

Hyperfréquence

Paramètres S — Antennes

Laurent CHUSSEAU

Centre d'Électronique et de Microélectronique de Montpellier

UMR n° 5507 CNRS

Université Montpellier II

www.opto.univ-montp2.fr/~chusseau

18 juillet 2003



Sommaire

I	Paramètres S	5
I.1	La matrice $[S]$	6
I.2	Matrices $[S]$ élémentaires	19
I.3	Propriétés de la matrice $[S]$	28
II	Gain et stabilité des quadripôles	32
II.1	Gain transducique d'un quadripôle	33
II.2	Adaptation d'un quadripôle avec des éléments localisés	48
II.3	Stabilité des quadripôles	57
III	Mesure des paramètres S	68
III.1	Introduction	69
III.2	Quelques techniques de mesure en hyperfréquence	70
III.3	Analyseur de réseau vectoriel	80

Sommaire
Concepts
Noms
Bibliographie

Exemples
Exercices
Documents

IV	Bruit en hyperfréquence	93
IV.1	Introduction	94
IV.2	Température & facteur de bruit, chaînage de quadripôles	95
IV.3	Bruit et impédance de source	102
IV.4	Bruit en hyperfréquence	108
V	Antennes	114
V.1	Généralités	115
V.2	Quelques antennes particulières	117
V.3	Résistance de rayonnement	129
V.4	Gain d'une antenne	134
V.5	Antenne parabolique	140
V.6	Groupement d'antennes	147
A	Exemples	159
A.1	Paramètres S	160
A.2	Stabilité	164
A.3	Mesure du Facteur de Bruit	169
B	Exercices	175
B.1	Exercices	176
B.2	Problèmes	213

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Ce cours se compose de plusieurs thématiques assez distinctes ainsi que le laisse suggérer son titre.

La première thématique traite en deux chapitres de la matrice de répartition $[S]$ qui est l'outil de base pour l'étude des circuits et composants en micro-ondes — ou hyperfréquence —. Après une introduction de cette matrice et l'étude de quelques cas simples, nous étudierons plus spécifiquement les quadripôles. Nous développerons alors le calcul du gain transducique, la technique d'adaptation du quadripôle avec des éléments localisés et nous traiterons de sa stabilité en fonction des charges présentées à son entrée et à sa sortie.

Références : [2], [4], [7], [5] & [6].

Le problème pratique de la mesure des paramètres S sera abordé dans le troisième chapitre avec la prise en compte des termes d'erreurs par la procédure de calibration. Dans une vision parallèle nous aborderons le problème du bruit en hyperfréquence, vu du point de vue du système et de la mesure.

Référence : [1]

Enfin, nous aborderons les antennes du point de vue électromagnétique. Nous nous limiterons ici au fonctionnement des antennes simples de type filaire et parabolique.

Références : [2], [3], [4] & [8]

Ce cours au format PDF d'Adobe a été écrit en \LaTeX sur un Macintosh grâce à la distribution standard \TeX de UNIX et au « package » \LaTeX développé à l'Université de Technologie de Compiègne. Il est téléchargeable sur [mon site](#).

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Chapitre I

Paramètres S

I.1	La matrice $[S]$	6
I.2	Matrices $[S]$ élémentaires	19
I.3	Propriétés de la matrice $[S]$	28

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

I.1 La matrice $[S]$

I.1.1	Matrices impédance et admittance	7
I.1.2	Coefficients de réflexion en tension et en courant	10
I.1.3	Ondes incidentes et réfléchies	14
I.1.4	Matrice $[S]$	16

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Matrices impédance et admittance

La matrice $[S]$, matrice de répartition ou « scattering matrix », est l'outil de base pour l'étude des quadripôles ou des multipôles *linéaires* en hyperfréquence. Les paramètres S , comme nous le verrons, ont un lien direct entre les transferts de puissance entrée ↔ sortie d'un quadripôle et la puissance est la chose la plus facile à mesurer en hyperfréquence.

L'intérêt pratique est donc considérable puisque c'est aussi presque exclusivement des optimisations de transfert de puissance qui sont recherchées dans les systèmes hyperfréquences.

Dans ce qui suit nous considérerons des éléments de circuits actifs ou passifs à plusieurs entrées. D'une façon majoritaire nous considérerons des quadripôles tels que celui montré FIG. I.1.1, c'est à dire des fonctions électriques liant un port d'entrée à un port de sortie.

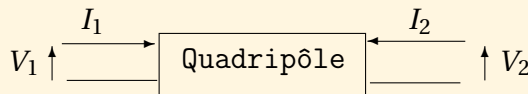


FIG. I.1.1 – Tensions et courants appliqués à un quadripôle.

Une méthode usuelle pour connaître la fonctionnalité d'un quadripôle est de connaître sa matrice de transformation courant-tension, la **Matrice Impédance**, ou tension-courant, la **Matrice Admittance**, c'est à dire

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}, \quad \text{ou} \quad \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}. \quad (\text{I.1.1})$$

La connaissance de l'une de ces deux matrices définit totalement la fonction, pour un quadripôle linéaire. Il subsiste toutefois un problème de taille : *Comment mesurer les paramètres qui interviennent dans ces matrices ?*

Si l'on remarque que l'on a

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2=0} \\ Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \Big|_{I_1=0} \\ Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0} \\ Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1=0} \end{array} \right. , \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} Y_{11} = \frac{I_1}{V_1} \Big|_{V_2=0} \\ Y_{12} = \frac{I_1}{V_2} \Big|_{V_1=0} \\ Y_{21} = \frac{I_2}{V_1} \Big|_{V_2=0} \\ Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{V_1=0} \end{array} \right. , \quad (\text{I.1.2})$$

ce qui se lit par exemple « Z_{11} égale le rapport de V_1 sur I_1 lorsque I_2 est nul », on en déduit aisément une procédure de mesure mettant en jeu successivement des mesures en circuits ouverts pour la matrice impédance $[Z]$ — respectivement en court-circuit pour la matrice admittance $[Y]$ — afin d'en déduire les éléments. Ceci pose toutefois le problème essentiel de la disponibilité d'un bon **Circuit Ouvert** dans le cas de la matrice $[Z]$, et d'un bon **Court-Circuit** dans le cas de la matrice $[Y]$, afin de réaliser les conditions d'annulation de courant et/ou de tension. Or, *au-dessus de environ 100 MHz la condition de circuit ouvert ou de court-circuit est difficile voire impossible à réaliser*, à cause des capacités et inductances parasites, et de plus la mise en court-circuit ou en circuit ouvert de quadripôles possédant du gain conduit souvent à une oscillation. On peut donc affirmer que les matrices $[Z]$ et $[Y]$ sont inadaptées aux hautes fréquences. En conséquence nous sommes amenés à définir une nouvelle matrice, la matrice $[S]$ qui aura l'avantage d'être mesurable sur entrée et sortie adaptées, usuellement 50 Ω , ce qui résoudra tous

Matrices impédance et admittance

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :
Matrice [S]

Exercices :
Exercice B.1.1

Coefficients de réflexion en tension et en courant

Définissons dans un premier temps les coefficients de réflexion en tension et en courant d'un réseau à un accès représenté FIG. I.1.2. Ceci présuppose toutefois que l'on découpe le courant et la tension en une **Composante Incidente** et une **Composante Réfléchie**, d'une façon analogue à ce que l'on fait en Optique.

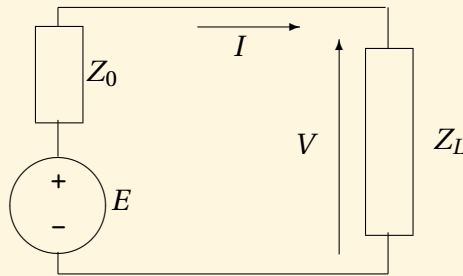


FIG. I.1.2 – Générateur d'impédance interne Z_0 chargé par Z_L .

La charge complexe Z_L est branchée aux bornes de la source de tension E d'impé-

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

dance interne Z_0 . Il vient alors de façon triviale

$$I = \frac{E}{Z_0 + Z_L}, \quad \text{et} \quad V = Z_L I = \frac{E Z_L}{Z_0 + Z_L}. \quad (\text{I.1.3})$$

On dit qu'il y a **Adaptation** lorsque l'impédance de charge est conjuguée de l'impédance de source

$$Z_L = Z_0^*. \quad (\text{I.1.4})$$

Alors le **Courant Incident** est le courant à l'adaptation, soit

$$I_i \equiv \frac{E}{Z_0 + Z_0^*} = \frac{E}{2R_0}, \quad \text{où } R_0 = \Re(Z_0). \quad (\text{I.1.5})$$

De même la **Tension Incidente** est la tension aux bornes de Z_L à l'adaptation

$$V_i \equiv \frac{E Z_0^*}{Z_0 + Z_0^*} = \frac{E Z_0^*}{2R_0}. \quad (\text{I.1.6})$$

Des deux relations précédentes, on déduit directement

$$V_i = Z_0^* I_i. \quad (\text{I.1.7})$$

Le **Courant Réfléchi** et la **Tension Réfléchie** sont alors les différences par rapport aux courant et tension calculés aux bornes de Z_L

$$\begin{aligned} I_r &= I_i - I \\ V_r &= V - V_i. \end{aligned} \quad (\text{I.1.8})$$

**Coefficients de
réflexion en
tension et en
courant**

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Soit l'expression du courant réfléchi

$$I_r = \frac{E}{Z_0 + Z_0^*} - \frac{E}{Z_0 + Z_L} = I_i \frac{Z_L - Z_0^*}{Z_L + Z_0}, \quad (\text{I.1.9})$$

et de la tension réfléchie¹

$$V_r = \frac{E Z_L}{Z_0 + Z_L} - \frac{E Z_0^*}{Z_0 + Z_0^*} = V_i \frac{Z_0}{Z_0^*} \frac{Z_L - Z_0^*}{Z_L + Z_0}. \quad (\text{I.1.10})$$

De ces relations nous déduisons directement les expressions des coefficients de réflexion en courant et en tension

$$\begin{aligned} S_I &\equiv \frac{I_r}{I_i} = \frac{Z_L - Z_0^*}{Z_L + Z_0} \\ S_V &\equiv \frac{V_r}{V_i} = \frac{Z_0}{Z_0^*} \frac{Z_L - Z_0^*}{Z_L + Z_0}. \end{aligned} \quad (\text{I.1.11})$$

Il apparaît de façon évidente que si Z_0 est réelle alors ces deux coefficients sont égaux et on a

$$S \equiv S_I = S_V = \frac{Z_L - R_0}{Z_L + R_0}. \quad (\text{I.1.12})$$

Bien évidemment nous nous placerons en permanence dans ce cas pour des raisons de simplicité. De plus on utilisera souvent l'**Impédance Réduite** z telle que

$$z \equiv \frac{Z}{R_0}, \quad (\text{I.1.13})$$

¹ Cela implique que $V_r = \frac{Z_0}{Z_0^*} \frac{I_r}{I_i} V_i$, et donc que $V_r = Z_0 I_r$.

**Coefficients de
réflexion en
tension et en
courant**

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

...car alors on obtient

$$S = \frac{z_L - 1}{z_L + 1}, \quad \text{ou} \quad z_L = \frac{1 + S}{1 - S}. \quad (\text{I.1.14})$$

**Coefficients de
réflexion en
tension et en
courant**

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Ondes incidentes et réfléchies

Cours :
Matrice [S]

On définit l'**Onde Incidente** par la relation

$$a \equiv \frac{\sqrt{Z_0 + Z_0^*}}{\sqrt{2}} I_i. \quad (\text{I.1.15})$$

Évidemment comme dans les cas pratiques Z_0 est réelle, on aura

$$a = \sqrt{R_0} I_i = \frac{V_i}{\sqrt{R_0}}. \quad (\text{I.1.16})$$

De manière similaire on définit l'**Onde Réfléchie** par la relation

$$b = \frac{\sqrt{Z_0 + Z_0^*}}{\sqrt{2}} I_r. \quad (\text{I.1.17})$$

Identiquement, si Z_0 est réelle, on aura

$$b \equiv \sqrt{R_0} I_r = \frac{V_r}{\sqrt{R_0}}. \quad (\text{I.1.18})$$

Alors ces définitions impliquent

$$a + b = \frac{V}{\sqrt{R_0}}, \quad \text{et} \quad a - b = \sqrt{R_0} I. \quad (\text{I.1.19})$$

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Ceci permet d'introduire naturellement la **Tension Réduite**, v , et le **Courant Réduit**, i , par

$$\begin{aligned} v &\equiv \frac{V}{\sqrt{R_0}} = a + b \\ i &\equiv \sqrt{R_0} I = a - b. \end{aligned} \tag{I.1.20}$$

Les variables réduites v et i possèdent donc une dimension qui est $[V] [\Omega]^{-1/2}$ pour v , $[A] [\Omega]^{1/2}$ pour i , ce qui est équivalent grâce à la loi d'Ohm et se résume à $[W]^{1/2}$ qui est la racine carré d'une puissance. Les ondes incidentes et réfléchies a et b auront donc cette même dimension qui n'est pas celle d'une grandeur directement mesurable.

**Ondes
incidentes et
réfléchies**

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Exercices :

Exercice B.1.2

Exercice B.1.3

Exercice B.1.4

Cours :

Coefficient de Réflexion

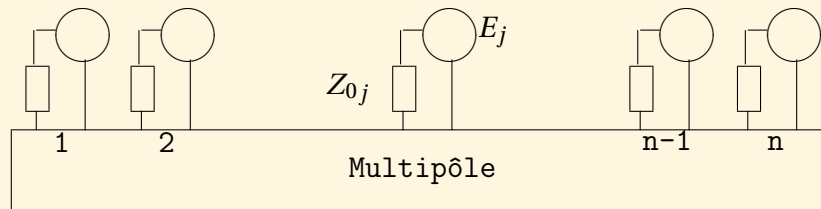
Ondes a & b 

FIG. I.1.3 – Schéma générique d'un multipôle.

Considérons à présent le **Multipôle** à n accès de la FIG. I.1.3. Nous pouvons généra-

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

liser la notion d'ondes incidentes et réfléchies avec les vecteurs (a) et (b) par

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_j \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \sqrt{R_{01}} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \sqrt{R_{0j}} & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \sqrt{R_{0n}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{i1} \\ \vdots \\ I_{ij} \\ \vdots \\ I_{in} \end{pmatrix}, \quad (\text{I.1.21})$$

et

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_j \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \sqrt{R_{01}} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \sqrt{R_{0j}} & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \sqrt{R_{0n}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{r1} \\ \vdots \\ I_{rj} \\ \vdots \\ I_{rn} \end{pmatrix}. \quad (\text{I.1.22})$$

La matrice $[S]$ est alors définie par la relation de passage

$$(b) = [S] (a) \quad (\text{I.1.23})$$

Dans le cas particulier où $n = 1$, on a $b = S a$ en grandeur scalaire et donc

$$S = \frac{b}{a} = \frac{I_r}{I_i} = \frac{z_L - 1}{z_L + 1}, \quad (\text{I.1.24})$$

représente le coefficient de réflexion de la charge considérée.

Matrice [S]

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

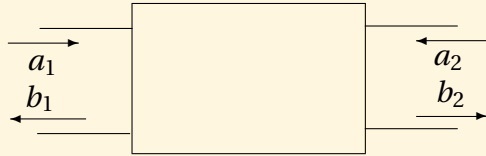


FIG. I.1.4 – Schématisation d'un quadripôle.

Dans le cas particulier où $n = 2$, on a alors affaire à un quadripôle (cf FIG. I.1.4), pour lequel on écrit

$$\begin{aligned} b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \\ b_2 &= S_{21}a_1 + S_{22}a_2. \end{aligned} \quad (\text{I.1.25})$$

En conséquence si $a_2 = 0$, ce qui signifie que la sortie du quadripôle est adaptée, alors $S_{11} = b_1/a_1$ est le coefficient de réflexion vu à l'entrée et $S_{21} = b_2/a_1$ est le coefficient de transmission de l'entrée à la sortie.

De même si $a_1 = 0$, ce qui signifie que l'entrée du quadripôle est adaptée, alors $S_{22} = b_2/a_2$ est le coefficient de réflexion vu à la sortie et $S_{12} = b_1/a_2$ est le coefficient de transmission de la sortie vers l'entrée.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

I.2 Matrices $[S]$ élémentaires

I.2.1	Matrice $[S]$ d'une impédance série	20
I.2.2	Matrice $[S]$ d'une admittance parallèle	22
I.2.3	Matrice $[S]$ d'un tronçon de ligne	24
I.2.4	Changement du plan de référence aux accès d'un quadripôle .	25

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :

Admittance Parallèle

Ligne

Plans de Référence

**Matrice [S]
d'une
impédance série**

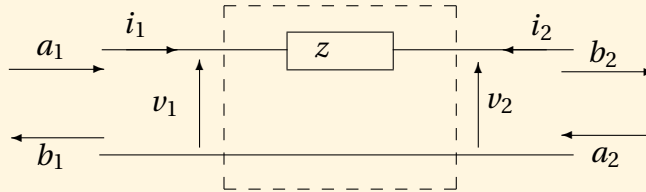


FIG. I.2.5 – Impédance série sur une ligne.

Considérons une impédance z en série dans une ligne. Les lois de Kirchoff et d'Ohm donnent

$$i_1 = -i_2 = i, \quad \text{et} \quad v_1 - z i = v_2. \quad (\text{I.2.26})$$

En utilisant les définitions des ondes incidentes et réfléchies de l'Éq. (I.1.20), on montre

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

aisément que

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{z}{z+2} a_1 + \frac{2}{z+2} a_2 \\ b_2 &= \frac{2}{z+2} a_1 + \frac{z}{z+2} a_2, \end{aligned} \quad (\text{I.2.27})$$

et donc la matrice $[S]$ d'une impédance série s'écrit

$$[S] = \begin{pmatrix} \frac{z}{z+2} & \frac{2}{z+2} \\ \frac{2}{z+2} & \frac{z}{z+2} \end{pmatrix}. \quad (\text{I.2.28})$$

**Matrice $[S]$
d'une
impédance série**

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :

Impédance Série

Ligne

Plans de Référence

**Matrice [S]
d'une
admittance
parallèle**

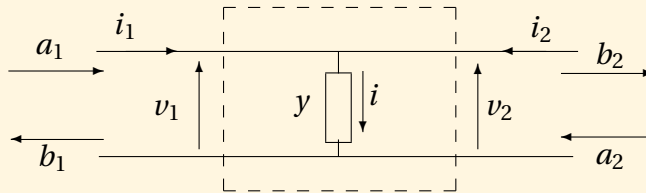


FIG. I.2.6 – Admittance parallèle sur une ligne.

Considérons à présent une admittance y en parallèle sur un tronçon de ligne. Avec les mêmes raisonnements que précédemment on obtient

$$v = v_1 = v_2$$

$$i = y v \quad (\text{I.2.29})$$

$$i = i_1 + i_2,$$

équations desquelles on déduit, par les même techniques, la matrice [S] d'une admit-

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

tance parallèle

$$[S] = \begin{pmatrix} -\frac{y}{y+2} & \frac{2}{y+2} \\ \frac{2}{y+2} & -\frac{y}{y+2} \end{pmatrix}. \quad (\text{I.2.30})$$

**Matrice [S]
d'une
admittance
parallèle**

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :[Impédance Série](#)[Admittance Parallèle](#)[Plans de Référence](#)**Matrice [S]
d'un tronçon de
ligne**

Celle-ci se détermine simplement en appliquant les définitions des paramètres S issues de l'Éq. (I.1.25)

$$[S] = \begin{pmatrix} 0 & \exp(-j\phi) \\ \exp(-j\phi) & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{I.2.31})$$

où $\phi = (2\pi l)/\lambda$ est la longueur électrique du tronçon de ligne de longueur physique l .

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :

Impédance Série

Admittance Parallèle

Ligne

Changement du
plan de
référence aux
accès d'un
quadripôle

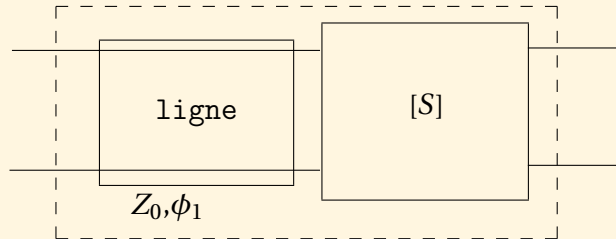


FIG. I.2.7 – Tronçon de ligne ajouté en entrée d'un quadripôle de matrice $[S]$ connue.

Imaginons un tronçon de **Ligne** placé en entrée d'un quadripôle de matrice $[S]$ connue. Ce tronçon de ligne apporte un déphasage ϕ_1 lié à la propagation.

Si l'on suppose tout d'abord que la sortie est adaptée, alors $a_2 = 0$ et

– le coefficient de réflexion en entrée subit deux fois le déphasage, donc

$$S'_{11} = S_{11} \exp(-2j\phi_1);$$

Sommaire
Concepts
Noms
Bibliographie

Exemples
Exercices
Documents

Changement du plan de référence aux accès d'un quadripôle

- le coefficient de transmission de l'entrée vers la sortie subit une fois le déphasage, donc

$$S'_{21} = S_{21} \exp(-j \phi_1).$$

Si l'on suppose à présent que l'entrée est adaptée, alors $a_1 = 0$ et

- le coefficient de réflexion vu de la sortie ne change pas

$$S'_{22} = S_{22};$$

- le coefficient de transmission de la sortie vers l'entrée subit une fois le déphasage, donc

$$S'_{12} = S_{12} \exp(-j \phi_1).$$

En résumé, cela conduit à

$$[S'] = \begin{pmatrix} S_{11} \exp(-2j \phi_1) & S_{12} \exp(-j \phi_1) \\ S_{21} \exp(-j \phi_1) & S_{22} \end{pmatrix}. \quad (\text{I.2.32})$$

Lorsque le changement concerne les deux plans de référence aux deux accès d'un quadripôle, un raisonnement analogue conduit à

$$[S'] = \begin{pmatrix} S_{11} \exp(-2j \phi_1) & S_{12} \exp(-j(\phi_1 + \phi_2)) \\ S_{21} \exp(-j(\phi_1 + \phi_2)) & S_{22} \exp(-2j \phi_2) \end{pmatrix}. \quad (\text{I.2.33})$$

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Changement du plan de référence aux accès d'un quadripôle

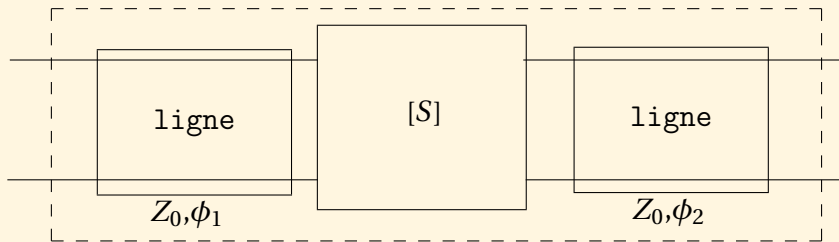


FIG. I.2.8 – Tronçons de lignes ajoutés en entrée et en sortie d'un quadripôle de matrice $[S]$ connue.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

I.3 Propriétés de la matrice $[S]$

I.3.1	Puissance et Matrice $[S]$	29
I.3.2	Mise en cascade de quadripôles	31

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :
[Etude du Générateur](#)
[Etude de la Charge](#)

Soit un multipôle d'ordre n , de matrice $[S]$, de vecteur d'ondes incidentes (a) et de vecteur d'ondes réfléchies (b) tel que

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} S_{11} & \cdots & S_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & \cdots & S_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}. \quad (\text{I.3.34})$$

La **Puissance** véhiculée par les ondes entrantes est

$$p_{in} = \sum_{j=1}^n \frac{a_j a_j^*}{2} = \frac{1}{2} (a_1^* \quad \cdots \quad a_n^*) \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} = \frac{1}{2} (a)^\dagger (a). \quad (\text{I.3.35})$$

La **Puissance** véhiculée par les ondes sortantes est

$$p_{out} = \sum_{j=1}^n \frac{b_j b_j^*}{2} = \frac{1}{2} (b_1^* \quad \cdots \quad b_n^*) \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = \frac{1}{2} (b)^\dagger (b). \quad (\text{I.3.36})$$

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

La **Puissance Active** consommée par le multipôle s'écrit

$$p = p_{in} - p_{out} = \frac{1}{2} \left((a)^\dagger(a) - (b)^\dagger(b) \right). \quad (\text{I.3.37})$$

Si le multipôle est sans pertes alors $(a)^\dagger(a) = (b)^\dagger(b)$, or comme $(b) = [S](a)$

$$(a)^\dagger(a) = ([S](a))^\dagger([S](a)) = (a)^\dagger[S]^\dagger[S](a),$$

par conséquent

$$[S]^\dagger[S] = 1. \quad (\text{I.3.38})$$

La matrice inverse de $[S]$ est donc sa transposée conjuguée. Une autre conséquence importante est qu'alors le module de son déterminant est 1.

Si le multipôle est réciproque², alors $S_{ij} = S_{ji}, \forall i, j \in [1, n]$, et la matrice est symétrique par rapport à la diagonale.

Puissance et Matrice $[S]$

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

²Il s'agit là de la définition de la réciprocité d'un multipôle.

Malheureusement de part sa définition, la matrice $[S]$ n'est pas chaînable. Pour résoudre ce problème, définissons une nouvelle matrice³, $[T]$, qui elle peut être chaînée entre plusieurs quadripôles en cascade.

Par définition

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ a_1 \end{pmatrix} \equiv [T] \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}. \quad (\text{I.3.39})$$

Alors en résolvant le système linéaire on trouve la relation entre $[S]$ et $[T]$

$$[T] = \begin{pmatrix} -\frac{S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}}{S_{21}} & \frac{S_{11}}{S_{21}} \\ -\frac{S_{22}}{S_{12}} & \frac{1}{S_{21}} \end{pmatrix}. \quad (\text{I.3.40})$$

Ainsi, si deux quadripôles A et B de matrices $[T_A]$ et $[T_B]$ sont mis en cascade, la matrice de l'ensemble est simplement $[T] = [T_A] [T_B]$. La matrice $[S]$ de ce quadripôle pouvant être retrouvée par la relation inverse de la précédente

$$[S] = \begin{pmatrix} \frac{T_{12}}{T_{22}} & \frac{T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}}{T_{22}} \\ \frac{1}{T_{22}} & -\frac{T_{21}}{T_{22}} \end{pmatrix}. \quad (\text{I.3.41})$$

³En fait cette matrice est très connue et elle est très utilisée en Optique et en Mécanique Quantique. Sous des formes très voisines on la retrouve pour le « design » des systèmes multicouches, pour le calcul des modes propres de propagation des guides plans, pour le calcul des niveaux dans un puits quantique...

Chapitre II

Gain et stabilité des quadripôles

II.1	Gain transducique d'un quadripôle	33
II.2	Adaptation d'un quadripôle avec des éléments localisés	48
II.3	Stabilité des quadripôles	57

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

II.1 Gain transducique d'un quadripôle

II.1.1	Quadripôle unilatéral	34
II.1.2	Quadripôle unilatéral : Étude du générateur	35
II.1.3	Quadripôle unilatéral : Étude de la charge	38
II.1.4	Quadripôle unilatéral : Gain transducique	39
II.1.5	Quadripôle unilatéral : Cercles à gain d'entrée constant	42
II.1.6	Quadripôle quelconque : Facteur de réflexion à l'entrée du quadripôle chargé	43
II.1.7	Quadripôle quelconque : Facteur de réflexion à la sortie du quadripôle	45
II.1.8	Quadripôle quelconque : Gain transducique	46

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Quadripôle unilatéral

Le gain que l'on peut tirer d'un quadripôle est l'une des caractéristiques les plus importantes que l'on peut déduire de la connaissance de ses paramètres S . Le gain transductique est la notion de gain la plus générale applicable aux quadripôles puisqu'elle inclut simultanément les coefficients de réflexion présentés à son entrée et à sa sortie. Avant d'aborder le cas général nous allons faire le calcul dans le cas particulier du quadripôle unilatéral.

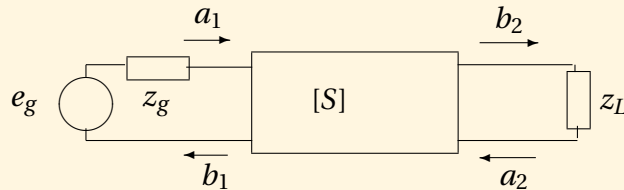


FIG. II.1.1 – Quadripôle alimenté en entrée et chargé en sortie.

Considérons le schéma donné FIG. II.1.1 où le quadripôle est par exemple un bipolaire ou un FET auquel ont été intégré les tronçons de ligne d'accès comme vu auparavant. L'impédance de normalisation est supposée être $R_0 = 50 \Omega$. Supposer le quadripôle unilatéral signifie alors que

$$S_{12} \approx 0. \quad (\text{II.1.1})$$

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :

Puissance & Matrice [S]

Etude de la Charge

Gain Transducique Unilatéral

**Quadripôle
unilatéral :
Étude du
générateur**

Étudions tout d'abord la source. Décomposons-la simplement comme montré FIG. II.1.2 en une partie comportant l'impédance de normalisation en série et l'autre ne comportant que la différence des impédances.

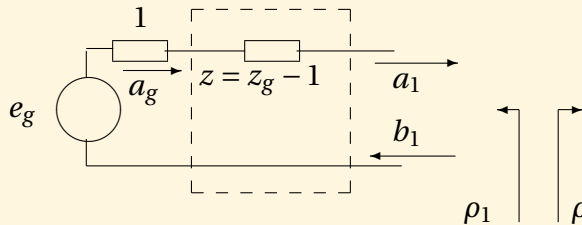


FIG. II.1.2 – Décomposition du générateur.

D'après la définition, $a_g = \sqrt{R_0} I_i = i_i$, or le courant incident est obtenu simplement par application de la loi d'Ohm au générateur adapté, $R = 1$, donc

$$a_g = \frac{e_g}{2}. \quad (\text{II.1.2})$$

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Comme d'autre part nous avons calculé la matrice $[S']$ d'une impédance série, on obtient directement

$$[S'_{z=z_g-1}] = \begin{pmatrix} \frac{z_g-1}{z_g+1} & \frac{2}{z_g+1} \\ \frac{2}{z_g+1} & \frac{z_g-1}{z_g+1} \end{pmatrix}, \quad (\text{II.1.3})$$

ce qui conduit à¹

$$a_1 = S'_{21} a_g + S'_{22} b_1 = \frac{2}{z_g+1} a_g + \frac{z_g-1}{z_g+1} b_1 \equiv t a_g + \rho_1 b_1, \quad (\text{II.1.4})$$

où t représente la transmission à travers l'impédance du générateur et où ρ_1 est le coefficient de réflexion vu de l'extérieur.

La puissance active fournie par le générateur sur une charge quelconque de coefficient de réflexion $\rho = b_1/a_1$ s'écrit

$$\begin{aligned} p_g &= \frac{1}{2} (v i^* + v^* i) \\ &= \frac{1}{2} ((a_1 + b_1)(a_1^* - b_1^*) + (a_1^* + b_1^*)(a_1 - b_1)) \\ &= |a_1|^2 - |b_1|^2 \\ &= |a_1|^2 (1 - |\rho|^2). \end{aligned} \quad (\text{II.1.5})$$

¹Attention aux conventions pour a_1 et b_1 qui ont été inversées ici par rapport aux notations des définitions précédentes pour s'accorder au calcul qui suivra!

Quadripôle unilatéral : Étude du générateur

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Comme de plus $a_1 = t a_g + \rho_1 b_1 = t a_g + \rho_1 \rho a_1$, on a

$$a_1 = \frac{t a_g}{1 - \rho \rho_1}. \quad (\text{II.1.6})$$

La puissance active transmise devient

$$p_g = \frac{|t a_g|^2 (1 - |\rho|^2)}{|1 - \rho \rho_1|^2}, \quad (\text{II.1.7})$$

qui est maximale si $\rho = \rho_1^*$, alors

$$p_{g_{max}} = \frac{|t a_g|^2 (1 - |\rho_1|^2)}{|1 - |\rho_1|^2|^2} = \frac{|t a_g|^2}{1 - |\rho_1|^2}. \quad (\text{II.1.8})$$

Quadripôle unilatéral : Étude du générateur

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

**Quadripôle
unilatéral :
Étude de la
charge**

Cours :

Puissance & Matrice [S]

Etude du Générateur

Gain Transducique Unilatéral

Pour sa part, la charge est complètement caractérisée par son coefficient de réflexion
 $\rho_2 = \frac{z_L - 1}{z_L + 1}$.

