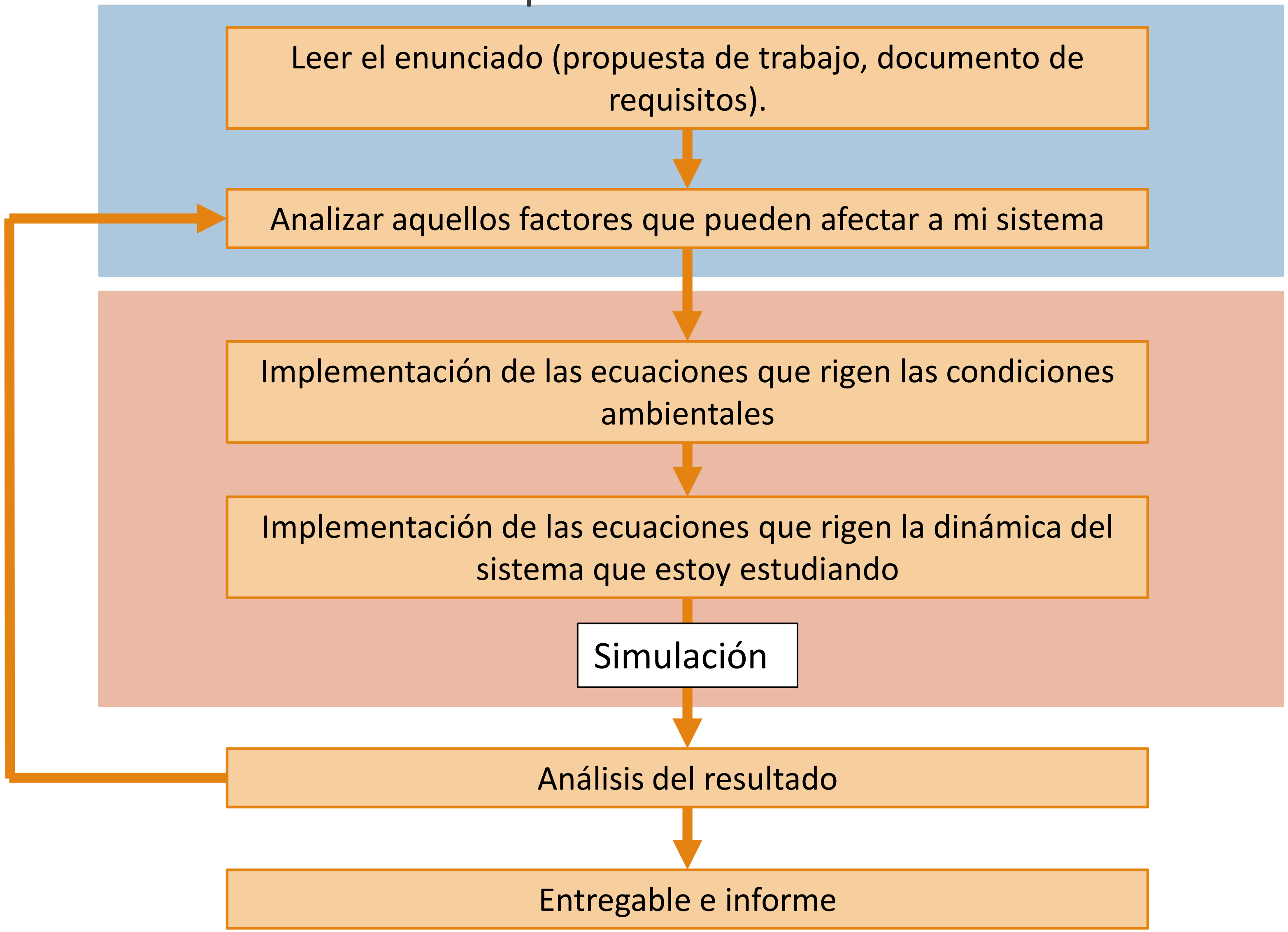
Tutoría del Trabajo 1

LA GUÍA PRACTICA PARA SPE Y GGE

Ángel Luis Porras Hermoso
Email: angel.porras.hermoso@upm.es

Esquema para no perderse y que es aconsejable seguir en todo problema de análisis de un subsistema espacial.



El problema:

Ejercicio 1 (Curso 2020/2021)

Sea el nano-satélite ETSIAE-21 (cubesat 3U), desplazándose en la actitud que se muestra en la Figura 1 en una órbita heliosíncrona y a una altitud h, con una velocidad de giro de ω con respecto a su eje z, de mayor inercia y que se mantiene perpendicular a la órbita.

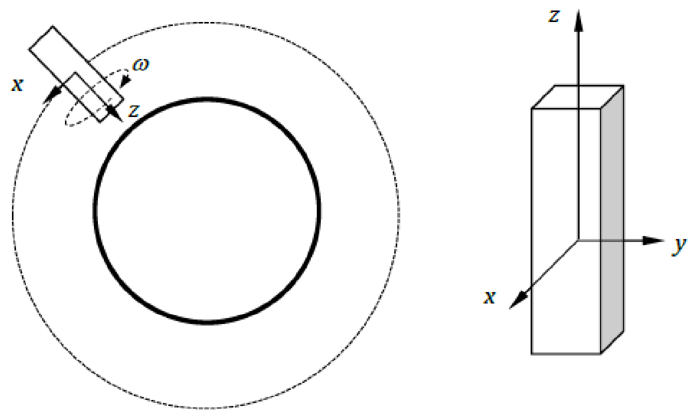


Figura 1. Imagen del satélite ETSIAE-01 (dcha.) y de su actitud en su órbita heliosíncrona (izda.).

Si este nano-satélite tiene solamente células solares en sus caras laterales, se pide calcular para altitudes 450, 500 y 600 km, velocidades de rotación ω = 0.05, 0.1 y 0.5 rad/s, y rendimiento de las células, η, y factor de ocupación, f_o, genéricos:

1º Método, analítico:

1º ¿Qué información sacamos del enunciado?

- Altura de la orbita.
- Tipo de orbita.

Parámetros orbitales.

- Geometría del satélite.
- Actitud del satélite.

2º Simplificar el modelo y exponer las hipótesis formuladas:

- ¿Se puede aproximar la inclinación de la orbita a 90º?
- ¿Se puede considerar la dirección del sol una invariante del problema?
- ¿En que época es más sencilla calcular la posición del sol y por lo tanto el eclipse?

