



UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE MADRID

MODELO ESTÁTICO DE UNA BATERÍA

TRABAJO 5

GENERACIÓN Y GESTIÓN DE POTENCIA ELÉCTRICA

Autores: David Estébanez Mérida
Andrés Pedraza Rodríguez
María Elena Piqueras Carreño
Daniel del Río Velilla
Ana Isabel Soria Carro

Profesor: Santiago Pindado Carrión

MADRID, 25 DE ABRIL, 2021

Resumen

El objetivo del presente trabajo es analizar la arquitectura de una batería espacial. Para ello se dispone de datos experimentales de cargas y descargas a distintas intensidades de corriente así como la información proporcionada por el fabricante. A partir de estos datos se modelizará el comportamiento estático de la batería de acuerdo a varios modelos cada vez más complejos.

Índice

Índice de figuras	I
Índice de tablas	III
1. Introducción	1
2. Metodología	1
3. Resultados	2
3.1. Caracterización de la batería	2
3.2. Comportamiento estático de la batería	3
3.2.1. Estimación de resistencias	5
3.2.2. Modelo lineal	6
3.2.3. Modelo exponencial	8
3.2.4. Modelo lineal-exponencial	13
3.2.5. Modelos con R_d dependientes de la intensidad de corriente	14
3.2.6. Modelos oscilatorios	19
4. Conclusiones	23
Referencias	25

Índice de figuras

1.	Evolución del voltaje de la batería para descarga (izda.) y carga (dcha.) según los datos experimentales.	2
2.	Modelos de circuito equivalente para descarga (izda.) y para carga (dcha.) [1].	4
3.	Modelo de circuito equivalente tanto para carga como para descarga [1].	4
4.	Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo lineal (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.	7
5.	Evolución del voltaje de la batería para carga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo lineal (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.	7
6.	Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo exponencial ajustado globalmente antes de haberlo mejorado con los valores obtenidos tras ajustar cada una de las curvas individualmente. A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.	9
7.	Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo exponencial ajustado individualmente (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.	10
8.	Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo exponencial ajustado globalmente (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales. . .	11
9.	Evolución del voltaje de la batería para carga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo exponencial ajustado globalmente (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales. .	12
10.	Evolución del voltaje de la batería para carga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo exponencial ajustado individualmente (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales. .	12
11.	Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo exponencial-lineal (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.	13

12.	Evolución del voltaje de la batería para carga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo exponencial-lineal (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.	14
13.	Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo de la expresión (22) (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales. . . .	15
14.	Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo de la expresión (23) (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales. . . .	16
15.	Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo de la expresión (24) (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales. . . .	17
16.	Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo de la expresión (25) (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales. . . .	18
17.	Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo de la expresión (26) (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales. . . .	18
18.	Comparación de errores para la ecuación (26) (izda.) y el modelo oscilatorio propuesto en la expresión (27) (dcha.).	20
19.	Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo de la expresión (27) (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales. . . .	21
20.	Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo de la expresión (28) (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales. . . .	21
21.	Error RMSE para los modelos lineal, exponencial y lineal-exponencial tanto para las curvas de descarga como para las curvas de carga (izda.). Error RMSE para el modelo exponencial de descarga ajustado para cada una de las intensidades de corriente de descarga (dcha.).	23

Índice de tablas

1.	Voltajes y capacidades tanto de la batería como de cada celda y número de celdas en serie y en paralelo.	3
2.	Parámetros del modelo lineal en descarga a lo largo de las iteraciones con la función <i>fitnlm</i> y error medio cuadrático de cada iteración.	7
3.	Parámetros del modelo lineal en carga a lo largo de las iteraciones con la función <i>fitnlm</i> y error medio cuadrático de cada iteración.	8
4.	Parámetros del modelo exponencial en descarga a lo largo de las iteraciones con la función <i>fitnlm</i> y error medio cuadrático de cada iteración antes de haberlo mejorado con los valores obtenidos tras ajustar cada una de las curvas individualmente.	9
5.	Parámetros del modelo exponencial en descarga a lo largo de las iteraciones con la función <i>fitnlm</i> y error medio cuadrático de cada iteración ajustada individualmente para la curva en descarga a 5 A.	10
6.	Parámetros del modelo exponencial en descarga a lo largo de las iteraciones con la función <i>fitnlm</i> y error medio cuadrático de cada iteración ajustada individualmente para la curva en descarga a 2,5 A.	10
7.	Parámetros del modelo exponencial en descarga a lo largo de las iteraciones con la función <i>fitnlm</i> y error medio cuadrático de cada iteración ajustada individualmente para la curva en descarga a 1,5 A.	11
8.	Parámetros del modelo exponencial en descarga a lo largo de las iteraciones con la función <i>fitnlm</i> y error medio cuadrático de cada iteración tras ajustar cada una de las curvas individualmente.	11
9.	Parámetros del modelo exponencial en carga a lo largo de las iteraciones con la función <i>fitnlm</i> y error medio cuadrático de cada iteración.	12
10.	Parámetros del modelo exponencial-lineal en descarga a lo largo de las iteraciones con la función <i>fitnlm</i> y error medio cuadrático de cada iteración.	13
11.	Parámetros del modelo exponencial-lineal en carga a lo largo de las iteraciones con la función <i>fitnlm</i> y error medio cuadrático de cada iteración.	14
12.	Coeficientes de las ecuaciones (22) a (26), ajustados a todas las curvas de descarga y valores RMSE.	19
13.	Coeficientes de las ecuaciones (27) y (28) para los datos experimentales suministrados y RMSE.	22
14.	Parámetros de ajuste para los distintos modelos en descarga.	23

15.	Parámetros de ajuste para los distintos modelos en carga.	23
16.	Recopilación de los valores de RMSE para los modelos de descarga de batería descritos.	24
17.	Recopilación de los valores de RMSE para los modelos de descarga de batería de carácter oscilatorio.	24

1. Introducción

Cuando un vehículo espacial está en órbita suele ser muy común que haya periodos de tiempo durante los cuales la potencia generada por los paneles sea insuficiente para realizar las operaciones necesarias o sea nula porque se encuentre el artefacto eclipsado por otro cuerpo. Es por ello que se incluyen baterías para poder almacenar la energía sobrante de los paneles en aquellos momentos en los que hay más irradiancia o menos demanda de potencia y para poder liberar paulatinamente esta energía en los períodos en los que no hay irradiancia o se precisa más potencia.

En este trabajo se distinguen dos partes en las que se propone lo siguiente:

- Aplicando la ley de Peukert obtener el número de celdas (serie y paralelo) que conforman la batería.
- Modelizar el comportamiento estático de la batería.

2. Metodología

Este trabajo se ha desarrollado empleando fundamentalmente la herramienta de software MATLAB. Con ella se han realizado los cálculos y las representaciones gráficas pertinentes.

Los métodos para la caracterización de la batería se han obtenido de la documentación proporcionada por el profesor D. Santiago Pindado a través de la plataforma Moodle de la asignatura, en particular Porras *et al.* en [1] y [2].

Se dispone de datos experimentales que contienen los valores de tiempo, intensidad de corriente y voltaje para una batería formada por celdas Samsung INR18650-29E [3] a lo largo de distintas cargas y descargas y también se dispone de la hoja de características de las propias celdas facilitado por el fabricante. Gracias a esta información se puede determinar el número de celdas en serie y en paralelo haciendo uso de la ley de Peukert.

A la hora de caracterizar el comportamiento estático de la batería se proponen una serie de modelos cada vez más complejos basados en un circuito equivalente cuyos elementos generadores de tensión ideales tienen un comportamiento dependiente de la energía remanente en la batería y cuyos elementos resistivos tienen (en el modelo más complejo) un comportamiento dependiente de la intensidad de corriente. Las expresiones de dichos comportamientos se aproximarán cada vez más con funciones más complejas (*id est* con un mayor número de parámetros a determinar).

3. Resultados

3.1. Caracterización de la batería

El primer objetivo es determinar el número de células, tanto en serie como en paralelo, que conforman la batería de la cual se tienen valores experimentales de tiempo, voltaje e intensidad de corriente. Se dispone para ello de los datos experimentales (representados según curvas de carga y descarga en la Figura 1) y de la hoja de características proporcionada por el fabricante (véase [3]).

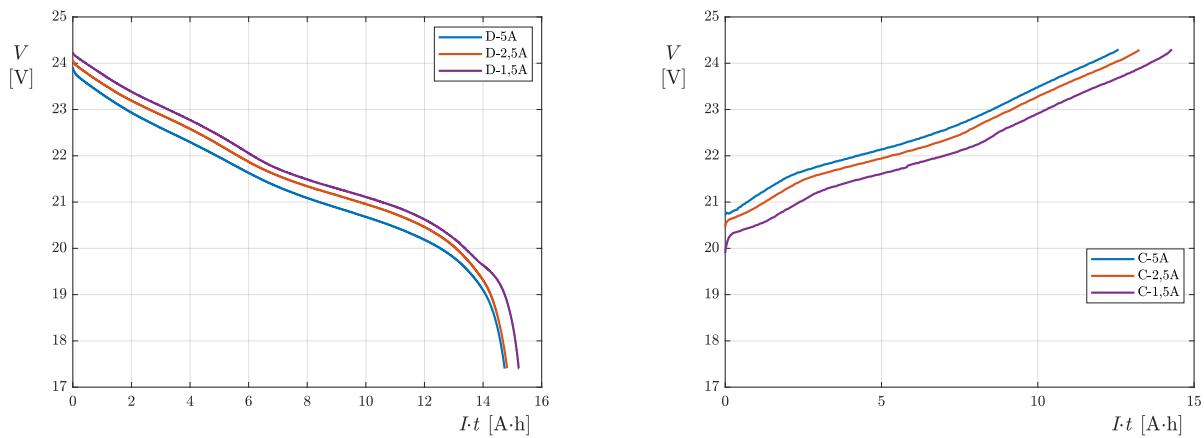


Figura 1: Evolución del voltaje de la batería para descarga (izda.) y carga (dcha.) según los datos experimentales.

