



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

---

# MODELOS IMPLÍCITOS

## TRABAJO 3

GENERACIÓN Y GESTIÓN DE POTENCIA ELÉCTRICA

---

*Autores:* David Estébanez Mérida  
Andrés Pedraza Rodríguez  
María Elena Piqueras Carreño  
Daniel del Río Velilla  
Ana Isabel Soria Carro

*Profesor:* Santiago Pindado Carrión

MADRID, 23 DE MARZO, 2021



## Resumen

El objetivo del presente trabajo es caracterizar una serie de paneles solares mediante modelos implícitos (*id est* funciones que están basadas en la física de las células fotovoltaicas) a partir de los datos y curvas  $I-V$  experimentales proporcionadas por los fabricantes. Primero se estudiará el modelo 1D2R (un diodo, dos resistencias) tanto analítica como numéricamente y después se empleará el modelo 2D2R (dos diodos, dos resistencias). Finalmente se compararán los resultados con los obtenidos en el trabajo anterior.



# Índice

Índice de figuras	I
Índice de tablas	III
1. Introducción	1
2. Metodología	2
3. Resultados	3
3.1. Modelo 1D2R . . . . .	4
3.1.1. Ajuste analítico . . . . .	4
3.1.2. Ajuste numérico . . . . .	7
3.2. Modelo 2D2R . . . . .	8
3.2.1. Ajuste analítico . . . . .	9
3.2.2. Ajuste numérico . . . . .	12
3.3. Comparación de resultados . . . . .	13
3.3.1. Modelos 1D2R y 2D2R . . . . .	13
3.3.2. Modelos implícitos frente a modelos explícitos . . . . .	19
4. Conclusiones	21
A. Eficiencia de las células solares	26
Referencias	27

## Índice de figuras

1.	Intensidad de un fotodiodo en función del voltaje y de la irradiancia. . . . .	3
2.	Circuito equivalente para el modelo de un diodo y dos resistencias. . . . .	4
3.	Circuito equivalente para el modelo de dos diodos y dos resistencias. . . . .	9
4.	Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico RTC France (izq). Diferencia entre los valores de intensidad corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der). . . . .	14
5.	Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico TNJ Spectrolab (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der). . . .	14
6.	Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico ZTJ Emcore (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der). . . . .	15
7.	Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico Azur Space 3G30C (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der). . . .	15
8.	Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico Photowatt PWP 201 (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der). . . .	16
9.	Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico Kyocera KC200GT-2 (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der). . . .	16
10.	Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico Selex Galileo SPVS X5 (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der). . . .	17
11.	Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico Plastic Solar Cell (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der). . . .	17
12.	Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico CESI CTJ30 (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der). . . . .	18

13. Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico ATJ Emcore (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der). . . . . 18
14. Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico DHV 4S1P (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der). . . . . 19
15. Representación gráfica de los errores medios cuadráticos totales (RMSE) para los distintos modelos (según color) y para los distintos modelos y ajustes. . . . . 20

## Índice de tablas

1.	Datos de temperatura y número de células para las distintas tecnologías estudiadas. . .	3
2.	Parámetros del modelo 1D2R ajustados analíticamente para las distintas tecnologías estudiadas. . . . .	7
3.	Parámetros del modelo 1D2R ajustados numéricamente para las distintas tecnologías estudiadas. . . . .	8
4.	Parámetros del modelo 2D2R ajustados analíticamente para las distintas tecnologías estudiadas. . . . .	12
5.	Parámetros del modelo 2D2R ajustados numéricamente para las distintas tecnologías estudiadas. . . . .	13
6.	Errores medios cuadráticos totales de los distintos modelos estudiados en este y en el anterior trabajo [1] ajustados analíticamente. . . . .	19
7.	Errores medios cuadráticos totales de los distintos modelos estudiados en este y en el anterior trabajo [1] ajustados numéricamente. . . . .	20
8.	Parámetros del modelo 1D2R ajustados analíticamente para las distintas tecnologías estudiadas. . . . .	21
9.	Parámetros del modelo 1D2R ajustados numéricamente para las distintas tecnologías estudiadas. . . . .	21
10.	Parámetros del modelo 2D2R ajustados analíticamente para las distintas tecnologías estudiadas. . . . .	22
11.	Parámetros del modelo 2D2R ajustados numéricamente para las distintas tecnologías estudiadas. . . . .	22
12.	Errores medios cuadráticos totales de los distintos modelos estudiados en este y en el anterior trabajo [1] ajustados analíticamente. . . . .	24
13.	Errores medios cuadráticos totales de los distintos modelos estudiados en este y en el anterior trabajo [1] ajustados numéricamente. . . . .	24



## 1. Introducción

En el desarrollo del análisis de una misión los paneles solares juegan un papel clave dado que son los encargados de transformar la energía proveniente del Sol en energía eléctrica. Esta energía se distribuye al los diversos subsistemas y la restante se almacena en la batería, que la liberará de forma paulatina en los periodos orbitales en los cuales sea necesario. A lo largo de los años en los que se ha desarrollado esta tecnología se ha tratado de modelizar los fenómenos físicos que se dan lugar en estos dispositivos mediante una combinación de elementos electrónicos comunes (generadores, resistencias y diodos). De esta forma los paneles solares son más sencillos de considerar en el conjunto electrónico del sistema.

En este trabajo se distinguen tres partes en las que se propone lo siguiente:

- Ajustar el modelo 1D2R (un diodo, dos resistencias) de forma analítica y numérica.
- Ajustar el modelo 2D2R (dos diodos, dos resistencias) de forma analítica y numérica.
- Comparar los resultados entre sí y con los de los modelos empleados en el anterior trabajo.

## 2. Metodología

Este trabajo se ha desarrollado empleando fundamentalmente la herramienta de software MATLAB. Con ella se han realizado los cálculos y las representaciones gráficas pertinentes.

Los modelos empleados se basan en la electrónica de los paneles y comúnmente se conocen como 1D2R (un diodo y dos resistencias) y 2D2R (dos diodos y dos resistencias). Los métodos para el ajuste de ambos modelos se han obtenido de la documentación proporcionada por el profesor D. Santiago Pindado a través de la plataforma Moodle de la asignatura.

El ajuste versa sobre los datos contenidos en el archivo *VI\_curves.xlsx* y los obtenidos de la digitalización de curvas experimentales proporcionadas por los fabricantes. De este conjunto de valores  $I$ - $V$ , se tienen o se han de obtener, los valores de tensión para circuito abierto,  $V_{oc}$ , corriente para cortocircuito,  $I_{sc}$ , el punto de máxima potencia,  $[V_{mp}, I_{mp}]$  y los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  para once tipos de tecnologías diferentes.

En primer lugar se han tratado de ajustar ambos modelos de forma analítica y para ello se han seguido los procedimientos recogidos en [2]. Después se ha ajustado numéricamente el modelo para lo cual se plantean los coeficientes y se trata de minimizar el error medio cuadrático (RMSE).

### 3. Resultados

Los paneles solares están compuestos por células fotovoltaicas que funcionan como un fotodiodo. La dinámica de este elemento se plasma en la Figura 1,

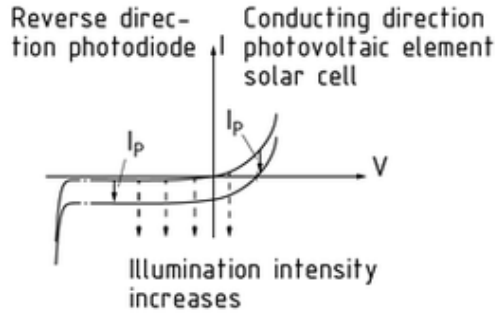


Figura 1: Intensidad de un fotodiodo en función del voltaje y de la irradiancia.

en ella se puede ver que el comportamiento del fotodiodo cuando no recibe iluminación es el mismo que el de un diodo normal, sin embargo, al recibir luz se crea una foto-corriente que desplaza la curva hacia abajo, formándose así una región en la cual el voltaje y la intensidad tienen signos contrarios y por tanto se genera potencia.

El comportamiento de los fotodiodos también se ve afectado por la temperatura y el número de ellos en serie determina la corriente resultante, por ello en la Tabla 1, se muestran los datos de temperatura y número de células para las distintas tecnologías estudiadas.

Tabla 1: Datos de temperatura y número de células para las distintas tecnologías estudiadas.

Modelo	T [°C]	n
RTC France	33	1
TNJ	28	3
ZTJ	28	3
3G30C	28	3
PWP201	45	36
KC200GT2	25	54
SPVSX5	20	15
PSC	25	54
CTJ30	25	3
ATJ	28	3
DHV 4S1P	23	4

### 3.1. Modelo 1D2R

En la zona de interés, el comportamiento electrónico puede, en primer lugar, aproximarse mediante un generador de corriente (CG). Después, al añadir un diodo en paralelo (D) se tiene el comportamiento que tendría el fotodiodo sin luz más el desplazamiento que produce la foto-corriente modelizado con el generador de corriente. A continuación se añade una resistencia en serie con la carga ( $R_s$ ) para modelizar las pérdidas por efecto Joule en los cables, uniones, soldaduras..., y una resistencia en paralelo ( $R_{sh}$ ) para modelizar el retorno de electrones a través de la unión PN. El esquema electrónico resultante se muestra en la Figura 2.