3º Cálculo de las condiciones ambientales:

- Calcular el vector dirección del Sol ¿Qué datos necesito? ¿Tengo esos datos? ¿Realmente me hace falta calcularlo?
    - La solución mas fácil es utilizar la fecha equinoccio de primavera donde la dirección del Sol en ECI es el vector [1 0 0].
- Calcular tiempos de eclipse y cuando hay eclipse ¿Qué necesito para poder calcular esto?
- Calcular la actitud del satélite para cada momento.

Método analítico

4º Calcular la potencia media generada:

La expresión que permite calcular la potencia media generada en una cara es la siguiente:

$$P_m = \frac{1}{T}\int_0^T G \cdot A \cdot f_s \cdot \eta \cdot \cos\theta(t)dt$$

Por ejemplo para la componente Y del plano de la orbita (la más sencilla) el desarrollo es el siguiente:

$$P_{my} = \frac{1}{T}\int_0^{t_{eclip_1}} GAf_s\eta\cos\theta(t)dt + \frac{1}{T}\int_{t_{eclip_2}}^{T} GAf_s\eta\cos\theta(t)dt \xrightarrow{\text{Simetría de la orbita}} P_{my} = \frac{2}{T}\int_0^{t_{eclip_1}} GAf_s\eta\cos\theta(t)dt$$

$$\boxed{P_{my} = \frac{2GAf_gf_s\eta\sin\beta}{T}\int_0^{t_{eclip_1}} dt}$$

2º Método, Simulación

La idea y el procedimiento es similar al método anteriormente descrito, pero en este caso la mayor parte de simplificaciones no se aplican.

¿Qué aspectos se deben simular?

- La dirección del Sol (va a seguir siendo el vector [1 0 0]);
- La orbita y posición orbital del vehículo.
- La actitud del vehículo.
- Ángulos de entrada y salida de eclipse

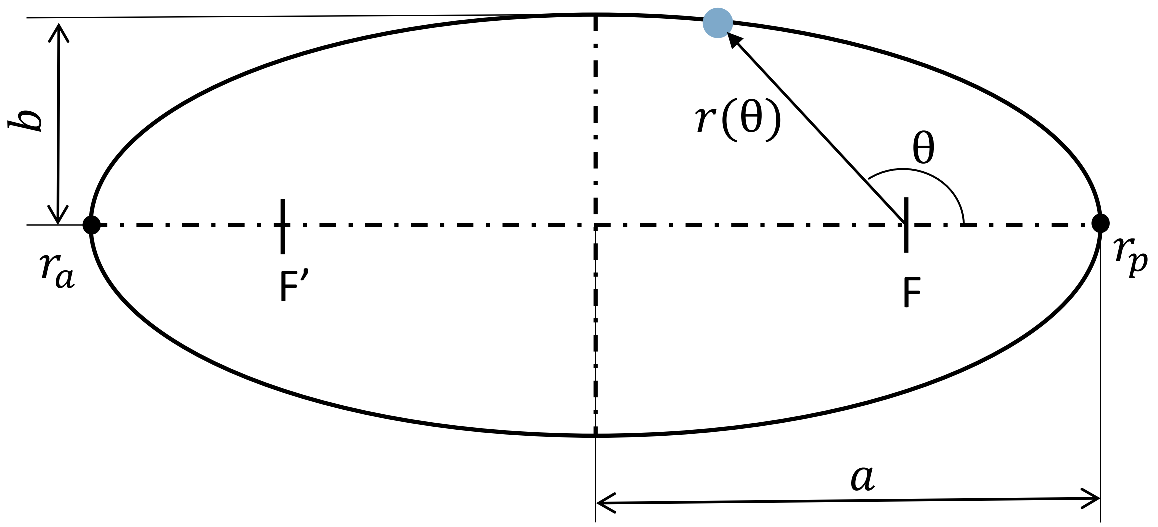
¿Qué se debe calcular con lo obtenido anteriormente?

- El ángulo de incidencia entre el panel y el sol.
- Si el satélite se encuentra en eclipse o no.
- La potencia generada por cada cara en cada instante.

“Repaso” de mecánica orbital clásica sin perturbaciones

Conceptos clave:

- Las orbitas trazan una trayectoria plana.
- Las trayectorias siempre son curvas cónicas, las trayectorias cerradas son elipses.
- La posición se describe con 3 parámetros: $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{e}, \boldsymbol{\theta}$



Relaciones geométricas fundamentales:

$$b = a \cdot \sqrt{1 - e^2}$$

$$r(\theta) = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{1 + e \cos \theta}$$

