



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

# NANO-SATÉLITE ETSIAE-21

## TRABAJO 1

GENERACIÓN Y GESTIÓN DE POTENCIA ELÉCTRICA

*Autores:* David Estébanez Mérida  
Andrés Pedraza Rodríguez  
María Elena Piqueras Carreño  
Daniel del Río Velilla  
Ana Isabel Soria Carro

*Profesor:* Santiago Pindado Carrión

MADRID, 3 DE MARZO, 2021

— Muy bien trabajo

Nota 10  
Penalización -1  
9  
Incluido +1  
10



## **Resumen**

El objetivo del presente trabajo es calcular la potencia máxima media generada por los paneles solares del nano-satélite ETSIAE-21 en una órbita heliosíncrona a diferentes altitudes y velocidades de rotación. Se obtienen los resultados de manera analítica y realizando una simulación con MATLAB y se comparan las distintas soluciones.



# Índice

Índice de figuras	I
Índice de tablas	II
1. Introducción	1
2. Metodología	2
3. Resultados	3
3.1. Método analítico . . . . .	3
3.2. Método de simulación . . . . .	10
4. Conclusiones	19
A. Matrices de Rotación	21
Referencias	22

## Índice de figuras

1.	Imagen del satélite ETSIAE-21 (dcha.) y de su actitud en su órbita heliosíncrona (izda.).	1
2.	Incidencia de los rayos solares sobre el plano orbital. . . . .	3
3.	Efecto del ángulo $\theta$ sobre la radiación incidente en los paneles solares. . . . .	4
4.	Posición del satélite con mínima área iluminada. . . . .	4
5.	Posición del satélite con máxima área iluminada. . . . .	4
6.	Representación de la zona de eclipse para una orbital circular con $\beta_s = 0$ . . . . .	5
7.	Representación de la relación geométrica entre $\phi$ , $\rho$ y $\beta_s$ [1]. . . . .	6
8.	Potencia máxima (raya discontinua), mínima (puntos y rayas) y media (raya continua) para una órbita con 450 km de altitud. . . . .	7
9.	Potencia máxima (raya discontinua), mínima (puntos y rayas) y media (raya continua) para una órbita con 500 km de altitud. . . . .	8
10.	Potencia máxima (raya discontinua), mínima (puntos y rayas) y media (raya continua) para una órbita con 600 km de altitud. . . . .	8
11.	Potencia generada por los paneles situados en las caras $X^+$ y $X^-$ para una velocidad de rotación del satélite sobre su eje Z de 0,05 rad/s. . . . .	13
12.	Potencia generada por los paneles situados en las caras $Y^+$ y $Y^-$ para una velocidad de rotación del satélite sobre su eje Z de 0,5 rad/s. . . . .	13
13.	Potencia total generada para las alturas de 450 km, 500km y 600 km a una velocidad de rotación de 0,05 rad/s. . . . .	14
14.	Potencia total generada para las alturas de 450 km, 500km y 600 km a una velocidad de rotación de 0,1 rad/s. . . . .	15
15.	Potencia total generada para las alturas de 450 km, 500km y 600 km a una velocidad de rotación de 0,5 rad/s. . . . .	16
16.	Potencia media para $h = 450$ km (raya continua), $h = 500$ km (raya discontinua) y $h = 600$ km (puntos y rayas) para cada velocidad de rotación del satélite. . . . .	18

## Índice de tablas

1.	Inclinación para las órbitas heliosíncronas de altitudes 450, 500 y 600 km. . . . .	11
2.	Tiempos de eclipse y valor de anomalía verdadera al inicio y al final del mismo para las tres altitudes estudiadas. . . . .	11
3.	Valores de potencia media a lo largo de una órbita para $\Omega = 22^\circ$ y $\beta_s = 0^\circ$ en función de la altitud y de la velocidad de rotación del satélite. . . . .	17
4.	Valores de potencia media a lo largo de una órbita para $\Omega = 22^\circ$ y $\beta_s = 0^\circ$ en función de la altitud y de la velocidad de rotación del satélite. . . . .	20

## 1. Introducción

Sea el nano-satélite ETSIAE-21 (cubesat 3U), desplazándose en la actitud que se muestra en la Figura 1 en una órbita heliosíncrona y a una altitud  $h$ , con una velocidad de giro de  $\omega$  con respecto a su eje  $z$ , de mayor inercia y que se mantiene perpendicular a la órbita.

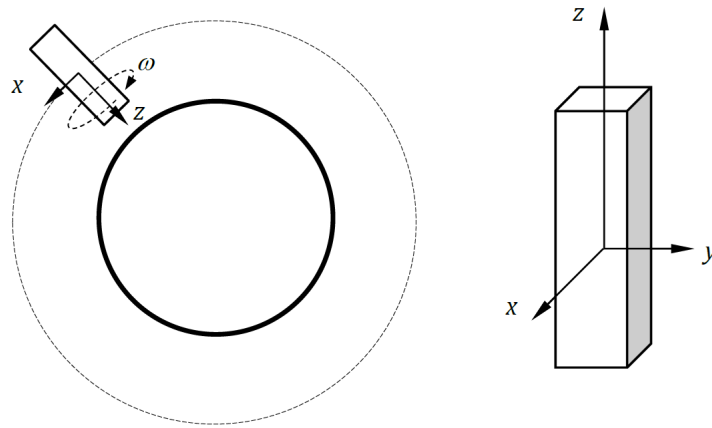


Figura 1: Imagen del satélite ETSIAE-21 (dcha.) y de su actitud en su órbita heliosíncrona (izda.).

Si este nano-satélite tiene solamente células solares en sus caras laterales, se pide calcular para altitudes 450, 500 y 600 km, velocidades de rotación  $\omega = 0,05, 0,1$  y  $0,5$  rad/s, y rendimiento de las células,  $\eta$ , y factor de ocupación,  $f_o$ , genéricos:

1. La potencia máxima media por órbita de forma aproximada.
2. La potencia eléctrica máxima generada por los paneles solares en función de la posición angular en la órbita.

Compárense las distintas soluciones.



## 2. Metodología

La realización de este trabajo se ha desarrollado empleando fundamentalmente la herramienta de software MATLAB. Con ella se han realizado los cálculos y las representaciones gráficas pertinentes.

Las modelizaciones y simplificaciones para el análisis del problema se han hecho en base a las recomendaciones y diapositivas facilitadas por D. Ángel Luis Porras Hermoso.

El problema, en un primer lugar, se ha abordado desde una perspectiva simplificada, la cual se desarrolla en más profundidad en la sección 3.1. Esta simplificación ha consistido en la aproximación de la órbita heliosíncrona por una órbita polar con  $90^\circ$  de inclinación y en la consideración de dos casos extremos: aquel en el cual una cara se orienta perpendicular al sol (mínima potencia radiante) y aquel en el cual la diagonal del satélite se orienta perpendicular al sol (máximo potencia radiante).

El problema, una vez analizado de esta manera, se ha abordado desde una perspectiva algo más precisa, la cual se desarrolla en más profundidad en la sección 3.2, donde se ha introducido la rotación propia del satélite, la verdadera inclinación de la órbita y la posición del Sol respecto a la época del año.

Finalmente se compara este último resultado con el primero para determinar la validez de la simulación y de las hipótesis planteadas.