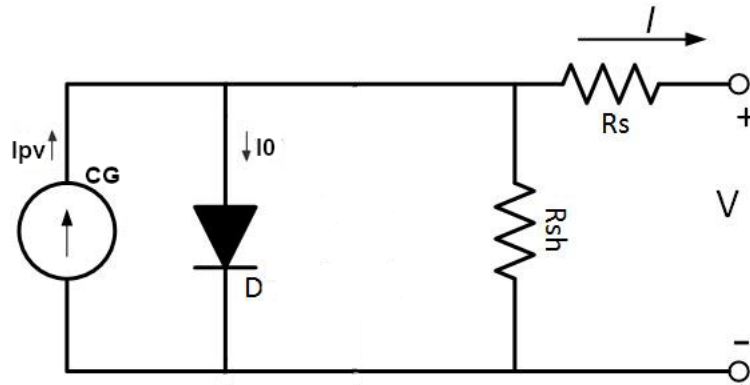


Figura 2: Circuito equivalente para el modelo de un diodo y dos resistencias.

La intensidad que proporciona el circuito es por tanto:

$$I = I_{pv} - I_0 \left( e^{\frac{V + IR_s}{anV_T}} - 1 \right) - \frac{V + IR_s}{R_{sh}}, \quad (1)$$

donde  $I_{pv}$  es la intensidad que proporciona el generador de corriente,  $I_0$  es la intensidad que circula por el diodo,  $V$  e  $I$  hacen referencia al voltaje y la intensidad (respectivamente) a las que está sometida la carga,  $a$  es la variable que modela la idealidad del diodo (típicamente entre 1 y 2),  $n$  es el número de células en serie y  $V_T = k_B T / q_e$  es el voltaje térmico (donde  $k_B = 1,380649 \cdot 10^{-23}$  J/K es la constante de Boltzman,  $T$  es la temperatura y  $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C es la carga del electrón). El número de células  $n$  se agrupará con el voltaje térmico en los siguientes desarrollos.

#### 3.1.1. Ajuste analítico

El ajuste analítico es más robusto que el numérico pero a cambio se han de realizar una serie de simplificaciones. De los puntos de cortocircuito, circuito abierto, máxima potencia y derivada en el punto de máxima potencia se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$I_{sc} = I_{pv} - I_0 \left( e^{\frac{I_{sc}R_s}{aV_T}} - 1 \right) - \frac{I_{sc}R_s}{R_{sh}}, \quad (2)$$

$$0 = I_{pv} - I_0 \left( e^{\frac{V_{oc}}{aV_T}} - 1 \right) - \frac{V_{oc}}{R_{sh}}, \quad (3)$$

$$I_{mp} = I_{pv} - I_0 \left( e^{\frac{V_{mp}+I_{mp}R_s}{aV_T}} - 1 \right) - \frac{V_{mp}+I_{mp}R_s}{R_{sh}}, \quad (4)$$

$$\frac{-I_{mp}}{V_{mp}} = \frac{-I_0}{aV_T} \left[ 1 - \frac{I_{mp}}{V_{mp}} R_s \right] e^{\frac{V_{mp}+I_{mp}R_s}{aV_T}} - \frac{1}{R_{sh}} \left( 1 - \frac{I_{mp}}{V_{mp}} R_s \right). \quad (5)$$

Los pasos que se han de seguir para resolver el sistema no lineal de cuatro ecuaciones son:

- En primer lugar se estima el valor del parámetro  $a$ , ya que se encuentra normalmente en el rango 1-2. De esta forma se elimina una de las incógnitas del sistema y ya puede tener una solución determinada. Para las primeras siete células estudiadas se han usado los valores obtenidos por Pindado *et al.* en [3].
- Después, se combinan las ecuaciones hasta tener una expresión implícita de  $R_s$ :

$$\begin{aligned} & (aV_T V_{mp} (2I_{mp} - I_{sc})) ((V_{mp} I_{sc} + V_{oc} (I_{mp} - I_{sc})) (V_{mp} - I_{mp} R_s) - aV_T (V_{mp} I_{sc} - V_{oc} I_{mp}))^{-1} \\ & = \exp \left( \frac{V_{mp} + I_{mp} R_s - V_{oc}}{aV_T} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

- Luego, haciendo uso de la Función W de Lambert y sus propiedades

$$z = W(z) e^{W(z)}, \quad (7)$$

$$X = Y e^x \iff Y = W(X), \quad (8)$$

se reescribe la expresión 6 para poder aplicar las propiedades de dicha función

$$\begin{aligned} & -\frac{V_{mp}(2I_{mp}-I_{sc})}{(V_{mp}I_{sc}+V_{oc}(I_{mp}-I_{sc}))} \cdot \exp \left( -\frac{2V_{mp}-V_{oc}}{aV_T} + \frac{(V_{mp}I_{sc}-V_{oc}I_{mp})}{(V_{mp}I_{sc}+V_{oc}(I_{mp}-I_{sc}))} \right) \\ & = \left( \frac{I_{mp}R_s-V_{mp}}{aV_T} + \frac{(V_{mp}I_{sc}-V_{oc}I_{mp})}{(V_{mp}I_{sc}+V_{oc}(I_{mp}-I_{sc}))} \right) \cdot \exp \left( \frac{I_{mp}R_s-V_{mp}}{aV_T} + \frac{(V_{mp}I_{sc}-V_{oc}I_{mp})}{(V_{mp}I_{sc}+V_{oc}(I_{mp}-I_{sc}))} \right), \end{aligned} \quad (9)$$

y mediante la equivalencia 8 se obtiene

$$\begin{aligned} & \frac{I_{mp}R_s-V_{mp}}{aV_T} + \frac{(V_{mp}I_{sc}-V_{oc}I_{mp})}{(V_{mp}I_{sc}+V_{oc}(I_{mp}-I_{sc}))} \\ & = W_{-1} \left( -\frac{V_{mp}(2I_{mp}-I_{sc})}{(V_{mp}I_{sc}+V_{oc}(I_{mp}-I_{sc}))} \cdot \exp \left( -\frac{2V_{mp}-V_{oc}}{aV_T} + \frac{(V_{mp}I_{sc}-V_{oc}I_{mp})}{(V_{mp}I_{sc}+V_{oc}(I_{mp}-I_{sc}))} \right) \right), \end{aligned} \quad (10)$$

donde  $W_{-1}$  hace referencia a la rama negativa de la Función W de Lambert (rama que se escoge por los valores que se obtienen típicamente para paneles solares)

- Reescribiendo esta última ecuación como:

$$R_s = A (W_{-1}(B \exp(C)) - (D + C)), \quad (11)$$

donde

$$\begin{aligned} A &= \frac{aV_T}{I_{mp}}, \\ B &= -\frac{V_{mp}(2I_{mp}-I_{sc})}{(V_{mp}I_{sc}+V_{oc}(I_{mp}-I_{sc}))}, \\ C &= -\frac{2V_{mp}-V_{oc}}{aV_T} + \frac{(V_{mp}I_{sc}-V_{oc}I_{mp})}{(V_{mp}I_{sc}+V_{oc}(I_{mp}-I_{sc}))}, \\ D &= \frac{V_{mp}-V_{oc}}{aV_T}. \end{aligned} \quad (12)$$

se puede obtener el valor de  $R_s$  mediante la aproximación

$$R_s = C(W_n - (D + A)), \quad (13)$$

donde

$$W_n = -1 - \sigma - \frac{2}{M_1} \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{M_1 \sqrt{\sigma/2}}{1 + M_2 \sigma e^{M_3 \sqrt{\sigma}}}} \right), \quad (14)$$

con

$$M_1 = 0,3361, \quad (15)$$

$$M_2 = -0,0042, \quad (16)$$

$$M_3 = -0,0201, \quad (17)$$

$$\sigma = -1 - \log(-B) - A; \quad (18)$$

- Una vez obtenido el valor de  $R_s$  se pueden obtener el resto de parámetros:

$$R_{sh} = (V_{mp} - I_{mp}R_s) \frac{V_{mp} - R_s(I_{sc} - I_{mp}) - aV_T}{(V_{mp} - I_{mp}R_s)(I_{sc} - I_{mp}) - aV_T I_{mp}}, \quad (19)$$

$$I_{pv} = \frac{R_{sh} + R_s}{R_{sh}} I_{sc}, \quad (20)$$

$$I_0 = \frac{\frac{R_{sh} + R_s}{R_{sh}} I_{sc} - \frac{V_{oc}}{R_{sh}}}{\exp\left(\frac{V_{oc}}{aV_T}\right)} \quad (21)$$

Este algoritmo se desarrolla con más profundidad por Pindado *et al.* en [4].

Los resultados obtenidos de este ajuste se recogen en la Tabla 2:

Tabla 2: Parámetros del modelo 1D2R ajustados analíticamente para las distintas tecnologías estudiadas.

