Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Лабораторная работа № 1

Тема Реализация и исследование алгоритмов построения отрезков

Студент Саркисов А.С.

Группа ИУ 7-43

Оценка (баллы) _____

Преподаватель _____

Москва.
2020 г.

Цель работы:
Научиться применять знания аналитической геометрии для решения практических задач машинной графики, осуществлять построение изображения (в СКУ) объектов, расположенных в МСК.

Условие задачи:
На плоскости дано множество точек. Найти такой треугольник с вершинами в этих точках, для которого разность площадей описанной и вписанной окружности максимальна.

Техническое задание:

1) Необходимо определить координаты вершин треугольника, по трем заданным точкам, при этом проверить не лежат ли эти точки на одной прямой.

2) Перебрать все возможные треугольники, найдя треугольник с максимальной разностью площадей описанной и вписанной в него окружностью.

3) Найти координаты центра вписанной и описанной окружности для найденного треугольника.

Теоретический материал:

1. Перед расчетом разности площадей, вписанной и описанной окружностей треугольника, необходимо проверить, что три точки, являющиеся вершинами треугольника, не лежат на одной прямой.
   (x3 - x1) / (x2 - x1) == (y3 - y1) / (y2 - y1)

2. Если условие (п. 1) выполняется, то находим радиусы вписанной и описанной окружностей треугольника. Радиус вписанной в треугольник окружности равен отношению площади треугольника и его полупериметра. Радиус описанной окружности равен отношению произведения всех длин сторон треугольника и корня квадратного, умноженного на 4, произведения полупериметра на разность полупериметра и всех длин сторон треугольника поочередно.

3. Если условие (п. 1) выполняется, то нужно составить два уравнения прямых, которые являются серединными перпендикулярами к двум отрезкам, соединяющим точки (например: 1 и 2, 2 и 3). После этого нужно решить систему с двумя неизвестными (в системе два уравнения).
   Полученные x и y являются координатами центра описанной окружности.

4. Если условие (п. 1) выполняется, то используя следствие из теоремы:

Пусть ABC произвольный треугольник, a, b, c длины сторон, лежащие против вершин A, B и C соответственно, M – точка пересечения его биссектрис. Тогда для любой точки O верно равенство

$$\overline{OM} = \frac{a \cdot \overline{OA} + b \cdot \overline{OB} + c \cdot \overline{OC}}{a + b + c}$$

Следствие. Пусть ABC произвольный треугольник, a, b, c длины сторон, лежащие против вершин A, B и C соответственно, M – точка пересечения его биссектрис, O – начало координат. Тогда:

$$x_M = \frac{a \cdot x_A + b \cdot x_B + c \cdot x_C}{a+b+c}, \quad y_M = \frac{a \cdot y_A + b \cdot y_B + c \cdot y_C}{a+b+c}, \quad z_M = \frac{a \cdot z_A + b \cdot z_B + c \cdot z_C}{a+b+c}.$$

Полученные x и y являются координатами центра вписанной окружности.

