de la distance euclidienne entre signaux mesurée en réception :

$$P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1,\mathbf{H}}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1, \mathbf{H}) = Q\left(\sqrt{\frac{\|\mathbf{H}(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)\|_2^2}{2P_n}}\right) \quad (4.42)$$

En appliquant la borne de Chernoff sur  $Q(\cdot)$  et en développant la distance  $\|\mathbf{H}(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)\|_2$ , on aboutit à :

$$P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1,\mathbf{H}}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1, \mathbf{H}) \leq \exp\left[-\frac{1}{4P_n} \sum_{k=0}^{K-1} \|\mathbf{H}(k)(\mathbf{x}_2(k) - \mathbf{x}_1(k))\|_2^2\right] \quad (4.43)$$

Le calcul de la valeur moyenne de la probabilité d'erreur conditionnelle sur la statistique des évanouissements est facilité en postulant l'indépendance temporelle des réalisations du canal, auquel cas il se décompose selon :

$$\begin{aligned} P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) &= \prod_{k=0}^{K-1} E_{\mathbf{H}(k)}\{P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1,\mathbf{H}(k)}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1, \mathbf{H}(k))\} \\ &\leq \prod_{k=0}^{K-1} E_{\mathbf{H}(k)}\left\{\exp\left(-\frac{1}{4P_n} \|\mathbf{H}(k)(\mathbf{x}_2(k) - \mathbf{x}_1(k))\|_2^2\right)\right\} \end{aligned}$$

L'espérance des termes individuels du produit, qui se présente comme un cas particulier du problème (4.7), dépend du canal par l'intermédiaire des matrices de corrélation  $\mathbf{H}(k)^H \mathbf{H}(k)$ . Dans le scénario idéal d'un canal suffisamment riche en diffuseurs et d'antennes suffisamment espacées au sein de chaque réseau, cette matrice suit, pour chaque index temporel, une loi de Wishart,  $\mathbf{H}(k)^H \mathbf{H}(k) \sim \mathcal{CW}_{K+L}(K, \mathbf{I}_K)$ , et l'on montre que :

$$P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) \leq \prod_{k=0}^{K-1} \frac{1}{\det \left[ \mathbf{I}_{N_T} + \frac{1}{4P_n} (\mathbf{x}_2(k) - \mathbf{x}_1(k))(\mathbf{x}_2(k) - \mathbf{x}_1(k))^H \right]^{N_R}}$$

ou encore

$$P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) \leq \prod_{k=0}^{K-1} \frac{1}{\left[ 1 + \frac{1}{4P_n} \|\mathbf{x}_2(k) - \mathbf{x}_1(k)\|_2^2 \right]^{N_R}}$$

où se servant de l'égalité  $\det(\mathbf{I} + \mathbf{xy}^H) = 1 + \mathbf{y}^H \mathbf{x}$  valable pour un couple quelconque de vecteurs  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{y}$  de même taille.

Pour les régimes à fort SNR, la probabilité d'erreur se comporte comme :

$$P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) \leq \prod_{k \in \mathcal{K}} \left( \frac{1}{4P_n} \|\mathbf{x}_2(k) - \mathbf{x}_1(k)\|_2^2 \right)^{-N_R} \quad (4.44)$$

avec l'ensemble  $\mathcal{K} = \{k \mid \mathbf{x}_2(k) \neq \mathbf{x}_1(k), k = 0, \dots, K-1\}$ .

Les gains de diversité et de codage se déduisent par comparaison avec l'expression (4.44)  $(\beta_c \gamma / 4)^{-\beta_d}$ . Ils ont pour expressions :

$$\begin{aligned} \beta_d &= \text{card}(\mathcal{K}) N_R \\ \beta_c &= \prod_{k \in \mathcal{K}} \|\mathbf{x}_2(k) - \mathbf{x}_1(k)\|_2^{2/\text{card}(\mathcal{K})} \end{aligned} \quad (4.45)$$

Au-delà de l'aspect spécifique MIMO, les mesures ci-dessus témoignent de la présence d'évanouissements de Rayleigh rapides sans mémoire, expliquant la forte similitude avec les critères de performances constatés sur les canaux SISO à évanouissements de Rayleigh rapides [33].

La construction de schémas de codage appropriés passe par l'optimisation des deux critères (4.45), le gain de diversité demeurant prioritaire sur le gain de codage. Notamment, il sera possible de s'inspirer des méthodes mises au point pour les canaux SISO exhibant une dynamique temporelle similaire.

#### 4.4.2 Panorama des techniques

L'établissement d'une communication sur un canal dont la cohérence temporelle ne dépasse pas une période symbole est peu réaliste. Les critères de construction établis ci-dessus doivent être compris comme une indication sur le comportement en robustesse lorsque le système s'approche de ces conditions de transmission. D'un point de vue plus

pratique, les techniques présentées ici sont valables pour des statistiques temporelles intermédiaires, *i.e.* suffisamment rapides pour être sensibles sur la durée d'un message mais suffisamment lentes pour pouvoir être traitées.

**Récepteur adaptatif :** L'égalisation adaptative des variations temporelles du canal est une stratégie répandue autorisant de réutiliser les schémas de codage développés pour le canal quasi-statique, avec des performances théoriques améliorées du fait de l'accroissement de l'ordre de diversité [21].

En pratique, la complexité de réalisation du mécanisme d'adaptation conduit à des solutions sous-optimales. Différents algorithmes peuvent être mis en œuvre selon le modèle de canal adopté : algorithme EM [Expectation-Maximization] [89], lorsque le canal est assimilé à un processus aléatoire, ou algorithme de Kalman [90], dans le cas où l'évolution temporelle est suivie par un processus auto-régressif.

**Modulations temps-espace :** Des schémas de codage pour canal à évanouissements rapides peuvent être construits à partir des critères de performances (4.45). Un certain nombre de treillis temps-espace pour modulation QPSK ont été ainsi obtenus par Firmanto [91], au prix d'une recherche informatique exhaustive. Parallèlement, en marge des travaux menés sur les modulations codées pour canal quasi-statique, on retrouve dans plusieurs références de la section 4.2 des exemples de codes temps-espace pour canal à évanouissements rapides.

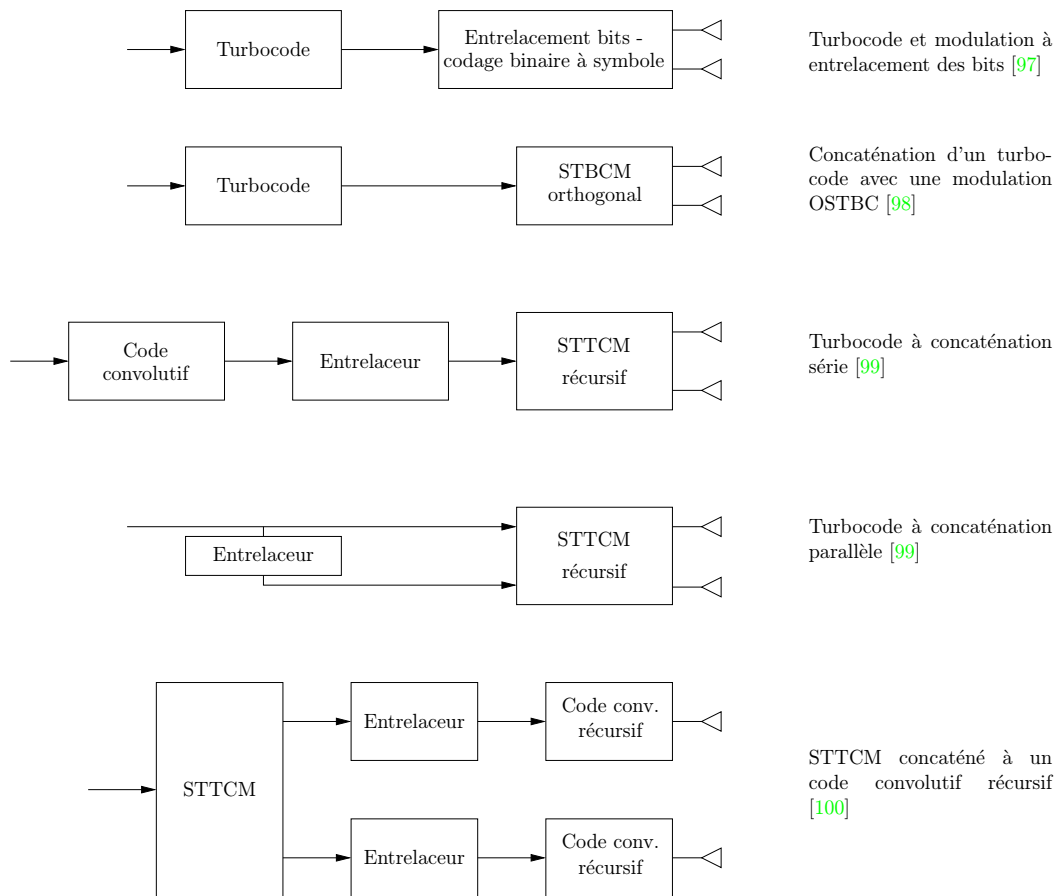
Les techniques temps-espace existantes pour canal statique et pour canal à évanouissements rapides ne sont pas satisfaisantes en pratique et font ressentir le besoin de schémas adaptés aux dynamiques temporelles intermédiaires. Aussi, dans son article fondateur [9], Tarokh propose-t'il une famille de codes mixtes à faible rendement, baptisés "smart-greedy codes" dans la littérature anglaise, optimisant simultanément les critères de diversité et de codage (4.11) et (4.45). Les modulations codées en treillis multidimensionnelles permettent de générer ce type de codes. Une méthode de génération de treillis multidimensionnelles, basée sur la description analytique de Calderbank-Mazo, est fournie par Van [92].

**Techniques différentielles :** Les techniques différentielles, évoquées dans la section 4.2.2, se prêtent naturellement à la transmission sur canal sélectif en temps en rendant superflue l'estimation de la réponse du canal. Le canal doit néanmoins rester stable sur une durée supérieure ou égale à l'intervalle de transition servant à coder l'information.

**Concaténation de codes :** Précédemment abordée dans le domaine spatial, la concaténation de codes est une stratégie permettant l'optimisation séparée des gains de codage et de diversité en espace. Le schéma logique de la figure (4.9) demeure inchangé mais répond à des critères propres à la communication sur canal à variations rapides. Ainsi, dans l'exemple de la concaténation du code d'Alamouti et d'une modulation codées en

treillis externe [93], l'élaboration de la TCM est guidée par les paramètres de longueur effective et de distance produit [94].

La dynamique temporelle du canal étant pénalisante pour les codes classiques trop structurés, les codes quasi-aléatoires, *i.e.* codes LDPC et turbocodes, apparaissent naturellement comme la solution pour exploiter cette diversité. La richesse de la littérature dans le domaine des modulations temps-espace turbocodées témoigne du potentiel de ces techniques [95, 96]. La figure (4.15) regroupe quelques architectures possibles.



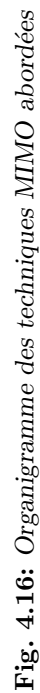
**Fig. 4.15:** *Turbocodage temps-espace - Exemples d'applications des turbocodes au système MIMO*

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un état de l'art des techniques de transmission MIMO. L'approche est focalisée sur l'exploitation de la dimension spatiale, à laquelle viennent se greffer les dimensions fréquentielle et temporelle. Les points suivants ont été abordés :

- les schémas de codage et de modulation adaptés aux canaux MIMO invariants dans le temps et plats en fréquence, s'étageant depuis les systèmes à diversité pure (OSTBCM) jusqu'aux solutions à multiplexage spatial pur (BLAST) ;
- leurs extensions permettant de traiter la sélectivité fréquentielle, dominées par la combinaison fructueuse avec les modulations de type OFDM ;
- leurs extensions permettant de compenser la sélectivité temporelle, ainsi que les schémas combinant dimensions spatiale et temporelle.

L'ensemble des techniques évoquées dans ce chapitre, résumé sous forme graphique par la figure (4.16), est injecté dans le chapitre suivant comme base de références. La conception de l'interface radio MIMO spécifiée s'en trouvera simplifiée d'autant.



**Fig. 4.16:** Organigramme des techniques MIMO abordées

## Bibliographie

- [1] G. Foschini, "Layered space-time architecture for wireless communications". *Bell Labs Tech. Journal*, pages 41–59, Autumn 1996. [File](#).
- [2] O. Damen, A. Chkeif et J.-C. Belfiore, "Lattice code decoder for space-time codes". *IEEE Communication Letters*, May 2000. [File](#).
- [3] G.J. Foschini, G.D. Golden, A.Valenzuela et P.W. Wolniansky, "Simplified processing for high speed spectral efficiency wireless communication employing multi-element arrays". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 1841–1852, Nov. 1999. [File](#).
- [4] G.J. Foschini et M.J. Gans, "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas". *Wireless Personal Communications*, pages 311–335, Jun. 1998. [File](#).
- [5] B. Hassibi, B.M. Hochwald, A. Shokrollahi et W. Sweldens, "Representation theory for high-rate multiple-antenna code design". tech. rep., Bell Labs, 2000. [File](#).
- [6] D.-S. Shiu et J.M. Kahn, "Design of high-throughput codes for multiple-antenna wireless systems". *IEEE Transaction on Information Theory*, 1999. [File](#).
- [7] H. El Gamal et A.R. Hammons, "A new approach to layered space-time coding and signal processing". *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 2321–2334, Sep. 2001.
- [8] K.L. Lo, "Layered space-time structures with Low Density Parity Check and convolutional codes". Master's thesis, University of Sydney, 2001.
- [9] V. Tarokh, N. Seshadri et A.R. Calderbank, "Space-time codes for high data rate wireless communication : performance criterion and code construction". *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 744–765, . 1998. [File](#).
- [10] J.-C. Guey, M.P. Fitz, M.R. Bell et W.Y. Kuo, "Signal design for transmitter diversity wireless communication systems over Rayleigh fading channel". *IEEE Transaction on Communications*, pages 527–537, Apr. 1999.
- [11] J. Grimm, M.P. Fitz et J.V. Krogmeier, "Further results in space-time coding for Rayleigh fading". in *Allerton Conf. on Comm., Cont. and Comput.*, 1998.
- [12] S. Baro, G. Bauch et A. Hansmann, "Improved codes for space-time trellis-coded modulation". *IEEE Communication Letters*, pages 20–22, Jan. 2000. [File](#).
- [13] D.M. Ionescu, K.K. Mukkavilli, Z. Yan et J. Lilleberg, "Improved 8 and 16-state space-time codes for 4-PSK with two transmit antennas". *IEEE Communication Letters*, 2001. [File](#).
- [14] J. Yuan, B. Vucetic, Z. Chen et W. Firmanto, "Performance of space-time coding on fading channels". in *Proceedings of IEEE Symposium on Information Theory*, 2001. [File](#).
- [15] D. Divsalar et M.K. Simmons, "The design of trellis coded MSPK for fading channels : performance criteria". *IEEE Transaction on Communications*, pages 1004–1012, Sep. 1998. [File](#).