Modelo	$I_{pv}$ [A]	$I_0$ [A]	$R_s$ [Ω]	$R_{sh}$ [Ω]	$a$	RMSE[ %]
RTC France	0,761	3,26E-07	0,036	52,4	1,48	0,1
TNJ	0,524	3,64E-15	0,055	209	1,01	5,43
ZTJ	0,463	2,91E-15	0,0739	273	1,07	0,69
3G30C	0,52	1,01E-17	0,0795	2680	0,9	2,46
PWP201	1,03	1,3E-06	1,56	3660	1,25	1,18
KC200GT2	8,23	4,17E-10	0,336	160	1	3,83
SPVSX5	0,503	1,55E-14	0,0229	9880	1,15	1,97
PSC	7,59	2,55E-05	0,000975	0,198	0,82	1,31
CTJ30	0,473	7,99E-14	0,0166	1480	1,15	3,06
ATJ	0,455	8,96E-22	0,222	182	0,7	3,32
DHV 4S1P	0,467	1,33E-35	1,25	8470	1,35	3,12

### 3.1.2. Ajuste numérico

Para realizar este ajuste se ha recurrido a la función de MATLAB *fminsearch* la cual, a partir de un iterante inicial encuentra el mínimo de una función multivariable (donde cada parámetro del modelo es una de las variables) no sometida a restricciones mediante el algoritmo Simplex de Nelder-Mead. El iterante inicial ha de ser seleccionado con cuidado y es por ello que los parámetros obtenidos del ajuste analítico pueden resultar de gran ayuda. La función de la que se busca el mínimo es la del error cuadrático total:

$$Error = \left( \sum (I_{1D2R}(V_{exp}) - I_{exp}(V_{exp}))^2 \right)^{0,5}, \quad (22)$$

donde  $I_{1D2R}(V_{exp})$  hace referencia al valor que toma la intensidad del modelo (expresión (1)) para cada uno de los voltajes experimentales de las tablas e  $I_{exp}(V_{exp})$  hace referencia a cada uno de las intensidades experimentales correspondientes.

Los resultados obtenidos de este ajuste se recogen en la Tabla 3:

Tabla 3: Parámetros del modelo 1D2R ajustados numéricamente para las distintas tecnologías estudiadas.

Modelo	$I_{pv}$ [A]	$I_0$ [A]	$R_s$ [Ω]	$R_{sh}$ [Ω]	a	RMSE
RTC France	0.762	2.75E-07	0.037	44.2	1.46	0.08
TNJ	0.527	3.15E-15	0.111	205	1.02	0.39
ZTJ	0.465	1.28E-14	0.0778	349	1.12	0.33
3G30C	0.527	2.5E-18	0.0794	3290	0.872	0.17
PWP201	1.03	1.73E-06	1.31	683	1.28	0.18
KC200GT2	8.19	8.62E-10	0.242	124	1.03	0.34
SPVSX5	0.499	4.58E-16	0.0375	1610	1.03	0.86
PSC	7.68	3.41E-05	0.00121	0.2	0.839	0.7
CTJ30	0.474	3.02E-13	0.0487	2480	1.21	0.88
ATJ	0.434	7.82E-21	0.186	237	0.733	0.91
DHV 4S1P	0.467	3.31E-37	1.24	17000	1.29	2.16

Este método, para ciertos conjuntos de datos experimentales, resulta no ser demasiado robusto por lo que el iterante inicial se ha de extraer a partir del ajuste analítico.

### 3.2. Modelo 2D2R

El modelo 1D2R es bastante ajustado y para la mayoría de aplicaciones da un resultado suficientemente preciso. Sin embargo para misiones largas o en las cuales sea muy importante modelizar la corriente, además del primer diodo (D1), se incluye un segundo diodo (D2) que modela la recombinación electrónica en la zona de deplexión. El esquema electrónico resultante se muestra en la Figura 3.



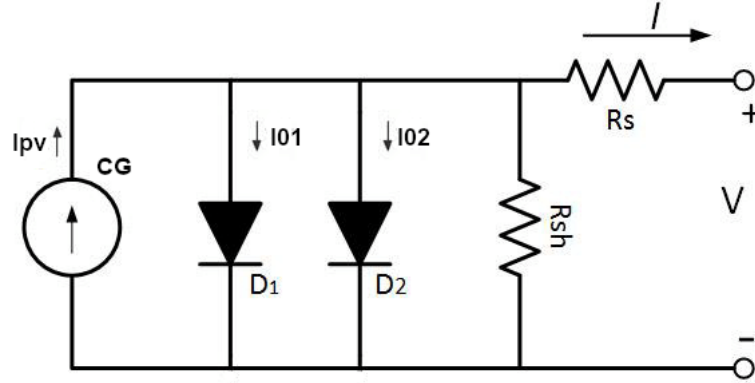


Figura 3: Circuito equivalente para el modelo de dos diodos y dos resistencias.

La intensidad que proporciona el circuito es por tanto:

$$I = I_{pv} - I_{01} \left( e^{\frac{V+IR_s}{a_1 n V_T}} - 1 \right) - I_{02} \left( e^{\frac{V+IR_s}{a_2 n V_T}} - 1 \right) - \frac{V + IR_s}{R_{sh}}, \quad (23)$$

donde  $I_{pv}$  es la intensidad que proporciona el generador de corriente,  $I_{01}$  es la intensidad que circula por el primer diodo,  $I_{02}$  es la intensidad que circula por el primer diodo,  $V$  e  $I$  hacen referencia al voltaje y la intensidad (respectivamente) a las que está sometida la carga,  $a_1$  y  $a_2$  son las variables que modelan la idealidad de los diodos (típicamente entre 1 y 2),  $n$  es el número de células en serie y  $V_T = k_B T / q_e$  es el voltaje térmico (donde  $k_B = 1,380649 \cdot 10^{-23}$  J/K es la constante de Boltzman,  $T$  es la temperatura y  $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C es la carga del electrón). El número de células  $n$  se agrupará con el voltaje térmico en los siguientes desarrollos.

### 3.2.1. Ajuste analítico

El método de ajuste analítico de este modelo es bastante similar al del modelo 1D2R con la particularidad de que ahora se han de determinar dos parámetros más. Para esto se han de introducir dos nuevas variables que son  $R_{sh0}$  y  $R_{s0}$ :

$$R_{sh0} = - \left( \frac{\partial V}{\partial I} \right) \Big|_{I=I_{sc}}, \quad (24)$$

$$R_{s0} = - \left( \frac{\partial V}{\partial I} \right) \Big|_{V=V_{oc}}. \quad (25)$$

El valor de estas derivadas, si bien es cierto que podría ser fácil de determinar una vez conocida la curva, está sujeto a un alto grado de incertidumbre dada la discretización de los datos experimentales y su baja densidad entorno a estos dos puntos. Es por ello necesario realizar un preprocesado de datos

con el fin de determinar con mayor fiabilidad este par de valores. En primer lugar, se ajustaron los datos experimentales mediante polinomios orden 1 y 2, para poder tener una mejor aproximación de la pendiente en el punto de corto circuito y de circuito abierto. Además, en función panel, se fue variando el número de puntos escogidos para calcular dichas pendientes, no obstante, en la mayoría de los casos, los valores obtenidos variaban mucho en función del número de puntos escogidos debido a la incertidumbre de los datos experimentales. Es por ello que finalmente se ha utilizado la curva ajustada numéricamente con el modelo 2D2R para obtener una primera aproximación de las pendientes, se han interpolado los puntos con un polinomio de orden uno y además, una vez determinados los parámetros del modelo se ha optimizado el error medio cuadrático total mediante métodos tanto heurísticos como de tipo gradiente con el fin de asegurar la bondad de ambos valores.

Después, apoyándose en los puntos característicos del sistema (*i.e.* cortocircuito, máxima potencia y circuito abierto) se obtienen, como en la Sección 3.1, cuatro ecuaciones:

$$I_{sc} = I_{pv} - I_{01} \left( e^{\frac{I_{sc} R_s}{a_1 V_T}} - 1 \right) - I_{02} \left( e^{\frac{I_{sc} R_s}{a_2 V_T}} - 1 \right) - \frac{I_{sc} R_s}{R_{sh}}, \quad (26)$$

$$0 = I_{pv} - I_{01} \left( e^{\frac{V_{oc}}{a_1 V_T}} - 1 \right) - I_{02} \left( e^{\frac{V_{oc}}{a_2 V_T}} - 1 \right) - \frac{V_{oc}}{R_{sh}}, \quad (27)$$

$$I_{mp} = I_{pv} - I_{01} \left( e^{\frac{V_{mp} + I_{mp} R_s}{a_1 V_T}} - 1 \right) - I_{02} \left( e^{\frac{V_{mp} + I_{mp} R_s}{a_2 V_T}} - 1 \right) - \frac{V_{mp} + I_{mp} R_s}{R_{sh}}, \quad (28)$$

$$\frac{-I_{mp}}{V_{mp}} = \frac{-I_{01}}{a_1 V_T} \left[ 1 - \frac{I_{mp}}{V_{mp}} R_s \right] e^{\frac{V_{mp} + I_{mp} R_s}{a_1 V_T}} - \frac{-I_{02}}{a_2 V_T} \left[ 1 - \frac{I_{mp}}{V_{mp}} R_s \right] e^{\frac{V_{mp} + I_{mp} R_s}{a_2 V_T}} - \frac{1}{R_{sh}} \left( 1 - \frac{I_{mp}}{V_{mp}} R_s \right), \quad (29)$$

que junto con las correspondientes a  $R_{sh0}$  y  $R_{s0}$ ,

$$\frac{R_{sh0} - (R_{sh} + R_s)}{R_{sh} (R_{sh0} - R_s)} = -\frac{1}{a_1 V_T} I_{01} \exp \left( \frac{I_{sc} R_s}{a_1 V_T} \right) - \frac{1}{a_2 V_T} I_{02} \exp \left( \frac{I_{sc} R_s}{a_2 V_T} \right), \quad (30)$$

$$\frac{R_{sh} + R_s - R_{s0}}{R_{sh} (R_{s0} - R_s)} = \frac{1}{a_1 V_T} I_{01} \exp \left( \frac{V_{oc}}{a_1 V_T} \right) + \frac{1}{a_2 V_T} I_{02} \exp \left( \frac{V_{oc}}{a_2 V_T} \right), \quad (31)$$

conducen a un sistema de seis ecuaciones cuyo algoritmo para la determinación analítica de los parámetros del modelo 2D2R es:

- En primer lugar, estimar el valor del parámetro de idealidad del segundo diodo  $a_2$ , ya que se encuentra normalmente en el rango 1-2 (típicamente 2). Para las primeras siete células estudiadas se han usado los valores obtenidos por Pindado *et al.* en [3].