$$r_{min} = a(1 - e)$$
$$r_{max} = a(1 + e)$$

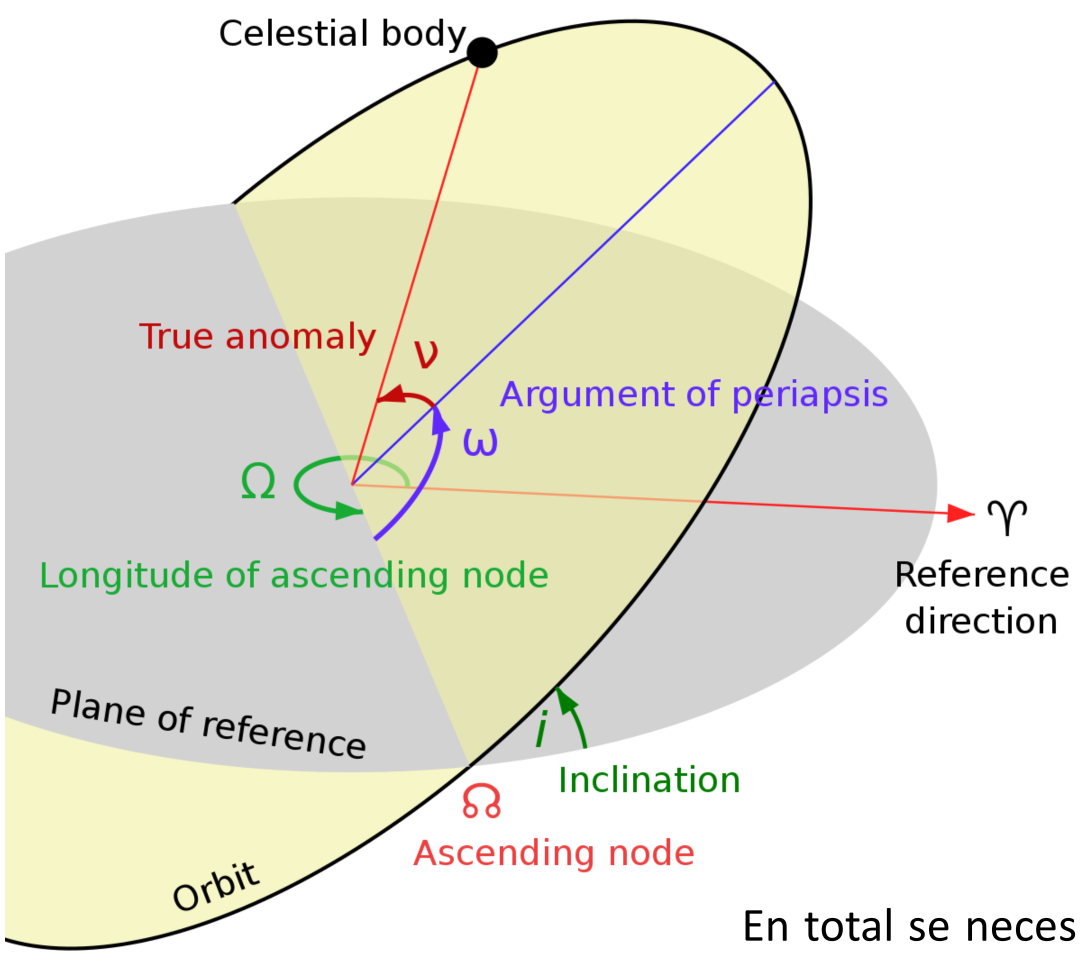
Periodo orbital:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$$

μ es el parámetro orbital del cuerpo ($G \cdot M$) para la Tierra: $3.986\ 044\ 418(9)\times10^{14}$

“Repaso” de mecánica orbital clásica sin perturbaciones

Definición de la orbita en el espacio 3D: Se debe definir el plano de la orbita y un punto de referencia de la misma en el espacio para ello se deben utilizar otros 3 parámetros: $\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{i}, \boldsymbol{\omega}$



¿Como interpretar estos parámetros?

$\boldsymbol{\Omega}$: Longitud del nodo ascendente. Es el ángulo (medido desde una dirección de referencia) que identifica el punto donde el plano orbital corta el plano de referencia en su movimiento ascendente

$\boldsymbol{i}$: Es la inclinación de la orbita respecto al plano de referencia.

$\boldsymbol{\omega}$: Argumento del perigeo. Indica de forma angular donde se encuentra el punto más cercano de la orbita (periapsis),medido desde el punto del nodo ascendente

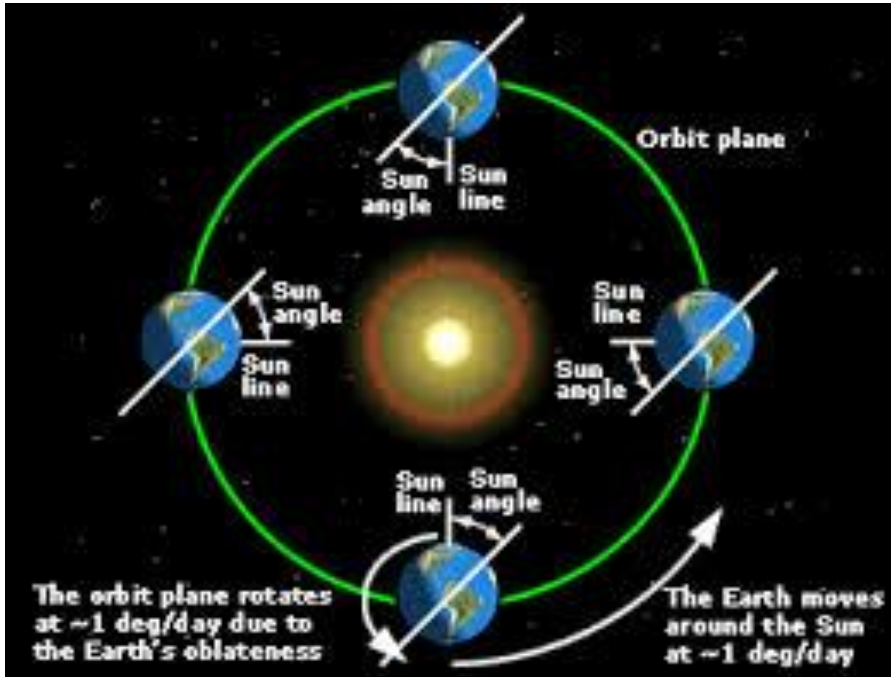
Estos parámetros son relevantes pues nos van a poder permitir calcular el eclipse y calcular el ángulo de incidencia del sol con los paneles solares.

En total se necesitan 6 parámetros para definir una orbita, si la orbita es circular los parámetros e y ω son igual a 0.

“Repaso” de mecánica orbital clásica: Órbita heliosíncrona y perturbación J2

Debido a que la Tierra no es una esfera perfecta, esta achatada por los polos, el campo gravitatorio de la Tierra no tiene simetría esférica y aparecen diversas componentes de perturbación, la principal se llama J_2.

La perturbación J_2 tiene efecto en los parámetros orbitales $\boldsymbol{\Omega}$ y $\boldsymbol{\omega}$ de forma que estos cambian de forma gradual.



El cambio gradual de $\boldsymbol{\Omega}$ producido por J_2 se puede aprovechar para que el plano de la órbita mantenga un ángulo constante con la dirección del sol. Esto crea un tipo de orbital especial llamada orbita Heliosincrona.