### 3. Resultados

El cálculo de la potencia máxima generada por los paneles se va a realizar mediante los siguientes métodos:

1. Método analítico: simplificando el problema.
2. Método de simulación: desarrollando un programa en MATLAB.

#### 3.1. Método analítico

Con tal de resolver el problema analíticamente se realizan las siguientes hipótesis:

- La inclinación de la órbita es de  $90^\circ$ .
- La dirección del Sol en el sistema de referencia inercial centrado en la Tierra (ECI - Earth-centered inertial) es  $\vec{r}_{s_{ECI}} = [1, 0, 0]$ , considerando que el satélite se sitúa en el equinoccio de primavera.
- No se considera la rotación del satélite sobre su propio eje, sino que se consideran dos posiciones representativas.

En la Figura 2 se representa el caso en el que plano orbital forma un determina ángulo  $\beta_s$  con respecto al vector Sol. Además, también aparecen presentadas la proyección paralela al plano orbital, con un valor de  $W_0 \cos \beta_s$  y la proyección perpendicular de valor  $W_0 \sin \beta_s$ , en donde  $W_0$  representa la constante solar.

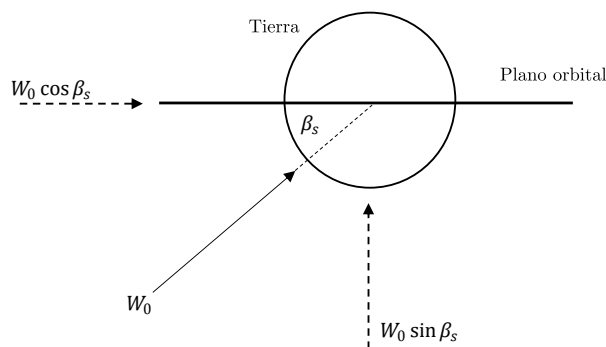


Figura 2: Incidencia de los rayos solares sobre el plano orbital.

Con tal de resolver el problema se distinguen estos dos casos dado que cuando la radiación solar incida paralelamente, el valor sobre los paneles solares será función del ángulo  $\theta$ , como se observa en la Figura 3, y en cambio, para el segundo caso este valor será constante. El ángulo  $\theta$  representa el ángulo girado por el satélite en su órbita.

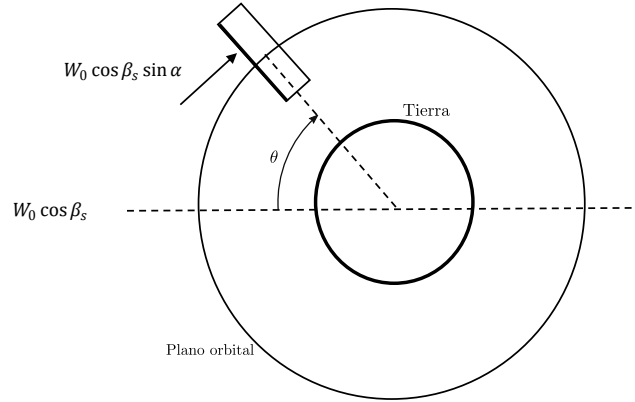


Figura 3: Efecto del ángulo  $\theta$  sobre la radiación incidente en los paneles solares.

Para obtener la potencia máxima media en el caso analítico, en vez de considerar la rotación  $\omega$  del satélite sobre su propio eje, se consideran dos posiciones del satélite representativas. En la Figura 4 se representa esquemáticamente la posición del satélite donde el área iluminada de los paneles solares es mínima y se obtiene la envolvente inferior de la potencia máxima. En cambio, en la Figura 5 se representa la posición del satélite con la máxima área iluminada, obteniendo así la envolvente superior.

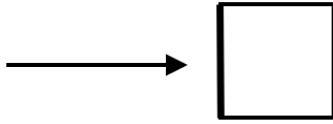


Figura 4: Posición del satélite con mínima área iluminada.

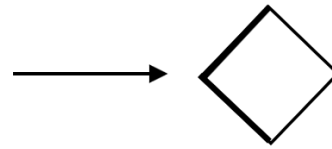


Figura 5: Posición del satélite con máxima área iluminada.

El periodo orbital se define como:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}, \quad (1)$$

donde  $a$  es el semieje mayor de la órbita y  $\mu = 398600 \text{ km}^3/\text{s}^2$  es el parámetro gravitacional de la Tierra. A su vez, al tratarse de un órbita circular,  $a$  se puede expresar como:

$$a = R_e + h, \quad (2)$$

donde  $R_e$  es el radio de la Tierra expresado en km y  $h$  es la altitud de la órbita, también expresada en

km, respecto a la superficie de la Tierra. Se ha tomado como valor del  $R_e = 6378$  km correspondiente a su valor medio en el ecuador [2].

Finalmente, de la expresión (1), se puede obtener la velocidad angular del satélite en su propia órbita:

$$w_a = \frac{1}{\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}}. \quad (3)$$

Para el cálculo de los tiempos de eclipse hay que tener en cuenta que la dirección del Sol estará contenida en el vector  $\vec{r}_{s_{ECI}} = [1, 0, 0]$ , expresado en un sistema de referencia inercial centrado en la Tierra, cuyo plano fundamental es el plano ecuatorial terrestre y para una fecha correspondiente al equinoccio de primavera. Si la dirección del Sol está contenida en el plano de la órbita, el ángulo de eclipse  $\rho$  representado en la Figura 6 se puede expresar como:

$$\rho = \arcsin\left(\frac{R_e}{R_e + h}\right). \quad (4)$$

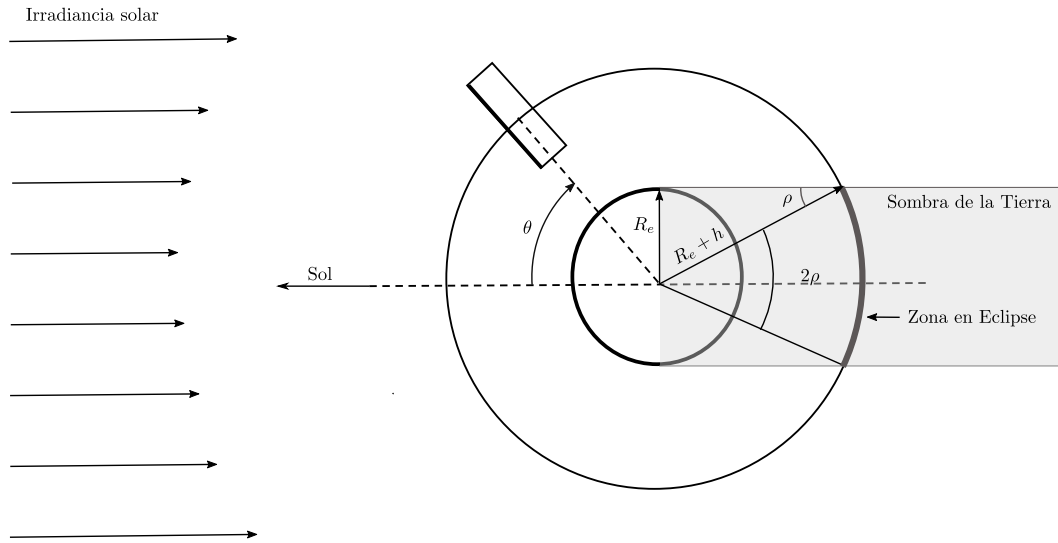


Figura 6: Representación de la zona de eclipse para una orbital circular con  $\beta_s = 0$ .