- Después se puede obtener una expresión implícita para  $R_s$

$$\log \left( \frac{(R_{sh0}(I_{sc} - I_{mp}) - V_{mp}) - a_2 V_T ((R_{sh0} - V_{mp}/I_{mp}) / (V_{mp}/I_{mp} - R_s))}{(R_{sh0} I_{sc} - V_{oc}) - a_2 V_T ((R_{sh0} - R_{s0}) / (R_{s0} - R_s))} \right) - \frac{(V_{mp} + I_{mp} R_s - V_{oc}) [((R_{sh0} - V_{mp}/I_{mp}) / (V_{mp}/I_{mp} - R_s)) - ((R_{sh0} - R_{s0}) / (R_{s0} - R_s)) \exp((V_{mp} + I_{mp} R_s - V_{oc}) / a_2 V_T)]}{[R_{sh0}(I_{sc} - I_{mp}) - V_{mp}] - (R_{sh0} I_{sc} - V_{oc}) \exp((V_{mp} + I_{mp} R_s - V_{oc}) / a_2 V_T)} = 0. \quad (32)$$

En este caso la búsqueda del valor de  $R_s$  que anula la función se ha de llevar a cabo mediante métodos numéricos y dado que el primer término de la función puede conducir a valores complejos es recomendable el uso de un algoritmo de optimización que minimice el módulo de la función.

- Una vez determinado el valor de  $R_s$  se pasa a obtener el valor de  $a_1$

$$B_1 = (R_{sh0} * (I_{sc} - I_{mp}) - V_{mp}) - (R_{sh0} * I_{sc} - V_{oc}) * \exp \left( \frac{V_{mp} + I_{mp} * R_s - V_{oc}}{a_2 * V_T} \right), \quad (33)$$

$$B_2 = \frac{R_{sh0} - V_{mp}/I_{mp}}{V_{mp}/I_{mp} - R_s} - \frac{R_{sh0} - R_{s0}}{R_{s0} - R_s} \exp \left( \frac{V_{mp} + I_{mp} * R_s - V_{oc}}{a_2 * V_T} \right), \quad (34)$$

$$a_1 = \frac{B_1}{B_2 V_T}. \quad (35)$$

- Con el valor de  $a_1$  y  $a_2$  se determinan las intensidades de saturación de los diodos:

$$I_{01} = \frac{a_1}{a_2 - a_1} \exp \left( \frac{-V_{oc}}{a_1 * V_T} \right) \frac{a_2 V_T (R_{sh0} - R_{s0}) - (R_{s0} - R_s)(R_{sh0} I_{sc} - V_{oc})}{(R_{sh0} - R_s)(R_{s0} - R_s)}, \quad (36)$$

$$I_{02} = \frac{a_2}{a_1 - a_2} \exp \left( \frac{-V_{oc}}{a_1 * V_T} \right) \frac{a_1 V_T (R_{sh0} - R_{s0}) - (R_{s0} - R_s)(R_{sh0} I_{sc} - V_{oc})}{(R_{sh0} - R_s)(R_{s0} - R_s)}, \quad (37)$$

- De la expresión de la derivada de la curva en cortocircuito (31) se puede hacer un análisis de órdenes de magnitud y finalmente se tiene que:

$$R_{sh} = R_{sh0} - R_s. \quad (38)$$

- Finalmente la intensidad del generador de corriente es:

$$I_{pv} = \frac{R_{sh} + R_s}{R_{sh} I_{sc}} \quad (39)$$

Este procedimiento se explica con más detalle por Pindado *et al.* [4].

Los resultados obtenidos de este ajuste se recogen en la Tabla 4:

Tabla 4: Parámetros del modelo 2D2R ajustados analíticamente para las distintas tecnologías estudiadas.

Model	$I_{pv}$ [A]	$I_{01}$ [A]	$I_{02}$ [A]	$R_s$ [Ω]	$R_{sh}$ [Ω]	$a_1$	$a_2$	RMSE[ %]
RTC France	0,761	2,48E-06	-6,8E-06	0,0354	45,2	1,67	2	0,45
TNJ	0,524	2,20E-12	-3,37E-09	0,074	227	1,25	2	7,26
ZTJ	0,463	1,47E-11	-2,12E-09	0,0234	344	1,44	2	1,22
3G30C	0,52	3,04E-14	-1,38E-09	0,00971	4780	1,13	2	1,98
PWP201	1,03	4,08E-05	-0,00017	1,5	686	1,58	2	1,61
KC200GT2	8,22	2,28E-04	-3,65E-04	0,193	127	1,9	2	2,55
SPVSX5	0,504	3,57E-10	-1,26E-08	0,109	775	1,63	2	2,76
PSC	8,22	4,29E-05	0,0188	0,0165	0,188	0,0472	1,8	4,68
CTJ30	0,473	1,48E-12	-4,60E-10	0,0666	66800	1,28	2	4,61
ATJ	0,454	9,19E-13	-3,42E-09	0,118	240	1,23	2	3,3
DHV 4S1P	0,467	-2,97E-20	4,69E-24	1,11	2147	2,42	2	1,9

Cabe destacar que, dada la alta complejidad matemática del ajuste analítico de este modelo, para algunos datos experimentales resulta extremadamente difícil obtener los parámetros de ajuste. Esto se debe al carácter de las ecuaciones que se han de resolver en el proceso ya que para algunos conjuntos de  $R_{s0}$  y  $R_{sh0}$  la expresión (32) deja de tener solución y por tanto el algoritmo falla. Dado que la determinación de  $R_{s0}$  y  $R_{sh0}$  se hace a partir de la interpolación de datos experimentales, aunque estos hayan sido filtrados, existe una alta incertidumbre (ya que la derivada en ambos extremos de la curva es cercana a cero y a infinito) y por tanto el modelo es poco robusto. Además, a la hora de despejar la variable  $R_s$ , tal y como se observa en la expresión (32), no se puede despejar de forma explícita, por lo que para obtener su valor se recurrió a la función de MATLAB, *fzero*, la cual también ha dado muchos problemas para obtener resultados, sobre todo a la hora de elegir el valor inicial que permitiese hallar una solución. En Araújo *et al.* [5] se proponen métodos alternativos para la estimación de  $R_{s0}$  y  $R_{sh0}$  que no involucran el trabajo con los puntos experimentales pero que varían en función de la tecnología empleada.

### 3.2.2. Ajuste numérico

Al igual que para el modelo 1D2R, también se pueden obtener los parámetros del circuito equivalente minimizando el error cuadrático total (22). En este caso, los parámetros de los que depende la minimización son siete:  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $I_{01}$ ,  $I_{02}$ ,  $R_{sh}$ ,  $R_s$  y  $I_{pv}$ . Para ello, se ha recurrido a la función de MATLAB *fminsearch* y a otras funciones de optimización con restricciones para funciones no lineales como *fmincon*, *gamultiobj* y *particleswarm* (obteniéndose con todas resultados y tiempos similares de computación solo que en estas últimas se pueden imponer restricciones para que el modelo tenga sentido físicamente, es decir, que no salgan resistencias o intensidades negativas). A la hora de elegir

el iterante inicial es importante escoger valores que tengan el mismo orden de magnitud. Para ello, se ha decidido tomar como referencia los valores obtenidos en el modelo 1D2R para elegir los iterantes iniciales. Además, se ha elegido el valor inicial de  $a_2 = 2$ .

Los resultados obtenidos de este ajuste se recogen en la Tabla 5:

Tabla 5: Parámetros del modelo 2D2R ajustados numéricamente para las distintas tecnologías estudiadas.