De forma matemática la variación del ángulo $\boldsymbol{\Omega}$ por el termino J_2 se puede expresar de la siguiente manera:

$$\dot{\Omega} = -\frac{3J_2R_e^2}{2(1-e^2)^2}\sqrt{\frac{\mu}{a^7}}\cos i$$

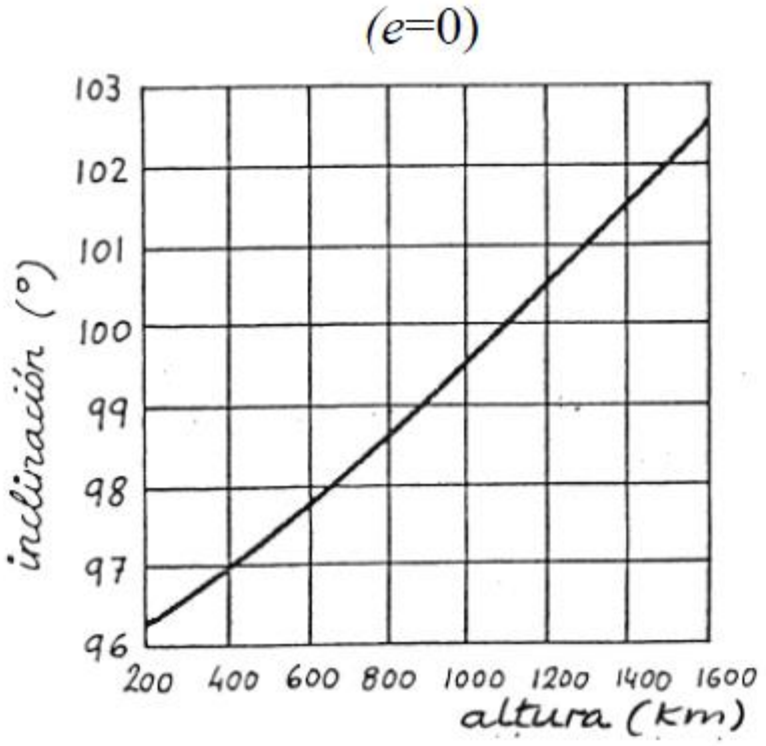
$$J_2 = 1.0827 \cdot 10^{-3}$$

“Repaso” de mecánica orbital clásica: Órbita heliosíncrona y perturbación J2

Por lo tanto para que se cumpla la condición de que la orbita de diseño se mantenga con el mismo ángulo relativo al Sol se debe cumplir la siguiente condición de dar una vuelta al año:

$$\frac{2\pi}{365.25 \cdot 24 \cdot 3600} = -\frac{3J_2 R_e^2}{2(1-e^2\,)^2}\sqrt{\frac{\mu}{a^7}}\cos i$$

$$J_2 = 1.0827 \cdot 10^{-3}$$



En la expresión anterior queda patente que existe una relación entre la inclinación de la orbita y la altura de la misma. También es importante notar que solo existen orbitas heliosincronas cuando la inclinación es mayor de 90 deg

Calcular el ángulo relativo entre el sol y los paneles solares

Partiendo de la ecuación que permite calcular la potencia media generada se observa que se debe calcular el ángulo relativo entre la dirección del sol y la dirección normal del panel solar:

$$P_m = \frac{1}{T}\int_0^T G \cdot A \cdot f_s \cdot \eta \cdot \cos\theta(t) dt$$

Utilizando la propiedad del producto escalar de dos vectores se puede calcular el coseno del ángulo de incidencia del sol con el panel:

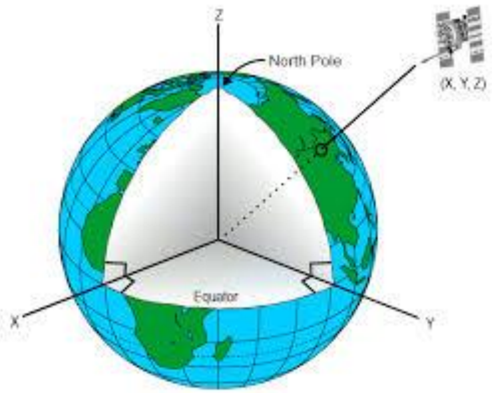
$$\|\vec{r_s}\| \|\vec{n_A}\| \cos\theta = \vec{r_s} \cdot \vec{n_A}$$

Donde $\vec{r_s}$ es el vector que apunta en la dirección del Sol, y $\vec{n_A}$ es el vector de la dirección normal del panel del que se calcula su potencia media. Por lo tanto, el producto escalar entre ambos vectores será el coseno de su ángulo relativo. Pero ambos vectores deben expresarse en la misma base.

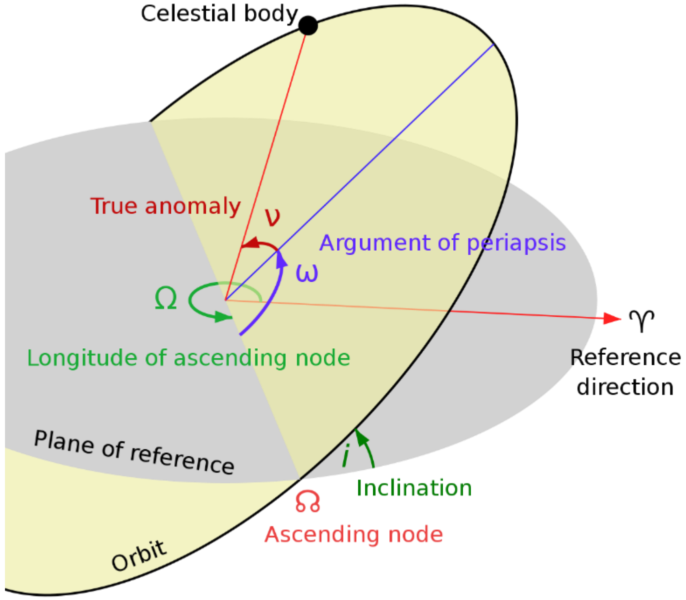
Calcular el ángulo relativo entre el sol y los paneles solares

¿En que base deberíamos representar el vector sol y el vector normal de cada panel?