La puissance active effectivement transmise à la charge est

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{2}(v i^* + v^* i) \\ &= \frac{1}{2}((a_2 + b_2)(b_2^* - a_2^*) + (a_2^* + b_2^*)(b_2 - a_2)) \\ &= |b_2|^2 - |a_2|^2 = |b_2|^2(1 - |\rho_2|^2). \end{aligned} \tag{II.1.9}$$

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :[Etude du Générateur](#)[Etude de la Charge](#)[Gain Transducique](#)[Adaptation d'un Quadripôle](#)[Utilisation d'Éléments Localisés](#)**Exercices :**[Exercice B.1.5](#)**Exemples :**[Exemple A.1.1](#)

**Quadripôle
unilatéral :
Gain
transducique**

Calculons à présent b_2 . À partir des relations suivantes directement tirées des définitions ou issues des calculs précédents

$$\begin{aligned}
 a_1 &= t a_g + b_1 \rho_1 \\
 b_1 &= S_{11} a_1 \quad \text{puisque } S_{12} \approx 0 \\
 b_2 &= S_{21} a_1 + S_{22} a_2 \\
 a_2 &= \rho_2 b_2,
 \end{aligned} \tag{II.1.10}$$

il vient directement

$$b_2 = \frac{S_{21}}{1 - S_{22} \rho_2} a_1. \tag{II.1.11}$$

En remplaçant a_1 par sa valeur

$$a_1 = t a_g + S_{11} \rho_1 a_1 = \frac{t a_g}{1 - S_{11} \rho_1}, \tag{II.1.12}$$

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

on obtient alors b_2

$$b_2 = \frac{S_{21} t a_g}{(1 - S_{11} \rho_1)(1 - S_{22} \rho_2)}. \quad (\text{II.1.13})$$

En conséquence, la puissance transmise à la charge s'écrit

$$p = \frac{|S_{21}|^2 |t a_g|^2 (1 - |\rho_2|^2)}{|1 - S_{11} \rho_1|^2 |1 - S_{22} \rho_2|^2}. \quad (\text{II.1.14})$$

Par définition, le gain en puissance composite, ou *gain transducique*, est alors égal au gain en puissance du quadripôle référencé à la puissance maximale de la source, c'est-à-dire

$$G = \frac{\text{Puissance utile}}{\text{Puissance maximale du générateur}}. \quad (\text{II.1.15})$$

Comme la puissance maximale du générateur n'est délivrée que sur charge adaptée et a été calculée ÉQ. (II.1.8), on a²

$$G = |S_{21}|^2 \frac{(1 - |\rho_1|^2)(1 - |\rho_2|^2)}{|1 - S_{11} \rho_1|^2 |1 - S_{22} \rho_2|^2}. \quad (\text{II.1.16})$$

On distingue dans cette expression trois termes

- le terme $G_0 = |S_{21}|^2$ qui représente le gain interne du quadripôle ;
- le terme $G_1 = (1 - |\rho_1|^2) / |1 - S_{11} \rho_1|^2$ qui traduit l'adaptation à l'entrée. Ce terme prend sa valeur maximale si $S_{11} = \rho_1^*$, c'est-à-dire si le quadripôle est adapté à l'entrée, alors $G_{1_{\max}} = 1 / (1 - |S_{11}|^2)$;

²N'oubliez pas que ce gain est celui d'un quadripôle *unilatéral* et que cette formule ne s'applique que si $S_{12} \approx 0$.

**Quadripôle
unilatéral :
Gain
transducique**

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

- le terme $G_2 = (1 - |\rho_2|^2)/(1 - |S_{22}\rho_2|^2)$ qui représente l'adaptation à la sortie. Identiquement à l'entrée, ce terme prend sa valeur maximale à l'adaptation $S_{22} = \rho_2^*$, alors $G_{2max} = 1/(1 - |S_{22}|^2)$.

Pour obtenir les conditions d'adaptation en entrée et en sortie on interpose entre le quadripôle et l'entrée d'une part, et entre le quadripôle et la charge d'autre part, des circuits passifs sans pertes, par exemple des « stubs » ou des éléments réactifs localisés comme des selfs et des capacités. Alors le gain maximal du quadripôle dans un tel montage est $G_{max} = G_0 G_{1max} G_{2max}$, soit

$$G_{max} = \frac{|S_{21}|^2}{(1 - |S_{11}|^2)(1 - |S_{22}|^2)}. \quad (\text{II.1.17})$$

Quadripôle unilatéral : Gain transductique

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :
Gain Transducique

Exemples :
Exemple A.1.2

**Quadripôle
unilatéral :
Cercles à gain
d'entrée
constant**

Pour un quadripôle donné, en particulier pour un paramètre S_{11} donné, on peut chercher dans l'**Abaque de Smith** le lieu des points représentant l'adaptation d'entrée donnant $G_1 = \text{Cte} \leq G_{1_{\max}}$. On démontre alors qu'ils se situent sur des cercles³ dits à gain d'entrée constant. Pour chaque gain d'entrée normalisé choisi, $g_1 = G_1/G_{1_{\max}} = G_1(1 - |S_{11}|^2)$, le lieu de ces adaptations d'entrée correspondantes est un cercle de rayon R , dont le centre est à une distance D du centre de l'abaque sur la direction pointée par l'adaptation optimale S_{11}^* . R et D sont donnés par

$$R = \frac{\sqrt{1-g_1}(1-|S_{11}|^2)}{1-|S_{11}|^2(1-g_1)}, \quad \text{et} \quad D = \frac{g_1|S_{11}|}{1-|S_{11}|^2(1-g_1)}. \quad (\text{II.1.18})$$

La même démarche peut être réalisée pour l'adaptation de sortie et le résultat formel obtenu sera le même puisque les gains d'adaptation entrée et sortie sont formellement identiques.

³Ce qui n'est pas fait pour surprendre puisque toutes les transformations usuelles aboutissent inmanquablement à des cercles dans l'abaque de Smith !

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :

Gain Transducique

Dans le cas général, le calcul se complique notablement parce que a_1 et b_1 ne sont plus des variables indépendantes de a_2 et b_2 . Néanmoins le système se résout avec des techniques similaires. Nous allons cependant en profiter pour montrer en quoi la non unidirectionalité d'un quadripôle rétroagit sur la dépendance vis-à-vis de l'impédance de charge — respectivement, de l'impédance de source — du coefficient de réflexion vu à l'entrée — respectivement, à la sortie —.

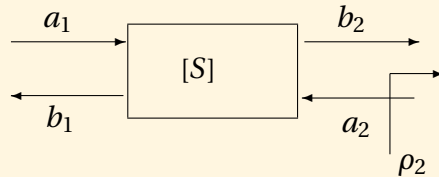


FIG. II.1.3 – Quadripôle chargé par un coefficient de réflexion ρ_2 .

**Quadripôle
quelconque :
Facteur de
réflexion à
l'entrée du
quadripôle
chargé**

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Si l'on considère le cas de la FIG. II.1.3, on peut écrire

$$\begin{aligned}b_1 &= S_{11} a_1 + S_{12} a_2 \\b_2 &= S_{21} a_1 + S_{22} a_2 \\a_2 &= \rho_2 b_2,\end{aligned}\tag{II.1.19}$$

donc si l'on définit le coefficient de réflexion à l'entrée du quadripôle chargé par $S'_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{\text{sortie chargée par } \rho_2}$, on a

$$S'_{11} = S_{11} + \frac{\rho_2 S_{21} S_{12}}{1 - \rho_2 S_{22}}.\tag{II.1.20}$$

Ce coefficient de réflexion peut être notablement différent du S_{11} et il nous conduira au critère de **Stabilité** des quadripôles.

**Quadripôle
quelconque :
Facteur de
réflexion à
l'entrée du
quadripôle
chargé**

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :[Gain Transducique](#)

De façon identique pour un quadripôle dont l'entrée est chargée par le coefficient de réflexion ρ_1 , on obtient

$$S'_{22} = S_{22} + \frac{\rho_1 S_{21} S_{12}}{1 - \rho_1 S_{11}}. \quad (\text{II.1.21})$$

**Quadripôle
quelconque :
Facteur de
réflexion à la
sortie du
quadripôle**

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :[Gain Transducique Unilatéral](#)[Cercles à Gain Constant](#)[Facteur de Réflexion à l'Entrée](#)[Facteur de Réflexion à la Sortie](#)[Adaptation d'un Quadripôle](#)[Utilisation d'Éléments Localisés](#)

Sans reproduire les calculs fait précédemment pour le quadripôle unilatéral, mais en utilisant le même genre de raisonnement et les notions qui viennent d'être introduite, on montre que

$$\begin{aligned} G &= |S_{21}|^2 \frac{(1 - |\rho_1|^2)(1 - |\rho_2|^2)}{|1 - S'_{11} \rho_1|^2 |1 - S_{22} \rho_2|^2} \\ &= |S_{21}|^2 \frac{(1 - |\rho_1|^2)(1 - |\rho_2|^2)}{|1 - S_{11} \rho_1|^2 |1 - S'_{22} \rho_2|^2}. \end{aligned} \quad (\text{II.1.22})$$

L'expression ci-dessus est tout à fait similaire à celle obtenue pour le quadripôle unilatéral à l'exception du S'_{11} ou du S'_{22} qui vient remplacer le S_{11} ou le S_{22} . On a donc toujours les trois termes correspondant au gain interne, à l'adaptation d'entrée — qui prend en partie en compte la sortie par l'intermédiaire de S'_{11} qui fait intervenir ρ_2 —, et l'adaptation de sortie. Tout ce qui a été vu auparavant reste alors valable, en particulier

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

les cercles à gain d'entrée constant — à condition toutefois de remplacer S_{11} par S'_{11} — sauf que ceux-ci dépendent à présent de l'adaptation de sortie⁴.

**Quadripôle
quelconque :
Gain
transducique**

⁴Grâce à l'analyse de stabilité, nous pourrions obtenir plus tard des formules plus simples pour accéder au gain maximal que l'on peut extraire d'un quadripôle de matrice $[S]$ donnée.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

II.2 Adaptation d'un quadripôle avec des éléments localisés

II.2.1	Adaptation d'un quadripôle	49
II.2.2	Utilisation d'éléments localisés	52

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Adaptation d'un quadripôle

Exercices :[Exercice B.1.5](#)[Exercice B.1.6](#)[Exercice B.1.7](#)**Cours :**[Coefficient de Réflexion](#)[Gain Transducique Unilatéral](#)[Gain Transducique](#)

Nous nous proposons ici de transformer un coefficient de réflexion en un autre *sans* perte d'énergie. Ceci trouve son utilité par exemple dans l'adaptation des transistors afin d'optimiser le **Gain Transducique**.

Nous allons fabriquer un quadripôle *sans pertes* qui réalise la transformation. Un moyen de le faire utilise des lignes, c'est l'**Adaptation Simple Stub** et l'**Adaptation Double Stub**. Nous supposons ici n'avoir affaire qu'à des éléments localisés, et donc pour que ce quadripôle soit sans pertes il faut bannir les résistances et n'utiliser que des capacités et des inductances. Il reste cependant un degré de liberté sur la topologie du circuit puisque les éléments réactifs peuvent être utilisés soit en série soit en parallèle.

Supposons disposer d'un quadripôle $[Q]$ dans la situation de la FIG. II.2.4. Pour l'adapter à la source présentant un coefficient de réflexion ρ_s , il faut insérer un quadripôle qui transforme ρ_s en $\rho = \rho_m^*$, où ρ_m est le coefficient de réflexion que l'on mesurerait entre les points A et B pour $[Q]$ chargé par Z_L .

Adapter fait donc passer d'un coefficient de réflexion à un autre coefficient de réflexion *qui pointe dans le même sens*. Ajouter des éléments pour passer d'un coefficient à l'autre suppose aussi *que l'on remonte les flèches pointées*

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

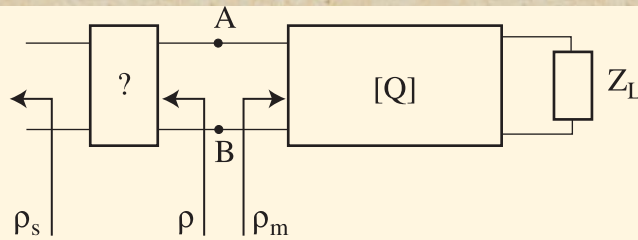


FIG. II.2.4 – Adaptation du quadripôle $[Q]$: schéma de base.

par les coefficients de réflexion.

Sur un **Abaque de Smith** cela donne la représentation FIG. II.2.5.

Adaptation d'un quadripôle

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Adaptation d'un quadripôle

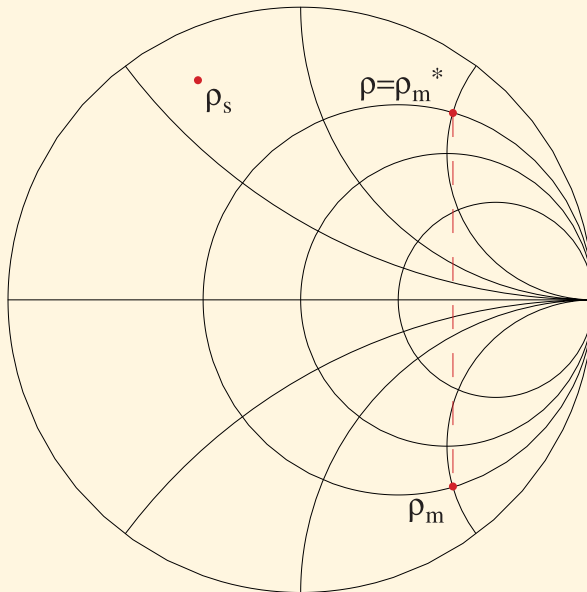


FIG. II.2.5 – Adaptation du quadripôle $[Q]$: Position des coefficients de réflexion dans l'abaque de Smith.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Exercices :[Exercice B.1.5](#)[Exercice B.1.6](#)[Exercice B.1.7](#)**Cours :**[Coefficient de Réflexion](#)[Gain Transducique Unilatéral](#)[Gain Transducique](#)

Entre A & B et la source de coefficient ρ_s on peut insérer soit une impédance série, soit une admittance parallèle, soit une combinaison des deux.

Dans le cas de l'insertion d'une impédance série, le coefficient de réflexion ρ évoluera à partir du point défini par ρ_s sur un *cercle à partie réelle de l'impédance constante*. Ces cercles sont naturellement tracés dans l'abaque de Smith. Ce cas est représenté FIG. II.2.6 où nous avons aussi noté les évolutions à partir ρ_s en fonction de la nature de l'élément réactif inséré en *série*.

Dans le cas de l'insertion d'une admittance parallèle, le coefficient de réflexion ρ évoluera à partir du point défini par ρ_s sur un *cercle à partie réelle de l'admittance constante*. Rappelons que ces cercles sont obtenus par une symétrie par rapport au centre de l'abaque des cercles à partie réelle de l'impédance constante ; ils ne sont donc pas tracés habituellement dans l'abaque de Smith. Ce cas est représenté FIG. II.2.7 où nous avons aussi noté les évolutions à partir ρ_s en fonction de la nature de l'élément réactif inséré en *parallèle*.

Il est alors facile de voir que par la combinaison d'un élément série et d'un élément parallèle il est possible d'atteindre n'importe quel point de l'abaque à partir de n'importe quel point de départ. Certaines fois la combinaison sera série-parallèle, d'autres parallèle-série, mais on peut ériger en théorème que l'adaptation par éléments localisés

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

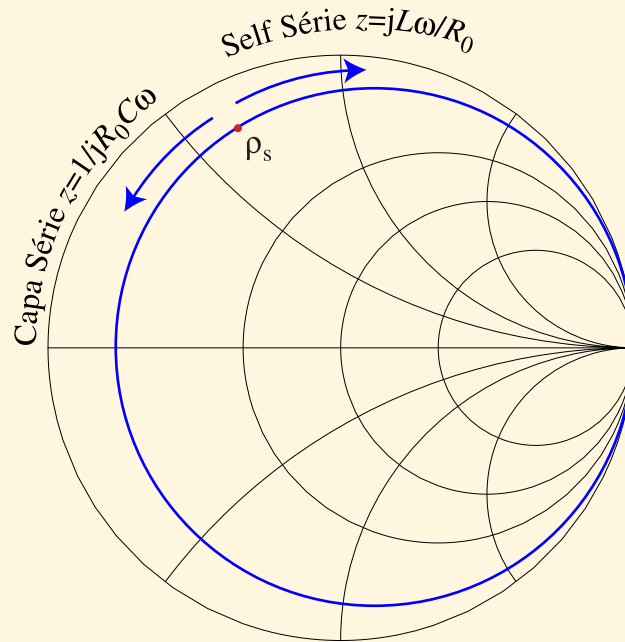


FIG. II.2.6 – Évolution de ρ_s sur un cercle à partie réelle de l'impédance constante.

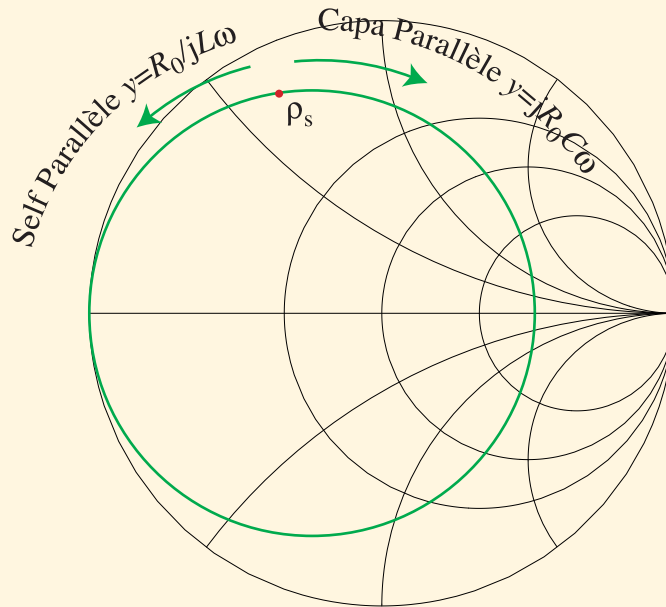


FIG. II.2.7 – Évolution de ρ_s sur un cercle à partie réelle de l'*admittance* constante.

est toujours possible avec deux et seulement deux éléments réactifs.

La FIG. II.2.8 donne ainsi la solution pour le cas initialement posé.

Le cas particulier où $\rho_s = 0$, c'est à dire lorsque la source est adaptée à 50Ω intervient souvent dans les exercices ou les problèmes mais le cas général traité ici est typiquement celui que l'on rencontre avec l'adaptation de la sortie d'un transistor avec l'entrée d'un second transistor dans le cas d'un amplificateur à plusieurs étages.

En résumé, la procédure d'adaptation est la suivante :

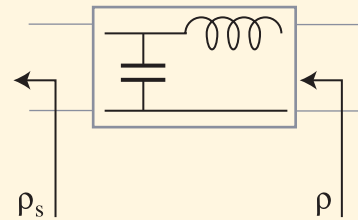
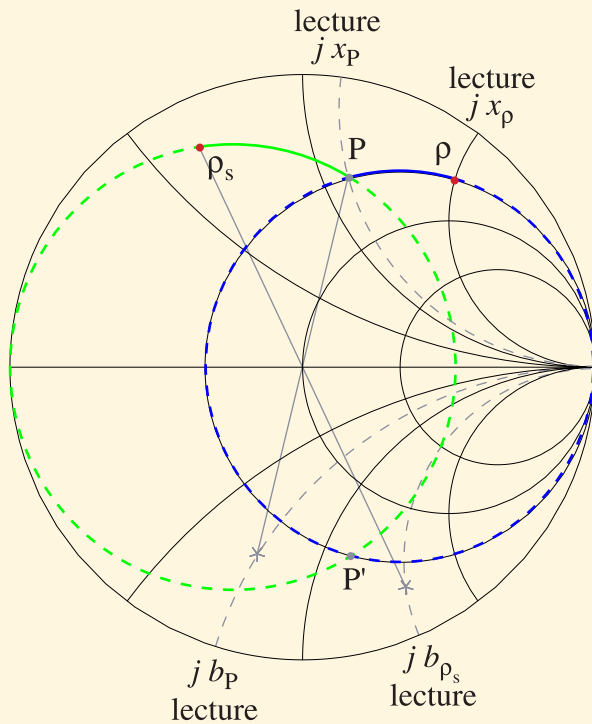
1. Identifier les deux coefficients de réflexion à considérer ; ils doivent pointer dans la même direction.
2. Considérer que l'on va ajouter les éléments localisés *en remontant* le sens des flèches.
3. Tracer en chacun des points dans l'abaque de Smith le cercle à partie réelle de l'impédance constante et le cercle à partie imaginaire de l'impédance constante.
4. Choisir le chemin d'adaptation grâce à deux arcs de cercle qui se coupent.
5. Déterminer les valeurs grâce aux FIGS. II.2.6 et II.2.7, en remontant le sens des flèches (bis).

Utilisation d'éléments localisés

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Utilisation d'éléments localisés



$$j R_0 C \omega = j b_P - j b_{\rho_s}$$

$$j L \omega / R_0 = j x_\rho - j x_P$$

FIG. II.2.8 – Adaptation du quadripôle [Q].

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

II.3 Stabilité des quadripôles

II.3.1	Critères de stabilité	58
II.3.2	Adaptation simultanée	60
II.3.3	Facteur K & Stabilité	62
II.3.4	Cercles de stabilité	66

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

**Critères de
stabilité****Cours :**[Facteur de Réflexion à l'Entrée](#)[Facteur de Réflexion à la Sortie](#)

Il arrive fréquemment qu'un dispositif amplificateur oscille en hyperfréquence lorsque l'on cherche à en optimiser le gain. Comme dans ce cas il ne fonctionne plus en régime linéaire l'oscillation détruit le travail d'optimisation réalisé. Nous allons chercher un critère nous permettant d'éviter cette oscillation.

On définit intuitivement un **Critère de Stabilité** à l'entrée, qui dépend de la charge de sortie, en considérant le module du coefficient de réflexion S'_{11} ramené par la charge à l'entrée du quadripôle. Si on a $|S'_{11}| > 1$ alors la puissance sortante est supérieure à la puissance entrante, en conséquence on peut raisonnablement imaginer qu'en l'absence de puissance entrante, $a_1 = 0$, il existe de la puissance sortante, $b_1 \neq 0$. La source d'énergie doit alors être trouvée dans l'alimentation du quadripôle et celui-ci oscille. Pour un quadripôle, nous définirons donc le critère suivant pour la stabilité à l'entrée en fonction de la charge de sortie.

À la fréquence f où on connaît ses paramètres S , un quadripôle est stable à son entrée si $|S'_{11}| < 1$.

Identiquement on définit un critère équivalent relativement à la stabilité en sortie en fonction de l'impédance présentée à l'entrée.

À la fréquence f où on connaît ses paramètres S , un quadripôle est stable à

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

sa sortie si $|S'_{22}| < 1$.

Un quadripôle est dit **Inconditionnellement Stable** s'il est stable quelles que soient les charges passives placées à l'entrée et à la sortie.

Un quadripôle est **Conditionnellement Stable** s'il existe des charges passives à l'entrée et à la sortie qui le rendent stable. Il doit cependant rester au moins une possibilité en entrée et en sortie permettant d'adapter le quadripôle avec des charges passives.

Dans les autres cas — rares ! —, le quadripôle sera dit **Inconditionnellement Instable** ... et réservé à une application d'oscillateur ... ou à la poubelle !

Critères de stabilité

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :

Gain Transducique

Cercles de Stabilité

Le problème de la stabilité d'un quadripôle est donc intimement lié à sa **Non Unidirectionnalité**. En fait, il ne concerne aussi que les quadripôles qui ont du gain⁵. Comme pour ces quadripôles l'autre question majeure est l'**Optimisation du Gain**, soit en d'autres termes l'optimisation de l'adaptation⁶, il est particulièrement élégant de solutionner cela en une seule étape comme cela est proposé ici.

Pour des quadripôles non unidirectionnels, les adaptations idéales en entrée et sortie ne sont plus les S_{11}^* et S_{22}^* , à cause de la rétroaction apportée par S_{12} . Au vu des Éqs. (II.1.20) et (II.1.21)

$$S'_{11} = S_{11} + \frac{\rho_2 S_{21} S_{12}}{1 - \rho_2 S_{22}}$$

$$S'_{22} = S_{22} + \frac{\rho_1 S_{21} S_{12}}{1 - \rho_1 S_{11}},$$

⁵En particulier un quadripôle passif est toujours stable. Notons que l'inverse serait une violation du premier principe de la thermodynamique puisqu'on pourrait ainsi générer une oscillation à partir de rien.

⁶En effet, nous avons vu que le gain se compose de trois termes, l'un intrinsèque au composant et les deux autres liés aux adaptations d'entrée et de sortie. Pour un composant donné ce sera sur ces deux seuls termes que nous pourrons jouer pour trouver un optimum.

il est évident que la meilleure adaptation serait obtenue pour

$$\begin{aligned}\rho_1 &= S'_{11}^* \\ \rho_2 &= S'_{22}^*.\end{aligned}\tag{II.3.23}$$

Moyennant quelques calculs somme toute lourds plus que compliqués, [7] cette condition se résout et on obtient

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \frac{B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4|C_1|^2}}{2C_1} \\ B_1 &= 1 + |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 - |\Delta|^2 \\ C_1 &= S_{11} - \Delta S_{22}^*,\end{aligned}\tag{II.3.24}$$

et

$$\begin{aligned}\rho_2 &= \frac{B_2 \pm \sqrt{B_2^2 - 4|C_2|^2}}{2C_2} \\ B_2 &= 1 + |S_{22}|^2 - |S_{11}|^2 - |\Delta|^2 \\ C_2 &= S_{22} - \Delta S_{11}^*,\end{aligned}\tag{II.3.25}$$

où $\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$ est le déterminant de la matrice $[S]$.

Au vu des Éqs. (II.3.24) et (II.3.25), il existe *a priori* deux solutions d'adaptation à cause du symbole \pm . Il va nous falloir choisir parmi ces solutions celles qui peuvent effectivement être réalisées.

**Adaptation
simultanée**

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Facteur K &
StabilitéExemples :
Exemple A.2.1Cours :
Cercles de Stabilité

En travaillant un peu les équations précédentes et en particulier en calculant les termes $B_1^2 - 4|C_1|^2$, et $B_2^2 - 4|C_2|^2$, on peut montrer leur égalité sous la forme

$$B_1^2 - 4|C_1|^2 = B_2^2 - 4|C_2|^2 = 4(K^2 - 1)|S_{12}S_{21}|^2, \quad (\text{II.3.26})$$

avec

$$K = \frac{1 + |\Delta|^2 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2}{2|S_{12}||S_{21}|}, \quad (\text{II.3.27})$$

où K est un nombre réel appelé **Facteur de Stabilité de Rollet**. Il est caractéristique d'un quadripôle et même invariant pour un quadripôle donné. Nous allons maintenant discuter la stabilité en fonction de sa valeur.

Rappelons ici que pour assurer la stabilité, les impédances que l'on doit présenter à notre quadripôle sont à partie réelle positive, alors $|\rho_1| \leq 1$ et $|\rho_2| \leq 1$.

Distinguons successivement plusieurs cas suivant la valeur de K

◇ $|K| = 1$. Alors on a de façon évidente $B_1^2 = 4|C_1|^2$ et $B_2^2 = 4|C_2|^2$. Si l'on reporte ces égalités dans le calcul des coefficients de réflexion ρ_1 et ρ_2 , alors cela conduit à $|\rho_1| = |\rho_2| = 1$, soit à une impossibilité pratique de l'adaptation simultanée.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

◇ $|K| > 1$.

Premier cas : $K > 1$

Si l'on explicite les solutions trouvées pour l'adaptation, il vient

$$\begin{aligned}\rho_1' &= \frac{B_1 - \sqrt{B_1^2 - 4|C_1|^2}}{2C_1} \\ \rho_1'' &= \frac{B_1 + \sqrt{B_1^2 - 4|C_1|^2}}{2C_1} \\ \rho_2' &= \frac{B_2 - \sqrt{B_2^2 - 4|C_2|^2}}{2C_2} \\ \rho_2'' &= \frac{B_2 + \sqrt{B_2^2 - 4|C_2|^2}}{2C_2},\end{aligned}\tag{II.3.28}$$

alors on montre aisément que

$$|\rho_1'| |\rho_1''| = |\rho_2'| |\rho_2''| = 1.\tag{II.3.29}$$

Ce résultat essentiel signifie que l'on trouvera toujours un couple de solutions, soit (ρ_1', ρ_2') , soit (ρ_1'', ρ_2'') , correspondant à des coefficients de réflexions réalistes dont le module sera inférieur à 1. En fait c'est la valeur du module du déterminant qui doit alors nous guider sur le choix du jeu de coefficients de réflexion.

Facteur K & Stabilité

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Si $|\Delta| < 1$, alors on doit choisir (ρ'_1, ρ'_2) car $B_1 > 0$ et $B_2 > 0$, l'amplificateur est dans ce cas **Inconditionnellement Stable**, c'est la situation la plus favorable.

Si $|\Delta| > 1$, la stabilité est conditionnelle, mais l'amplificateur est toujours adaptable simultanément, il est **Conditionnellement Stable** mais on sait que le couple de coefficients de réflexions à retenir est alors (ρ''_1, ρ''_2) car $B_1 < 0$ et $B_2 < 0$.

On montre dans ce cas, avec plus ou moins de difficulté, que le **Gain Transducique** correspondant à ces deux adaptations se calcule par

$$\begin{aligned} G_{max} &= \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|} |K - \sqrt{K^2 - 1}|, & \text{si } |\Delta| < 1 \text{ car } B_1 > 0, \\ G_{max} &= \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|} |K + \sqrt{K^2 - 1}|, & \text{si } |\Delta| > 1 \text{ car } B_1 < 0, \end{aligned} \quad (\text{II.3.30})$$

ce gain étant le meilleur gain possible pour le quadripôle.

Second cas : $K < -1$

Dans ce cas on peut montrer qu'il faut choisir soit le couple (ρ'_1, ρ'_2) , soit le couple (ρ''_1, ρ''_2) . *Le transistor n'est donc pas adaptable simultanément.* Il est **Naturellement Instable** et donc inutilisable en tant qu'amplificateur.

**Facteur K &
Stabilité**

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

◇ $|K| < 1$. Alors on a nécessairement $B_1^2 - 4|C_1|^2 < 0$ et $B_2^2 - 4|C_2|^2 < 0$. Il en découle que $|\rho'_1| = |\rho''_1| = |\rho'_2| = |\rho''_2| = 1$, l'*adaptation est donc impossible*. L'amplificateur reste cependant **Conditionnellement Stable** et dans ce cas il faut tracer les **Cercles de Stabilité** pour trouver des compromis graphiques.

Facteur K & Stabilité

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Exemples :
[Exemple A.2.2](#)**Cours :**
[Adaptation Simultanée](#)**Exercices :**
[Exercice B.1.6](#)

Reprenons notre quadripôle amplificateur caractérisé par sa matrice $[S]$ et chargé de telle sorte qu'il voit un coefficient de réflexion ρ_2 en sortie, nous connaissons son facteur de réflexion vu à l'entrée par l'Éq. (II.1.20)

$$S'_{11} = S_{11} + \frac{\rho_2 S_{21} S_{12}}{1 - \rho_2 S_{22}}.$$

La stabilité sera alors garantie à la condition que $|S'_{11}| < 1$ lors du choix de ρ_2 . En pratique nous considérerons toujours des charges passives telle que $|\rho_2| < 1$ en conséquence de quoi on peut utiliser l'abaque de Smith.

L'Éq. (II.1.20) peut alors s'inverser et il vient

$$\rho_2 = \frac{S'_{11} - S_{11}}{S'_{11} S_{22} - \Delta}, \quad (\text{II.3.31})$$

où Δ est le déterminant de la matrice $[S]$.

Traduire la condition de stabilité correspond alors à faire décrire à S'_{11} le cercle de rayon 1. On montre dans ce cas que ρ_2 décrit dans l'**Abaque de Smith** un cercle dont le

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

centre C et le rayon R sont donnés par

$$\begin{aligned}\overline{OC} &= \frac{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \\ R &= \frac{|S_{12}| |S_{21}|}{||S_{22}|^2 - |\Delta|^2|}.\end{aligned}\tag{II.3.32}$$

Les **Cercles de Stabilité** ainsi définis séparent le plan des coefficients de réflexion de sortie en deux régions, pour l'une $|S'_{11}| < 1$, c'est la zone de stabilité, pour l'autre $|S'_{11}| > 1$, c'est la zone d'instabilité. Pour savoir quelle est la zone stable, il est commode de regarder le cas particulier du centre de l'abaque pour lequel $\rho_2 = 0$ où bien sûr $S'_{11} = S_{11}$.

Deux cas se présentent alors :

- si $|S_{11}| < 1$, alors le centre de l'abaque appartient à la zone stable ;
- si $|S_{11}| > 1$, alors le centre de l'abaque n'appartient pas à la zone stable.

