



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

---

# MODELO DINÁMICO DE UNA BATERÍA

TRABAJO 6

GENERACIÓN Y GESTIÓN DE POTENCIA ELÉCTRICA

---

*Autores:* David Estébanez Mérida  
Andrés Pedraza Rodríguez  
María Elena Piqueras Carreño  
Daniel del Río Velilla  
Ana Isabel Soria Carro

*Profesor:* Santiago Pindado Carrión

MADRID, 9 DE MAYO, 2021



## **Resumen**

El objetivo del presente trabajo es analizar el comportamiento dinámico de una batería diseñada para espacio. Para ello se dispone de las expresiones que modelizan el comportamiento estático obtenidas con anterioridad de los datos experimentales de cargas y descargas a una intensidad fija. A estos modelos estáticos se añadirán otros componentes electrónicos destinados a reproducir el régimen transitorio del sistema.



# Índice

Índice de figuras	I
Índice de tablas	II
1. Introducción	1
2. Metodología	1
3. Resultados	2
3.1. Datos experimentales y modelo estático . . . . .	2
3.2. Modelo de un condensador . . . . .	3
3.3. Modelo de dos condensadores . . . . .	8
4. Conclusiones	10
Referencias	11

## Índice de figuras

1.	Evolución del voltaje de la batería a lo largo del tiempo y voltajes estimados de la batería según los modelos estáticos de carga y descarga (izda.). Diferencia de voltajes entre los datos experimentales y la estimación correspondiente con un valor de RMSE igual a 0,0230 V (dcha.). . . . .	2
2.	Modelo de circuito equivalente con un condensador y una resistencia [1]. . . . .	3
3.	Datos experimentales de la evolución del voltaje de la batería a lo largo del tiempo (izda.). Tramos de carga-descarga aislados (dcha.). . . . .	4
4.	Curva de carga para intensidad de corriente de 0,5 A (izda.). Detalle del suavizado de los cambios abruptos con una media móvil (dcha.). . . . .	4
5.	Ajuste del comportamiento lineal para la curva de carga de intensidad de corriente 0,5 A (izda.). Parte transitoria aislada (dcha.). . . . .	5
6.	Curvas adimensionalizadas (izda.). Ajuste exponencial para la curva de carga con intensidad de corriente 0,5 A (dcha.). . . . .	6
7.	Ajuste con la estimación analítica inicial (derecha) y error cometido (izquierda). . . . .	7
8.	Resultado del ajuste del modelo en SIMUNLINK con un condensador a la izquierda, a la derecha error en valor absoluto. . . . .	7
9.	Resultado del ajuste del modelo en SIMULINK con un condensador a la izquierda, a la derecha error en valor absoluto. . . . .	8
10.	Modelo de circuito equivalente con dos condensadores y dos resistencias [1]. . . . .	8
11.	Resultado del ajuste con SIMULINK del modelo con dos condensadores a la izquierda, a la derecha error en valor absoluto. . . . .	9

## Índice de tablas

1.	Parámetros del ajuste analítico del modelo con un condensador. . . . .	6
2.	Parámetros del ajuste con SIMULINK del modelo con un condensador. . . . .	7
3.	Parámetros del ajuste del modelo en SIMULINK con un condensador. . . . .	8
4.	Parámetros del ajuste del modelo en SIMUNLINK con dos condensadores. . . . .	9
5.	Parámetros del ajuste analítico del modelo con un condensador. . . . .	10
6.	Parámetros del ajuste con SIMULINK del modelo con un condensador. . . . .	10
7.	Parámetros del ajuste en SIMULINK del modelo con dos condensadores. . . . .	10

## 1. Introducción

A lo largo de una misión espacial una batería suele verse sometida a varias intensidades de carga y descarga que, aunque pueden repetirse periódicamente en el tiempo, suponen un cambio suficientemente brusco como para que sea necesario estudiar el comportamiento de estos dispositivos en régimen transitorio. Para incluir estos fenómenos en el modelo matemático se incluyen condensadores en paralelo.

En este trabajo se distinguen dos partes en las que se propone lo siguiente:

- Realizar una estimación analítica y una posterior comprobación numérica del circuito con un condensador y una resistencia en paralelo en la línea de carga–descarga.
- A partir de la estimación anterior ajustar el modelo de dos condensadores con sus dos resistencias en paralelo dispuestos en serie sobre la línea de carga–descarga.

