



UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE MADRID

NANO-SATÉLITE ETSIAE-21

TRABAJO 1

GENERACIÓN Y GESTIÓN DE POTENCIA ELÉCTRICA

Autores: David Estébanez Mérida
Andrés Pedraza Rodríguez
María Elena Piqueras Carreño
Daniel del Río Velilla
Ana Isabel Soria Carro

Profesor: Santiago Pindado Carrión

MADRID, 3 DE MARZO, 2021

Resumen

El objetivo del presente trabajo es calcular la potencia máxima media generada por los paneles solares del nano-satélite ETSIAE-21 en una órbita heliosíncrona a diferentes altitudes y velocidades de rotación. Se obtienen los resultados de manera analítica y realizando una simulación con MATLAB y se comparan las distintas soluciones.

Índice

1. Introducción	1
2. Metodología	2
3. Resultados	3
3.1. Método analítico	3
3.2. Método de simulación	9
4. Conclusiones	12
Referencias	13

1. Introducción

Sea el nano-satélite ETSIAE-21 (cubesat 3U), desplazándose en la actitud que se muestra en la Figura 1 en una órbita heliosíncrona y a una altitud h , con una velocidad de giro de ω con respecto a su eje z , de mayor inercia y que se mantiene perpendicular a la órbita.

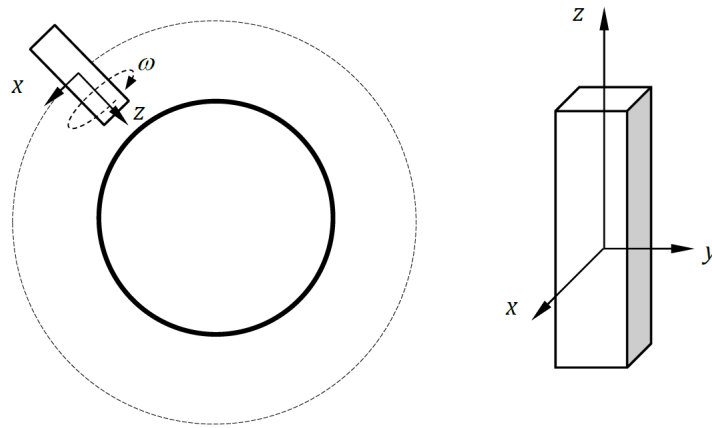


Figura 1: Imagen del satélite ETSIAE-01 (dcha.) y de su actitud en su órbita heliosíncrona (izda.).

Si este nano-satélite tiene solamente células solares en sus caras laterales, se pide calcular para altitudes 450, 500 y 600 km, velocidades de rotación $\omega = 0,05, 0,1$ y $0,5$ rad/s, y rendimiento de las células, η , y factor de ocupación, f_o , genéricos:

1. La potencia máxima media por órbita de forma aproximada.
2. La potencia eléctrica máxima generada por los paneles solares en función de la posición angular en la órbita.

Compárense las distintas soluciones.

2. Metodología

Para la realización de este trabajo se ha empleado fundamentalmente la herramienta de software MATLAB para realizar los cálculos y las representaciones gráficas pertinentes.

Las modelizaciones y simplificaciones para el análisis del problema se han hecho en base a las recomendaciones y diapositivas facilitadas por D. Ángel Luis Porras Hermoso.

El problema, en un primer lugar, se ha abordado desde una perspectiva simplificada, la cual se desarrolla en más profundidad en la sección 3.1. Esta simplificación ha consistido en la aproximación de la órbita heliosíncrona por una órbita polar con 90° de inclinación y en la consideración de dos casos extremos: aquel en el cual una cara se orienta perpendicular al sol (mínima potencia radiante) y aquel en el cual la diagonal del satélite se orienta perpendicular al sol (máximo potencia radiante).

El problema, una vez analizado de esta manera, se ha abordado desde una perspectiva algo más precisa, la cual se desarrolla en más profundidad en la sección 3.2, donde se ha introducido la rotación propia del satélite, la verdadera inclinación de la órbita y la posición del Sol respecto a la época del año.

