

# Лабораторная работа «Решение дифференциальных уравнений»

17 сентября 2023 года

Дедлайн 5 ноября 2023 года 23:59 МСК

## 1 Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений

### Постановка задачи

Дано  $N$  материальных точек с массами  $m_k$ , положения которых в начальный момент времени заданы радиус-векторами  $\mathbf{r}_k$ , а скорости векторами  $\mathbf{v}_k$ ,  $k = \overline{1, N}$ . Требуется определить траектории всех частиц во все моменты времени от 0 до  $t_{end}$ .

**Формат ввода.** На вход программе дается файл с массами, начальными координатами и скоростями всех материальных точек.

**Формат вывода.** Файл формата csv, каждая строка которого имеет следующий вид:

$t$	$x_1$	$y_1$	$x_2$	$y_2$	$\dots$	$x_n$	$y_n$
-----	-------	-------	-------	-------	---------	-------	-------

### Закон всемирного тяготения

Решение задачи основано на законе всемирного тяготения.

Сила, действующая на тело  $q$  со стороны тела  $k$ , равна

$$\mathbf{F}_{qk} = G \frac{m_q m_k}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q|^3} (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q) \quad (1)$$

Общая сила, действующая на тело  $q$ :

$$\mathbf{F}_q = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq q}}^N \mathbf{F}_{qk} = Gm_q \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq q}}^N \frac{m_k}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q|^3} (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_q) \quad (2)$$

Зная силу  $\mathbf{F}_q$ , можно найти траекторию частицы  $q$ , если решить дифференциальное уравнение:

$$m_q \frac{d^2 \mathbf{r}_q}{dt^2} = \mathbf{F}_q \quad (3)$$

Решая совместно  $n$  уравнений вида (3), получаем траектории всех  $n$  частиц.

## 2 Решение уравнения в частных производных

Реализовать решение задачи Дирихле для определения стационарного распределения температур на пластине с внешними источниками тепла, на краях которой поддерживается заданный температурный режим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} &= f(x, y), \quad 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1 \\ u(0, y) &= u(1, y) = u(x, 0) = u(x, 1) = c \end{aligned} \quad (4)$$

При организации параллельных вычислений использовать метод Гаусса-Зейделя с разбиением сетки на горизонтальные полосы.

## 3 Критерии оценивания

Работу выполнять с использованием pthreads или OpenMP.

На оценку 8 нужно реализовать параллельную программу для решения задачи  $n$  тел путем решения системы дифференциальных уравнений (3). Провести оценку производительности разработанной программы: вычислить ускорение и эффективность в зависимости от размера входных данных (количества точек) и количества потоков. Создать визуализацию (можно в Питоне с использованием библиотеки `celluloid`).

Баллы могут быть сняты за нерациональное распределение задач между потоками, неполное исследование производительности, отсутствие визуализации.

На оценку 10 необходимо также, в дополнение к решению системы (3), решить задачу Дирихле для уравнения Пуассона.

Работы выполняются в группе. Оценка за работу выставляется как среднее арифметическое оценки группы и индивидуальной оценки. Индивидуальная оценка определяется по результатам ответов студента на вопросы во время защиты.