## 2. Metodología

Este trabajo se ha desarrollado empleando fundamentalmente la herramienta de software MATLAB y SIMULINK. Con ella se han realizado los cálculos, las simulaciones y las representaciones gráficas pertinentes.

Los métodos para la caracterización de la batería se han obtenido de la documentación proporcionada por el profesor D. Santiago Pindado a través de la plataforma Moodle de la asignatura, en particular Porras *et al.* en [1] y [2].

Se dispone de los modelos estáticos estudiados con anterioridad en [3] los cuales son capaces de estimar un voltaje de salida en función de la energía descargada.

A la hora de caracterizar el comportamiento dinámico de la batería se determina el valor de la fuerza electromotriz interna de la batería y se usa como fuente de voltaje variable en un modelo de SIMULINK en el cual los elementos electrónicos se han incluido con el paquete SIMSCAPE el cual permite analizar el comportamiento físico de dichos elementos. Los valores de capacitancia y resistencia de se han ajustado mediante el paquete *Parameter Estimator*.



### 3. Resultados

#### 3.1. Datos experimentales y modelo estático

A partir de los datos experimentales proporcionados se realiza una primera estimación con el modelo estático de la batería.

En primer lugar, se utilizaron como valores iniciales para el modelo de carga y descarga lineal los calculados en el Trabajo 5 (véase [3]). Como puede apreciarse, en la Figura 1, los modelos estáticos para carga y descarga no son capaces de estimar el voltaje en función de la energía descargada. De ahí nace la necesidad de incluir elementos capacitivos que den cuenta de los fenómenos transitorios del sistema.

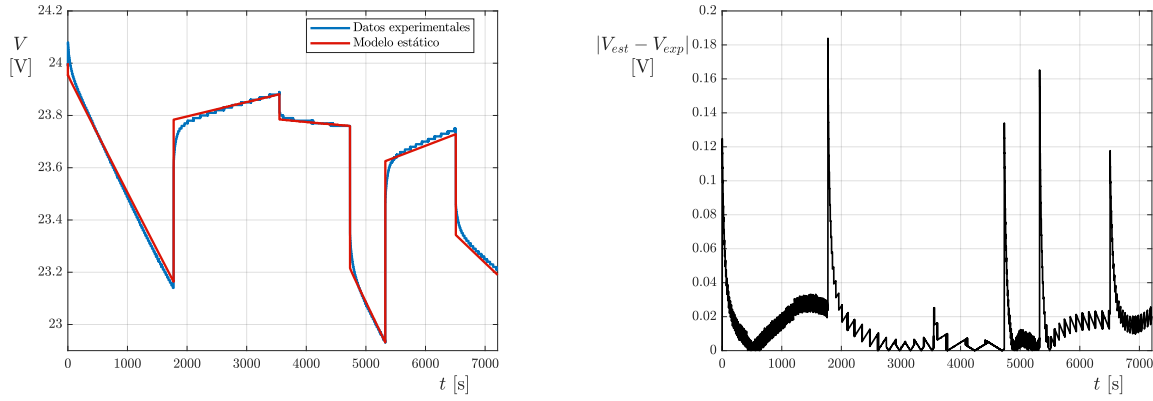


Figura 1: Evolución del voltaje de la batería a lo largo del tiempo y voltajes estimados de la batería según los modelos estáticos de carga y descarga (izda.). Diferencia de voltajes entre los datos experimentales y la estimación correspondiente con un valor de RMSE igual a 0,0230 V (dcha.).

Los modelos empleados para este primer análisis son, en carga:

$$V = (E_0 + E_1(\phi_1 + R\phi_2) + (E_{2,0} + E_{2,1}I + E_{2,2}I^2) \exp[(E_{3,0} + E_{3,1}I)(\phi_1 + R\phi_2)]) + RI, \quad (1)$$

donde los coeficientes  $E_i$  y  $R$  son los parámetros del modelo;  $V$  e  $I$  son el voltaje y la intensidad de corriente a la salida de la batería; y  $\phi_1$  y  $\phi_2$  calculados a partir de los datos experimentales relacionados con la energía descargada (véase [3]). En el caso de carga no es necesario considerar los términos  $E_{2,1}$  y  $E_{2,2}$ . Además, se han vuelto a estimar estos parámetros para un mejor ajuste inicial tal y como se observa en la Figura 1. En este caso se tiene un error medio cuadrático de  $RMSE = 0,023$  V, lo cual supone una muy buena estimación inicial.