En cambio, si la dirección del Sol no está contenida en el plano de la órbita, el ángulo de eclipse  $\phi$  representado en la Figura 7 se obtiene de la siguiente expresión:

$$\cos \frac{\phi}{2} = \frac{\cos \rho}{\cos \beta_s}, \quad (5)$$

donde  $\beta_s$  es la inclinación relativa entre el plano de la órbita y la dirección del Sol, y se expresa como:

$$\beta_s = 90^\circ - \arccos(\vec{r}_{sop} \cdot \vec{n}_{op}), \quad (6)$$

donde  $\vec{r}_{sop}$  sigue siendo el vector que representa la dirección del Sol pero esta vez expresado en un sistema de referencia centrado en la Tierra pero cuyo plano fundamental es el plano orbital, siendo  $\vec{n}_{op} = [0, 0, 1]$  el vector normal al plano orbital en dicho sistema de referencia. En consecuencia, el cambio de sistema de coordenadas necesario para obtener el vector  $\vec{r}_{sop}$  se obtiene a través de la siguiente composición de giros:

$$\vec{r}_{sop} = \mathbf{R}_x(i) \mathbf{R}_z(\Omega) \vec{r}_{s_{ECI}}, \quad (7)$$

donde dichas matrices son las matrices de cambio para los giros en x y en z, respectivamente.  $i = 90^\circ$  corresponde al ángulo girado en el eje x, es decir, a la inclinación, y  $\Omega$  corresponde al RAAN de la órbita. Se puede encontrar más información acerca de las matrices de cambio de base en el Anexo A.

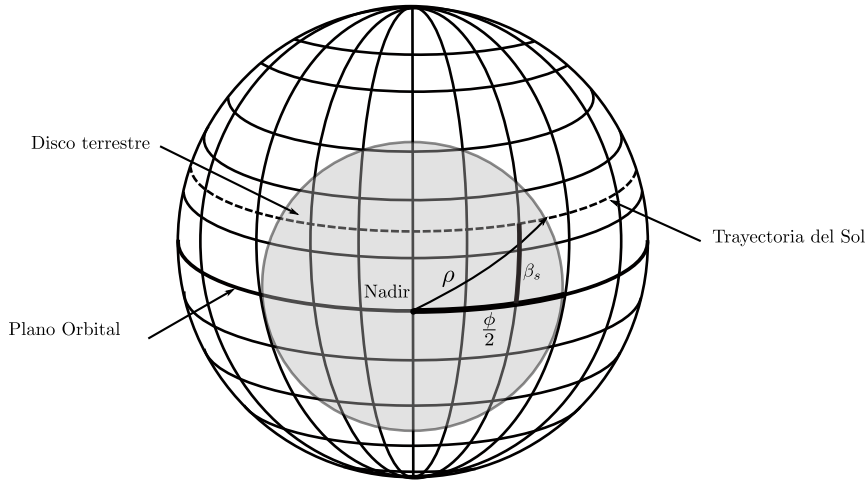


Figura 7: Representación de la relación geométrica entre  $\phi$ ,  $\rho$  y  $\beta_s$  [1].

Las expresiones de la potencia mínima y máxima generada debido a la componente del vector Sol perpendicular al plano de la órbita (ver Figura 2) son:

$$P_{\perp \min} = W_0 A f_o \eta \sin \beta_s, \quad (8)$$

$$P_{\perp \max} = \sqrt{2} P_{\perp \min}. \quad (9)$$

donde  $W_0 = 1361 \text{ W/m}^2$  es la constante solar,  $A$  es el área lateral del satélite (0,3 m x 0,1 m),  $f_o = 0,9$  es el factor de ocupación elegido para el panel [3] y  $\eta = 0,29$  es el rendimiento de las células. A la hora de escoger el valor característico para el rendimiento de las células solares se ha tomado como referencia

el rendimiento de la célula solar GaAs de triple unión fabricada por *Azurspace* cuyo rendimiento para temperatura de 28 °C y 1367 W/m<sup>2</sup> es de 29,5 % [4]. Por otro lado, la potencia mínima y máxima generada debido a la componente del vector Sol contenida en el plano de la órbita se expresan como:

$$P_{\parallel \min} = W_0 A f_o \eta \cos \beta_s \sin \theta, \quad (10)$$

$$P_{\parallel \max} = \sqrt{2} P_{\parallel \min}. \quad (11)$$

De este estudio previo se obtienen la Figura 8, 9 y 10 en las cuales se representan la potencia mínima, máxima y media para las tres altitudes (450, 500 y 600 km) consideradas en función del ángulo recorrido desde el punto de la órbita más cercano al Sol. También se puede observar, en la Figura 8, 9 y 10 un comportamiento senoidal bastante similar, donde se distingue una zona de crecimiento, a medida que los paneles se sitúan de frente al Sol, y una bajada súbita al entrar en la zona de eclipse. Se puede apreciar que la duración del eclipse varía levemente entre las distintas altitudes siendo la órbita de menor altura la que más zona de eclipse posee.

$$\theta_{eclipse} \in [112,7^\circ - 247,3^\circ] \text{ (2100 s) para } h = 450 \text{ km}, \quad (12)$$

$$\theta_{eclipse} \in [113,8^\circ - 246,2^\circ] \text{ (2087 s) para } h = 500 \text{ km}, \quad (13)$$

$$\theta_{eclipse} \in [116,0^\circ - 244,0^\circ] \text{ (2064 s) para } h = 600 \text{ km}. \quad (14)$$

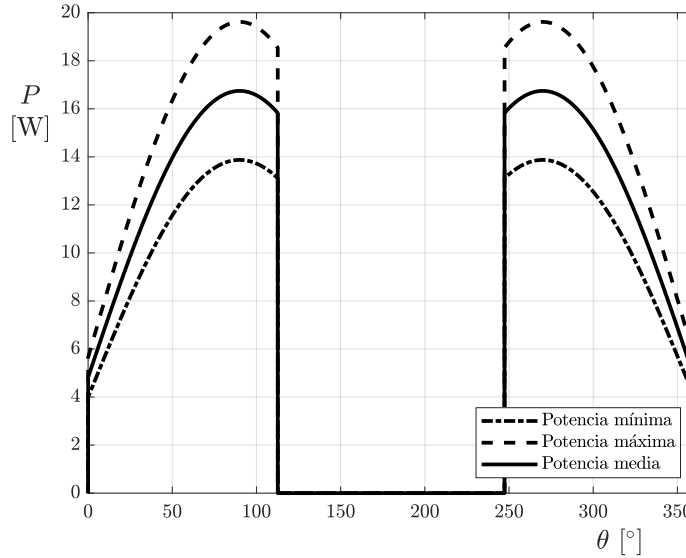


Figura 8: Potencia máxima (raya discontinua), mínima (puntos y rayas) y media (raya continua) para una órbita con 450 km de altitud.