Para determinar el número de celdas en serie N_{serie} a partir de los datos experimentales, basta con tomar el valor de voltaje para carga máxima V y dividirlo por el voltaje a carga máxima de una celda V_{cell} y luego redondear al valor más próximo:

$$N_{serie} = \frac{V}{V_{cell}} . \quad (1)$$

Por otro lado, para determinar el número de celdas en paralelo $N_{paralelo}$, basta con tomar el valor de capacidad de la batería C y dividirlo por la capacidad de una celda C_{cell} (teniendo en cuenta la eficiencia a determinada temperatura) y luego redondear al valor más próximo:

$$N_{paralelo} = \frac{C}{C_{cell}} . \quad (2)$$

En este caso no se dispone de la capacidad de la batería por lo que hay que hacer uso de la Ley de

Peukert:

$$C = I^k t, \quad (3)$$

donde I es la intensidad de corriente de las descargas, t es el tiempo total de descarga y k es un coeficiente que se determina a partir de los datos experimentales. Como se dispone de los datos de tres descargas se hace un ajuste lineal del tipo:

$$\ln(t) = -k \ln(I) + \ln(C), \quad (4)$$

quedando así determinado el valor de k a partir de la pendiente, que en este caso es $k = 1,026$. Los resultados obtenidos se recogen en la Tabla 1.

Tabla 1: Voltajes y capacidades tanto de la batería como de cada celda y número de celdas en serie y en paralelo.

Voltaje de la batería [V]	Voltaje de la celda [V]	Celdas en serie
23,9	4,2	6
Capacidad de la batería [mA·h]	Capacidad de la celda [mA·h]	Celdas en paralelo
15304,5	2667,5	6

3.2. Comportamiento estático de la batería

A la hora de caracterizar el comportamiento de un elemento electrónico reviste de utilidad la caracterización mediante un circuito equivalente, es decir, una disposición tal de elementos electrónicos básicos que se comporte de forma suficientemente similar al componente real. En la Figura 2 se muestran dos esquemas eléctricos independientes, uno para carga y otro para descarga en los cuales se ha representado la diferencia de potencial ideal de la pila mediante el generador E y se ha añadido una resistencia R en serie para caracterizar las pérdidas por efecto Joule y fruto del paso de la corriente eléctrica por el dispositivo; los superíndices o subíndices c y d hacen referencia al proceso de carga y de descarga respectivamente; y por último, la intensidad de corriente I y el voltaje V son los que experimentaría una carga conectada a la batería.

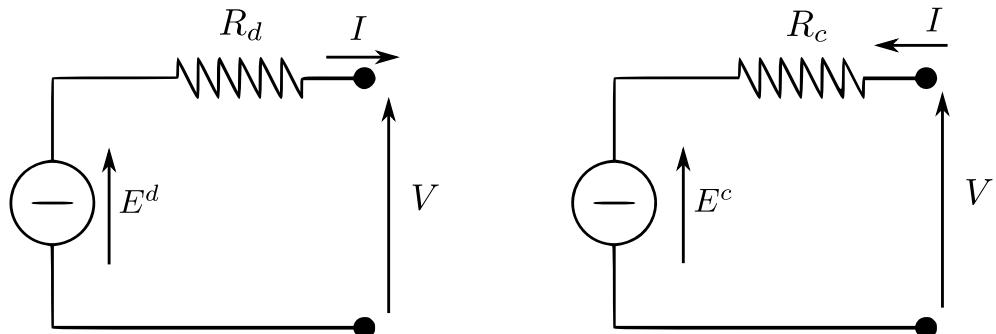


Figura 2: Modelos de circuito equivalente para descarga (izda.) y para carga (dcha.) [1].

Además, se pueden combinar ambos esquemas en uno solo que valga tanto para carga como para descarga. Para independizar ambos caminos se recurre a dos diodos (en principio ideales) que, al permitir solamente el paso de corriente en una dirección, distinguen los dos comportamientos de la batería pues esta no se comporta igual en carga que en descarga. En la Figura 3 se representa el esquema eléctrico correspondiente.

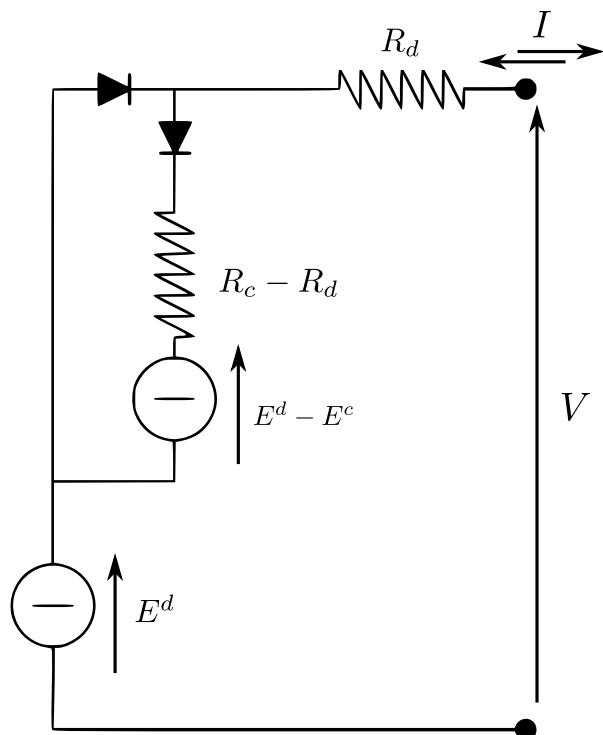


Figura 3: Modelo de circuito equivalente tanto para carga como para descarga [1].

De esta forma, en el proceso de carga o descarga se tiene:

$$V(\phi, I) = E^d - R_d I , \quad (5)$$

$$V(\phi, I) = E^c + R_c I , \quad (6)$$

donde:

$$E^d = f \left(\phi; E_0^d, E_1^d, E_2^d, \dots \right) , \quad (7)$$

$$E^c = g \left(\phi; E_0^c, E_1^c, E_2^c, \dots \right) , \quad (8)$$

con E_i como coeficientes de las expresiones matemáticas y donde ϕ hace referencia a la energía des cargada de la batería.

$$\phi = \phi_0 + \int_{t_0}^t E^d I \, dt = \phi_0 + \int_{t_0}^t (VI + R_d I^2) \, dt , \quad (9)$$

$$\phi = \phi_0 - \int_{t_0}^t E^c I \, dt = \phi_0 - \int_{t_0}^t (VI - R_c I^2) \, dt . \quad (10)$$

Para un tratamiento matemático más sencillo se emplea la expresión:

$$V(\phi, I) = E + RI , \quad (11)$$

de forma que la intensidad de corriente se define positiva cuando entra en la batería (carga) lo cual permite expresar el modelo de carga y de descarga mediante la misma expresión.

3.2.1. Estimación de resistencias

Para obtener un valor de las resistencia de carga, R_c , y descarga, R_d , que emplear como iterante inicial se va a aplicar la ley de Ohm,

$$\Delta V = R_{d;c} \Delta I , \quad (12)$$

en la zona lineal de las curvas de carga y descarga.

Al conocer la evolución del voltaje en función del tiempo para varias velocidades de carga y descarga se puede obtener el valor de las resistencias evaluando las tensiones de las curvas de carga y descarga en un mismo instante de tiempo. Por ello, las resistencias pueden determinarse seleccionando una serie de valores de $I \cdot t$ de la zona lineal y comparando el valor del voltaje V_i en función de la curva de descarga

o carga a intensidad de corriente constante ($I_1 = 5 \text{ A}$, $I_2 = 2,5 \text{ A}$ e $I_3 = 1,5 \text{ A}$) correspondiente a cada una de las curvas disponibles de forma que evaluando en tres instantes de tiempo resulta:

$$R_{d,c} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} \left(\left| \frac{V(t_i, I_3) - V(t_i, I_1)}{I_3 - I_1} \right| + \left| \frac{V(t_i, I_2) - V(t_i, I_1)}{I_2 - I_1} \right| \right). \quad (13)$$

Se ha decidido evaluar en tres tiempos diferentes, cogiendo su media como valor inicial de la iteración para tener un valor de resistencia más homogéneo. Los resultados obtenidos como primera aproximación han sido $R_d = 0,1177 \Omega$ y $R_c = 0,1342 \Omega$.

3.2.2. Modelo lineal

Para una primera aproximación se propone un modelo de la forma:

$$V = (E_0 + E_1\phi) + RI, \quad (14)$$

donde E_0 , E_1 y R son los parámetros del modelo que se han de ajustar con los datos experimentales V , I y t . El que la resistencia sea un parámetro a determinar imposibilita el cálculo directo de ϕ a partir del voltaje, el tiempo y la intensidad de corriente por lo que se recurre dividirlo en dos partes:

$$\phi_1 = \int_0^t VIdt, \quad (15)$$

$$\phi_2 = \int_0^t I^2dt, \quad (16)$$

de forma que ϕ_1 y ϕ_2 pueden determinarse a partir de los datos experimentales (nótese que ϕ_2 no hace referencia a una energía). El modelo por tanto queda escrito en términos de estos valores calculados:

$$V = (E_0 + E_1(\phi_1 + \phi_2R)) + RI. \quad (17)$$

Los resultados obtenidos con este modelo para las curvas de descarga se recogen en la Figura 4 y los coeficientes del modelo se recogen en la Tabla 2. En la Figura 5 se muestra el ajuste para las curvas de carga y en la Tabla 3 se recogen los coeficientes del ajuste. En las Tablas 2 y 3 se muestran también los resultados para cada iteración realizada ya que la función *fitnlm* permite especificar el iterante inicial. Como se puede observar se han empleado los coeficientes de la anterior iteración.