### 3.2. Modelo de un condensador

En primer lugar, se propone un modelo con un único condensador, ya que es posible realizar su ajuste analítico. El esquema eléctrico empleado para dicho modelo se muestra en la Figura 2. En ella, los valores de  $E^d$  y  $E^c$  son los correspondientes al modelo estático de batería,  $R_d$  y  $R_c$  son inicialmente los valores estimados también en el análisis estático [3] y además  $R_d = R_{int} + R_1$ .

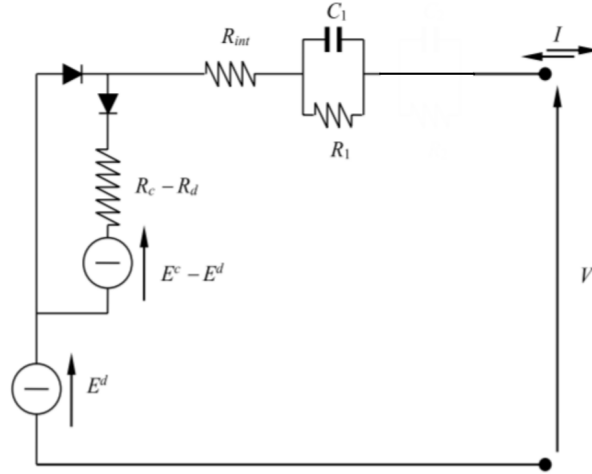


Figura 2: Modelo de circuito equivalente con un condensador y una resistencia [1].

El ajuste analítico es posible gracias al principio de superposición. En virtud de este principio, la intensidad de corriente a la salida de la batería puede ser calculada sumando (con su signo correspondiente) la intensidad de corriente en la dupla  $R_1$ - $C_1$ ,  $i_2$ , a la intensidad de corriente correspondiente al modelo estático,  $i_1$ . El voltaje a la salida de  $R_1$ - $C_1$  puede ser calculado a través del comportamiento transitorio de sus componentes sometidos a un cambio entre dos intensidades de corriente constantes:

$$C_1 \frac{dV_c}{dt} + \frac{V_c}{R_1} = i_2 - i_1. \quad (2)$$

Esta ecuación diferencial puede resolverse fácilmente mediante la transformada de Laplace, obteniéndose así el salto de potencial que se produce en la dupla  $R_1$ - $C_1$ :

$$\Delta V = (R_0 + R_1)(i_2 - i_1) - (i_2 - i_1)R_1 \exp\left(-\frac{t}{R_1 C_1}\right). \quad (3)$$

Como se ha mencionado anteriormente, la dupla  $R_1$ - $C_1$  se introduce para modelar el comportamiento no estacionario de la batería, por lo que para obtener sus valores va a ser necesario aislar la parte transitoria de la ecuación (3). Para ello, en primer lugar se ha dividido la curva de tensión en los tramos de distintas intensidades de corriente con tal de poder manipularlas por separado, como se

puede observar en la Figura 3.

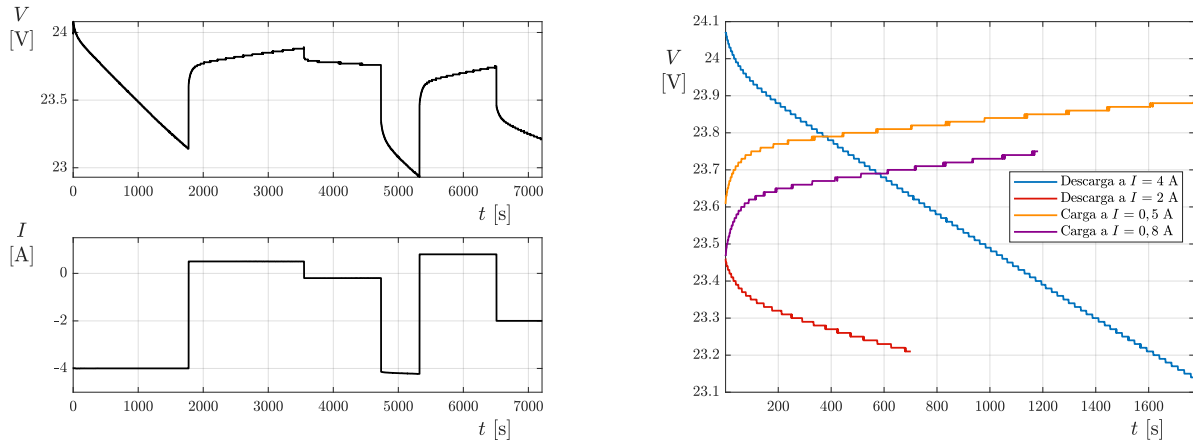


Figura 3: Datos experimentales de la evolución del voltaje de la batería a lo largo del tiempo (izda.). Tramos de carga-descarga aislados (dcha.).