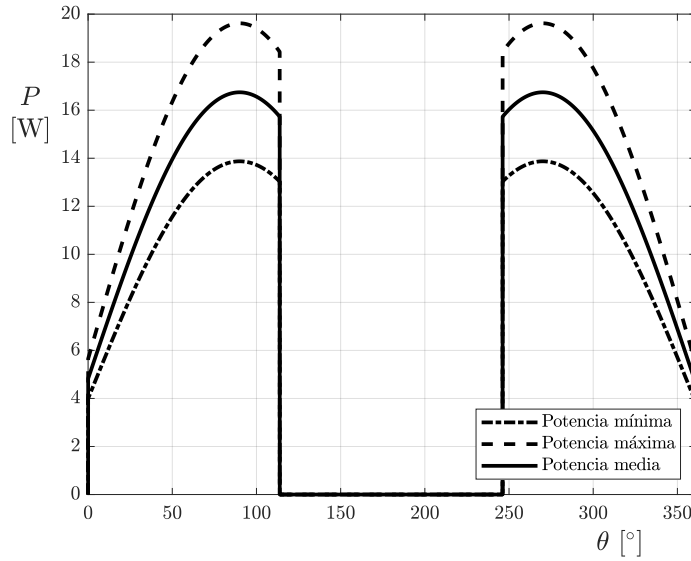


Figura 9: Potencia máxima (raya discontinua), mínima (puntos y rayas) y media (raya continua) para una órbita con 500 km de altitud.

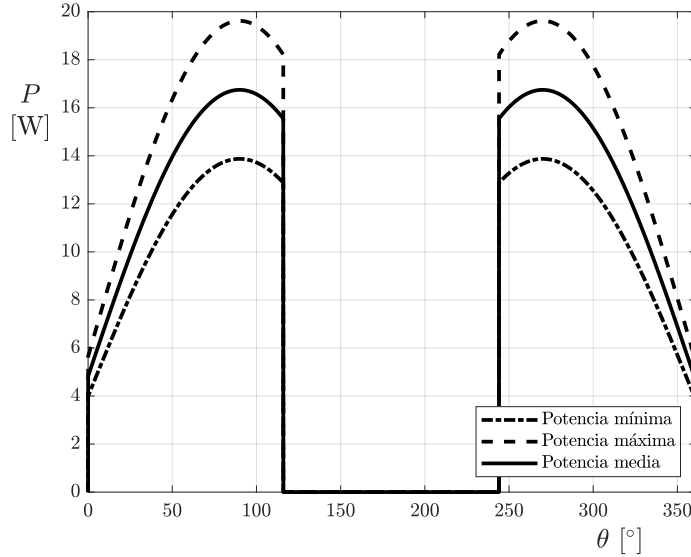


Figura 10: Potencia máxima (raya discontinua), mínima (puntos y rayas) y media (raya continua) para una órbita con 600 km de altitud.

La potencia media generada a lo largo de una órbita se calcula como la suma de la potencia media generada por la componente paralela a la órbita, expresión (15), y la componente perpendicular, expresión (17). Tal y como se ha explicado previamente, el ángulo  $\theta$  representa el ángulo girado por el

satélite en su órbita.

$$P_{m_{\parallel}} = \frac{2W_0 A f_g f_o \eta \cos \beta_s}{2\pi \omega_a} \left[ \int_0^{\pi - \frac{\phi}{2}} \sin \theta \, d\theta + \int_{\pi + \frac{\phi}{2}}^{2\pi} \sin \theta \, d\theta \right], \quad (15)$$

$$P_{m_{\perp}} = \frac{2W_0 A f_g f_o \eta \sin \beta_s}{T} \int_0^{t_{\text{eclip } 1}} dt, \quad (16)$$

donde se incluye el factor geométrico,  $f_g$ , que valdrá 1 en el caso que el área iluminada es mínima y  $\sqrt{2}$  para cuando es máxima y el eclipse se ha modelizado con la función  $E(\theta)$  definida como:

$$E(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{para } \theta \in [\pi - \frac{\phi}{2}, \pi + \frac{\phi}{2}], \\ 0 & \text{para } \theta \notin [\pi - \frac{\phi}{2}, \pi + \frac{\phi}{2}]. \end{cases} \quad (17)$$

Finalmente, la potencia media generada será la suma de la potencia media generada por la envolvente inferior,  $P_{\text{mín}}$ , y la superior,  $P_{\text{máx}}$ , dividido entre 2:

$$P = \frac{P_{\text{mín}} + P_{\text{máx}}}{2}. \quad (18)$$

La potencia media generada para cada una de las tres órbitas se muestra a continuación:

$$P_{450} = 8,3 \text{ kW}, \quad (19)$$

$$P_{500} = 8,4 \text{ kW}, \quad (20)$$

$$P_{600} = 8,6 \text{ kW}, \quad (21)$$

donde  $P_{450}$  es la potencia media generada en una órbita para 450 km de altitud,  $P_{500}$  es la potencia media generada en una órbita para 500 km de altitud y  $P_{600}$  es la potencia media generada en una órbita para 600 km de altitud. Se observa que al incrementar la altitud de la órbita la potencia media generada aumenta.



### 3.2. Método de simulación

En el método de simulación, el procedimiento utilizado para calcular la potencia media generada es similar al caso analítico, pero la mayor parte de simplificaciones no han sido aplicadas.

En este caso no se puede realizar la hipótesis de que la inclinación de la órbita es de  $90^\circ$  sino que se debe calcular para la condición de órbita heliosíncrona.

Debido a que la Tierra no es perfectamente esférica, su campo y potencial gravitatorio tampoco son uniformes. El potencial gravitatorio se puede desarrollar por medio de armónicos esféricos que dan cuenta de estas perturbaciones frente a un modelo ideal. Para el caso de órbitas LEO, la perturbación más influyente es la debida al achatamiento de la Tierra por los polos y el armónico que modela este comportamiento es el  $J_2$  [1].

El  $J_2$  provoca una regresión de la línea de nodos (derivada respecto al tiempo de la longitud del nodo ascendente,  $\Omega$ ) que viene dado por la expresión (22)

$$\dot{\Omega} = -\frac{3J_2 R_e^2}{2(1-e^2)^2} \sqrt{\frac{\mu}{a^7}} \cos i, \quad (22)$$

donde  $J_2 = 1,0827 \times 10^{-3}$  es la perturbación gravitatoria,  $R_e = 6378$  km es el radio de la Tierra,  $e = 0$  es la excentricidad de la órbita circular,  $\mu = 398600$  km<sup>3</sup>/m<sup>2</sup> es el parámetro gravitacional estándar de la Tierra,  $i$  es la inclinación de la órbita y  $a$  es el semieje mayor que, debido a que la órbita es circular, tomará el valor de  $R_e + h$  km, siendo  $h$  la altitud.

Esta deriva se puede aprovechar para que el plano orbital mantenga un ángulo constante con la dirección del Sol, es decir, para obtener una órbita heliosíncrona.

Para que se cumpla la condición de que la órbita mantenga el ángulo relativo al Sol constante se debe cumplir que la variación de la longitud del nodo ascendente coincida con la rotación de la Tierra alrededor del Sol:

$$\frac{2\pi}{365,25 \cdot 24 \cdot 3600} = -\frac{3J_2 R_e^2}{2(1-e^2)^2} \sqrt{\frac{\mu}{(R_e + h)^7}} \cos i, \quad (23)$$

donde se observa que existe una correlación entre la inclinación y la altitud de la órbita. Despejando de la expresión (23) se obtiene la inclinación para las 3 órbitas heliosíncronas, las cuales se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1: Inclinación para las órbitas heliosíncronas de altitudes 450, 500 y 600 km.

Altitud [km]	Inclinación [°]
450	97,21
500	97,40
600	97,79

Seguidamente se calculan los periodos y las velocidades angulares de la misma forma que en la sección 3.1.

