ПРАВИТЕЛЬСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»

Факультет компьютерных наук

Департамент программной инженерии

Спасалка по линейной алгебре

Москва 2016

Ну понять–то оно понятно

Содержание

1. 1 Сформулировать и доказать теорему о методе Гаусса

Любую матрицу можно привести к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований. В доказательство предъявим алгоритм, который гарантированно завершится для конечных матриц:

Шаг 1 (a) Фиксируем элемент в верхнем левом углу a_{ij}
(b) Если $a_{ij} = 0$: переходим к шагу 2.
Иначе объявляем этот элемент ведущим.
(c) Используя ведущий элемент будем добиваемся того, что элементы во всех строках ниже него обнуляются. Если a_{ij} - ведущий, то сложим строки $k, (k \neq i)$ и i. Причем строку i домножим на $\lambda = -\frac{a_{kj}}{a_{ij}}$.
(d) Смещаемся в матрице на строку вниз и на столбец вправо. Переходим к шагу 1. (пока не закончится матрица)

Шаг 2 Если текущий элемент нулевой, просматриваем все элементы под ним: Если найдем ненулевой в строке k то меняем строки k и i местами и переходим к шагу 1. Если все нулевые переходим к шагу 3.

Шаг 3 Переходим на один столбец вправо. Если справа есть столбцы переходим к шагу 1. Если столбцы закончились - конец алгоритма.

2. 46 Проведите полное исследование уравнения $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0, A^2 + C^2 > 0$ кривой второго порядка

Сначала перепишем уравнение в более хорошей форме:

$$A\left(x^2 + 2\frac{D}{2A}x + \frac{D^2}{4A^2}\right) - \frac{D^2}{4A} + C\left(y^2 + 2\frac{E}{2C}y + \frac{E^2}{4C^2}\right) - \frac{E^2}{4C} + F = 0$$

$$A\left(x + \frac{D}{2A}\right)^2 + C\left(y + \frac{E}{2C}\right)^2 + \left(F - \frac{E^2}{4C} - \frac{D^2}{4A}\right) = 0$$

Для параллельного переноса координат, сделаем замену $x' = x + \frac{D}{2A}$, а также $y' = y + \frac{E}{2C}$. Заодно заменим константу: $F' = F - \frac{E^2}{4C} - \frac{D^2}{4A}$

$$A(x')^2 + C(y')^2 + F' = 0$$

$$A(x')^2 + C(y')^2 = -F'$$

Теперь рассмотрим 3 случая:

AC > 0 дасф

$F' = 0 \implies Ax'^2 + Cy'^2 = 0 \iff x'^2 = 0, y'^2 = 0$. То есть решение - точка на плоскости $x = -\frac{D}{2A}, y = -\frac{E}{2C}$.

$F' \neq 0 \implies \frac{x'^2}{-F'/A} + \frac{y'^2}{-F'/C} = 1$ (Разделили на $-F'$ и перенесли коэффициенты A, C вниз)

AC < 0
AC $= 0$