Se observa que el tramo comprendido entre los segundos 4735 y 5325 se produce con una intensidad de corriente variable y por tanto se ha decidido descartarlo y no se utilizará en los cálculos posteriores. El tramo anterior a este ha sido también descartado ya que los datos experimentales tenían una gran cantidad de cambios abruptos en los valores de tensión.

Para aislar el comportamiento transitorio de la batería es necesario calcular la recta que se ajusta al tramo de comportamiento estacionario. El primer paso para obtener el tramo estacionario ha sido aplicar una media móvil con una ventana de 3 puntos para filtrar los cambios abruptos que tienen los datos experimentales. El resultado se puede ver en la Figura 4.

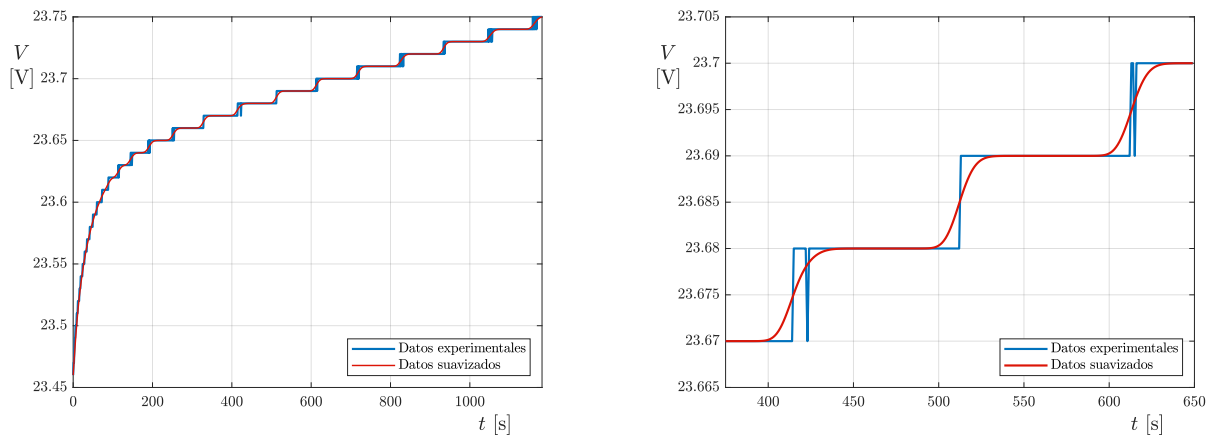


Figura 4: Curva de carga para intensidad de corriente de 0,5 A (izda.). Detalle del suavizado de los cambios abruptos con una media movil (dcha.).

Una vez obtenidas las curvas suavizadas, se ha ajustado una recta a la segunda mitad de las curvas de carga y descarga, considerándose ese tramo completamente lineal y se ha restado este ajuste a la curva completa suavizada para aislar el transitorio. Se pueden ver estos resultados en la Figura 5.