- [16] D. Divsalar et M.K. Simmons, "The design of trellis coded MSPK for fading channels : set partitioning for optimum code design". *IEEE Transaction on Communications*, pages 1013–1021, Sep. 1998. [File](#).
- [17] X. Lin et R.S. Blum, "Systematic design of space-time codes employing multiple trellis coded modulation". *IEEE Transaction on Communications*, pages 608–615, Apr. 2002. [File](#).
- [18] A.R. Hammons et H. El Gamal, "On the theory of space-time codes for PSK modulation". *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 524–542, Mar. 2000. [File](#).
- [19] R.S. Blum, "New analytical tools for designing space-time convolutional codes". in *Conference on Information Sciences and Systems, Princeton, NJ*, Mar. 2000. [File](#).
- [20] Q. Yan et R.S. Blum, "Optimum space-time convolutional codes". in *IEEE Wireless Comm. and Networking Conference*, 2000. [File](#).
- [21] V. Tarokh, A. Naguib, N. Seshadri et A.R. Calderbank, "Space-time codes : performance criteria in the presence of channel estimation errors, mobility and multiple paths". *IEEE Transaction on Communications*, pages 199–207, Feb. 1999. [File](#).
- [22] A. Naguib, V. Tarokh, N. Seshadri et A.R. Calderbank, "Space-time coding modem for high data rate wireless communications". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 1459–1478, Oct. 1998.
- [23] M. P. Fitz, J. Grimm et S. Siwamogsatham, "A new view of performance analysis techniques in correlated Rayleigh fading". in *IEEE Wireless Comm. and Networking Conference*, 1999.
- [24] S.M. Alamouti, "A simple transmitter diversity scheme for wireless communications". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 1451–1458, Oct. 1998. [File](#).
- [25] G. Ganesan et P. Stoica, "Space-time diversity using orthogonal and amicable orthogonal designs". in *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2000.
- [26] V. Tarokh, H. Jafarkhani et A.R. Calderbank, "Space-time block codes from orthogonal design". *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 1456–1467, Jul. 1999. [File](#).
- [27] V. Tarokh, H. Jafarkhani et A.R. Calderbank, "Space-time block coding for wireless communications : performance results". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 451–460, Mar. 1999. [File](#).
- [28] A.V. Geramita et J. Seberry, *Orthogonal designs, quadratic forms and Hadamard matrices*. Marcel Dekker, New York-Basel, 1979.
- [29] T. Lo et V. Tarokh, "Space-Time Block Coding : From a Physical Perspective". in *IEEE Wireless Comm. and Networking Conference*, pages 150–153, 1999. [File](#).
- [30] S. Sandhu et A. Paulraj, "Space-time block codes : a capacity perspective". *IEEE Communication Letters*, 2000.
- [31] H. Jafarkhani, "A quasi-orthogonal space-time block code". *IEEE Transaction on Communications*, pages 1–4, Jan. 2001.



- [32] C. Papadias, “A space-time coding approach for systems employing four transmit antennas”. in *ICASSP*, 2001.
- [33] J. Boutros et E. Viterbo, “Signal space diversity : a power and bandwidth efficient diversity technique for the Rayleigh fading channel”. *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 1453–1467, Jul. 1998. [File](#).
- [34] K. Boullé et J.-C. Belfiore, “Modulation schemes designed for the Rayleigh fading channel”. in *Proceedings of the Canadian Institute of Strategic Studies*, 1992.
- [35] V.M. DaSilva et E.S. Sousa, “Fading-resistant modulation using several transmitter antennas”. *IEEE Transaction on Communications*, pages 1236–1244, Oct. 1997.
- [36] Y. Xin, Z. Wang et G.B. Giannakis, “Linear unitary precoders for maximum diversity gains with multiple transmit and receive antennas”. in *Proc. of the 34th Asilomar Conf. on Signal, Systems and Computers*, 2000. [File](#).
- [37] X. Giraud, E. Boutillon et J.-C. Belfiore, “Algebraic tools to build modulation schemes for fading channels”. *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 938–952, May 1997.
- [38] M.O. Damen, K. Abed-Meraim et J.-C. Belfiore, “Diagonal algebraic space-time codes”. *IEEE Transaction on Information Theory*, Mar. 2002. [File](#).
- [39] U. Fincke et M. Pohst, “Improved methods for calculating vectors of short length in a lattice, including a complexity analysis”. *ACM Sigsam*, vol. 15, pages 37–44, 1981.
- [40] B. Hassibi et B.M. Hochwald, “High-rate codes that are linear in space and time”. *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 1804–1824, Jul. 2002. [File](#).
- [41] B. Hassibi, “An efficient square-root algorithm for BLAST”. tech. rep., Bell Labs, 2000. [File](#).
- [42] I.E. Telatar, “Capacity of multi-antenna Gaussian channels”. *ATT Bell Labs tech. memo.*, Jun. 1995. [File](#).
- [43] S. Sandhu et A. Paulraj, “Unified design of linear space-time codes”. in *GLOBE-COM*, 2001. [File](#).
- [44] M.O. Damen, A. Tewfik et J.-C. Belfiore, “A construction of a space-time code based on number theory”. *IEEE Transaction on Information Theory*, Mar. 2002. [File](#).
- [45] G.D. Forney, “Generalized minimum distance decoding”. *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 125–131, Apr. 1966.
- [46] G. Ungerboeck, “Channel coding with multilevel multiphase signals”. *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 5–21, Jan. 1982.
- [47] T.L. Marzetta et B.M. Hochwald, “Capacity of a mobile multiple-antenna communication link in Rayleigh flat fading”. *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 139–157, Jan. 1999. [File](#).
- [48] C.D. Meyer, *Matrix analysis and applied linear algebra*. SIAM, 2000.
- [49] B.M. Hochwald et T.L. Marzetta, “Unitary space-time modulation for multiple-antenna communications in Rayleigh flat fading”. *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 543–564, Mar. 2000. [File](#).

- [50] I. Abou-Faycal et B. Hochwald, "Coding requirements for multiple-antenna channels with unknown Rayleigh fading". tech. rep., Bell Labs, 1999. [File](#).
- [51] D. Agrawal, T.J. Richardson et R. Urbanke, "Multiple-antenna signal constellations for fading channels". tech. rep., Bell Labs, 1999. [File](#).
- [52] B.M. Hochwald, T.L. Marzetta, T.L. Richardson et W. Swelden, "Systematic design of unitary space-time constellations". tech. rep., Bell Labs, 1999. [File](#).
- [53] V. Tarokh et H. Jafarkhani, "A differential detection scheme for transmit diversity". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Jul. 2000. [File](#).
- [54] H. Jafarkhani et V. Tarokh, "Multiple transmit antenna differential detection from generalized orthogonal designs". *IEEE Transaction on Information Theory*, Sep. 2001.
- [55] B.L. Hughes, "Differential space-time modulation". *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 2567–2578, Nov. 2000. [File](#).
- [56] B.M. Hochwald et W. Sweldens, "Differential unitary space-time modulation". *IEEE Transaction on Communications*, pages 2041–2052, Dec. 2000. [File](#).
- [57] A. Shokrollahi, "Computing the performance of space time group codes from their characteristic table". tech. rep., Bell Labs, 2000. [File](#).
- [58] *Special issue on blind systems identification and estimation*, Proceedings of the IEEE, Oct. 1998.
- [59] A. Scaglione, P. Stoica, S. Barbarossa, G.B. Giannakis et H. Sampath, "Optimal designs for space-time linear precoders and decoders". *IEEE Transaction on Signal Processing*, Aug. 2001. [File](#).
- [60] H. Sampath, P. Stoica et A. Paulraj, "Generalized linear precoder and decoder design for MIMO channels using the weighted MMSE criterion". *IEEE Transaction on Communications*, Dec. 2001. [File](#).
- [61] A. Scaglione, S. Barbarossa et G.B. Giannakis, "Filterbank transceivers optimizing information rate on block transmission over dispersive channels". *IEEE Transaction on Information Theory*, vol. 45, pages 1019–1032, Apr. 1999. [File](#).
- [62] A. Scaglione, S. Barbarossa et G.B. Giannakis, "Redundant filterbank precoder and equalizers - part I : unification and optimal designs". *IEEE Transaction on Signal Processing*, vol. 47, pages 1988–2006, Jul. 1999. [File](#).
- [63] A. Scaglione, S. Barbarossa et G.B. Giannakis, "Redundant filterbank precoder and equalizers - part II : blind signal recovery". *IEEE Transaction on Signal Processing*, vol. 47, pages 2007–2047, Jul. 1999. [File](#).
- [64] R. Price, "Nonlinearly feedback-equalized PAM versus capacity for noisy filter channels". in *Proc. IEEE Intl. Conf. Comm.*, pages 22.12–22.17, 1972.
- [65] M. Tomlinson, "New automatic equalizer employing modulo arithmetic". *Electronic Letters*, pages 138–139, Mar. 1971.
- [66] H. Harashima et H. Miyakawa, "A method of code conversion for a digital communication channel with intersymbol interference". *IEEE Transaction on Communications*, pages 774–780, Aug. 1972.
- [67] G.D. Forney et A.R. Calderbank, "Coset codes for partial response channels". *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 925–943, Sep. 1989.

- [68] M.V. Eyuboglu et G.D. Forney, "Trellis precoding : combined coding, precoding and shaping for intersymbol interference channels". *IEEE Transaction on Information Theory*, vol. 38, pages 301–314, Mar. 1992. [File](#).
- [69] G. Ginis et J.M. Cioffi, "A multi-user precoding scheme achieving crosstalk cancellation with application to DSL systems". in *Asilomar*, pages 1627–1631, Oct. 2000. [File](#).
- [70] W. Yu et J.M. Cioffi, "Trellis precoding for the broadcast channel". in *Proceedings of IEEE GLOBECOM*, 2001. [File](#).
- [71] S. Kasturia, J.T. Aslanis et J.M. Cioffi, "Vector coding for partial response channel". *IEEE Transaction on Information Theory*, vol. 36, pages 741–761, Jul. 1990.
- [72] J.W. Leichleider, "The optimum combination of block codes and receivers for arbitrary channels". *IEEE Transaction on Communications*, pages 615–621, May 1990.
- [73] M. Wennström et T. Öberg, "Transmit antenna diversity in Ricean fading MIMO channels with co-channel interference". in *Nordic Radio Symposium 2001 Nynäshamn*, 2001. [File](#).
- [74] D.P. Taylor, G.M. Vitteta nd B.D. Hart et A. Mämmela, "Wireless channel equalization". *European Transaction on Telecommunications*, pages 117–143, Mar.-Apr. 1998. [File](#).
- [75] S.U.H. Qureshi, "Adaptive equalization". *Proceedings of the IEEE*, pages 1349–1387, Sep. 1985.
- [76] Y. Kim et S. Shamsunder, "Multichannel algorithms for simultaneous equalization and interference suppression". *Wireless Personal Communications*, vol. 8, pages 2864–2876, 1998.
- [77] A. Duel-Hallen, "Equalizers for MIMO channels and PAM system with cyclostationary input sequences". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 630–639, Apr. 1992.
- [78] J. Salz, "Digital transmission over cross-coupled linear channels". tech. rep., AT&T Tech. Journal, Jul.-Aug. 1985.
- [79] G.G. Raleigh et J.M. Cioffi, "Spatio-temporal coding for wireless communication". *IEEE Transaction on Communications*, pages 357–366, Mar. 1998. [File](#).
- [80] E.G. Larsson et J. Li, "Preamble design for multiple-antenna OFDM-based WLANs with null subcarriers". *IEEE Signal Processing Letters*, pages 285–288, Nov. 2001. [File](#).
- [81] G.G. Raleigh et V.K. Jones, "Multivariate modulation and coding for wireless communication". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 851–866, May 1999.
- [82] B. Lu et X. Wang, "Space-time code design in OFDM design". in *Proceedings of IEEE GLOBECOM*, 2000. [File](#).
- [83] B. Lu, X. Wang et K.R. Narayanan, "LPDC-based space-time coded OFDM systems over correlated fading channels : performance analysis and receiver design". *IEEE Transaction on Communications*, pages 74–88, Jan. 2002. [File](#).
- [84] A. Lozano et C. Papadias, "Layered space-time receivers for frequency-selective wireless channels". *IEEE Transaction on Communications*, pages 65–73, Jan. 2002. [File](#).

- [85] S.D. Sandberg et M.A. Tzannes, "Overlapped discrete multitone modulation for high-speed copper wire communications". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 1571–1585, Dec. 1995. [File](#).
- [86] P.P. Vaidyanathan, *Multirate systems and filter banks*. Prentice Hall, 1993. [File](#).
- [87] E.G. Larsson, P. Stoica, E. Lindskog et J. Li, "Space-time block coding for frequency-selective channels". in *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2002. [File](#).
- [88] S. Zhou et G.B. Giannakis, "Space-time coding with maximum diversity gains over frequency-selective fading channels". *IEEE Signal Processing Letters*, pages 269–272, Oct. 2001. [File](#).
- [89] C. Cozzo et B. L. Hughes, "Joint channel estimation and data symbol detection in space-time communications". in *Proc. IEEE Intl. Conf. Comm.*, pages 287–291, 2000.
- [90] Z. Liu, X. Ma et G. B. Giannakis, "Space-time coding and Kalman filtering for diversity transmissions through time-selective fading channels". *IEEE Transaction on Communications*, pages 183–186, Feb. 2002. [File](#).
- [91] B. Vucetic W. Firmanto et J. Yuan, "Space-Time TCM with improved performance on fast fading channels". *IEEE Communication Letters*, Apr. 2001. [File](#).
- [92] D.J. Van, I.J. Oppermann, E. Pretorius et P.G.W. Van Rooyen, "On the construction of layered space-time coded modulation codes employing MTCM code design techniques". in *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 2969–2973, Sep. 1999.
- [93] M.J. Borran, M. Memarzadeh et B. Aazhang, "Design of coded modulation schemes for orthogonal transmit diversity". *IEEE Transaction on Communications*, May 2001. [File](#).
- [94] C. Schlegel et D.J. Costello, "Bandwidth efficient coding on fading channels : code construction and performance analysis". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 1356–1368, Dec. 1989. [File](#).
- [95] T.H. Liew et L. Hanzo, "Space-time codes and concatenated channel codes for wireless communications". *Proceedings of the IEEE*, pages 187–219, Feb. 2002. [File](#).
- [96] A. Stefanov et T.M. Duman, "Turbo coded modulation for systems with transmit and receive antenna diversity over block fading channels : system model, decoding, approaches and practical considerations". *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pages 958–968, May 2001.
- [97] A. Stefanov et T.M. Duman, "Turbo coded modulation for wireless communications with antenna diversity". in *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 1565–1569, Sep. 1999.
- [98] G. Bauch, "Concatenation of space-time block codes and turbo-TCM". in *Proc. IEEE Intl. Conf. Comm.*, pages 1202–1206, 1999. [File](#).
- [99] K. Narayanan, "Turbo decoding of concatenated space-time codes". in *Allerton Conf. on Comm., Cont. and Comput.*, Sep. 1999.
- [100] X. Lin et R.S. Blum, "Improved space-time codes using serial concatenation". *IEEE Communication Letters*, pages 221–223, Jul. 2000. [File](#).

## Chapitre 5

# Application des techniques MIMO au standard HIPERLAN2

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>169</b>
<b>5.2</b>	<b>Description de la couche physique HIPERLAN2</b>	<b>170</b>
<b>5.3</b>	<b>Du bien-fondé d'un système MIMO-HIPERLAN2</b>	<b>175</b>
<b>5.4</b>	<b>Extension MIMO</b>	<b>178</b>
5.4.1	Analyse du problème	178
5.4.2	Modulation codée fréquence-espace	183
5.4.2.1	Constructions	183
5.4.2.2	Résultats issus de la littérature	184
5.4.3	Modulation codée temps-espace	186
5.4.3.1	Constructions	186
5.4.3.2	Résultats issus de la littérature	191
5.4.4	Contraintes de coût	195
<b>5.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>196</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>197</b>

---

### 5.1 Introduction

Ce cinquième et dernier chapitre vient clore le présent travail de thèse en tentant de répondre à la question initiale, portant sur la pertinence d'une nouvelle couche physique au standard HIPERLAN2 basée sur le concept MIMO. Après avoir présenté le canal de propagation et la théorie de son utilisation, puis dressé un tableau des solutions actuellement existantes, l'on dispose des outils suffisants pour proposer une architecture de transmission.