Finalmente se compara este último resultado con el primero para determinar la validez de la simulación y de las hipótesis planteadas.

3. Resultados

El cálculo de la potencia máxima generada por los paneles se va a realizar mediante los siguientes métodos:

1. Método analítico: simplificando el problema.
2. Método de simulación: desarrollando un programa en MATLAB.

3.1. Método analítico

Con tal de resolver el problema analíticamente se realizan las siguientes hipótesis:

- La inclinación de la órbita es de 90° .
- Dirección del Sol es $\vec{r}_{s_{ECI}} = [1 \ 0 \ 0]$, considerando que el satélite se sitúa en el equinoccio de primavera.

En la Figura 2 se representa el caso en el que plano orbital forma un determina ángulo β con respecto al vector Sol. Además, también aparecen presentadas la proyección paralela al plano orbital, con un valor de $W_0 \cos \beta$ y la proyección perpendicular de valor $W_0 \sin \beta$, en donde W_0 representa la variable de la constante solar.

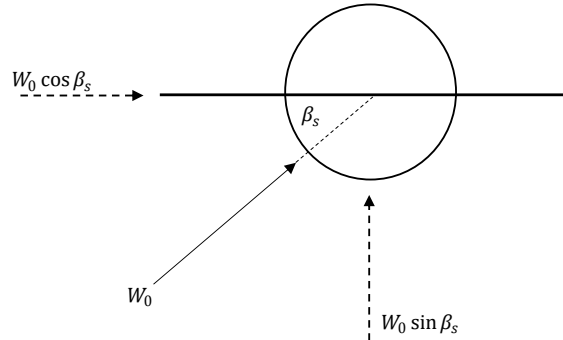


Figura 2: Incidencia de los rayos solares sobre el plano orbital.

Con tal de resolver el problema se distinguen estos dos casos dado que cuando la radiación solar incida paralelamente, el valor sobre los paneles solares será función del ángulo α , como se observa en la Figura 3, y en cambio para el segundo caso este valor será constante. El ángulo α representa el ángulo girado por el satélite en su órbita

Para obtener la potencia máxima media en el caso analítico, en vez de considerar la rotación ω del satélite sobre su propio eje, se consideran dos posiciones del satélite representativas. En la Figura 4 se representa esquemáticamente la posición del satélite donde el área iluminada de los paneles solares

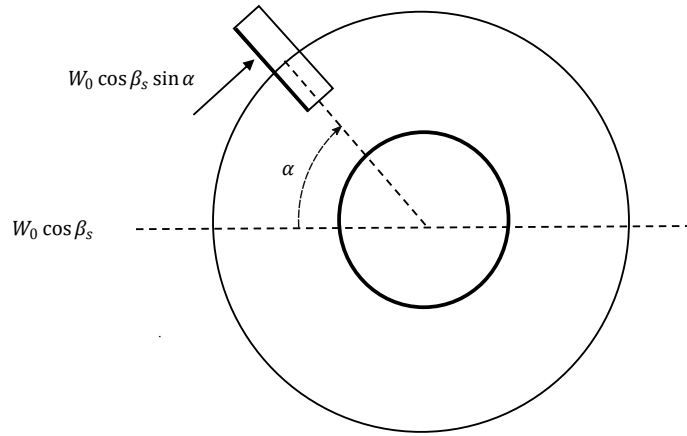


Figura 3: Efecto del ángulo α sobre la radiación incidente en los paneles solares.

es mínima y se obtiene la envolvente inferior de la potencia máxima. En cambio, en la Figura 5 se representa la posición del satélite con la máxima área iluminada, obteniendo así la envolvente superior.

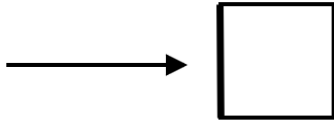


Figura 4: Posición del satélite con mínima área iluminada.