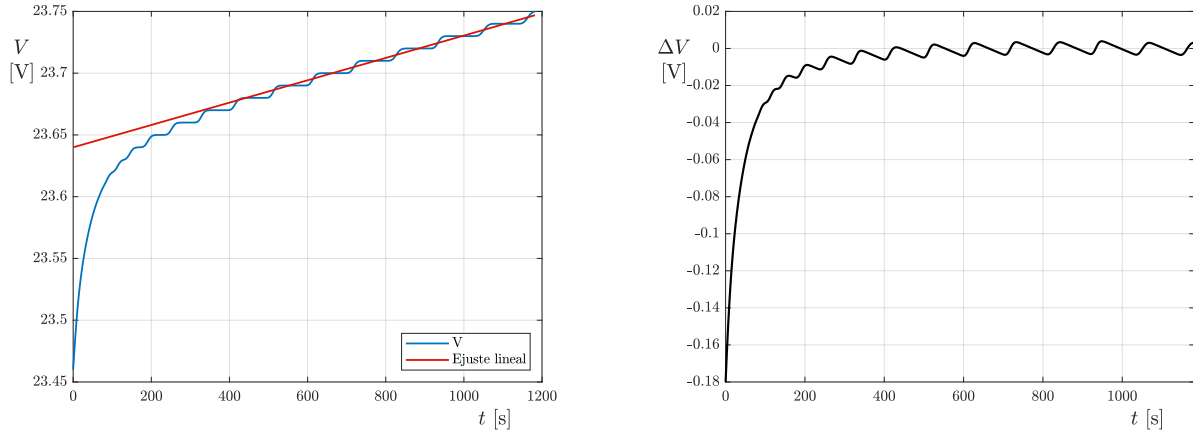


Figura 5: Ajuste del comportamiento lineal para la curva de carga de intensidad de corriente 0,5 A (izda.). Parte transitoria aislada (dcha.).

Como se ha comentado anteriormente, estas curvas representan la parte transitoria modelada por:

$$\Delta V = -(i_2 - i_1)R_1 \exp\left(-\frac{t}{R_1 C_1}\right), \quad (4)$$

pudiéndose obtener el valor de  $R_1$  mediante el valor del voltaje en  $t = 0$ :

$$R_1 = -\frac{\Delta V}{(i_2 - i_1)}. \quad (5)$$

Una vez obtenida  $R_1$  se puede calcular el valor de  $C_1$  mediante el tiempo característico  $t^* = R_1 C_1$ , es decir, cuando el término de la exponencial se hace 1. Este valor se obtiene de encontrar el tiempo cuando el voltaje adimensionalizado, según la ecuación (6), toma un valor de 0,37. Para ello se ha ajustado una curva exponencial para cada uno de los modelos y se ha buscado el tiempo característico en esta nueva curva. Se puede ver el procedimiento seguido en la Figura 6.

$$\Delta V_{adim} = \frac{\Delta V}{(i_2 - i_1)R_1}. \quad (6)$$

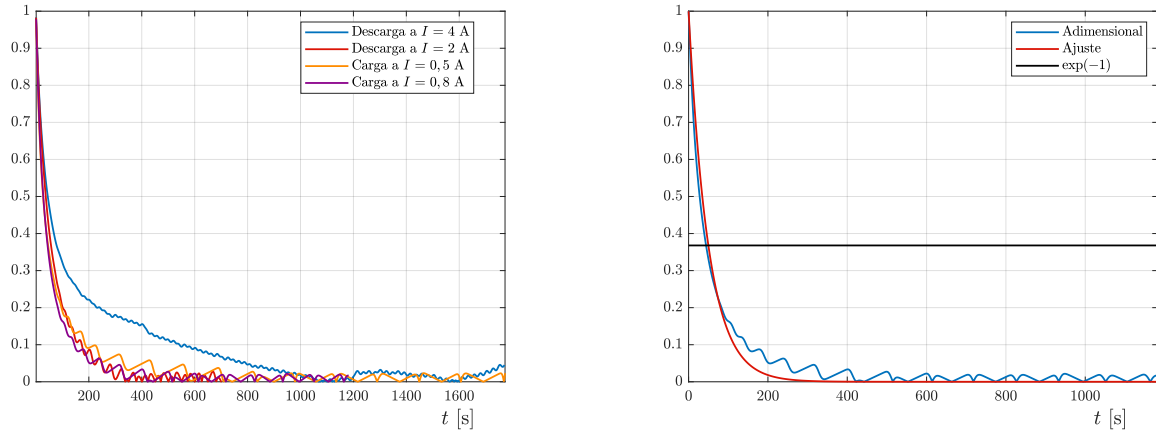


Figura 6: Curvas adimensionalizadas (izda.). Ajuste exponencial para la curva de carga con intensidad de corriente 0,5 A (dcha.).

Finalmente, una vez obtenido el tiempo característico, se puede obtener el valor de  $C_1$ :

$$C_1 = \frac{t^*}{R_1} . \quad (7)$$

En la Tabla 1 se recogen los valores de  $R_1$  y  $C_1$  estimados de forma analítica para cada una de las curvas y su valor medio. En este caso la simulación conduce a un RMSE de 0,152 V. En la Figura 7 se muestra el resultado del ajuste, en el que se han considerado como valores de las resistencia de carga  $R_c$  y  $R_d$  calculadas en el Trabajo 5.

Tabla 1: Parámetros del ajuste analítico del modelo con un condensador.

