ANDRÉS PEDRAZA RODRÍGUEZ

1. Trabajo Práctico 1: Introducción

1. Un gas ideal a temperatura $T_1 = 80K$ y presión $P_1 = 1\,\text{atm}$ fluye isentrópicamente a un número de Mach $M_1 = 6{,}9$. La relación de calores específicos del gas es $\gamma = 1{,}4$ y su masa molecular es $M_m = 29\,\text{g/mol}$. Calcular:

   a) La densidad ρ_1 y la energía cinética del gas.

   b) La temperatura y presión de remanso.

   c) La entalpia estática y la de remanso.

---

a)

$$R_u = 8'314472 \ J/mol\,K$$

$$R = R_u / M_m$$

$$\rho_1 = \frac{P_1}{R T_1} \rightarrow \boxed{\rho_1 = 4'418 \ kg/m^3}$$

$$C_v = \frac{1}{\gamma - 1} R$$

$$e_1 = C_v T_1 \rightarrow \boxed{e_1 = 57\,341'186 \ J/kg}$$

b)

$$a_1 = \sqrt{\gamma R T_1}$$

$$V_1 = M_1 a_1$$

$$C_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R$$

$$T_{01} = T_1 + \frac{V_1^2}{2 C_p} \rightarrow \boxed{T_{01} = 841'76 \ K}$$

$$P_{01} = P_1 \left(\frac{T_{01}}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \rightarrow \boxed{P_{01} = 382\,878\,212'319 \ Pa}$$

c)

$$h_1 = C_p T_1 \rightarrow \boxed{h_1 = 80\,277'661 \ J/kg}$$

$$h_{01} = C_p T_{01} \rightarrow \boxed{h_{01} = 844\,681'546 \ J/kg}$$

2. Un gas ideal que fluje a un número de Mach $M_1 = 8$ se encuentra con una onda de choque normal. La temperatura es $T_1 = 80K$ y la presión $P_1 = 1\,\text{atm}$. La relación de calores específicos del gas es $\gamma = 1{,}4$ y su masa molecular es $M_m = 29\,\text{g/mol}$.

Calcular:

a) La relación entre la temperatura estática correinte abajo de la onda, T_2, y la temperatura de remanso corriente arriba de la onda de choque normal $T_{0,1}$.

b) La temperatura de remanso corriente abajo de la onda de choque normal,$T_{0,2}$.

c) La relación entre la presión estática corriente abajo de la onda de choque, P_2, y el doble de la presión dinámica corriente arriba de la onda de choque, $\rho_1 U_1^2$.

---

a)

$$\frac{P_2}{P_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1}(M_1^2 - 1)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = (\gamma+1) M_1^2 \frac{1}{2+(\gamma-1)M_1^2}$$

$$T_2 = T_1 \frac{P_2}{P_1}\frac{\rho_1}{\rho_2}$$

$$R = R_u / M_m$$

$$a_1 = \sqrt{\gamma R T_1}$$

$$V_1 = M_1 a_1$$

$$c_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} R$$

$$T_{01} = T_1 + \frac{V_1^2}{2c_p}$$

$$\boxed{\frac{T_2}{T_{01}} = 0'97}$$

b)

$$M_2^2 = \frac{1+\frac{\gamma-1}{2}M_1^2}{\gamma M_1^2 - \frac{\gamma-1}{2}}$$

$$a_2 = \sqrt{\gamma R T_2}$$

$$V_2 = a_2 M_2$$

$$T_{02} = T_2 + \frac{V_2^2}{2c_p} \rightarrow \boxed{T_{02} = 1104'0\ K}$$

c)

$$P_2 = P_1 \cdot \frac{P_2}{P_1} \quad \text{(del apartado anterior)}$$

$$\rho_1 = P_1 / RT_1$$

$$\boxed{\frac{P_2}{2\rho_1 U_1^2} = 0'416}$$

3. Un gas ideal que fluje a un número de Mach $M_1 = 8$ se encuentra con una onda de choque oblicua que deflecta las líneas de corriente un ángulo $\delta = 20°$. La temperatura es $T_1 = 80K$ y la presión $P_1 = 1\,\text{atm}$. La relación de calores específicos del gas es $\gamma = 1{,}4$ y su masa molecular es $M_m = 29\,\text{g/mol}$.

Calcular:

a) La componente normal del número de Mach corriente arriba de la onda de choque y la temperatura estática del gas post-shock.