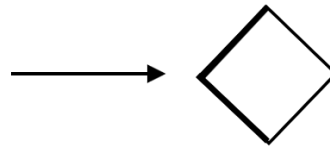


Figura 5: Posición del satélite con máxima área iluminada.

El periodo orbital se define como:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}, \quad (1)$$

donde a es el semieje mayor de la órbita y $\mu = 398600 \text{ km}^3/\text{s}^2$ es el parámetro gravitacional de la Tierra. A su vez, al tratarse de un órbita circular, a se puede expresar como:

$$a = R_e + h, \quad (2)$$

donde R_e es el radio de la Tierra expresado en km y h es la altitud de la órbita, también expresada en

km, respecto a la superficie de la Tierra.

Finalmente, de la expresión 1, se puede obtener la velocidad angular del satélite en su propia órbita:

$$w_a = \frac{1}{\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}} . \quad (3)$$

Para el cálculo de los tiempos de eclipse hay que tener en cuenta que la dirección del Sol estará contenida en el vector $\vec{r}_{s_{ECI}} = [1 \ 0 \ 0]$, expresado en un sistema de referencia inercial centrado en la Tierra y para una fecha correspondiente al equinoccio de primavera. Si la dirección del Sol está contenida en el plano de la órbita, el ángulo de eclipse se puede expresar como:

$$\rho = \sin^{-1} \frac{R_e}{R_e + h} . \quad (4)$$

En cambio, si la dirección del Sol no está contenida en el plano de la órbita, el ángulo de eclipse ϕ se obtiene de la siguiente expresión:

$$\cos \frac{\phi}{2} = \frac{\cos \rho}{\cos \beta_s} , \quad (5)$$

donde β es la inclinación relativa entre el plano de la órbita y la dirección del Sol, y se expresa como:

$$\beta_s = 90^\circ - \cos^{-1}(\vec{r}_{s_{op}} \cdot \vec{n}_{op}) , \quad (6)$$

donde $\vec{r}_{s_{op}}$ sigue siendo el vector que representa la dirección del Sol pero esta vez expresado en un sistema de referencia centrado en el plano de la órbita y $\vec{n}_{op} = [0 \ 0 \ 1]$ es el vector normal al plano orbital. En consecuencia, el cambio de sistema de coordenadas necesario para obtener el vector $\vec{r}_{s_{op}}$ se obtiene a través de la siguiente composición de giros:

$$\vec{r}_{s_{op}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & \sin \theta_x \\ 0 & -\sin \theta_x & \cos \theta_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_z & \sin \theta_z & 0 \\ -\sin \theta_z & \cos \theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \vec{r}_{s_{ECI}} , \quad (7)$$

donde dichas matrices son las matrices de cambio para los giros en x y en z, respectivamente. $\theta_x =$

90° corresponde al ángulo girado en el eje x, es decir, a la inclinación, y θ_z corresponde al RAAN de la órbita.

Las expresiones de la potencia mínima y máxima generada debido a la componente del vector Sol perpendicular al plano de la órbita (ver Figura 2) son:

$$P_{\perp\text{mín}} = W_0 A f_s \eta \sin \beta_s , \quad (8)$$

$$P_{\perp\text{máx}} = \sqrt{2} P_{\perp\text{mín}} . \quad (9)$$

donde $W_0 = 1361 \text{ W/m}^2$ es la constante solar, A es el área lateral del satélite (0,3 m x 0,1 m), $f_s = 0,9$ es el factor de ocupación elegido para el panel [1] y $\eta = 0,29$ es el rendimiento de las células. A la hora de escoger el valor característico para el rendimiento de las células solares se ha tomado como referencia el rendimiento de la célula solar GaAs de triple unión fabricada por *Azurspace* cuyo rendimiento para temperatura de 28 °C y 1367 W/m² es de 29,5 % [2]. Por otro lado, la potencia mínima y máxima generada debido a la componente del vector Sol contenida en el plano de la órbita se expresan como:

$$P_{\parallel\text{mín}} = W_0 A f_s \eta \cos \beta_s \sin \alpha , \quad (10)$$

$$P_{\parallel\text{máx}} = \sqrt{2} P_{\parallel\text{mín}} . \quad (11)$$

De este estudio previo se obtienen las Figuras: 6, 7 y 8 en las que se representan la potencia mínima, máxima y media para las tres altitudes (450, 500 y 600 km) consideradas en función del ángulo recorrido desde el punto de la órbita más cercano al Sol