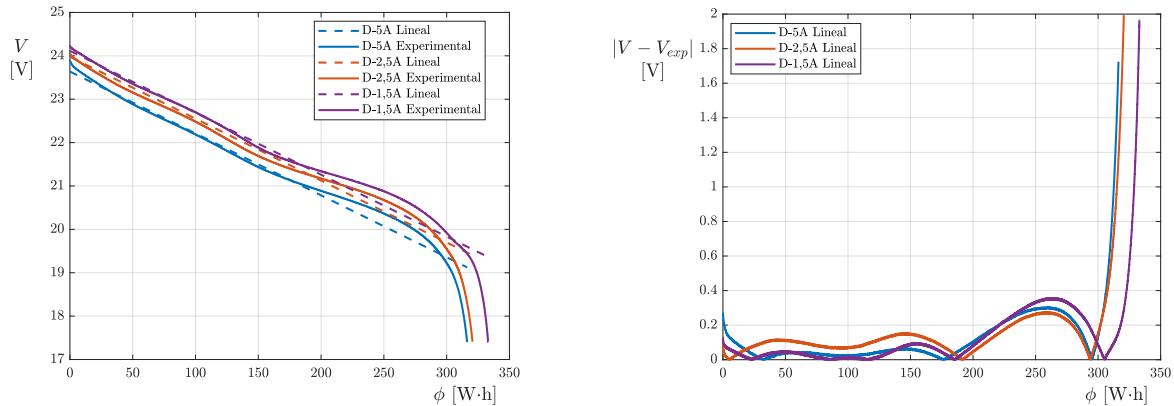


Figura 4: Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo lineal (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.

Tabla 2: Parámetros del modelo lineal en descarga a lo largo de las iteraciones con la función *fitnlm* y error medio cuadrático de cada iteración.

It	R_d [Ω]	E_0^d [V]	E_1^d [V/(W·h)]	RMSE [V]
1	0,1177	24,2400	-0,0540	0,1348
2	0,1364	24,3201	-0,0143	0,1348
3	0,1364	24,3201	-0,0143	0,1348

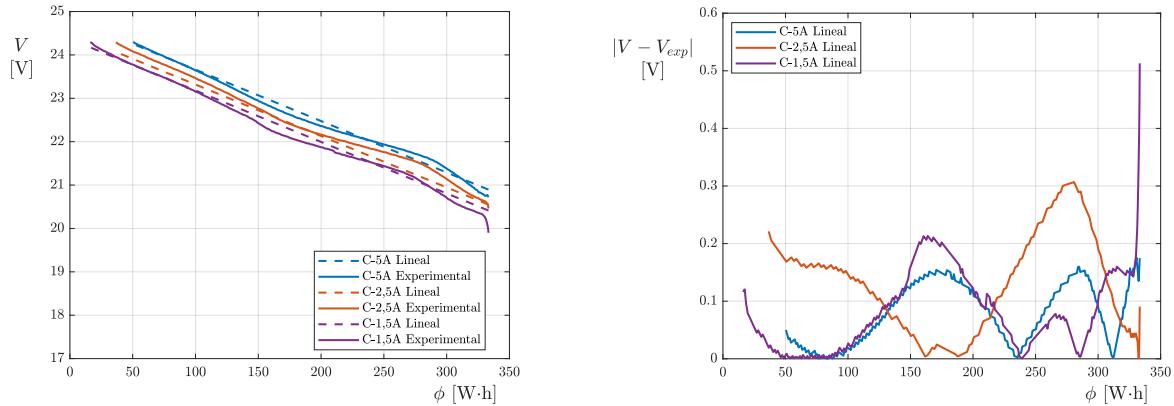


Figura 5: Evolución del voltaje de la batería para carga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo lineal (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.

Tabla 3: Parámetros del modelo lineal en carga a lo largo de las iteraciones con la función *fitnlm* y error medio cuadrático de cada iteración.

It	R_c [Ω]	E_0^c [V]	E_1^c [V/(W·h)]	RMSE [V]
1	0,1342	24,3000	-0,0540	0,0962
2	0,1377	24,1590	-0,0119	0,0962
3	0,1377	24,1590	-0,0119	0,0962

Para calcular el nivel de descarga de la batería en los casos de carga se toma el máximo valor de descarga alcanzado y a este se le resta la energía aportada al sistema:

$$\phi_0 = \phi_{1,\max}^d + \phi_{2,\max}^d R_d , \quad (18)$$

$$\phi_1 = \phi_0 - \int_0^t VIdt . \quad (19)$$

Como puede observarse la resistencia R_d ha de ser estimada previamente, en este caso se puede emplear la del ajuste de la descarga con este modelo o (como ha sido el caso) se puede emplear la del ajuste exponencial-lineal de la descarga (véase 3.2.4) dado que, en principio, representa un valor más preciso.

3.2.3. Modelo exponencial

Para una segunda aproximación se propone un modelo de la forma:

$$V = (E_0 + E_1(\phi_1 + R\phi_2) + E_2 \exp(E_3(\phi_1 + R\phi_2))) + RI , \quad (20)$$

donde los coeficientes E_i y R son los parámetros del modelo que se han de ajustar con los datos experimentales V , I y con ϕ_1 y ϕ_2 anteriormente calculados. En este caso, para el ajuste numérico del modelo, se usan como iterantes iniciales los parámetros obtenidos del modelo anterior (véanse las Tablas 2 y 3).

Los resultados obtenidos con este modelo para las curvas de descarga se recogen en la Figura 6 y los coeficientes del modelo se recogen en la Tabla 4.

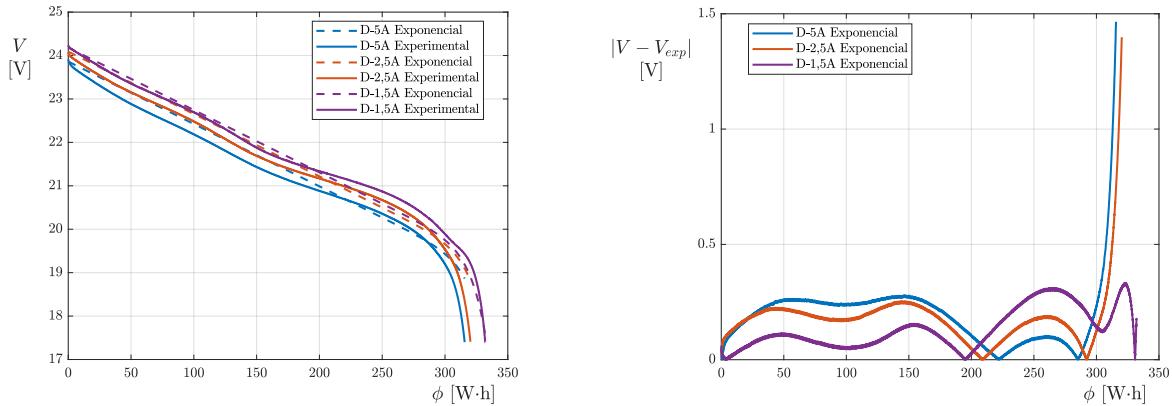


Figura 6: Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo exponencial ajustado globalmente antes de haberlo mejorado con los valores obtenidos tras ajustar cada una de las curvas individualmente. A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.

Tabla 4: Parámetros del modelo exponencial en descarga a lo largo de las iteraciones con la función *fitnlm* y error medio cuadrático de cada iteración antes de haberlo mejorado con los valores obtenidos tras ajustar cada una de las curvas individualmente.

It	R_d [Ω]	E_0^d [V]	E_1^d [V/(W·h)]	E_2^d [V]	E_3^d [W $^{-1}$ · h $^{-1}$]	RMSE [V]
1	0,1364	24,3201	-0,0143	-8,00 · 10 $^{-9}$	0,1080	1,3422
2	0,0919	24,3201	-0,0143	-3,42 · 10 $^{-14}$	0,1036	0,1184
3	0,0919	24,3201	-0,0144	-1,28 · 10 $^{-13}$	0,0891	0,1069
4	0,0919	24,3201	-0,0144	-2,40 · 10 $^{-13}$	0,0897	0,1064
5	0,0919	24,3201	-0,0144	-2,63 · 10 $^{-13}$	0,0892	0,1063
6	0,0919	24,3201	-0,0144	-3,05 · 10 $^{-13}$	0,0887	0,1063
7	0,0919	24,3201	-0,0144	-3,54 · 10 $^{-13}$	0,0882	0,1062
8	0,0919	24,3201	-0,0144	-4,11 · 10 $^{-13}$	0,0878	0,1062
9	0,0919	24,3201	-0,0144	-4,75 · 10 $^{-13}$	0,0873	0,1062
10	0,0919	24,3201	-0,0144	-5,48 · 10 $^{-13}$	0,0869	0,1061
11	0,0919	24,3201	-0,0144	-6,30 · 10 $^{-13}$	0,0865	0,1061
12	0,0919	24,3201	-0,0144	-7,22 · 10 $^{-13}$	0,0860	0,1061
13	0,0919	24,3201	-0,0144	-8,26 · 10 $^{-13}$	0,0856	0,1060
14	0,0919	24,3201	-0,0144	-9,42 · 10 $^{-13}$	0,0852	0,1060
15	0,0919	24,3201	-0,0144	-1,07 · 10 $^{-12}$	0,0848	0,1060

Además, dado que el ajuste para el caso de las curvas de descarga para el modelo exponencial no se ajusta suficientemente bien a cada una de las curvas de descarga a diferentes intensidades de corriente, se ha optado por un ajuste individual para cada una de ellas. Los resultados obtenidos para las curvas de descarga se recogen en la Figura 7 y en la Figura 10 se muestra el ajuste para las curvas de carga.

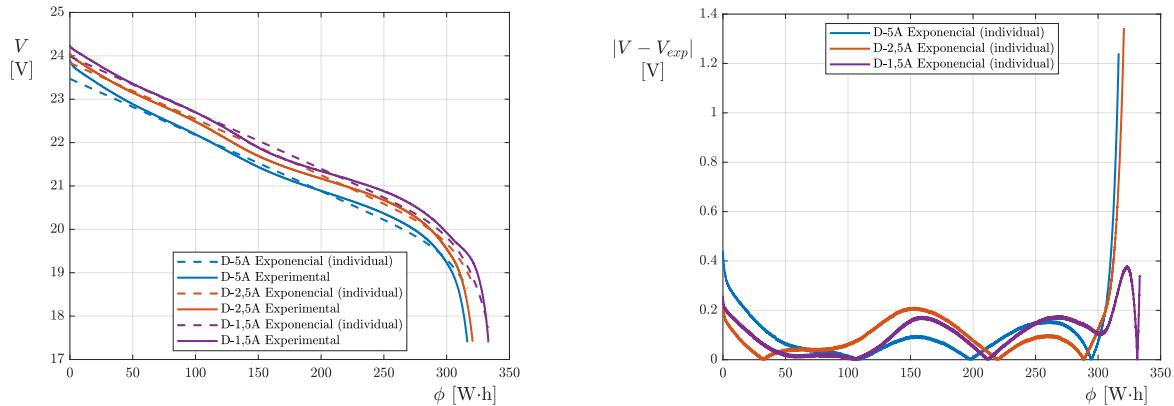


Figura 7: Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo exponencial ajustado individualmente (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.

