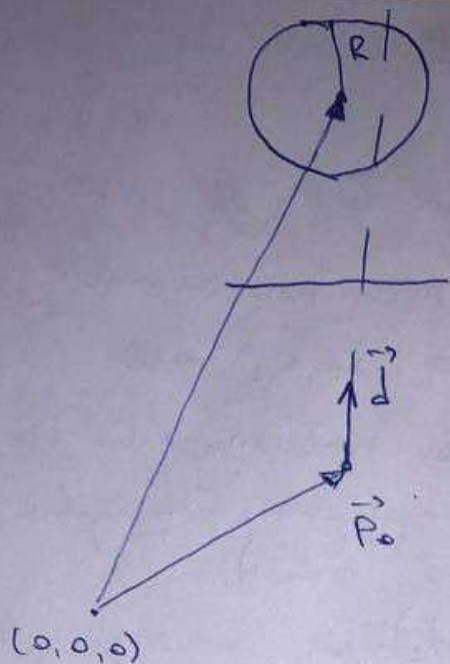


3)



$$|\vec{d}| = 1$$

\vec{S}_0 - радиус в-р центра
сферы \Rightarrow коорд-ты центра =
 (x_1, y_1, z_1)

коорд-ты наблюд-ле: (x_0, y_0, z_0)
(т.к. \vec{r}_0 - радиус в-р где
набл т-ку)

$$\vec{d} = (d_1, d_2, d_3)$$

прямая $\left\{ \begin{array}{l} x = x_0 + td_1 \\ y = y_0 + td_2 \\ z = z_0 + td_3 \end{array} \right. \quad \text{— прямая, описывающая луч,} \\ \text{где которого хотим} \\ \text{выяснить пересечет ли} \\ \text{он сферу.}$

$$\textcircled{*} (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = R^2 \quad \text{— ур-е сферы}$$

подст. (A) в $\textcircled{*}$:

$$\begin{aligned} & (x_0 + td_1 - x_1)^2 + (y_0 + td_2 - y_1)^2 + (z_0 + td_3 - z_1)^2 - R^2 = 0 \\ & t^2 d_1^2 + 2 \cdot td_1(x_0 - x_1) + (x_0 - x_1)^2 + t^2 d_2^2 + 2td_2(y_0 - y_1) + (y_0 - y_1)^2 + \\ & + t^2 d_3^2 + 2td_3(z_0 - z_1) + (z_0 - z_1)^2 - R^2 = 0 \\ & \quad a = 1, \text{ т.к. } |\vec{d}| = 1 \\ & t^2 (d_1^2 + d_2^2 + d_3^2) + 2t [d_1(x_0 - x_1) + d_2(y_0 - y_1) + d_3(z_0 - z_1)] + \\ & + [(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 + (z_0 - z_1)^2 - R^2] = 0 \end{aligned}$$

$$D = b^2 - 4ac, \text{ т.к. } a = 1, \text{ то } D = b^2 - 4c$$

тип $D < 0$ - нет пересек

$D = 0$ - одно пересек (касат.)

$D > 0$ - два пересек (сепарация)

$$\frac{D}{4} = [d_1(x_0 - x_1) + d_2(y_0 - y_1) + d_3(z_0 - z_1)]^2 - [(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 + (z_0 - z_1)^2 - R^2]$$

3 - продолжение:

Выведем формулы

~~пересечения:~~

$$D = [d_1(x_0 - x_1) + d_2(y_0 - y_1) + d_3(z_0 - z_1)]^2 - 4 \cdot ((x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 + (z_0 - z_1)^2 - R^2)$$

5)

Выведем формулу для вычисления точек

$$2) D=0 \Rightarrow t = -\frac{b}{2a} = -\frac{[d_1(x_0 - x_1) + d_2(y_0 - y_1) + d_3(z_0 - z_1)]}{2a}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = x_0 + t d_1 = x_0 + d_1 [d_1(x_0 - x_1) + d_2(y_0 - y_1) + d_3(z_0 - z_1)] \\ y = y_0 + t d_2 = y_0 + d_2 [d_1(x_0 - x_1) + d_2(y_0 - y_1) + d_3(z_0 - z_1)] \\ z = z_0 + t d_3 = z_0 + d_3 [d_1(x_0 - x_1) + d_2(y_0 - y_1) + d_3(z_0 - z_1)] \end{cases}$$

т.е. пересеч.

$$3) D > 0 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a} = \frac{[d_1(x_0 - x_1) + d_2(y_0 - y_1) + d_3(z_0 - z_1)] \pm \sqrt{D/4}}{a}$$

$$\pm \sqrt{D/4}$$

$$\begin{cases} x = x_0 + t_1 d_1 \\ y = y_0 + t_1 d_2 \\ z = z_0 + t_1 d_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = x_0 + t_2 d_1 \\ y = y_0 + t_2 d_2 \\ z = z_0 + t_2 d_3 \end{cases}$$

↑
две точки, котор. получим в результате пересеч.