Dans la pratique, ce dernier cas est toutefois bien rare... car comment mesurer les paramètres S d'un tel quadripôle ?

Le cercle de stabilité décrit ici concerne le *comportement en entrée en fonction de la charge de sortie*. Bien évidemment puisque les équations sont complètement similaires on peut décrire de la même manière le *comportement en sortie en fonction de la charge d'entrée*.⁷ Le problème est formellement identique et sa solution s'obtient en renversant les indices 1 et 2 dans l'Éq. (II.3.32). Ce cercle concernera alors un quadripôle susceptible de se mettre à osciller en sortie si le coefficient de réflexion en entrée est mal choisi.

⁷Si l'on veut faire un oscillateur, c'est cette voie qu'il faut utiliser car en adaptant au mieux la sortie, $\rho_2 = S_{22}'^*$, on obtient la meilleure extraction de puissance.

Chapitre III

Mesure des paramètres S

III.1	Introduction	69
III.2	Quelques techniques de mesure en hyperfréquence	70
III.3	Analyseur de réseau vectoriel	80

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

III.1 Introduction

Les paramètres S tels que nous les avons introduit et utilisés dans les chapitres précédents ne prennent leur vrai sens que parce ce qu'il existe dorénavant un appareil, l'**Analyseur de Réseau Vectoriel** qui permet aisément leur mesure de quelques dizaines de MHz jusqu'à plus de 110 GHz. À l'heure actuelle les mesures sont réalisées en technologie coaxiale jusqu'à 60 GHz et en technologie guide d'onde au-delà. Des appareils de laboratoire spécifiques permettent d'atteindre des fréquences aussi élevées que 700 GHz. Il ne faut toutefois pas perdre de vue que la technique de mesure est complexe et met en jeu de nombreux éléments actifs ou passifs qui sont tous imparfaits. En pratique la précision des mesures réalisées est dépendante à la fois du soin apporté par l'expérimentateur aux diverses manipulations, tout particulièrement lors de la procédure de calibration dont la description clôt ce chapitre.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

III.2 Quelques techniques de mesure en hyperfréquence

III.2.1	Mélange ou détection à diode	71
III.2.2	Réflectométrie à coupleurs	74

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :
Mesure de Bruit

Cette première partie regroupe quelques rappels des techniques de base de mesure hyperfréquence, en particulier la détection, le mélange et la réflectométrie qui sont toutes mises en œuvre dans l'**Analyseur de Réseau Vectoriel**.

Le principe du mélange repose sur la caractéristique non-linéaire d'un élément. En pratique aujourd'hui celui-ci est presque exclusivement une diode semiconductrice à laquelle sont associées les connexions nécessaires. Alors la relation entre le courant I , et la tension V , appliqués à la diode est

$$I = I_0 \exp(\alpha V - 1), \quad (\text{III.2.1})$$

où $\alpha = e/(n k_B T)$ est une constante faisant intervenir le « facteur d'idéalité » n de la diode, la constante de Boltzmann k_B , et la température T . Si on se limite au petit signal, un développement en série de Taylor est possible en V ,

$$I \approx I_0 \left(\alpha V + \frac{\alpha^2 V^2}{2!} + \frac{\alpha^3 V^3}{3!} + \dots \right). \quad (\text{III.2.2})$$

En pratique seul le second terme de ce développement limité nous sera utile. En effet le premier terme est linéaire et ne permet donc pas le changement de fréquence et le

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

troisième sera d'intensité nettement plus faible si les valeurs de V reste modérées¹.

Si à présent on applique à cette diode une tension V somme de deux tensions sinusoïdales, $V = V_1 \sin(\omega_1 t) + V_2 \sin(\omega_2 t)$, le terme quadratique s'écrit

$$\begin{aligned} I_0 \frac{\alpha^2 V^2}{2!} &= \frac{I_0 \alpha^2}{2} \left(V_1^2 \sin^2(\omega_1 t) + V_2^2 \sin^2(\omega_2 t) + 2V_1 V_2 \sin(\omega_1 t) \sin(\omega_2 t) \right) \\ &= \frac{I_0 \alpha^2}{4} \left(V_1^2 + V_2^2 - V_1^2 \cos(2\omega_1 t) - V_2^2 \cos(2\omega_2 t) \right. \\ &\quad \left. + 2V_1 V_2 \cos(\omega_1 - \omega_2)t - 2V_1 V_2 \cos(\omega_1 + \omega_2)t \right). \end{aligned} \quad (\text{III.2.3})$$

Des composantes apparaissent alors à d'autres fréquences que ω_1 et ω_2 qui étaient contenues dans le signal original. On observe l'apparition de composantes continues et aux fréquences $2\omega_1$, $2\omega_2$, $\omega_1 + \omega_2$ et $\omega_1 - \omega_2$. Si les trois premières de ces fréquences restent élevées, la dernière composante permet de ramener un signal hyperfréquence en basse fréquence. C'est la fonction de **Mélange** que réalise le mélangeur dont la diode sera l'élément fondamental.

Un cas particulier du mélange concerne deux signaux identiques de même fréquence $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, ou plus exactement, un seul signal $V \sin(\omega t)$ que l'on découpe en deux signaux identiques $\frac{V}{2} \sin(\omega t)$. Lorsque l'on applique l'ÉQ. (III.2.3) dans ce cas, il vient

$$I_0 \frac{\alpha^2 V^2}{2!} = \frac{I_0 \alpha^2}{4} V^2 (1 - \cos(2\omega t)), \quad (\text{III.2.4})$$

¹La limitation essentielle de la détection ou du mélange à diode apparaît ici : la tension de commande, ou la puissance incidente sur la diode doivent rester suffisamment faible pour que le composant travaille dans la zone quadratique de sa caractéristique courant-tension. L'ordre de grandeur est de quelques centaines de mV de tension maximale.

Mélange ou détection à diode

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

si l'on ne retient que la composante continue, on a un **Détecteur Quadratique** en champ ou linéaire en puissance.

Le même formalisme — l'Éq. (III.2.3) — et le même composant — la diode semi-conductrice — permettent donc de rendre compte à la fois des fonctions essentielles de **Mélange** et de **Détection de Puissance**.

La mesure vectorielle nécessite la détermination simultanée de l'amplitude et de la phase. En pratique cela est souvent réalisé grâce à un double changement de fréquence — 20 MHz puis 100 kHz — effectué par deux mélangeurs successifs, suivi d'une boucle à verrouillage de phase à la fréquence basse.

**Mélange ou
détection à
diode**

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Exercices :[Exercice B.1.3](#)

Réfectométrie à un coupleur Un **Coupleur Directif** idéal est un composant à quatre accès qui permet de prélever une partie de la puissance sélectivement suivant que celle-ci correspond à une onde entrante ou sortante. Il est traité en exercice et sa matrice [S] est

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \gamma & 0 & \beta \\ \gamma & 0 & \beta & 0 \\ 0 & \beta & 0 & \gamma \\ \beta & 0 & \gamma & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}, \quad (\text{III.2.5})$$

avec $\beta = j \sin \phi \exp(j\psi)$ et $\gamma = \cos \phi \exp(j\psi)$.

En pratique, les coupleurs sont usuellement réalisés en couplant les modes de propagation² des guides ou des lignes microrubans. Pour les guides ceci se fait en accolant deux guides et en pratiquant des petites ouvertures qui vont réaliser le couplage, et pour les lignes microrubans il suffit d'approcher deux lignes l'une de l'autre pour coupler le champ de fuite de l'une avec l'autre.

La **Réfectométrie à un Coupleur** est alors réalisée comme cela est montré FIG. III.2.1. Le coupleur dont le port 4 est fermé sur 50Ω est inséré entre le composant à mesurer —

²... d'où leur nom de coupleurs !

DUT — et la source qui est connectée à son port 1, et y envoie l'onde a_1 . L'onde réfléchie sur le DUT, est alors couplée sur le port 3 à l'extrémité duquel on mesure b_3 à l'aide d'un dispositif adapté à 50Ω .

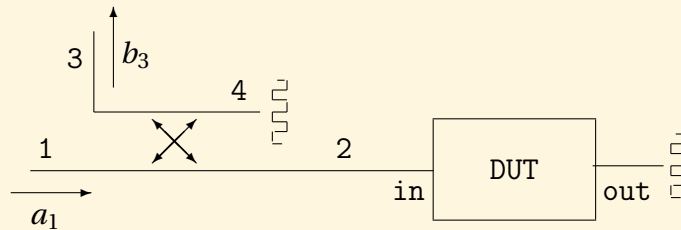


FIG. III.2.1 – Réflectométrie à un coupleur. Le port 4 du coupleur et le port out du DUT — « Device Under Test », ou composant à mesurer — sont adaptés à 50Ω .

Si ρ est le coefficient de réflexion du DUT³ et que le coupleur est parfait, alors $a_2 = \rho\gamma a_1$ et on a

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \gamma & 0 & \beta \\ \gamma & 0 & \beta & 0 \\ 0 & \beta & 0 & \gamma \\ \beta & 0 & \gamma & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ \rho\gamma a_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow b_3 = \beta\rho\gamma a_1. \quad (\text{III.2.6})$$

Si à présent on place un **Court-Circuit**, $\rho = -1$, à la place du DUT, on aura

$$b_{3c} = -\beta\gamma a_1, \quad (\text{III.2.7})$$

³Si le DUT est adapté en sortie alors $\rho = S_{11}$.

Réflectométrie à coupleurs

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

et le rapport b_3/b_{3c} devient

$$\frac{b_3}{b_{3c}} = -\rho, \quad (\text{III.2.8})$$

ce qui, au signe près, assure la détermination du coefficient de réflexion du DUT chargé par 50Ω , c'est à dire son S_{11} .

En pratique il est bien évident que le coupleur ne peut être parfait. En l'occurrence, ses imperfections vont faire en sorte qu'un léger couplage δ va exister entre l'entrée au port 1 et la mesure du signal réfléchi au port 3. En conséquence, les Éqs. (III.2.6), (III.2.7) et (III.2.8) sont modifiées en

$$\begin{aligned} b_3 &= a_1(\beta\rho\gamma + \delta) \\ b_{3c} &= a_1(-\beta\gamma + \delta), \end{aligned} \quad (\text{III.2.9})$$

donc

$$\begin{aligned} \frac{b_3}{b_{3c}} &= \frac{\beta\rho\gamma + \delta}{-\beta\gamma + \delta} \\ &\approx -\rho - \frac{\delta}{\beta\gamma}, \quad \text{si } |\delta| \ll |\beta\gamma|, \end{aligned} \quad (\text{III.2.10})$$

où la condition finale correspond à un coupleur de bonne qualité.

L'Éq. (III.2.10) montre que les imperfections du coupleur induisent une erreur systématique à la détermination de $S_{11} = \rho$ pour notre DUT dans ce montage. Comme de plus les mesures de b_3 et b_{3c} sont réalisées successivement, il n'y a pas de référence de

phase connue, et seuls les modules de ces quantités sont significatifs. On en déduit donc l'inégalité d'indétermination sur $|S_{11}|$

$$\left| \frac{b_3}{b_{3c}} \right| - \left| \frac{\delta}{\beta\gamma} \right| \leq |S_{11}| \leq \left| \frac{b_3}{b_{3c}} \right| + \left| \frac{\delta}{\beta\gamma} \right|. \quad (\text{III.2.11})$$

Ce résultat permet d'estimer l'incertitude sur la détermination de $|S_{11}|$ dans les cas usuels. En effet pour un couplage assez faible, ce qui est la règle dans ce genre de mesure, on a $\gamma \approx 1$. Le terme prépondérant est alors $|\frac{\delta}{\beta}|$ qui représente l'inverse de la *directivité* du coupleur. L'erreur sur la détermination de $|S_{11}|$ peut donc être estimée uniquement à partir de la directivité du coupleur utilisé, elle est donnée TAB. III.1.

TAB. III.1 – Erreur sur la détermination de $|S_{11}|$ liée à la directivité du coupleur

Directivité (dB)	10	20	30	40	50	60	∞
Erreur sur $ S_{11} $	0,3162	0,1	0,0316	0,01	0,0032	0,001	0

Réfectométrie à deux coupleurs En pratique le réflectomètre complet à deux coupleurs donné FIG. III.2.2 est beaucoup plus utilisé car il permet effectivement la détermination vectorielle des coefficients de réflexions.

En supposant les deux coupleurs identiques — notamment en terme de directivité — symétriques et parfaitement adaptés, on peut écrire la matrice $[S]$ de l'ensemble, avec les

Réfectométrie à coupleurs

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Réfectométrie à coupleurs

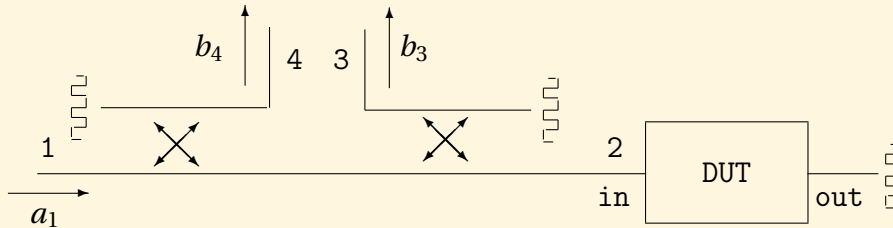


FIG. III.2.2 – Réfectométrie à deux coupleurs.

conventions de numérotation des ports de la FIG. III.2.2

$$\begin{pmatrix} 0 & \gamma & \delta & \beta \\ \gamma & 0 & \beta & \delta \\ \delta & \beta & 0 & \gamma \\ \beta & \delta & \gamma & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{III.2.12})$$

Alors on peut montrer que

$$\frac{b_3}{b_4} = \frac{\gamma\beta S_{11} + \delta}{\gamma\delta S_{11} + \beta}, \quad (\text{III.2.13})$$

et il en découle que

$$S_{11} = \frac{1}{\gamma} \frac{b_3\beta - b_4\delta}{b_4\beta - b_3\delta}. \quad (\text{III.2.14})$$

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Réflectométrie à coupleurs

Cet exemple montre que *la connaissance des imperfections des coupleurs — ici la directivité — peut être totalement compensée par le calcul*. Il reste cependant clair que ces calculs ne peuvent être menés aisément à la main en cours d'expérimentation puisque toutes les valeurs qui interviennent dans l'Éq. (III.2.14) sont complexes. C'est pourquoi les outils modernes de mesure de paramètres S incluent des calculateurs. L'évidence reste toutefois que *cette compensation ne peut être juste et précise que si les imperfections sont très bien connues*. Une erreur sur la connaissance des imperfections se répercute inévitablement alors comme une erreur plus grave encore lors de l'estimation du paramètre S avec l'Éq. (III.2.14).

Ce sont ces mêmes méthodes qui vont être mise en jeu à grande échelle dans l'**Ana-lyseur de Réseau Vectoriel**.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

III.3 Analyseur de réseau vectoriel

III.3.1	Fonctionnement de l'analyseur de réseau	81
III.3.2	Correction vectorielle de la mesure	83
III.3.3	Calibration de l'analyseur de réseau	89

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Fonctionnement de l'analyseur de réseau

Schématiquement un analyseur de réseau est représenté FIG. III.3.3. L'oscillateur hyperfréquence est alors commuté tantôt dans le sens direct, tantôt dans le sens inverse, ce qui permet la mesure des quatre quantités vectorielles a_0 , b_0 , a_3 et b_3 . Dans l'hypothèse où les coupleurs sont parfaits, les paramètres S du DUT inséré entre les port 1 et port 2, s'écrivent alors

$$\begin{aligned}
 S_{11M} &= \frac{b_0}{a_0}, & \text{générateur sur direct.} \\
 S_{21M} &= \frac{b_3}{a_0}, & \text{générateur sur direct.} \\
 S_{22M} &= \frac{b_3}{a_3}, & \text{générateur sur inverse.} \\
 S_{12M} &= \frac{b_0}{a_3}, & \text{générateur sur inverse.}
 \end{aligned}
 \tag{III.3.15}$$

Au vu des problèmes liés aux inévitables imperfections des coupleurs tels qu'ils ont été exposés précédemment, ces valeurs de paramètres S risquent d'être assez différentes des vraies valeurs. Si les imperfections des réflectomètres sont connues, nous pourrions toutefois remonter à ces vraies valeurs, c'est l'objet de la **Correction Vectorielle** de la mesure.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Fonctionnement de l'analyseur de réseau

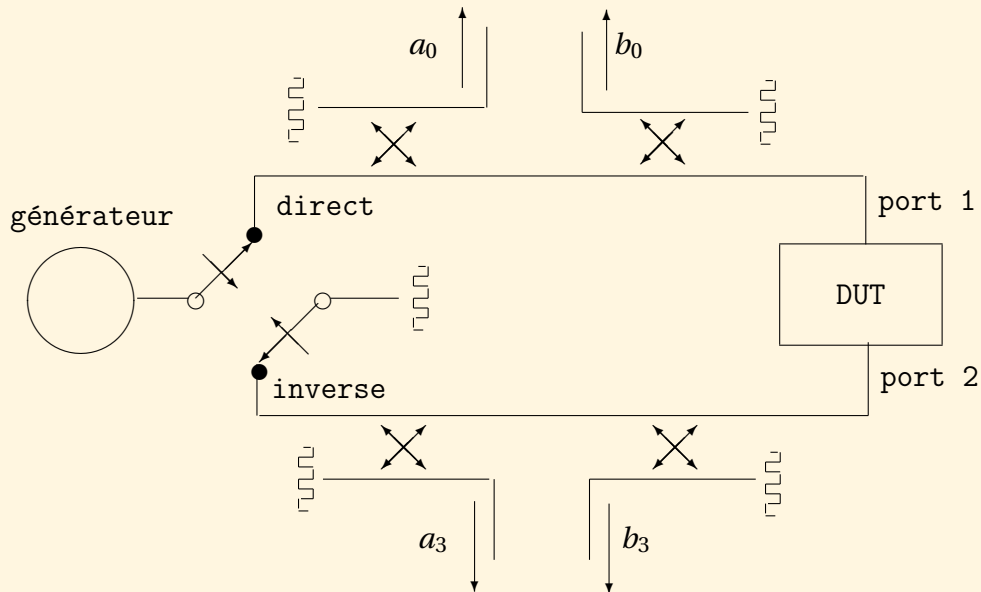


FIG. III.3.3 – Représentation schématique de l'analyseur de réseau

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Correction vectorielle de la mesure

Comme souvent en électronique, en particulier comme cela se fait dans l'étude du **Bruit**, nous allons remplacer l'ensemble de nos réflectomètres imparfaits par un système équivalent constitué de réflectomètres parfaits et d'une boîte noire fictive, appelée **Compensateur d'Erreur**, que l'on interpose entre ces réflectomètres parfaits et le DUT (voir FIG. III.3.4).

Le **Compensateur d'Erreur** a pour rôle de prendre à son compte toutes les imperfections de tous les éléments présents dans la chaîne de mesure. Sa matrice de paramètres S , $[e]$ est donc une matrice 4×4 comportant *a priori* seize termes complexes indépendants, et ce pour chacune des fréquences à laquelle l'analyseur de réseau doit être calibré.

$$[e] = \begin{pmatrix} e_{00} & e_{01} & e_{02} & e_{03} \\ e_{10} & e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{20} & e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{30} & e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{pmatrix}. \quad (\text{III.3.16})$$

Bien que d'un point de vue théorique ceci fonctionne parfaitement, on préfère analyser les termes correctifs successivement dans les deux situations de mesure : direct et inverse.

Considérons la situation réelle de la mesure dans le sens direct, comme elle est décrite FIG. III.3.5. Alors une simplification apparaît par l'élimination du port a_3 dont la mesure est inutile. Il ne reste de fait ici que 3 ports de mesure. On a alors tracé sur la FIG. III.3.5 des flèches qui représentent les transferts d'amplitudes entre les différentes ondes. Par exemple e_{10} donne le transfert du port 0 au port 1 en signifiant implicite-

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Correction vectorielle de la mesure

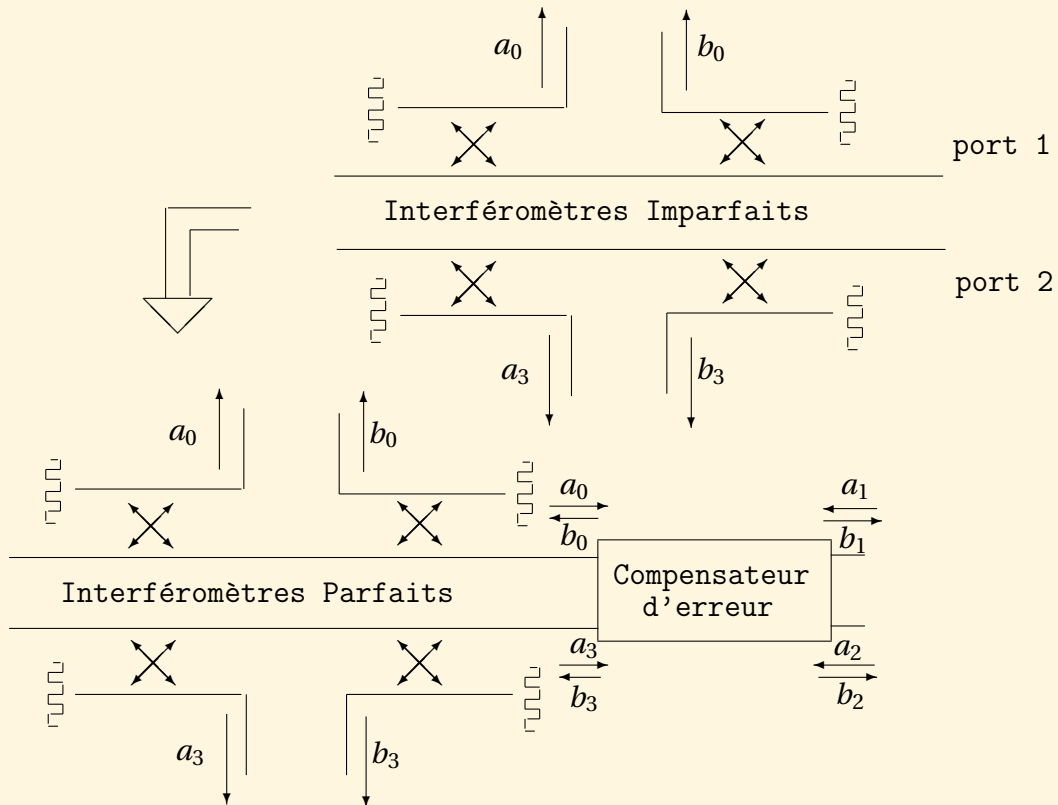


FIG. III.3.4 – Modèle de la correction vectorielle

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Correction vectorielle de la mesure

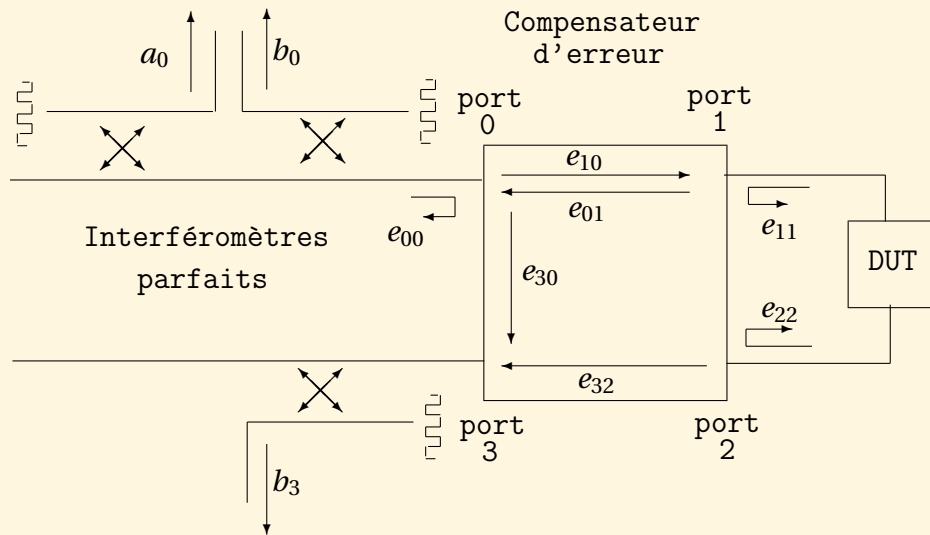


FIG. III.3.5 – Configuration de la mesure dans le sens direct.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

ment que la contribution à b_1 de la part du port 0 est $e_{10}a_0$ ⁴. En conséquence, si $[S_A]$ est la matrice du DUT, la transmission directe d'amplitude du port 0 au port 3 à travers le DUT vaut $e_{10}e_{32}S_{11A}$... mais sans oublier qu'il existe aussi une contribution à b_3 qui est liée au couplage entre les ports 0 et 3 par e_{30} .

Seules 7 flèches sont tracées sur la FIG. III.3.5, délaissant ainsi un grand nombre de couplages possibles entre les différents ports. Il est cependant facile de voir que tous ces termes doivent être négligés car ils correspondent pratiquement à des couplages « impossibles » entre des éléments qui sont physiquement très éloignés. Par exemple les deux termes e_{21} et e_{12} correspondent de fait au couplage entre les deux câbles de mesure coaxiaux de l'analyseur de réseau. Ceux-ci étant de toute évidence blindées, leur couplage mutuel n'est pas mesurable et est complètement négligeable.

De 16 éléments d'une matrice d'erreur complexe 4×4 , nous nous sommes ramenés à 7 valeurs significatives seulement. On peut alors voir que les termes liés à la réponse en fréquence du système, e_{10} , e_{01} et e_{32} n'interviennent jamais seuls et que les connaissances des produits $e_{10}e_{01}$ et $e_{10}e_{32}$ sont les seules réellement utiles. En conséquence, *et pour chaque sens de mesure*, 6 termes complexes sont nécessaires pour caractériser complètement l'octopôle compensateur d'erreur, $[e]$.

Comme les deux sens de mesures, direct et inverse, sont nécessaires pour la détermination complète de la matrice $[S_A]$ d'un quadripôle inconnu. La TAB. III.2 détaille l'ensemble de ces paramètres en leur donnant leur origine physique, les e'_{ij} étant relatifs à la mesure dans le sens inverse.

⁴Il s'agit là de la technique du graphe de fluence qui ne sera pas plus développée ici et pour lequel le lecteur est renvoyé aux références [2] et [5].

Correction vectorielle de la mesure

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

TAB. III.2 – Termes significatifs du compensateur d'erreur

	direct	inverse
adaptation des ports	e_{11}, e_{22}	e'_{22}, e'_{11}
directivité	e_{00}	e'_{33}
réponse en fréquence	$(e_{10}e_{01}), (e_{10}e_{32})$	$(e'_{23}e'_{32}), (e'_{23}e'_{01})$
couplage parasite	e_{30}	e'_{03}

Finalement il est alors aisé de voir que les paramètres S_{ijM} mesurés sur les coupleurs parfaits sont alors fonction des paramètres S_{ijA} vrais du quadripôle inconnu et des 12 termes d'erreur définis TAB. III.2. Puisqu'il s'agit d'un système bien conditionné de quatre équations à quatre inconnues, il admet une solution qui permet de remonter aux S_{ijA} grâce aux ÉQS. (III.3.17)–(III.3.21) suivantes

$$S_{21A} = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{S_{21M} - e_{30}}{e_{10}e_{32}} \right) \left[1 + \left(\frac{S_{22M} - e'_{33}}{e'_{23}e'_{32}} \right) (e'_{22} - e_{22}) \right], \quad (\text{III.3.17})$$

$$S_{11A} = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{S_{11M} - e_{00}}{e_{10}e_{01}} \right) \left(1 + \frac{S_{22M} - e'_{33}}{e'_{23}e'_{32}} e'_{22} \right) - \frac{e_{22}}{\Delta} \left(\frac{S_{21M} - e_{30}}{e_{10}e_{32}} \right) \left(\frac{S_{12M} - e'_{03}}{e'_{23}e'_{01}} \right), \quad (\text{III.3.18})$$

$$S_{12A} = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{S_{12M} - e'_{03}}{e'_{23}e'_{01}} \right) \left[1 + \left(\frac{S_{11M} - e_{00}}{e_{10}e_{01}} \right) (e_{11} - e'_{11}) \right], \quad (\text{III.3.19})$$

Correction vectorielle de la mesure

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

$$S_{22A} = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{S_{22M} - e'_{33}}{e'_{23} e'_{32}} \right) \left(1 + \frac{S_{11M} - e_{00}}{e_{10} e_{01}} e_{11} \right) - \frac{e'_{11}}{\Delta} \left(\frac{S_{21M} - e_{30}}{e_{10} e_{32}} \right) \left(\frac{S_{12M} - e'_{03}}{e'_{23} e'_{01}} \right), \quad (\text{III.3.20})$$

avec

$$\Delta = \left(1 + \frac{S_{11M} - e_{00}}{e_{10} e_{01}} e_{11} \right) \left(1 + \frac{S_{22M} - e'_{33}}{e'_{23} e'_{32}} e'_{22} \right) - \left(\frac{S_{21M} - e_{30}}{e_{10} e_{32}} \right) \left(\frac{S_{12M} - e'_{03}}{e'_{23} e'_{01}} \right) e_{22} e'_{11}. \quad (\text{III.3.21})$$

La lourdeur de ces équations est certaine mais c'est *la solution* employée par tous les analyseurs de réseau vectoriels pour corriger leurs imperfections propres. Un aspect crucial est donc la connaissance des douze termes d'erreurs qui sont déterminés par la procédure de calibration. Le corollaire évident est que si les termes d'erreurs sont mal déterminés, soit parce que l'opérateur n'a pas procédé correctement, soit parce que les étalons de calibrations sont détériorés, la procédure de correction sera fausse et les S_{ijA} très éloignés des vraies valeurs.

**Correction
vectorielle de la
mesure**

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Calibration de l'analyseur de réseau

Le but de la **Calibration** est de déterminer, pour chacune des fréquences à laquelle l'analyseur doit être calibré, les douze termes d'erreur complexes de la TAB. III.2. La procédure de calibration standard utilise alors des étalons de coefficients de réflexion — charge $50\ \Omega$, **Court-Circuit**, **Circuit Ouvert** — que l'on connecte successivement à chacun des **Ports** de l'analyseur de réseau.

En pratique il faut souligner l'impossibilité de réaliser un **Circuit Ouvert** parfait en très haute fréquence. En effet toute interruption de ligne engendre une capacité d'extrémité qui rend le circuit ouvert non parfait. L'étalon de calibration « **Circuit Ouvert** » sera donc en fait une capacité de très faible valeur réalisée par l'interruption de l'âme d'un câble coaxial hyperfréquence — mais pas du conducteur externe! —. Dans ces conditions il existe des modèles très précis et valables de la capacité⁵ qui sont connus de l'analyseur de réseau et lui permettent de connaître à toute fréquence le déphasage β présenté en réflexion par cet étalon de coefficient de réflexion $\exp(-j\beta)$.

La TAB. III.3 résume la procédure de calibration et donne les coefficients de réflexion effectivement mesurés.

L'ensemble des équations de la colonne de gauche de la TAB. III.3 constitue donc un système de 12 équations à 12 inconnues qui sont nos termes d'erreurs. Il admet donc une solution qui calibre complètement l'analyseur de réseau.

Notons que pour beaucoup d'appareils le couplage parasite pris en compte par les termes e_{30} et e'_{03} est si faible que sa détermination peut être omise.

⁵En l'occurrence pour l'étalon « shielded open » en APC7 de Hewlett-Packard, $C \approx (0,079 + 4,0 \cdot 10^{-23} f^2)$ pF avec f exprimée en Hz.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Calibration de l'analyseur de réseau

TAB. III.3 – Procédure de calibration standard

Type de mesure	Étalon	Expression mesurée
port 1, direct	charge 50 Ω	$S_{11M} = e_{00}$
—	court-circuit	$S_{11M} = e_{00} + \frac{(e_{10}e_{01})(-1)}{1-e_{11}(-1)}$
—	circuit ouvert	$S_{11M} = e_{00} + \frac{(e_{10}e_{01})\exp(-j\beta)}{1-e_{11}\exp(-j\beta)}$
port 2, inverse	charge 50 Ω	$S_{22M} = e'_{33}$
—	court-circuit	$S_{22M} = e'_{33} + \frac{(e'_{23}e'_{32})(-1)}{1-e'_{22}(-1)}$
—	circuit ouvert	$S_{22M} = e'_{33} + \frac{(e'_{23}e'_{32})\exp(-j\beta)}{1-e'_{22}\exp(-j\beta)}$
ports 1 & 2, direct	charges 50 Ω	$S_{21M} = e_{30}$
ports 1 & 2, inverse	charges 50 Ω	$S_{12M} = e'_{03}$
ports 1 & 2, direct	liaison directe	$S_{11M} = e_{00} + (e_{10}e_{01})\frac{e_{22}}{1-e_{11}e_{22}}$
—	—	$S_{21M} = e_{30} + (e_{10}e_{32})\frac{e_{11}}{1-e_{11}e_{22}}$
ports 1 & 2, inverse	liaison directe	$S_{22M} = e'_{33} + (e'_{23}e'_{32})\frac{e'_{11}}{1-e'_{22}e'_{11}}$
—	—	$S_{12M} = e'_{03} + (e'_{23}e'_{01})\frac{1}{1-e'_{22}e'_{11}}$

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Lorsque cette procédure est correctement exécutée, l'analyseur de réseau est ainsi complètement calibré et peut, par l'intermédiaire des ÉQS. (III.3.17)–(III.3.21) remonter à la matrice $[S]$ réelle du DUT. Il est toutefois prudent à la fin d'une calibration de vérifier celle-ci en remesurant les étalons et en vérifiant que leurs positions sur l'abaque de Smith sont correctes⁶. En pratique les causes d'une mauvaise calibration sont assez classiques. La TAB. III.4 les résume. Notez que l'origine du problème intitulé "Prises défectueuses" provient du fait que les prises hyperfréquences sont assez aisément détruites par des serrages trop forts, d'où en pratique l'usage de clefs dynamométriques calibrées et le plus grand soin réclamé auprès de l'opérateur.