Ce chapitre débute par un rappel succinct des caractéristiques principales de la couche physique de la norme HIPERLAN2, accompagné de certaines informations indissociables

concernant la couche de contrôle. Des éléments qualitatifs sont ensuite apportés pour justifier l'exploitation de la dimension spatiale en milieu domestique dans la bande des 5 GHz. La fin de ce chapitre est consacrée à l'élaboration d'une extension MIMO au système HIPERLAN2, en suivant une démarche logique visant à aboutir à une famille d'architectures raisonnablement complexes. Les résultats de simulation obtenus au cours de cette thèse, jugés trop partiels, n'apparaissent pas dans ce document.

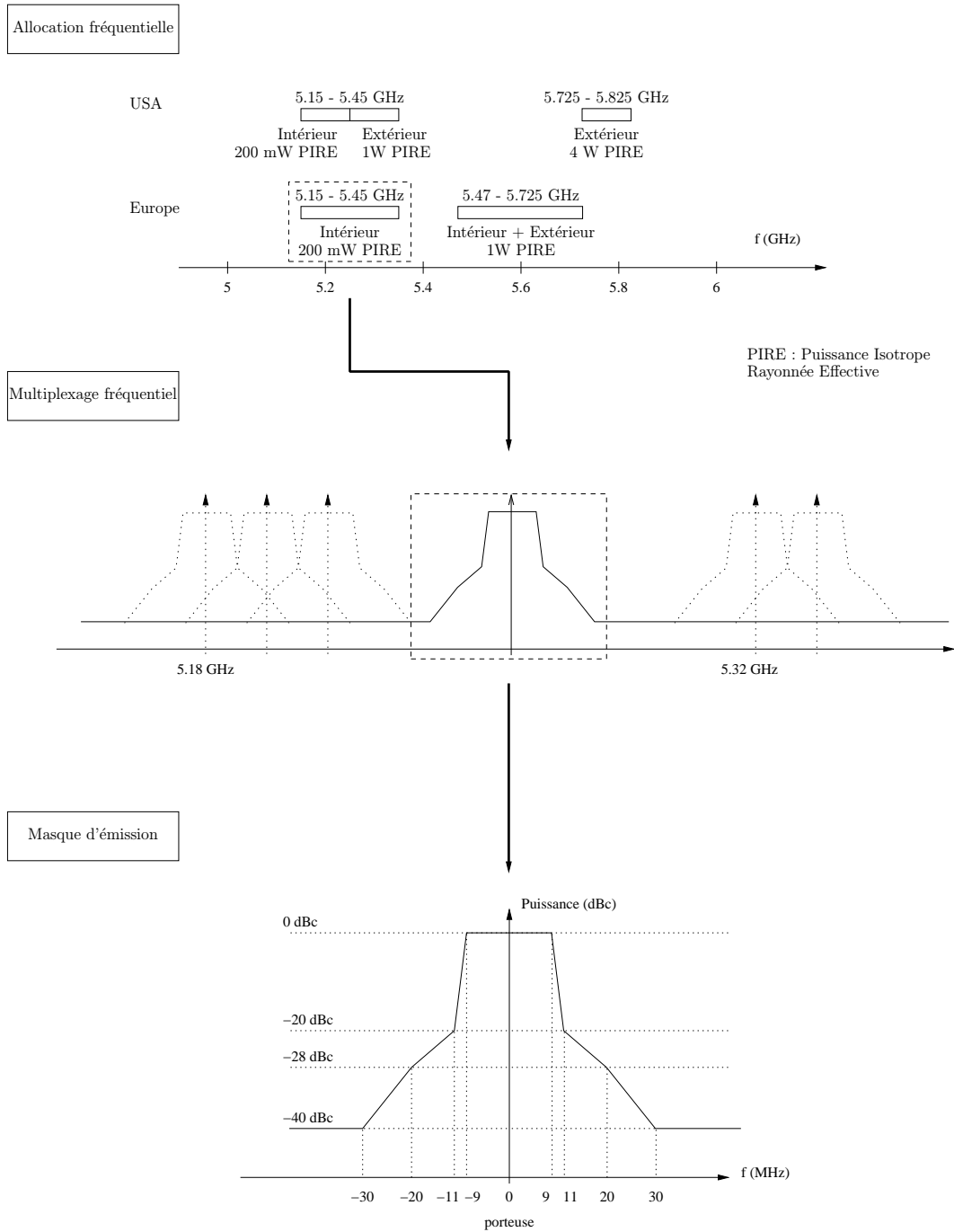
## 5.2 Description de la couche physique HIPERLAN2

La couche physique HIPERLAN2, décrite par la norme ETSI TS 101 475 [1], repose sur la modulation OFDM et un mode de transmission par paquets. En Europe, deux bandes de fréquences disjointes sont allouées, une bande basse 5.15 GHz – 5.45 GHz, dédiée à une utilisation exclusive en intérieur, et une bande haute 5.47 GHz – 5.725 GHz pour utilisation intérieure et extérieure. Chaque bande est scindée en canaux de 20 MHz de large, soit un total de 8 canaux dans la bande basse et de 11 canaux dans la bande haute. Une procédure de sélection dynamique de fréquence choisit un canal de transmission libre, *i.e.* sans interférences et inoccupé par d'autres liaisons HIPERLAN2, et assure une rotation régulière des canaux pour éviter le piégeage. La puissance d'émission est ajustée, avec une puissance moyenne maximale de 200 mW PIRE (Puissance Isotrope Rayonnée Effective) dans la bande basse et de 1 W PIRE dans la bande haute.

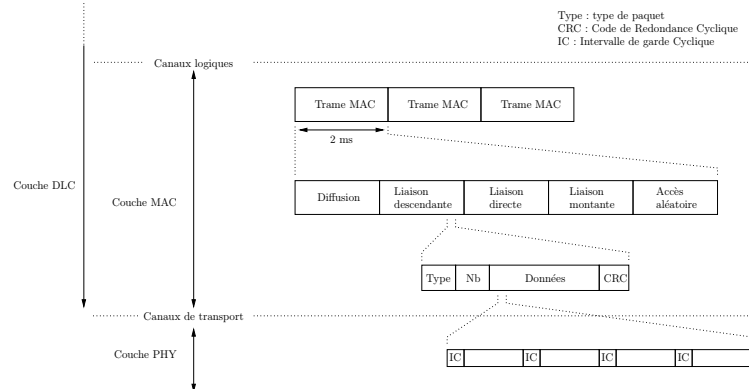
Le mécanisme d'accès au canal, défini dans la couche MAC, repose sur un mode TDMA/TDD. L'utilisation du canal est découpé dans le temps par trame de durée 2 ms divisée en différentes phases de diffusion, de communication et d'accès au réseau (figure (5.2)). Plusieurs formats d'encapsulation sont alors définis au niveau de la couche PHY pour assurer le transport de ces paquets de données, à savoir paquet de diffusion, paquet de canal descendant, paquets de canal montant à préambule court et à préambule long et paquet de lien direct. Un paquet est invariablement constitué d'un en-tête et d'un segment de données, tous deux dépendants du type de paquet. Le préambule pour le canal de diffusion permet la synchronisation temporelle et fréquentielle, le contrôle de gain et l'estimation du canal. Le préambule en voie descendante est destiné à l'estimation de canal uniquement et les préambules pour la voie montante et le canal d'accès aléatoire à l'estimation du canal et à la synchronisation.

L'utilisation de la bande disponible est optimisée par un mécanisme d'adaptation de la liaison qui modifie le débit transmis en jouant sur les modulations des sous-porteuses et le rendement du code. Les modulations BPSK, QPSK, 16QAM sont requises, la modulation 64QAM restant optionnelle. Le contrôle d'erreur est effectué par le code convolutif 133 171 de rendement 1/2 et de longueur de contrainte 7, les rendements 3/4 et 9/16 étant obtenus par poinçonnage. Le tableau (5.1) liste les modes prévus par le standard. Les valeurs des paramètres sont choisis pour garantir que le nombre de bits codés soit un multiple entier du nombre de bits transmis par symbole OFDM.

La figure (5.3) présente la configuration de référence de l'émetteur. Les paquets de données à transmettre, délivrés à la couche PHY, sont embrouillés, à l'aide d'une sé-



**Fig. 5.1:** Plan de fréquence du standard HIPERLAN2

**Fig. 5.2:** Structures des trames HIPERLAN2**Tab. 5.1:** Modes physiques HIPERLAN2

Mode	Modulation	Rendement de codage	Débit nominal (Mbit/s)	Bits codés par sous-porteuse	Bits codés par symbole OFDM	Bits utiles par symbole OFDM
1	BPSK	1/2	6	1	48	24
2	BPSK	3/4	9	1	48	36
3	QPSK	1/2	12	2	96	48
4	QPSK	3/4	18	2	96	72
5	16QAM	9/16	27	4	192	108
6	16QAM	3/4	36	4	192	144
7	64QAM	3/4	54	8	288	216

quence pseudo-aléatoire, dans le but de casser d'éventuelles séquences binaires constantes dans les données fournies au reste du processus de modulation. Les données embrouillées alimentent un bloc de codage de canal constitué d'un code convolutif principal 133 171, de rendement constant 1/2, suivi de deux étages de poinçonnage chargés d'adapter le débit aux conditions de propagation. Un mécanisme de poinçonnage additionnel assure également que les paquets de la DLC de 54 octets sont transcrits sur un nombre entier de symboles OFDM. Les données codées sont entrelacées afin d'empêcher l'apparition de paquets d'erreur en entrée du décodeur associé en réception. Le motif d'entrelacement est constitué de deux niveaux, le premier plaçant les bits codés successifs sur des porteuses les plus éloignées possible et le second garantissant que les bits codés sont alternativement affectés à des bits plus ou moins protégés de la constellation. Une fois converties en symboles de modulation, par codage de Gray, les données sont multiplexées en fréquence par le modulateur OFDM. Finalement, le flot de symboles OFDM est réparti en paquets, caractérisés par des propriétés différentes selon la nature de l'information transportée.

Le récepteur effectue globalement les opérations inverses, auxquelles viennent s'ajouter le contrôle de puissance, la synchronisation temporelle et fréquentielle ainsi que l'estimation du canal. Des séquences spécifiques sont placées en préambule de chaque paquet pour supporter ces différentes tâches.



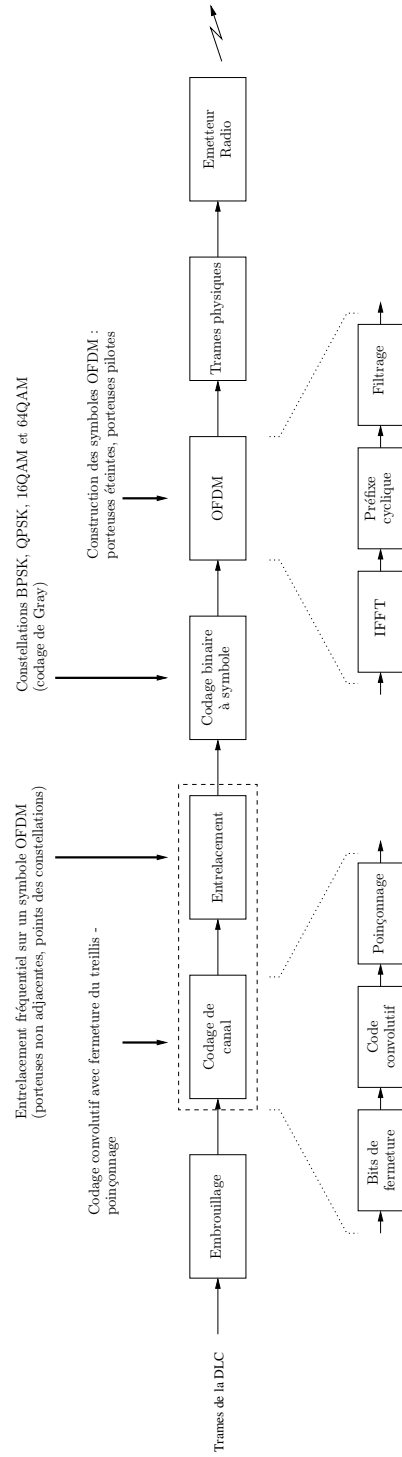


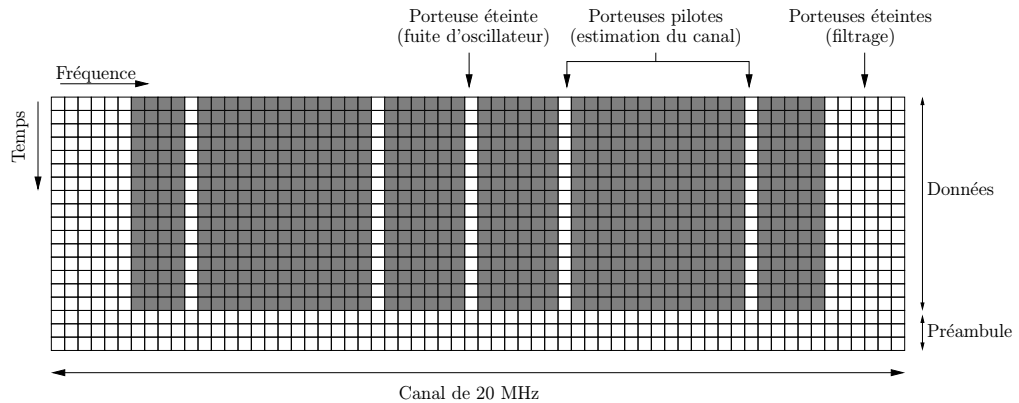
Fig. 5.3: Chaîne d'émission HIPERLAN2

Le tableau (5.2) regroupe les paramètres essentiels de la modulation. Entre autres, la durée de l'intervalle de garde est cruciale. En milieu domestique, l'étalement moyen de la réponse impulsionnelle est de l'ordre de 50 ns, pour des réponses atteignant au maximum des longueurs de 200 ns, et un préfixe de 400 ns se montre suffisant pour une absorption complète des échos. Par ailleurs, le nombre de sous-porteuses utiles se monte à 48, parmi les 64 porteuses réellement disponibles. Cette différence s'explique par l'insertion régulière de porteuses pilotes, exploitées pour l'acquisition de la réponse du canal, ainsi que par la présence de porteuses éteintes aux extrémités et au centre du multiplex, justifiées par des considérations liées au filtrage du signal et aux fuites des oscillateurs locaux. Le rôle des porteuses pilotes n'est pas tant de suivre les variations temporelles du canal, négligeables dans la pratique, que de suivre les perturbations engendrées par le bruit de phase des oscillateurs.

**Tab. 5.2:** Paramètres des symboles OFDM HIPERLAN2

Paramètres	Symboles	Valeurs	
Cadence d'échantillonnage	$f_s = 1/T$	20 MHz	
Durée utile d'un symbole	$T_u$	$64T = 3.2 \mu s$	
Durée du préfixe cyclique	$T_{cp}$	$16T = 0.8 \mu s$	$8T = 0.4 \mu s$ optionnel
Durée d'un symbole	$T_s$	$80T = 4 \mu s$	$72T = 3.6 \mu s$
Taille de la FFT	-	64	
Nombre de sous-porteuses utiles	$N_{DS}$	48	
Nombre de sous-porteuses pilotes	$N_{SP}$	4	
Nombre total de sous-porteuses	$N_{ST}$	52	
Espacement inter-porteuse	$\Delta_f$	315 kHz	
Espacement entre les porteuses extrêmes	-	16.25 MHz	

La représentation fréquentielle d'une trame physique apparaît sur la figure (5.4). La présence d'un préambule d'estimation et l'agencement des pilotes sont caractéristiques des transmissions OFDM par paquet. Pour information, les systèmes de diffusion, *e.g.* la télévision numérique terrestre, n'emploient pas de symboles de préambule mais entrelacent les pilotes sur la grille temps-fréquence.