Алгоритм нахождения треугольника с вершинами в этих точках, для которого разность площадей описанной и вписанной окружности максимальна:

```
def showTriangle(canvas, pointsList):
    pointsList = []
    for point in listbox.get(0, END):
        pointsList.append([float(point[0]), float(point[1])])

    pointsList = pointsListFormation(pointsList)

    print("pointsList in showTriangle :", pointsList)
    if (len(pointsList) < 3):
        return False

    trianglePoints = [[0.0, 0.0], [0.0, 0.0], [0.0, 0.0]]
    sidesLength = [0.0, 0.0, 0.0]
    maxRadiusDiff = 0.0
    triangleReqPoints = [[0.0, 0.0], [0.0, 0.0], [0.0, 0.0]]

    for pointOneInd in range(len(pointsList) - 2):
        for pointTwoInd in range(pointOneInd + 1, len(pointsList) - 1):
            for pointThreeInd in range(pointTwoInd + 1, len(pointsList)):
                trianglePoints[0] = pointsList[pointOneInd]
                trianglePoints[1] = pointsList[pointTwoInd]
                trianglePoints[2] = pointsList[pointThreeInd]

                if (isPointsCollinear(trianglePoints) == False):
                    #print(trianglePoints)
                    sidesLength = sidesLengthDef(trianglePoints)
```

```
                    radiusCircum, radiusInscribed = radiusCirclesDef(sidesLength)
                    #print(radiusCircum, radiusInscribed)

                    if (radiusCircum - radiusInscribed >= maxRadiusDiff):
                        triangleReqPoints[0] = trianglePoints[0]
                        triangleReqPoints[1] = trianglePoints[1]
                        triangleReqPoints[2] = trianglePoints[2]
                        #print(triangleReqPoints)
                        maxRadiusDiff = radiusCircum - radiusInscribed

    if (maxRadiusDiff != 0.0):
        sidesLength = sidesLengthDef(triangleReqPoints)
        radiusCircum, radiusInscribed = radiusCirclesDef(sidesLength)
        print("triangleReqPoints =", triangleReqPoints)
        print("sidesLength =", sidesLength)
        interPointInscribedX, interPointInscribedY = interPointsInscribedDef(trian-
gleReqPoints, sidesLength)
        print("interPointInscribedX, interPointInscribedY =", interPointInscribedX,
interPointInscribedY)
        print("radiusInscribed =", radiusInscribed)
        interPointCircumX, interPointCircumY = interPointsCircumDef(triangleReqPoints)
        print("interPointInscribedX, interPointInscribedY =", interPointInscribedX,
interPointInscribedY)
        print("radiusCircum =", radiusCircum)
        paintTriangle(canvas, triangleReqPoints)
        paintCircle(canvas, interPointInscribedX, interPointInscribedY, radiusIn-
scribed)
        paintCircle(canvas, interPointCircumX, interPointCircumY, radiusCircum)
```