Model	$I_{pv}$ [A]	$I_{01}$ [A]	$I_{01}$ [A]	$R_s$ [Ω]	$R_{sh}$ [Ω]	$a_1$	$a_2$	RMSE[ %]
RTC France	0,762	2,56E-07	2,64E-07	0,0371	44,6	1,46	2,16	0,08
TNJ	0,526	5,57E-15	2,70E-15	0,105	228	1,03	1,13	0,38
ZTJ	0,464	5,11E-14	-6,96E-13	0,0609	451	1,17	157	0,3
3G30C	0,527	1,06E-18	3,07E-18	0,0848	3310	0,854	2,86	0,16
PWP201	1,03	1,72E-06	1,11E-06	1,31	683	1,28	4,01	0,18
KC200GT2	8,19	1,13E-09	5,26E-10	0,239	128	1,05	2,03	0,34
SPVSX5	0,499	7,36E-17	4,92E-16	0,118	1580	0,983	1,71	0,77
PSC	7,88	1,11E-06	1,24E-06	0,0058	0,1898	1,58	0,653	0,84
CTJ30	0,474	2,50E-14	2,04E-13	0,0763	1340	1,11	11,9	0,76
ATJ	0,434	2,38E-20	-4,82E-20	0,18	235	0,752	5,51	0,87
DHV 4S1P	0,467	9,72E-39	6,65E-37	1,27	17800	1,24	1,76	1,66

### 3.3. Comparación de resultados

#### 3.3.1. Modelos 1D2R y 2D2R

En primer lugar, resulta interesante comparar los resultados obtenidos para ambos modelos tanto de forma analítica como numérica. Se puede establecer visualmente una comparativa en lo que a la forma del modelo se refiere gracias a la Figura 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 y 14.

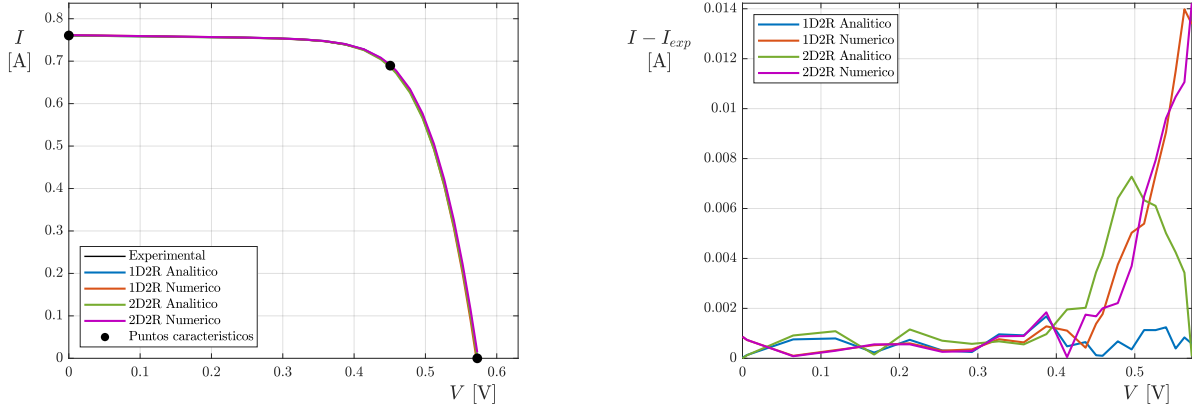


Figura 4: Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico RTC France (izq). Diferencia entre los valores de intensidad corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der).

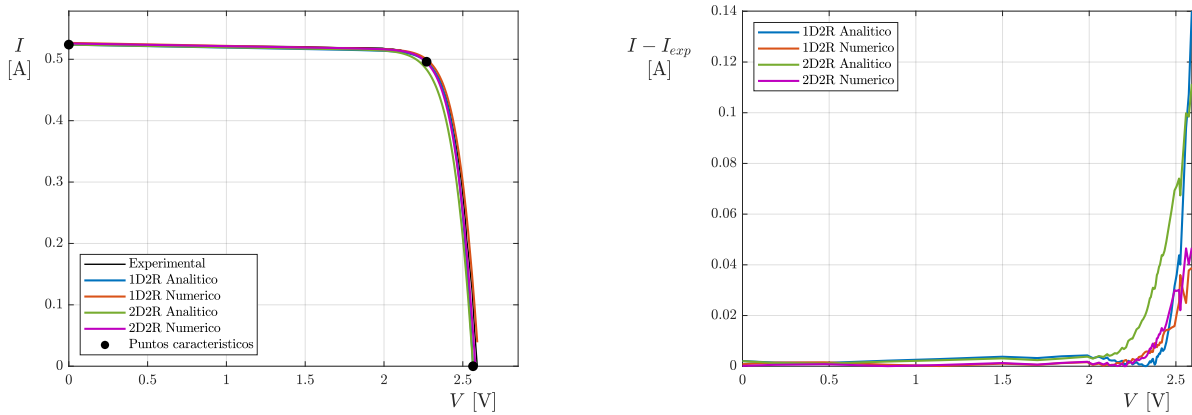


Figura 5: Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico TNJ Spectrolab (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der).

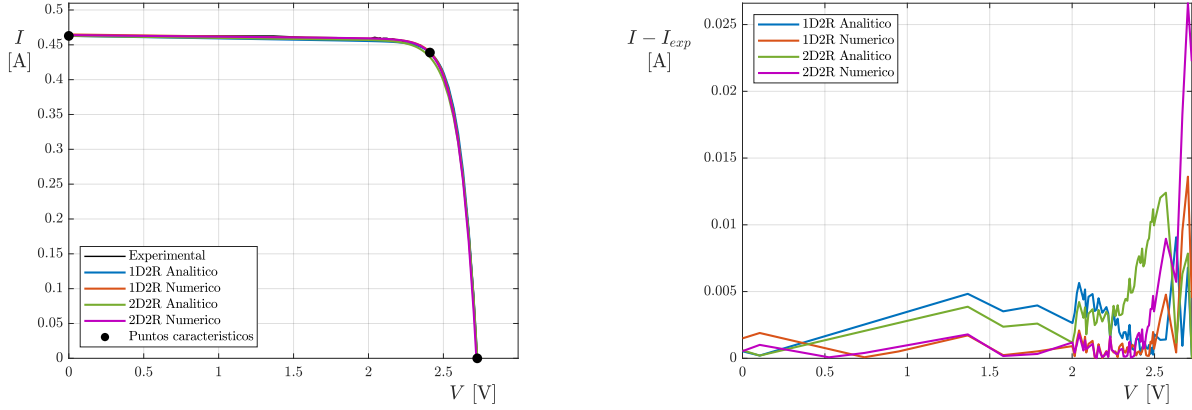


Figura 6: Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico ZTJ Emcore (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der).

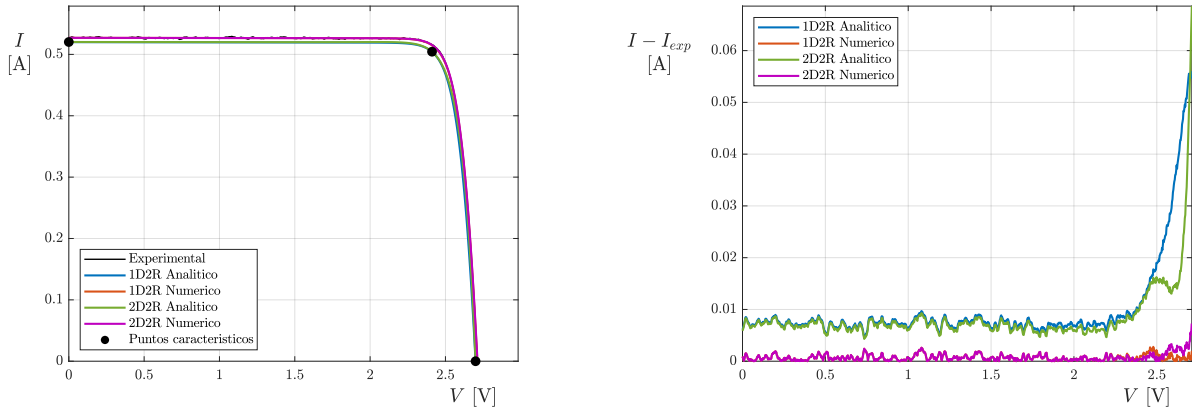


Figura 7: Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico Azur Space 3G30C (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der).

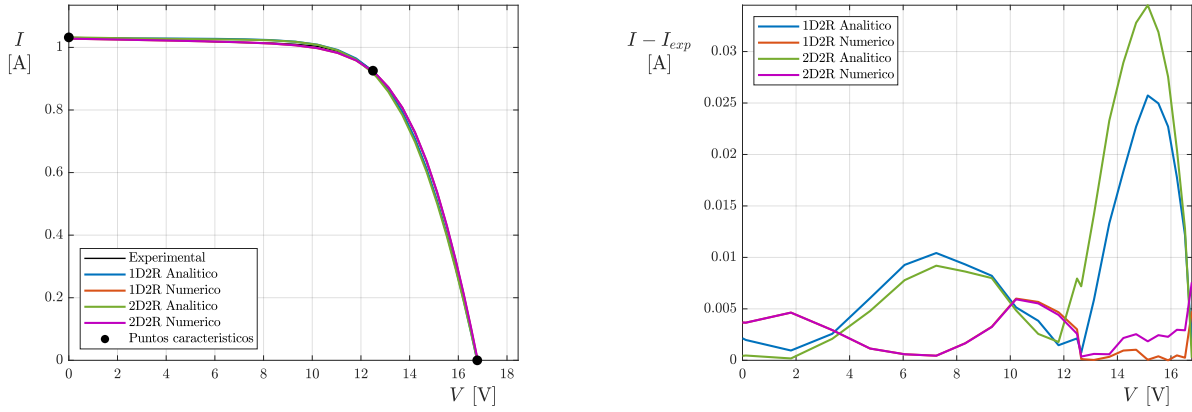


Figura 8: Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico Photowatt PWP 201 (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der).