Conociendo la inclinación y la ascensión recta del nodo ascendente se puede determinar la zona de eclipse en función del ángulo formado entre el plano orbital del satélite y el vector solar,  $\beta_s$ . En este caso, es necesario recurrir a las matrices de cambio de base contenidas en el Anexo A. Sea la matriz  $C_{OP_i}$  del cambio de base entre el plano orbital de la Tierra y el plano orbital del satélite:

$$C_{OP_i} = R_x(i) R_z(\Omega), \quad (24)$$

definiéndose el ángulo relativo entre el plano orbital del satélite y el vector Sol como:

$$\beta_s = \frac{\pi}{2} - \arccos \left( (C_{OP_i} \vec{r}_{SECI}) \cdot \vec{n}_{op} \right), \quad (25)$$

y con el ángulo  $\rho$  definido según (4) se obtiene  $\phi$  de la misma forma que en (5) y así queda determinada el ángulo que ocupa el eclipse para cada una de las tres órbitas y, como se conoce la velocidad angular, también queda determinado el tiempo de eclipse. En la Tabla 2 se exponen los resultados obtenidos tanto en tiempo como en ángulos para las distintas altitudes.

Tabla 2: Tiempos de eclipse y valor de anomalía verdadera al inicio y al final del mismo para las tres altitudes estudiadas.

	Tiempo de eclipse [s]	$\theta$ inicial [°]	$\theta$ final [°]
$h = 450$ km	742	112,7	262,4
$h = 500$ km	730	113,8	262,0
$h = 600$ km	707	115,9	261,4



Después, se ha de determinar qué ángulo forma el Sol con cada uno de los cuatro paneles para cada instante de tiempo, para ello se hace uso de nuevo de las matrices de rotación descritas en el Anexo A

y se definen con ellas las siguientes matrices de cambio de base:

$$\mathbf{C}_{OPi} = \mathbf{R}_x(i) \mathbf{R}_z(\Omega), \quad (26)$$

$$\mathbf{C}_\theta = \mathbf{R}_z(\theta(t)), \quad (27)$$

$$\mathbf{C}_{so} = \mathbf{R}_x\left(\omega t + (p-1)\frac{\pi}{2}\right), \quad (28)$$

donde  $\mathbf{C}_{OPi}$  hace referencia al cambio de base entre el plano de la Tierra y el de la órbita,  $\mathbf{C}_\theta$  hace referencia al cambio de base entre el plano de la órbita y la posición del satélite según su anomalía verdadera,  $\theta$ , y por último,  $\mathbf{C}_{so}$  hace referencia al cambio de base entre los ejes de la órbita del satélite y los de cada uno de los paneles del satélite, los cuales rotan con una velocidad angular  $\omega$  y están colocados a  $90^\circ$  (de forma que se introduce un índice de panel  $p$  que computa el desfase). Debido a que el eje  $z$  del sistema de referencia descrito en el enunciado y fijo al satélite apunta a Nadir, para hallar la proyección del vector del Sol sobre la cara del satélite sería necesario realizar dos giros adicionales, uno que rotase  $90^\circ$  entorno al eje  $y$  y para que el eje  $z$  apuntase a Nadir, en vez de ser perpendicular al plano orbital del satélite, y posteriormente, otra rotación entorno al eje  $z$  previamente rotado para que se tuviese en cuenta la actitud del propio satélite. No obstante, para ahorrar el coste adicional de realizar dos giros, a la hora de pasar a ejes fijos al satélite, se ha utilizado la matriz de rotación de la expresión (28), dando lugar a que ahora, el vector normal a la cara lateral del panel sea  $\vec{n}_{panel} = [0, 0, 1]$ . Con estas matrices se puede determinar el ángulo de incidencia solar sobre cada panel y por tanto, la potencia generada por cada panel:

$$\mathbf{C}_{bi} = \mathbf{C}_{so} \mathbf{C}_\theta \mathbf{C}_{OPi}, \quad (29)$$

$$\vec{r}_{sb} = \mathbf{C}_{bi} [\cos(\beta_s), \sin(\beta_s), 0]^t, \quad (30)$$

$$P_{panel}(t, p, h, \omega) = W_0 \eta A f_o (\vec{r}_{sb} \cdot \vec{n}_{panel}) E(\theta), \quad (31)$$

donde  $\vec{r}_{sb}$  hace referencia al vector de incidencia solar expresado en ejes cara del satélite que forma un ángulo  $\beta_s$  con el plano orbital;  $\vec{n}_{panel} = [0, 0, 1]$  es el vector normal a la cara lateral del satélite, en los ejes fijos al satélite y posteriormente explicados, los cuales no coinciden con los referenciados en el enunciado;  $P_{panel}(t, p, h, \omega)$  hace referencia a la potencia generada por el panel  $p$  en el instante  $t$  para una órbita de altitud  $h$  y una velocidad de rotación propia del satélite  $\omega$ .

En este punto ha de tenerse en consideración lo siguiente:

- La incidencia del Sol sobre el panel se calcula con el producto escalar entre el vector normal al panel y el vector Sol proyectado en ejes cuerpo del satélite. Con esto se obtiene que, cuando el panel está en sombra, el producto escalar es negativo. Para contar solo la contribución del panel cuando está iluminado se ha igualado a 0 todas las componentes negativas del vector  $P_{panel}$ .
- En la zona de eclipse ningún panel genera potencia aunque el producto escalar sea positivo. Para

eliminar la contribución de este rango de anomalías verdaderas a la potencia media generada se ha construido un vector de señal,  $E(\theta)$ , que tiene valor 0 para  $\theta \in [\pi - \frac{\phi}{2}, \pi + \frac{\phi}{2}]$  y valor 1 para los demás valores de  $\theta$ . Por tanto, multiplicando el vector  $P_{panel}$  por  $E$  se consigue igualar a 0 la potencia obtenida por los paneles en la zona de eclipse.

En la Figura 11 y Figura 12 se representa la evolución de la potencia generada por cada panel en los primeros segundos de órbita. Se han representado para dos velocidades de rotación diferentes y se observa que los valores máximos coinciden y, como era de esperar, el tiempo que el panel está expuesto al Sol es el semiperiodo de la velocidad angular de rotación.

Después, sumando la contribución de cada panel, en la Figura 13, Figura 14 y Figura 15 se representa la evolución de la potencia a lo largo de una órbita para cada velocidad de rotación y altura y para un plano con  $\Omega = 22^\circ$  (10:30) y un  $\beta_s = 0^\circ$ . Se puede observar que no existe gran variación en la potencia generada al variar la altitud o la velocidad de rotación.

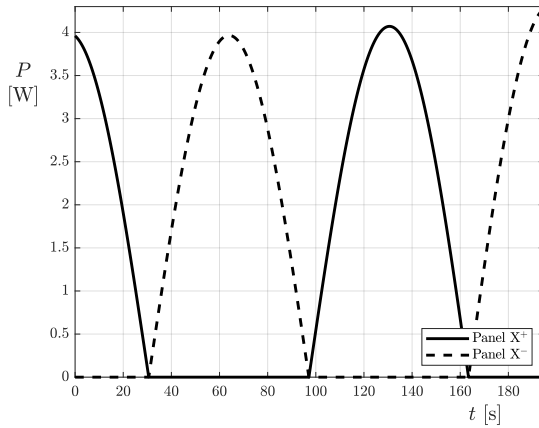


Figura 11: Potencia generada por los paneles situados en las caras X<sup>+</sup> y X<sup>-</sup> para una velocidad de rotación del satélite sobre su eje Z de 0,05 rad/s.