**Fig. 5.4:** Structure d'un paquet HIPERLAN2

## 5.3 Du bien-fondé d'un système MIMO-HIPERLAN2

Les systèmes HIPERLAN2 seront déployés dans une grande variété d'environnements tels que des bureaux, des locaux industriels, des halls de présentation ou encore des milieux résidentiels. Cinq modèles de canaux, résumés dans le tableau (5.3), ont été produits pour représenter ces différents scénarios [2].

L'accroissement attendu du débit par l'utilisation conjointe de réseaux d'antennes à l'émission et à la réception repose sur l'aptitude à multiplexer spatialement l'information. Les différents milieux envisagés ne sont pas égaux devant cette opportunité, certains étant plus favorables à l'exploitation de la dimension spatiale. Le but est ici d'estimer dans quelle mesure le milieu domestique, associé principalement au modèle B, est propice à une extension MIMO.

**Tab. 5.3:** *Modèles de canaux HIPERLAN2*

Réf.	Etalement RMS	Statistique	Types d'environnement
A	50 ns	Rayleigh	Pièce encombrée dans un environnement intérieur ouvert, absence de visibilité directe
B	100 ns	Rayleigh	Pièce encombrée dans un environnement intérieur fermé, absence de visibilité directe
C	150 ns	Rayleigh	Identique à B avec positions différentes, absence de visibilité directe
D	140 ns	Rice	Identique à C avec visibilité
E	250 ns	Rayleigh	Milieu ouvert de grandes dimensions, absence de visibilité directe

Le milieu de propagation considéré entre un émetteur et un récepteur, placés dans une même pièce d'habitation, se caractérise généralement par une densité d'obstacles élevée et par l'obstruction de la ligne de vue. L'interaction de l'onde avec le milieu est alors raisonnablement modélisée par des processus gaussiens centrés et, par conséquent, l'étude des dépendances statistiques entre les signaux échangés se réduit à une mesure des fonctions de corrélation. En outre, la distribution spatiale des réflecteurs, relativement uniforme, autorise le découplage des phénomènes de corrélation à l'émission et à la réception. Ce ne serait pas le cas, par exemple, pour une communication entre pièces reliées par un couloir, favorisant l'effet de guidage néfaste pour la capacité.

Sous les hypothèses précitées, le débit est directement lié au minimum du rang des matrices de corrélation d'émission et de réception, impliquant que les réseaux d'émission et de réception doivent garantir un espacement entre éléments supérieur à la distance de corrélation locale.

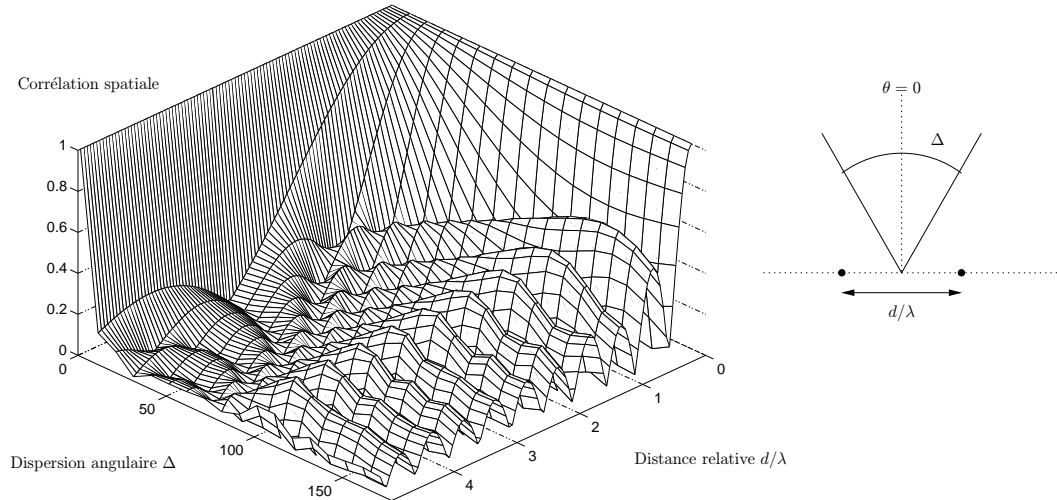
Se pose alors le problème de compacité des réseaux qui, de toute évidence, doit rester acceptable. La distance de corrélation est fonction de deux paramètres :

- la distribution angulaire utile, *i.e.* la signature angulaire présentée par l'environnement filtrée par les antennes,
- la distance inter-éléments, normalisée en longueur d'onde  $\lambda$ .

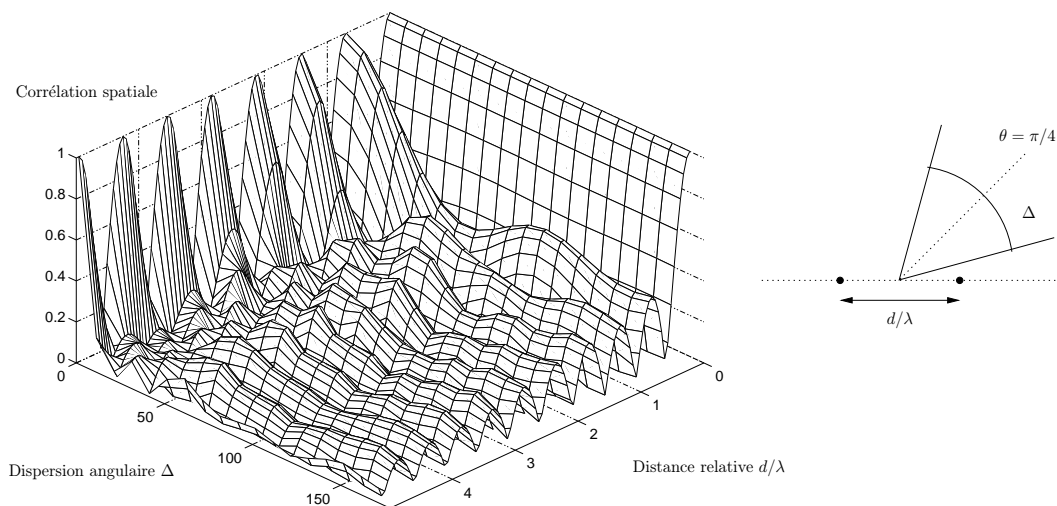
La distance de corrélation sera faible lorsque le réseau est plongé dans un milieu riche en diffuseurs, avec des valeurs dans le voisinage de  $\lambda/2$  lorsque la répartition angulaire filtrée des trajets efficaces est quasi uniforme. Pour un environnement donné, le minimum sera atteint par des diagrammes d'antennes isotropes et décroîtra avec la fréquence de travail.

A la fréquence de 5 GHz, la demi longueur d'onde est de l'ordre de 3 cm, ouvrant la voie à des réseaux d'antennes de petites dimensions. Une application sans fil en milieu domestique confiné, dans cette bande des 5 GHz, semble donc tout à fait propice au déploiement d'un système MIMO. En particulier, l'augmentation des structures d'émission-réception HIPERLAN2 par des réseaux d'antennes isotropes apparaît extrêmement prometteuse.

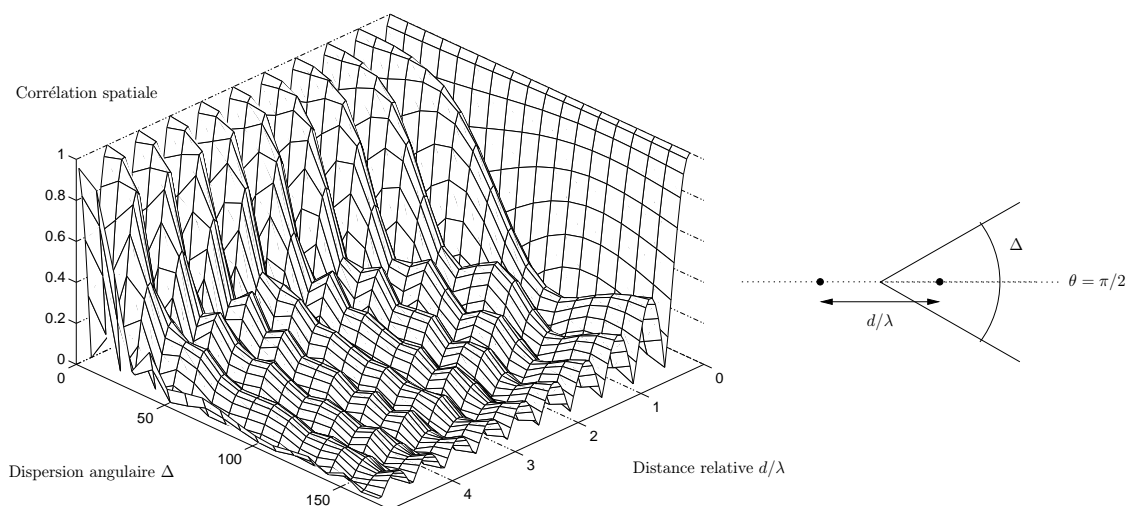
La justification qualitative de l'opportunité d'une évolution vers les techniques MIMO, développée dans cette section, est purement indicative et n'a pas pour ambition de se substituer à des résultats issus de campagnes de mesure ou de travaux de simulation. La principale inconnue, sujet de questions récurrentes, a trait à l'estimation d'un étalement angulaire moyen, représentatif d'une majorité d'environnement domestique. En guise d'élément de réponse, les figures (5.5), (5.6) et (5.7) montrent que le niveau de corrélation baisse rapidement avec la distance, dès lors que l'étalement angulaire dépasse quelques dizaines de degrés. A cela s'ajoute le fait que la décorrélation n'a pas besoin d'être complète pour permettre l'exploitation de la diversité spatiale [3].



**Fig. 5.5:** Evolution de la corrélation spatiale en fonction de la distance et de l'étalement angulaire, pour une incidence normale



**Fig. 5.6:** Evolution de la corrélation spatiale en fonction de la distance et de l'étalement angulaire, pour une incidence oblique de 45 degrés



**Fig. 5.7:** Evolution de la corrélation spatiale en fonction de la distance et de l'étalement angulaire, pour une incidence rasante

## 5.4 Extension MIMO

Après avoir établi le gain potentiel promis par l'utilisation de réseaux d'antennes à l'émission et à la réception, il reste à concevoir un système conforme aux spécifications du standard HIPERLAN2. Pour limiter les problèmes inhérents au surcoût, le nombre d'antennes par réseau permettant le multiplexage d'espace est choisi minimal, soit  $N_T = 2$  et  $N_R = 2$ .

### 5.4.1 Analyse du problème

**Retour sur l'application :** Une validation intermédiaire des spécifications de l'application visée, détaillées dans la section 1.1, est essentielle avant de poursuivre.

Les objectifs initiaux ne sont pas remis en cause :

- débit : le doublement du débit recherché est théoriquement atteint, malgré la limitation sur le nombre d'antennes, avec une valeur maximale de  $2 \times 54$  Mbit/s ;
- robustesse : la probabilité d'erreur dépendra du nouveau schéma de transmission et des protocoles de correction logés dans la couche de contrôle HIPERLAN2, que l'on a conservée ;
- qualité de service : le support de service isochrone est assuré par la couche de contrôle HIPERLAN2.

Il en est de même pour les trois contraintes identifiées :

- environnement : la section précédente a montré la parfaite adéquation des systèmes MIMO avec le milieu domestique ;
- régulations : les contraintes en terme de spectre et de puissance d'émission sont automatiquement vérifiées en conservant la modulation OFDM, avec les paramètres originaux ;
- complexité : la maîtrise de la complexité matérielle et logicielle demeure le point le plus délicat.

**Architecture MIMO-HIPERLAN2 :** La recherche d'un système optimal nécessite de répartir le traitement temps-espace conjoint sur l'intégralité des chaînes d'émission et de réception, conduisant à des architectures radicalement différentes du schéma de transmission HIPERLAN2 classique. Une telle solution sera évitée ici du fait non seulement de la complexité impliquée mais également de son caractère peu propice à un développement rapide, facilité par une réutilisation maximale des chaînes préexistantes. On s'oriente donc ici vers un système MIMO-HIPERLAN2 sous-optimal dérivé du système SISO-HIPERLAN2 avec un niveau de modifications acceptable. En observant que la partie aval d'émission/réception radio est inévitablement modifiée pour intégrer les réseaux d'antennes contrairement à la partie amont de jonction avec la DLC, demeurant impérativement identique pour respecter le standard, on voit que le degré de changement et la complexité du futur système sont proportionnels à la profondeur de remontée du traitement spatial dans les chaînes.

Résumée à ces fonctions essentielles, la chaîne simplifiée HIPERLAN2 comprend une fonction de codage de canal, incluant l'entrelacement, et une fonction de modulation OFDM. Il semble sage de conserver la modulation OFDM pour au moins trois raisons :

- respect des normes de transmission : conserver la modulation OFDM avec les paramètres initiaux est la stratégie la plus simple pour vérifier les signatures temporelle et fréquentielle imposées ;
- immunité aux trajets multiples : la modulation OFDM reste l'une des techniques d'égalisation fréquentielle les plus simples à mettre en œuvre, principalement sur des canaux difficiles à fort étalement temporel ;
- multiplexage fréquentiel : le mariage de la modulation OFDM avec un système à double réseau d'antennes est très intéressant puisque le canal de transmission sélectif en fréquence est décomposé en une somme de canaux strictement plats.

Chaque branche d'émission contiendra donc un bloc de modulation OFDM.

Le code convolutif 133 171 semble superflu de prime abord, ne serait-ce que pour la raison qu'il est conçu pour un canal SISO. Trois points jouent pourtant en sa faveur :

- complémentarité avec les modulations codées temps-espace : le code convolutif et les modulations codées travaillent sur deux plans distincts, respectivement sur le corps de Galois des symboles d'information, muni de la métrique de Hamming, et le corps des nombres complexes des symboles modulés, muni de la métrique euclidienne. Ils s'associent donc aisément de part et d'autre de l'opérateur de codage binaire à symbole ;
- concaténation de codes : la concaténation de fonctions de codage est une solution efficace pour améliorer la robustesse en autorisant des actions indépendantes sur les différents leviers gouvernant la probabilité d'erreur. L'insertion d'un entrelaceur ouvre de surcroît la voie vers les techniques de type turbo ;
- statistique du signal : construit pour la correction d'erreurs sur canal gaussien, le code 133 171 altère peu la statistique de la source et reste peu sensible au traitement effectué en aval.

Il apparaît donc favorable de garder le bloc de codage prévu par le standard HIPERLAN2. On rappelle que l'on considère ici une modulation codée temps-espace.

Au final, pour un système de coût raisonnable, le point idéal d'implantation des techniques MIMO se situe entre le codeur de canal HIPERLAN2 et le modulateur OFDM. La nouvelle architecture est présentée sur la figure (5.8), que l'on pourra comparer au schéma original de la figure (5.3). Clairement, l'apport des techniques MIMO s'apparente à une surcouche ajoutée au-dessus du système HIPERLAN2, soulignant la relative simplicité de réalisation et le caractère sous-optimal de cette solution.





**Elaboration du modulateur MIMO :** Le rôle du modulateur MIMO, décisif pour les performances du futur système, est de répartir les symboles d'information, provenant de la DLC en amont, sur l'espace signal ouvert en aval par le format de transmission HIPERLAN2.

Les traitements d'embrouillage, de codage et d'entrelacement ne modifiant pas la statistique du flot d'information, les symboles en entrée du modulateur seront supposés indépendants et identiquement distribués. Le modulateur distribue chaque paquet de données issu de la DLC sur un nombre entier  $KN_T$  de symboles OFDM, de  $N_{DS}$  porteuses utiles, transmis à des instants différents et par des antennes distinctes. Au sens mathématique, l'espace des signaux en sortie du modulateur forme un espace vectoriel, défini sur  $K$  intervalles temporels,  $N_{DS}$  porteuses et  $N_T$  antennes. La constellation MIMO temps-espace-fréquence, bâtie sur cet espace de dimension  $K \times N_{DS} \times N_T$ , sera définie par l'ensemble :

$$\mathcal{X} = \{\mathbf{x}_p(k, l) \in \mathbb{C}^{N_T}, 1 \leq l \leq N_{DS}, 1 \leq k \leq K\}_p$$

où  $\mathbf{x}_p(k, l)$  est la composante spatiale du point  $p$  transmise à la porteuse  $l$  et au symbole  $k$ .