En las Tablas 5, 6 y 7 se muestran los valores obtenidos para el justo individual de cada una de las curvas de descarga. Para ello, se fue modificando el iterante inicial hasta que finalmente se minimizó el error, y se consiguió que los valores de los coeficientes se mantuvieran constantes a lo largo de las iteraciones. Además, como se puede observar, los coeficientes obtenidos para las tres curvas fueron los mismos, por lo que se utilizó los ordenes de magnitud de estos valores para volver a ajustar la curva de descarga de forma global con el modelo exponencial. Los resultados obtenidos tras esta nueva iteración se recogen en la Tabla 8 y en la Figura 8.

Tabla 5: Parámetros del modelo exponencial en descarga a lo largo de las iteraciones con la función *fitnlm* y error medio cuadrático de cada iteración ajustada individualmente para la curva en descarga a 5 A.

It	R_d [Ω]	E_0^d [V]	E_1^d [V/(W·h)]	E_2^d [V]	E_3^d [W $^{-1}$ · h $^{-1}$]	RMSE [V]
1	0,1364	24,3201	-0,0143	-1,00·10 $^{-10}$	0,0936	0,0807
2	0,1474	24,2062	-0,0129	-8,65·10 $^{-9}$	0,0577	0,0807
3	0,1474	24,2062	-0,0129	-8,65·10 $^{-9}$	0,0577	0,0807

Tabla 6: Parámetros del modelo exponencial en descarga a lo largo de las iteraciones con la función *fitnlm* y error medio cuadrático de cada iteración ajustada individualmente para la curva en descarga a 2,5 A.

It	R_d [Ω]	E_0^d [V]	E_1^d [V/(W·h)]	E_2^d [V]	E_3^d [W $^{-1}$ · h $^{-1}$]	RMSE [V]
1	0,1364	24,3201	-0,0143	-1,00·10 $^{-10}$	0,0936	0,0807
2	0,1474	24,2062	-0,0129	-8,65·10 $^{-9}$	0,0577	0,0807
3	0,1474	24,2062	-0,0129	-8,65·10 $^{-9}$	0,0577	0,0807

Tabla 7: Parámetros del modelo exponencial en descarga a lo largo de las iteraciones con la función *fitnlm* y error medio cuadrático de cada iteración ajustada individualmente para la curva en descarga a 1,5 A.

It	R_d [Ω]	E_0^d [V]	E_1^d [V/(W·h)]	E_2^d [V]	E_3^d [W $^{-1}$ · h $^{-1}$]	RMSE [V]
1	0,1364	24,3201	-0,0143	-1,00·10 $^{-10}$	0,0936	0,0807
2	0,1474	24,2062	-0,0129	-8,65·10 $^{-9}$	0,0577	0,0807
3	0,1474	24,2062	-0,0129	-8,65·10 $^{-9}$	0,0577	0,0807

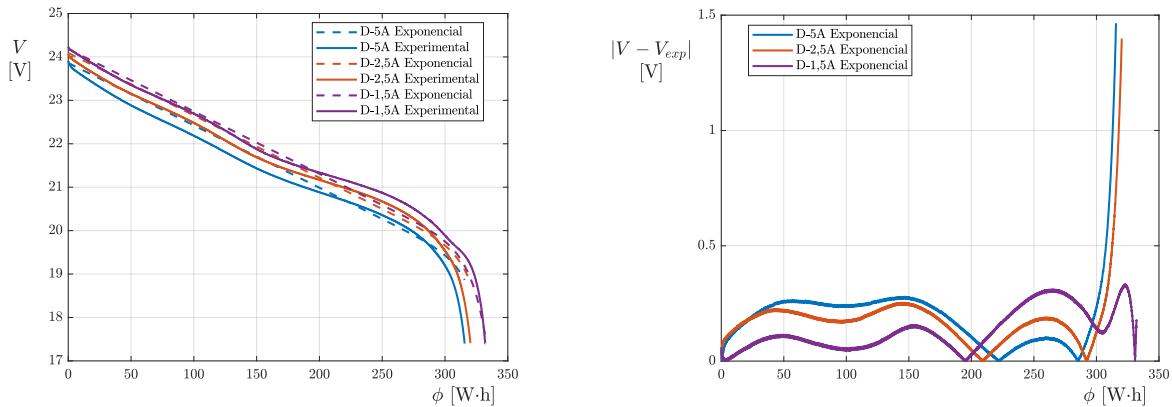


Figura 8: Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo exponencial ajustado globalmente (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.

Tabla 8: Parámetros del modelo exponencial en descarga a lo largo de las iteraciones con la función *fitnlm* y error medio cuadrático de cada iteración tras ajustar cada una de las curvas individualmente.

It	R_d [Ω]	E_0^d [V]	E_1^d [V/(W·h)]	E_2^d [V]	E_3^d [W $^{-1}$ · h $^{-1}$]	RMSE [V]
1	0,1364	24,3201	-0,0143	-1,00·10 $^{-10}$	0,0936	0,0807
2	0,1474	24,2062	-0,0129	-8,65·10 $^{-9}$	0,0577	0,0807
3	0,1474	24,2062	-0,0129	-8,65·10 $^{-9}$	0,0577	0,0807

En la Figura 9 se muestra el ajuste para las curvas de carga y en la Tabla 9 se recogen los coeficientes del ajuste. En las Tablas 8 y 9 se muestran también los resultados para cada iteración realizada ya que la función *fitnlm* permite especificar el iterante inicial. Como se puede observar se han empleado los coeficientes de la anterior iteración.

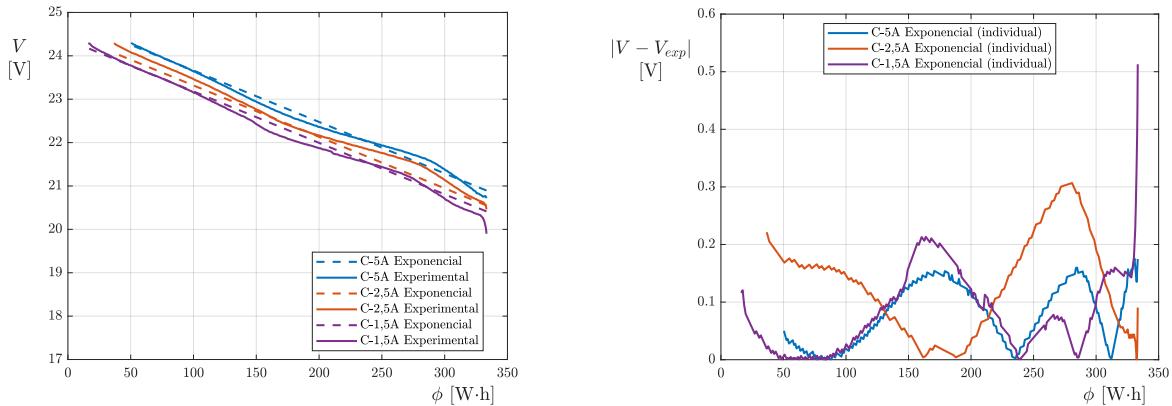


Figura 9: Evolución del voltaje de la batería para carga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo exponencial ajustado globalmente (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.

Tabla 9: Parámetros del modelo exponencial en carga a lo largo de las iteraciones con la función *fitnlm* y error medio cuadrático de cada iteración.

It	R_c [Ω]	E_0^c [V]	E_1^c [V/(W·h)]	E_2^c [V]	E_3^c [$W^{-1} \cdot h^{-1}$]	RMSE [V]
1	0,1377	24,1590	-0,0119	$-1,00 \cdot 10^{-10}$	0,0936	0,0962
2	0,1377	24,1590	-0,0119	$3,50 \cdot 10^{-12}$	-0,0878	0,0962
3	0,1377	24,1590	-0,0119	$3,50 \cdot 10^{-12}$	-0,0878	0,0962

Por último, en la Figura 10 se muestra los resultados tras ajustar las curvas de carga de forma individual para el modelo exponencial.

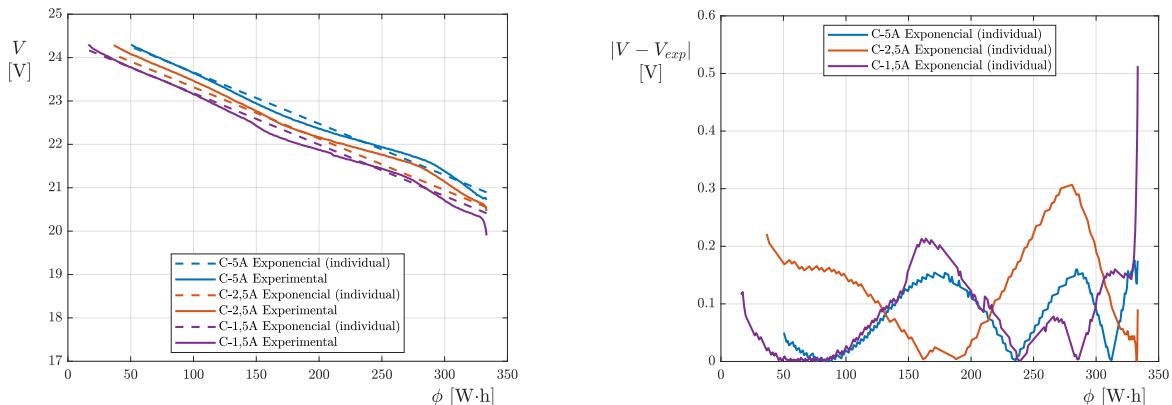


Figura 10: Evolución del voltaje de la batería para carga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo exponencial ajustado individualmente (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.