Tipo	$I$ [A]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$C_1$ [F]
Descarga	4	0,0353	3373
Descarga	2	0,0392	1582
Carga	0,5	0,0385	1456
Carga	0,8	0,0358	1398
Valor medio analítico	-	0,0372	1952

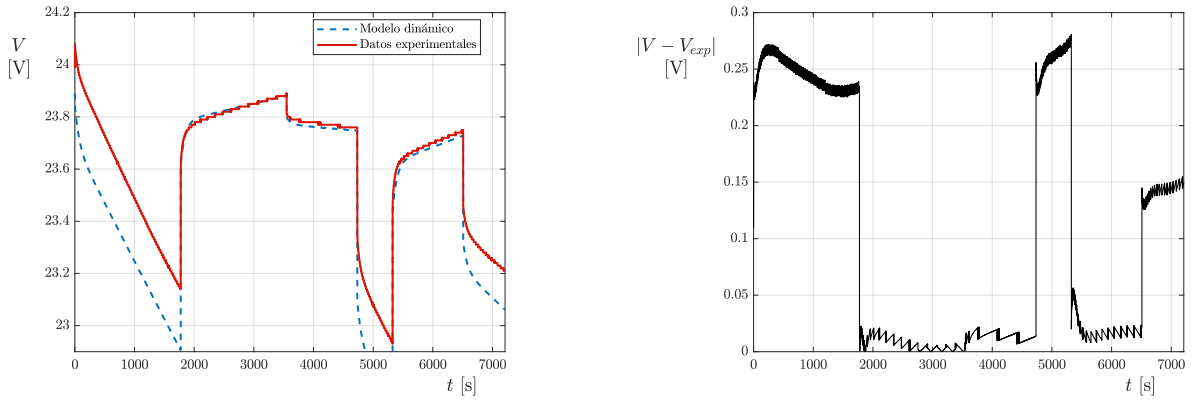


Figura 7: Ajuste con la estimación analítica inicial (derecha) y error cometido (izquierda).

Una vez obtenidos los valores del ajuste analítico se pasa a una comprobación numérica. En la Tabla 2 se recogen los valores de los parámetros resultado del análisis con SIMULINK.

Tabla 2: Parámetros del ajuste con SIMULINK del modelo con un condensador.

$C_1$ [F]	$R_1$ [m $\Omega$ ]	$R_{int}$ [m $\Omega$ ]	$R_c$ [m $\Omega$ ]	RMSE [V]
2725,787	30,817	115,908	109,268	0,0123

En la Figura 8 se puede apreciar la bondad del ajuste realizado con la comparación entre la curva predicha y los datos experimentales.

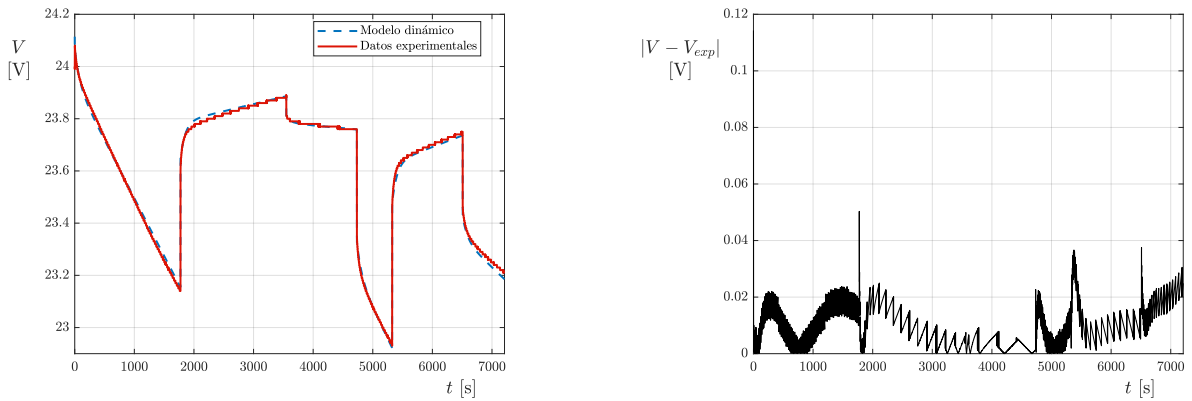


Figura 8: Resultado del ajuste del modelo en SIMULINK con un condensador a la izquierda, a la derecha error en valor absoluto.