Grâce à la modulation par multiplexage de porteuses orthogonales, l'effet du canal sur la constellation  $\mathcal{X}$  se résume aux évanouissements plats des  $KN_{DS}$  composantes spatiales de chaque point. La relation d'entrée-sortie, pour la porteuse  $k$  et le symbole OFDM  $l$ , s'écrit alors :

$$\mathbf{y}(k, l) = \mathbf{H}(k, l)\mathbf{x}(k, l) + \mathbf{n}(k, l)$$

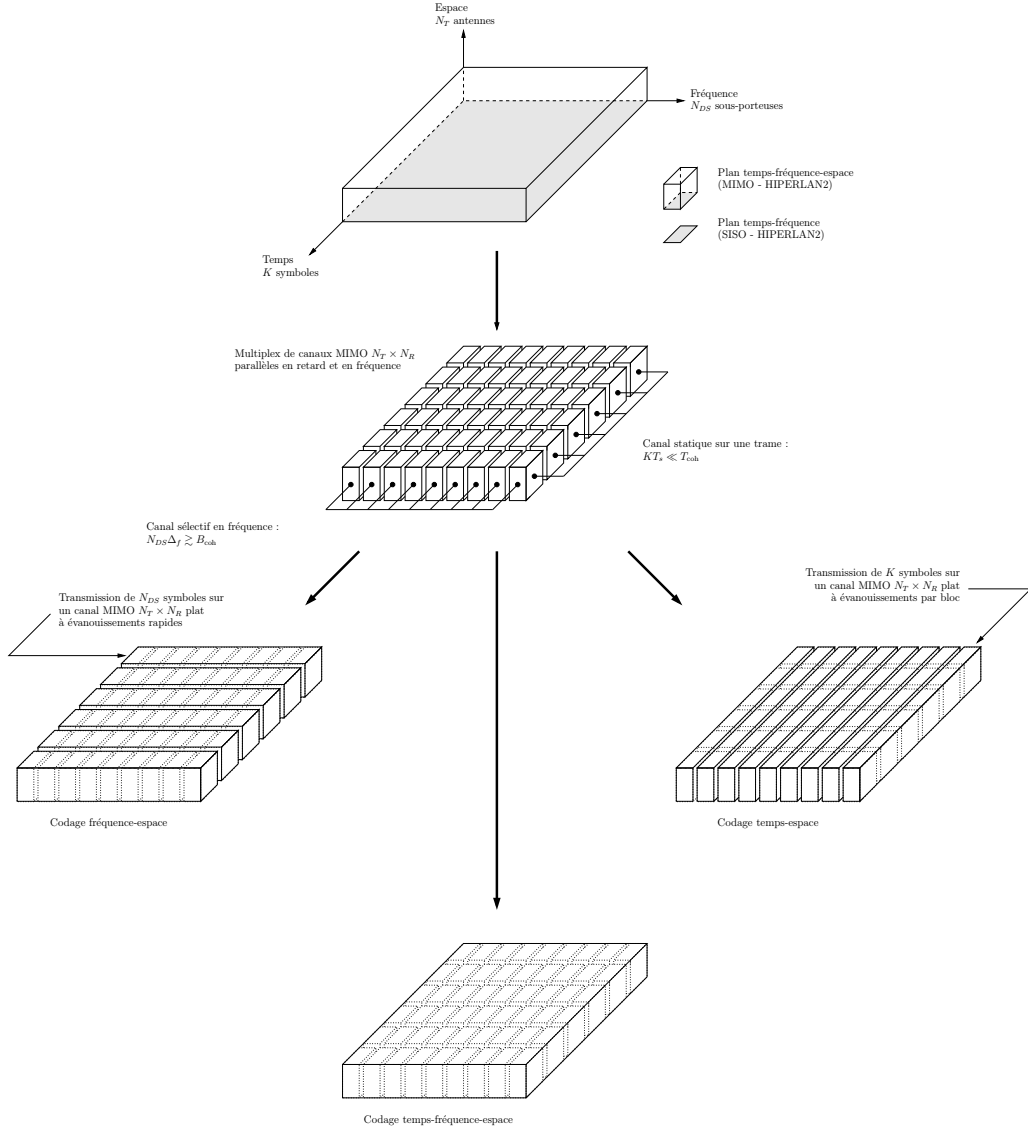
avec  $\mathbf{y}(k, l) \in \mathbb{C}^{N_R}$  le signal reçu,  $\mathbf{n}(k, l) \in \mathbb{C}^{N_R}$  le bruit additif et  $\mathbf{H}(k, l) \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$  la réponse du canal. On emploiera la dénomination de constellation à  $KN_{DS}$  plans de codage pour rappeler le fait que tout se passe comme si les composantes spatiales transitaient par des canaux parallèles. Par comparaison avec le standard SISO-HIPERLAN2, le nombre de sous-canaux disponibles ne varie pas. Par contre, la dimension de chaque plan de modulation est multipliée d'un facteur  $N_T$ .

Trois classes de schémas de codage, illustrées sur la figure (5.9), se distinguent selon la nature des liens tissés en temps et en fréquence entre les composantes spatiales de la constellation :

1. modulation codée fréquence-espace : codage sur  $N_T$  multiplex OFDM, de  $N_{DS}$  sous-porteuses chacun, transmis simultanément, avec indépendance temporelle des flux ,
2. modulation codée temps-espace : codage sur  $K$  symboles OFDM consécutifs, avec indépendance fréquentielle des flux ;
3. modulation codée temps-fréquence-espace : codage sur un paquet complet de  $KN_T$  multiplex OFDM de  $N_{DS}$  sous-porteuses.

Il apparaît que le modulateur MIMO peut être appliqué à un sous-espace quelconque de l'espace temps-fréquence-espace accessible, ce qui explique que la notion de "codage temps-espace", souvent utilisée pour ne pas alourdir la lecture du document, n'est pas correcte. En fait, il serait préférable de parler de codage scalaire, codage vectoriel et codage matriciel suivant le nombre de dimensions physiques exploitées par le modulateur.

Nous procédons maintenant à l'analyse des deux premières configurations, la dernière n'ayant pu être abordée pour des contraintes de temps.



**Fig. 5.9:** *Domaine de codage pour un système MIMO OFDM — Interprétation géométrique*

## 5.4.2 Modulation codée fréquence-espace

### 5.4.2.1 Constructions

Le codage fréquence-espace introduit une dépendance spatiale et fréquentielle entre les symboles OFDM transmis simultanément, sans créer de liaisons entre des signaux émis à différentes périodes temporelles.

En l'absence de dépendance temporelle, la constellation  $\mathcal{X}_{EF}$  est définie par les symboles transmis par les  $N_T$  antennes d'émission sur les  $N_{DS}$  porteuses fréquentielles. Les  $N_{DS}$  composantes spatiales de chaque point sont affectées par le canal selon :

$$\mathbf{y}(k_0, l) = \mathbf{H}(k_0, l)\mathbf{x}(k_0, l) + \mathbf{n}(k_0, l) \quad l = 1, \dots, N_{DS}$$

à une période temporelle quelconque  $1 \leq k_0 \leq K$ .

Idéalement, l'espacement entre porteuses du multiplex est choisi supérieur à la bande de cohérence du canal afin d'éviter les situations de coupure. Cette hypothèse de décorrélation entre porteuses, approximative du fait que les bandes de cohérence mesurées autour des fréquences de 5 GHz dans les milieux domestiques avoisinent la largeur d'un canal HIPERLAN2, sera conservée dans un souci de simplicité. Le modulateur MIMO voit donc un canal de Rayleigh à évanouissements rapides.

En reprenant le formalisme de la section 4.4, un point de la constellation  $\mathcal{X}_{EF}$  s'exprime sous forme matricielle par le vecteur  $\mathbf{x}(k_0) \in \mathbb{C}^{N_T N_{DS}}$  :

$$\mathbf{x}(k_0) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k_0, 1) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(k_0, N_{DS}) \end{bmatrix}$$

et la réponse du canal, à l'instant  $k_0$ , par la matrice  $\mathbf{H}(k_0) \in \mathbb{C}^{N_R N_{DS} \times N_T N_{DS}}$  :

$$\mathbf{H}(k_0) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(k_0, 1) & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{H}(k_0, N_{DS}) \end{bmatrix}$$

La forme vectorielle de la relation d'entrée-sortie :

$$\mathbf{Y}(k_0) = \mathbf{H}(k_0)\mathbf{X}(k_0) + \mathbf{N}(k_0)$$

pour un symbole OFDM quelconque,  $1 \leq k_0 \leq K$ . Les composantes spatiales de la constellation étant affectées par des évanouissements différents, la constellation  $\mathcal{X}_{EF}$  est  $N_{DS}$ -planaire.

En régime de forts SNR, la probabilité d'erreur entre points de la constellation, adaptée de la relation (4.43), s'exprime comme :

$$P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) \leq \delta_p^{-2N_R} \left( \frac{P_T}{4P_n} \right)^{-N_R \delta_H}$$

avec la distance de Hamming et la distance produit entre points :

$$\delta_H = \text{card}(\mathcal{L})$$

$$\delta_p = \prod_{l \in \mathcal{L}} \|\mathbf{x}_2(k_0, l) - \mathbf{x}_1(k_0, l)\|_2$$

où l'on a défini l'ensemble  $\mathcal{L} = \{l \mid \mathbf{x}_2(k_0, l) \neq \mathbf{x}_1(k_0, l)\}$ . A la différence de l'équation (4.43), le signal d'émission est ici normalisé pour faire apparaître la puissance de transmission  $P_T$ .

Les critères de construction de la modulation codée sont identiques à ceux élaborés pour le canal de Rayleigh à évanouissements rapides : maximisation de la distance de Hamming minimale entre toutes les paires de points de la constellation et maximisation de la distance produit.

La figure (5.10) illustre la structure du système MIMO-OFDM à codage fréquence-espace. Placé en aval du codeur binaire-à-symbole, le modulateur temps-espace projette l'information en un point de la constellation  $\mathcal{X}_{TE}$ . En sortie, les  $N_{DS}$  composantes vectorielles générées sont aiguillées vers les blocs de modulation OFDM pour être réparties sur l'axe fréquentiel. Le récepteur effectue les opérations inverses en extrayant du multiplex OFDM les composantes de chaque point puis en les délivrant au décodeur MIMO.

#### 5.4.2.2 Résultats issus de la littérature

Toute la batterie de techniques évoquées dans la section 4.4 peut être employée, à savoir :

- modulations temps-espace,
- techniques différentielles,
- concaténation de codes.

L'étude des performances comparées de ces différents schémas de codage n'ayant malheureusement pu être menée à bien lors de ce travail de thèse, il a été choisi de présenter quelques ordres de grandeurs relatifs aux modulations codées en treillis, souvent prises comme référence en tant que premières techniques de codage MIMO recensées, remontant à l'article fondateur de Tarokh.

La figure (5.11) illustre l'architecture d'un codeur STTCM, directement inspirée des structures rencontrées avec les modulations codées en treillis. Les  $N_b$  bits des symboles d'entrée M-aire,  $M = \log_2 N_b$ , sont encodés séparément par des codeurs convolutifs. Les sorties des codeurs convolutifs sont ensuite sommées, au modulo  $M$ , et le résultat converti en un point de la constellation M-aire d'entrée.

En notant  $a^q(D) = \sum_k a^q(k)D^k$ , le polynôme représentant la séquence binaire associée au  $q^e$  bit, et  $G_p^q(D) = \sum_k g_p^q(k)D^k$ , le polynôme générateur du codeur associé pour l'antenne  $p$ , la séquence de sortie transmise par l'antenne  $p$  est donnée par :

$$x_p(D) = \sum_{q=0}^{N_b-1} a_q(D)G_p^q(D) \mod (4)$$



La représentation matricielle correspondante s'écrit :

$$\mathbf{x}(D) = \mathbf{a}(D)\mathbf{G}(D) \mod (4)$$

avec le vecteur de polynômes du signal et la matrice des polynômes générateurs du codeur STTCM définis par :

$$\mathbf{a}(D) = [a_1(D) \quad \dots \quad a_{N_b}(D)], \quad \mathbf{G}(D) = \begin{bmatrix} G_1^1(D) & \dots & G_{N_T}^1(D) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G_1^{N_b}(D) & \dots & G_{N_T}^{N_b}(D) \end{bmatrix}$$

En se basant sur ces notations, le tableau (5.4) regroupe quelques exemples représentatifs de treillis construits pour une modulation QPSK et un réseau d'émission à 2 antennes. Ces treillis sont issus de trois sources distinctes, référencées par les initiales de leurs auteurs, à savoir TSC pour Tarokh-Seshadri-Calderbank [4], BBH pour Baro-Bauch-Hansmann [5], GFK pour Grimm-Fitz-Krogmeier [6] et FVY pour Firmanto-Vucetic-Yuan [7]. Apparaissent pour chaque code, la mémoire  $\nu$  mesurant, en nombre de symboles M-aire, la profondeur du treillis, la distance de Hamming minimale et la distance produit minimale sur la constellation.

Les performances du système proposé reposant sur le développement de STTCM le long de l'axe fréquentiel peuvent être appréhendées, au prix d'une approximation grossière, en observant l'évolution de la borne supérieure de la probabilité d'erreur par paire en fonction du rapport signal-à-bruit. En régime de fort SNR, celle-ci s'exprime :

$$\max_{\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j \in \mathcal{X}_{FE}} P_{\mathbf{x}_j | \mathbf{x}_i}(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_i) \leq \delta_{p, \min}^{-2N_R} \left( \frac{P_T}{4P_n} \right)^{-N_R \delta_{H, \min}}$$

où  $\delta_{p, \min}$  et  $\delta_{H, \min}$ , référencées dans le tableau (5.4), sont respectivement les distances produit et de Hamming minimales sur la constellation.

Les figures (5.12), (5.13) et (5.14) montrent les courbes ainsi obtenues, pour différentes longueurs de contrainte. Le gain par rapport à un système dépourvu de gains de diversité et de codage apparaît clairement.

Parmi les autres techniques disponibles, le codage différentiel entre porteuses adjacentes est envisageable mais requiert que la réponse fréquentielle du canal soit constante sur cet intervalle. Plus prometteuse, la concaténation du modulateur MIMO et du codeur scalaire original ouvre la voie au traitement itératif, auquel cas l'entrelaceur séparant les deux fonctions devra être revu.