trianglePoints - список, хранящий по три точки, относящиеся к одному треугольнику.

Алгоритм проверяющий, что точки не лежат на одной прямой:

```
def isPointsCollinear(trianglePoints):
    if (abs(((trianglePoints[2][1] - trianglePoints[0][1]) * (trianglePoints[1][0] -
trianglePoints[0][0])) -
        ((trianglePoints[2][0] - trianglePoints[0][0]) * (trianglePoints[1][1] - tri-
anglePoints[0][1]))) < 0.0001):
        return True

    return False
```

Алгоритм нахождения радиусов вписанной и описанной окружностей по 3-м точкам:

```
def radiusCirclesDef(sidesLength):
    semiperimeter = 0.0
```

```
    semiperimeter = (sidesLength[0] + sidesLength[1] + sidesLength[2]) / 2
    sidesProduct = sidesLength[0] * sidesLength[1] * sidesLength[2]
    radiusCircum = sidesProduct / (4 * math.sqrt(semiperimeter *
                                    (semiperimeter - sidesLength[0]) *
                                    (semiperimeter - sidesLength[1]) *
                                    (semiperimeter - sidesLength[2])))

    radiusInscribed = math.sqrt((semiperimeter - sidesLength[0]) *
                                (semiperimeter - sidesLength[1]) *
                                (semiperimeter - sidesLength[2]) / semiperimeter)

    return radiusCircum, radiusInscribed
```

Алгоритм нахождения центра описанной окружностей:

```
def interPointsCircumDef(trianglePoints):
    matrixXOne = [
                [trianglePoints[0][0] * trianglePoints[0][0] + trianglePoints[0][1] *
trianglePoints[0][1], trianglePoints[0][1], 1.0],
                [trianglePoints[1][0] * trianglePoints[1][0] + trianglePoints[1][1] *
trianglePoints[1][1], trianglePoints[1][1], 1.0],
                [trianglePoints[2][0] * trianglePoints[2][0] + trianglePoints[2][1] *
trianglePoints[2][1], trianglePoints[2][1], 1.0]
                ]

    matrixYOne = [
                [trianglePoints[0][0], trianglePoints[0][0] * trianglePoints[0][0] +
trianglePoints[0][1] * trianglePoints[0][1], 1.0],
                [trianglePoints[1][0], trianglePoints[1][0] * trianglePoints[1][0] +
trianglePoints[1][1] * trianglePoints[1][1], 1.0],
                [trianglePoints[2][0], trianglePoints[2][0] * trianglePoints[2][0] +
trianglePoints[2][1] * trianglePoints[2][1], 1.0]
                ]

    matrixXYTwo = [
                [trianglePoints[0][0], trianglePoints[0][1], 1.0],
                [trianglePoints[1][0], trianglePoints[1][1], 1.0],
                [trianglePoints[2][0], trianglePoints[2][1], 1.0]
                ]

    interPointCircumX = matrixDetDef(matrixXOne) / (2 * matrixDetDef(matrixXYTwo))
    interPointCircumY = matrixDetDef(matrixYOne) / (2 * matrixDetDef(matrixXYTwo))

    return interPointCircumX, interPointCircumY
```