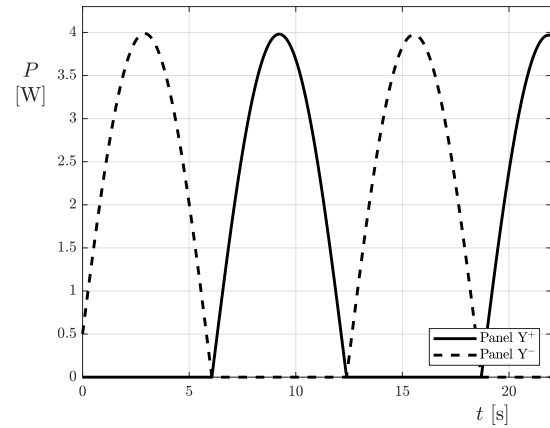
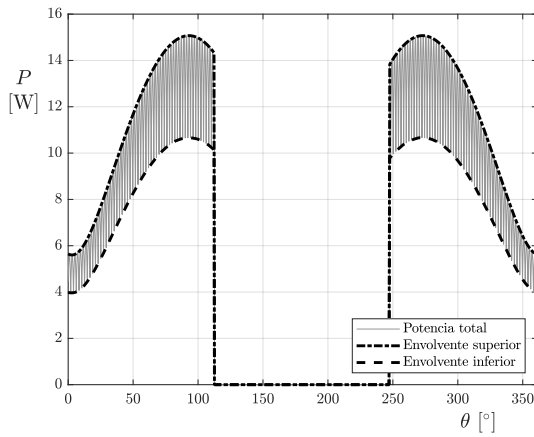
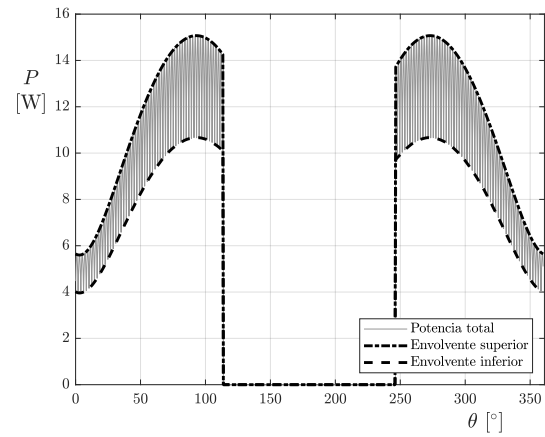


Figura 12: Potencia generada por los paneles situados en las caras Y<sup>+</sup> y Y<sup>-</sup> para una velocidad de rotación del satélite sobre su eje Z de 0,5 rad/s.

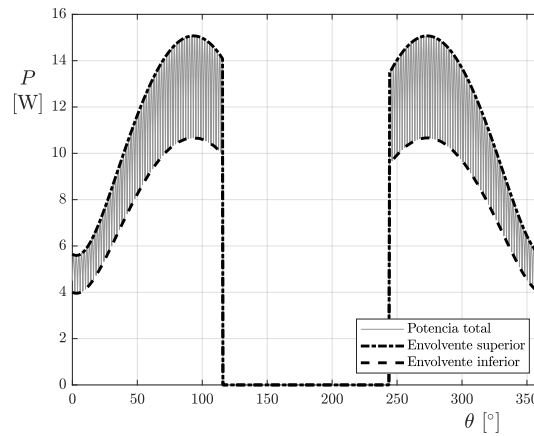
Para  $\Omega = 22^\circ$  y  $\beta_s = 0^\circ$  se obtienen los valores de potencia media que aparecen en la Tabla 3 en función de la órbita y la velocidad de rotación del satélite. En esta tabla se han retenido cuatro cifras, no tanto por la precisión de la simulación numérica (ya que hay otros factores que harán variar estos valores y que no se han tenido en cuenta) sino para ilustrar la baja sensibilidad a las distintas velocidades de rotación que sufre el satélite. Esto quiere decir que el satélite puede estabilizarse haciendo uso de velocidades de rotación más altas sin que ello suponga un decremento significativo de la potencia generada en los paneles. Se observa que a medida que se aumenta la altitud de la órbita la potencia media generada se incrementa mientras que ocurre lo contrario al incrementar la velocidad de rotación del satélite sobre su propio eje.



(a) Potencia total:  $h = 450$  km,  $\omega = 0.05$  rad/s.

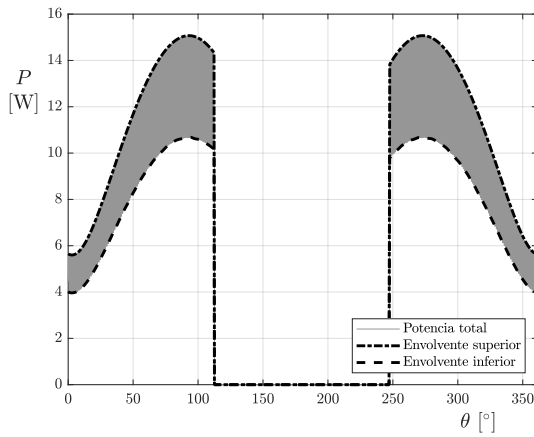


(b) Potencia total:  $h = 500$  km,  $\omega = 0.05$  rad/s.

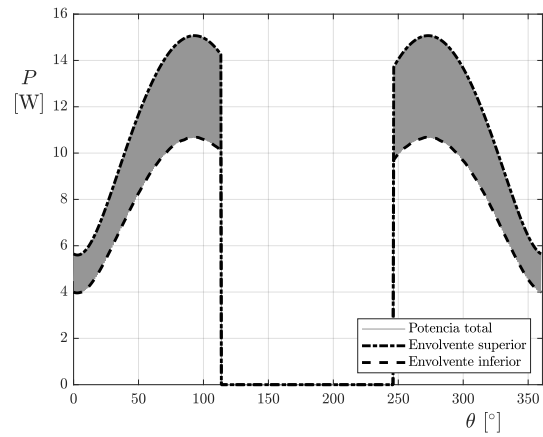


(c) Potencia total:  $h = 600$  km,  $\omega = 0.05$  rad/s.

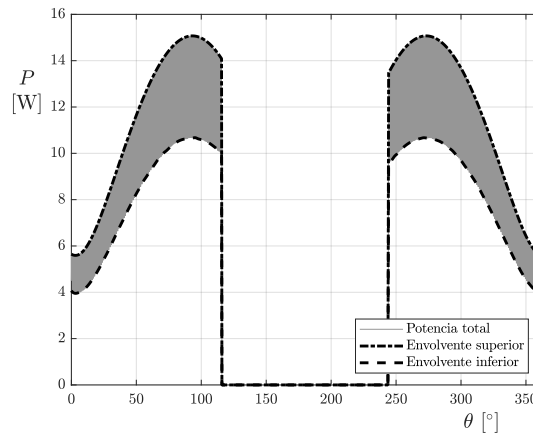
Figura 13: Potencia total generada para las alturas de 450 km, 500km y 600 km a una velocidad de rotación de 0,05 rad/s.



(a) Potencia total:  $h = 450$  km,  $\omega = 0,1$  rad/s.