### 5.4.3 Modulation codée temps-espace

#### 5.4.3.1 Constructions

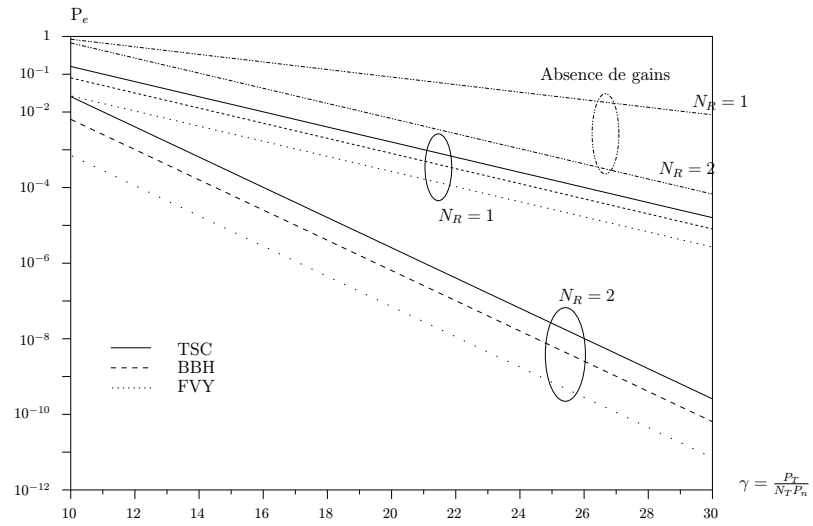
Le codage temps-espace opère sur l'axe transverse du codage temps-fréquence en établissant, pour chaque porteuse du multiplex, des dépendances entre les signaux émis

**Tab. 5.4:** QPSK-STTCM pour canal plat à évanouissements rapides, construites sur le critère du rang & déterminant –  $N_T = 2$

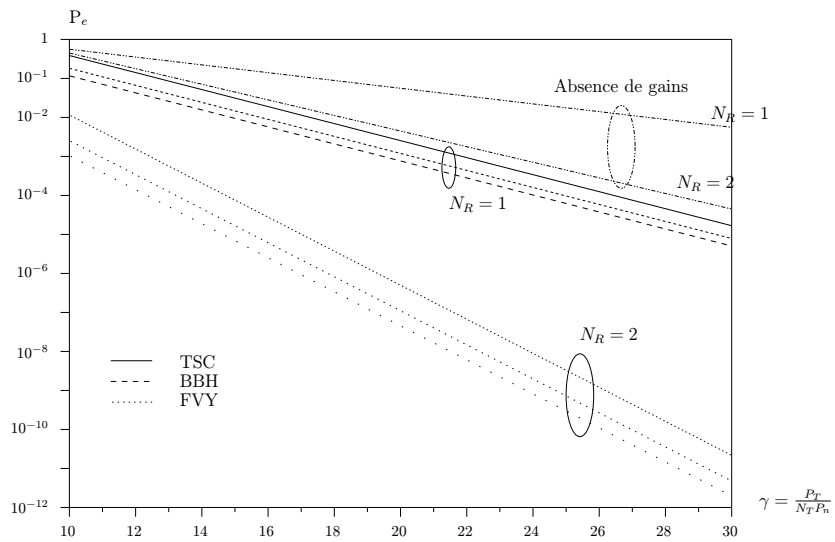
Type <sup>a</sup>	Polynômes générateurs	$\nu^b$	$\delta_H$	$\delta_p^2$
TSC	$\begin{bmatrix} 2D & 2 \\ D & 1 \end{bmatrix}$	2	2	4
BBH	$\begin{bmatrix} 2+D & 2 \\ 3D & 2+D \end{bmatrix}$	2	2	8
FVY	$\begin{bmatrix} 3+2D & 1+D \\ 2 & 2+2D \end{bmatrix}$	2	2	24
TSC	$\begin{bmatrix} 2D & 2 \\ D+D^2 & 1+2D^2 \end{bmatrix}$	3	2	16
BBH	$\begin{bmatrix} 2+2D & 2 \\ D+2D^2 & 1+2D^2 \end{bmatrix}$	3	2	32
FVY	$\begin{bmatrix} D+2D^2 & 2+3D \\ 2+D & 2+2D \end{bmatrix}$	3	2	48
TSC	$\begin{bmatrix} 2D & 2+2D^2 \\ D+D^2 & 1+2D \end{bmatrix}$	4	3	16
BBH	$\begin{bmatrix} 2 & 2+2D^2 \\ 2+D+2D^2 & 1+2D \end{bmatrix}$	4	3	32
FVY	$\begin{bmatrix} 2D^2 & 2+D+1D^2 \\ 2+D & 2D+2D^2 \end{bmatrix}$	4	3	64
TSC	$\begin{bmatrix} 2D+3D^2+D^3 & 1+2D^3 \\ 1+D+2D^2 & 2+D+2D^2 \end{bmatrix}$	5	3	128
BBH	-	-	-	-
FVY	$\begin{bmatrix} 2D^2 & 2+2D+D^2 \\ 2+D+2D^2+2D^3 & 2+2D+3D^2+2D^3 \end{bmatrix}$	5	3	144

<sup>a</sup>TSC : Tarokh-Seshadri-Calderbank, BBH : Baro-Bauch-Hansmann, FVY : Firmanto-Vucetic-Yuan

<sup>b</sup> $\nu$  : profondeur mémoire –  $2^\nu$  : nombre d'états

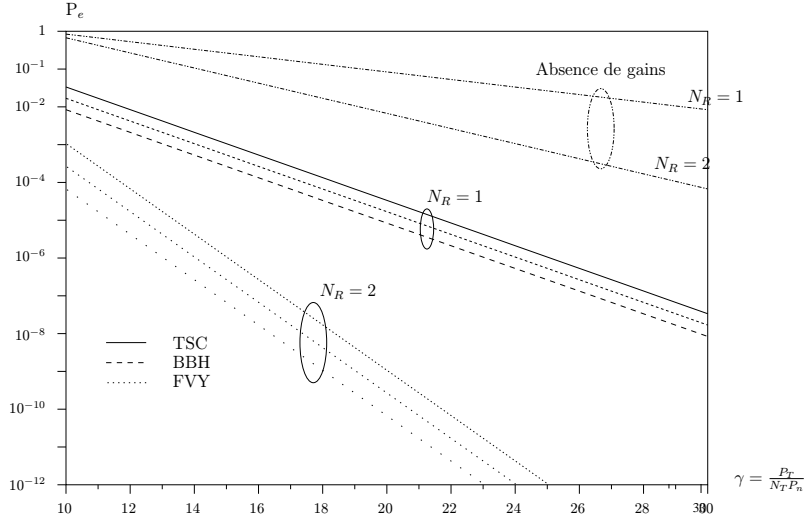


**Fig. 5.12:** QPSK-STTCM de mémoire  $\nu = 2$  — Bornes supérieures des performances en taux d'erreur sur canal de Rayleigh à évanouissements rapides



**Fig. 5.13:** QPSK-STTCM de mémoire  $\nu = 3$  — Bornes supérieures des performances en taux d'erreur sur canal de Rayleigh à évanouissements rapides





**Fig. 5.14:** QPSK-STTCM de mémoire  $\nu = 4$  — Bornes supérieures des performances en taux d'erreur sur canal de Rayleigh à évanouissements rapides

à différentes périodes temporelles. La constellation temps-espace  $\mathcal{X}_{TE}$ , que l'on souhaite construire, est définie sur  $K$  périodes temporelles et  $N_T$  antennes.

Les composantes spatiales de chaque point sont affectées par :

$$\mathbf{y}(k, l_0) = \mathbf{H}(k, l_0)\mathbf{x}(k, l_0) + \mathbf{n}(k, l_0) \quad k = 1, \dots, K$$

pour une porteuse quelconque  $1 \leq l_0 \leq N_{DS}$ .

Pour des applications en milieu domestique, le temps de cohérence du canal, de l'ordre de la milliseconde, dépasse largement la durée d'un paquet, impliquant que le canal vu depuis le modulateur MIMO se comporte comme un canal de Rayleigh quasi-statique. On rejoint ainsi le chemin tracé dans la section 4.2, dont on importe ici notations et résultats.

Les points de la constellation, transmis à la porteuse  $l_0$ , seront décrits par une matrice  $\mathbf{X}(l_0) \in \mathbb{C}^{N_T \times K}$ , définie comme :

$$\mathbf{X}(l_0) = [\mathbf{x}(1, l_0) \quad \dots \quad \mathbf{x}(K, l_0)]$$

La relation d'entrée-sortie s'exprime :

$$\mathbf{Y}(l_0) = \mathbf{H}(l_0)\mathbf{X}(l_0) + \mathbf{N}(l_0)$$

pour une porteuse quelconque  $1 \leq l_0 \leq N_{DS}$ . Les  $K$  composantes spatiales de la constellation traversant le même canal, la constellation  $\mathcal{X}_{ET}$  est mono-planaire.

En faisant abstraction de l'indice fréquentiel, la probabilité d'erreur entre paire de points se déduit de l'équation (4.10) :

$$P_{\mathbf{x}_2|\mathbf{x}_1}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1) \leq \delta_d^{-N_R} \left( \frac{P_T}{4P_n} \right)^{-N_R \delta_r}$$

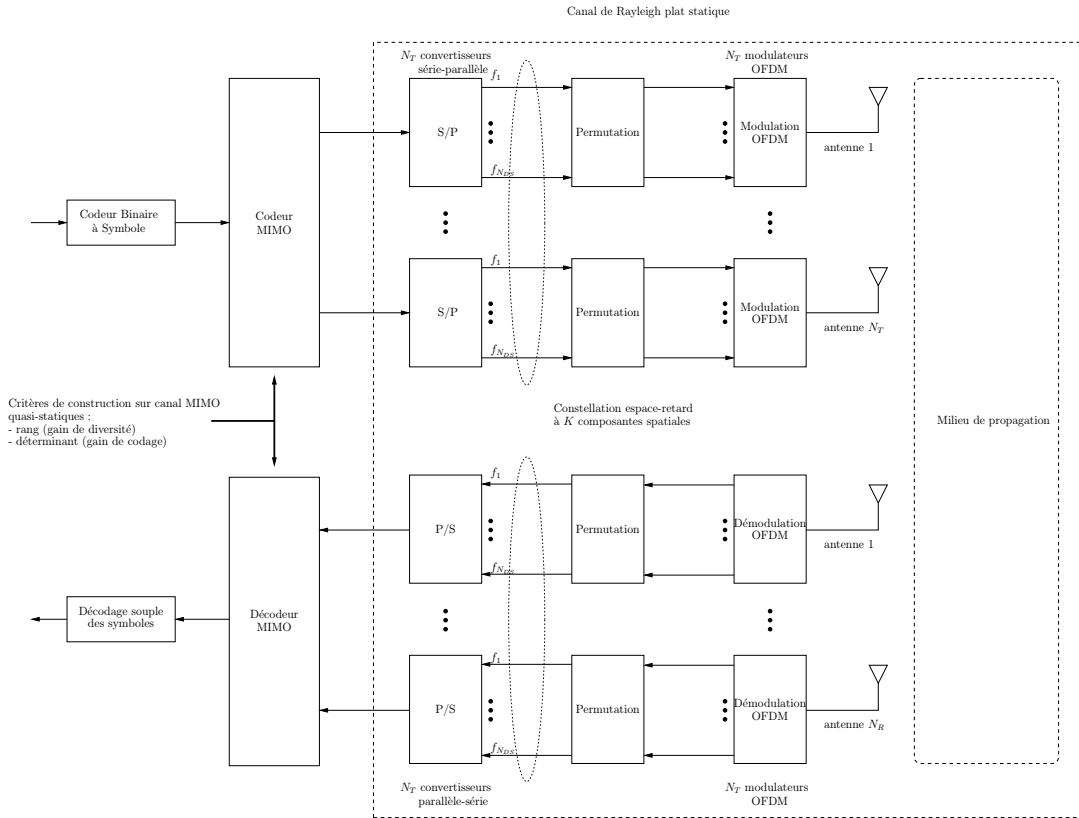
avec le rang et le déterminant de la matrice d'erreur :

$$\delta_r = \text{rang}[(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)^H]$$

$$\delta_d = \det_+[(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)(\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1)^H]$$

Les codes sont construits sur le critère du rang et du déterminant : maximisation du rang minimal de la matrice d'erreur entre toutes les paires de mots de codes distincts et maximisation du minimum du déterminant de cette même matrice sur l'ensemble des paires de mots de code de rang minimal.

La figure (5.15) présente l'intégration du codeur temps-espace dans la chaîne HIPERLAN2. La différence majeure par comparaison avec l'architecture du codeur fréquence-espace est la présence d'un bloc de permutation brassant les symboles en sortie de modulateur pour les appliquer le long de l'axe temporel. La mémoire requise pour cette opération est certainement le principal écueil à cette solution.



**Fig. 5.15:** Codage espace-retard

### 5.4.3.2 Résultats issus de la littérature

L'ensemble des modulations présentées dans la section 4.2 s'applique à ce cas de figure :

- multiplexage,
- modulations codées,
- modulations codées orthogonales,
- modulations codées à diversité maximale,
- modulations codées à dispersion linéaire,
- mModulations codées algébriques.

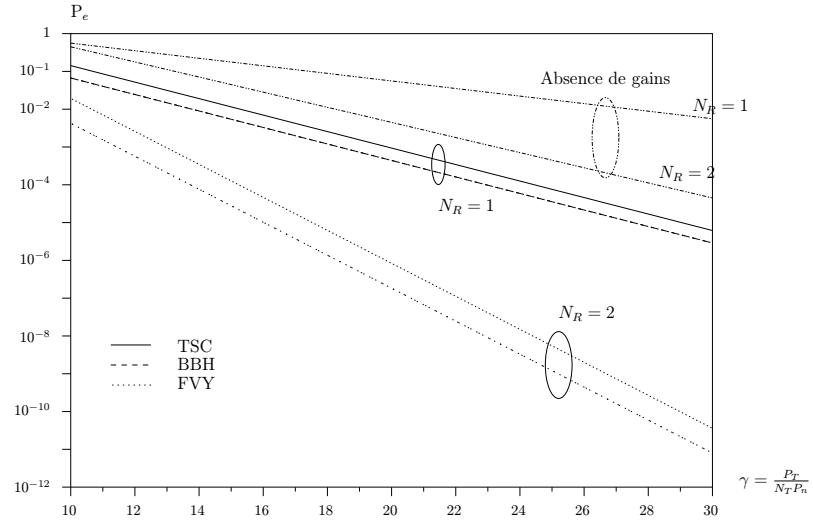
Les tableaux (5.5) et (5.6) listent les treillis obtenus par le critère du rang & déterminant, pour les alphabets QPSK et 8PSK respectivement. Les performances associées à la modulation QPSK sont tracées sur les figures (5.16), (5.17) et (5.18).