Алгоритм нахождения центра вписанной окружностей:

```
def interPointsInscribedDef(trianglePoints, sidesLength):
    interPointInscribedX = (trianglePoints[0][0] * sidesLength[0] +
                            trianglePoints[1][0] * sidesLength[1] +
                            trianglePoints[2][0] * sidesLength[2]) / (sidesLength[0] +
sidesLength[1] + sidesLength[2])

    interPointInscribedY = (trianglePoints[0][1] * sidesLength[0] +
                            trianglePoints[1][1] * sidesLength[1] +
                            trianglePoints[2][1] * sidesLength[2]) / (sidesLength[0] +
sidesLength[1] + sidesLength[2])

    return interPointInscribedX, interPointInscribedY
```

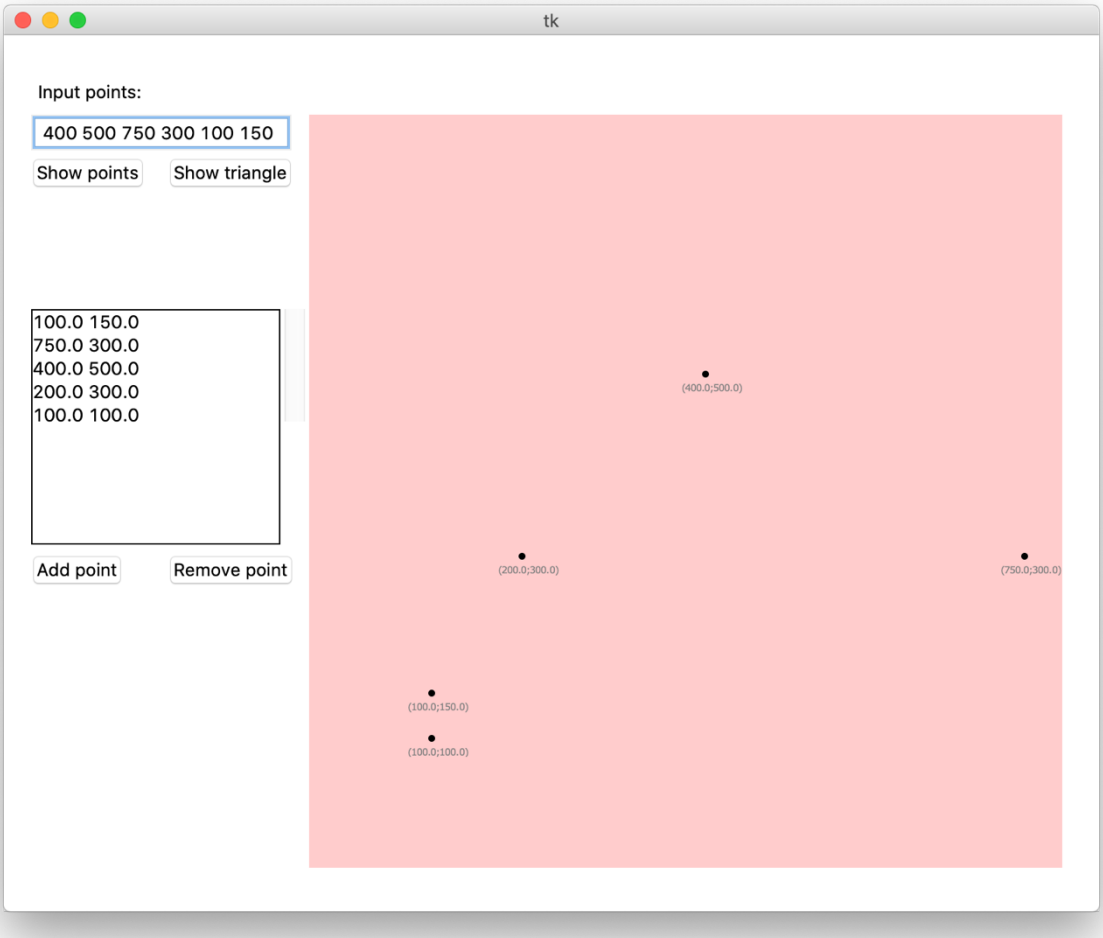
Алгоритм отображения введенных точек на экран (с учетом масштабирования):

```
def showPoints(canvas, pointsList):
    if (pointsList == []):
        pointsList = pointsListFormation(pointsList)

    for point in pointsList:
        paintOnePoint(canvas, point[0], point[1], point[2], point[3])

    return pointsList
def paintOnePoint(canvas, x, y, xOriginal, yOriginal):
    canvas.create_oval(x - 2, y - 2, x + 2, y + 2, fill="black")

    pointCoordinatesString = "(" + str(xOriginal) + ";" + str(yOriginal) + ")"
    canvas.create_text(x + 5, y + 10, text=pointCoordinatesString, justify=CENTER,
font="Verdana 7", fill="grey")
ef pointsListFormation(pointsList):
    if (pointsList == []):
        listbox.delete(0, END)

        pointsString = pointsEntry.get()
        coordList = list(map(float, pointsString.split()))

        for i in range (0, len(coordList), 2):
            pointsList.append([coordList[i], coordList[i + 1], coordList[i], coord-
List[i + 1]])
            listbox.insert(0, [coordList[i], coordList[i + 1]])

    maxXY, minXY = maxXYDef(pointsList)

    if (minXY < 0):
        for i in range(len(pointsList)):
            pointsList[i][0] += (abs(minXY))
            pointsList[i][1] += (abs(minXY))

    maxXY, minXY = maxXYDef(pointsList)
```

```
    singleSegment = 500 / abs(maxXY)

    for i in range(len(pointsList)):
        pointsList[i][0] *= singleSegment
        pointsList[i][1] *= singleSegment
        pointsList[i][1] -= 550
        pointsList[i][1] *= -1
        pointsList[i][0] += 25
        pointsList[i][1] -= 25

    print("pointsList in pointsListFormation:", pointsList)

    return pointsList
```