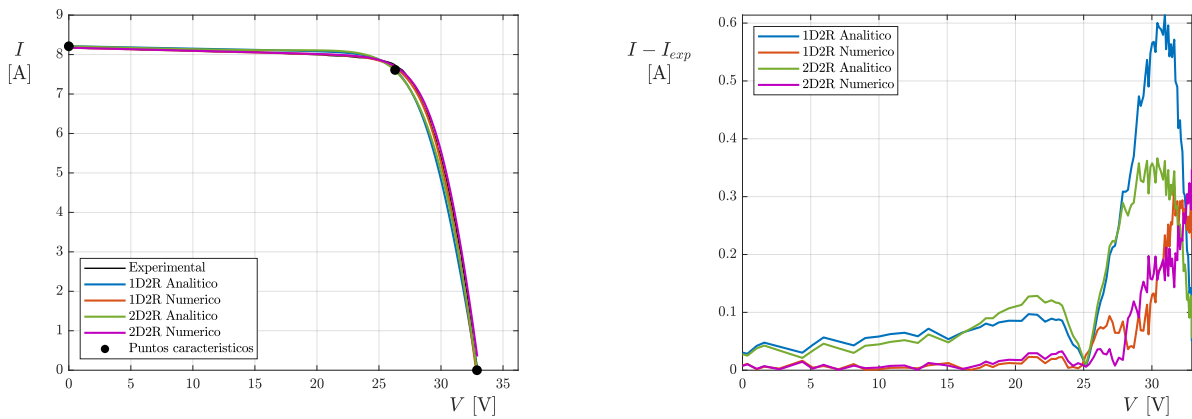


Figura 9: Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico Kyocera KC200GT-2 (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der).



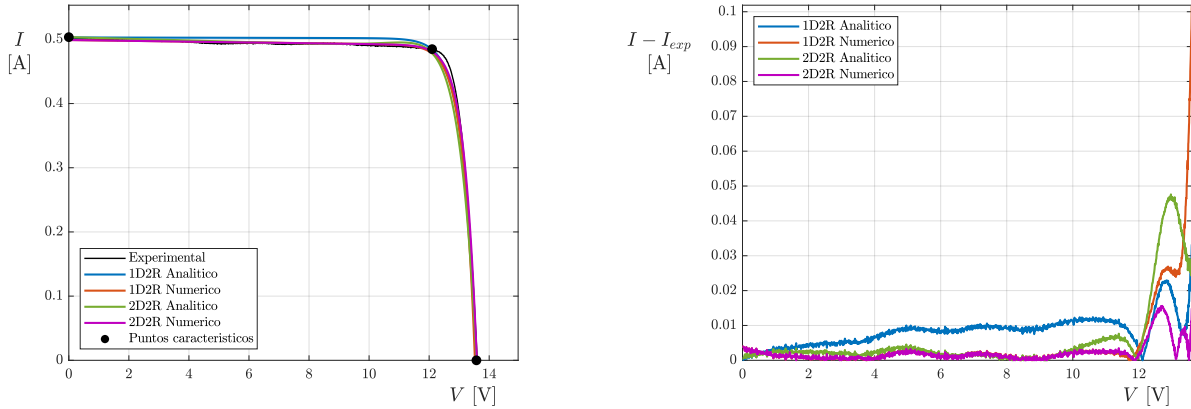


Figura 10: Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico Selex Galileo SPVS X5 (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der).

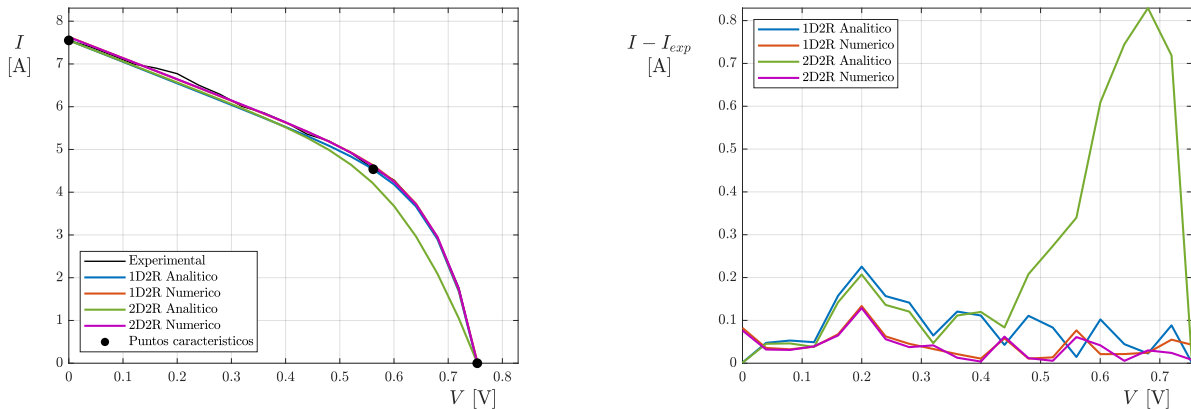


Figura 11: Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico Plastic Solar Cell (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der).

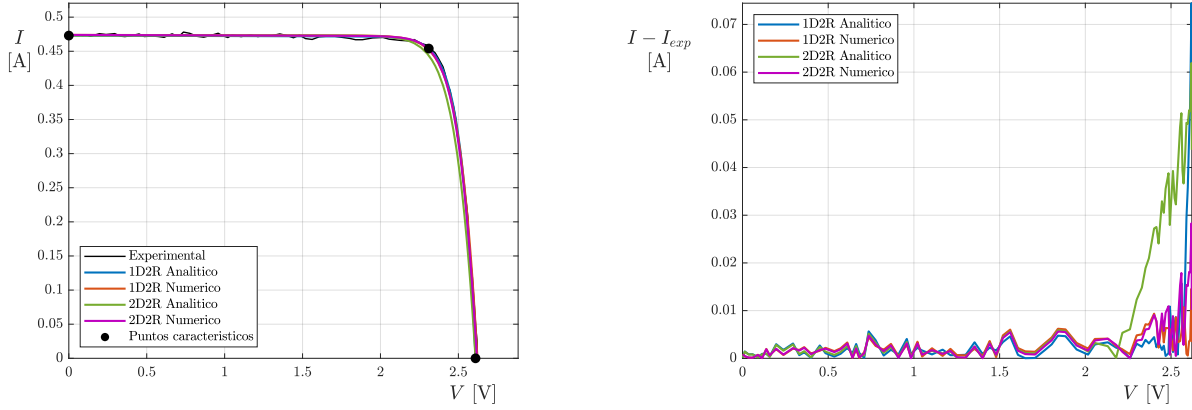


Figura 12: Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico CESI CTJ30 (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der).

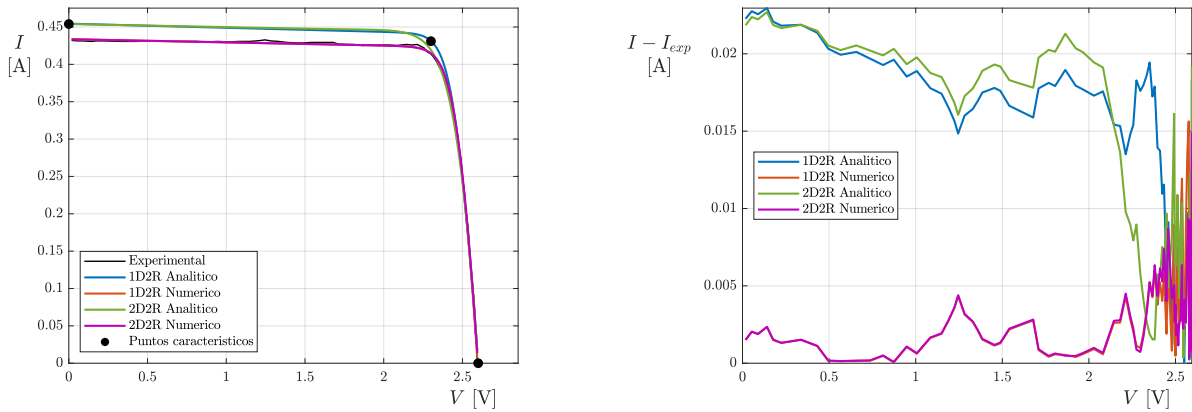


Figura 13: Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico ATJ Emcore (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der).

