Dokumentacja zadania 5: Aproksymacja funkcji za pomocą perceptronu wielowarstwowego

Artem Kukushkin, 317140, WSI

Cel zadania

Zadanie polega na zaimplementowaniu perceptronu wielowarstwowego (MLP) do aproksymacji funkcji

$f(x) = x^2 \sin(x) + 100 \sin(x) \cos(x)$, na przedziale [−10,10]. Celem jest zbadanie:

1. Wpływu liczby neuronów i warstw na jakość aproksymacji (mierzona błędem średniokwadratowym MSE).
2. Różnic w jakości aproksymacji w zależności od metody optymalizacji: gradientowej (Adam) oraz ewolucyjnej (Differential Evolution, DE).

Implementacja

Implementacja została wykonana w języku Python z wykorzystaniem bibliotek:

NumPy: do operacji na danych i generowania danych treningowych/testowych.

scikit-learn: do implementacji MLP (MLPRegressor) z optymalizatorem Adam.

SciPy: do optymalizacji ewolucyjnej za pomocą metody Differential Evolution (differential_evolution).

Matplotlib: do wizualizacji wyników.

Dane

Zbiór treningowy: 1000 równomiernie rozłożonych punktów x∈[−10,10].

Zbiór testowy: 200 równomiernie rozłożonych punktów x∈[−10,10].

Dane zostały wygenerowane za pomocą funkcji np.linspace, a wartości f(x).

Architektura MLP

Aktywacja: ReLU (Rectified Linear Unit), wybrana ze względu na jej prostotę i skuteczność w modelach nieliniowych.

Konfiguracje sieci:

(10,): 1 warstwa, 10 neuronów.

(20,): 1 warstwa, 20 neuronów.

(50,): 1 warstwa, 50 neuronów.

(20, 10): 2 warstwy, 20 i 10 neuronów.

(20, 20): 2 warstwy, 20 neuronów każda.

Metody optymalizacji

1. **Adam**:

   Optymalizator gradientowy zaimplementowany w MLPRegressor.

   Parametry: max_iter=1000, random_state=42 (dla powtarzalności).

   Szybki i efektywny dla mniejszych sieci, ale może utknąć w minimach lokalnych.

2. **Differential Evolution (DE)**:

   Metoda ewolucyjna z biblioteki SciPy.

   Parametry: maxiter=50, popsize=15, seed=42.

   Globalna metoda optymalizacji, wolniejsza, ale potencjalnie skuteczniejsza dla złożonych problemów.

Metryka oceny

MSE (Mean Squared Error): Błąd średniokwadratowy na zbiorze testowym jako miara jakości aproksymacji.

Czas treningu: Mierzony dla obu metod optymalizacji, aby ocenić ich wydajność.