**Tab. 5.5:** QPSK-STTCM pour canal plat à évanouissements lents, construites sur le critère du rang & déterminant –  $N_T = 2$

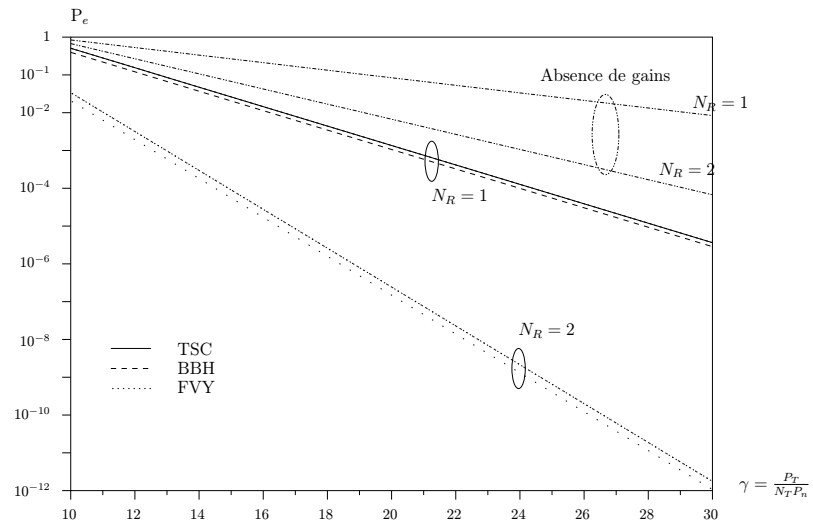
Type	Polynômes générateurs	$\nu$	$\delta_r$	$\delta_d$
TSC	$\begin{bmatrix} 2D & 2 \\ D & 1 \end{bmatrix}$	2	2	4
BBH	$\begin{bmatrix} 2+D & 2 \\ 3D & 2+D \end{bmatrix}$	2	2	8
FVY	$\begin{bmatrix} D & 2 \\ 2 & 2+D \end{bmatrix}$	2	2	8
TSC	$\begin{bmatrix} 2D & 2 \\ D+D^2 & 1+2D^2 \end{bmatrix}$	3	2	12
BBH	$\begin{bmatrix} 2+2D & 2 \\ D+2D^2 & 1+2D^2 \end{bmatrix}$	3	2	12
FVY	$\begin{bmatrix} 2D & 2 \\ 2+D & 1+2D+2D^2 \end{bmatrix}$	3	2	16
TSC	$\begin{bmatrix} 2D & 2+2D^2 \\ D+D^2 & 1+2D \end{bmatrix}$	4	2	12
BBH	$\begin{bmatrix} 2 & 2+2D^2 \\ 2+D+2D^2 & 1+2D \end{bmatrix}$	4	2	20
1 FVY	$\begin{bmatrix} D+2D^2 & 2 \\ 2+D & D+2D^2 \end{bmatrix}$	4	2	32
TSC	$\begin{bmatrix} 2D+3D^2 & 2+2D+3D^2 \\ D+D^2+D^3 & 1+D+2D^3 \end{bmatrix}$	5	2	12
BBH	-	-	-	-
FVY	$\begin{bmatrix} 2+2D & 3D+2D^2 \\ 2+D+D^2+2D^3 & 2+2D^2+2D^3 \end{bmatrix}$	5	2	36

Des treillis FVY construits sur la distance euclidienne<sup>1</sup> sont présentés dans les tableaux (5.7) et (5.8), pour les modulations QPSK et 8PSK respectivement. Bien que

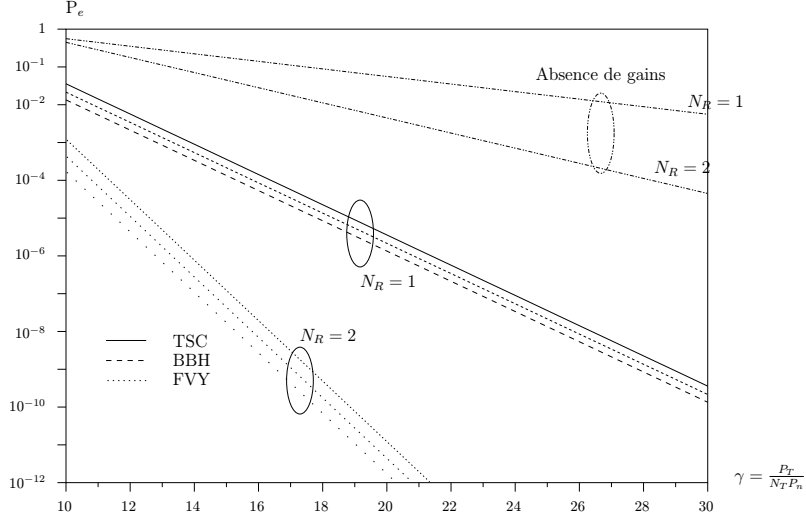
<sup>1</sup>La recherche de codes basés sur la minimisation de la distance euclidienne semble porter ses fruits dès lors que le produit rang et nombre d'antennes de réception [8]. Les codes obtenus par cette méthode



**Fig. 5.16:** QPSK-STTCM de mémoire  $\nu = 2$  - Bornes supérieures des performances en taux d'erreur sur canal de Rayleigh à évanouissements quasi-statiques



**Fig. 5.17:** QPSK-STTCM de mémoire  $\nu = 3$  - Bornes supérieures des performances en taux d'erreur sur canal de Rayleigh à évanouissements quasi-statiques



**Fig. 5.18:** QPSK-STTCM de mémoire  $\nu = 4$  - Bornes supérieures des performances en taux d'erreur sur canal de Rayleigh à évanouissements quasi-statiques

**Tab. 5.6:** QPSK-STTCM pour canal plat à évanouissements lents, construites sur le critère du rang & déterminant –  $N_T = 2$

Type	Polynômes générateurs	$\nu$	$\delta_r$	$\delta_d$
TSC	$\begin{bmatrix} 4D & 4 \\ 2D & 2 \\ 5D & 1 \end{bmatrix}$	3	2	2
FVY	$\begin{bmatrix} 2D & 2 \\ 4D & 4 \\ 4 + D & 5 + 4D \end{bmatrix}$	3	2	4
TSC	$\begin{bmatrix} 4 + 4D & 4D \\ 2D & 2 + 2D \\ 5D + D^2 & 1 + D + 5D^2 \end{bmatrix}$	4	2	3.515
FVY	$\begin{bmatrix} 2D & 2 \\ 4D & 4 \\ 4 + D & 5 + 4D \end{bmatrix}$	4	2	4
TSC	$\begin{bmatrix} 4D & 4 + 4D \\ 2D + 2D^2 & 2 + 2D + 2D^2 \\ 5D + 3D^2 & 1 + D + 7D^2 \end{bmatrix}$	5	2	3.515
FVY	$\begin{bmatrix} 4D & 4 + 4D \\ 2D + 2D^2 & 2 + 2D \\ 3 + 4D^2 & 5 \end{bmatrix}$	5	2	7.029

moins performants en gains de diversité et de codage, des simulations menées par les auteurs de [7] montrent qu'ils surpassent effectivement les codes TSC et BBH.

**Tab. 5.7:** *QPSK-STTCM pour canal plat à évanouissements lents, construites sur le critère de la trace –  $N_T = 2$*

Type <sup>a</sup>	Polynômes générateurs	$\nu$	$\delta_r$	$\delta_d$	$d_E$
TSC	$\begin{bmatrix} 2D & 2 \\ D & 1 \end{bmatrix}$	2	2	4	4
BBH	$\begin{bmatrix} 2+D & 2 \\ 3D & 2+D \end{bmatrix}$	2	2	8	6
FVY	$\begin{bmatrix} D & 2+2D^2 \\ 2+2D & 3 \end{bmatrix}$	2	2	4	10
TSC	$\begin{bmatrix} 2D & 2 \\ D+D^2 & 1+2D^2 \end{bmatrix}$	3	2	12	8
BBH	$\begin{bmatrix} 2+2D & 2 \\ D+2D^2 & 1+2D^2 \end{bmatrix}$	3	2	12	8
FVY	$\begin{bmatrix} 2+2D & 2+D \\ 2+D & 2D+2D^2 \end{bmatrix}$	3	2	8	12
TSC	$\begin{bmatrix} 2D & 2+2D^2 \\ D+D^2 & 1+2D \end{bmatrix}$	4	2	12	8
BBH	$\begin{bmatrix} 2 & 2+2D^2 \\ 2+D+2D^2 & 1+2D \end{bmatrix}$	4	2	20	12
FVY	$\begin{bmatrix} 1+D+3D^2 & 2+3D+2D^2 \\ 2+2D+2D^2 & 2D \end{bmatrix}$	4	2	8	16
TSC	$\begin{bmatrix} 2D+3D^2 & 2+2D+3D^2 \\ D+D^2+D^3 & 1+D+2D^3 \end{bmatrix}$	5	2	12	12
BBH	-	-	-	-	-
FVY	$\begin{bmatrix} 2D+D^2 & 2+3D+2D^2 \\ 2+D+2D^2+2D^3 & 2+2D+3D^2 \end{bmatrix}$	5	2	20	16

<sup>a</sup>Seuls les codes FVY sont bâtis sur le critère de la trace, les codes TSC et BBH ayant été reportés du tableau (5.5) pour établir une comparaison en terme de distance euclidienne, ainsi que gains de diversité et de codage.

Parmi les autres schémas de modulations, le multiplexage spatial et les modulations codées algébriques semblent attractifs lorsque la recherche du débit prime sur la robustesse, le gain en rapidité de modulation étant linéaire avec le nombre d'antennes d'émission. Néanmoins, ces techniques sont fragiles et les performances en conditions d'opération réelles risquent d'être relativement mauvaises, auquel cas l'alphabet de modulation des symboles devra être de petite taille. Le choix de schémas de modulation à diversité maximale est une approche alternative. En jouant sur la robustesse, ils permettent l'utilisation des constellations plus grandes pour atteindre éventuellement des débits utiles identiques. En particulier, on citera les modulations OSTBC, en l'occurrence le schéma d'Alamouti puisque nous supposons  $N_T = 2$ , qui présentent l'avantage d'être extrêmement simples à implémenter et de s'étendre sur peu d'intervalles temporels,  $K = 2$ .

(critère de la trace) sont plus performants que les codes obtenus classiquement mais il n'est pas certain que cette amélioration ne soit due à la construction plus facile en distance euclidienne.

**Tab. 5.8:** 8PSK-STTCM pour canal plat à évanouissements lents, construites sur le critère de la trace –  $N_T = 2$ 

Type <sup>a</sup>	Polynômes générateurs	$\nu$	$\delta_r$	$\delta_d$	$d_E$
TSC	$\begin{bmatrix} 4D & 4 \\ 2D & 2 \\ 5D & 1 \end{bmatrix}$	3	2	2	4
FVY	$\begin{bmatrix} 2+3D & 1+4D \\ 4+2D & 6 \\ 4 & 4D \end{bmatrix}$	3	2	4	7.172
TSC	$\begin{bmatrix} 4D & 4+4D \\ 2D & 2+2D \\ 5D+D^2 & 1+D+5D^2 \end{bmatrix}$	4	2	3.515	6
FVY	$\begin{bmatrix} 2+3D & 4+7D \\ 4+6D & 6D \\ 7+4D^2 & 2+7D+4D^2 \end{bmatrix}$	4	2	0.686	8
TSC	$\begin{bmatrix} 4D & 4+4D \\ 2D+2D^2 & 2+2D+2D^2 \\ 5D+3D^2 & 1+D+7D^2 \end{bmatrix}$	5	2	3.515	8
FVY	$\begin{bmatrix} 4D & 4+4D \\ 2D+2D^2 & 2+3D+2D^2 \\ 3+2D+3D^2 & 2D+7D^2 \end{bmatrix}$	5	2	2.686	8.586

<sup>a</sup>Remarque identique au tableau (5.7)

#### 5.4.4 Contraintes de coût

Le principal frein au développement des systèmes MIMO provient de l'accroissement, avec le nombre de voies, de la complexité des chaînes d'émission et de réception. Ce problème est ici d'autant plus exacerbé que l'application envisagée est destinée au marché grand public.

L'évolution des technologies laisse entrevoir des solutions grâce à des simplifications notables intervenant à différents niveaux de la chaîne de communication :

- augmentation des capacités de traitement des processeurs numériques,
- augmentation de la bande passante des convertisseurs numériques-analogiques et analogiques-numériques ainsi que de la finesse de quantification,
- réduction de la circuiterie radiofréquence,
- intégration des réseaux d'antennes.

La partie radio-fréquence forme aujourd'hui la composante plus coûteuse de la chaîne de communication. Elle devrait se réduire au profit d'un traitement numérique pur (technique radio logicielle, technique ultra large bande).

Pour revenir à la solution MIMO-OFDM retenue dans cette étude, le surcoût sera surtout lié aux étages amplificateurs de puissance.

## 5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'application des techniques MIMO au système HIPERLAN2. Les points suivants ont été abordés :

- la description de la couche physique du standard HIPERLAN2, reposant sur une transmission en mode paquet et une modulation de type OFDM, de laquelle sont extraits les paramètres nécessaires à notre étude ;
- la pertinence des techniques MIMO, pour une application en milieu domestique dans la bande des 5 GHz, justifiée par la possibilité de multiplexer spatialement l'information avec des réseaux de tailles admissibles ;
- la conception d'architectures MIMO-HIPERLAN2, de complexité limitée, reposant sur le réarrangement en temps, espace et fréquence des schémas de modulation et de codage existants dans la littérature.

L'interface MIMO, esquissée dans ce chapitre, semble répondre au problème initial. En particulier, elle reste relativement simple à développer puisque construite en réutilisant la couche physique HIPERLAN2, ainsi que les techniques de codage et de modulation MIMO exposées dans la littérature.

Un travail de validation conséquent reste à fournir, par l'intermédiaire de simulations et de réalisations pratiques. D'autre part, la recherche de techniques optimales, exploitant simultanément temps, espace et fréquence, apparaît comme une priorité.



## Bibliographie

- [1] “TS 101 475, Broadband Radio Access Networks (BRAN) : HIPERLAN Type 2; Physical (PHY) layer”. 2000.
- [2] J. Medbo, H. Andersson, P. Schramm, H. Asplund et J.-E.Berg, “Channel models for HIPERLAN2 in different indoor scenarios”. Tech. Rep. TD(98)70, COST 259, Apr. 1995.
- [3] W.C. Jakes, *Microwave mobile communications*. IEEE Press, 1974.
- [4] V. Tarokh, N. Seshadri et A.R. Calderbank, “Space-time codes for high data rate wireless communication : performance criterion and code construction”. *IEEE Transaction on Information Theory*, pages 744–765, . 1998.
- [5] S. Baro, G. Bauch et A. Hansmann, “Improved codes for space-time trellis-coded modulation”. *IEEE Communication Letters*, pages 20–22, Jan. 2000.
- [6] J. Grimm, M.P. Fitz et J.V. Krogmeier, “Further results in space-time coding for Rayleigh fading”. in *Allerton Conf. on Comm., Cont. and Comput.*, 1998.
- [7] W. Firmanto, B. Vucetic et J. Yuan, “Space-Time TCM with Improved Performance on fast fading channels”. *IEEE Communication Letters*, Apr. 2001.
- [8] J. Yuan, B. Vucetic et W. Firmanto, “Performance analysis and design of space-time coding on fading channels”. in *Australian Communications Theory Workshop*, 2001. [File](#).



## Chapitre 6

# Conclusion et perspectives

### Conclusion

Ces dernières années ont été marquées par la recherche de solutions pour des communications sans fil supportant des débits de plus en plus élevés, avec une qualité de service croissante. Ce travail de thèse a été initié dans ce contexte et a porté sur l'étude des techniques de transmission utilisant des réseaux d'antennes à l'émission et à la réception (MIMO). L'application envisagée concerne les réseaux locaux sans fil (WLAN) en milieu domestique et professionnel.

Nous débutons avec un aperçu général sur les différentes normes de réseaux locaux existantes, en s'attardant sur la norme HIPERLAN2 retenue dans cette étude. Les techniques de transmission haut débit ont été décrites succinctement, parmi lesquelles les solutions MIMO apparaissent comme l'une des voies de recherche les plus prometteuses. L'objectif identifié est alors d'évaluer la faisabilité et l'intérêt de modifier l'interface radio du standard HIPERLAN2 pour intégrer une architecture MIMO.

Dans cet objectif, une bonne connaissance du canal de propagation apparaît primordiale et constitue la première étape dans la conception de tout système de communication. Après avoir rappelé les différents phénomènes physiques de la propagation radioélectrique, nous proposons une description mathématique du canal. Le formalisme ainsi développé aboutit à un ensemble d'outils permettant de représenter de manière rigoureuse le comportement du canal, séparément dans l'espace et dans le temps. Cette analyse a mis en évidence l'existence de modes propres de propagation, qui vont jouer un rôle capital dans l'établissement de communications MIMO à très hautes efficacités spectrales. Elle aboutit également à la définition de paramètres statistiques de corrélation et de dispersion, utiles dans le dimensionnement du système.

La jonction entre les aspects propagation et les aspects système est ensuite réalisée, en analysant l'impact du canal, en espace et en temps, sur une communication numérique. En s'appuyant sur des considérations issues de la théorie de l'information, les effets

de sélectivité et de dispersion générés par le canal offrent aux systèmes MIMO l'opportunité d'exploiter la diversité et le multiplexage dans le domaine spatial. Ces deux mécanismes conduisent, respectivement, à l'amélioration de la robustesse et de l'efficacité des transmissions. Quelques règles d'ingénierie sont finalement proposées en vue d'aider au dimensionnement de système MIMO.