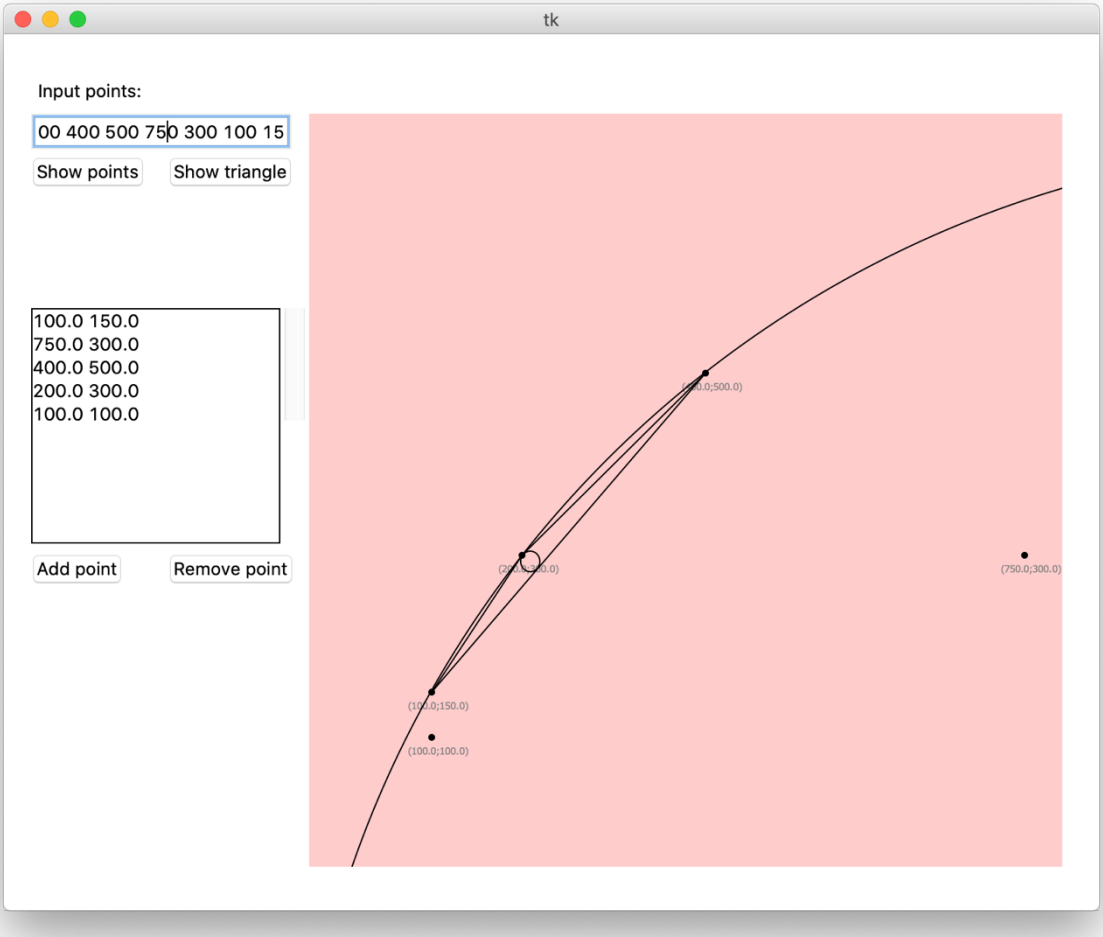
Пример работы программы

Ввод точек и их отображение на плоскости (в программе так же можно изменять, удалять и добавлять точки):



Решение задачи:

```
pointsList in pointsListFormation: [[91.66666666666666, 458.33333333333337, 100.0, 100.0], [158.33333333333331, 325.0, 200.0, 300.0], [291.66666666666663, 191.66666666666669,
 400.0, 500.0], [525.0, 325.0, 750.0, 300.0], [91.66666666666666, 425.0, 100.0, 150.0]]
pointsList in pointsListFormation: [[91.66666666666666, 425.0], [525.0, 325.0], [291.66666666666663, 191.66666666666669], [158.33333333333331, 325.0], [91.66666666666666, 458
.33333333333337]]
pointsList in showTriangle : [[91.66666666666666, 425.0], [525.0, 325.0], [291.66666666666663, 191.66666666666669], [158.33333333333331, 325.0], [91.66666666666666, 458.33333
333333337]]
triangleReqPoints = [[91.66666666666666, 425.0], [291.66666666666663, 191.66666666666669], [158.33333333333331, 325.0]]
sidesLength = [188.56180831641265, 120.18504251546631, 307.31814857642956]
interPointInscribedX, interPointInscribedY = 163.93969811240464 329.5961197259465
radiusInscribed = 7.214245978448686
interPointInscribedX, interPointInscribedY = 163.93969811240464 329.5961197259465
radiusCircum = 783.5106182362215
```



```
pointsList in pointsListFormation: [[150.0, 400.0, 100.0, 100.0], [337.5, 462.5, 250.0, 50.0], [212.5, 150.0, 150.0, 300.0], [525.0, 25.0, 400.0, 400.0]]
pointsList in pointsListFormation: [[525.0, 25.0], [212.5, 150.0], [337.5, 462.5], [150.0, 400.0]]
pointsList in showTriangle : [[525.0, 25.0], [212.5, 150.0], [337.5, 462.5], [150.0, 400.0]]
triangleReqPoints = [[525.0, 25.0], [212.5, 150.0], [150.0, 400.0]]
sidesLength = [257.6941016011038, 530.3300858899106, 336.5728004459065]
interPointInscribedX, interPointInscribedY = 265.402157271128 196.17782011545947
radiusInscribed = 62.52239758261192
interPointInscribedX, interPointInscribedY = 265.402157271128 196.17782011545947
radiusCircum = 327.08996808557464
```