Como se puede observar el valor de resistencias ajustado dista en más de un 3% del valor estimado en el modelo estático del Trabajo 5, siendo  $R_c = 138$  m $\Omega$  y  $R_d = 128$  m $\Omega$ . Es por ello que se ha tratado de minimizar esta disparidad estableciendo unos límites más angostos en SIMULINK. En la Figura 9

y en la Tabla 3 se muestran los resultados obtenidos del ajuste estableciendo esta restricción. Como se puede observar el error se incrementa ligeramente a costa de la restricción.

Tabla 3: Parámetros del ajuste del modelo en SIMULINK con un condensador.

$C_1$ [F]	$R_1$ [m $\Omega$ ]	$R_{int}$ [m $\Omega$ ]	$R_c$ [m $\Omega$ ]	RMSE [V]
1483,193	24,985	104,964	134,016	0,0273

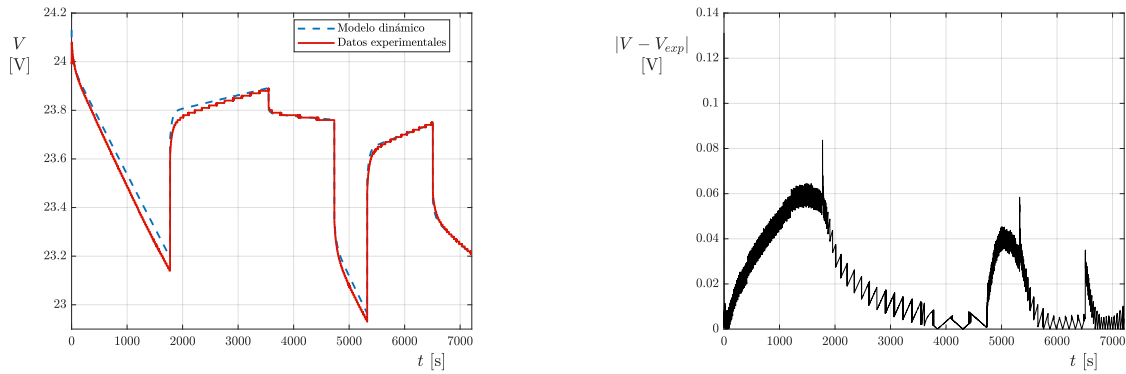


Figura 9: Resultado del ajuste del modelo en SIMULINK con un condensador a la izquierda, a la derecha error en valor absoluto.

### 3.3. Modelo de dos condensadores

A continuación, se propone un modelo con dos condensadores para realizar una ajuste más preciso. El esquema eléctrico empleado se muestra en la Figura 10, en donde se puede apreciar que al incluir una segunda resistencia, en paralelo con su correspondiente condensador, se tiene  $R_d = R_{int} + R_1 + R_2$ .

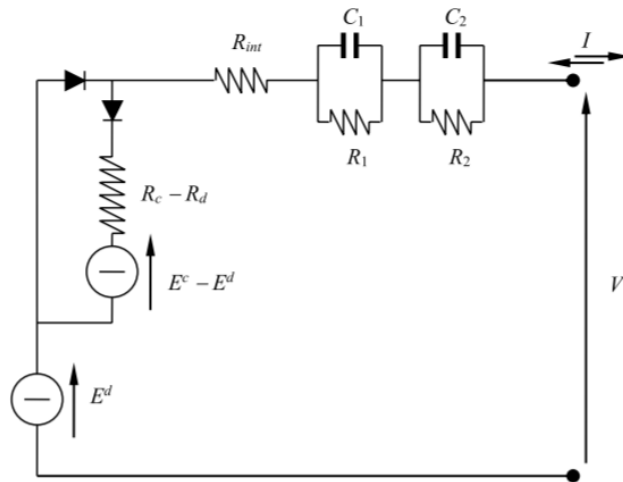


Figura 10: Modelo de circuito equivalente con dos condensadores y dos resistencias [1].

En este caso no es posible realizar un ajuste analítico por lo que los parámetros del ajuste, que aparecen en la Tabla 4, han sido obtenidos directamente con SIMULINK. Cabe mencionar que se han empleado inicialmente los resultados obtenidos del ajuste con un condensador aunque estos han variado ligeramente, sobre todo los del condensador.

Tabla 4: Parámetros del ajuste del modelo en SIMULINK con dos condensadores.

$C_1$ [F]	$R_1$ [m $\Omega$ ]	$C_2$ [F]	$R_2$ [m $\Omega$ ]	$R_{int}$ [m $\Omega$ ]	$R_c$ [m $\Omega$ ]	RMSE [V]
3662,721	22,248	1003,509	0,623	119,075	118,974	0,0151

En la Figura 11 se puede apreciar la bondad del ajuste realizado con la comparación entre la curva predicha y los datos experimentales.