En conclusion, il faut juste souligner que si les procédures de calibration et de mesure sont respectées, l'analyseur de réseau est un réel outil de métrologie⁷, essentiellement grâce à l'usage de la technique de calibration et à l'utilisation de générateurs synthétisés ultra-stables et reproductibles.

⁶...ne pas oublier si l'on mesure le « **Circuit Ouvert** » ...que ce n'est pas un circuit ouvert mais bien une capacité!

⁷Les précisions typiques sont meilleures que 0,1 dB sur le module et 1 ° sur la phase.

Calibration de l'analyseur de réseau

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Calibration de l'analyseur de réseau

TAB. III.4 – Origines possibles d'une mauvaise calibration

Élément mis en cause	Problème
Câbles	Rayon de courbure trop petit
—	Changement de position trop important
Prises hyper	Mauvais serrage
—	Prises défectueuses
Étalons	Prises défectueuses
<i>Aucun</i>	Instabilité de l'alimentation secteur
—	Changement de température ambiante

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Chapitre IV

Bruit en hyperfréquence

IV.1	Introduction	94
IV.2	Température & facteur de bruit, chaînage de quadripôles	95
IV.3	Bruit et impédance de source	102
IV.4	Bruit en hyperfréquence	108

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

IV.1 Introduction

Il est bien sûr illusoire de vouloir indéfiniment amplifier un signal s'il est originellement entaché de bruit. Au sein de cette formation vous avez déjà eu des notions approfondies sur le bruit dans les composants ; nous ne détaillerons donc pas ici leurs sources de bruit intrinsèques. Nous donnerons seulement les définitions fondamentales et les méthodes et techniques spécifiquement utilisées pour la mesure du bruit en hyperfréquence.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

IV.2 Température & facteur de bruit, chaînage de quadripôles

IV.2.1	Température de bruit	96
IV.2.2	Facteur de bruit	97
IV.2.3	Facteur de bruit de quadripôles en cascade	100

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Température de bruit

Dans une bande de fréquence Δf , un corps noir à la température T produit une puissance de bruit¹

$$\mathcal{N} = k_B T \Delta f, \quad (\text{IV.2.1})$$

où $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ est la constante de Boltzmann.

Par analogie directe on définit la **Température de Bruit** d'un « objet hyperfréquence » quelconque² comme la température produisant la même puissance de bruit \mathcal{N} . Cette température n'a donc pas lieu d'être identique à la température thermodynamique ambiante.

Si T_A est la température d'une résistance par exemple, la puissance de bruit qu'elle introduira à l'entrée du récepteur sera $k_B T_A \Delta f$. Si T_R est la température de bruit du récepteur, cela signifie qu'il ramène à son entrée une puissance de bruit équivalente $k_B T_R \Delta f$ et donc la puissance de bruit totale à prendre en compte à l'entrée du récepteur sera $k_B (T_A + T_R) \Delta f$.

En réalité pour une antenne directive, la température de bruit sera celle de la cible pointée par l'antenne ou de son environnement. Si cette cible baigne dans le vide interstellaire, on aura $T_A = 3 \text{ K}$, si la cible est à la température ambiante à la surface de la terre $T_t \approx 300 \text{ K}$, cette température sera 100 fois plus grande.

¹En réalité, la mécanique quantique dit que la densité spectrale de puissance émise par un corps noir à la température T est

$$\mathcal{S}(\omega) = \frac{R\hbar\omega}{2\pi} \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right),$$

ce qui dans la limite $\hbar\omega = hf \ll k_B T$ est équivalent à la formulation de l'Éq. (IV.2.1).

²Il peut s'agir indifféremment d'un amplificateur, d'un élément passif, d'une antenne...

Sommaire
Concepts
Noms
Bibliographie

Exemples
Exercices
Documents

Facteur de bruit

On définit le **Facteur de Bruit** d'un « objet hyperfréquence » à partir des rapports signaux à bruit mesurés à l'entrée et à la sortie à la température normalisée $T_0 = 290$ K, soit

$$F = \frac{\mathcal{S}/\mathcal{N}|_{\text{entrée}}}{\mathcal{S}/\mathcal{N}|_{\text{sortie}}}. \quad (\text{IV.2.2})$$

Comme tout « objet hyperfréquence » apporte du bruit, ce facteur F est toujours supérieur à 1. En conséquence il est presque toujours exprimé en dB par $F_{\text{dB}} = 10 \log_{10}(F)$.

Cas de l'amplificateur. Considérons un amplificateur de gain G et de température de bruit T_A ³ recevant, dans la bande de fréquence Δf , à son entrée une puissance de signal \mathcal{S}_e , et une puissance de bruit $\mathcal{N}_e = k_B T_0 \Delta f$. Son facteur de bruit s'exprime alors directement en fonction des températures de bruit par

$$F_0 = \frac{\mathcal{S}_e}{k_B T_0 \Delta f} \left(\frac{G \mathcal{S}_e}{G k_B (T_0 + T_A) \Delta f} \right)^{-1} = 1 + \frac{T_A}{T_0}. \quad (\text{IV.2.3})$$

Notons que si l'on mesure ces rapports signaux à bruit à une température T différente de T_0 , on obtient

$$F = 1 + \frac{T_A}{T} = 1 + \frac{T_A}{T_0} \frac{T_0}{T} = 1 + \frac{T_0}{T} (F_0 - 1), \quad (\text{IV.2.4})$$

³Par convention pour les amplificateurs, et conformément à la façon usuelle de ramener les sources de bruit physiques à l'entrée des transistors, la température de bruit est considérée comme ramenée à l'entrée, ce qui équivaut à dire que la puissance de bruit en sortie est $\mathcal{N}_{\text{out}} = G k_B T_A \Delta f$. Cette méthode permet de décorréler l'origine physique du bruit ajouté par T_A du gain de l'amplificateur, ce qui est plus conforme à l'observation avec les composants habituels.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

soit un résultat qui peut être légèrement différent de celui de la définition de l'ÉQ. (IV.2.2). Notons cependant que ceci ne tient que tant que T_A reste constant, soit pour des « objets amplificateurs » réels que dans une certaine plage de température autour de T . Nonobstant, ceci signifie que la puissance de bruit \mathcal{N}'_e effectivement présente à l'entrée d'un amplificateur alimenté par une source à la température T est

$$\begin{aligned}\mathcal{N}'_e &= k_B (T + T_A) \Delta f \\ &= k_B T \Delta f + k_B T_0 (F_0 - 1) \Delta f \\ &= k_B T_0 F_0 \Delta f + k_B (T - T_0) \Delta f.\end{aligned}\tag{IV.2.5}$$

Cas de l'atténuateur. Considérons un atténuateur dont le coefficient d'atténuation linéaire est A . Supposons-le initialement à la température de normalisation T_0 . Si $\mathcal{S}/\mathcal{N}_0$ est le rapport signal à bruit que l'on lui présente à l'entrée, le signal à la sortie sera \mathcal{S}/A . Or le bruit à la sortie reste constant à la valeur \mathcal{N}_0 puisque l'atténuateur est à cette même température. Donc *le facteur de bruit d'un atténuateur à la température de normalisation égale son atténuation A* . Sachant que si l'atténuation est A , corrélativement le gain est alors $G = 1/A$, nous en déduisons le facteur de bruit d'un atténuateur à la température T en inversant l'ÉQ. (IV.2.4)

$$F = 1 + (A - 1) \frac{T}{T_0}.\tag{IV.2.6}$$

En recombinaut ce résultat avec l'ÉQ. (IV.2.3), il apparaît alors que la température de bruit T_A d'un atténuateur de constante d'atténuation A à la température T est

$$F = 1 + \frac{T_A}{T_0} = 1 + (A - 1) \frac{T}{T_0} \quad \Rightarrow \quad T_A = T (A - 1).\tag{IV.2.7}$$

Facteur de bruit

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Nous retrouvons ici un parfait exemple de la remarque faite lors de la définition de la température de bruit : cette température peut être différente de la température ambiante T . À l'extrême, l'Éq. (IV.2.7) montre que si $A \rightarrow \infty$ alors $T_A \rightarrow \infty$. Nous pouvons donc préciser ici la définition de la **Température de Bruit** : elle correspond à la température du corps noir à placer à l'entrée d'un composant pour obtenir le même bruit total à la sortie de ce composant en supposant qu'il n'ajoute pas lui-même de bruit.

Facteur de bruit

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :[Mesure de Bruit](#)**Exemples :**[Exemple A.3.1](#)[Exemple A.3.2](#)[Exemple A.3.3](#)**Facteur de bruit
de quadripôles
en cascade**

Dans la vie hyperfréquence normale, nous travaillons très fréquemment avec des quadripôles que l'on chaîne pour réaliser des fonctions. La question naturelle est alors de savoir comment se chaînent eux-mêmes les facteurs de bruit.

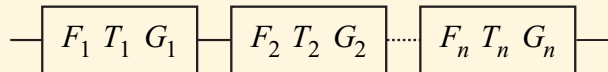


FIG. IV.2.1 – Chaîne de quadripôles connus par leurs facteurs de bruit, leurs gains et leur températures de bruit.

Une chaîne de n quadripôles connus par leur gain G_i , leur facteur de bruit F_i et/ou leur température de bruit T_i est représentée en FIG. IV.2.1. Pour calculer le facteur de bruit de l'ensemble il suffit de revenir à la définition en calculant le bruit total à la sortie

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

de la chaîne, \mathcal{N}_{out} , qui est

$$\mathcal{N}_{out} = (\dots(((\mathcal{N}_1 G_1 + \mathcal{N}_2) G_2 + \mathcal{N}_3) G_3 + \mathcal{N}_4) G_4 \dots + \mathcal{N}_n) G_n, \quad (\text{IV.2.8})$$

où, $\mathcal{N}_i = k_B T_i \Delta f$ est la puissance de bruit ramenée à l'entrée de chaque quadripôle.

En divisant l'Éq. (IV.2.8) par le gain total $\prod_{i=1}^n G_i$ et par $k_B \Delta f$ on obtient la température de bruit de la chaîne T_C

$$\begin{aligned} T_C &= T_1 + \frac{T_2}{G_1} + \frac{T_3}{G_1 G_2} + \frac{T_4}{G_1 G_2 G_3} + \dots + \frac{T_n}{G_1 G_2 \dots G_{n-1}} \\ &\iff T_C = T_1 + \sum_{i=2}^n \frac{T_i}{\prod_{j=1}^{i-1} G_j}. \end{aligned} \quad (\text{IV.2.9})$$

Le passage aux facteurs de bruit est alors immédiat en divisant par T_0 la température de normalisation et en utilisant l'Éq. (IV.2.3), il vient

$$\begin{aligned} F_C &= F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \frac{F_4 - 1}{G_1 G_2 G_3} + \dots + \frac{F_n - 1}{G_1 G_2 \dots G_{n-1}} \\ &\iff F_C = F_1 + \sum_{i=2}^n \frac{F_i - 1}{\prod_{j=1}^{i-1} G_j}. \end{aligned} \quad (\text{IV.2.10})$$

La conclusion essentielle des Éqs. (IV.2.9) & (IV.2.10) est donc que l'on a toujours intérêt à placer en premier dans une chaîne un quadripôle à faible bruit et à gain élevé, son gain masquant ainsi le bruit apporté par les étages suivants.

Facteur de bruit de quadripôles en cascade

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

IV.3 Bruit et impédance de source

IV.3.1	Facteur de bruit et impédance de source	103
IV.3.2	Cercles de bruit	105

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

La représentation usuelle d'un quadripôle linéaire bruyant consiste à le remplacer par un quadripôle non bruyant, conservant la même matrice $[S]$ auquel on adjoint en entrée une source de tension et une source de courant de bruit corrélées — cf. FIG. IV.3.2 —.

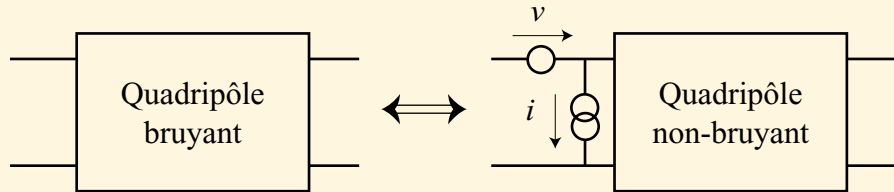


FIG. IV.3.2 – Modélisation des quadripôles bruyant par leur contrepartie non bruyante affublée de sources de bruits corrélées à l'entrée.

Il est alors possible de montrer que la caractérisation du bruit par ces deux sources complexes est équivalente à une caractérisation par 4 paramètres réels

- F_{min} , le facteur de bruit minimum du quadripôle ;
- $Y_{opt} = G_{opt} + j B_{opt}$, l'admittance à présenter à l'entrée du quadripôle pour obtenir le facteur de bruit minimum⁴ ;
- R_n , la résistance équivalente de bruit.

La connaissance de l'admittance $Y_s = G_s + j B_s$ présentée à l'entrée du quadripôle et des

⁴ Y_{opt} étant complexe il inclut avec sa conductance G_{opt} et sa susceptance B_{opt} deux paramètres réels.

Facteur de bruit et impédance de source

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

paramètres ci-dessus permet alors de connaître le facteur de bruit par

$$F = F_{min} + \frac{R_n}{G_s} |Y_s - Y_{opt}|^2. \quad (\text{IV.3.11})$$

Il est bon de mettre immédiatement le doigt sur une confusion liée à la dénomination usuelle pour R_n de résistance de équivalente de bruit : l'évolution décrite par l'Éq. (IV.3.11) montre que le quadripôle ne fournit en aucun cas la puissance de bruit équivalente à la résistance R_n . Celle-ci ne traduit que la vitesse de croissance du facteur de bruit lorsque l'on s'éloigne de la condition de bruit optimale donnée par $Y_s = Y_{opt}$.

Mathématiquement, l'Éq. (IV.3.11) représente dans l'espace (F, B, G) un hyperboloïde à deux nappes dont l'une n'est pas physique puisqu'elle correspond aux conductances négatives. En posant $Y Z_0 = \frac{1-\rho}{1+\rho}$ et $r_n = R_n / Z_0$ et en remarquant que $G = \frac{1}{2} (Y + Y^*)$ on peut transformer l'Éq. (IV.3.11) en

$$F = F_{min} + 4 r_n \frac{|\rho - \rho_{opt}|^2}{(1 - |\rho|^2) |1 + \rho_{opt}|^2}, \quad (\text{IV.3.12})$$

ce qui n'est pas forcément plus simple mais permet de se ramener dans l'abaque de Smith.

Facteur de bruit et impédance de source

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cercles de bruit

À ce point on utilise l'Éq. (IV.3.12) pour rechercher dans l'abaque de Smith le lieu des points à facteur de bruit constant. Ceux-ci sont définis par

$$\mathcal{C}(F) \equiv \frac{(F - F_{min}) |1 + \rho_{opt}|^2}{4r_n} = \text{Cte.} \quad (\text{IV.3.13})$$

Cette condition impose en retour

$$\mathcal{C}(F) = \frac{|\rho - \rho_{opt}|^2}{1 - |\rho|^2}, \quad (\text{IV.3.14})$$

que l'on peut montrer être équivalente à faire décrire à ρ un cercle dans l'abaque de Smith⁵. Ce cercle aura son centre pointé par le rayon vecteur

$$\overline{OC} = \frac{\rho_{opt}}{1 + \mathcal{C}(F)}, \quad (\text{IV.3.15})$$

et son rayon sera donné par

$$R = \frac{\sqrt{\mathcal{C}(F)^2 + \mathcal{C}(F) (1 - |\rho_{opt}|^2)}}{1 + \mathcal{C}(F)}. \quad (\text{IV.3.16})$$

⁵Encore une fois nous trouvons un lieu géométrique dans l'abaque de Smith qui est un cercle. Ce n'est pas de l'obsession mais bien plutôt une sorte de magie!

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cercles de bruit

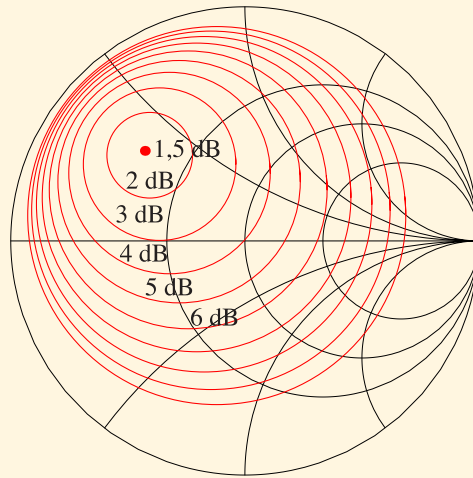


FIG. IV.3.3 – Cercles à facteur de bruit constant d'un quadripôle dont les paramètres de bruit sont : $F_{min} = 1,5 \text{ dB}$, $\rho_{opt} = 0,575 \angle 138^\circ$, et $R_n = 20 \Omega$. Notons que l'usage veut que l'on donne R_n ici alors que c'est $r_n = R_n / (50 \Omega)$ qui apparaît dans l'ÉQ. (IV.3.12). Les cercles sont tracés pour les valeurs entières de F en dB et le point de bruit minimal est pointé dans l'abaque.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Ces cercles sont illustrés en FIG. IV.3.3 pour un cas particulier. Il est à noter que cette famille de cercles est très similaire à celle des cercles à gain constant obtenue pour les quadripôles unilatéraux⁶. Ces deux familles ne sont toutefois pas identiques et ne coïncident pas en général. Il en découle que la réalisation d'un amplificateur faible bruit devra faire appel à des compromis entre le minimum de bruit et le maximum de gain, compromis qu'il peut être astucieux de régler en première approximation par une minimisation du facteur de mérite M . Chaque cas n'en reste pas moins un cas particulier et le savoir faire de l'ingénieur associé aux techniques de minimisations numériques sont les seuls moyens d'extraire la quintessence d'un composant simultanément en bruit et en gain.

⁶Bien que je n'en ai pas parlé, il est possible d'étendre cette notion de cercles à gain constant aux quadripôles non unilatéraux. Bien qu'ils aient été très utilisés pour la conception des amplificateurs ce n'est plus aussi vrai aujourd'hui depuis l'émergence de programmes informatiques évolués dédiés aux hyperfréquences.

Cercles de bruit

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

IV.4 Bruit en hyperfréquence

IV.4.1	Mesure du facteur de bruit	109
IV.4.2	Mesure des paramètres de bruit	112

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Mesure du facteur de bruit

Cours :

Mesure de Puissance

Chaînage des Facteurs de Bruit

Paramètres de Bruit

Le principe de la mesure du facteur de bruit repose sur l'observation que le bruit sortant d'un quadripôle, \mathcal{N} , est une fonction linéaire de la température T de la source placée à son entrée. En effet, pour une température de source idéalement nulle $T = 0$ K, le bruit mesuré à la sortie sera uniquement le bruit propre du quadripôle, alors que pour une température non nulle, ce bruit mesuré à la sortie sera la combinaison du bruit propre du quadripôle et du bruit de la source qu'il aura amplifié. Autrement dit, en utilisant l'Éq. (IV.2.5) et en supposant que la source à l'entrée du quadripôle est successivement aux températures T_L et T_H , on mesurera

$$\begin{aligned}\mathcal{N}_L &= k_B T_0 F \Delta f + k_B (T_L - T_0) \Delta f \\ \mathcal{N}_H &= k_B T_0 F \Delta f + k_B (T_H - T_0) \Delta f.\end{aligned}\quad (\text{IV.4.17})$$

Il suffit alors de poser $\gamma = \mathcal{N}_H / \mathcal{N}_L$, le rapport des puissances mesurées à la sortie pour obtenir

$$F = \frac{1}{\gamma - 1} \left(\frac{T_H - T_0}{T_0} - \gamma \frac{T_L - T_0}{T_0} \right), \quad (\text{IV.4.18})$$

ce qui permet donc la mesure du facteur de bruit. Si de plus l'une des températures, par

Sommaire
Concepts
Noms
Bibliographie

Exemples
Exercices
Documents

exemple T_L est choisie identique à T_0 , l'ÉQ. (IV.4.18) se simplifie en

$$F = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{T_H - T_0}{T_0}. \quad (\text{IV.4.19})$$

En pratique on utilise une diode de bruit⁷ comme générateur capable de fonctionner à deux températures. Diode éteinte, elle se comporte comme une charge adaptée à la température ambiante, usuellement T_0 . Diode allumée, elle fournit un bruit blanc en excès important correspondant à une température T_H élevée. Le fabriquant de source de bruit la caractérise par son ENR, — « Excess Noise Ratio » — le rapport de bruit en excès qui est défini par

$$\text{ENR} = \frac{T_H - T_0}{T_0}, \quad (\text{IV.4.20})$$

et est très souvent spécifié en dB. Une valeur typique est $\text{ENR} = 15$ dB.

Un synoptique d'un banc de mesure de bruit est donné sur la FIG. IV.4.4. En fait il ne s'agit là que d'un schéma de principe car en se remémorant que le fonctionnement d'un mélangeur est basé sur la non-linéarité de la caractéristique des diodes, cela ne peut conduire qu'à une atténuation notable du signal qui se traduira d'après l'ÉQ. (A.3.6) par un fort facteur de bruit. En se référant alors à la formule de cascading, le facteur de bruit de la partie détection — mélangeur & amplificateur en fréquence intermédiaire — sera alors très mauvais. Dans la pratique on « masque » donc toujours le très mauvais facteur de bruit des mélangeurs par un amplificateur faible bruit inséré devant.

⁷Il s'agit d'une diode Zener.

Mesure du facteur de bruit

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Notons en pratique qu'à présent toute la chaîne de détection est fréquemment regroupée dans un appareil unique qui fournit directement F à partir de la connaissance de l'ENR de la source de bruit et de l'Éq. (IV.4.18). Il prend ainsi en compte la correction à effectuer pour une mesure réalisée à une température autre que l'ambiante.

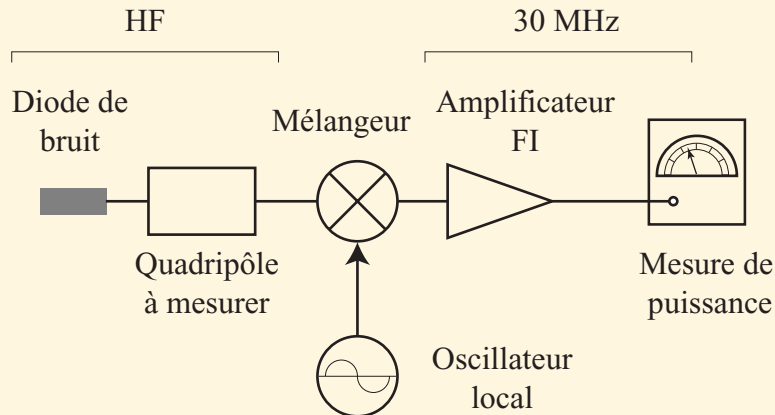


FIG. IV.4.4 – Schéma synoptique d'un banc de mesure de bruit.

Mesure du facteur de bruit

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :
[Mesure de Bruit](#)

La mesure des paramètres de bruit est une extension de la mesure de facteur de bruit exposé précédemment. À partir de l'Éq. (IV.3.11), il est facile de voir que si l'on réalise de nombreuses mesures de F pour des adaptations d'entrée différentes, il doit être possible de remonter aux 4 paramètres de bruit⁸.

Au-delà de ce principe général, cela nécessite obligatoirement de modifier le schéma de principe de l'expérience pour présenter au DUT une admittance variable en entrée. Alors chaque cas expérimental devient un cas particulier et par exemple pour mesurer les paramètres de bruit d'un transistor un schéma tel celui de la FIG. IV.4.5 est utilisé. On notera, par rapport à la configuration précédente — FIG. IV.4.4 — une plus grande complexité apportée par la nécessité d'inclure les « Tés » nécessaires à la polarisation du transistor, les isolateurs pour éviter les ondes stationnaires liées aux désadaptations et les adaptateurs⁹ chargés de modifier les impédances d'entrée et de sortie vus par le

⁸Comme il y a 4 paramètres à déterminer, il est clair qu'il faudra impérativement au moins 4 mesures distinctes... sauf si l'opérateur est capable de trouver l'adaptation optimale Y_{opt} par tâtonnement, auquel cas une seconde mesure est alors suffisante pour déterminer l'ensemble des 4 paramètres de bruit.

⁹Ces adaptateurs fonctionnent en ramenant un court-circuit capacitif sur l'âme du coaxial en deux points séparés. En quelque sorte il s'agit d'un double « stub » compact qui est théoriquement sans pertes.

transistor¹⁰.

Les meilleures méthodes actuellement développées consistent à faire de nombreuses mesures pour des points d'adaptations variés et calibrés par ailleurs à l'analyseur de réseau¹¹, puis à déterminer ensuite les meilleurs 4 paramètres par une régression linéaire sur l'Éq. (IV.3.11).

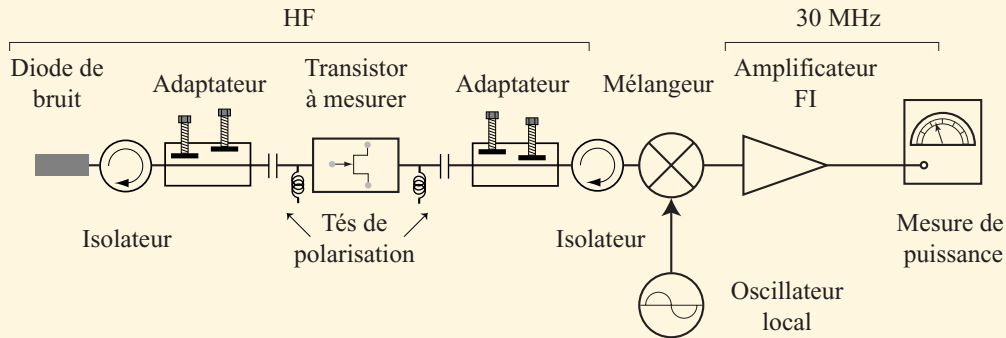


FIG. IV.4.5 – Schéma synoptique d'un banc de mesure des paramètres de bruit d'un transistor.

¹⁰On modifie l'impédance vu à la sortie du transistor pour en extraire le maximum de gain. Ceci contribue aussi à limiter les ondes stationnaires entre la sortie du transistor et l'entrée de la chaîne de mesure.

¹¹Il faut cependant impérativement éliminer les cas où ces points d'adaptations pénètrent dans les cercles de stabilité du composant, auquel cas celui-ci se mettrait à osciller faussant complètement la mesure de puissance réalisée en bout de chaîne.

Mesure des paramètres de bruit

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Chapitre V

Antennes

V.1	Généralités	115
V.2	Quelques antennes particulières	117
V.3	Résistance de rayonnement	129
V.4	Gain d'une antenne	134
V.5	Antenne parabolique	140
V.6	Groupement d'antennes	147

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

V.1 Généralités

Les **Antennes** sont omniprésentes dans notre vie quotidienne. Radiodiffusion, télévision par voie hertzienne ou par satellite, télécommunications professionnelles et mobiles, radars, ... sont les exemples les plus courants où interviennent des types variés d'antennes comme les **Antennes Filaires**, l'**Antenne Parabolique**, l'**Antenne Yagi**, le **Cornet**, le **Réseau de Dipôles**. ... « Dans toutes ces applications, l'antenne désigne ce composant indispensable au rayonnement et à la captation des ondes »¹. De fait ces deux fonctions d'émission et de réception sont très étroitement liées et c'est l'équipement électronique auquel est connecté l'antenne qui définit pratiquement la fonction.

« Dans sa finalité, le rayonnement d'une antenne se ramène à un problème, plus banal, d'éclairage. Selon l'application considérée, on peut rechercher une illumination aussi uniforme que possible de l'espace environnant, ou encore un éclairage très localisé d'une partie de cet espace. De telles préoccupations existent dans le domaine des antennes, et une première classification, d'ordre fonctionnelle, permet de distinguer les antennes peu directives des antennes directives. Les antennes peu directives sont utilisées en l'absence d'une localisation fixe et/ou connue par avance des correspondants, émission de radio ou de télévision, téléphonie mobile, ... Au contraire, les antennes directives le sont dans des liaisons dites *point-à-point*, établies avec un interlocuteur privilégié dont la position est, de préférence, connue a priori — faisceaux hertziens, relais spatiaux,

¹Cette phrase — et les suivantes placées entre guillemets — est reprise intégralement de [3].

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

télévision par satellite —. En dépit de propriétés spécifiques bien particulières, les différentes antennes n'échappent guère à cette règle simple selon laquelle la directivité est d'autant plus élevée que leurs dimensions sont grandes par rapport à la longueur d'onde. Dès lors, on comprend mieux l'affectation des ondes longues aux applications pour lesquelles la directivité n'est pas essentielle et, inversement, la recherche des courtes longueurs d'onde lorsque, par souci d'économie ou de discrétion, une certaine directivité est souhaitable. »

Le champ \vec{E} , rayonné à grande distance r , dans la direction \vec{u} , par une antenne s'exprime en fonction de la caractéristique vectorielle du rayonnement \vec{F} , liée à la structure de l'antenne. Ce champ décroît comme l'inverse de la distance r . En régime harmonique cela s'écrit

$$\vec{E}(r, \vec{u}) = \frac{\exp(j(\omega t - kr))}{r} \vec{F}(\vec{u}) = \frac{\exp(j\omega(t - \frac{r}{c}))}{r} \vec{F}(\vec{u}). \quad (\text{V.1.1})$$

À grande distance et dans le vide — ou dans l'air en première approximation — qui sont les seuls cas pratiques que nous considérerons, les antennes émettent alors une onde plane, donc

$$\vec{E}(r, \vec{u}) = \eta \vec{H}(r, \vec{u}) \wedge \vec{u}, \quad \text{où } \eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377 \, \Omega. \quad (\text{V.1.2})$$

En module cela donne $E = \eta H$ et comme une onde plane transporte une densité de puissance $\sigma = EH/2$, on a

$$\sigma(r, \vec{u}) = \frac{E(r, \vec{u})H(r, \vec{u})}{2} = \frac{E(r, \vec{u})^2}{2\eta} = \frac{1}{2\eta r^2} |\vec{F}(\vec{u})|^2. \quad (\text{V.1.3})$$

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

V.2 Quelques antennes particulières

V.2.1	Le dipôle émetteur	118
V.2.2	L'antenne $\lambda/2$	121
V.2.3	Antennes $k\lambda/2$	126

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

En utilisant la loi de Biot et Savart on peut calculer le **Champ à Grande Distance** d'un élément de courant $i = I_0 \exp(j\omega t)$. En supposant $l \ll \lambda$ et avec les conventions de la FIG. V.2.1, on obtient

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{\eta I_0 l \sin \theta}{2\lambda r} \exp(j\omega(t - r/c)) \vec{u}_\theta \\ \vec{H} &= \frac{I_0 l \sin \theta}{2\lambda r} \exp(j\omega(t - r/c)) \vec{u}_\phi.\end{aligned}\quad (\text{V.2.4})$$

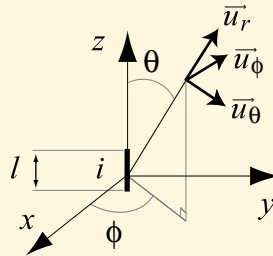


FIG. V.2.1 – Dipôle émetteur.

Le champ émis est une onde plane polarisée dans la direction de la projection du courant sur le plan perpendiculaire à la propagation. La décroissance en $1/r$ de l'intensité des champs traduit le fait que la densité de puissance par unité de surface — qui est proportionnelle à EH — varie en $1/r^2$, ce qui rend compte de la conservation de l'énergie dans un angle solide donné.