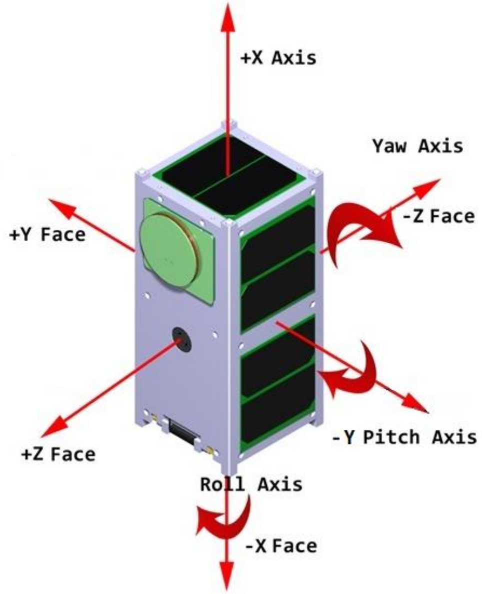
- Coordenadas inerciales ECI (El sistema de ejes donde está expresado la dirección del Sol)
- Ejes cuerpo del satélite (El sistema de ejes donde se expresa la dirección normal de los paneles solares)
- Coordenadas del plano orbital (un sistema de ejes intermedio)



Sistema coordenado ECI



Sistema coordenado plano orbital



Sistema coordenado ejes cuerpo

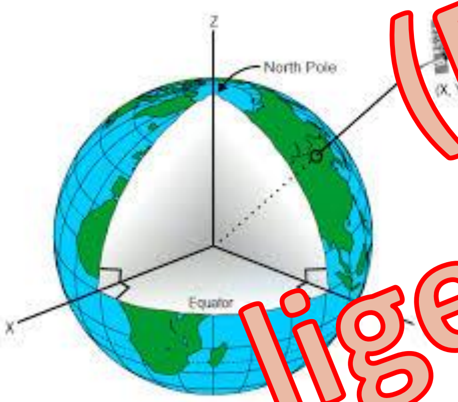
Calcular el ángulo relativo entre el sol y los paneles solares

¿En que base deberíamos representar el vector sol y el vector normal de cada panel?

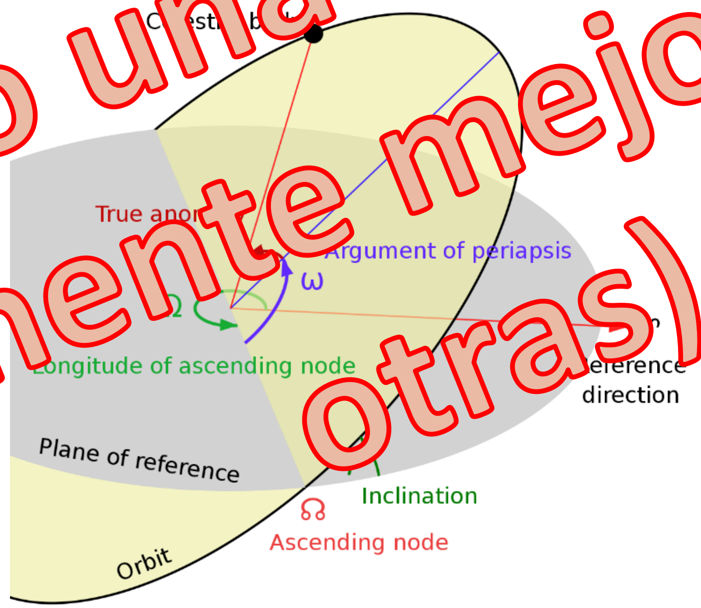
- Coordenadas inerciales ECI (El sistema de ejes donde está expresado la dirección del Sol)
- Ejes cuerpo del satélite (El sistema de ejes donde se expresa la dirección normal de los paneles solares)
- Coordenadas del plano orbital (un sistema de ejes intermedio)

DA IGUAL

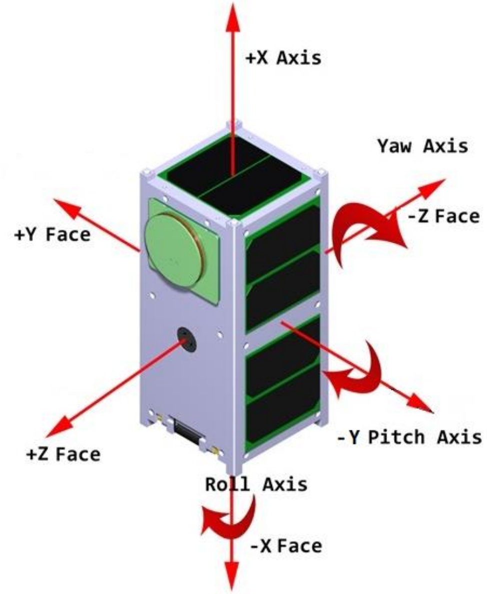
(Pero una opción es ligeramente mejor que las otras)



Sistema coordenado ECI



Sistema coordenado plano orbital



Sistema coordenado ejes cuerpo

Calcular el ángulo relativo entre el sol y los paneles solares:

Recordatorio de como se hacen los de sistemas coordenados basados en sucesivos giros

$$\vec{r_1} = \mathbf{C_{12}}\vec{r_2}$$

La matrices de cambio tienen las siguientes propiedades:

$$\|\mathbf{C_{12}}\| = \mathbf{1}$$

$$\mathbf{C_{12}^{-1}} = \mathbf{C_{12}^{T}}$$

Matriz de cambio para cada giro dado en uno de los ejes

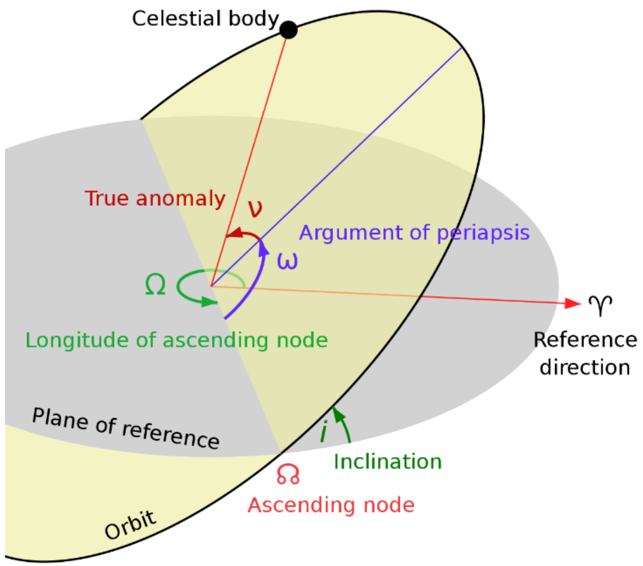
$$\mathbf{C_X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_\mathrm{x} & \sin\theta_\mathrm{x} \\ 0 & -\sin\theta_\mathrm{x} & \cos\theta_\mathrm{x} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{C_y} = \begin{bmatrix} \cos\theta_\mathrm{y} & 0 & -\sin\theta_\mathrm{y} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta_\mathrm{y} & 0 & \cos\theta_\mathrm{y} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{C_z} = \begin{bmatrix} \cos\theta_\mathrm{z} & \sin\theta_\mathrm{z} & 0 \\ -\sin\theta_\mathrm{z} & \cos\theta_\mathrm{z} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La composición de giros se hace multiplicando sucesivas matrices, por ejemplo el cambio para una secuencia Z-X-Y

$$\mathbf{C_{12}} = \mathbf{C_y}\mathbf{C_x}\mathbf{C_z}$$

Calcular el ángulo relativo entre el sol y los paneles solares:

Pasar de ejes ECI a ejes del plano orbital:



- 1ºSituación del nodo ascendente. Cambio de base en el eje Z, con el ángulo Ω. ¿Cuanto vale Ω?: En una orbita SS 12:00 Ω=0; cada hora de diferencia con las 12:00 son 15 deg. ¿Pero con que signo?

- 2ºInclinación de la orbita cambio de base en eje X.

$$\mathbf{C_{OPi}} = \mathbf{C}_{i}\mathbf{C}_{\Omega}$$

Se puede considerar unos ejes intermedios que siguen al satélite en su orbita.

$$\mathbf{C_{RSWi}} = \mathbf{C}_{v+\omega}\mathbf{C_{OPi}}$$

Pasar de ejes ECI a ejes cuerpo:

- Si la actitud esta desligada de la orbita se puede crear la matriz de cambio directamente desde ejes ECI a ejes cuerpo
- Si la actitud del satélite depende de su posición orbital (Satélites que apunten a Nadir) se debe pasar por este cambio de bases

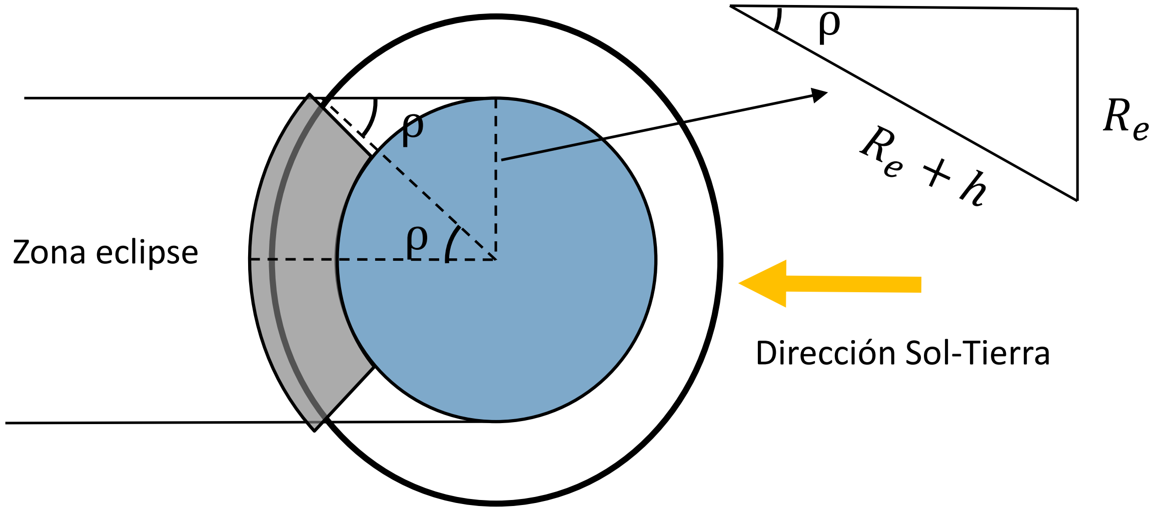
$$\mathbf{C_{bi}} = \mathbf{C_{bb_{ref}}}\mathbf{C_{b_{ref}RSW}}\mathbf{C_{RSWi}}$$

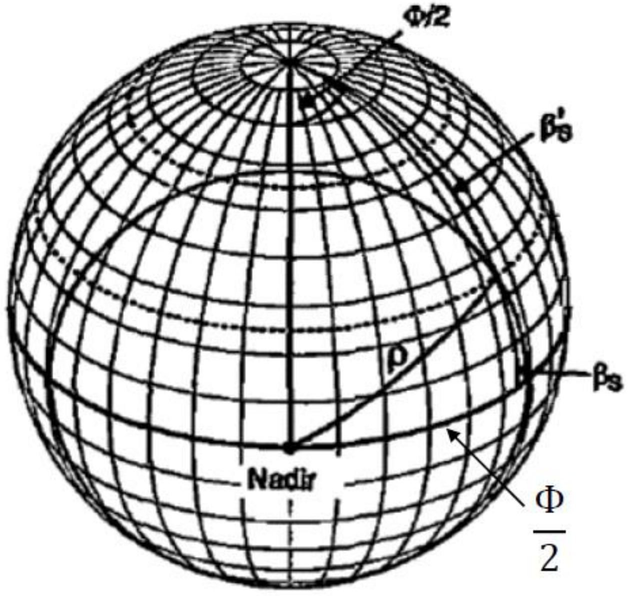
Suele ser una matriz constante.

Cálculo de eclipse

Si la dirección del sol esta contenida en el plano de la orbita el ángulo de eclipse es el siguiente:

$$\rho = \sin^{-1}\frac{R_e}{R_e + h}$$





D. Eclipse Geometry Computations

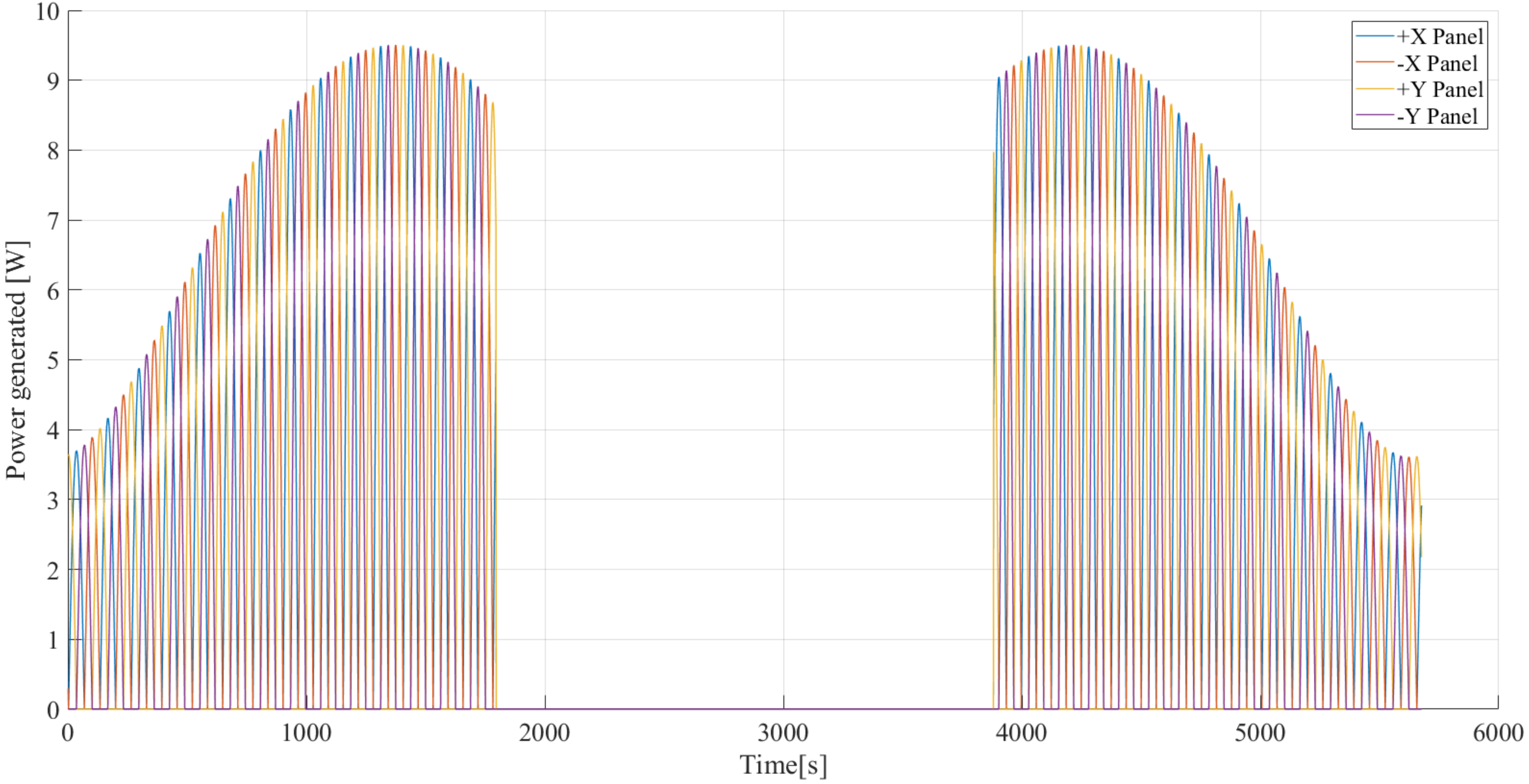
Si la dirección del sol no esta contenida en el plano de la órbita el ángulo de eclipse ϕ :

$$\cos\frac{\phi}{2} = \frac{\cos\rho}{\cos\beta_s}$$

Donde β_s es la inclinación relativa entre el plano de la orbita y la dirección del Sol.

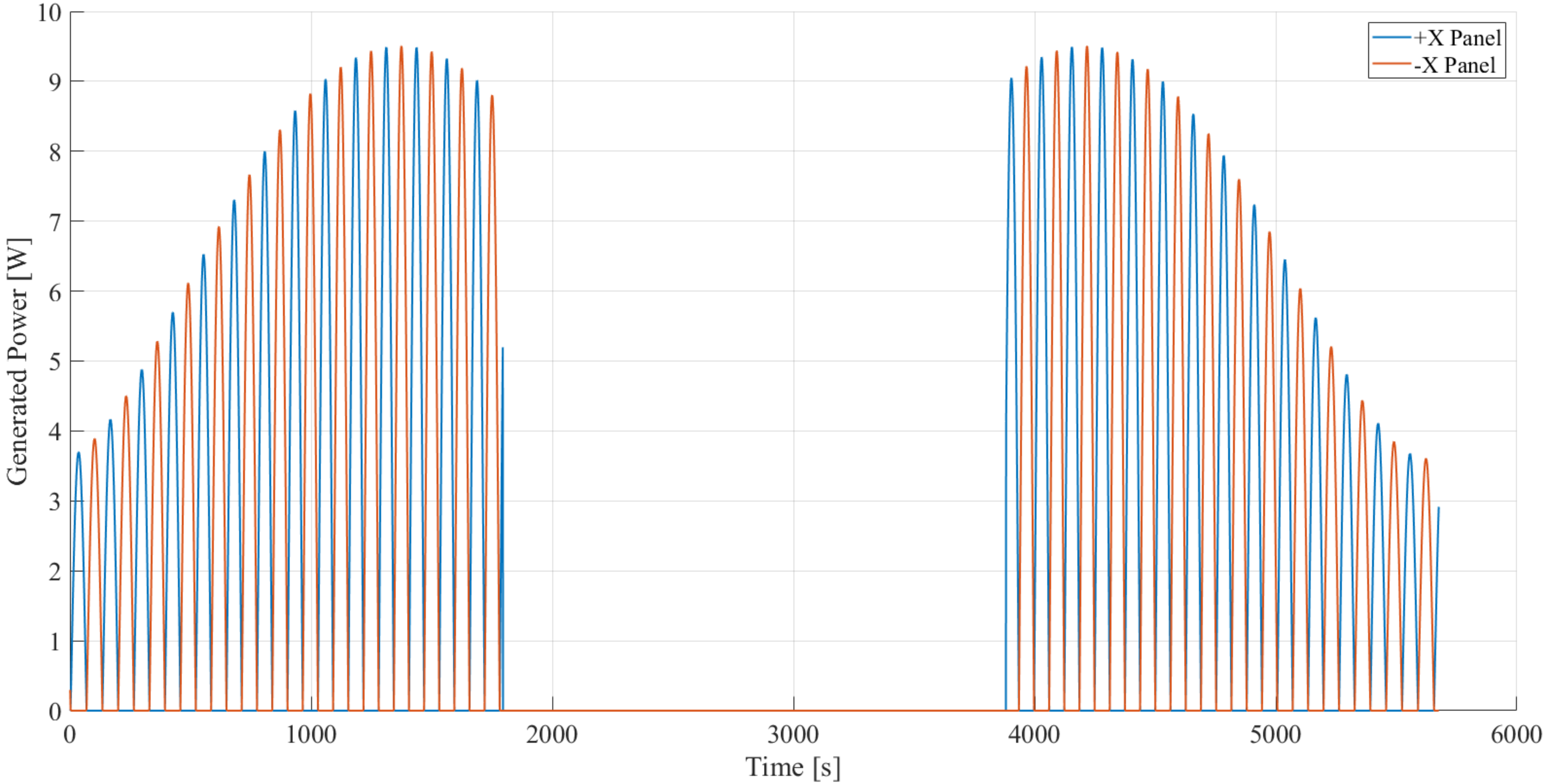
$$\beta_s = 90 - \cos^{-1}(\overrightarrow{r_s}\cdot\overrightarrow{n_{op}}); \qquad \overrightarrow{n_{op}} = \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}_{OP}$$