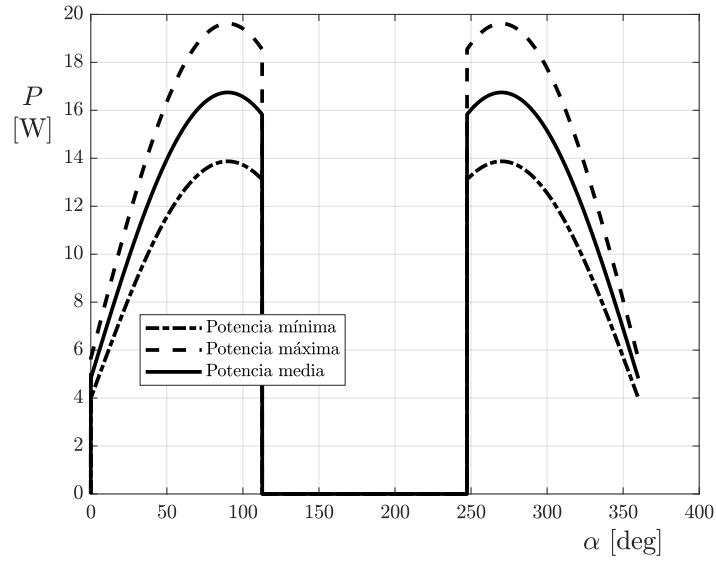


Figura 6: Potencia máxima (raya discontinua), mínima (puntos y rayas) y media (raya continua) para una órbita con 450 km de altitud.

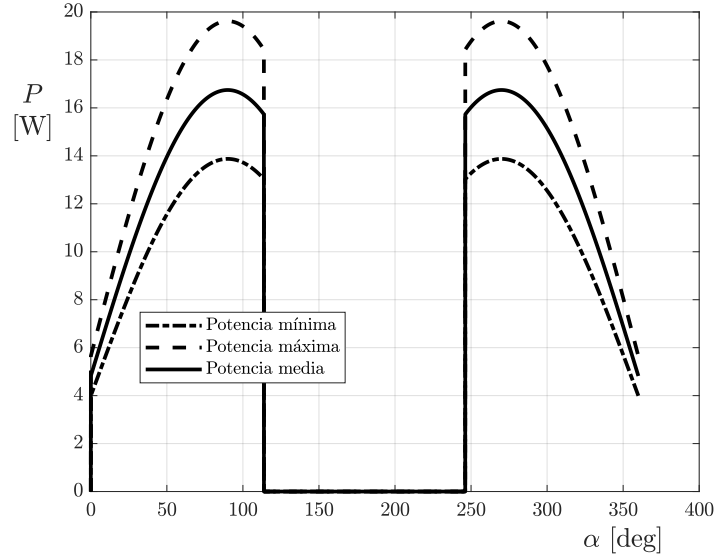


Figura 7: Potencia máxima (raya discontinua), mínima (puntos y rayas) y media (raya continua) para una órbita con 500 km de altitud.