Le dipôle émetteur

Pour une longueur de fil donnée, vérifiant $l \ll \lambda$ bien sûr, les champs sont proportionnels à $1/\lambda$, soit à la fréquence f . La **Puissance Rayonnée** est donc proportionnelle à f^2 — ou ω^2 —. Ceci explique que les lignes, en particulier les lignes ouvertes, soient limitées en fréquence d'utilisation à cause de la perte d'énergie par rayonnement.

Le champ électrique émis présente une dépendance avec l'angle d'observation θ de la forme $f(\theta) = \sin\theta$. Cette fonction est appelée la **Fonction Caractéristique** de l'antenne. On la trace dans un plan contenant le doublet en traçant en coordonnées polaires la fonction paramétrée $\rho = f(\theta)$. En fait, l'antenne ayant une symétrie de révolution autour de l'axe du fil, le volume décrit dans l'espace est un tore comme montré FIG. V.2.2.

Tous ces résultats ne sont valables que si $l \ll \lambda$, approximation du doublet de Hertz, et que si l'amplitude I_0 du courant est constante ou lentement variable comparée à ω . La *puissance émise* dépend de la direction θ visée, ce qu'en pratique on appelle le **Diagramme de Rayonnement**. Ce dernier est caractérisé par le *carré* de $f(\theta)$.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Le dipôle émetteur

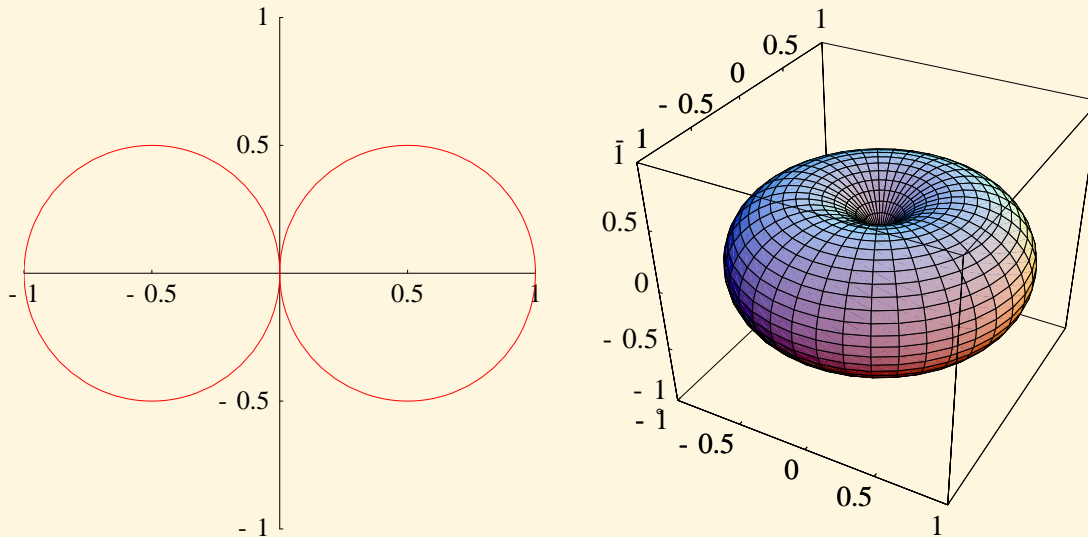


FIG. V.2.2 – Fonction caractéristique du dipôle en 2D et 3D

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Exercices :
Exercice B.1.7

Cours :
Champ du Dipôle
Champ des Antennes $k \frac{\lambda}{2}$
Résistance de l'Antenne $\frac{\lambda}{2}$
Gain des Antennes Simples

Pour calculer le champ total rayonné dans la direction θ par un fil conducteur de longueur quelconque parcouru par un courant $I(z)$, il faut additionner les contributions de chaque élément dz en tenant compte des différences de marche $z \cos \theta$ qui introduisent des déphasages $\psi = \frac{2\pi}{\lambda} z \cos \theta$ comme montré FIG. V.2.3. *A contrario*, on peut aisément négliger dans le module l'écart de distance sous lequel on voit deux éléments de courant séparés d'une distance z puisque l'on ne considère que le champ lointain.

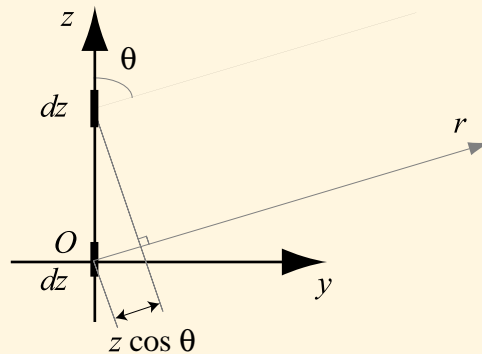
En utilisant le résultat du dipôle on écrit le champ émis par un élément de courant de longueur dz à l'abscisse z et parcouru par le courant $I(z)$, le point O étant considéré comme l'origine des phases, conformément à la définition préalablement donnée pour ψ

$$E(z,t) = \frac{\eta I(z) dz \sin \theta}{2\lambda r} \exp\left(j \frac{2\pi z \cos \theta}{\lambda}\right) \exp(j\omega(t - r/c)). \quad (\text{V.2.5})$$

Le champ rayonné par l'antenne de longueur l allant de $z = -l/2$ à $z = +l/2$ est alors

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

L'antenne $\lambda/2$ FIG. V.2.3 – Addition vectorielle en champ lointain des contributions de deux dipôles dz .

obtenu par intégration

$$E = \frac{\eta \sin \theta}{2\lambda r} \int_{-l/2}^{+l/2} I(z) \exp \left(j \frac{2\pi z \cos \theta}{\lambda} \right) dz, \quad (\text{V.2.6})$$

et malgré la beauté de la formule, il est impossible de poursuivre plus avant sans connaître la répartition du courant dans l'antenne.

Il existe cependant des situations particulières où l'on connaît très bien cette répartition du courant : l'antenne se comportant comme une ligne ouverte, il y aura un nœud de courant à l'extrémité. De plus si la longueur est $\frac{\lambda}{2}$, elle résonnera sur sa fréquence propre avec un ventre au centre. De même nous déduirons facilement les formes de courant des antennes dont la longueur physique est $k \frac{\lambda}{2}$, avec k entier.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

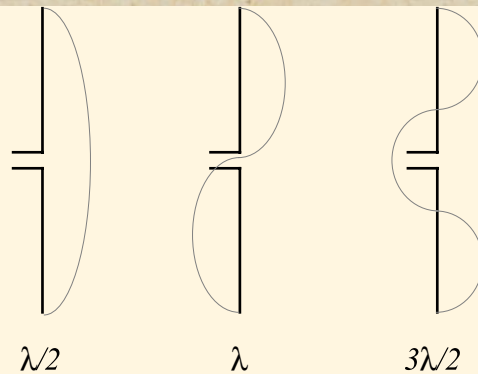
L'antenne $\lambda/2$ 

FIG. V.2.4 – Quelques antennes multiple de $\frac{\lambda}{2}$ et leur distribution de courant associée.

Pour l'antenne $\frac{\lambda}{2}$ on a $I(z) = I_0 \cos(2\pi z / \lambda)$, il en découle

$$E = \frac{\eta \sin \theta}{2\lambda r} \int_{-\lambda/4}^{+\lambda/4} I_0 \cos\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right) \exp\left(j \frac{2\pi z \cos \theta}{\lambda}\right) dz. \quad (\text{V.2.7})$$

Si l'on utilise

$$\exp(j(2\pi z \cos \theta) / \lambda) = \cos((2\pi z \cos \theta) / \lambda) + j \sin((2\pi z \cos \theta) / \lambda),$$

et que l'on ne garde que la partie réelle de l'Éq. (V.2.7) qui est la seule physique, le problème se ramène à calculer l'intégrale

$$A = \int_{-\lambda/4}^{+\lambda/4} \cos\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right) \cos\left(\frac{2\pi z \cos \theta}{\lambda}\right) dz. \quad (\text{V.2.8})$$

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Ceci se fait par changement de variable $x = (2\pi z)/\lambda$, donc

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\lambda}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos x \cos(x \cos \theta) dx \\
 &= \frac{\lambda}{4\pi} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} [\cos(x(1 + \cos \theta)) + \cos(x(1 - \cos \theta))] dx \\
 &= \frac{\lambda}{4\pi} \left[\frac{\sin(x(1 + \cos \theta))}{1 + \cos \theta} + \frac{\sin(x(1 - \cos \theta))}{1 - \cos \theta} \right]_{-\pi/2}^{+\pi/2} \\
 &= \frac{\lambda}{\pi} \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin^2 \theta}.
 \end{aligned}$$

En conséquence, le champ s'écrit

$$E = \frac{\eta I_0 \cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{2\pi r \sin \theta}, \quad (\text{V.2.9})$$

et la **Fonction Caractéristique** de l'antenne est

$$f(\theta) = \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta}. \quad (\text{V.2.10})$$

Cette dernière fonction est représentée FIG [V.2.5](#).

L'antenne $\lambda/2$

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

L'antenne $\lambda/2$

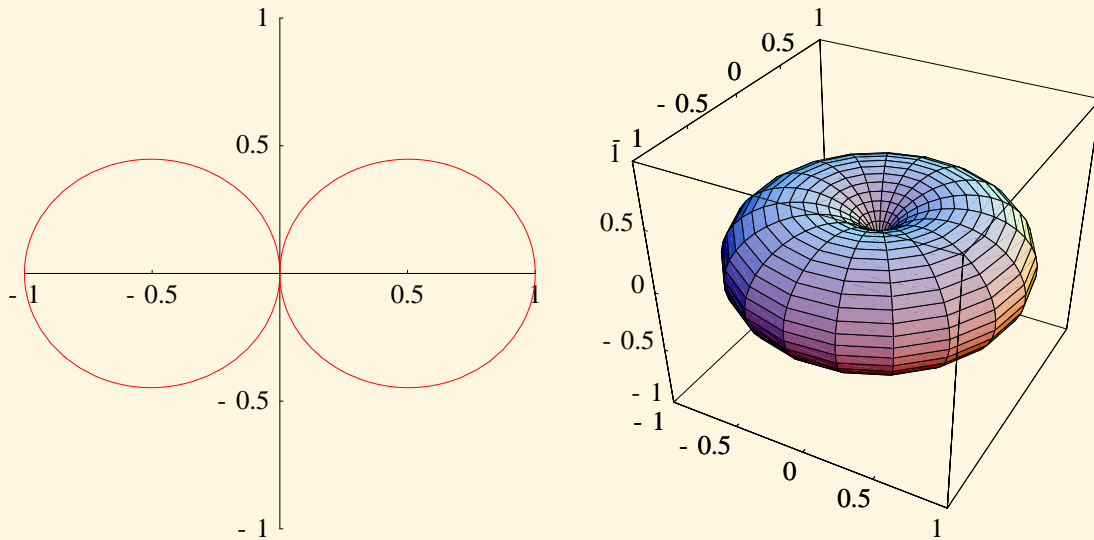


FIG. V.2.5 – Fonction caractéristique de l'antenne $\frac{\lambda}{2}$ en 2D et en 3D

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :**Champ de l'Antenne $\frac{\lambda}{2}$**

Il s'agit là uniquement d'une généralisation de la démonstration précédente aux antennes résonnantes accordées de longueur $k\frac{\lambda}{2}$. Des calculs analogues conduisent aux fonctions caractéristiques suivantes pour ces antennes :

$$\begin{aligned} f_1(\theta) &= \frac{\cos(k\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta}, & \text{si } k \text{ est impair,} \\ f_2(\theta) &= \frac{\sin(k\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta}, & \text{si } k \text{ est pair.} \end{aligned} \tag{V.2.11}$$

Ces fonctions sont donnés FIG. V.2.6 et FIG. V.2.7 pour les antennes $3\frac{\lambda}{2}$, $7\frac{\lambda}{2}$ et $8\frac{\lambda}{2}$.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

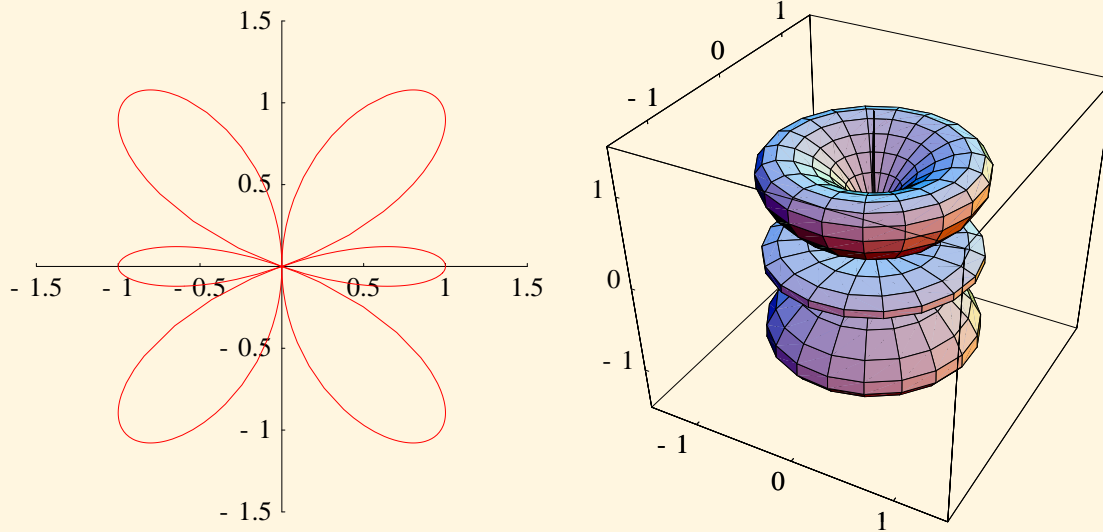


FIG. V.2.6 – Fonction caractéristique de l'antenne $3\frac{\lambda}{2}$ en deux et trois dimensions

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

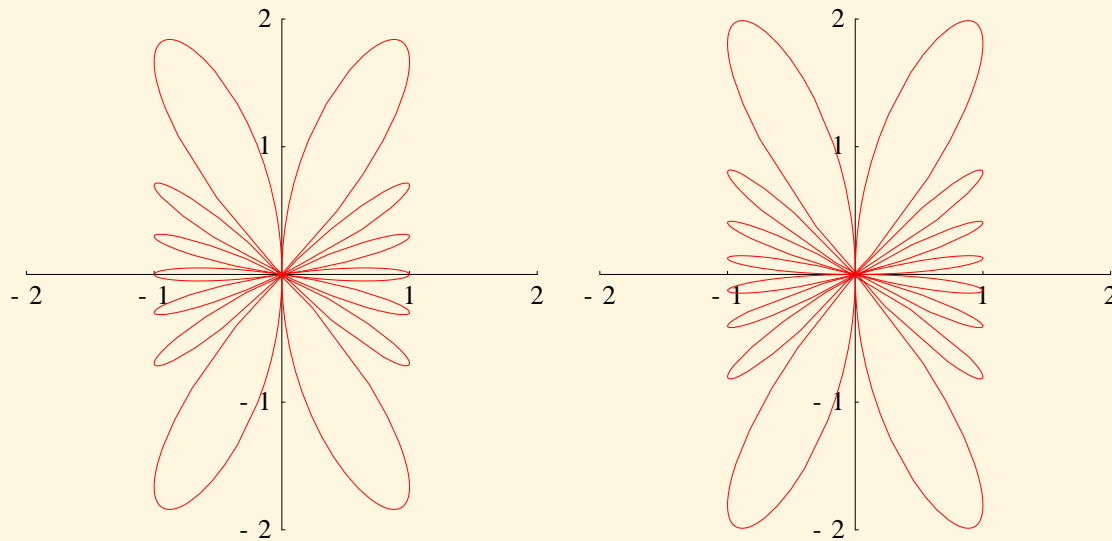


FIG. V.2.7 – Fonctions caractéristiques des antennes $7\lambda/2$ et $8\lambda/2$ en deux dimensions

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

V.3 Résistance de rayonnement

V.3.1	Le dipôle émetteur	130
V.3.2	Antenne $\lambda/2$	132

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

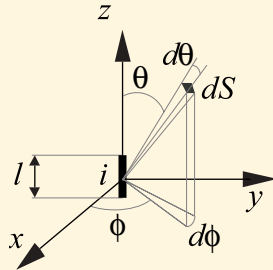
[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Exercices :
Exercice B.1.8

Cours :
Champ de l'Antenne $\frac{\lambda}{2}$
Antenne Parabolique

Comme nous l'avons vu dans les généralités, une antenne rayonne de l'énergie sous forme d'une puissance réelle. Elle se comporte donc vis-à-vis du générateur comme une résistance.

Cette résistance sera appelée la **Résistance de Rayonnement** de l'antenne, et nous allons la calculer dans quelques cas simples.



En **Champ Lointain** et si l'on considère le petit élément de surface dS obtenu en balayant les angles $d\theta$ et $d\phi$, on a $dS = r^2 \sin\theta d\theta d\phi$ et la puissance traversant cette surface

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

est alors

$$\begin{aligned} dP &= \frac{E^2}{2\eta} dS \\ &= \frac{\eta I_0^2 l^2 \sin^3 \theta}{8\lambda^2} d\theta d\phi. \end{aligned} \quad (\text{V.3.12})$$

L'énergie totale émise est alors obtenue par intégration sur toute la sphère

$$\begin{aligned} P &= \int_S dP \\ &= \frac{\eta I_0^2 l^2}{8\lambda^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta, \end{aligned} \quad (\text{V.3.13})$$

et comme $\int_0^{2\pi} d\phi = 2\pi$ et $\int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \frac{4}{3}$, il vient

$$P = \frac{\pi \eta I_0^2 l^2}{3\lambda^2}. \quad (\text{V.3.14})$$

Cette puissance rayonnée est prélevée sur la source et est proportionnelle à I_0^2 . L'antenne se comporte donc comme une résistance R telle que $P = \frac{RI_0^2}{2}$. Cette résistance est appelée **Résistance de Rayonnement** et vaut dans le cas du dipôle

$$R = \frac{2\pi\eta l^2}{3\lambda^2}. \quad (\text{V.3.15})$$

Par exemple si $l = 0,1 \lambda$, on trouve $R \approx 8 \Omega$.

**Le dipôle
émetteur**

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :[Champ de l'Antenne \$\frac{\lambda}{2}\$](#) [Gain des Antennes Simples](#)

On peut aisément reconduire le même calcul avec l'antenne $\lambda/2$ alimentée au centre, c'est à dire au ventre du courant. Alors grâce à l'Éq. (V.2.9), on obtient

$$dP = \frac{\eta I_0^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{8\pi^2 r^2 \sin^2\theta} dS, \quad (\text{V.3.16})$$

donc

$$P = \frac{\eta I_0^2}{8\pi^2} \int_0^\pi \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} d\theta \int_0^{2\pi} d\phi. \quad (\text{V.3.17})$$

Bien que simple, le problème conduit à une intégrale pour le moins complexe², un moyen simple est de résoudre numériquement, on trouve

$$\int_0^\pi \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} d\theta \approx 1,2188. \quad (\text{V.3.18})$$

²En fait, il est possible de trouver une primitive de $\frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos\theta)}{\sin\theta}$ qui peut s'écrire sous la forme $\frac{\text{Ci}(\pi(1+\cos\theta)) - \text{Ci}(\pi(1-\cos\theta))}{4} + \frac{\ln(\sin(\theta/2)) - \ln(\cos(\theta/2))}{2}$ avec $\text{Ci}(z) = \int \frac{\cos z}{z} dz$. Ce résultat symbolique m'a été fourni par Mathematica, logiciel de calcul symbolique, et quoique joli il est parfaitement impraticable. D'ailleurs vous ne le trouverez dans aucun livre!

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Alors $R \approx 73 \Omega$... d'où la normalisation à 75Ω des antennes de télévision en France qui provient historiquement de l'usage intensif des dipôles $\frac{\lambda}{2}$.

Si à présent on alimente l'antenne à une distance z de son milieu, le courant à ce point sera $I(z) = I_0 \cos\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right)$, et c'est bien ce courant qui sera débité par la source. Alors la résistance de rayonnement modifiée R' sera donnée par

$$R' \frac{I(z)^2}{2} = P \Rightarrow R' = \frac{2P}{I_0^2 \cos^2\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right)} \approx \frac{73 \Omega}{\cos^2\left(\frac{2\pi z}{\lambda}\right)}. \quad (\text{V.3.19})$$

Il s'agit là d'un moyen simple de faire varier la résistance de rayonnement d'une antenne pour l'adapter à la ligne d'alimentation.

Antenne $\lambda/2$

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

V.4 Gain d'une antenne

V.4.1	Définition	135
V.4.2	Cas des antennes simples	137
V.4.3	Relation entre gain d'une antenne et résistance de rayonnement	139

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Définition

Cours :

[Lien Gain–Résistance d'une Antenne](#)

Le **Gain d'une Antenne** est le paramètre important relatif aux antennes directives. On le définit par le rapport de la puissance émise dans la direction du lobe principal à la puissance qui serait émise par une **Antenne Omnidirectionnelle**³ consommant la même puissance à la source.

Autrement dit, considérons une antenne isotrope rayonnant à la distance r le même champ que *le champ maximum de l'antenne étudiée* — sous-entendu, dans la direction du lobe principal du diagramme de rayonnement —. Si P_0 est la puissance rayonnée par cette antenne isotrope et si P est la puissance rayonnée par l'antenne étudiée dans la direction du lobe principal alors le gain g s'écrit

$$g = \frac{P_0}{P}, \quad \text{soit encore en dB, } G = 10 \log \left(\frac{P_0}{P} \right). \quad (\text{V.4.20})$$

Pour une antenne quelconque dont le champ électrique émis s'écrit

$$E(r, \theta, \phi) = \frac{A_0}{r} f(\theta, \phi), \quad (\text{V.4.21})$$

³Une telle antenne n'existe pas dans la réalité à cause de la nature vectorielle des ondes électromagnétiques.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

avec $f(\theta, \phi)$ la fonction caractéristique de l'antenne⁴, la puissance totale rayonnée s'écrit

Définition

$$\begin{aligned} P_t &= \frac{1}{2\eta} \int_S E^2 dS \\ &= \frac{A_0^2}{2\eta} \int_S f^2(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi. \end{aligned} \quad (\text{V.4.22})$$

La puissance P_0 de l'**Antenne Omnidirectionnelle** de comparaison est

$$P_0 = \frac{A_0^2}{2\eta r^2} 4\pi r^2 = \frac{2\pi A_0^2}{\eta}. \quad (\text{V.4.23})$$

De ceci nous déduisons donc

$$g = \frac{P_0}{P} = \frac{4\pi}{\int_S f^2(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi}. \quad (\text{V.4.24})$$

⁴**Attention!** Dans cet usage, la fonction caractéristique admet comme valeur maximale 1 de façon à ce que les champs maximaux émis par l'antenne dans son lobe principal et son homologue omnidirectionnel soient identiques et valent A_0/r . Cette subtilité n'était pas signalée lors de la définition préalable de la fonction caractéristique pour éviter d'introduire des termes de normalisation compliqués à calculer notamment pour les fonctions caractéristiques des antennes filaires de grande longueur.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :Champ de l'Antenne $\frac{\lambda}{2}$ Résistance de l'Antenne $\frac{\lambda}{2}$

Considérons d'abord le dipôle. De l'Éq. (V.2.4) donnant le champ émis, on déduit la **Fonction Caractéristique** $f(\theta) = \sin \theta$, au sens défini ci-dessus. En appliquant l'Éq. (V.4.24), il vient

$$g = \frac{4\pi}{\int_S \sin^3 \theta d\theta d\phi} = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta} \quad (\text{V.4.25})$$

$$\Leftrightarrow g = \frac{2}{4/3} = 1,5, \quad \text{soit } G = 1,76 \text{ dB.}$$

Considérons à présent l'antenne $\frac{\lambda}{2}$. Le champ émis atteint sa valeur maximale pour $\theta = \pi/2$, la fonction caractéristique au sens défini ci-dessus est bien donnée par l'Éq. (V.2.10), alors

$$g = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta} d\theta} = 2 \left[\int_0^\pi \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta} d\theta \right]^{-1} \quad (\text{V.4.26})$$

$$\Leftrightarrow g \approx \frac{2}{1,2188} \approx 1,64, \quad \text{soit } G = 2,15 \text{ dB.}$$

Si on connaît le gain d'une antenne et la puissance totale rayonnée, il est facile de déduire le champ émis dans le lobe principal à une distance quelconque. En effet, $P_0 = gP = \frac{A_0^2}{\eta} 2\pi$, donc $A_0 = \sqrt{\frac{\eta g P}{2\pi}} \approx \sqrt{60 g P}$. Si on cherche la valeur efficace du champ à la distance r dans le lobe principal, il suffit alors de diviser A_0/r par $\sqrt{2}$ et donc $E_{eff} \approx \frac{\sqrt{30 g P}}{r}$.

Cas des antennes simples

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :[Gain d'une Antenne](#)**Relation entre
gain d'une
antenne et
résistance de
rayonnement**

Dans le cas où l'antenne n'a pas de pertes propres, par exemple pour une antenne filaire dont la résistance du brin est négligeable, on peut écrire une relation simple entre la résistance de rayonnement et le gain. Pour cela, on repart de la forme générale du champ généré par une antenne de l'Éq. (V.4.21) et on écrit l'élément de puissance dP qui traverse l'élément de surface dS comme

$$dP = \frac{E^2}{2\eta} dS = \frac{A_0^2}{2\eta} f^2(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi. \quad (\text{V.4.27})$$

La puissance totale à travers tout l'espace est donc

$$P = \int_S dP = \frac{A_0^2}{2\eta} \int_S f^2(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi. \quad (\text{V.4.28})$$

Or $P = RI_0^2/2$, d'après la définition de la résistance de rayonnement, et donc

$$\int_S f^2(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi = \frac{RI_0^2\eta}{A_0^2}, \quad (\text{V.4.29})$$

ce qui, en reportant dans l'expression du gain, donne

$$g = \frac{4\pi A_0^2}{RI_0^2\eta}. \quad (\text{V.4.30})$$

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

V.5 Antenne parabolique

V.5.1	Description	141
V.5.2	Gain et directivité	143

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Description

L'**Antenne Parabolique** fait plutôt partie d'un autre groupe d'antennes que l'on pourrait qualifier de projecteur d'onde. Son mode de fonctionnement se comprend aisément en utilisant des analogies avec l'optique.

Une antenne parabolique est constituée de deux éléments

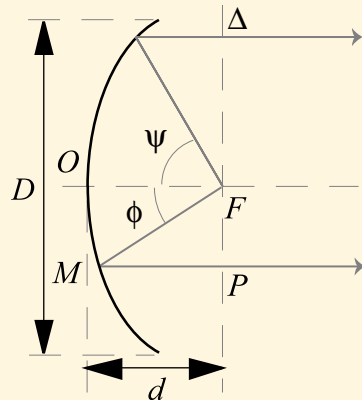
- une source elle-même réalisée au moyen d'une antenne — par exemple un dipôle ou une antenne $\frac{\lambda}{2}$ — insérée dans un guide d'onde rectangulaire ayant éventuellement un **Cornet** d'adaptation ;
- d'un réflecteur parabolique ayant pour rôle de concentrer les ondes électromagnétiques sur le dipôle — mode récepteur — ou de concentrer les ondes émises par la source placée au foyer — mode émetteur —.

Nous n'étudierons pas ici les cornets d'adaptation en extrémité de guide et nous considérerons en première approximation qu'ils remplissent parfaitement leur rôle et captent correctement la puissance électromagnétique concentrée par le réflecteur.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Description



cornet

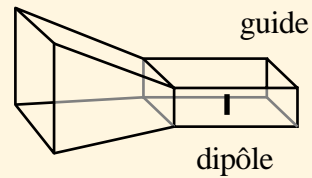


FIG. V.5.8 – Représentation schématique d'une antenne parabolique, le cornet émetteur de droite est placé au foyer F .

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Considérons la parabole de la FIG. V.5.8, de sommet O , de foyer F , de distance focale $\overline{OF} = d$, et d'ouverture totale D . La rotation de cette parabole autour de son axe engendre un parabolôïde de révolution. Alors, une onde provenant de F se réfléchit en M et coupe le plan Δ perpendiculairement en P . Ceci étant vrai pour tout angle ϕ la parabole transforme donc une onde sphérique émanant de F en une onde plane. De plus une des propriétés de la parabole est que $\overline{FM} + \overline{MP} = 2d$ pour tous les angles ϕ . En conséquence toutes les ondes coupant le plan Δ sont équiphases et on peut alors considérer la parabole comme un disque émetteur de diamètre D . Comme d'autre part on peut démontrer que pour toute antenne de ce type, c'est à dire constituée par une **Surface Équiphase** d'émission — ou de réception — le rapport entre le gain et la surface est une constante et vaut $g/A = (4\pi)/\lambda^2$, nous en déduisons que le gain maximal lié au réflecteur parabolique, si la source placée au foyer éclaire uniformément la surface, est

$$g_{max} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\pi D^2}{4} = \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2. \quad (\text{V.5.31})$$

D'autre part, la **Fonction Caractéristique** d'un disque rayonnant est connue et vaut

$$f(\theta) = \frac{2J_1(m)}{m}, \quad (\text{V.5.32})$$

avec $m = \frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta$, et J_1 la **Fonction de Bessel** d'ordre 1. Cette fonction caractéristique est tracée FIG. V.5.9 en fonction de m .

En puissance, le lobe atteint sa largeur à mi-hauteur (-3 dB) lorsque

$$\frac{2J_1(m)}{m} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow m \approx 1,6. \quad (\text{V.5.33})$$

Gain et directivité

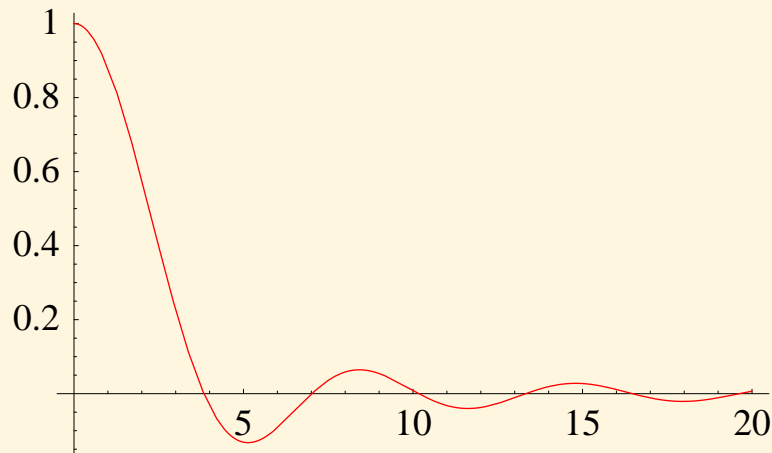


FIG. V.5.9 – Évolution de $f(\theta) = \frac{2J_1(m)}{m}$ en fonction de m .

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Dans l'approximation des petits angles où $\sin \theta \approx \theta$, on en déduit la *demi-largeur* du lobe par

$$\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta \approx 1,6 \Rightarrow \theta \approx 0,509 \frac{\lambda}{D}.$$

La largeur à mi-hauteur du lobe en ° est donc

$$2\theta \approx \frac{\lambda}{D} \times 58^\circ. \quad (\text{V.5.34})$$

Par exemple, pour $f = 10$ GHz, et $D = 2$ m, ces formules donnent $g_{max} = 43800$ et $2\theta = 0,87^\circ$. En pratique ces valeurs sont rarement atteintes à cause du gain de la source primaire placée au point focal de la parabole qui a son propre diagramme de rayonnement. Le disque correspondant à la surface d'émission de la parabole n'est donc pas en pratique uniformément éclairé et cela réduit le gain et augmente la largeur du lobe.

En règle générale il faut réduire d'un facteur voisin de 0,6 le gain maximal donné précédemment pour trouver le gain réel g_r . Il existe alors une relation semi-empirique reliant le gain et la largeur réelle du lobe exprimée en °. La largeur réelle est ici identifiée par θ_r et il ne faut pas vouloir l'identifier au θ précédent : l'Éq. (V.5.34) n'est en effet plus utilisable car la parabole n'est plus éclairée uniformément. Ceci revient à dire que le lobe de l'antenne n'est plus décrit par la fonction caractéristique de l'Éq. (V.5.32).

$$g_r \approx 0,6 \times g_{max} = 0,6 \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2$$

$$g_r \approx \frac{27000}{(2\theta_r)^2}. \quad (\text{V.5.35})$$

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Avec ces formules corrigées on trouve $g_r = 26280$ et $2\theta_r = 1,014^\circ$ pour les données précédentes. Cela se compare bien mieux à l'expérience qui a donné 25000 et $1,05^\circ$.