Avant de figer les choix système pour notre application, un état de l'art des techniques MIMO a été effectué. L'approche suivie privilégie la dimension spatiale du problème, les phénomènes de sélectivités fréquentielle et temporelle étant rajoutés par la suite. La richesse des travaux publiés sur le sujet prouve l'intérêt porté à ces techniques. Cette étude a permis de mieux cerner les domaines de validité respectifs d'un grand nombre de solutions, oscillant entre optimisation du débit ou de la robustesse.

L'ensemble des connaissances acquises précédemment permet d'apporter des éléments de réponses à la problématique posée dans cette étude, à savoir l'intérêt d'une interface MIMO adaptée au standard HIPERLAN2. Après avoir rappelé les spécificités de la couche physique de cette norme, des arguments qualitatifs sont fournis justifiant de la pertinence d'une telle extension. Une famille de structures de transmission MIMO-OFDM, de complexité raisonnable, est construite en se basant sur la norme actuelle et les techniques MIMO existantes.

## Perspectives

Le prolongement immédiat de ce travail de thèse est la validation de l'architecture proposée par l'intermédiaire d'une série de simulations poussées. Un des points essentiels à vérifier est le gain en débit effectivement obtenu grâce à l'adjonction de la dimension spatiale.

A plus long terme, les objectifs sont de trois ordres. En premier lieu, le développement de modèles de canaux de propagation MIMO réalistes, issus de la mesure, apparaît comme une priorité. Le lancement de campagnes de mesure intensives, nécessaires à cette tâche, reste actuellement timide du fait de la complexité de réalisation de sondeurs MIMO, de la puissance de calculs nécessaire et des difficultés mathématiques soulevées.

Le second volet a trait à la recherche de nouvelles architectures plus performantes. Dans un avenir proche, un grand nombre d'innovations est attendu par la généralisation ou, plus simplement, par l'exportation des techniques classiques adaptées au cas SISO. Notamment, l'emploi des turbocodes, et autres schémas à traitement itératifs semble très prometteur. Plus loin, l'élaboration des fonctions de codage et de modulation capables de fusionner les dimensions temporelles et spatiale présentera des performances encore supérieures.

Le dernier aspect identifié touche au matériel. La possibilité de fabriquer des systèmes de communication MIMO faible coût requiert encore un travail conséquent visant à réduire la complexité de l'ensemble des fonctions de la chaîne. La mise en œuvre de

plateformes de prototypage rapide permettra par exemple de tester les algorithmes en situation réelle.



# Liste des tableaux

1.1	Contraintes applications . . . . .	2
1.2	Réseaux locaux sans fil — Caractéristiques principales . . . . .	9
2.1	Définitions des transformées de Fourier dans le domaine spatial . . . . .	39
2.2	Définitions des transformées de Fourier dans le domaine temporel . . . . .	42
2.3	Caractérisation au second ordre du comportement du canal — Domaine spatial . . . . .	70
2.4	Caractérisation au second ordre du comportement du canal — Domaine temporel . . . . .	71
3.1	Résumé des effets de sélectivité du canal sur une liaison numérique . . . . .	115
5.1	Modes physiques HIPERLAN2 . . . . .	172
5.2	Paramètres des symboles OFDM HIPERLAN2 . . . . .	174
5.3	Modèles de canaux HIPERLAN2 . . . . .	175
5.4	QPSK-STTCM pour canal plat à évanouissements rapides, construites sur le critère du rang & déterminant — $N_T = 2$ . . . . .	187
5.5	QPSK-STTCM pour canal plat à évanouissements lents, construites sur le critère du rang & déterminant — $N_T = 2$ . . . . .	191
5.6	QPSK-STTCM pour canal plat à évanouissements lents, construites sur le critère du rang & déterminant — $N_T = 2$ . . . . .	193
5.7	QPSK-STTCM pour canal plat à évanouissements lents, construites sur le critère de la trace — $N_T = 2$ . . . . .	194
5.8	8PSK-STTCM pour canal plat à évanouissements lents, construites sur le critère de la trace — $N_T = 2$ . . . . .	195





# Table des figures

<i>Plan du mémoire</i> . . . . .	vii
1.1 Un exemple d'environnement domestique . . . . .	3
1.2 Le modèle de communication OSI et la position des réseaux locaux . . . . .	4
1.3 Les standards HIPERLAN . . . . .	7
1.4 Hiérarchie des réseaux locaux en terme de débit . . . . .	9
1.5 Sources de dégradation . . . . .	11
1.6 Architecture générique d'une chaîne de communication (Liaison point-à-point) — Approche fonctionnelle . . . . .	13
1.7 Evolution des systèmes SISO vers les systèmes MIMO . . . . .	16
1.8 Modèle système et notations employées dans le mémoire . . . . .	18
1.9 Architecture générique d'une chaîne de communication (Liaison point à point) — Approche mathématique . . . . .	22
1.10 Structure du mémoire — Enchaînement des chapitres . . . . .	23
2.1 Représentation spectrale, en fréquence et vecteur d'onde, d'un signal temps-espace — Domaines d'existence pour différents types de signaux . . . . .	30
2.2 Fluctuations à petite et à grande échelles de la réponse du canal — Impact sur l'évolution de la puissance reçue en fonction de l'éloignement de l'émetteur . . . . .	32
2.3 Propagation radioélectrique — Types d'interactions de l'onde électromagnétique avec le milieu . . . . .	34
2.4 Influence de la localisation spatiale des diffuseurs sur la réponse du canal de propagation — Distinction entre diffuseurs locaux et diffuseurs lointains . . . . .	35
2.5 Réponses spatiales du canal du premier type . . . . .	38
2.6 Réponses spatiales du canal du second type . . . . .	39
2.7 Réponses temporelles du canal du second type . . . . .	42
2.8 Réponses temporelles du canal du premier type . . . . .	43
2.9 Fonctions de corrélation spatiale du canal du premier type . . . . .	47
2.10 Fonctions de corrélation spatiale du canal du second type . . . . .	48
2.11 Expérience conduisant à la notion de distance de corrélation en émission . . . . .	50
2.12 Expérience conduisant à la notion de distance de corrélation en réception . . . . .	52
2.13 Expérience conduisant à la notion de distance de cohérence . . . . .	53
2.14 Expérience conduisant à la notion de bande de cohérence en pulsation spatiale . . . . .	55
2.15 Fonctions de corrélation temporelle d'un canal stationnaire au sens large et à diffuseurs décorrelés . . . . .	58

2.16	Modélisation de la réponse du canal en champ lointain . . . . .	63
2.17	Modélisation statistique du canal de propagation — Définition d'une matrice de corrélation spatiale . . . . .	65
2.18	Expression de la réponse impulsionnelle d'un canal de propagation, à évanouissements gaussiens, en fonction de la structure de la corrélation spatiale . . . . .	67
2.19	Modèles géométriques simples d'un canal de propagation MIMO . . . . .	68
3.1	Rôle des notions de distances de corrélation et de cohérence dans le dimensionnement d'un système MIMO . . . . .	79
3.2	Modèle théorique d'un système de communication — Interprétation en termes d'entropie et d'information mutuelle . . . . .	84
3.3	Existence de différents canaux de transmission dans une chaîne de communication . . . . .	86
3.4	Hierarchie des systèmes de communication selon le degré d'information d'état du canal accessible — Architectures de la chaîne de transmission et expressions de la capacité associée . . . . .	89
3.5	Structure optimale d'un système disposant de l'information d'état du canal en émission et en réception . . . . .	92
3.6	Structure optimale d'un système disposant de l'information d'état du canal en réception . . . . .	93
3.7	Structure optimale d'un système aveugle sans information d'état du canal . . . . .	95
3.8	Capacité d'un canal MIMO — Tentative de normalisation en espace . . . . .	96
3.9	Compromis entre diversité et multiplexage sur un canal MIMO à évanouissements de Rayleigh . . . . .	100
3.10	Capacité ergodique d'un canal MIMO — $N_T = N_R = 1$ . . . . .	101
3.10	Capacité ergodique d'un canal MIMO (suite) — $N_T = N_R = 2$ . . . . .	102
3.10	Capacité ergodique d'un canal MIMO (fin) — $N_T = N_R = 4$ . . . . .	102
3.11	Capacité de coupure d'un canal MIMO — $N_T = N_R = 1$ . . . . .	103
3.11	Capacité de coupure (suite) — $N_T = N_R = 2$ . . . . .	103
3.11	Capacité de coupure (fin) — $N_T = N_R = 4$ . . . . .	104
3.12	Scénarios menant à la formation d'un goulot d'étranglement dans le canal de propagation . . . . .	106
3.13	Schéma du système de référence pour les figures (3.14), (3.15) et (3.16) . . . . .	107
3.14	Information mutuelle entre les réseaux linéaires à 4 antennes identiques en fonction de la longueur d'onde ( $\lambda$ ) et de l'orientation relative des réseaux ( $\phi$ ), pour différents couples d'étalements angulaires ( $\Delta_{\phi,T}$ , $\Delta_{\phi,R}$ ) . . . . .	108
3.15	Information mutuelle entre deux réseaux carrés à 4 antennes identiques en fonction de la longueur d'onde ( $\lambda$ ) et de l'orientation relative des réseaux ( $\phi$ ), pour différents étalements angulaires ( $\Delta_{\phi,T}$ , $\Delta_{\phi,R}$ ) . . . . .	109
3.16	Information mutuelle entre un réseau linéaire de 4 éléments et un réseau carré de 4 éléments en fonction de l'orientation relative des réseaux ( $\phi$ ) et de l'étalement angulaire en réception ( $\Delta_{\phi,R}$ ), pour différentes longueurs d'onde ( $\lambda$ ) . . . . .	111
3.17	Stratégies d'exploitation de la dimension spatiale — Multiplexage, diversité et filtrage spatial . . . . .	113

4.1	Gains de diversité et de codage — Influence sur les performances en probabilité d'erreur . . . . .	124
4.2	Classification des techniques de codage et de modulation temps-espace . .	125
4.3	Schémas de modulation BLAST . . . . .	126
4.4	Schémas de démodulation BLAST . . . . .	127
4.5	Modulations codées en treillis temps-espace . . . . .	128
4.6	Exemples de modulations temps-espace codées en treillis (Tarokh) pour un système MIMO à 2 antennes d'émission . . . . .	130
4.7	Modulations codées en bloc orthogonales temps-espace . . . . .	131
4.8	Modulations codées temps-espace à constellation tournée . . . . .	134
4.9	Principe de la concaténation de codes — Exemple de l'apport de gain de codage au schéma d'Alamouti . . . . .	139
4.10	Modulations unitaires temps-espace — Principes de modulation et de démodulation temps-espace propres à un système de communication aveugle.	142
4.11	Exploitation de l'information d'état du canal en émission et en réception — Préfiltrage, préégalisation et précodage . . . . .	147
4.12	Système MIMO avec filtrage spatial en émission et en réception . . . . .	148
4.13	Objectifs du codage sur canal gaussien - Gains de codage et de mise en forme . . . . .	149
4.14	Système MIMO combiné à une modulation OFDM pour transmission sur canal sélectif en fréquence . . . . .	155
4.15	Turbocodage temps-espace - Exemples d'applications des turbocodes au système MIMO . . . . .	160
4.16	Organigramme des techniques MIMO abordées . . . . .	162
5.1	Plan de fréquence du standard HIPERLAN2 . . . . .	171
5.2	Structures des trames HIPERLAN2 . . . . .	172
5.3	Chaîne d'émission HIPERLAN2 . . . . .	173
5.4	Structure d'un paquet HIPERLAN2 . . . . .	174
5.5	Evolution de la corrélation spatiale en fonction de la distance et de l'étalement angulaire, pour une incidence normale . . . . .	176
5.6	Evolution de la corrélation spatiale en fonction de la distance et de l'étalement angulaire, pour une incidence oblique de 45 degrés . . . . .	177
5.7	Evolution de la corrélation spatiale en fonction de la distance et de l'étalement angulaire, pour une incidence rasante . . . . .	177
5.8	Chaîne d'émission-réception MIMO HIPERLAN2 . . . . .	180
5.9	Domaine de codage pour un système MIMO OFDM — Interprétation géométrique . . . . .	182
5.10	Codage espace-fréquence . . . . .	185
5.11	Schéma du codeur temps-espace convolutif . . . . .	185
5.12	QPSK-STTCM de mémoire $\nu = 2$ — Bornes supérieures des performances en taux d'erreur sur canal de Rayleigh à évanouissements rapides . . . . .	188
5.13	QPSK-STTCM de mémoire $\nu = 3$ — Bornes supérieures des performances en taux d'erreur sur canal de Rayleigh à évanouissements rapides . . . . .	188
5.14	QPSK-STTCM de mémoire $\nu = 4$ — Bornes supérieures des performances en taux d'erreur sur canal de Rayleigh à évanouissements rapides . . . . .	189
5.15	Codage espace-retard . . . . .	190

5.16 QPSK-STTCM de mémoire $\nu = 2$ - Bornes supérieures des performances en taux d'erreur sur canal de Rayleigh à évanouissements quasi-statiques .	192
5.17 QPSK-STTCM de mémoire $\nu = 3$ - Bornes supérieures des performances en taux d'erreur sur canal de Rayleigh à évanouissements quasi-statiques .	192
5.18 QPSK-STTCM de mémoire $\nu = 4$ - Bornes supérieures des performances en taux d'erreur sur canal de Rayleigh à évanouissements quasi-statiques .	193

## Résumé

Hier encore confinés au monde professionnel, les réseaux locaux sans fil, propulsés par les avancées de l'électronique et du traitement du signal, se démocratisent à grands pas. Plus flexibles, moins chers que les solutions filaires, leurs perspectives de développement restent cependant lourdement conditionnées par leur aptitude à supporter des débits suffisants pour les applications multimédia. Dans cette course vers les hauts débits, des chercheurs des laboratoires Bell ont donné une impulsion décisive lorsque, en 1996, ils ont mis en évidence la possibilité d'accroître substantiellement les débits de transmission par l'emploi simultané de réseaux d'antennes en émission et en réception. Le paradigme des systèmes de communication à entrées multiples et à sorties multiples MIMO (Multiple Input-Multiple Output) était né.

Rares sont les standards existants compatibles avec le transport de services multimédia hauts débits. La norme HIPERLAN2, affichant des taux de transferts bruts jusqu'à 54 Mbit/s dans la gamme de fréquences de 5 GHz, en fait partie. Se pose alors naturellement la question d'évaluer dans quelle mesure une extension MIMO permettrait d'augmenter ces débits. L'objectif de cette thèse, menée dans le cadre d'un contrat CIFRE entre THOMSON multimédia et le Laboratoire Composants et Systèmes pour Télécommunications (LCST) de l'INSA de Rennes, est d'apporter quelques éléments de réponse à ce problème.

**Mots clés : réseaux domestiques sans fil haut débit, systèmes MIMO, réseaux d'antennes, multiplexage spatial, HIPERLAN2.**

## Abstract

Until recently restricted to office applications, wireless local area networks (WLAN), propelled by advances in electronics and signal processing, is emerging as the most promising technology to bring connectivity in home environment. Obviously more flexible and less expensive than their wired counterparts, the future of WLAN is hindered by the capacity of keeping the pace with the exponential growth in data rate sustained by multimedia communications. A major breakthrough came recently with the Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) communication architecture that uses multiple-antenna arrays at both transmitter and receiver ends. This concept generalizes all previously known transmission systems and allows a far more sophisticated processing of space to yield unprecedented spectral efficiencies.

Few existing WLAN standards can cope with high data rate multimedia services. The HIPERLAN2 specification, achieving data rates up to 54 Mbps in the 5 GHz spectrum, is among them and the question naturally arises as to determine the potential of a MIMO-based physical interface. This thesis, led in the framework of a CIFRE grant between THOMSON multimedia and the IETR (Rennes Institute for Electronics and Telecommunications), provides some clue to this problem.

**Index terms : wireless digital home networks, Multiple-Input Multiple-Output systems, antenna array, spatial multiplexing, HIPERLAN2**