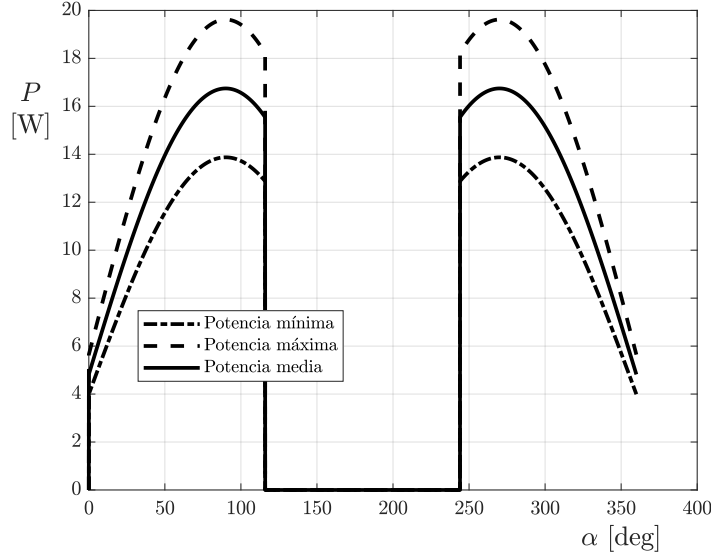


Figura 8: Potencia máxima (raya discontinua), mínima (puntos y rayas) y media (raya continua) para una órbita con 600 km de altitud.

Como se puede observar, en las Figuras 6, 7 y 8 se observa un comportamiento senoidal bastante similar donde se distingue una zona de crecimiento, a medida que los paneles se sitúan de frente al Sol, y una bajada súbita al entrar en la zona de eclipse. Se puede apreciar que la duración del eclipse varía levemente entre las distintas altitudes siendo la órbita de menor altura la que más zona de eclipse posee.

$$\alpha_{eclipse} \in [112,7^\circ - 247,3^\circ] \text{ (2100 s) para } h = 450 \text{ km} , \quad (12)$$

$$\alpha_{eclipse} \in [113,8^\circ - 246,2^\circ] \text{ (2087 s) para } h = 500 \text{ km} , \quad (13)$$

$$\alpha_{eclipse} \in [116,0^\circ - 244,0^\circ] \text{ (2064 s) para } h = 500 \text{ km} . \quad (14)$$

La potencia media generada a lo largo de una órbita se calcula como la suma de la potencia media generada por la componente paralela a la órbita, Ecuación (15), y la componente perpendicular, Ecuación (16). Tal y como se ha explicado previamente, el ángulo α representa el ángulo girado por el satélite en su órbita. De cara a la representación gráfica de la potencia, se ha considerado que este

ángulo sea nulo cuando el satélite entra en eclipse, es decir, para ángulos comprendidos entre $\pi - \frac{\phi}{2}$ y $\pi + \frac{\phi}{2}$.

$$P_{m_{\parallel}} = \frac{2W_0 A f_g f_s \eta \cos \beta}{2\pi\omega_a} \left[\int_0^{\pi - \frac{\phi}{2}} \sin \alpha \, d\alpha + \int_{\pi + \frac{\phi}{2}}^{2\pi} \sin \alpha \, d\alpha \right], \quad (15)$$

$$P_{m_{\perp}} = \frac{2W_0 A f_g f_s \eta \sin \beta}{T} \int_0^{t_{\text{eclip}} 1} dt, \quad (16)$$

donde se incluye el factor geométrico, f_g , que valdrá 1 en el caso que el área iluminada es mínima y $\sqrt{2}$ para cuando es máxima. Finalmente, la potencia media generada será la suma de la potencia media generada por la envolvente superior, $P_{\text{máx}}$, y la inferior, $P_{\text{mín}}$, dividido entre 2:

$$P = \frac{P_{\text{mín}} + P_{\text{máx}}}{2}. \quad (17)$$

La potencia media generada para cada una de las tres órbitas se muestra a continuación:

$$P_{450} = 8,3 \text{ kW}, \quad (18)$$

$$P_{500} = 8,4 \text{ kW}, \quad (19)$$

$$P_{600} = 8,6 \text{ kW}, \quad (20)$$

donde P_{450} es la potencia media generada en una órbita para 450 km de altitud, P_{500} es la potencia media generada en una órbita para 500 km de altitud y P_{600} es la potencia media generada en una órbita para 600 km de altitud.