**Gain et
directivité**

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

V.6 Groupement d'antennes

V.6.1	Utilité	148
V.6.2	Cas de l'alignement	149

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

En pratique pour augmenter la directivité des antennes on procède à des groupement d'antennes qui grâce à des phénomènes d'**Interférence** permettent de sélectionner des zones privilégiées d'émission ou de réception. Nous traiterons ici seulement le cas de l'**Alignement Unidimensionnel** d'antennes identiques, à la fois à cause de la complexité des calculs et du temps réduit imparti pour ce cours. Cependant dans les grandes lignes, vous imaginerez vous-même les parallèles possibles en terme de calcul de résistance au rayonnement et de calcul de gain. Une fois ces données connues, de toute façon, les mêmes procédures que celles que nous allons décrire peuvent être reproduites pour calculer le champ à une distance donnée, ...

Plusieurs types d'arrangements sont utilisés :

- Les arrangements utilisant des miroirs qui créent des images électriques des antennes individuelles type $\lambda/2$.
- Les arrangements par alignement d'un grand nombre d'antennes individuelles par exemple de type $\frac{\lambda}{2}$. Si ces antennes sont alimentées en phase on améliore la directivité dans la direction perpendiculaire à l'alignement. Si on déphase linéairement ces éléments l'un par rapport à l'autre on peut jouer sur l'orientation du diagramme de rayonnement de façon dynamique — antenne à balayage —.
- Les arrangements mettant en jeu un élément émetteur — ou récepteur — perturbé par des éléments parasites judicieusement positionnés. Ceci permet un important gain de directivité à moindre frais au prix d'une réduction de la résistance de rayonnement — antenne Yagi utilisée en télévision par exemple —.

Et bien sûr on peut toujours combiner ces diverses solutions, d'où la complexité...

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cas de l'alignement

Le système auquel nous nous intéresserons [4] est décrit FIG. V.6.10

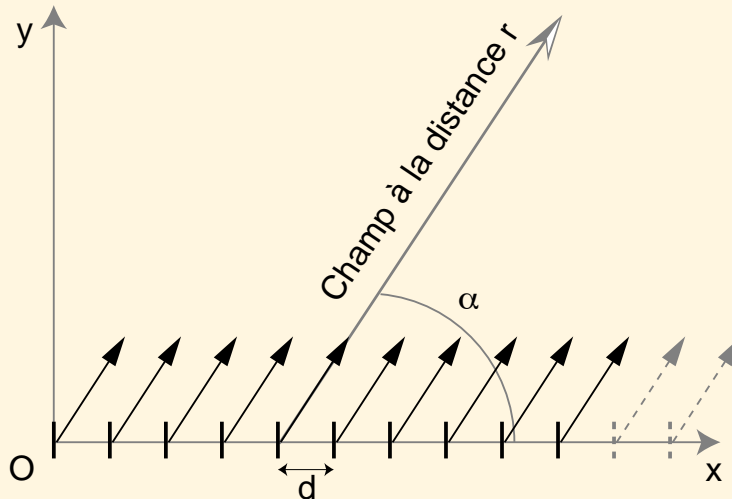


FIG. V.6.10 – Schéma d'un alignement d'antennes.

Les n antennes élémentaires sont alignées suivant l'axe x avec un espacement régulier d et elles donnent des contributions au champ \vec{E} qui s'additionnent vectoriellement dans la direction pointée par l'angle α . Nous nous placerons toujours ici en **Champ Lointain** et nous supposerons que les antennes ne se couplent pas. De plus nous supposerons aussi pouvoir les alimenter avec soit

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cas de l'alignement

- un déphasage constant ϕ entre deux antennes élémentaires adjacentes ;
- une répartition d'intensité liée à leur position dans l'alignement, c'est ce que l'on appelle usuellement l'**Apodisation**⁵.

La formule générale du champ total d'un **Réseau Linéaire** peut alors s'écrire

$$E = \sum_{i=1}^n A_i(\alpha) \exp(ji(\phi + 2\pi d \cos(\alpha))), \quad (\text{V.6.36})$$

où $A_i(\alpha)$ est une fonction d'amplitude capable de prendre en compte à la fois la répartition d'amplitude désirée et le **Diagramme de Rayonnement** propre à chaque antenne élémentaire. On notera aussi que la dépendance en $1/r$ du champ des antennes a été omise : cela correspond à tracer la fonction caractéristique de l'alignement⁶ sauf si dans la direction où toutes les contributions vectorielles s'additionnent de façon optimale les coefficients $A_i(\alpha)$ ne valent pas aussi l'unité⁷

Réseau de n éléments omnidirectionnels espacés de $\lambda/4$ et alimentés en phase

Dans ce cas nous avons $A_i(\alpha) = 1, \forall i \in [1, n]$. L'illustration ci-dessous montre l'évolution du champ total en fonction du nombre d'éléments dans le réseau. La distance entre deux antennes est $\lambda/4$. Plus n croît plus le diagramme s'affine et plus le nombre de lobes

⁵Il est connu que moins alimenter les extrémités permet une réduction des lobes secondaires d'émission (ou de réception), les ingénieurs ont développé ces techniques pour optimiser les taux de réjection des lobes secondaires, voir [4]

⁶Rappelons ici que la fonction caractéristique est normée à 1.

⁷C'est en particulier le cas où nous prendrons en compte le diagramme de rayonnement de chaque antenne élémentaire.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

secondaires est important. Dans ce cas où il n'y a pas de déphasage entre deux antennes adjacentes, le maximum d'émission se produit à la normale de l'alignement.

Cas de l'alignement

Réseau de 10 éléments omnidirectionnels espacés de $\lambda/4$ et alimentés avec un gradient de phase variable

L'illustration ci-dessous montre l'effet de l'introduction d'un gradient de phase dans le cas de 10 éléments espacés de $\lambda/4$. Le maximum d'émission ne se produit plus alors forcément à la normale de l'alignement, sa direction dépend de ϕ . L'aspect pratique est

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

la possibilité de pointer différentes directions de l'espace avec un diagramme de rayonnement pointu et un gain important sans changer la position physique de l'antenne mais seulement grâce à une commande électronique de la phase des signaux de chaque antenne.

Cas de l'alignement

Réseau de 10 éléments $\lambda/2$ espacés de $\lambda/4$ et alimentés avec un gradient de phase et une amplitude variable

Introduisons ici une double modification par rapport au cas précédent

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cas de l'alignement

- chaque antenne est maintenant prise en compte avec son diagramme de rayonnement propre. En l'occurrence ici les éléments sont des $\lambda/2$ alignés sur l'axe du réseau (cas inverse de celui dessiné au préambule).
- Les différentes antennes sont supposées alimentées avec une répartition de puissance privilégiant le centre au détriment des extrémités.

Pour ce faire il suffit d'écrire

$$A_i(\alpha) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \alpha\right)}{\sin \alpha} S(i), \quad (\text{V.6.37})$$

où

$$S(i) = \begin{cases} 0 & i \notin [1, n] \\ \frac{1}{2} \left(1 + \sin \left(\frac{(i-1)\pi}{n-1} \right) \right) & i \in [1, n] \end{cases}. \quad (\text{V.6.38})$$

La fonction $S(i)$ ci-dessous pondère l'amplitude de l'alimentation en fonction de l'indice de l'antenne considérée (apodisation). La fonction $A_i(\alpha)$ détermine le diagramme de rayonnement élémentaire de chacune des antennes. Avec la forme donnée ici les antennes $\lambda/2$ sont alignées suivant la même ligne que le réseau.

Le tracé des champs émis par les dipôles $\lambda/2$ élémentaires du réseau est donné FIG. [V.6.11](#)

On remarquera que ces champs sont maxima dans la direction orthogonale à l'axe du réseau, en accord avec l'alignement des dipôles sur l'axe.

En prenant ces conditions d'alimentation et en faisant varier ϕ , l'illustration ci-dessous montre que ce jeu de paramètres permet de balayer l'espace de façon assez satisfaisante en réduisant les lobes secondaires. Les angles proches de l'axe horizontal reste toutefois peu couverts.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cas de l'alignement

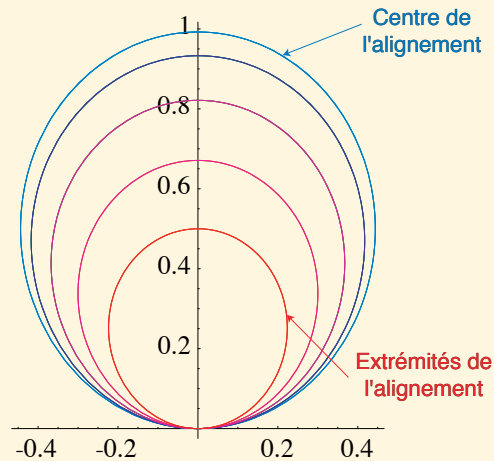


FIG. V.6.11 – Champs E des différentes antennes $\lambda/2$ du réseau « apodisé ».

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cas de l'alignement

Passons à présent au cas où les $\lambda/2$ sont orthogonaux à la ligne du réseau. Ceci est réalisé en posant

$$A_i(\alpha) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \alpha\right)}{\cos \alpha} S(i), \quad (\text{V.6.39})$$

où l'on a toujours

$$S(i) = \begin{cases} 0 & i \notin [1, n] \\ \frac{1}{2} \left(1 + \sin \left(\frac{(i-1)\pi}{n-1} \right) \right) & i \in [1, n] \end{cases}. \quad (\text{V.6.40})$$

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cas de l'alignement

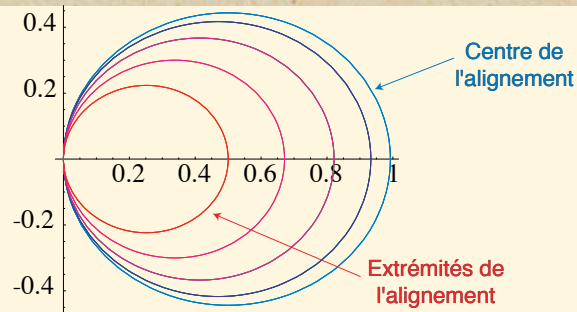


FIG. V.6.12 – Champs \vec{E} des différentes antennes $\lambda/2$ du réseau « apodisé ».

Les champs émis par les antennes $\lambda/2$ élémentaires du réseau sont alors tracés FIG. V.6.12

Il est clair ici que les antennes n'auront plus de composante d'émission à la normale de l'axe du réseau. Une telle configuration risque d'être surprenante!⁸

Alors l'illustration ci-dessous montre que le balayage en ϕ permet surtout d'atteindre les directions proches de l'axe du réseau *a contrario* de la géométrie précédente.

⁸C'est aussi un cas d'école puisque le couplage entre antennes devient maximal dans ce cas.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cas de l'alignement

Ces quelques illustrations sur les agencements d'antennes démontrent le coté prolifique que l'on peut attendre de ces méthodes. Elles sont de nos jours intensivement utilisées dans tous les domaines de longueur d'onde, par exemple en **Radioastronomie** avec des arrangements d'antennes paraboliques tel que cela peut être représenté sur la FIG. [V.6.13](#).

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cas de l'alignement



FIG. V.6.13 – Réseau d'antennes paraboliques pour la radioastronomie.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Annexe A

Exemples

A.1	Paramètres S	160
A.2	Stabilité	164
A.3	Mesure du Facteur de Bruit	169

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

A.1 Paramètres S

A.1.1	Gain d'un transistor unilatéral à 500 MHz	161
A.1.2	Cercles à gain constant d'un transistor unilatéral à 500 MHz .	162

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :
Gain Transducique Unilatéral

Exemple A.1.1

Gain d'un
transistor
unilatéral à
500 MHz

À 500 MHz un transistor a pour matrice [S]

$$[S] = \begin{pmatrix} 0,7 \angle -90^\circ & \simeq 0 \\ 2 \angle 0^\circ & 0,7 \angle -90^\circ \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1.1})$$

D'après l'Éq. (II.1.17), le gain maximum est donc de $G_{max} = 16$, soit 12 dB qui se décomposent en $G_0 = 6$ dB, $G_1 = G_2 = 3$ dB.

Notons que si l'on avait utilisé un générateur et une charge adaptés à la ligne $50 \, \Omega$ au lieu d'un système adapté au quadripôle actif on aurait eu $\rho_1 = \rho_2 = 0$ et donc G_0 comme seule contribution au gain. Ceci ne correspond bien évidemment pas au meilleur amplificateur que l'on puisse envisager avec ce transistor! *Il ne faut donc pas confondre l'adaptation de la source et de la charge à la ligne et l'adaptation de la source et de la charge au quadripôle.*

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :
[Cercles à Gain Constant](#)

Pour le transistor considéré auparavant de matrice $[S]$

$$[S] = \begin{pmatrix} 0,7 \angle -90^\circ & \simeq 0 \\ 2 \angle 0^\circ & 0,7 \angle -90^\circ \end{pmatrix}, \quad (\text{A.1.2})$$

les cercles à gain constant sont tracés sur le diagramme de la FIG. [A.1.1](#) tous les 1 dB d'atténuation apportés par la désadaptation d'entrée.

Dans ce cas particulier, on a $S_{22} = S_{11}$, et donc le diagramme de la FIG. [A.1.1](#) s'applique aussi en sortie sans avoir à retracer les cercles à gain constant. Sur ce diagramme par exemple nous avons choisi un point à l'intersection du cercle à -2 dB et du cercle 50 Ω . La valeur de coefficient de réflexion correspondant est $\rho = 0,375 + j 0,48$. En supposant que l'on réalise cette adaptation — par exemple avec un « stub » — à la fois à l'entrée et à la sortie — puisque $S_{22} = S_{11}$ — nous devons donc d'après l'abaque obtenir un système donnant un gain de 8 dB¹. L'application de la formule générale du gain transducique de l'Éq. (II.1.16) donne un résultat identique aux incertitudes de détermination graphique près, $G = 7,85$ dB .

¹Puisque nous avons 2 dB d'atténuation et entrée *et* en sortie puisque la matrice $[S]$ de l'Éq. (A.1.1) donne la même famille de cercles à gain constants en entrée et en sortie

Exemple A.1.2

Cercles à gain constant d'un transistor unilatéral à 500 MHz

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Exemple A.1.2

Cercles à gain constant d'un transistor unilatéral à 500 MHz

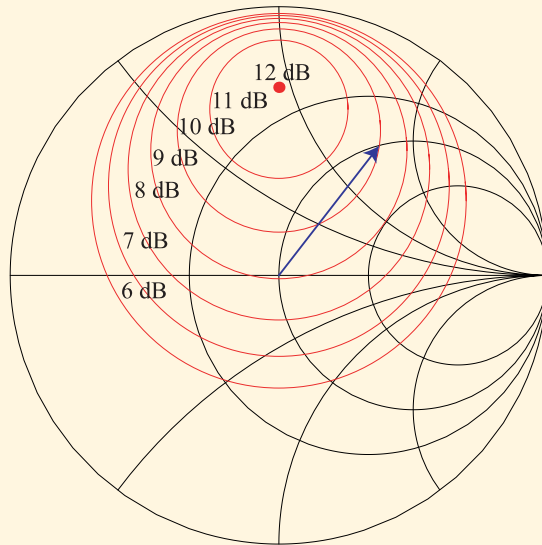


FIG. A.1.1 – Cercles à gain constant pour le transistor de matrice $[S]$ donnée ÉQ. (A.1.1). Le rayon vecteur pointe le coefficient de réflexion $\rho = 0,375 + j 0,48$.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

A.2 Stabilité

A.2.1	Facteur K d'un transistor	165
A.2.2	Cercles de stabilité d'un transistor	166

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :
Facteur K

Exemple A.2.1
Facteur K d'un
transistor

Considérons le transistor de matrice $[S]$

$$\begin{pmatrix} 0,566\angle 9,7^\circ & 0,029\angle -124,7^\circ \\ 1,372\angle -140,4^\circ & 0,868\angle -134,1^\circ \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2.3})$$

Le calcul de K donne ici, $K = 1,80$ avec $|\Delta| = 0,466$, soit un comportement **Inconditionnellement Stable** pour lequel on peut obtenir un amplificateur optimal ayant un gain de $G_{max} = 11,6$ dB, si les coefficients de réflexion $\rho_1 = 0,701\angle -0,6^\circ$, et $\rho_2 = 0,906\angle -132,5^\circ$, lui sont présentés.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :
Cercles de Stabilité

Exemple A.2.2

Cercles de
stabilité d'un
transistor

Cas n° 1 Considérons le transistor de matrice [S]

$$\begin{pmatrix} 0,4 \angle -119^\circ & 0,1 \angle 110^\circ \\ 2 \angle 66^\circ & 0,8 \angle -26^\circ \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2.4})$$

Le calcul de K donne dans ce cas $K = 0,607$, il est donc nécessaire de tracer les **Cercles de Stabilité** car le transistor est **Conditionnellement Stable**. La FIG. A.2.2 donne le tracé de ces cercles en entrée et en sortie. Le centre de l'abaque appartient dans ce cas à la zone stable, à la fois pour l'entrée et pour la sortie. Ce transistor devient instable pour des coefficients de réflexion en entrée et en sortie dont le module est élevé.

Cas n° 2 Considérons enfin un transistor TEC AsGa dont la matrice [S] est à 1,86 GHz

$$\begin{pmatrix} 0,928 \angle -53^\circ & 0,031 \angle 60^\circ \\ 2,89 \angle 128,5^\circ & 0,71 \angle -27,5^\circ \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2.5})$$

Le calcul de K donne dans ce cas $K = -0,068$, il est donc nécessaire de tracer les **Cercles de Stabilité** de la FIG. A.2.3 car le transistor est **Conditionnellement Stable**.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Exemple A.2.2

Cercles de
stabilité d'un
transistor

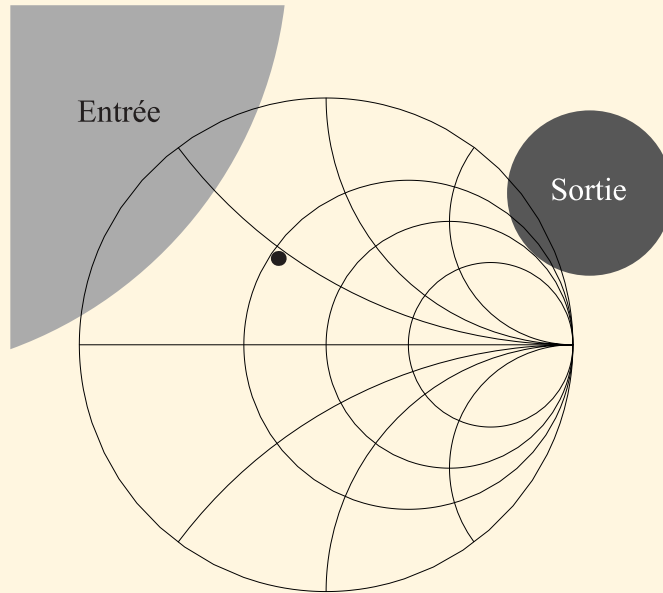


FIG. A.2.2 – Cercles de stabilité et S_{11}^* du transistor dont la matrice est donné ÉQ. (A.2.4). Le grand cercle correspond à la stabilité à l'entrée en fonction de la charge en sortie, alors que le petit correspond à la stabilité à la sortie en fonction de la charge en entrée.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Exemple A.2.2

Cercles de
stabilité d'un
transistor

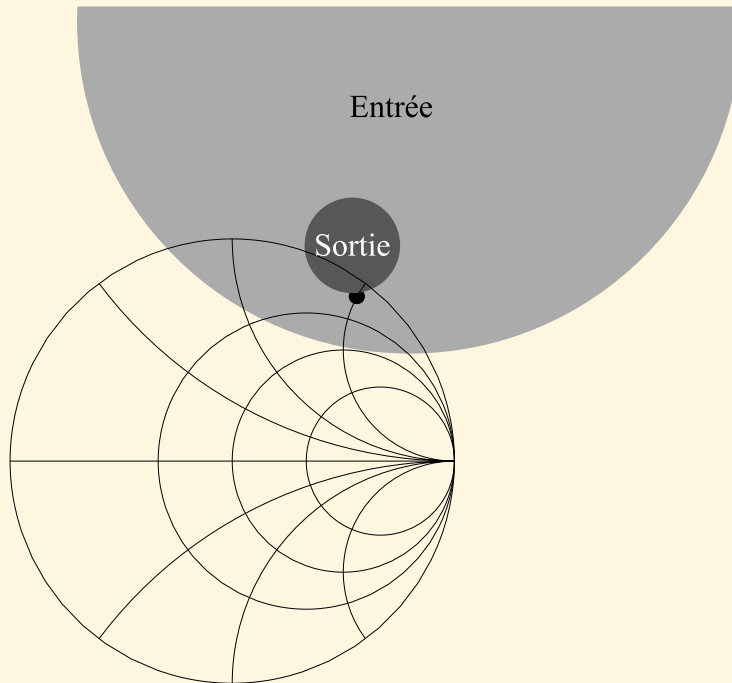


FIG. A.2.3 – Cercles de stabilité et S_{11}^* du transistor dont la matrice est donné Éq. (A.2.5). Le grand cercle correspond à la stabilité à l'entrée en fonction de la charge en sortie, alors que le petit correspond à la stabilité à la sortie en fonction de la charge en entrée.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

A.3 Mesure du Facteur de Bruit

A.3.1	Quadripôle précédé d'un atténuateur	170
A.3.2	Chaînage d'amplificateurs	171
A.3.3	Chaînage de quadripôles identiques	173

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :

Chaînage des Facteurs de Bruit

Considérons un quadripôle de facteur de bruit F et de gain G . Plaçons un atténuateur de coefficient A devant ce quadripôle. À la température de normalisation T_0 , le facteur de bruit de l'atténuateur est alors A d'après l'Éq. (IV.2.6) et donc le facteur de bruit de la chaîne sera d'après l'Éq. (IV.2.10)

$$F' = A + \frac{F - 1}{A^{-1}} = AF. \quad (\text{A.3.6})$$

Un atténuateur placé devant un amplificateur *augmente* donc le facteur de bruit de l'ensemble. Comme il s'agit d'une multiplication des coefficients linéaires cela se traduit très simplement en pratique par l'addition du facteur de bruit en dB de l'amplificateur avec le coefficient d'atténuation lui aussi exprimé en dB.

Exemple A.3.1

Quadripôle
précédé d'un
atténuateur

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :
Mesure de Bruit

Exemple A.3.2
Chaînage
d'amplificateurs

Considérons deux amplificateurs A et B de gains G_A et G_B et de facteurs de bruit F_A et F_B . Quelque soit l'ordre de chaînage des deux amplificateurs, le gain total de la chaîne sera $G_A G_B$. Par contre le facteur de bruit de la chaîne sera

$$F_{AB} = F_A + \frac{F_B - 1}{G_A}$$

si A précède B , et il sera

$$F_{BA} = F_B + \frac{F_A - 1}{G_B}$$

si B précède A .

De façon évidente, la meilleure configuration est obtenue avec le meilleur facteur de bruit. Celle-ci sera la première — A précède B — si $F_{AB} \leq F_{BA}$, soit si

$$F_A + \frac{F_B - 1}{G_A} \leq F_B + \frac{F_A - 1}{G_B}$$

$$\Leftrightarrow (F_A - 1) + \frac{(F_B - 1)}{G_A} \leq (F_B - 1) + \frac{(F_A - 1)}{G_B},$$

où il est possible de regrouper ensemble les termes dépendant de A seulement — respectivement les termes dépendant de B seulement —. Ceci fait, la condition à vérifier devient

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

$$\frac{F_A - 1}{1 - G_A^{-1}} \leq \frac{F_B - 1}{1 - G_B^{-1}}. \quad (\text{A.3.7})$$

En posant $M = \frac{F-1}{1-G^{-1}}$, le facteur de mérite de l'amplificateur, et en généralisant à plusieurs amplificateurs en série, le meilleur chaînage possible en terme de bruit, $\{A, B, C, \dots\}$, sera obtenu en classant les amplificateurs par ordre de facteur de mérite croissant, *i.e.* $M_A \leq M_B \leq M_C \leq \dots$

Exemple A.3.2

Chaînage
d'amplificateurs

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :**Chaînage des Facteurs de Bruit****Exemple A.3.3**

Chaînage de
quadripôles
identiques

Supposons que l'on chaîne n quadripôles identiques de facteur de bruit F et de gain G . D'après l'Éq. (IV.2.10) le facteur de bruit de la chaîne s'écrit

$$\begin{aligned}
 F_n &= F + \frac{F-1}{G} + \frac{F-1}{G^2} + \frac{F-1}{G^3} + \dots + \frac{F-1}{G^{n-1}} \\
 &= 1 + (F-1) \left(1 + \frac{1}{G} + \frac{1}{G^2} + \dots + \frac{1}{G^{n-1}} \right) \\
 &= 1 + (F-1) \frac{1 - G^{-n}}{1 - G^{-1}}.
 \end{aligned} \tag{A.3.8}$$

Si notre quadripôle a du gain alors $G \geq 1$ et à la limite où $n \rightarrow \infty$, il vient donc

$$F_\infty = 1 + \frac{F-1}{1 - G^{-1}} = 1 + M, \tag{A.3.9}$$

où M est le facteur de mérite qui a été défini précédemment.

Considérons par exemple le transistor dont la matrice $[S]$ est

$$\begin{pmatrix} 0,625 \angle -166,4^\circ & 0,087 \angle -8,4^\circ \\ 2,401 \angle 16,7^\circ & 0,47 \angle -135,1^\circ \end{pmatrix},$$

et dont le facteur de bruit est donné à $F = 1,7$ dB. Ce composant montre un facteur de stabilité de $K = 1,053 > 1$ avec un déterminant de sa matrice $[S]$ inférieur à 1, il est donc

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

inconditionnellement stable et le meilleur gain possible est obtenu par l'Éq. (II.3.30) et vaut $G_{max} = 13$ dB. Le tableau ci-dessous donne différentes valeurs de F_i en supposant que ce transistor a été chaîné en situation d'adaptation simultanée où il donne G_{max} .

F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_∞
1,7 dB	1,770 dB	1,773 dB	1,774 dB	1,774 dB	1,774 dB

Ces valeurs illustrent clairement que pour un composant ayant du gain le facteur de bruit atteint extrêmement vite une valeur ultime qui ne dépend plus du nombre d'étages employés. De plus l'amplitude de la variation totale reste très modérée puisqu'elle n'exède pas 0,074 dB dans cet exemple.

Exemple A.3.3

Chaînage de
quadripôles
identiques

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Annexe B

Exercices

B.1	Exercices	176
B.2	Problèmes	213

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

B.1 Exercices

B.1.1	Adaptation	177
B.1.2	Ligne chargée	179
B.1.3	Coupleur directif	181
B.1.4	« T magique » et circulateur	184
B.1.5	Adaptation d'un transistor unilatéral	188
B.1.6	Adaptation d'un transistor et stabilité	192
B.1.7	\vec{E} du dipôle $\frac{\lambda}{2}$ et de la parabole	198
B.1.8	Adaptation d'une antenne	201
B.1.9	Amplificateurs d'antenne à 2,45 GHz	204
B.1.10	Antenne Yagi	210

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Exercice B.1.1

Adaptation

Cours :

[Coefficient de Réflexion](#)

Démontrez que l'adaptation optimale entre une source et une charge se produit lorsque les impédances sont conjuguées. On utilisera l'Éq. (I.1.3) et on écrira que la puissance active $(VI^* + V^*I)/2$ doit être maximale.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Écrivons la puissance active P et maximisons la :

$$P = \frac{1}{2} (VI^* + V^*I) = \frac{E^2}{2} \left(\frac{Z_L + Z_L^*}{|Z_0 + Z_L|^2} \right)$$

On pose alors $Z_L = r_L + jx_L$ et $Z_0 = r_0 + jx_0$ et la maximisation de P revient à maximiser

$$\mathcal{P}(r_L, x_L) = \frac{r_L}{(r_0 + r_L)^2 + (x_0 + x_L)^2}$$

On dérive la fonction précédente par rapport à x_L

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x_L} = \frac{-2r_L(x_0 + x_L)}{(r_0 + r_L)^2 + (x_0 + x_L)^2} \Rightarrow \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x_L} = 0 \iff x_L = -x_0$$

où la solution trouvée est bien un maximum de \mathcal{P} .

Si on dérive $\mathcal{P}(r_L, -x_0)$ par rapport à r_L , il vient

$$\left. \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial r_L} \right|_{x_L = -x_0} = \frac{1}{(r_0 + r_L)^2} - \frac{2r_L}{(r_0 + r_L)^3} \Rightarrow \left. \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial r_L} \right|_{x_L = -x_0} = 0 \iff r_L = r_0$$

qui correspond aussi à un maximum.

Combiné avec le résultat précédent sur la réactance x_L , cela démontre que la puissance maximale est obtenue à l'adaptation : $Z_L = Z_0^*$.

Exercice B.1.1

Adaptation

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Exercice B.1.2

Ligne chargée

Cours :

[Matrice \[S\]](#)

Une ligne de transmission d'impédance caractéristique $50\ \Omega$ où la vitesse de propagation est $u = c$ est chargée par une capacité de $1\ \text{pF}$ en parallèle avec une résistance de $50\ \Omega$. Si $f = 3\ \text{GHz}$ déterminer la matrice $[S]$ dans le plan de la ligne de transmission où se trouve la charge. Même question pour un plan situé $20\ \text{mm}$ du côté du générateur.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Dans un cas aussi simple, la matrice [S] se résume au coefficient de réflexion. En passant par l'admittance, on a

$$Y = \frac{1}{R} + jC\omega \Rightarrow Z = \frac{1}{jC\omega + \frac{1}{R}} = \frac{R}{1 + jRC\omega}$$

Donc

$$S = \rho = \frac{\frac{Z}{Z_C} - 1}{\frac{Z}{Z_C} + 1} = -\frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} = -\frac{(RC\omega)^2 + 2jRC\omega}{4 + (RC\omega)^2}$$

Application Numérique : $S = -0,182 - j0,386 = 0,426 \angle 245^\circ$.

Si on fait un déplacement de 20 mm vers le générateur alors

$$S' = S \exp(-2j\phi) \quad \text{avec} \quad \phi = \frac{2\pi l}{\lambda} = \frac{2\pi l f}{c}$$

Application Numérique : $\phi = 0,4\pi = 72^\circ$ donc $S' = 0,426 \angle 101^\circ = -0,08 + j0,418$.

Exercice B.1.2

Ligne chargée

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Exercice B.1.3

Coupleur directif

Cours :

[Matrice \[S\]](#)

[Réflectométrie](#)

La matrice [S] d'un coupleur directif idéal s'écrit

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \gamma & 0 & \beta \\ \gamma & 0 & \beta & 0 \\ 0 & \beta & 0 & \gamma \\ \beta & 0 & \gamma & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix},$$

avec $\beta = j \sin \phi \exp(j\psi)$ et $\gamma = \cos \phi \exp(j\psi)$.

En supposant $\psi = 0$, déterminer ϕ pour que le couplage soit égal à 3 dB, 6 dB et 30 dB. Déterminer la matrice [S] dans le cas où la voie 1 est allongée de 20 mm et où $f = 3$ GHz.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Si $\psi = 0$, alors avec les conventions de la figure nous avons

$$\begin{aligned} b_1 &= \gamma a_2 + \beta a_4 \\ b_2 &= \gamma a_1 + \beta a_3 \\ b_3 &= \beta a_2 + \gamma a_4 \\ b_4 &= \beta a_1 + \gamma a_3 \end{aligned} ,$$

ce qui peut correspondre à un coupleur tel que celui représenté dans la figure.

Le couplage sera donc de 3, 6 et 30 dB (en fait -3, -6 et -30 dB puisqu'un coupleur n'a pas de gain...) lorsque $|\frac{b_4}{a_1}| = |\beta|$ égalera cette valeur, soit :

$$\begin{aligned} 20 \log(\sin \phi) &= -3, -6, -30 \text{ dB} \\ \Rightarrow \phi &= \arcsin \left(10^{\frac{-3}{20}}, 10^{\frac{-6}{20}}, 10^{\frac{-30}{20}} \right) \end{aligned}$$

Soit $\phi = 45^\circ, 30^\circ, 2^\circ$

Si la voie 1 est allongée de 20 mm, alors S_{11} doit être multiplié par $\exp(-2j\phi)$ avec $\phi = \frac{2\pi l}{\lambda} = \frac{2\pi l f}{c}$.

Dans les mêmes conditions, S_{ij} où $i \neq j$ et où $i = 1$ ou $j = 1$ est multiplié par $\exp(-j\phi)$.