3.2.4. Modelo lineal-exponencial

Para una tercera aproximación se propone un modelo de la forma:

$$V = (E_0 + E_1(\phi_1 + R\phi_2) + (E_{2,0} + E_{2,1}I + E_{2,2}I^2) \exp [(E_{3,0} + E_{3,1}I)(\phi_1 + R\phi_2)]) + RI, \quad (21)$$

donde los coeficientes E_i y R son los parámetros del modelo que se han de ajustar con los datos experimentales V , I y con ϕ_1 y ϕ_2 anteriormente calculados. En este caso, para el ajuste numérico del modelo, se usan como iterantes iniciales los parámetros obtenidos del modelo anterior (véanse las Tablas 8 y 9). En el caso de carga no es necesario considerar los términos $E_{2,1}$ y $E_{2,2}$.

Los resultados obtenidos con este modelo para las curvas de descarga se recogen en la Figura 11 y los coeficientes del modelo se recogen en la Tabla 10. En la Figura 12 se muestra el ajuste para las curvas de carga y en la Tabla 11 se recogen los coeficientes del ajuste. En las Tablas 10 y 11 se muestran también los resultados para cada iteración realizada ya que la función *fitnlm* permite especificar el iterante inicial. Como se puede observar se han empleado los coeficientes de la anterior iteración.

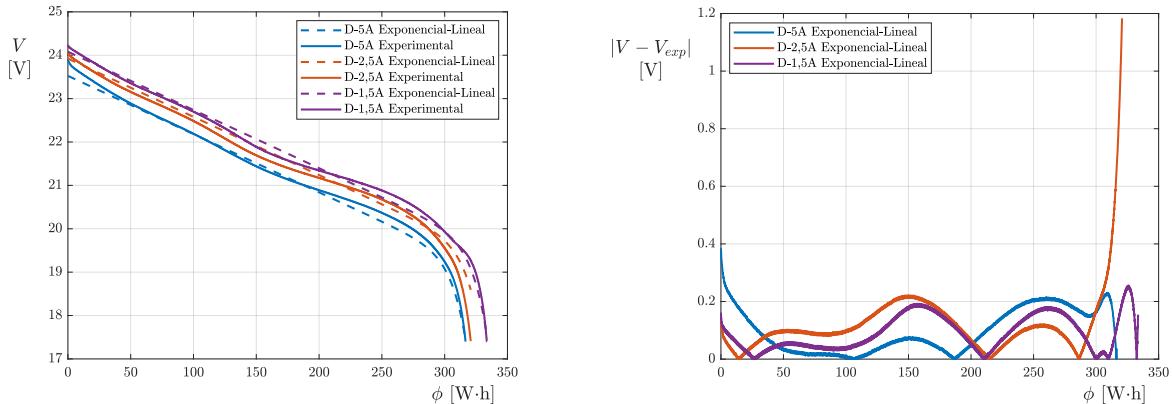


Figura 11: Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo exponencial-lineal (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.

Tabla 10: Parámetros del modelo exponencial-lineal en descarga a lo largo de las iteraciones con la función *fitnlm* y error medio cuadrático de cada iteración.

It	R_d [Ω]	E_0^d [V]	E_1^d [V/(W·h)]	$E_{2,0}^d$ [V]	$E_{2,1}^d$ [Ω]	$E_{2,2}^d$ [Ω/A]	$E_{3,0}^d$ [(W·h) $^{-1}$]	$E_{3,1}^d$ [(W·h·A) $^{-1}$]	RMSE [V]
1	0,1474	24,2062	-0,0129	$-8,65 \cdot 10^{-9}$	$-1,00 \cdot 10^{-5}$	-0,036	0,0577	$-5,40 \cdot 10^{-13}$	0,0673
2	0,1284	24,1607	-0,0130	$-3,54 \cdot 10^{-11}$	$-1,00 \cdot 10^{-5}$	-0,036	0,0727	$-1,10 \cdot 10^{-3}$	0,0673
3	0,1284	24,1607	-0,0130	$-3,54 \cdot 10^{-11}$	$-1,00 \cdot 10^{-5}$	-0,036	0,0727	$-1,10 \cdot 10^{-3}$	0,0673

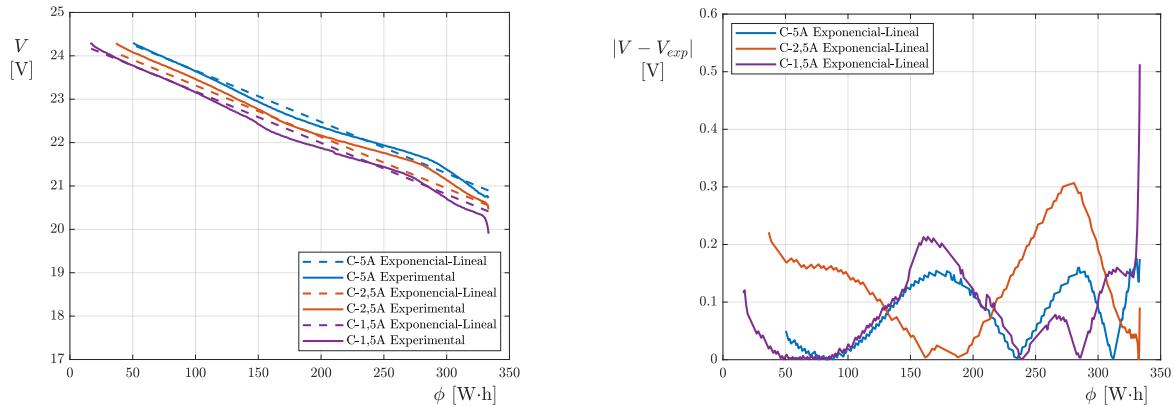


Figura 12: Evolución del voltaje de la batería para carga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo exponencial-lineal (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.

Tabla 11: Parámetros del modelo exponencial-lineal en carga a lo largo de las iteraciones con la función *fitnlm* y error medio cuadrático de cada iteración.

It	R_c [Ω]	E_0^c [V]	E_1^c [V/(W·h)]	$E_{2,0}^c$ [V]	$E_{2,1}^c$ [Ω]	$E_{2,2}^c$ [Ω/A]	$E_{3,0}^c$ [(W·h) $^{-1}$]	$E_{3,1}^c$ [(W·h·A) $^{-1}$]	RMSE [V]
1	0,1377	24,1590	-0,0119	$3,50 \cdot 10^{-12}$	-	-	-0,0878	$-5,40 \cdot 10^{-13}$	0,0962
2	0,1377	24,1590	-0,0119	$3,50 \cdot 10^{-12}$	-	-	-0,0878	$-5,40 \cdot 10^{-13}$	0,0962

3.2.5. Modelos con R_d dependientes de la intensidad de corriente

Con tal de continuar analizando el efecto de la corriente en los coeficientes de la ecuación de descarga, se propone un modelo de la forma:

$$V = \left[E_0^d + E_1^d(\phi_1 + R\phi_2) + E_2^d \exp \left((E_{3,0}^d + E_{3,1}^d)(\phi_1 + R\phi_2) \right) \right] + (R_{d,0} + R_{d,1}I)I, \quad (22)$$

donde los coeficientes E_i y R son los parámetros del modelo que se han de ajustar con los datos experimentales V , I y con ϕ_1 y ϕ_2 anteriormente calculados. En este caso, para el ajuste numérico del modelo, se usan como iterantes iniciales los parámetros obtenidos del modelo lineal-exponencial (véase la Tabla 10).

Los resultados obtenidos con este modelo para las curvas de descarga se recogen en la Figura 13 y los coeficientes del modelo se recogen en la Tabla 12. Como se puede observar, se ha conseguido disminuir el error RMSE.

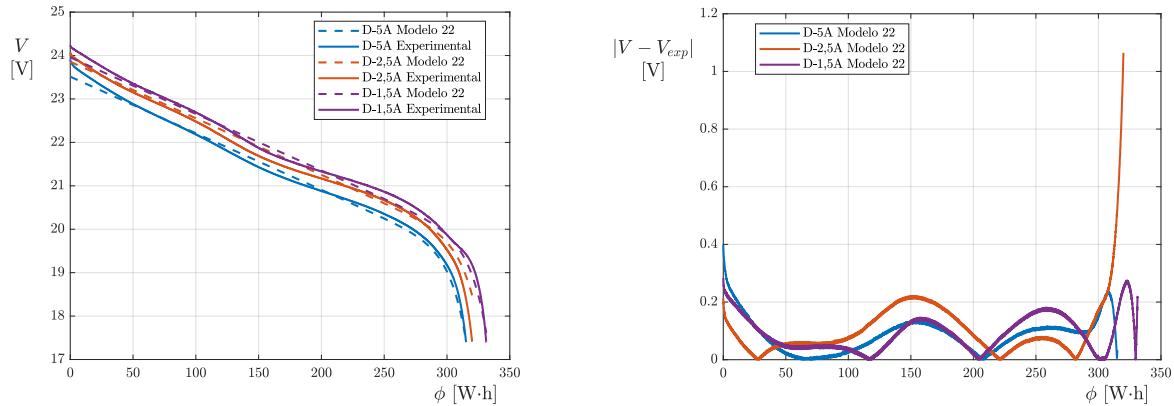


Figura 13: Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo de la expresión (22) (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.

Debido a que el coeficiente E_2^d parece que tiende a un polinomio de orden superior (como se ha comprobado en la sección 3.2.4), se propone el siguiente modelo:

$$V = \left[E_0^d + E_1^d(\phi_1 + R\phi_2) + \left(E_{2,0}^d + E_{2,1}^d I + E_{2,2}^d I^2 \right) \exp \left((E_{3,0}^d + E_{3,1}^d)(\phi_1 + R\phi_2) \right) \right] + (R_{d,0} + R_{d,1}I), \quad (23)$$

donde los coeficientes E_i y R son los parámetros del modelo que se han de ajustar con los datos experimentales V , I y con ϕ_1 y ϕ_2 anteriormente calculados. En este caso, para el ajuste numérico del modelo, se usan como iterantes iniciales los parámetros obtenidos del modelo de la expresión (22) (véase la Tabla 12).