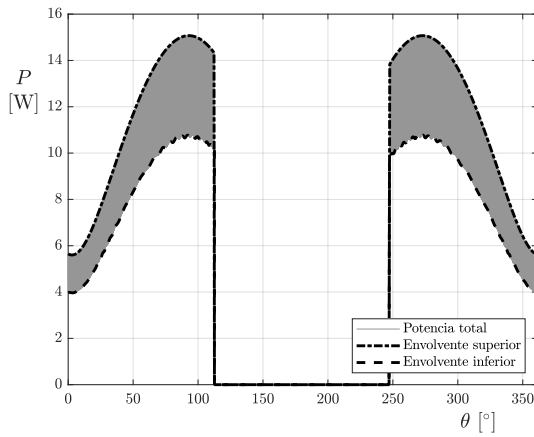


(b) Potencia total:  $h = 500$  km,  $\omega = 0,1$  rad/s.

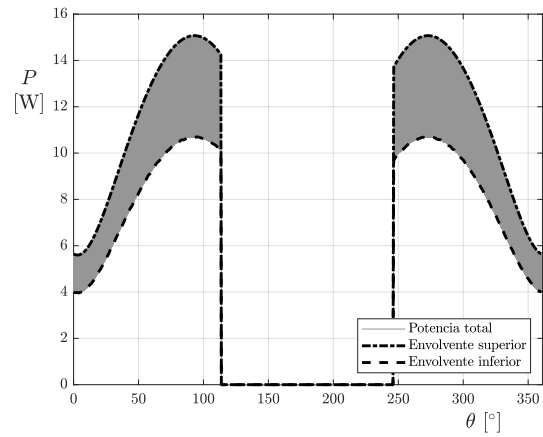


(c) Potencia total:  $h = 600$  km,  $\omega = 0,1$  rad/s.

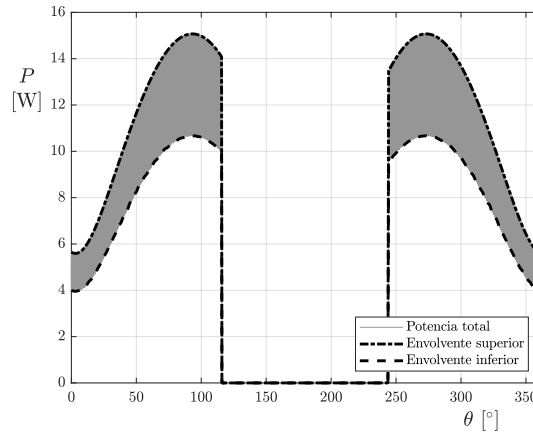
Figura 14: Potencia total generada para las alturas de 450 km, 500km y 600 km a una velocidad de rotación de 0,1 rad/s.



(a) Potencia total:  $h = 450$  km,  $\omega = 0,5$  rad/s.



(b) Potencia total:  $h = 500$  km,  $\omega = 0,5$  rad/s.



(c) Potencia total:  $h = 600$  km,  $\omega = 0,5$  rad/s.

Figura 15: Potencia total generada para las alturas de 450 km, 500km y 600 km a una velocidad de rotación de 0,5 rad/s.

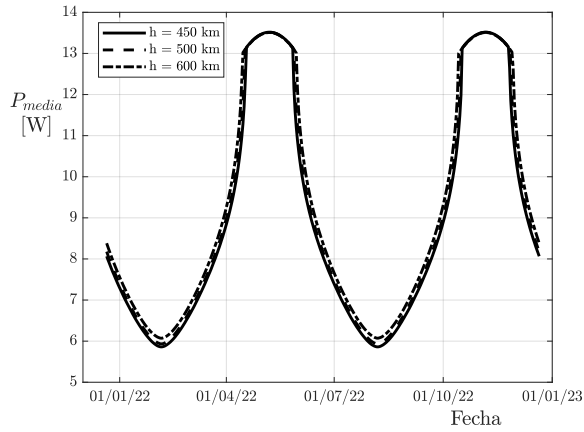
Tabla 3: Valores de potencia media a lo largo de una órbita para  $\Omega = 22^\circ$  y  $\beta_s = 0^\circ$  en función de la altitud y de la velocidad de rotación del satélite.

	$\omega = 0,05 \text{ rad/s}$	$\omega = 0,1 \text{ rad/s}$	$\omega = 0,5 \text{ rad/s}$
$h = 450 \text{ km}$	6,5671 W	6,5669 W	6,5661 W
$h = 500 \text{ km}$	6,6474 W	6,6472 W	6,6467 W
$h = 600 \text{ km}$	6,7933 W	6,7927 W	6,7926 W

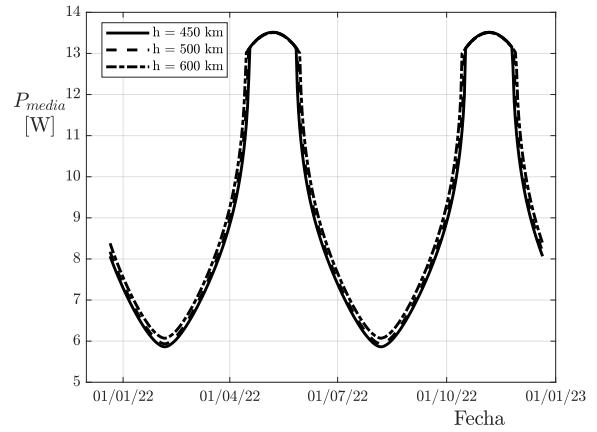


Además, a lo largo del año, en función del ángulo de incidencia solar se obtiene la evolución de potencia media de las Figuras 16a, 16b y 16c. Se puede observar que, al igual que se expone en la Tabla 3, se produce una variación muy baja con la velocidad de rotación del satélite mientras que la altitud resulta mucho más determinante, sobre todo en las fechas cercanas a los tiempos de máximo eclipse (5 de febrero y 7 de agosto de 2022) y que para las épocas en las que no hay eclipse para ninguna de las tres órbitas (del 18 de agosto al 27 de mayo y del 17 de octubre al 25 de noviembre), la potencia recogida por los paneles es la misma y llega hasta 13,5 W. Estas pueden resultar de especial interés para operaciones en las que sea preciso un mayor despliegue de potencia.

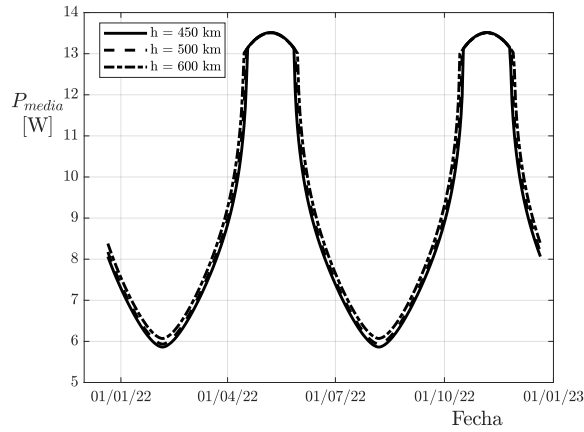




(a) Potencia media para  $\omega = 0,05$  rad/s.



(b) Potencia media para  $\omega = 0,10$  rad/s.



(c) Potencia media para  $\omega = 0,5$  rad/s.

Figura 16: Potencia media para  $h = 450$  km (raya continua),  $h = 500$  km (raya discontinua) y  $h = 600$  km (puntos y rayas) para cada velocidad de rotación del satélite.