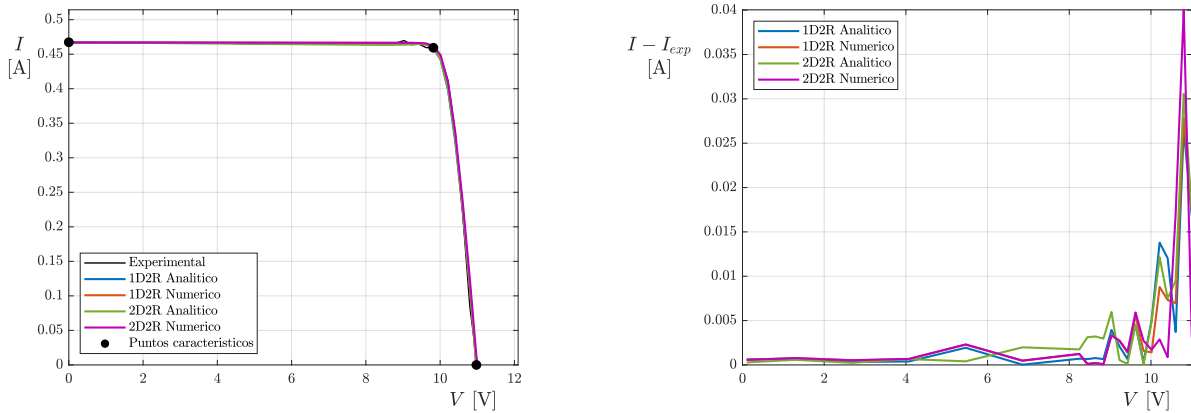


Figura 14: Ajuste analítico y numérico de los modelos 1D2R y 2D2R para los datos experimentales del dispositivo fotovoltaico DHV 4S1P (izq). Diferencia entre los valores de intensidad de corriente ajustados y la intensidad de corriente experimental (der).

### 3.3.2. Modelos implícitos frente a modelos explícitos

También resulta interesante comparar este tipo de modelos, basados en los fenómenos físicos que acaecen en una célula fotovoltaica, con los modelos explícitos los cuales están basados simplemente en la forma de las curvas de comportamiento. Los resultados obtenidos para los modelos explícitos pueden consultarse en [1].

En la Tabla 6 se recogen los errores medios cuadráticos totales (RMSE) de los distintos modelos estudiados los cuales han sido ajustados mediante un método analítico:

Tabla 6: Errores medios cuadráticos totales de los distintos modelos estudiados en este y en el anterior trabajo [1] ajustados analíticamente.

Modelo	K & H [%]	Das [%]	P & C [%]	P & C * [%]	1D2R [%]	2D2R [%]
RTC France	1,16	1,15	0,41	0,40	0,1	0,45
TNJ	5,67	5,67	7,39	7,67	5,43	7,26
ZTJ	0,96	0,97	1,89	0,55	0,69	1,22
3G30C	1,89	1,90	1,81	1,83	2,46	1,98
PWP201	1,49	1,50	1,40	0,68	1,18	1,61
KC200GT2	1,70	1,69	1,36	1,75	3,83	2,55
SPVSX5	1,96	1,95	2,67	1,81	1,97	2,76
PSC	1,47	3,20	7,19	1,90	1,31	4,68
CTJ30	3,07	3,07	3,43	3,36	3,06	4,61
ATJ	6,05	6,04	4,08	6,29	3,32	3,3
DHV 4S1P	7,03	7,02	12,72	2,57	3,12	1,9

En la Tabla 6 se recogen los errores medios cuadráticos totales (RMSE) de los distintos modelos estudiados los cuales han sido ajustados mediante un método numérico:

Tabla 7: Errores medios cuadráticos totales de los distintos modelos estudiados en este y en el anterior trabajo [1] ajustados numéricamente.

Modelo	K & H [%]	Das [%]	P & C [%]	1D2R [%]	2D2R [%]
RTC France	1,03	1,03	0,21	0,08	0,08
TNJ	10,91	10,91	7,25	0,39	0,38
ZTJ	0,87	0,87	0,87	0,33	0,3
3G30C	2,64	2,64	3,83	0,17	0,16
PWP201	1,01	1,01	0,11	0,18	0,18
KC200GT2	0,17	0,17	0,90	0,34	0,34
SPVSX5	1,86	1,85	1,76	0,86	0,77
PSC	0,13	0,25	0,88	0,7	0,84
CTJ30	6,56	6,56	5,65	0,86	0,76
ATJ	5,93	5,87	2,16	0,91	0,87
DHV 4S1P	9,58	9,58	4,15	2,16	1,66

Estos resultados se representan de manera gráfica en la Figura 15:

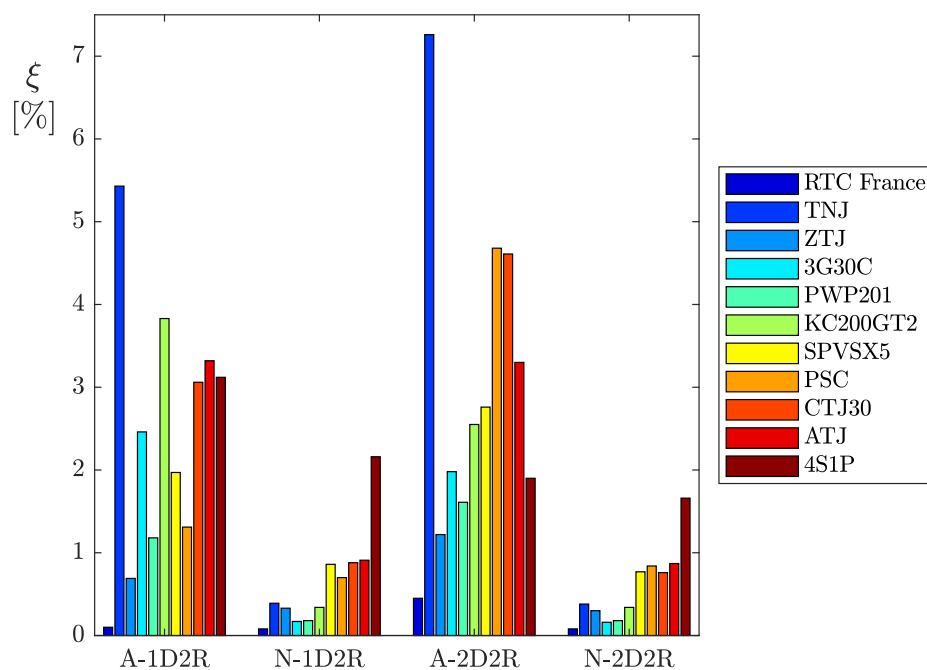


Figura 15: Representación gráfica de los errores medios cuadráticos totales (RMSE) para los distintos modelos (según color) y para los distintos modelos y ajustes.

## 4. Conclusiones

Del trabajo realizado se extraen las siguientes conclusiones:

- Para los modelos de placas fotovoltaicas estudiadas los valores del ajuste analítico del modelo 1D2R son los que se muestran en la Tabla 8:

Tabla 8: Parámetros del modelo 1D2R ajustados analíticamente para las distintas tecnologías estudiadas.

Modelo	$I_{pv}$ [A]	$I_0$ [A]	$R_s$ [Ω]	$R_{sh}$ [Ω]	a	RMSE [%]
RTC France	0,761	3,26E-07	0,036	52,4	1,48	0,1
TNJ	0,524	3,64E-15	0,055	209	1,01	5,43
ZTJ	0,463	2,91E-15	0,0739	273	1,07	0,69
3G30C	0,52	1,01E-17	0,0795	2680	0,9	2,46
PWP201	1,03	1,3E-06	1,56	3660	1,25	1,18
KC200GT2	8,23	4,17E-10	0,336	160	1	3,83
SPVSX5	0,503	1,55E-14	0,0229	9880	1,15	1,97
PSC	7,59	2,55E-05	0,000975	0,198	0,82	1,31
CTJ30	0,473	7,99E-14	0,0166	1480	1,15	3,06
ATJ	0,455	8,96E-22	0,222	182	0,7	3,32
DHV 4S1P	0,467	1,33E-35	1,25	8470	1,35	3,12

- Para los modelos de placas fotovoltaicas estudiadas los valores del ajuste numérico del modelo 1D2R son los que se muestran en la Tabla 9:

Tabla 9: Parámetros del modelo 1D2R ajustados numéricamente para las distintas tecnologías estudiadas.

Modelo	$I_{pv}$ [A]	$I_0$ [A]	$R_s$ [Ω]	$R_{sh}$ [Ω]	a	RMSE [%]
RTC France	0.762	2.75E-07	0.037	44.2	1.46	0.08
TNJ	0.527	3.15E-15	0.111	205	1.02	0.39
ZTJ	0.465	1.28E-14	0.0778	349	1.12	0.33
3G30C	0.527	2.5E-18	0.0794	3290	0.872	0.17
PWP201	1.03	1.73E-06	1.31	683	1.28	0.18
KC200GT2	8.19	8.62E-10	0.242	124	1.03	0.34
SPVSX5	0.499	4.58E-16	0.0375	1610	1.03	0.86
PSC	7.68	3.41E-05	0.00121	0.2	0.839	0.7
CTJ30	0.474	3.02E-13	0.0487	2480	1.21	0.88
ATJ	0.434	7.82E-21	0.186	237	0.733	0.91
DHV 4S1P	0.467	3.31E-37	1.24	17000	1.29	2.16

- Para los modelos de placas fotovoltaicas estudiadas los valores del ajuste analítico del modelo 2D2R son los que se muestran en la Tabla 10:

Tabla 10: Parámetros del modelo 2D2R ajustados analíticamente para las distintas tecnologías estudiadas.