Los resultados obtenidos con este modelo para las curvas de descarga se recogen en la Figura 14 y los coeficientes del modelo se recogen en la Tabla 12. Como se puede observar, se ha conseguido disminuir en gran medida el error RMSE respecto a los valores del modelo anterior.

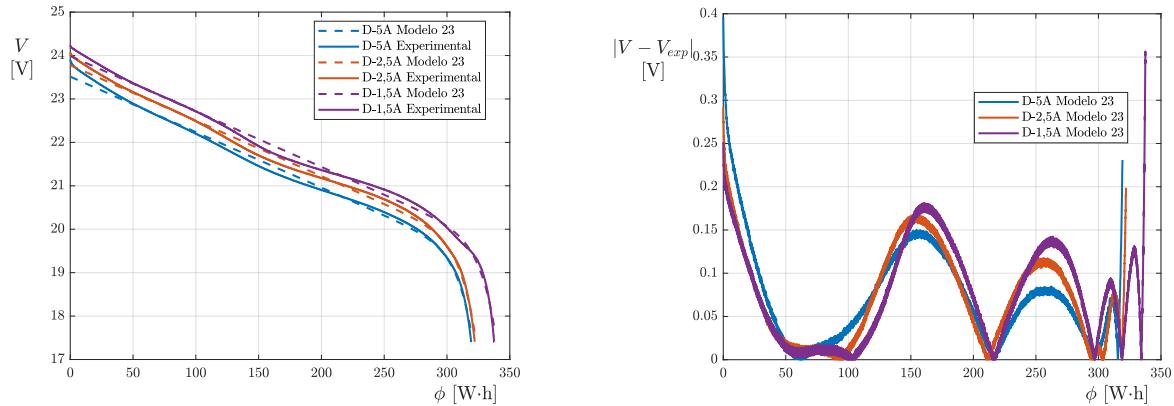


Figura 14: Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo de la expresión (23) (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.

Al haber obtenido mejores resultados con el modelo de la expresión (23), se propone considerar también un comportamiento cuadrático del coeficiente E_1^d , como se muestra a continuación:

$$V = \left[E_0^d + \left(E_{1,0}^d + E_{1,1}^d I + E_{1,2}^d I^2 \right) (\phi_1 + R\phi_2) + \left(E_{2,0}^d + E_{2,1}^d I + E_{2,2}^d I^2 \right) \exp \left((E_{3,0}^d + E_{3,1}^d)(\phi_1 + R\phi_2) \right) \right] + (R_{d,0} + R_{d,1}I)I, \quad (24)$$

donde los coeficientes E_i y R son los parámetros del modelo que se han de ajustar con los datos experimentales V , I y con ϕ_1 y ϕ_2 anteriormente calculados. En este caso, para el ajuste numérico del modelo, se usan como iterantes iniciales los parámetros obtenidos del modelo cuya expresión es la (23) (véase la Tabla 12).

Los resultados obtenidos con este modelo para las curvas de descarga se recogen en la Figura 15 y los coeficientes del modelo se recogen en la Tabla 12. Como se puede observar, se ha conseguido disminuir ligeramente el error RMSE.

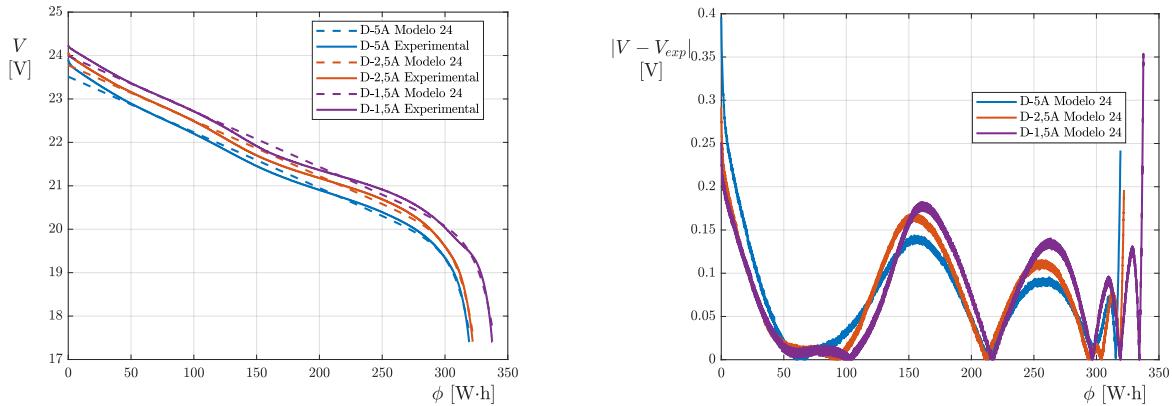


Figura 15: Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo de la expresión (24) (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.

Por otra parte se ha incluido otro término con tal de ajustar el comportamiento exponencial en los niveles superiores de la energía descargada. Es importante analizar en detalle este comportamiento, dado que el voltaje cae rápidamente en los altos niveles de energía descargada, pudiendo llegar a descargar demasiado y dañar permanentemente la batería. Para ello, se han estudiado dos expresiones dentro del término exponencial, una potencial:

$$V = \left[E_0^d + \left(E_{1,0}^d + E_{1,1}^d I + E_{1,2}^d I^2 \right) (\phi_1 + R\phi_2) + \left(E_{2,0}^d + E_{2,1}^d I + E_{2,2}^d I^2 \right) \exp \left((E_{3,0}^d + E_{3,1}^d)(\phi_1 + R\phi_2) + E_{4,1}^d (\phi_1 + R\phi_2)^{E_{4,2}^d} \right) \right] + (R_{d,0} + R_{d,1}I)I, \quad (25)$$

y otra exponencial:

$$V = \left[E_0^d + \left(E_{1,0}^d + E_{1,1}^d I + E_{1,2}^d I^2 \right) (\phi_1 + R\phi_2) + \left(E_{2,0}^d + E_{2,1}^d I + E_{2,2}^d I^2 \right) \exp \left((E_{3,0}^d + E_{3,1}^d)(\phi_1 + R\phi_2) + E_{4,1}^d \exp \left(E_{4,2}^d (\phi_1 + R\phi_2) \right) \right) \right] + (R_{d,0} + R_{d,1}I)I, \quad (26)$$

donde para ambos casos los coeficientes E_i y R son los parámetros del modelo que se han de ajustar con los datos experimentales V , I y con ϕ_1 y ϕ_2 anteriormente calculados. En este caso, para el ajuste numérico del modelo, se usan como iterantes iniciales los parámetros obtenidos del modelo de la expresión (24) (véase la Tabla 12).

Los resultados obtenidos con este modelo para las curvas de descarga se recogen en la Figura 16 y Figura 17 y los coeficientes del modelo se recogen en la Tabla 12. Se puede observar que la ecuación (26) es la que proporciona mejores valores RMSE, disminuyendo considerablemente el error del modelo lineal-exponencial.

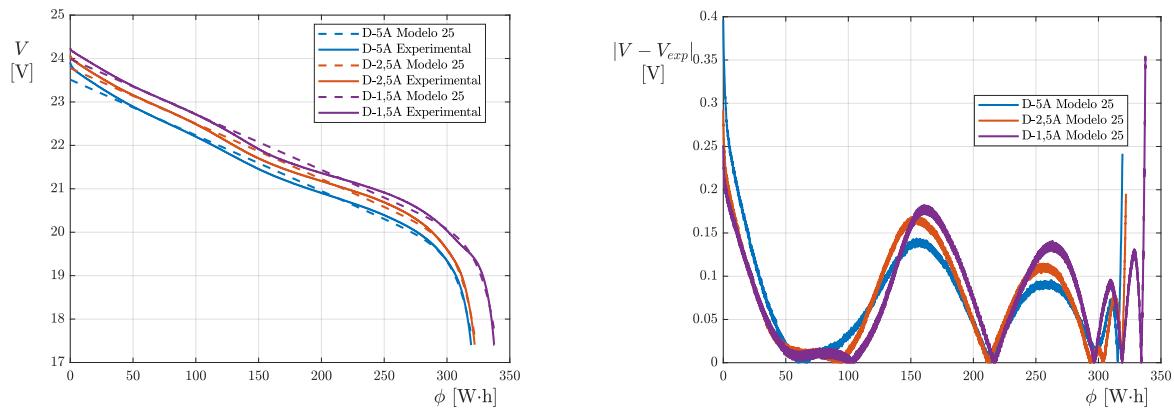


Figura 16: Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo de la expresión (25) (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.

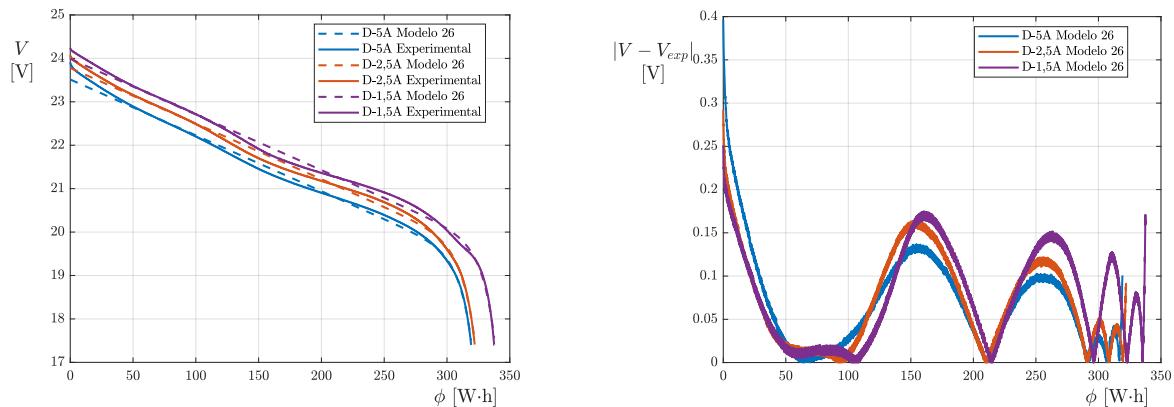


Figura 17: Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo de la expresión (26) (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.