## 4. Conclusiones

Del desarrollo del presente trabajo se han extraído las siguientes conclusiones:

- En primer lugar, que el análisis simplificado del problema reviste de utilidad cuando se trata de obtener una solución aproximada que permita dimensionar el sistema tratado ya que además se puede escoger una situación lo más desfavorable posible para estudiar el peor caso.

Para este trabajo se ha simplificado la órbita por una perfectamente polar ( $90^\circ$  de inclinación) y con una ascensión recta del nodo ascendente de  $22^\circ$  en el equinoccio de primavera (dirección de Sol contenida en el plano ecuatorial) y se han obtenido los siguientes valores de potencia media (entre el mejor y peor caso de orientación de los paneles, siendo esta constante) para las tres altitudes estudiadas (450, 500 y 600 km):

$$P_{450} = 8,3 \text{ kW}, \quad (32)$$

$$P_{500} = 8,4 \text{ kW}, \quad (33)$$

$$P_{600} = 8,6 \text{ kW}, \quad (34)$$

que resultan de la ponderación de una función senoidal a lo largo de toda una circunferencia excepto para las regiones de eclipse:

$$\theta_{eclipse} \in [112,7^\circ - 247,3^\circ] \text{ (2100 s) para } h = 450 \text{ km}, \quad (35)$$

$$\theta_{eclipse} \in [113,8^\circ - 246,2^\circ] \text{ (2087 s) para } h = 500 \text{ km}, \quad (36)$$

$$\theta_{eclipse} \in [116,0^\circ - 244,0^\circ] \text{ (2064 s) para } h = 600 \text{ km}. \quad (37)$$

- En segundo lugar, se ha procedido a un análisis más detallado de la órbita para la cual se introduce la inclinación orbital correspondiente a la altitud para que la órbita sea heliosíncrona (Tabla 1) y, de nuevo, para el equinoccio de primavera, se ha estudiado el ángulo de incidencia solar sobre cada uno de los cuatro paneles, así como la región de eclipse, para cada una de las tres altitudes y para cada una de las tres velocidades angulares de rotación del satélite.

La potencia media resultante se puede consultar en la Tabla 4, donde se han retenido cuatro cifras significativas para ilustrar la insignificancia que tiene sobre la potencia media la velocidad angular de rotación del satélite.

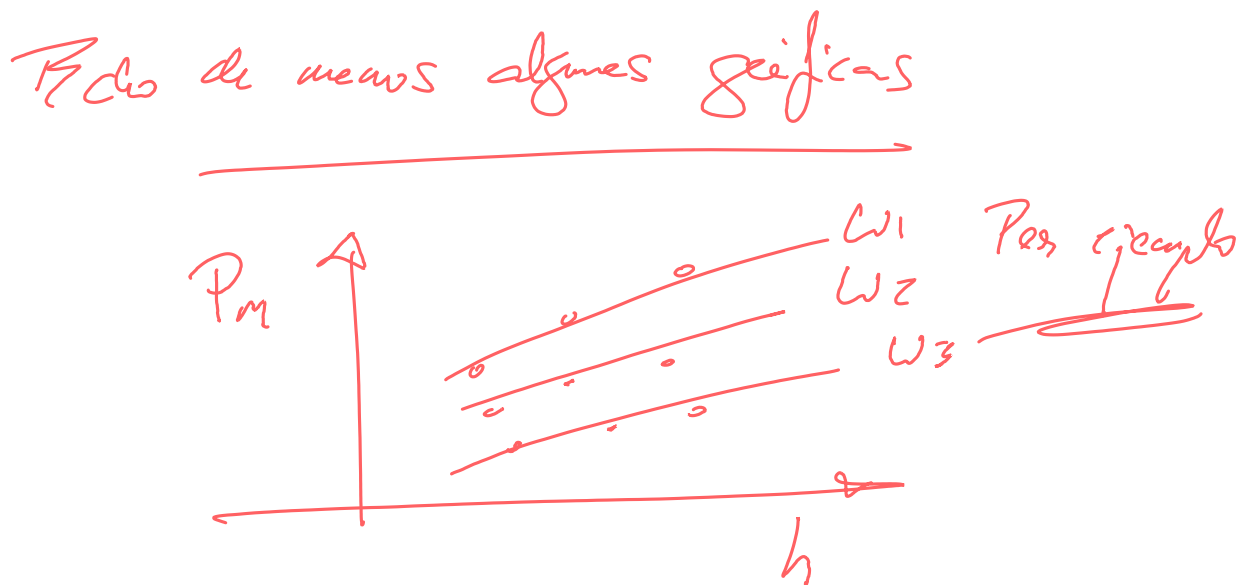
Tabla 4: Valores de potencia media a lo largo de una órbita para  $\Omega = 22^\circ$  y  $\beta_s = 0^\circ$  en función de la altitud y de la velocidad de rotación del satélite.

	$\omega = 0,05 \text{ rad/s}$	$\omega = 0,1 \text{ rad/s}$	$\omega = 0,5 \text{ rad/s}$
$h = 450 \text{ km}$	6,5671 W	6,5669 W	6,5661 W
$h = 500 \text{ km}$	6,6474 W	6,6472 W	6,6467 W
$h = 600 \text{ km}$	6,7933 W	6,7927 W	6,7926 W

Además, se puede ver en detalle el comportamiento de cada panel en la Figura 11 y Figura 12 y el comportamiento del sistema completo en la Figura 13, Figura 14 y Figura 15.

- Por último, se ha estudiado la influencia de la fecha en la cual se desarrollan las órbitas sobre la potencia extraída y los resultados se ilustran con las Figuras 16a, 16b y 16c y que muestran cómo influye la altitud y la rotación a lo largo del año sobre todo cerca de las fechas de eclipse máximo (5 de febrero y 7 de agosto de 2022), donde se dispone de una potencia media en torno a 6 W, y cómo la potencia extraída se asemeja para las épocas en las que no hay eclipse para ninguna de las tres órbitas (del 18 de agosto al 27 de mayo y del 17 de octubre al 25 de noviembre), donde se puede disponer de hasta 13,5 W.

Aunque se haya estudiado de una forma bastante precisa el problema desde la perspectiva de la mecánica orbital también habría que tenerse en cuenta, para una simulación más detallada, la física que subyace en el comportamiento de las células fotovoltaicas ya que la energía que son capaces de obtener del Sol no se comporta de forma lineal con la proyección solar sino que ha de aproximarse por la función coseno de Kelly.



## A. Matrices de Rotación

A continuación, se presentan las matrices de rotación para un sistema de coordenadas a derechas. Por nomenclatura, las matrices de rotación asociadas al giro de cada uno de los ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$  para un determinado ángulo  $\alpha$  son [2]:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x(\alpha) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{R}_y(\alpha) &= \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & -\sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{R}_z(\alpha) &= \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{38}$$

## Referencias

- [1] J. R. Wertz, W. J. Larson, Space mission analysis and design, Microcosm, 1999.
- [2] D. A. Vallado, Fundamentals of Astrodynamics and Applications, 4th Edition, Microcosm Press, 2013.
- [3] M. D. Griffin, J. R. French, Space Vehicle Design, Second Edition, in: Space Vehicle Design, Second Edition, 2004, Ch. 10. Power. doi:10.2514/4.862403.
- [4] AZUR SPACE, 3G30C - Advanced 3G30C - Advanced (2016) 2–3.