Avec les valeurs numériques, $\phi = 0,4\pi = 72^\circ$, et alors

$$S' = \begin{pmatrix} 0 & \gamma' & 0 & \beta' \\ \gamma' & 0 & \beta & 0 \\ 0 & \beta & 0 & \gamma \\ \beta' & 0 & \gamma & 0 \end{pmatrix}$$

avec $\gamma' = \exp(-j0,4\pi) \gamma$ et $\beta' = \exp(-j0,4\pi) \beta$.

Exercice B.1.3

Coupleur directif

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Exercice B.1.3

Coupleur directif

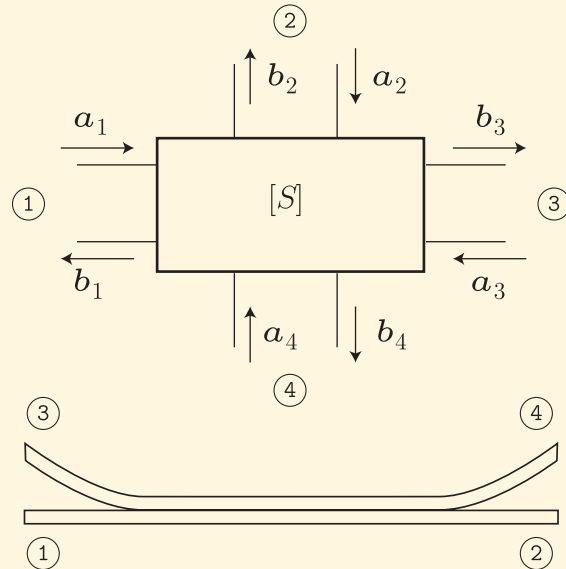


FIG. B.1.1 – Conventions pour les ondes entrantes et sortantes des différents ports.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :
[Matrice \[S\]](#)

Exercice B.1.4
« T magique » et
circulateur

Pour un « T magique », la matrice [S] a pour éléments

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Si $a_i = 1$ et $a_j = 0 \quad \forall j \neq i$, calculer b_j et $|b_j|^2$ pour $i = 1 \dots 4$ en supposant les bras adaptés.

Reprendre le même exercice pour un circulateur de matrice [S]

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \exp(j\theta) \\ \exp(j\theta) & 0 & 0 \\ 0 & \exp(j\theta) & 0 \end{pmatrix}.$$

Que représente θ ?

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

En développant la matrice du « T magique », on a

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(a_3 - a_4) \\ b_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(a_3 + a_4) \\ b_3 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(a_1 + a_2) \quad , \\ b_4 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(a_2 - a_1) \end{aligned}$$

Chaque onde entrante est divisée à parts égales sur deux voies. Cependant, l'échange d'ondes entre les ports 1 et 4 se fait donc avec un déphasage de π alors que les autres se font sans déphasage.

On peut résumer la fonction en se plaçant dans le cas $a_i = 1$ et $a_j = 0 \forall j \neq i$ par

- une onde pénétrant en 1 donne en 3 et en 4 deux ondes en opposition de phase d'amplitude égales, et rien en 1 et en 2 ;
- une onde pénétrant en 2 donne en 3 et 4 deux ondes en phase d'amplitude égales et rien en 1 et en 2 ;
- une onde pénétrant en 3 donne en 1 et 2 deux ondes en phase d'amplitude égales et rien en 3 et en 4 ;
- une onde pénétrant en 4 donne en 1 et en 2 deux ondes en opposition de phase d'amplitude égales, et rien en 3 et en 4.

Ceci se résume sur la figure suivante

En développant la matrice du circulateur, on a

$$\begin{aligned} b_1 &= \exp(j\theta)a_3 \\ b_2 &= \exp(j\theta)a_1 \\ b_3 &= \exp(j\theta)a_2 \end{aligned}$$

Exercice B.1.4

« T magique » et circulateur

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Exercice B.1.4

« T magique » et
circulateur

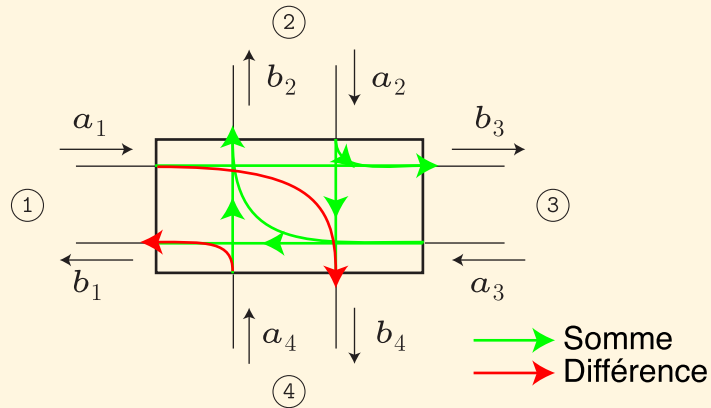


FIG. B.1.2 – Échanges d'ondes entre les ports du « T magique ».

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Les ondes à la sortie du circulateur sont donc des permutations circulaires des ondes à l'entrée, θ représente alors un déphasage.

On peut résumer par

- une onde pénétrant en 1 donne une onde de même amplitude en 2 mais déphasée de θ ;
- une onde pénétrant en 2 donne une onde de même amplitude en 3 mais déphasée de θ ;
- une onde pénétrant en 3 donne une onde de même amplitude en 1 mais déphasée de θ .

Le circulateur peut être utilisé pour isoler une source en 1 d'une forte réflexion apportée par une charge désadaptée placée en 2 grâce par exemple à une charge $50\ \Omega$ placée en 3 qui absorbera cette puissance réfléchie. Ceci l'embryon d'une technique de protection du récepteur dans un radar par exemple.

Exercice B.1.4

« T magique » et
circulateur

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :[Gain Transducique Unilatéral](#)[Adaptation d'un Quadripôle](#)[Utilisation d'Éléments Localisés](#)**Exercice B.1.5**Adaptation d'un
transistor
unilatéral

Un transistor a les matrices $[S]$ suivantes :

$$[S] = \begin{pmatrix} 0,305 \angle -81^\circ & 0,024 \angle +93^\circ \\ 3,85 \angle +91^\circ & 0,860 \angle -14^\circ \end{pmatrix} \quad \text{à 3 GHz,}$$

$$[S] = \begin{pmatrix} 0,238 \angle -119^\circ & 0,0385 \angle +110^\circ \\ 2,19 \angle +66^\circ & 0,830 \angle -26^\circ \end{pmatrix} \quad \text{à 5 GHz.}$$

Ce transistor est placé entre deux lignes d'impédance caractéristique 50Ω . Le générateur et la ligne de sortie sont adaptés à 50Ω .

1. Justifier la supposition d'unilatéralité du composant.
2. Calculer le gain en puissance composite (gain transducique) à 3 GHz et 5 GHz.
3. On adapte l'entrée à l'aide d'un quadripôle sans pertes. Calculer le nouveau gain transducique. Si on adapte aussi la sortie, quel serait le gain du transistor ?
4. Le quadripôle d'adaptation est réalisé à l'aide d'une cellule du type capacité C_1 en parallèle et self L_1 en série — voir FIG. B.1.3 —. Calculer les valeurs des éléments qui réalisent l'adaptation à 3 GHz et à 5 GHz en montrant que cette cellule permet de réaliser simultanément :

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

- l'adaptation vis-à-vis du générateur en présentant à ce dernier une impédance de $50\ \Omega$,
- l'adaptation vis-à-vis du transistor en présentant à ce dernier le facteur de réflexion S_{11}^* .

Note : Ceci devra être réalisé soit grâce à l'abaque de Smith, soit par un calcul direct.

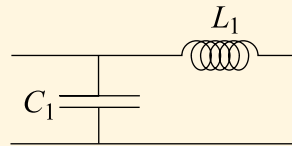


FIG. B.1.3 – Cellule d'adaptation

Exercice B.1.5

Adaptation d'un transistor unilatéral

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

1/ La supposition d'unilatéralité est valable ici car $\frac{S_{12}}{S_{21}} \ll 1$. En effet on calcule $\frac{S_{12}}{S_{21}} \approx 0,006$ à 3 GHz et $\frac{S_{12}}{S_{21}} \approx 0,018$ à 5 GHz. Cette valeur supérieure à 1% montre que l'on arrive là à la limite d'une telle supposition. En tout état de cause, il ne faut pas s'attendre à ce que les résultats numériques soit plus précis que cet ordre de grandeur !

2/ Puisqu'il ce transistor est unilatéral, nous pouvons employer la formule simplifiée du gain transducique. Comme il est placé entre une source adaptée 50 Ω et une charge adaptée à 50 Ω aussi, son gain transducique sera simplement $G_t = |S_{21}|^2$, soit 11,7 dB à 3 GHz et 6,8 dB à 5 GHz.

3/ Dans le cas général, le gain transducique est un produit de trois termes $G_t = G_1 G G_2$ où G_1 et G_2 sont les gains d'adaptation d'entrée et de sortie et où $G = |S_{21}|^2$. Les gains G_1 et G_2 prennent leurs valeurs maximales $G_{1max} = \frac{1}{1-|S_{11}|^2}$ et $G_{2max} = \frac{1}{1-|S_{22}|^2}$ lorsque le transistor est correctement adapté. Le tableau ci-dessous détaille tous les cas possibles bien que la réponse à la première question posée soit le produit $G G_{1max}$ donc la somme des gains en dB donnés ci-dessous pour ces variables.

Gains	G (dB)	G_{1max} (dB)	G_{2max} (dB)	G_{max} (dB)
$f = 3$ GHz	11,7	0,42	5,84	17,9
$f = 5$ GHz	6,8	0,25	5,07	12,1

Lorsque le transistor est adapté en entrée et en sortie, le gain est le G_{max} du tableau précédent.

Exercice B.1.5

Adaptation d'un transistor unilatéral

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

4/ Grâce à l'abaque de Smith et à la méthode décrite dans le document de cours, on trouve¹ :

À 3 GHz $L \approx 2,4 \text{ nH}$ et $C \approx 0,34 \text{ pF}$

À 5 GHz $L \approx 1,2 \text{ nH}$ et $C \approx 0,39 \text{ pF}$

Exercice B.1.5

Adaptation d'un
transistor
unilatéral

¹N'oubliez pas que la précision des méthodes graphiques est toute relative sur des abaques de taille standard. Ne soyez nullement surpris d'écarts éventuels entre vos résultats et ceux donnés ici, pourvu que ces écarts restent de l'ordre de quelques 10^{-2} .

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :[Cercles de Stabilité](#)[Adaptation d'un Quadripôle](#)[Utilisation d'Éléments Localisés](#)**Exercice B.1.6**Adaptation d'un
transistor et
stabilité

À 550 MHz, un transistor bipolaire a la matrice [S]

$$[S] = \begin{pmatrix} 0,345 \angle -177^\circ & 0,063 \angle +72^\circ \\ 5,774 \angle +82^\circ & 0,390 \angle -21^\circ \end{pmatrix}. \quad (\text{B.1.1})$$

1. En supposant le transistor unilatéral, calculer le gain maximal que l'on peut attendre de ce composant.
2. Calculer le rayon et la position du centre du cercle de stabilité en entrée. Ce cercle coupe-t-il l'abaque? On donne le déterminant de la matrice [S], $\Delta = 0,2 - 0,12j = 0,23 \angle -31^\circ$.
3. Sachant qu'il en est de même pour la stabilité en sortie, quelle est votre conclusion en ce qui concerne la stabilité de ce composant.
4. On choisit d'adapter ce transistor avec les coefficients de réflexion

$$\rho_1 = 0,7213 \angle +180^\circ$$

$$\rho_2 = 0,7386 \angle +23^\circ$$

à l'entrée et à la sortie. Calculer les coefficients de réflexion S'_{11} et S'_{22} vus à l'entrée et à la sortie du transistor.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

5. En déduire le gain transducique. Comparez au gain du transistor unilatéral. Que réalisent ρ_1 et ρ_2 ? Comment peut-on déterminer leurs valeurs ?
6. On se propose de réaliser les adaptateurs par des éléments localisés.
 - Pour la cellule d'entrée on choisit le schéma de la FIG. B.1.3. Calculer les valeurs des éléments pour réaliser l'adaptation.
 - Pour la cellule de sortie on choisit le schéma dual de celui de la FIG. B.1.3 — c'est-à-dire que C_1 est remplacé par L_2 et L_1 est remplacé par C_2 —. Calculer les valeurs des éléments pour réaliser l'adaptation.

Exercice B.1.6

Adaptation d'un transistor et stabilité

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

1/ Supposer l'unilatéralité signifie $S_{12} = 0$, alors on a

$$G = |S_{21}|^2 \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} \frac{1}{1 - |S_{22}|^2} = 16,5 \text{ dB}$$

2/ Le cercle de stabilité en entrée est défini par son rayon R et la position de son centre \overline{OC} par

$$R = \frac{|S_{12}||S_{21}|}{||S_{22}|^2 - |\Delta|^2|}$$

$$\overline{OC} = \frac{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2}$$

Calculons d'abord $\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$. À la main ceci est fort pénible à cause des multiplications complexes que l'on réalise de préférence en coordonnées polaires avant de passer aux coordonnées cartésiennes pour faire les additions et soustractions.

Cela donne $\Delta = 0,199 - j0,118 = 0,231 \angle -30,64^\circ$, donc $R = 3,69$.

Pour le centre, on trouve $\overline{OC} = 4,37 + j1,87 = 4,71 \angle 23,2^\circ$.

La conclusion est que $|\overline{OC}| - R > 1$ et donc que le cercle de stabilité ne coupe jamais le cercle extérieur de l'abaque de Smith. Comme le centre de l'abaque qui correspond au point 50Ω est stable, notre transistor est stable entrée.

3/ Si le transistor est stable aussi en sortie, il est donc inconditionnellement stable.

La figure ci-dessous représente les cercles de stabilité de ce transistor.

Exercice B.1.6

Adaptation d'un transistor et stabilité

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Exercice B.1.6

Adaptation d'un
transistor et
stabilité

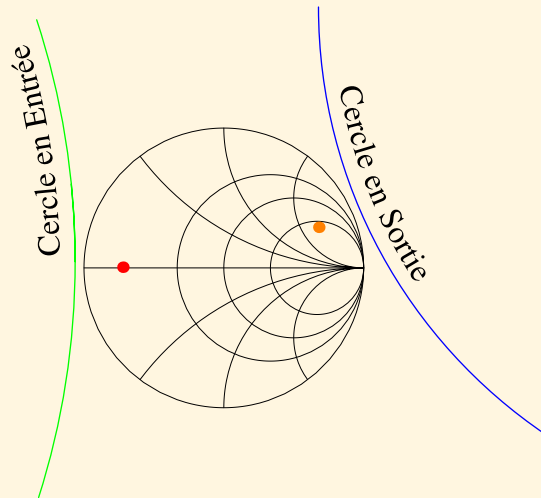


FIG. B.1.4 – Cercles de stabilité et coefficients de réflexion ρ_1 et ρ_2 .

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

4/ Les formules à utiliser sont

$$S'_{11} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\rho_2}{1 - S_{22}\rho_2}$$

$$S'_{22} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\rho_1}{1 - S_{11}\rho_1}$$

En pratique ce calcul est très lourd à la main. Si on dispose d'un ordinateur ou d'une machine faisant aisément les multiplications et divisions en complexe, on trouve

$$S'_{11} \approx 0,7215 \angle -179,7^\circ$$

$$S'_{22} \approx 0,7386 \angle -22,89^\circ$$

On doit conclure ici que $S'_{11} = \rho_1$ et $S'_{22} = \rho_2$, c'est à dire que ρ_1 et ρ_2 réalisent l'adaptation simultanée.

5/ Dans la suite logique de l'exercice, on calcule le gain transducique en disant que c'est le produit $G = G_1 G_i G_2$ avec

$$G_i = |S_{21}|^2$$

$$G_1 = \frac{1 - |\rho_1|}{|1 - \rho_1 S'_{11}|^2}$$

$$G_2 = \frac{1 - |\rho_2|}{|1 - \rho_2 S'_{22}|^2}$$

Ceci génère encore de douloureux calculs manuels en complexe pour les dénominateurs de G_1 et G_2 , et on trouve

$$G_1 = 3,19 \text{ dB} \quad G_i = 15,23 \text{ dB} \quad G_2 = -0,477 \text{ dB}$$

Exercice B.1.6

Adaptation d'un transistor et stabilité

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Donc $G = 17,95$ dB, c'est à dire que le gain calculé ici est supérieur à celui calculé pour le quadripôle unilatéral. Cette approximation et l'adaptation qui en découle est donc trop grossière en pratique même si ici $\frac{|S_{12}|}{|S_{21}|} \approx 1\%$.

Au vu du chapitre « Stabilité » du cours, nous pourrions revoir les réponses à cet exercice en calculant le facteur de stabilité de Rollet. On trouve $K = 1,075 > 1$, ce qui signifie immédiatement que la stabilité est donc inconditionnelle (questions 2/ & 3/) et que l'adaptation simultanée est possible avec $\rho_1 = 0,722 \angle 179,6^\circ$ et $\rho_2 = 0,739 \angle 23,1^\circ$ (question 4/). Il en découle que le gain maximal est alors

$$G_{max} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|} |K - \sqrt{K^2 - 1}| = 17,95 \text{ dB}$$

ce qui est bien ce que nous venons de trouver.

6/ La méthode décrite dans le document de cours permet de trouver les valeurs des éléments, on trouve :

- $L_1 \approx 5,5$ nH et $C_1 \approx 12,1$ pF
- $L_2 \approx 25,8$ nH et $C_2 \approx 2,4$ pF

Exercice B.1.6

Adaptation d'un transistor et stabilité

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :[Champ de l'Antenne \$\frac{\lambda}{2}\$](#) [Antenne Parabolique](#)[Adaptation d'un Quadripôle](#)[Utilisation d'Éléments Localisés](#)**Exercice B.1.7**

\vec{E} du dipôle $\frac{\lambda}{2}$ et
de la parabole

1. Calculer le champ électrique créé à 1 km par une antenne $\frac{\lambda}{2}$ verticale dont le courant au centre est 1 A, dans les directions 0° , 30° et 60° par rapport à l'horizontale.
2. Comparez avec un dipôle de longueur $l = 0,1 \lambda$ dans les mêmes conditions.
3. Quel serait ce champ dans le plan horizontal si l'antenne d'émission était une parabole de résistance au rayonnement 50Ω , et de diamètre 1 m utilisée à 3 GHz.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Or nous avons vu la relation entre gain, g , et résistance de rayonnement, R , pour une antenne idéale sans pertes internes

$$Rg = 4\pi \frac{A_0^2}{\eta I_0^2} \Rightarrow A_0^2 = \frac{\eta I_0^2 Rg}{4\pi}$$

Comme le champ lointain \vec{E} d'une antenne a son module qui varie en $\frac{A_0}{r}$, nous aurons

$$E = \frac{A_0}{r} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{\eta I_0^2 Rg}{4\pi}}$$

Application Numérique : $E = 0,94 \text{ V/m}$

L'antenne parabolique produit elle un champ bien plus intense comme l'indique son gain très élevé. La contrepartie est évidemment sa directivité beaucoup plus grande.

Exercice B.1.7
 \vec{E} du dipôle $\frac{\lambda}{2}$ et
de la parabole

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :
Résistance du Dipôle**Exercice B.1.8**
Adaptation d'une
antenne

Une antenne infiniment fine de longueur $l = \frac{\lambda}{2}$ présente en réalité une impédance caractéristique Z_e vérifiant $Z_e = 73,2 + j42,5 \Omega$.

1. Placer cette impédance sur un abaque de Smith en considérant l'impédance de normalisation à 50Ω
2. Cette antenne est alimentée à 550 MHz par le transistor de matrice [S]

$$[S] = \begin{pmatrix} 0,345 \angle -177^\circ & 0,063 \angle +72^\circ \\ 5,774 \angle +82^\circ & 0,390 \angle -21^\circ \end{pmatrix}.$$

On sait que ce transistor donne son meilleur gain avec les coefficients de réflexion $\rho_1 = 0,7213 \angle +180^\circ$, et $\rho_2 = 0,7386 \angle +23^\circ$ à l'entrée et à la sortie. Adapter la sortie du transistor à l'antenne avec une cellule réactive à éléments localisés.

3. Le transistor étant supposé adapté à l'entrée avec une cellule réalisant ρ_1 , on l'attaque avec un générateur fournissant 10 dBm, en déduire le champ électrique maximal à 3 km de l'antenne.
4. On combine cette antenne avec un réflecteur parabolique de diamètre 1,63 m. Quel est le gain de la nouvelle antenne ? Quel est le champ à 3 km ? (On supposera que l'impédance de l'antenne $\frac{\lambda}{2}$ n'a pas varié et que toute la puissance émise par ce dipôle est reprise par le réflecteur parabolique).

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

1/ L'impédance réduite est $z_e = 1,464 + j0,85$.

2/ Ici c'est le cas général d'adaptation qui s'applique car ni la sortie du transistor ni l'antenne ne sont adaptés avec 50Ω . On doit adapter $\rho_e = \frac{z_e - 1}{z_e + 1} = 0,275 + j0,250 = 0,372 \angle 42,3^\circ$ à $\rho_2 = 0,739 \angle 23^\circ$.

On trouve entre le transistor à gauche et l'antenne à droite une cellule comportant, une inductance L_p en parallèle coté transistor, et une capacité C_s en série coté antenne, avec les valeurs suivantes pour les éléments

$$L_p = 180 \text{ nH} \quad C_s = 3,12 \text{ pF}$$

3/ Si ce transistor est adapté à son entrée aussi alors nous avons vu dans les exercices précédents que son gain est $G = 17,95 \text{ dB}$, soit une valeur scalaire de 62,3.

Si on l'attaque avec $P_{in} = 10 \text{ dBm}$, alors $P_{out} = 27,95 \text{ dBm}$, soit $P_{out} = 623 \text{ mW}$.

Pour calculer le champ électrique produit par l'antenne dans ces conditions, il faut savoir quel est le courant maximal I_0 qui la traverse. Or la puissance fournie par le transistor n'est dépensée que dans la résistance de rayonnement de l'antenne, donc $R_e \frac{I_0^2}{2} = P_{out}$, ce qui donne $I_0 = 130 \text{ mA}$. Alors comme

$$E = \frac{\eta I_0 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{2\pi r \sin\theta}$$

pour $\theta = \frac{\pi}{2}$, E est maximal et $E = 2,61 \text{ mV/m}$.

Exercice B.1.8

Adaptation d'une antenne

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

4/ Avec $D = 1,63$ m, $\lambda = \frac{c}{f} = 0,545$, on a $\frac{D}{\lambda} = 3$. Alors le gain de la parabole est $g = 0,6 \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 = 53,3 = 17,3$ dB.

Comme le gain initial de l'antenne $\frac{\lambda}{2}$ était de 2,15 dB, E^2 a été augmenté de $17,3 - 2,15 = 15,1$ dB par ce nouveau montage. Donc le champ produit par la parabole est dans ce rapport

$$\frac{E_{\text{parabole}}}{E_{\frac{\lambda}{2}}} = 10^{\frac{15,1}{20}} = 5,7 \Rightarrow E_{\text{parabole}} = 14,9 \text{ mV/m}$$

Exercice B.1.8

Adaptation d'une
antenne

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cours :Facteur K

Chaînage des Facteurs de Bruit

Résistance de l'Antenne $\frac{\lambda}{2}$

Utilisation d'Éléments Localisés

Exercice B.1.9

Amplificateurs
d'antenne à 2,45
GHz

Transistor	Matrice [S]	$ \det(S) $	Facteur de Bruit
A	$\begin{pmatrix} 0,8\angle -30^\circ & 0,05\angle -120^\circ \\ 1\angle -140^\circ & 0,6\angle -60^\circ \end{pmatrix}$	0,529	1,2 dB
B	$\begin{pmatrix} 0,8\angle -90^\circ & 0,01\angle -100^\circ \\ 4\angle 150^\circ & 0,8\angle -120^\circ \end{pmatrix}$	0,648	1,7 dB
C	$\begin{pmatrix} 0,65\angle -170^\circ & 0,05\angle -10^\circ \\ 2,5\angle 20^\circ & 0,5\angle -130^\circ \end{pmatrix}$	0,263	1,4 dB
D	$\begin{pmatrix} 0,6\angle -120^\circ & 0,05\angle 30^\circ \\ 2\angle 30^\circ & 0,8\angle -130^\circ \end{pmatrix}$	0,423	1,2 dB

On dispose dans un tiroir de quatre transistors A , B , C et D tous différents et dont les caractéristiques à $f = 2,45$ GHz sont donnés dans la Table ci-dessus.

1. Caractériser ces transistors en terme de stabilité. Si l'adaptation simultanée est possible, donner leur G_{max} .

Sommaire
Concepts
Noms
Bibliographie

Exemples
Exercices
Documents

2. Choisir deux transistors *différents* pour obtenir le *meilleur* amplificateur à deux étages en terme de *gain*. Donner le facteur de bruit résultant.
3. Choisir deux transistors *différents* pour obtenir le *meilleur* amplificateur à deux étages en terme de *bruit*. Donner le gain résultant.
4. On retrouve au fond du tiroir un second transistor *B*. Quel sera le gain et le bruit d'un amplificateur cascadeant deux transistors *B*? Ceci n'étant possible que si les coefficients de réflexion $\rho_1 = 0,818\angle 96,4^\circ$ et $\rho_2 = 0,818\angle 126,4^\circ$ sont présentés respectivement à l'entrée et à la sortie du transistor *B*, quelle sera la meilleure solution pour réaliser l'adaptation inter-étage?
5. On utilise l'amplificateur précédent pour alimenter une antenne $\lambda/2$ dont le brin a une épaisseur $d = \lambda/100$. Son impédance est alors approximativement

$$Z_e = \left(73,2 - \frac{5400}{R_c} \right) + j \left(42,5 - \frac{9700}{R_c} \right),$$

avec

$$R_c = 120 \left[\ln \left(\frac{\lambda}{d} \right) - 1 \right],$$

transformer l'impédance correspondant à $\rho_2 = 0,818\angle 126,4^\circ$ en Z_e grâce à une capacité-série et une capacité-parallèle pour adapter la sortie de l'amplificateur à l'antenne.

Exercice B.1.9

Amplificateurs
d'antenne à 2,45
GHz

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

1/ Cela se traite en calculant le facteur de stabilité de Rollet K . On a

$$K = \frac{1 + |\Delta|^2 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2}{2|S_{12}| |S_{21}|}.$$

Si $K > 1$ et $|\Delta| < 1$ alors

$$G_{max} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|} |K - \sqrt{K^2 - 1}|.$$

La bonne idée consiste pour la suite à calculer aussi le facteur de mérite

$$M = \frac{F - 1}{1 - G^{-1}}.$$

On rappellera aussi dans le tableau ci-dessous le facteur de bruit

Transistor	K	M	F (dB)	Stable ?	G_{max} (dB)
A	2,8	0,437	1,2	Oui	5,7
B	1,75	0,483	1,7	Oui	21
C	1,59	0,403	1,4	Oui	12,5
D	0,89	—	1,2	Non	—

2/ Le meilleur ampli en terme de gain associe les deux transistors de plus fort gain : le B et le C. Le gain sera alors $G = 33,5$ dB et le meilleur facteur de bruit sera celui de C + B (ordre croissant des facteurs de mérite)

$$F_{C+B} = F_C + \frac{(F_B - 1)}{G_C} = 1,48 \text{ dB}.$$

Exercice B.1.9

Amplificateurs
d'antenne à 2,45
GHz

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Notez que montés dans l'autre sens (B+C) cela donnerait²

$$F_{B+C} = F_B + \frac{(F_C - 1)}{G_B} = 1,71 \text{ dB.}$$

3/ Le meilleur ampli en terme de bruit est obtenu avec la combinaison des deux transistors de plus faibles M : ce sera C + A, son gain sera $G = 18,2 \text{ dB}$, et son facteur de bruit

$$F_{C+A} = F_C + \frac{(F_A - 1)}{G_C} = 1,46 \text{ dB.}$$

Son bruit n'est donc pas vraiment meilleur que le précédent, et ce malgré un nette détérioration du gain.

4/ On aura $G_{B+B} = 42 \text{ dB}$, et

$$F_{B+B} = F_B + \frac{F_B - 1}{G_B} = 1,71 \text{ dB.}$$

L'adaptation aura pour rôle de nous faire passer de ρ_2 à ρ_1^* , ce qui revient à transformer l'impédance d'entrée du second transistor (ρ_1^*) en ρ_2 , le coefficient de réflexion à placer à la sortie du premier pour réaliser l'adaptation simultanée. La meilleure solution sera donc une ligne puisque les modules de ces coefficients de réflexions sont égaux.

²Notez aussi que pour calculer ces valeurs il faut prendre les valeurs scalaires correspondant aux dB et non pas mettre directement dans ces formules les valeurs en dB, soit trouvées précédemment, soit données dans l'énoncé... voilà l'origine de nombreuses erreurs!

Exercice B.1.9

Amplificateurs
d'antenne à 2,45
GHz

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Cette ligne fera passer de ρ_2 à $\rho_1^* = 0,818 \angle -96,4^\circ$ soit $137,2^\circ$ vers la charge. Comme 360° de déphasage correspondent à une longueur de ligne λ , la longueur de la ligne à utiliser ici sera donné par une simple règle de 3

$$\frac{137,2}{360} \lambda \approx 0,381 \lambda \approx 4,7 \text{ cm.}$$

5/ On calcule $z_e = 1,214 + 0,402 j$.

On place le point sur l'abaque directement grâce aux graduations de celui-ci.³

La construction de l'abaque Fig. B.1.5 donne alors $C_{\text{serie}} = 12,1 \text{ pF}$, et $C_{\text{parallel}} = 2,7 \text{ pF}$.

Exercice B.1.9

Amplificateurs
d'antenne à 2,45
GHz

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

³Il est inutile de calculer le coefficient de réflexion !

Exercice B.1.9
Amplificateurs
d'antenne à 2,45
GHz

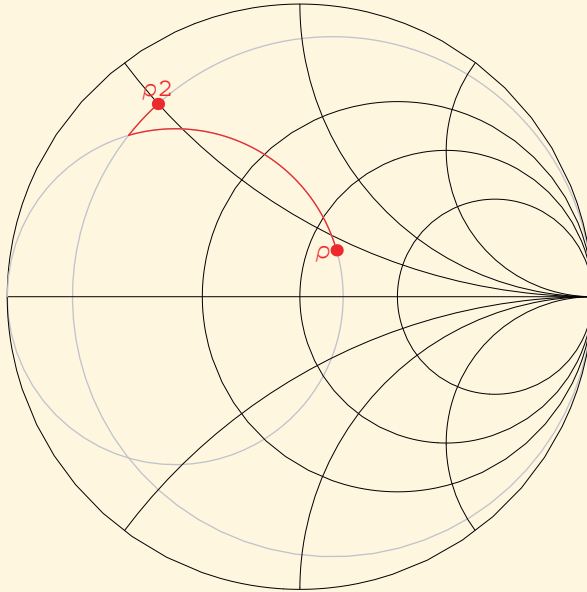


FIG. B.1.5 – Adaptation de ρ_2 à $\rho = (z_e - 1)/(z_e + 1)$.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Exercice B.1.10

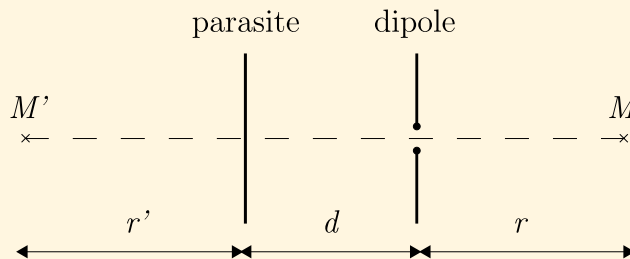
Antenne Yagi

Cours :

Alignement d'Antennes

Deux dipôles résonnants sont situés à une distance d l'un de l'autre. L'un de ces dipôles est alimenté et rayonne avec une amplitude E_0 et un déphasage initial nul ; l'autre qui n'est pas alimenté (on l'appelle le parasite) va rayonner par induction avec une amplitude E'_0 et un déphasage propre (entre champ incident et champ rayonné) de 180° (loi de Lenz).

1. En prenant l'origine des phases au niveau du dipôle alimenté, calculer le champ total créé en un point M situé à une distance r à droite du dipôle et en un point M' situé à une distance r' à gauche du parasite.
2. Application au cas où $d = \lambda/4$ et $E'_0 = E_0$ (couplage maximum). Interprétation du résultat.



[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

1/ Pour le dipôle alimenté

$$E_d(M) = E_0 \exp \left[j \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r \right) \right]$$

et

$$E_d(M') = E_0 \exp \left[j \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (d + r') \right) \right]$$

Pour le parasite

$$E_p(M) = E'_0 \exp \left[j \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (d + r) - \phi \right) \right]$$

et

$$E_p(M') = E'_0 \exp \left[j \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r' - \phi \right) \right]$$

où $\phi = +\pi + \frac{2\pi}{\lambda} d$ est la phase de rayonnement du parasite soumis au champ du dipôle.