Tabla 12: Coeficientes de las ecuaciones (22) a (26), ajustados a todas las curvas de descarga y valores RMSE.

Coeficientes/RMSE	Ec.(22)	Ec.(23)	Ec.(24)	Ec.(25)	Ec.(26)
E_0^d [V]	24,07059	24,42332	24,42332	24,42332	24,42332
E_1^d [V·W ⁻¹ ·h ⁻¹]	-0,01303	-0,01278	-	-	-
$E_{1,0}^d$ [V·W ⁻¹ ·h ⁻¹]	-	-	-0,01278	-0,01280	-0,01288
$E_{1,1}^d$ [V·W ⁻¹ ·h ⁻¹ ·A ⁻¹]	-	-	-1,97·10 ⁻⁵	-3,06·10 ⁻⁵	-6,21·10 ⁻⁵
$E_{1,2}^d$ [V·W ⁻¹ ·h ⁻¹ ·A ⁻²]	-	-	-5,21·10 ⁻⁶	-6,88·10 ⁻⁶	-1,16·10 ⁻⁵
E_2^d [V]	-1,84·10 ⁻¹¹	-	-	-	-
$E_{2,0}^d$ [V]	-	8,30·10 ⁻¹²	8,25·10 ⁻¹²	8,21·10 ⁻¹²	4,58·10 ⁻¹²
$E_{2,1}^d$ [\Omega]	-	8,98·10 ⁻¹²	8,93·10 ⁻¹²	8,89·10 ⁻¹²	8,29·10 ⁻¹²
$E_{2,2}^d$ [\Omega·A ⁻¹]	-	1,36·10 ⁻¹²	1,35·10 ⁻¹²	1,35·10 ⁻¹²	1,45·10 ⁻¹²
E_3^d [W ⁻¹ ·h ⁻¹]	-	-	-	-	-
$E_{3,0}^d$ [W ⁻¹ ·h ⁻¹]	0,07510	0,07997	0,07998	0,07998	0,07233
$E_{3,1}^d$ [W ⁻¹ ·h ⁻¹ ·A ⁻¹]	-0,00110	-0,00107	-0,00108	-0,00109	-0,00344
$E_{4,1}^d$ [W ^{-E_{4,2}^d} ·h ^{-E_{4,2}^d}] ^a	-	-	-	1,00·10 ⁻⁵	-
$E_{4,2}^d$ ^a	-	-	-	1,00·10 ⁻⁵	-
$E_{4,1}^d$ ^b	-	-	-	-	3,35·10 ⁻¹
$E_{4,2}^d$ [W ⁻¹ ·h ⁻¹] ^b	-	-	-	-	1,06·10 ⁻⁵
R_d [\Omega]	-	-	-	-	-
$R_{d,0}$ [\Omega]	0,05895	0,33456	0,33456	0,33456	0,33456
$R_{d,1}$ [\Omega·A ⁻¹]	0,01053	-0,03053	-0,03053	-0,03053	-0,03053
RMSE [V]	0,06717	0,04812	0,04809	0,04808	0,04721

^a Ecuación (25).

^b Ecuación (26).

3.2.6. Modelos oscilatorios

Dado el carácter sinusoidal del error parece apropiado añadir a los modelos un término con el fin de adecuar la parte intermedia de la curva a las oscilaciones de la batería. Para ello, se ha planteado en primer lugar un modelo de la forma:

$$V = \left[E_0^d + \left(E_{1,0}^d + E_{1,1}^d I + E_{1,2}^d I^2 \right) (\phi_1 + R\phi_2) + \left(E_{2,0}^d + E_{2,1}^d I + E_{2,2}^d I^2 \right) \exp \left((E_{3,0}^d + E_{3,1}^d)(\phi_1 + R\phi_2) + E_{4,1}^d \exp \left(E_{4,2}^d(\phi_1 + R\phi_2) \right) \right) \right] + (R_{d,0} + R_{d,1}I)I + \left(E_{5,1}^d - E_{5,2}^d(\phi_1 + R\phi_2) \right) \cos \left((\phi_1 + R\phi_2)E_{5,3}^d \right). \quad (27)$$

Como se puede observar en la Figura 18, el valor máximo de los picos de error se reduce casi a la mitad pero a cambio el error cometido al final de la curva aumenta.

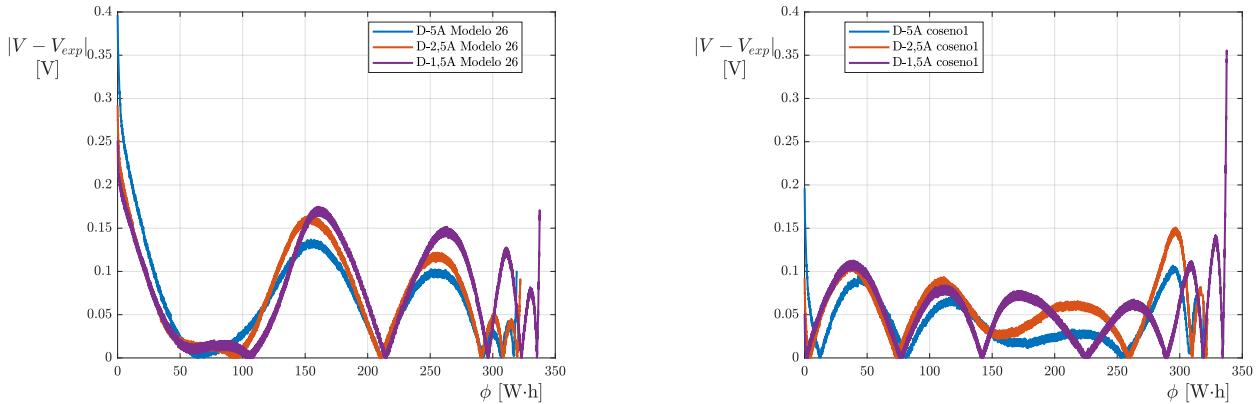


Figura 18: Comparación de errores para la ecuación (26) (izda.) y el modelo oscilatorio propuesto en la expresión (27) (dcha.).

En este caso el error RMSE es de 0,0277 V frente a 0,04721 V que ofrece el modelo anterior. Obviamente, a medida que se incluyen más coeficientes, es de esperar que el error cometido se reduzca, sin embargo en este caso se ha logrado esta mejora dado que se ha considerado un comportamiento de la función completamente distinto.

Como se puede observar en la Figura 18, el error sigue presentando un comportamiento oscilatorio, en este caso de mayor frecuencia y se ha perdido precisión en el ajuste final de la curva. Es por ello que se propone un segundo modelo en el cual se añaden dos senos más (uno de baja y otro de alta frecuencia) para terminar de minimizar el error:

$$\begin{aligned}
 V = & \left[E_0^d + \left(E_{1,0}^d + E_{1,1}^d I + E_{1,2}^d I^2 \right) (\phi_1 + R\phi_2) + \left(E_{2,0}^d + E_{2,1}^d I + E_{2,2}^d I^2 \right) \exp \left((E_{3,0}^d + E_{3,1}^d)(\phi_1 \right. \right. \\
 & \left. \left. + R\phi_2) + E_{4,1}^d \exp \left(E_{4,2}^d(\phi_1 + R\phi_2) \right) \right) \right] + (R_{d,0} + R_{d,1}I)I \\
 & + \left(E_{5,1}^d - E_{5,2}^d(\phi_1 + R\phi_2) \right) \cos \left((\phi_1 + R\phi_2)E_{5,3}^d \right) \\
 & + (E_{6,1}^d) \cos \left((\phi_1 + R\phi_2)E_{6,2}^d \right) \\
 & + (E_{7,1}^d) \cos \left((\phi_1 + R\phi_2)E_{7,2}^d \right) . \tag{28}
 \end{aligned}$$

En las Figuras 19 y 20 se representa el ajuste y el error para los dos modelos oscilatorios y en la Tabla 13 se recogen los valores de los coeficientes así como los valores del error medio cuadrático. Huelga decir que se han ajustado únicamente las curvas de descargas ya que se pretendía comparar los resultados con los de los modelos anteriores.

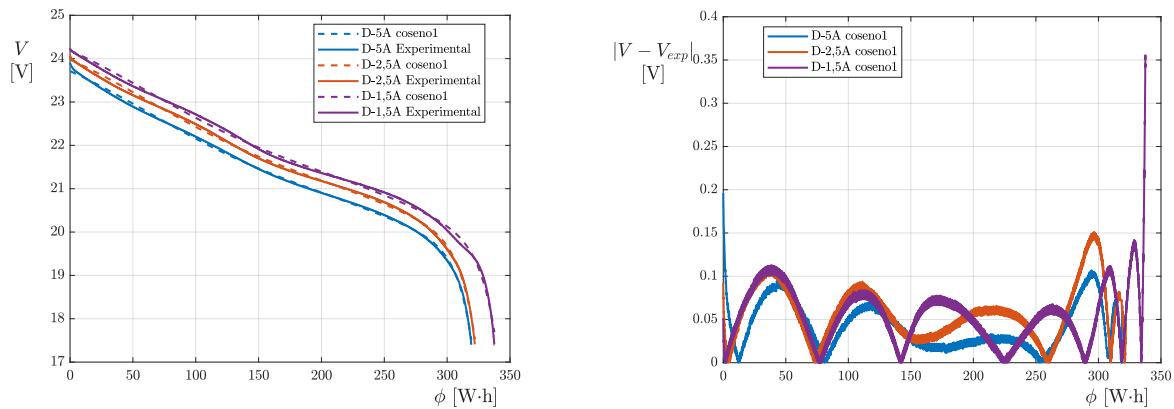


Figura 19: Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo de la expresión (27) (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.