Ejemplo de resultados



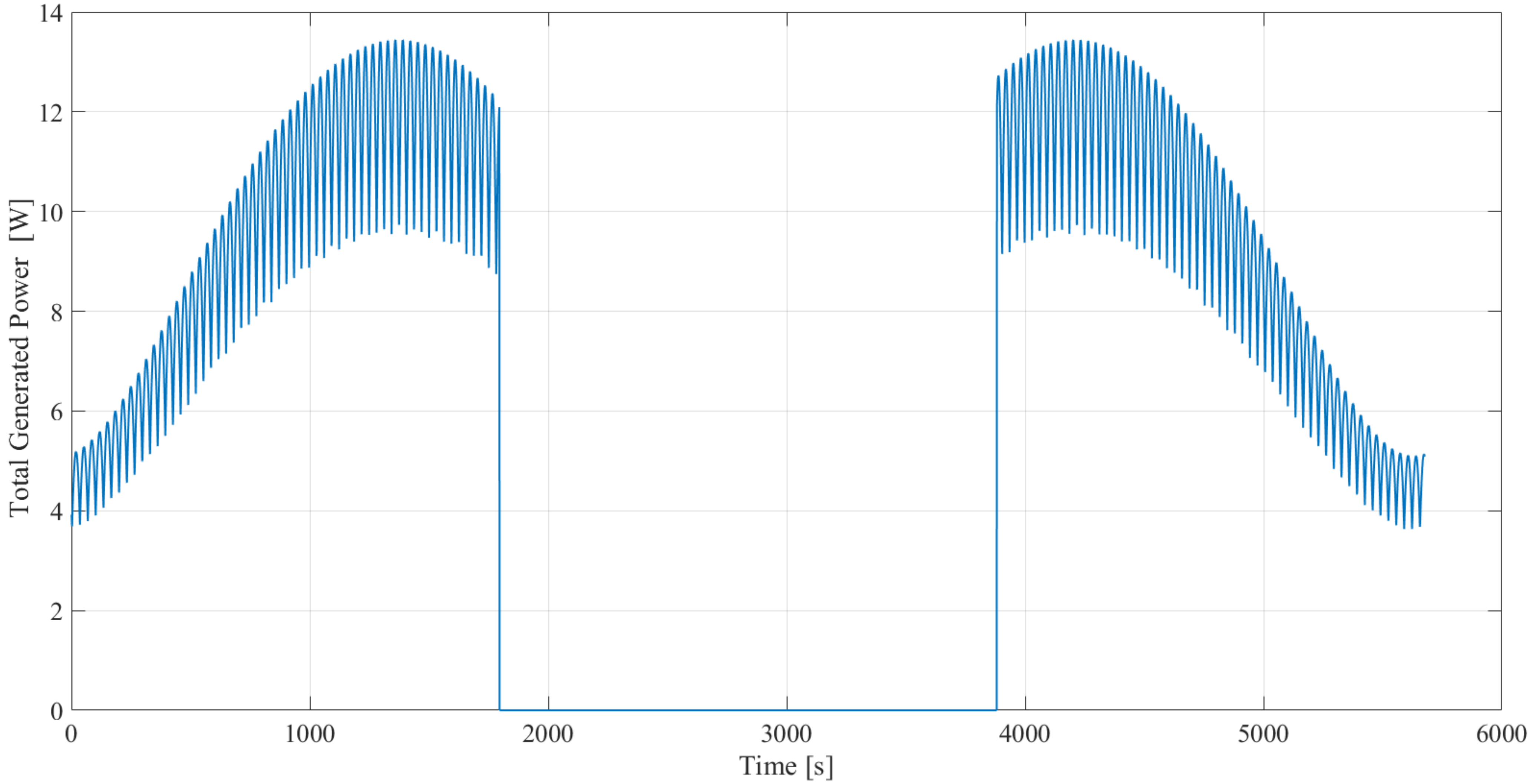
Potencia generada en cada cara

Ejemplo de resultados



Potencia generada en cada cara

Ejemplo de resultados



Potencia total generada en cada momento

Guía de las cosas que debe tener un buen informe

- El informe debe incluir un índice, índice de tablas e índice de figuras.
- Todas las figuras deben estar numeradas y con el rotulo “Figura X….” debajo de la imagen, acompañado de una breve descripción.
- Todas las tablas deben estar numeradas y con el rotulo “Tabla X…” encima de la imagen, acompañado de una breve descripción.
- Las tablas y las figuras se deben referenciar en el texto y se deben explicar.
- Las expresiones matemáticas serán referidas preferentemente como expresión en vez de ecuación.
- Se deben evitar expresiones como “La Figura muestra, La Tabla expone, etc” y en cambio utilizar expresiones como “En la figura se muestra, en la Tabla se expone”.
- Las variables matemáticas deben aparecer en cursiva (Ej: t, V, I, T entre otras).
- El signo menos **no** es este “-” y se debe utilizar el guion largo “—”.
- Las unidades **no** van en cursiva Ej: (N, m, m/s).
- Los operadores matemáticos **no** van en cursiva (sin, cos, d*t*).
- Si es posible poned referencias

ESTO ES IMPORTANTISIMO PARA ESTA ASIGNATURA: Podéis tener bien el problema pero sacar mala nota si no cuidáis las formas.