Donc

$$E_T(M) = E_d(M) + E_p(M)$$

$$E_T(M) = \exp \left[j \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r \right) \right] \left[E_0 - E'_0 \exp \left(-j \frac{4\pi}{\lambda} d \right) \right]$$

et

$$E_T(M') = E_d(M') + E_p(M')$$

$$E_T(M') = \exp \left[j \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (d + r') \right) \right] [E_0 - E'_0]$$

Exercice B.1.10

Antenne Yagi

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

2/ Si $d = \frac{\lambda}{4}$ et $E_0 = E'_0$ qui est le cas du couplage maximal entre le dipôle et le parasite, alors $\exp(-j\frac{4\pi}{\lambda}d) = \exp(-j\pi) = -1$, donc

$$E_T(M) = 2E_0 \exp \left[j \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r \right) \right]$$

Soit

$$E_T(M) = 2E_d(M)$$

De l'autre coté comme $E_0 = E'_0$ par supposition, $E_T(M') = 0$, le parasite se comporte comme un réflecteur parfait.

Exercice B.1.10

Antenne Yagi

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

B.2 Problèmes

B.2.1	Liaison avec un satellite météo	214
B.2.2	Étude d'une liaison hertzienne à 10 GHz	217
B.2.3	Étude d'un radar à 10 GHz	220
B.2.4	Étude d'une liaison à 10 GHz	224
B.2.5	Examen DEA 2001	227

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

On se propose de réaliser une liaison à 2 GHz entre un satellite géostationnaire de météorologie et la terre. On étudiera donc successivement l'émetteur du satellite, et la liaison avec la terre.

Émetteur Satellite

L'émetteur du satellite est composé d'un amplificateur et d'une antenne parabolique. Le dernier étage qui alimente l'antenne est réalisé avec un transistor de puissance dont les paramètres S mesurés sous $50\ \Omega$ sont

$$\begin{pmatrix} 0,4 \angle -150^\circ & \simeq 0 \\ 3,162 \angle +80^\circ & 0,5 \angle -30^\circ \end{pmatrix}.$$

1. Donner les coefficients de réflexion à réaliser à l'entrée et à la sortie pour obtenir le gain maximal. Calculer ce gain.
2. Grâce à l'abaque de Smith adapter l'entrée à $50\ \Omega$ avec un quadripôle à élément localisé.
3. L'antenne parabolique attaquée par cet amplificateur présente une impédance de $Z_{sat} = 20 - j\ 30\ \Omega$. Placer cette impédance dans l'abaque de Smith puis adapter la sortie du transistor à l'antenne.

Liaison Satellite-Terre

1. Sachant qu'un satellite géostationnaire a une orbite circulaire dans le plan équatorial dont le rayon est 42200 km, que le rayon de la terre est 6400 km, que Montpellier est sensiblement à une latitude de $43,6^\circ$, montrer que la distance Satellite-

Exercise B.2.1

Liaison avec un satellite météo

- Sommaire
- Concepts
- Noms
- Bibliographie

Exemples
Exercices
Documents

Montpellier est ≈ 37800 km et que l'angle de pointage de la parabole sera de $36,9^\circ$ par rapport au sol.

2. Si l'angle d'ouverture totale de la parabole émettrice du satellite est de $1,8^\circ$, quel est le gain de l'antenne d'émission et son diamètre.
3. Pour des raisons de poids des panneaux solaires embarqués, l'amplificateur ne peut fournir qu'un courant modulé maximal de $0,6$ A, montrer que si l'antenne a une résistance de rayonnement de $50\ \Omega$, le champ électrique reçu à Montpellier est de $25\ \mu\text{V/m}$.
4. On choisit une antenne de réception parabolique. Quelle est la puissance électromagnétique captée par cette antenne si son diamètre est D ? En identifiant cette puissance à $\frac{1}{2}RI_0^2$, où $R = 50\ \Omega$ est la résistance de rayonnement, en déduire le diamètre D nécessaire pour obtenir un courant $I_0 = 1\ \mu\text{A}$ à la détection. Quels sont alors le gain et la directivité de cette antenne?

Exercice B.2.1

Liaison avec un satellite météo

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

1.1/ $\rho_1 = 0,4 \angle 150^\circ$, $\rho_2 = 0,5 \angle 30^\circ$, $G_{max} = 12$ dB.

1.2/ $C_1 = 1,75$ pF, $L_1 = 2,8$ nH

1.3/ $C_1 = 3,2$ pF, $L_1 = 3,8$ nH

2.1/ Réponses dans la question.

2.2/ $g = 2080$, $D = 2,8$ m.

2.3/ Réponse dans la question.

2.4/ $D = \frac{I_0}{E} \sqrt{\frac{4R\eta}{\pi}} = 6,2$ m, $g \approx 10^4$, $2\theta = 1,6^\circ$.

Exercice B.2.1

Liaison avec un
satellite météo

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Étude du récepteur

1. La partie active du récepteur est un mélangeur dont le schéma équivalent correspond à une résistance de $10\ \Omega$ en parallèle avec une capacité de $0,19\ \text{pF}$. Positionner le coefficient de réflexion correspondant dans l'abaque de Smith (l'impédance de normalisation est $50\ \Omega$).
2. Le mélangeur est attaqué par un FET AsGa unilatéral de matrice

$$[S] = \begin{pmatrix} 0,7\angle -60^\circ & \simeq 0 \\ 2,15\angle +180^\circ & 0,3\angle -40^\circ \end{pmatrix}.$$

Quel est le gain maximal que permet ce FET lorsqu'il est correctement adapté ?

3. Grâce à l'abaque de Smith, adapter la sortie du FET au mélangeur avec une cellule à éléments localisés (capacité parallèle et inductance série par exemple).
4. Grâce à l'abaque de Smith, adapter l'entrée du FET à l'antenne parabolique d'impédance $Z = 20 - j55\ \Omega$ (une solution à base de ligne(s) est judicieuse !).
5. Pour fonctionner correctement le mélangeur nécessite une puissance micro-onde minimale de $0\ \text{dBm}$. Si la parabole de réception a un diamètre $D = 1\ \text{m}$ quel doit être le champ électrique minimal capté par cette antenne avec la configuration de récepteur étudiée ?

Étude de la liaison

1. Les antennes paraboliques d'émission et de réception sont identiques et possèdent un diamètre $D = 1\ \text{m}$. Quel est leur gain réel g_r et leur directivité θ_r ?

Exercice B.2.2

Étude d'une
liaison hertzienne
à $10\ \text{GHz}$

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

2. Dans le cas où l'alignement entre les deux paraboles est parfait quel est le gain obtenu en utilisant ces deux paraboles plutôt que des antennes omnidirectionnelles ? Même question par rapport à des antennes $\lambda/2$? Que deviennent ces gains si l'une des paraboles est désalignée de 1° ?
3. La distance point à point entre les deux antennes est de $r = 30$ km. Calculer l'atténuation en puissance de la liaison si les deux antennes sont omnidirectionnelles.
4. En utilisant la notion de gain définie auparavant quelle est l'atténuation de la liaison avec les antennes paraboliques ?
5. En déduire la puissance minimale émise qui assure une bonne réception (voir la dernière question de la première partie) et le courant correspondant dans l'antenne sachant qu'une marge de $m = 10$ dB est nécessaire pour tenir compte des défauts d'alignement, de l'atténuation due à la brume éventuelle, d'un guidage parasite dû au gradient de chaleur (effet mirage), ... On pourra utiliser l'impédance d'antenne donnée précédemment.

Exercice B.2.2

Étude d'une
liaison hertzienne
à 10 GHz

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

1.1/ Placer $y = \frac{R_0}{R} + jR_0C\omega = 5 + j0,6$ dans l'abaque, puis prendre le symétrique.

1.2/ $G_{max} = 10$ dB

1.3/ $C = 0,6$ pF, $L = 0,4$ nH

1.4/ Comme $|S_{11}^*| = |\rho_{antenne}|$, une ligne de 9,15 mm convient.

1.5/ $E = 0,31$ V/m.

2.1/ $g_r = 6580$, $\theta_r = 1^\circ$.

2.2/ $G_{paraboles} = g_r^2 = 76,4$ dB, soit 72 dB de mieux qu'avec des $\frac{\lambda}{2}$. 1° de désalignement fait perdre 3 dB.

2.3/ $At_{Omnidirectionnelles} = -89,5$ dB.

2.4/ $At_{paraboles} = -13$ dB.

2.5/ $P_{minémise} = 20$ mW, $I_0 = 45$ mA.

Exercice B.2.2

Étude d'une
liaison hertzienne
à 10 GHz

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Un radar maritime d'aide à l'accostage est constitué d'une antenne « patch » utilisée à l'émission et à la réception et de modules d'émission et de réception reliés par un circulateur. On se propose d'étudier ce système et ses caractéristiques principales.

Le radar est organisé autour d'un circulateur de matrice

$$[S] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \exp(j\theta) \\ \exp(j\theta) & 0 & 0 \\ 0 & \exp(j\theta) & 0 \end{pmatrix},$$

avec l'oscillateur au port 1, l'antenne au port 2, et la détection au port 3.

1. Montrer que le circulateur isole l'émission et la réception. La valeur de l'angle θ est-elle importante ? À quoi correspond-elle ? Que se passe-t-il si l'antenne présente une désadaptation ?
2. On donne en TAB. B.1, les matrices $[S]$ à 10 GHz de trois transistors avec leur déterminant Δ . Choisissez parmi ces composants le meilleur transistor pour l'oscillateur et le meilleur transistor pour l'amplificateur à la détection. Justifier vos choix en terme de stabilité et de gain maximum possible.
3. Le transistor choisi pour la détection donne son optimum en terme de gain si les coefficients de réflexion $\rho_1 = 0,884 \angle +174^\circ$ et $\rho_2 = 0,837 \angle +150^\circ$ lui sont présentés respectivement en entrée et en sortie. L'amplificateur de détection cascade deux tels transistors, adaptez dans ces conditions l'entrée de ce transistor au circulateur par des éléments localisés, et adaptez les deux étages entre eux.

Exercice B.2.3

Étude d'un radar
à 10 GHz

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

4. L'antenne « patch » produit un champ lointain de la forme $E = A_0/r$ avec $A_0 = 7\sqrt{\eta}I_0f(\theta,\phi)$, où $f(\theta,\phi) = \sin\theta\sin^{3/2}\phi$ si $0 \leq \phi \leq \pi$, et $f(\theta,\phi) = 0$ si $\pi \leq \phi \leq 2\pi$. Montrer que le gain g est ≈ 7 et que la résistance de rayonnement est $R = 88\Omega$.
5. Si la partie imaginaire de l'impédance d'antenne est $j20\Omega$, adapter-là au circulateur avec des éléments localisés.
6. Le bateau sur lequel le champ électromagnétique se réfléchit est à la distance d et renvoie $\frac{1}{10}$ de la **puissance** incidente, quel est le champ E reçu en retour par l'antenne si $\theta = \phi = \pi/2$? Même question avec $\theta = \pi/2$, mais avec $0 < \phi < \pi$? A.N. : $d = 50$ m, $I_0 = 0,1$ A
7. On appelle $A(\theta,\phi) = \frac{\lambda^2 g}{4\pi} f(\theta,\phi)$, la surface de captation d'une antenne, c'est à dire la surface sur laquelle on doit intégrer le vecteur de Poynting pour obtenir la puissance captée. Quel est le courant de modulation reçu dans les conditions précédentes pour $\theta = \phi = \pi/2$?
8. Si un défaut d'adaptation fait que l'antenne présente un coefficient de réflexion de $\rho_A = 5 \cdot 10^{-5}$, à partir de quelle distance ne « voit-on » plus le bateau? Que pensez-vous de ce radar en l'état?

Exercice B.2.3

Étude d'un radar
à 10 GHz

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

TAB. B.1 – Matrice $[S]$ et déterminant Δ de trois transistors à $f = 10$ GHz

XL102MH2	$\begin{pmatrix} 0,566 \angle 9,7^\circ & 0,029 \angle -124,7^\circ \\ 1,372 \angle -140,4^\circ & 0,868 \angle 134,1^\circ \end{pmatrix}$	$\Delta = 0,466 \angle 147,5^\circ$
ATF3677	$\begin{pmatrix} 0,69 \angle -146^\circ & 0,082 \angle -6^\circ \\ 3,566 \angle 37^\circ & 0,42 \angle -119^\circ \end{pmatrix}$	$\Delta = 0,309 \angle 153,4^\circ$
FHC30LG*	$\begin{pmatrix} 0,625 \angle -166,4^\circ & 0,087 \angle -8,4^\circ \\ 2,401 \angle 16,7^\circ & 0,47 \angle -135,1^\circ \end{pmatrix}$	$\Delta = 0,227 \angle 103,6^\circ$

Exercice B.2.3

Étude d'un radar
à 10 GHz

1/ Développer la matrice et faire comme à l'exercice traitant le coupleur.

2/

XL102MH2 $K = 1,80$ Stable $G_{max} = 11,6$ dB

ATF3677 $K = 0,76$ Instable

FHC30LG* $K = 1,05$ Stable $G_{max} = 13$ dB

Le ATF3677 servira d'oscillateur et le FHC30LG* d'ampli pour son meilleur gain.

3/ À l'entrée $C_{//} = 1,17$ pF, $L_{série} = 0,25$ nH, entre étage $C_{//} = 2,4$ pF, $L_{série} = 0,23$ nH.

4/ Réponses dans la question.

5/ $L_{série} = 0,73$ nH, $C_{//} = 0,11$ pF.

6/ $\theta = \phi = \pi/2 \Rightarrow E = 0,43$ V/m, si ϕ est quelconque multiplier par $\sin^{\frac{3}{2}} \phi$.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

7/ Puissance totale captée $P = 1,23 \mu\text{W} \Rightarrow i_0 = 5,3 \mu\text{A}$.

8/ Le radar fonctionne pour $d \leq 53 \text{ m}$, un tel radar est inutilisable !

Exercice B.2.3

Étude d'un radar
à 10 GHz

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Une liaison hertzienne à 10 GHz est constituée d'une *antenne émettrice* et d'une *antenne réceptrice parabolique* distantes de $D = 10$ km. Ces deux antennes sont associées à des *amplificateurs* tous réalisés avec le même transistor FHC30LG* de matrice [S]

$$\begin{pmatrix} 0,625 \angle -166,4^\circ & 0,087 \angle -8,4^\circ \\ 2,401 \angle 16,7^\circ & 0,47 \angle -135,1^\circ \end{pmatrix}$$

dont le déterminant est $\Delta = 0,227 \angle 103,6^\circ$ et dont le facteur de bruit dans les conditions de gain optimal est $F = 1,7$ dB. On supposera, tout au long du problème, que les amplificateurs et les antennes incluent toujours les réseaux réactifs les plus adéquats réalisant les adaptations d'entrée et de sortie à 50Ω .

1. Le transistor choisi pour réaliser les amplificateurs est-il stable? Quel est le plus fort gain accessible avec ce composant? Quel sera dans ces conditions le facteur de bruit d'un amplificateur cascadeant n étages FHC30LG*?

Application Numérique : $n = 1, 2$, et $+\infty$.

2. Si l'antenne émettrice est une $\frac{\lambda}{2}$, quel est le courant maximal I_0 avec lequel on doit l'alimenter pour obtenir un champ électrique de module E à la distance D dans la direction θ ? Même question si l'antenne émettrice est un « patch » produisant un champ lointain de la forme $E = A_0 f(\theta, \phi) / r$, avec $A_0 = 7\sqrt{\eta} I_0$ et $f(\theta, \phi) = \sin\theta \sin^{3/2}\phi$ si $0 \leq \phi \leq \pi$, et $f(\theta, \phi) = 0$ si $\pi \leq \phi \leq 2\pi$.

Application Numérique : $\eta \approx 377 \Omega$, $E = 100 \mu\text{V/m}$, $\theta = \phi = \pi/2$.

3. Quel est le gain g et la résistance de rayonnement, R_p , du « patch » précédent? Montrer que la puissance microonde nécessaire pour produire le champ E de la question précédente avec ce « patch » est de 3,8 dBm.

Exercice B.2.4

Étude d'une
liaison à 10 GHz

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

4. Si d est le diamètre de l'antenne réceptrice parabolique, que l'on supposera pointée de façon optimale, $\theta = \phi = \pi/2$, et E le module du champ reçu, quelle est la puissance électromagnétique captée par le réflecteur? En supposant que le dipôle récepteur $\lambda/2$ placé au foyer de la parabole ne convertit que seulement 60 % de cette puissance, quelle est la puissance microonde à l'entrée de l'amplificateur de détection?

Application Numérique : $E = 100 \mu\text{V/m}$, En déduire d pour une puissance microonde utilisable $P_{\text{util}} = -70 \text{ dBm}$?

5. Quel est le gain G_L de la liaison complète incluant l'antenne émettrice « patch » et l'antenne réceptrice parabolique? Quel est le facteur de bruit, F_L correspondant? Pour cela, on supposera connaître le rapport signal à bruit, $(\frac{S}{N})_{\text{in}} = 50 \text{ dB}$, à l'attaque de l'antenne émettrice et on calculera sa dégradation lors de la transmission à cause de la puissance de bruit $P_{\text{bruit}} = k_B T_a \Delta f$ directement captée par la parabole, avec $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, constante de Boltzmann, $T_a = 50 \text{ K}$, température de bruit de l'environnement, et $\Delta f = 145 \text{ MHz}$, bande passante du système de détection.

Exercice B.2.4

Étude d'une
liaison à 10 GHz

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

1/ $K = 1,053 \Rightarrow$ le transistor est stable et $G_{max} = 13$ dB.

Pour le chaînage des facteurs de bruit voir EXEMPLE A.3.2.

2/ Antenne $\frac{\lambda}{2}$: $I_0 = \frac{2\pi D}{\eta} E \frac{\sin \theta}{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)} = 16,66$ mA.

Antenne Patch : $I_0 = \frac{DE}{7\sqrt{\eta} \sin \theta \sin^{3/2} \phi} = 7,35$ mA.

3/ $g = 8,5$ dB, $R_p = 88 \Omega$, $P = \frac{1}{2} R_p I_0^2 = 3,8$ dBm.

4/ $P_{rec} = \frac{2}{\eta} \pi d^2 E^2$ et $P_{ut} = \gamma P_{rec}$ avec $\gamma = 60\% \Rightarrow d = \sqrt{\frac{P_{ut} \eta}{2\gamma \pi}} \frac{1}{E}$, soit $d = 1$ m et $P_{ut} = -70$ dBm.

5/ $G_L = -73,8$ dB. On repart de la définition de $F_L = \frac{(S/N)_{in}}{(S/N)_{out}}$, comme $P_{bruit} = -100$ dBm et $(S/N)_{out} = \frac{G_L S_{in}}{G_L N_{in} + P_{bruit}}$, on trouve $F_L = 20$ dB.

Exercice B.2.4

Étude d'une
liaison à 10 GHz

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Exercice B.2.5

Examen DEA

2001

Coupleur Hybride -3 dB à Fibre :

Un coupleur hybride -3 dB est caractérisé par sa matrice $[S]$ mesurée entre les plans de référence P et Q

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & j \\ 1 & 0 & j & 0 \\ 0 & j & 0 & 1 \\ j & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

On l'alimente au port 1 par une onde unité d'amplitude $a_1 = 1 \exp(j 0^\circ)$ et on place des pistons de court-circuit dans les voies 2 et 4 à des distances l_2 et l_4 du plan de référence Q .

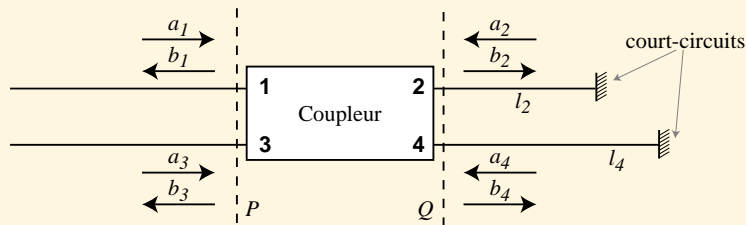


FIG. B.2.6 – Représentation schématique d'un coupleur hybride -3 dB fermé sur des court-circuits.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

1. Donner les expressions de b_2 et b_4 , les ondes transmises par le coupleur, puis de a_2 et a_4 , les ondes obtenues au plan de référence Q après réflexion sur les court-circuits.
2. Donner les expressions de b_1 et b_3 , les ondes sortantes des voies 1 et 3 vues au plan de référence P. Discussion : traiter les cas particuliers $l_2 = l_4$ et $l_2 = l_4 + \frac{\lambda}{4}$.

Amplificateur :

À 12 GHz, un transistor hyperfréquence a pour matrice [S] mesurée

$$[S] = \begin{pmatrix} 0,8 \angle 30^\circ & 0,01 \angle -100^\circ \\ 4 \angle -160^\circ & 0,8 \angle 150^\circ \end{pmatrix}$$

dont le déterminant vaut $\det [S] = 0,634 \angle -176,4^\circ$.

1. Discuter la stabilité de ce transistor et donner le meilleur gain possible réalisable s'il y a lieu.
2. On décide d'utiliser ce transistor en lui présentant en entrée le coefficient de réflexion $\rho = 0,678 \angle -156,5^\circ$. Adapter l'entrée de ce transistor à 50Ω en lui présentant le réseau à éléments localisés de la Fig. B.2.7.
3. Dans l'hypothèse où l'on voudrait adapter la sortie d'un tel transistor à l'entrée d'un transistor identique, quelle serait selon vous la solution la plus astucieuse au vu des valeurs de $|\rho_1|$ et de $|\rho_2|$? On donne $\rho_1 = 0,856 \angle -23,9^\circ$, $\rho_2 = 0,856 \angle -143,9^\circ$.

Exercice B.2.5

Examen DEA
2001

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Exercice B.2.5

Examen DEA

2001

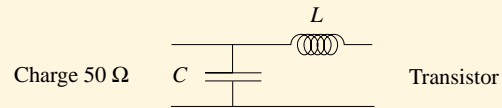


FIG. B.2.7 – Cellule d'adaptation d'entrée du transistor.

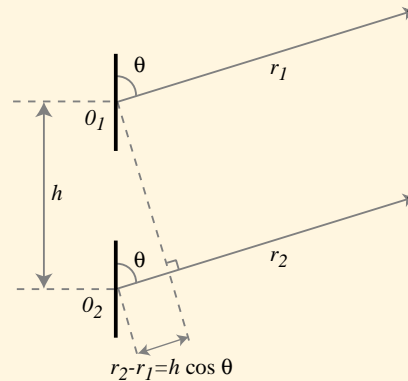


FIG. B.2.8 – Antenne réseau à deux doublets verticaux alignés.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Doublets alignés :

Considérons deux doublets alignés comme ceux représentés Fig. B.2.8.

1. Si les deux antennes sont alimentées en O_1 et O_2 par des courants identiques en module et en phase alors les champs électriques \mathcal{E}_1 et \mathcal{E}_2 qu'ils émettent sont donnés par

$$\mathcal{E}_1 = \frac{A_0}{r_1} \sin\theta \exp(-jkr_1)$$

$$\mathcal{E}_2 = \frac{A_0}{r_2} \sin\theta \exp(-jkr_2)$$

Donner l'expression du facteur d'antenne \mathcal{F} défini par le rapport entre le champ électrique total \mathcal{E}_T émis à grande distance par la combinaison des deux doublets et le champ \mathcal{E}_1 émis par le premier doublet seul

$$\mathcal{F} \equiv \mathcal{E}_T / \mathcal{E}_1 = (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) / \mathcal{E}_1$$

2. À présent les deux antennes sont alimentées en O_1 et O_2 par des courants ayant un déphasage ϕ , quel est le nouveau facteur d'antenne \mathcal{F} de cette antenne réseau?⁴ Déterminer alors la valeur de ϕ pour que le maximum d'émission soit dans la direction θ_0 .

⁴Attention, l'hypothèse $\phi \neq 0$ modifie les phases des champs \mathcal{E}_1 et \mathcal{E}_2 précédents

Exercice B.2.5

Examen DEA

2001

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

1.1/ $b_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}, b_4 = \frac{j}{\sqrt{2}}, a_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-j(2\beta l_2 + \pi)), a_4 = \frac{j}{\sqrt{2}} \exp(-j(2\beta l_4 + \pi)).$

1.2/ $b_1 = -\frac{1}{2} (\exp(-j2\beta l_2) - \exp(-j2\beta l_4)), b_3 = -\frac{j}{2} (\exp(-j2\beta l_2) + \exp(-j2\beta l_4))$
 $l_2 = l_4 = l \Rightarrow b_1 = 0, b_3 = -j \exp(-j2\beta l)$
 $l_2 = l_4 + \frac{\lambda}{4} \Rightarrow b_3 = 0, b_1 = j \exp(-j2\beta l_4)$

2.1/ $K = 1,53 \Rightarrow$ Inconditionnellement Stable ; $G_{max} = 21,7$ dB.

2.2/ $C = 0,53$ pF, $L = 0,13$ nH.

2.3/ $|\rho_1| = |\rho_2| \Rightarrow$ une ligne de longueur $\frac{\lambda}{6}$.

3.1/ $\mathcal{F} = 2 \exp\left(-j \frac{kh \cos \theta}{2}\right) \cos\left(\frac{kh \cos \theta}{2}\right)$

3.2/ $\mathcal{F} = 2 \exp\left(-j \frac{\phi}{2}\right) \exp\left(-j \frac{kh \cos \theta}{2}\right) \cos\left(\frac{kh \cos \theta \neq \phi}{2}\right)$. La dépendance en angle *totale* du doublet est donc $f(\theta) = \sin \theta \cos\left(\frac{kh \cos \theta + \phi}{2}\right) \dots$ et il faut résoudre $\frac{\partial f}{\partial \theta} = 0 \dots$ ce qui ne se fait pas analytiquement. Quoique le problème posé soit intéressant en pratique il n'est pas soluble ici analytiquement.

Exercice B.2.5

Examen DEA

2001

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Index des concepts

Le gras indique un grain où le concept est défini ; l'italique indique un renvoi à un exercice ou un exemple, le gras italique à un document, et le romain à un grain où le concept est mentionné.

A

Adaptation d'un Quadripôle **39, 46, 49, 187, 191, 197**
 Adaptation Simultanée.....**60, 65**
 Admittance Parallèle.....**20, 22, 24, 25**
 Alignement d'Antennes **148, 209**
 Analyseur de Réseau.....**80**
 Antenne Parabolique **129, 140, 197**

B

Bruit et Source **102**

C

Calibration.....**88**
 Cercles à Gain Constant.....**42, 46, 161**
 Cercles de Bruit.....**104**
 Cercles de Stabilité **60, 62, 65, 165, 191**
 Chaînage des Facteurs de Bruit **99, 108, 169, 172, 203**
 Champ de l'Antenne $\frac{\lambda}{2}$.. **120, 125, 129, 131, 136, 197**
 Champ des Antennes $k\frac{\lambda}{2}$ **120, 125**
 Champ du Dipôle.....**117, 120**
 Coefficient de Réflexion . **10, 16, 49, 52, 176**

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Critères de Stabilité **58**

E

Etude de la Charge **29, 35, 38, 39**

Etude du Générateur **29, 35, 38, 39**

F

Facteur K **62, 164, 203**

Facteur de Bruit **96**

Facteur de Réflexion à l'Entrée ... **43, 46, 58**

Facteur de Réflexion à la Sortie ... **45, 46, 58**

G

Gain d'une Antenne **134, 138**

Gain de la Parabole **142**

Gain des Antennes Simples ... **120, 131, 136**

Gain Transducique **39, 42, 43, 45, 46, 49, 52,**
60

Gain Transducique Unilatéral **35, 38, 39, 46,**
49, 52, 160, 187

Groupement d'Antennes **147**

I

Impédance Série **20, 22, 24, 25**

L

Lien Gain-Résistance d'une Antenne .. **134,**
138

Ligne **20, 22, 24, 25**

M

Matrice $[S]$ **10, 14, 16, 178, 180, 183**

Matrice $[T]$ **31**

Matrices Impédance & Admittance **7**

Mesure de Bruit **70, 99, 108, 111, 170**

Mesure de Puissance **70, 108**

O

Ondes a & b **14, 16**

P

Paramètres de Bruit **108, 111**

Plans de Référence **20, 22, 24, 25**

Puissance & Matrice $[S]$ **29, 35, 38**

Sommaire
Concepts
Noms
Bibliographie

Exemples
Exercices
Documents

Q

Quadripôle Unilatéral **34**

R

Réfectométrie **73, 180**

Résistance de l'Antenne $\frac{1}{2}$... **120, 131, 136,**
203

Résistance du Dipôle **129, 200**

T

Température de Bruit **95**

Termes Correctifs **82**

U

Utilisation d'Éléments Localisés . **39, 46, 52,**
187, 191, 197, 203

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Index des noms

Abaque de Smith, [42](#), [50](#), [65](#)
Adaptation, [11](#)
Adaptation Double Stub, [49](#)
Adaptation Simple Stub, [49](#)
Alignement Unidimensionnel, [147](#)
Analyseur de Réseau Vectoriel, [68](#), [70](#), [78](#)
Antenne Omnidirectionnelle, [134](#), [135](#)
Antenne Parabolique, [114](#), [140](#)
Antenne Yagi, [114](#)
Antennes, [114](#)
Antennes Filaires, [114](#)
Apodisation, [149](#)

Bruit, [82](#)

Calibration, [88](#)

Cercles de Stabilité, [64](#), [66](#), [165](#)
Champ à Grande Distance, [117](#)
Champ Lointain, [129](#), [148](#)
Circuit Ouvert, [8](#), [88](#), [90](#)
Compensateur d'Erreur, [82](#)
Composante Incidente, [10](#)
Composante Réfléchie, [10](#)
Conditionnellement Stable, [59](#), [64](#), [165](#)
Cornet, [114](#), [140](#)
Correction Vectorielle, [80](#)
Coupleur Directif, [73](#)
Courant Incident, [11](#)
Courant Réduit, [15](#)
Courant Réfléchi, [11](#)
Court-Circuit, [8](#), [74](#), [88](#)
Critère de Stabilité, [58](#)

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)



Détecteur Quadratique, [72](#)
Détection de Puissance, [72](#)
Diagramme de Rayonnement, [118](#), [149](#)

Facteur de Bruit, [96](#)
Facteur de Stabilité de Rollet, [62](#)
Fonction Caractéristique, [118](#), [123](#), [136](#), [142](#)
Fonction de Bessel, [142](#)

Gain d'une Antenne, [134](#)
Gain Transducique, [49](#), [64](#)

Impédance Réduite, [12](#)
Inconditionnellement Instable, [59](#)
Inconditionnellement Stable, [59](#), [64](#), [164](#)
Interférence, [147](#)

Ligne, [25](#)

Mélange, [71](#), [72](#)
Matrice Admittance, [7](#)
Matrice Impédance, [7](#)
Multipôle, [16](#)

Naturellement Instable, [64](#)
Non-Unidirectionalité, [60](#)

Onde Incidente, [14](#)
Onde Réfléchie, [14](#)
Optimisation du Gain, [60](#)

Ports, [88](#)
Puissance, [29](#)
Puissance Active, [30](#)
Puissance Rayonnée, [118](#)

Réfectométrie à un Coupleur, [73](#)
Réseau de Dipôles, [114](#)
Réseau Linéaire, [149](#)
Résistance de Rayonnement, [129](#), [130](#)
Radioastronomie, [156](#)

Stabilité, [44](#)
Surface Équiphase, [142](#)

Température de Bruit, [95](#), [98](#)
Tension Incidente, [11](#)
Tension Réduite, [15](#)
Tension Réfléchie, [11](#)

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)

Bibliographie

- [1] Exposé de formation : Calibration de l'analyseur de réseau. Technical report, Hewlett-Packard, 1985.
- [2] R. Badoual. *Les micro-ondes*, volume I & II. Masson, Paris, 1983.
- [3] J. C. Bolomey. *Antennes*, chapter Antennes. Encyclopedia Universalis, 1986.
- [4] P. F. Combes. *Micro-ondes*, volume I & II. Dunod, Paris, 1996.
- [5] F. Gardiol. *Hyperfréquences*. Dunod, Paris, 1987.
- [6] F. Gardiol. *Microstrip Circuits*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1994.
- [7] C. Gentili. *Amplificateurs et Oscillateurs Micro-Ondes*. Masson, Paris, 1984.
- [8] J. D. Kraus and R. J. Marhefka. *Antennas for all applications*. Mc Graw Hill, Boston, 2 edition, 2002.

[Sommaire](#)
[Concepts](#)
[Noms](#)
[Bibliographie](#)

[Exemples](#)
[Exercices](#)
[Documents](#)