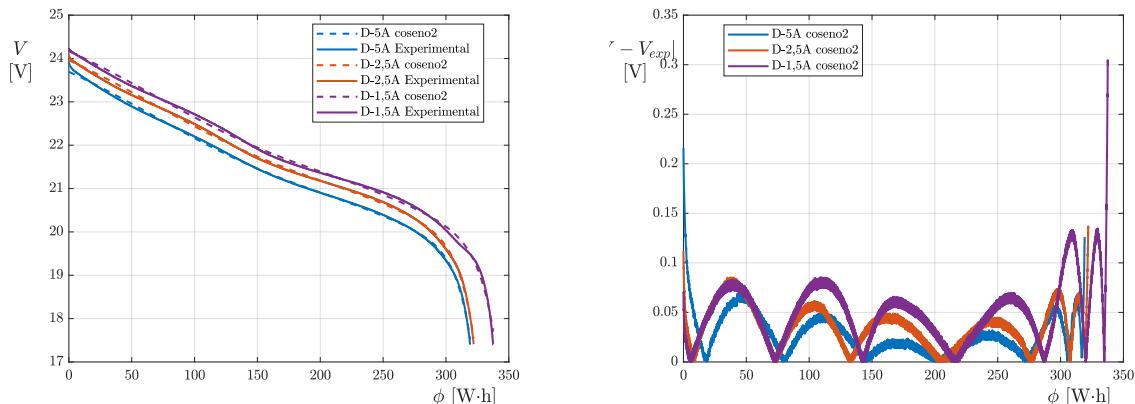


Figura 20: Evolución del voltaje de la batería para descarga a distintas intensidades de corriente en función de la energía descargada ϕ y voltaje estimado según el modelo de la expresión (28) (izda.). A la derecha, error entre el modelo y los datos experimentales.

Tabla 13: Coeficientes de las ecuaciones (27) y (28) para los datos experimentales suministrados y RMSE.

Coeficientes/RMSE	Ec.(27)	Ec.(28)
E_0^d [V]	24,42333	24,423333
$E_{1,0}^d$ [V·W ⁻¹ ·h ⁻¹]	-0,01286	-0,01287
$E_{1,1}^d$ [V·W ⁻¹ ·h ⁻¹ ·A ⁻¹]	-9,95·10 ⁹	-9,47·10 ⁹
$E_{1,2}^d$ [V·W ⁻¹ ·h ⁻¹ ·A ⁻²]	-1,68·10 ⁹	-1,66·10 ⁹
$E_{2,0}^d$ [V]	4,03·10 ²	4,01·10 ²
$E_{2,1}^d$ [Ω]	8,20·10 ²	8,20·10 ²
$E_{2,2}^d$ [Ω·A ⁻²]	1,45·10 ²	1,45·10 ²
$E_{3,0}^d$ [W ⁻¹ ·h ⁻¹]	0,07430	0,07431
$E_{1,1}^d$ [W ⁻¹ ·h ⁻¹ ·A ⁻¹]	-0,00300	-0,00299
$E_{4,1}^d$	3,346·10 ⁻¹	3,345·10 ⁻¹
$E_{4,2}^d$ [W ⁻¹ ·h ⁻¹]	1,04·10 ⁹	1,05·10 ⁹
$R_{d,0}$ [Ω]	0,33456	0,33456
$R_{d,1}$ [Ω·A ⁻²]	-0,03053	-0,03053
$E_{5,1}^d$ [V]	0,2	0,2
$E_{5,2}^d$ [V·W ⁻¹ ·h ⁻¹]	4,73222·10 ⁻⁴	4,65189·10 ⁻⁴
$E_{5,3}^d$ [W ⁻¹ ·h ⁻¹]	0,02132	0,02115
$E_{6,1}^d$ [V]	-	-0,01
$E_{6,2}^d$ [W ⁻¹ ·h ⁻¹]	-	0,03773
$E_{7,1}^d$ [V]	-	-0,01
$E_{7,2}^d$ [W ⁻¹ ·h ⁻¹]	-	0,01657
RMSE [V]	0,0277	0,0255

4. Conclusiones

Del trabajo realizado se extraen las siguientes conclusiones:

- En las Tablas 14 y 15 se recogen los parámetros del ajuste para los distintos modelos empleados.

Tabla 14: Parámetros de ajuste para los distintos modelos en descarga.

Modelo	R_d [Ω]	E_0^d [V]	E_1^d [V/(W·h)]	$E_{2,0}^d$ [V]	$E_{2,1}^d$ [Ω]	$E_{2,2}^d$ [Ω/A]	$E_{3,0}^d$ [(W·h) ⁻¹]	$E_{3,1}^d$ [(W·h·A) ⁻¹]	RMSE [V]
Lineal	0,1364	24,3201	-0,0143	-	-	-	-	-	0,1348
Exponencial	0,1474	24,2062	-0,0129	$-8,65 \cdot 10^{-9}$	-	-	0,0577	-	0,0807
Exponencial-Lineal	0,1284	24,1607	-0,0130	$-3,54 \cdot 10^{-11}$	$-1,00 \cdot 10^{-05}$	-0,036	0,0727	$-1,10 \cdot 10^{-3}$	0,0673

Tabla 15: Parámetros de ajuste para los distintos modelos en carga.

Modelo	R_c [Ω]	E_0^c [V]	E_1^c [V/(W·h)]	$E_{2,0}^c$ [V]	$E_{2,1}^c$ [Ω]	$E_{2,2}^c$ [Ω/A]	$E_{3,0}^c$ [(W·h) ⁻¹]	$E_{3,1}^c$ [(W·h·A) ⁻¹]	RMSE [V]
Lineal	0,1377	24,1590	-0,0119	-	-	-	-	-	0,0962
Exponencial	0,1377	24,1590	-0,0119	$3,50 \cdot 10^{-12}$	-	-	-0,0878	-	0,0962
Exponencial-Lineal	0,1377	24,1590	-0,0119	$3,50 \cdot 10^{-12}$	-	-	-0,0878	$-5,40 \cdot 10^{-13}$	0,0962

- A modo de resumen, en la Figura 21 se recoge el error RMSE para los modelos lineal (ecuación (17)), exponencial (ecuación (20)) y exponencial-lineal (ecuación (21)) de baterías. Además, también se ha representado el error del modelo de descarga exponencial cuando se ajusta individualmente cada una de las curvas.

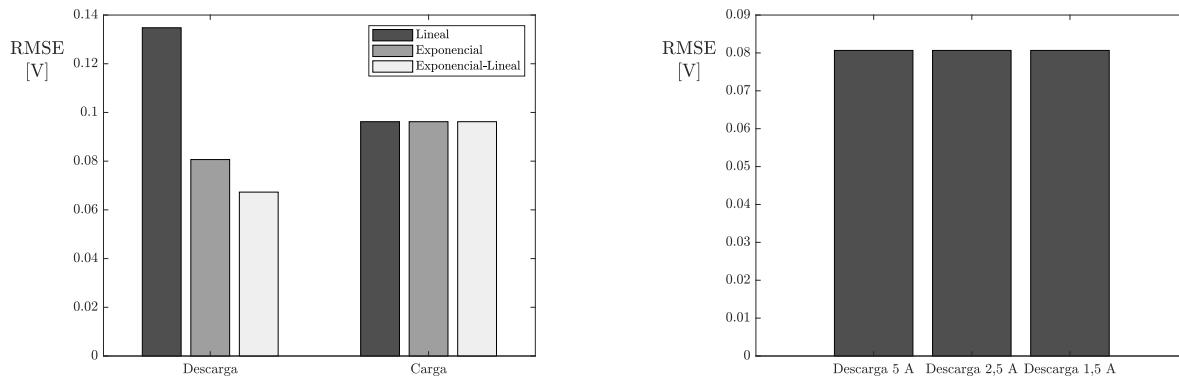


Figura 21: Error RMSE para los modelos lineal, exponencial y lineal-exponencial tanto para las curvas de descarga como para las curvas de carga (izda.). Error RMSE para el modelo exponencial de descarga ajustado para cada una de las intensidades de corriente de descarga (dcha.).

- En la Tabla 16 se muestra el valor del RMSE para cada uno de los modelos descritos en este trabajo, pudiéndose observar como aunque cada vez los modelos descritos son cada vez más complejos, los resultados obtenidos también lo son.

Tabla 16: Recopilación de los valores de RMSE para los modelos de descarga de batería descritos.

	Ec.(17)	Ec.(20)	Ec.(21)	Ec.(22)	Ec.(23)	Ec.(24)	Ec.(25)	Ec.(26)
RMSE [V]	0,13477	0,08066	0,06729	0,06717	0,04812	0,04809	0,04808	0,04721

- En este trabajo se han propuesto dos modelos de carácter oscilatorio que consiguen reducir aún más el error cometido. En la Tabla 17 se recogen los valores de error medio cuadrático para los dos nuevos modelos propuestos. Como se puede observar, la mejora del primero es apreciable mientras que el segundo no conduce a resultados tan satisfactorios. En este caso se ha realizado el ajuste únicamente para descarga con el fin de poder compararlo con los modelos anteriormente analizados.

Tabla 17: Recopilación de los valores de RMSE para los modelos de descarga de batería de carácter oscilatorio.

	Ec.(27)	Ec.(28)
RMSE [V]	0,0277	0,0255

Si bien es cierto que en este trabajo se han mostrado hartos modelos matemáticos para el comportamiento de los componentes del circuito equivalente de la batería, existen otros modelos más complejos que habrán de aplicarse en función del nivel de detalle requerido. En posteriores trabajos habrá de incluirse también el efecto del cambio de intensidad de corriente a lo largo de la carga y descarga pues aparecen comportamientos no estacionarios que han de reflejarse.

Referencias

- [1] A. Porras-Hermoso, S. Pindado, J. Cubas, Lithium-ion battery performance modeling based on the energy discharge level, *Measurement Science and Technology* 29 (11) (2018) 0–5. doi:10.1088/1361-6501/aae231.
- [2] A. Porras-Hermoso, B. Cobo-Lopez, J. Cubas, S. Pindado, Simple solar panels/battery modeling for spacecraft power distribution systems, *Acta Astronautica* 179 (September 2020) (2021) 345–358. doi:10.1016/j.actaastro.2020.10.036.
- [3] H. Kang, M. Rim, Samsung INR18650-29E Lithium-ion rechargeable cell. Specifications of product (Verson 1.1) (2012) 1–18.