---

a)

$$\tan\delta = \frac{2}{\tan\beta}\,\frac{M_1^2 \,\mathrm{sen}^2\beta - 1}{M_1^2(\gamma + \cos(2\beta)) + 2} \to \beta_w = 26'619° \quad ; \quad \beta_s = 85'266°$$

$$M_{1n} = M_1 \cdot \mathrm{sen}\,\beta \to \boxed{M_{1nw} = 3'584} \quad ; \quad \boxed{M_{1ns} = 7'973}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1}(M_{1n}^2 - 1)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma+1)M_{1n}^2}{2 + (\gamma-1)M_{1n}^2}$$

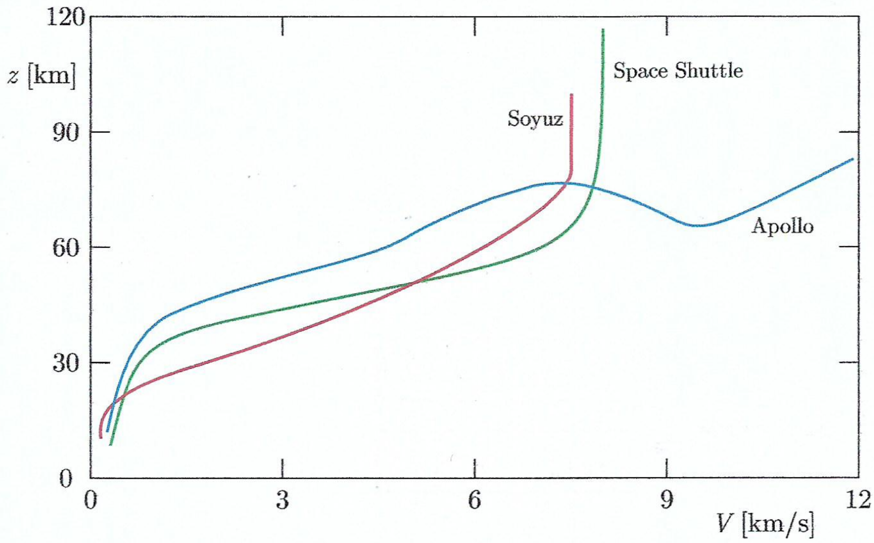
$$T_2 = T_1\,\frac{P_2}{P_1}\,\frac{\rho_1}{\rho_2} \to \boxed{T_{2w} = 274'548\,K} \quad ; \quad \boxed{T_{2s} = 1064'154\,K}$$

4. La figura muestra la velocidad y la altitud del módulo Soyuz TMA durante la maniobra de rentrada. Asumiendo el modelo de Atmósfera Estándar Internacional (véase ESDU 77021 y ESDU77022) y que la longitud característica del módulo de descenso de la Soyuz es $L = 2{,}2\,\mathrm{m}$, calcular para $z = \{90; 60; 20\}$ km de altitud:

a) El número de Reynolds de la corriente libre.

b) El número de Mach de la corriente libre.

c) El número de Knudsen de la corriente libre.



---

a)

ESDU 77021 y ESDU 77022 $\rightarrow$ $p, \rho, T = f(z)$

$$\mu = \mu_0 \left[\frac{T}{T_0}\right]^{3/2} \frac{T_0 + S_1}{T + S_1} \quad \text{donde} \quad \begin{aligned} \mu_0 &= 18'27 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{Pa} \\ S_1 &= 120\ \mathrm{K} \\ T_0 &= 291'15\ \mathrm{K} \end{aligned}$$

Figura $\rightarrow$ $V(z)$

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu} \longrightarrow \boxed{\begin{aligned} &z = 90\,\mathrm{Km} : Re = 4777 \\ &z = 60\,\mathrm{Km} : Re = 2'392 \cdot 10^4 \\ &z = 20\,\mathrm{Km} : Re = 6'76 \cdot 10^6 \end{aligned}}$$

b)

$$a = \sqrt{\gamma R T}$$

$$M = V/a \longrightarrow \boxed{\begin{aligned} &z = 90\,\mathrm{Km} : M = 29'19 \\ &z = 60\,\mathrm{Km} : M = 19'1 \\ &z = 20\,\mathrm{Km} : M = 1'694 \end{aligned}}$$

c)

$$\lambda = \frac{\mu}{p}\sqrt{\frac{\pi R T}{2M}}$$

$$Kn = \frac{\lambda}{L} \longrightarrow \boxed{\begin{aligned} &z = 90\,\mathrm{Km} : Kn = 0'001674 \\ &z = 60\,\mathrm{Km} : Kn = 2'71 \cdot 10^{-5} \\ &z = 20\,\mathrm{Km} : Kn = 2'856 \cdot 10^{-7} \end{aligned}}$$