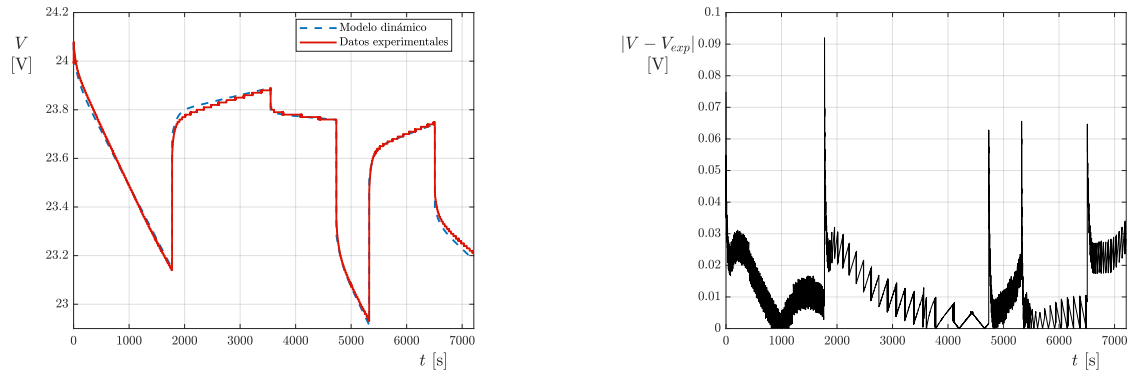


Figura 11: Resultado del ajuste con SIMULINK del modelo con dos condensadores a la izquierda, a la derecha error en valor absoluto.



## 4. Conclusiones

Del trabajo realizado se extraen las siguientes conclusiones:

- Del ajuste analítico se ha hecho una primera estimación de los parámetros del circuito y los resultados obtenidos se recogen en la Tabla 5.

Tabla 5: Parámetros del ajuste analítico del modelo con un condensador.

Tipo	$I$ [A]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$C_1$ [F]
Descarga	4	0,0353	3373
Descarga	2	0,0392	1582
Carga	0,5	0,0385	1456
Carga	0,8	0,0358	1398
Valor medio analítico	-	0,0372	1952

- Posteriormente, del ajuste del modelo con un condensador a través de SIMULINK, se han obtenido los parámetros del circuito de nuevo. Los resultados obtenidos se recogen en la Tabla 6.

Tabla 6: Parámetros del ajuste con SIMULINK del modelo con un condensador.

$C_1$ [F]	$R_1$ [m $\Omega$ ]	$R_{int}$ [m $\Omega$ ]	$R_c$ [m $\Omega$ ]	RMSE [V]
2725,787	30,817	115,908	109,268	0,0123

Como se puede observar el ajuste analítico proporciona unos valores que pueden llegar a ser bastante útiles a la hora de inicializar el ajuste numérico.

- Del ajuste del modelo con dos condensadores se han obtenido los parámetros recogidos en la Tabla 7. Estos valores se han estimado a partir del modelo de un condensador y como puede apreciarse han variado ligeramente los valores de las resistencias pero el valor del condensador se ha modificado ampliamente.

Tabla 7: Parámetros del ajuste en SIMULINK del modelo con dos condensadores.

$C_1$ [F]	$R_1$ [m $\Omega$ ]	$C_2$ [F]	$R_2$ [m $\Omega$ ]	$R_{int}$ [m $\Omega$ ]	$R_c$ [m $\Omega$ ]	RMSE [V]
3662,721	22,248	1003,509	0,623	119,075	118,974	0,0151

## Referencias

- [1] A. Porras-Hermoso, S. Pindado, J. Cubas, Lithium-ion battery performance modeling based on the energy discharge level, *Measurement Science and Technology* 29 (11) (2018) 0–5. doi:10.1088/1361-6501/aae231.
- [2] A. Porras-Hermoso, B. Cobo-Lopez, J. Cubas, S. Pindado, Simple solar panels/battery modeling for spacecraft power distribution systems, *Acta Astronautica* 179 (September 2020) (2021) 345–358. doi:10.1016/j.actaastro.2020.10.036.
- [3] D. del Río, D. Estébanez, A. Pedraza, M. E. Piqueras, A. I. Soria, Modelo estático de una batería.