Model	$I_{pv}$ [A]	$I_{01}$ [A]	$I_{02}$ [A]	$R_s$ [Ω]	$R_{sh}$ [Ω]	$a_1$	$a_2$	RMSE[ %]
RTC France	0,761	2,48E-06	-6,8E-06	0,0354	45,2	1,67	2	0,45
TNJ	0,524	2,20E-12	-3,37E-09	0,074	227	1,25	2	7,26
ZTJ	0,463	1,47E-11	-2,12E-09	0,0234	344	1,44	2	1,22
3G30C	0,52	3,04E-14	-1,38E-09	0,00971	4780	1,13	2	1,98
PWP201	1,03	4,08E-05	-0,00017	1,5	686	1,58	2	1,61
KC200GT2	8,22	2,28E-04	-3,65E-04	0,193	127	1,9	2	2,55
SPVSX5	0,504	3,57E-10	-1,26E-08	0,109	775	1,63	2	2,76
PSC	8,22	4,29E-05	0,0188	0,0165	0,188	0,0472	1,8	4,68
CTJ30	0,473	1,48E-12	-4,60E-10	0,0666	66800	1,28	2	4,61
ATJ	0,454	9,19E-13	-3,42E-09	0,118	240	1,23	2	3,3
DHV 4S1P	0,467	-2,97E-20	4,69E-24	1,11	2147	2,42	2	1,9

- Para los modelos de placas fotovoltaicas estudiadas los valores del ajuste numérico del modelo 2D2R son los que se muestran en la Tabla 11:

Tabla 11: Parámetros del modelo 2D2R ajustados numéricamente para las distintas tecnologías estudiadas.

Model	$I_{pv}$ [A]	$I_{01}$ [A]	$I_{01}$ [A]	$R_s$ [Ω]	$R_{sh}$ [Ω]	$a_1$	$a_2$	RMSE[ %]
RTC France	0,762	2,56E-07	2,64E-07	0,0371	44,6	1,46	2,16	0,08
TNJ	0,526	5,57E-15	2,70E-15	0,105	228	1,03	1,13	0,38
ZTJ	0,464	5,11E-14	-6,96E-13	0,0609	451	1,17	157	0,3
3G30C	0,527	1,06E-18	3,07E-18	0,0848	3310	0,854	2,86	0,16
PWP201	1,03	1,72E-06	1,11E-06	1,31	683	1,28	4,01	0,18
KC200GT2	8,19	1,13E-09	5,26E-10	0,239	128	1,05	2,03	0,34
SPVSX5	0,499	7,36E-17	4,92E-16	0,118	1580	0,983	1,71	0,77
PSC	7,88	1,11E-06	1,24E-06	0,0058	0,1898	1,58	0,653	0,84
CTJ30	0,474	2,50E-14	2,04E-13	0,0763	1340	1,11	11,9	0,76
ATJ	0,434	2,38E-20	-4,82E-20	0,18	235	0,752	5,51	0,87
DHV 4S1P	0,467	9,72E-39	6,65E-37	1,27	17800	1,24	1,76	1,66

- De la comparativa entre los anteriores modelos y ajustes se puede determinar que, si bien es cierto que para ciertas tecnologías unos ajustes son más precisos que otros, el resultado es por lo general bastante similar con la salvedad del ajuste analítico del modelo 2D2R que dada su alta

complejidad matemática presenta una serie de inconvenientes a la hora de su realización (funciones que se anulan para valores típicos de resistencias e intensidades). Además, comparando el error cuadrático medio total se puede apreciar que los ajustes numéricos de los modelos suelen conducir a un resultado más preciso. Sin embargo, el coste computacional de ajustar el modelo numéricamente es mucho mayor, sobre todo, cuando el número de puntos experimentales es muy alto. Es por ello, que la utilización de los modelos numéricos a la hora de iterar con otros subsistemas, como en el caso del subsistema control térmico, la utilización de los ajustes numéricos puede llegar a ser inviable debido a ese coste computacional, y la gran cantidad de iteraciones que son necesarias. Además, cabe destacar, que tanto para el caso analítico, como en el caso numérico, se pueden llegar a resultados que no tienen sentido físico, como los obtenidos en este trabajo, en las que algunas de las intensidades son negativas. De hecho, para el caso analítico del 1D2R existen valores de  $a$  que permiten obtener valores con un error menor, pero que sin embargo, dan lugar a soluciones con valores de intensidades negativas, por lo que, siempre que ha sido posible, se ha tratado de alcanzar ajustes con valores que tengan sentido físico.

En relación a la precisión de los modelos 1D2R y 2D2R, al comparar el RMSE de cada uno de ellos se puede observar como el 2D2R presenta un ligera mejoría frente al 1D2R. No obstante, el modelo 2D2R es más complicado de ajustar por dos razones: en primer lugar, por la dificultad de poder obtener con precisión el valor de las pendientes; y por otro lado, debido a que  $R_s$  no se puede despejar explícitamente. Es por ello, que la mejoría que supone el modelo 2D2R en precisión puede no merecer la pena frente al tiempo necesario para ajustar el modelo de forma que se consiga esa mejoría en el modelo.

- De la comparativa entre modelo implícitos y explícitos [1], se han extraído los errores cuadráticos medios totales (RMSE) y ellos se plasman en la Tabla 12 y 13 para ajustes analíticos y numéricos respectivamente:

Tabla 12: Errores medios cuadráticos totales de los distintos modelos estudiados en este y en el anterior trabajo [1] ajustados analíticamente.

Modelo	K & H [%]	Das [%]	P & C [%]	P & C * [%]	1D2R [%]	2D2R [%]
RTC France	1,16	1,15	0,41	0,40	0,1	0,45
TNJ	5,67	5,67	7,39	7,67	5,43	7,26
ZTJ	0,96	0,97	1,89	0,55	0,69	1,22
3G30C	1,89	1,90	1,81	1,83	2,46	1,98
PWP201	1,49	1,50	1,40	0,68	1,18	1,61
KC200GT2	1,70	1,69	1,36	1,75	3,83	2,55
SPVSX5	1,96	1,95	2,67	1,81	1,97	2,76
PSC	1,47	3,20	7,19	1,90	1,31	4,68
CTJ30	3,07	3,07	3,43	3,36	3,06	4,61
ATJ	6,05	6,04	4,08	6,29	3,32	3,3
DHV 4S1P	7,03	7,02	12,72	2,57	3,12	1,9

Tabla 13: Errores medios cuadráticos totales de los distintos modelos estudiados en este y en el anterior trabajo [1] ajustados numéricamente.

Modelo	K & H [%]	Das [%]	P & C [%]	1D2R [%]	2D2R [%]
RTC France	1,03	1,03	0,21	0,08	0,08
TNJ	10,91	10,91	7,25	0,39	0,38
ZTJ	0,87	0,87	0,87	0,33	0,3
3G30C	2,64	2,64	3,83	0,17	0,16
PWP201	1,01	1,01	0,11	0,18	0,18
KC200GT2	0,17	0,17	0,90	0,34	0,34
SPVSX5	1,86	1,85	1,76	0,86	0,77
PSC	0,13	0,25	0,88	0,7	0,84
CTJ30	6,56	6,56	5,65	0,86	0,76
ATJ	5,93	5,87	2,16	0,91	0,87
DHV 4S1P	9,58	9,58	4,15	2,16	1,66



De nuevo, dependiendo de la tecnología unos modelos resultan ser más precisos que otros pero para todos se puede apreciar una ligera ventaja de los ajustes numéricos sobre los analíticos. Además, al comparar la precisión entre los modelos numéricos implícitos y explícitos, se puede observar como en rasgos generales, los resultados obtenidos para los modelos 1D2R y 2D2R son algo mejores, sin embargo, en contraposición, el coste computacional es mayor.

En posteriores trabajos se habrá de incluir también el efecto de la temperatura y la irradiación solar sobre el panel ya que modifica ampliamente el comportamiento de las células fotovoltaicas, aunque puede realizarse un ajuste lineal para la mayoría de casos.

## A. Eficiencia de las células solares

## Referencias

- [1] D. del Río, D. Estébanez, A. Pedraza, M. E. Piqueras, A. I. Soria, Modelos explícitos. Generación y gestión de potencia eléctrica.
- [2] S. Pindado, J. Cubas, F. Sorribes-Palmer, On the analytical approach to present engineering problems: Photovoltaic systems behavior, wind speed sensors performance, and high-speed train pressure wave effects in tunnels, *Mathematical Problems in Engineering* 2015. doi:10.1155/2015/897357.
- [3] S. Pindado, J. Cubas, Simple mathematical approach to solar cell/panel behavior based on datasheet information, *Renewable Energy* 103 (2017) 729–738. doi:10.1016/j.renene.2016.11.007.
- [4] S. Pindado, J. Cubas, F. Sorribes-Palmer, On the analytical approach to present engineering problems: Photovoltaic systems behavior, wind speed sensors performance, and high-speed train pressure wave effects in tunnels (2015). doi:10.1155/2015/897357.
- [5] N. M. F. T. S. Araújo, F. J. P. Sousa, F. B. Costa, Equivalent Models for Photovoltaic Cell – a Review, *Revista de Engenharia Térmica* 19 (2) (2020) 77. doi:10.5380/reterm.v19i2.78625.