3.2. Método de simulación

En el método de simulación, el procedimiento para calcular la potencia media generada es similar al método analítico pero la mayor parte de simplificaciones no se aplican.

En este caso no se puede realizar la hipótesis de que la inclinación de la órbita es de 90° sino que se debe calcular con la condición de heliocentrismo. Debido a la rotación de la Tierra sobre su eje aparece una fuerza centrífuga que la achata por los polos. El hecho de que la Tierra no sea perfectamente esférica hace que aparezca una perturbación llamada J_2 , la cual produce un cambio gradual en la longitud del nodo ascendente, Ω , que viene dado por la Ecuación (21). Este cambio se puede aprovechar para que

el plano de la órbita mantenga un ángulo constante con la dirección del sol, es decir, para obtener una órbita heliocéntrica.

$$\dot{\Omega} = -\frac{3J_2 R_e^2}{2(1-e^2)^2} \sqrt{\frac{\mu}{a^7}} \cos i, \quad (21)$$

donde $J_2 = 1,0827 \times 10^{-3}$ es la perturbación gravitatoria, $R_e = 6378$ km es el radio de la Tierra, $e = 0$ es la excentricidad de la órbita circular, $\mu = 398600$ km³/m² es el parámetro gravitacional estándar de la Tierra, i es la inclinación de la órbita y a es el semieje mayor que, debido a que la órbita es circular, tomará el valor de $R_e + h$ km, siendo h la altitud.

Para que se cumpla la condición de que la órbita se mantenga con el mismo ángulo relativo al Sol se debe cumplir que la variación de la longitud del nodo ascendente coincida con la rotación de la Tierra alrededor del Sol:

$$\frac{2\pi}{365,25 \cdot 24 \cdot 3600} = -\frac{3J_2 R_e^2}{2(1-e^2)^2} \sqrt{\frac{\mu}{(R_e + h)^7}} \cos i, \quad (22)$$

donde se observa que existe una correlación entre la inclinación y la altitud de la órbita. Despejando de la Ecuación (22) se obtiene la inclinación para las 3 órbitas, las cuales se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1: Inclinación para las órbitas de altitudes 450, 500 y 600 km.

Altitud [km]	Inclinación [°]
450	97,21
500	97,40
600	97,79

Seguidamente se calculan los periodos y las velocidades angulares de la misma forma que en la sección 3.1

Conociendo la inclinación y la ascensión recta del nodo ascendente se puede determinar la zona de eclipse en función del vector solar β . En este caso es necesario recurrir a las matrices de cambio de base — Meter las referencias a las matrices del anexo —. Sea la matriz R_{eo} :

$$R_{eo} = R_x(i) R_z(\Omega), \quad (23)$$

El vector de la dirección de los rayos solares queda como

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \arccos((R_{eo} [1, 0, 0]^t)^t [0, 0, 1]^t), \quad (24)$$

Y con el ángulo ρ definido según 4 se obtiene ϕ de la misma forma que en 5 y así queda determinada el ángulo que ocupa el eclipse para cada una de las tres órbitas y como se conoce la velocidad angular también queda determinado el tiempo de eclipse. En la tabla 2 se exponen los resultados obtenidos tanto en tiempo como en ángulos para las distintas altitudes.

Tabla 2: Tiempos de eclipse y valor de anomalía verdadera al inicio y al final del mismo para las tres altitudes estudiadas.

	Tiempo de eclipse [s]	ν inicial [°]	ν final [°]
h = 450 km	742	37.5	82.4
h = 500 km	730	37.9	82.0
h = 600 km	707	38.6	81.4

4. Conclusiones

Referencias

- [1] M. D. Griffin, J. R. French, Space Vehicle Design, Second Edition, in: Space Vehicle Design, Second Edition, 2004, Ch. 10. Power. doi:10.2514/4.862403.
- [2] AZUR SPACE, 3G30C - Advanced 3G30C - Advanced (2016) 2–3.