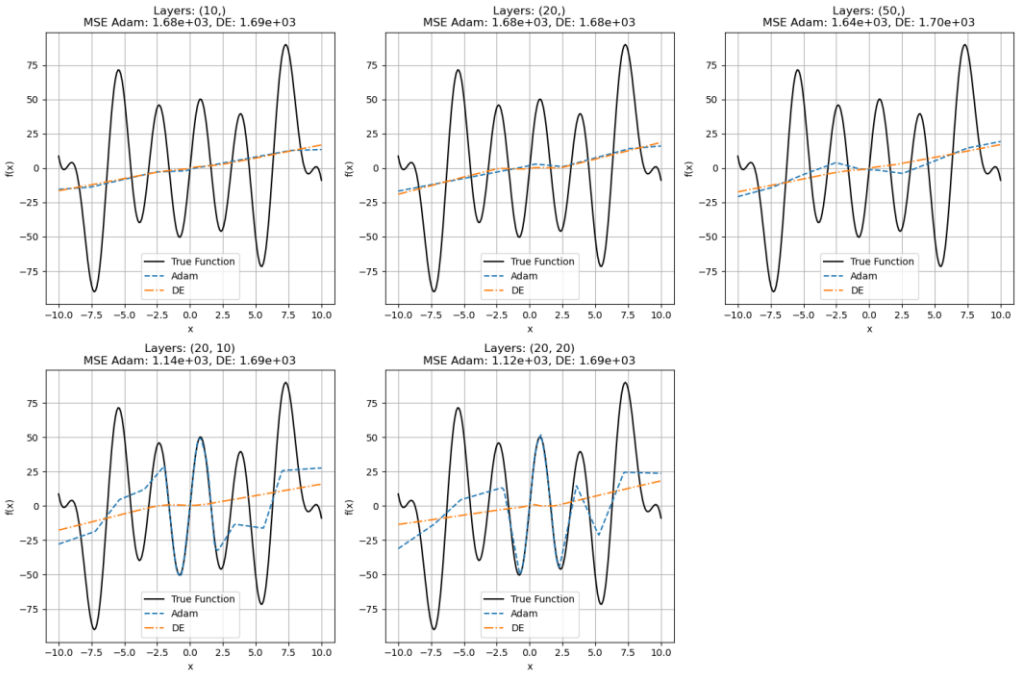
Wyniki

Tabela wyników

Konfiguracja	MSE (Adam)	Czas (Adam)	MSE (DE)	Czas (DE)
(10,)	1.68e+03	1.31s	1.69e+03	7.39s
(20,)	1.68e+03	1.25s	1.68e+03	12.29s
(50,)	1.64e+03	4.71s	1.70e+03	42.66s
(20, 10)	1.14e+03	1.92s	1.69e+03	83.03s
(20, 20)	1.12e+03	2.06s	1.69e+03	216.10s

Wizualizacja

Wyniki aproksymacji przedstawiono na wykresach:



Każdy wykres pokazuje funkcję prawdziwą (czarna linia) oraz aproksymacje uzyskane za pomocą Adam (linia przerywana, niebieska) i DE (linia kropkowana, pomarańczowa).

Tytuł wykresu zawiera konfigurację sieci oraz wartości MSE dla obu metod.

Analiza wyników

1. **Wpływ liczby neuronów i warstw**:

   Jednowarstwowe sieci:

   (10,) i (20,): MSE dla Adam i DE jest podobne (~1.68e+03), co wskazuje na niewystarczającą zdolność modelu do uchwycenia złożoności funkcji.

   (50,): Lepsze MSE dla Adam (1.64e+03), ale DE pogarsza się (1.70e+03), sugerując, że większa liczba neuronów nie zawsze pomaga DE bez odpowiedniego strojenia.

   Dwu-warstwowe sieci:

   (20, 10) i (20, 20): Znacznie lepsze MSE dla Adam (1.14e+03 i 1.12e+03), co pokazuje, że dodatkowe warstwy lepiej modelują nieliniowość funkcji.

   DE pozostaje słabe (1.69e+03), co może wynikać z niewystarczającej liczby iteracji lub trudności w znalezieniu dobrego rozwiązania globalnego.

Wnioski: Zwiększenie liczby warstw (np. do 2) poprawia jakość aproksymacji dla Adam, ale liczba neuronów w jednej warstwie (np. 50) nie przynosi dużych korzyści.

2. **Porównanie metod optymalizacji**:

   Adam: Szybszy (1.25–4.71s) i osiąga lepsze wyniki dla bardziej złożonych sieci (MSE 1.12e+03 dla (20, 20)). Gradientowe podejście dobrze radzi sobie z gładkimi funkcjami.

   DE: Znacznie wolniejszy (7.39–216.10s), szczególnie dla większych sieci, ze względu na dużą liczbę wag (np. 450 dla (20, 20)). MSE jest konsekwentnie gorsze (~1.69e+03), co wskazuje na konieczność większej liczby iteracji lub lepszego strojenia.

   Wnioski: Adam jest bardziej efektywny czasowo i skuteczny dla tej funkcji. DE wymaga optymalizacji parametrów (np. większej liczby iteracji lub równoległości) i jest bardziej odpowiedni dla problemów z wieloma minimami lokalnymi.

3. **Czas wykonania**:

   Adam: Czas rośnie z liczbą neuronów i warstw (od 1.25s dla (20,) do 4.71s dla (50,)), ale pozostaje szybki.

   DE: Czas rośnie dramatycznie z liczbą wag (np. 216.10s dla (20, 20)), co czyni metodę niepraktyczną dla większych sieci bez optymalizacji.

Wnioski i rekomendacje

1. **Jakość aproksymacji**:

   Dwu-warstwowe sieci (np. (20, 20)) z Adam osiągają najlepsze wyniki (MSE 1.12e+03), co pokazuje, że głębsze architektury lepiej modelują złożoną funkcję.

   DE nie osiąga dobrych wyników w obecnym ustawieniu i wymaga dalszego strojenia.

2. **Wydajność**:

   Adam jest znacznie szybszy i bardziej odpowiedni do tego zadania.

   DE jest zbyt wolne dla większych sieci, ale można je przyspieszyć przez:

   Zmniejszenie maxiter i popsize.

   Włączenie równoległości (workers=-1).

   Zmniejszenie liczby punktów treningowych.