

Оптимизация алгоритмов сжатия цифровых сигналов на системах с общей памятью

А.В. Данилова¹, Н.В. Пауков¹, М.А. Теплякова¹

¹Воронежский государственный университет

Информационные технологии в настоящее время стремительно развиваются и активно внедряются в различные области науки и техники. Одним из перспективных направлений является цифровая обработка сигналов. Для хранения и передачи информации используются алгоритмы сжатия. При этом для различных видов сигналов более эффективными оказываются разные методы. В данной работе мы рассматриваем задачу поиска оптимального алгоритма сжатия, соответствующего сигналам каждого конкретного типа. С этой целью мы разработали алгоритм перебора преобразований сигнала, для реализации которого используются ресурсы Воронежского суперкомпьютерного центра.

Ключевые слова: сжатие сигналов, параллельное программирование, дискретное преобразование Фурье.

1. Введение

В настоящее время создание новых методов и алгоритмов обработки цифровых сигналов является перспективной и крайне важной областью научных исследований. Первой ключевой задачей в этом направлении является очистка сигнала от постороннего шума, появляющегося в результате неточных измерений, фоновых помех или неисправности аппаратуры. Во-вторых, большую практическую значимость имеют методы сжатия, основная идея которых в том, чтобы сохранить всю важную информацию, присутствующую в сигнале, сократив при этом объём памяти, используемый для её хранения.

Многие способы сжатия основаны на использовании дискретного преобразования Фурье (ДПФ), поскольку оно оказывается эффективным для широкого спектра сигналов [1, 2]. ДПФ используется в реализации многих методов сжатия изображения и видео, таких как JPEG, MPEG и прочих. Также в настоящее время для цифровой обработки сигналов активно используются вейвлеты различных типов [3, 4].

Существенным аспектом является тот факт, что для сигналов разной структуры эффективнее оказываются те или иные конкретные методы. Следовательно, разработка алгоритмов автоматического отыскания оптимального способа сжатия для определенного типа сигналов представляет серьёзный практический интерес. Таким образом, целью нашего исследования мы решили поставить создание подобного алгоритма.

При наличии значительных вычислительных ресурсов, указанную выше задачу можно было бы решить простым перебором различных способов преобразования сигнала, но в реальных условиях это заняло бы слишком большое количество времени. Помимо этого, немаловажно чётко определить то, какие методы сжатия мы будем считать оптимальными. Таким образом, что касается конкретных задач, то стоит отметить следующие:

- выбор критерия для определения оптимальности конкретных способов сжатия;
- создание эффективного алгоритма для поиска оптимальных методов сжатия.

Так как задачи оптимизации с большими объемами данных являются весьма ресурсозатратными, то для реализации поставленной цели было принято решение использовать алгоритмы параллельного программирования для систем с общей памятью. В качестве наиболее доступного программного обеспечения была взята распространённая реализация стандарта MP – OpenMP. Все вычисления мы проводим с использованием ресурсов Воронежского суперкомпьютерного центра.

2. Методика расчётов

Рассмотрим цифровой сигнал как некоторый вектор F . Тогда, как правило, все методы сжатия устроены следующим образом.

2.1. Анализ

К рассматриваемому сигналу применяется некоторое невырожденное линейное преобразование

$$G = T^{-1}F \quad (1)$$

где G - преобразованный сигнал, T - матрица преобразования, T^{-1} - обратная матрица. В дальнейшем мы будем использовать краткое обозначение $S = T^{-1}$.

2.2. Непосредственно сжатие

Сигнал G подвергают каким-либо изменениям. В задачах сжатия обычно наименьшие по модулю компоненты G полагают равными нулю. Полученный после этого вектор G сохраняют, и он занимает в памяти меньше места, чем G . Процентное отношение количества компонент, которые были отброшены, к общей длине вектора Y мы будем называть уровнем сжатия.

2.3. Синтез

К вектору G применяется обратное преобразование

$$\tilde{F} = T G \quad (2)$$

где \tilde{F} - восстановленный сигнал. Очевидно, если сжатие не производилось $G = \tilde{G}$, то восстановленный сигнал (без учета погрешности вычислений) совпадает с исходным $F = \tilde{F}$. В общем случае F и \tilde{F} будут отличаться, и допустимым является уровень сжатия, при котором их различия не будут затрагивать полезную часть информации.

Приемлемое значение отклонения восстановленного сигнала от исходного зависит от конкретной задачи, которую решает исследователь. В данной работе для оценки степени соответствия F и \tilde{F} мы применим широко используемый общий параметр - отклонение по среднеквадратичной норме σ :

$$\sigma = \|F - \tilde{F}\| = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^n (f_k - \tilde{f}_k)^2}{n+1}} \quad (3)$$

где $n+1$ - длина векторов F и \tilde{F} , f_k и \tilde{f}_k - их компоненты. Оптимальной будем считать матрицу преобразования S , имеющую при заданном уровне сжатия среднюю ошибку *sigma* меньшую, чем ДПФ, или же близкую к нему.

Для расчетов мы используем дискретное косинусное преобразование Фурье, которое задается следующим образом [5]

$$\hat{f}_m = \frac{1}{\sqrt{2n+1}}(f_0 + 2 \sum_{k=1}^n f_k \cos(\frac{2\pi km}{2n+1})), m = 0, 1, \dots, n. \quad (4)$$

Формула обращения тогда имеет вид

$$f_k = \frac{1}{\sqrt{2n+1}}(\hat{f}_0 + 2 \sum_{m=1}^n \hat{f}_m \cos(\frac{2\pi km}{2n+1})), k = 0, 1, \dots, n. \quad (5)$$

Данному преобразованию соответствует следующая матрица

$$\frac{1}{\sqrt{2n+1}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 \cos \frac{2\pi}{2n+1} & 2 \cos \frac{4\pi}{2n+1} & \dots & 2 \cos \frac{2\pi n}{2n+1} \\ 1 & 2 \cos \frac{4\pi}{2n+1} & 2 \cos \frac{8\pi}{2n+1} & \dots & 2 \cos \frac{4\pi n}{2n+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ 1 & 2 \cos \frac{2\pi n}{2n+1} & 2 \cos \frac{4\pi n}{2n+1} & \dots & 2 \cos \frac{2\pi n^2}{2n+1} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Как видим, в данном случае $S = T^{-1} = T$

3. Алгоритм поиска оптимального преобразования

Мы предлагаем построить расчеты по итерационному принципу. Схема предложенного нами алгоритма показана на рис. 1.

3.1. Выбор тестовых сигналов и уровня сжатия.

Для решения поставленной задачи исследование проводится на наборе из $N = 20$ сигналов F_p . Уровень сжатия выбран равным 80%.

Поиск оптимального алгоритма сжатия имеет большую вычислительную сложность. В связи с этим на этапе предварительных расчетов для уменьшения количества операций рассматриваются сигналы, состоящие из $n + 1 = 10$ отсчетов.

В исследовании используются сигналы, которые представляют собой набор точек из QRS-комплекса ЭКГ.

3.2. Генерация матриц преобразования

В качестве начального приближения мы выбираем матрицу дискретного косинусного преобразования Фурье (6), поскольку она дает достаточно хорошие результаты для широкого класса сигналов. Затем с каждым из элементов первой строки выполняем одно из 3-х действий: прибавляем к нему малую величину $\epsilon > 0$, вычитаем ϵ , либо оставляем элемент неизменным (в наших расчетах $\epsilon = 0,01$). В результате получается набор из 3^{n+1} матриц S_q , с которыми выполняются расчеты на всех дальнейших этапах.

Для каждой матрицы мы с помощью метода Гаусса находим обратную $T = S_q^{-1}$. В случае, если S_q оказалась вырожденной, либо ее определитель близок к нулю, мы исключаем ее из дальнейшего рассмотрения, поскольку расчеты с участием плохо обусловленных матриц обладают известной вычислительной неустойчивостью [6, 7].

При повторном возвращении на этап генерации матриц преобразования мы производим аналогичные действия со второй строкой, третьей и т. д. Затем весь процесс повторяется итерационно, пока не будут достигнуты условия завершения алгоритма.

3.3. Анализ, сжатие и синтез тестовых сигналов.

На данном этапе последовательно перебираются матрицы S_q . С помощью каждой матрицы производится сжатие всех тестовых сигналов $F_p, p = 1, 2, \dots, N$. Обозначим $G_{qp} = S_q * F_p$. Далее производится обнуление части элементов векторов G_{qp} в соответствии с выбранным уровнем сжатия. Новый набор векторов обозначим \tilde{G}_{qp} . После этого, применяя формулу (2), получаем синтезированные сигналы $\tilde{F}_{qp} = T_q * \tilde{G}_{qp}$.

3.4. Выбор наиболее эффективного преобразования.

Для каждой матрицы S_q мы рассчитываем среднюю по всему набору тестовых сигналов среднеквадратичную ошибку $\langle \sigma_q \rangle$:

$$\langle \sigma_q \rangle = \frac{\sum_{p=1}^N \|F_q p - \tilde{F}_q p\|}{N} \quad (7)$$

Наиболее эффективным мы считаем преобразование S_q , которое при заданном уровне сжатия дает наименьшее значение величины $\langle \sigma_q \rangle$. В случае, если S_q не позволяет достичь отклонения меньшего, чем при использовании ДПФ, либо оно существенно не снизилось после проведения нескольких итераций, то алгоритм завершается. В противном случае мы возвращаемся к этапу генерации матриц преобразования, взяв за основу при дальнейших манипуляциях со строками найденную матрицу S_q .

3.5. Заключение

В данной работе нами предложен новый алгоритм поиска оптимального метода сжатия сигналов заданного вида. . .

4. Список литературы

1. Залманзон Л.А. Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях / Л.А. Залманзон. – Москва: Наука, 1989. – 496 с.
2. Bracewell R. The Fourier Transform and its Applications. McGraw-Hill, 2000, 640 p. 3. Addison P. Wavelet Transforms and the ECG: a Review. Physiological Measurement, 2005, № 26(5), pp. R155–R199. DOI: 10.1088/0967-3334/26/5/R01.
3. Короновский А.А. Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения / А.А. Короновский, А.Е. Храмов. – Москва: Физматлит, 2003. – 176 с.
4. Власова Е.А. Ряды / Е.А. Власова. – Москва: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 616 с.
5. Кострикин А.И. Линейная алгебра и геометрия / А.И. Кострикин, Ю.И. Манин. – Москва: Наука, 1986. – 304 с.
6. Бахвалов Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – Москва: Наука, 1987. – 598 с.