二分搜尋

temmie

1. 二分搜簡介

2. 二分搜實作

3. 二分搜工具

4. 對答案二分搜

5. 對第 k 大二分搜

二分搜簡介

二分搜簡介

- 讓我們試試看玩終極密碼 :D

二分搜簡介

- 讓我們試試看玩終極密碼 :D
- 事實上，我們就是在做**搜尋答案**這件事情
- 我們總共搜尋了多少次？這樣的時間複雜度是多少呢？

二分搜方法

- 既然答案有可能在任何地方，那就中間切一刀吧！
- 這樣一定是最好，因為兩邊的機率都會是一半

二分搜方法

- 既然答案有可能在任何地方，那就中間切一刀吧！
- 這樣一定是最好，因為兩邊的機率都會是一半
- 二分搜就是**將資料切半，看答案在哪一邊**
- 時間複雜度是 $O(log_2\ n)$ ，因為每次資料量都會減少一半

二分搜實作

結論

- 我們會將陣列轉換成 01 陣列
- 如果尋找到的元素是 0 就做 A，否則做 B
- 如果沒辦法轉換成 01 陣列 $=$ 沒有單調性 $=$ 沒辦法二分搜

結論

- 我們會將陣列轉換成 01 陣列
- 如果尋找到的元素是 0 就做 A，否則做 B
- 如果沒辦法轉換成 01 陣列 $=$ 沒有單調性 $=$ 沒辦法二分搜

- 二分搜的實作有很多方式，我會介紹我最常用的方式
- 實作有太多細節了，練習是唯一熟悉的方法

實作：架構

- 架構只會有兩點：二分搜主程式、判斷合法函式

實作：架構

- 架構只會有兩點：二分搜主程式、判斷合法函式
- 前者不難，通常或寫得像模板一樣
- 後者通常較難，也就是題目想要你要思考**搜尋什麼**的地方。

實作：二分搜主程式

```cpp
// 使用之前，請務必讓你的參考對象排序
sort(v.begin(), v.end());

// 搜尋範圍：[ll, rr)
// 用 ans 儲存答案
int ll=0, rr=n, ans;
while (ll<rr){
    // int mid=(ll+rr)/2; 不要使用這個
    int mid=ll+(rr-ll)/2;

    if (check(mid)){
        ans=mid;
        ll=mid+1;
    }else{
        rr=mid;
    }
}
```

實作：判斷合法函式

```
bool check(int mid){
    // 在實作之前，請思考什麼情況叫做「合法的」
    // 以下是定義「如果該元素不小於 k」就是合法的
    return v[mid]>=k;
}
```

實作：常見 bug

- 忘記排序
- 搜尋區間錯誤
- 計算 mid 的時候 overflow

二分搜工具

簡介

- STL 內建了很多好用的工具可以讓我們不用手刻二分搜
- 這類型的工具只適合在容器中使用
- 請注意：不要過度依賴工具，有很多題目是**只能手刻二分搜的**

binary_search

- binary_search(L, R, val)
- 判斷 val 是否在 $[L, R)$ 裡面

lower_bound

- lower_bound(L, R, val)
- 回傳 $[L, R)$ 中最左 $\geq val$ 的值迭代器位置

lower_bound

- lower_bound(L, R, val)
- 回傳 $[L, R)$ 中最左 $\geq val$ 的值迭代器位置
- 如果想要得到該值需要使用 *lower_bound(L, R, val)
- 如果想要得到該值的索引值需要使用 *lower_bound(L, R, val)-L

upper_bound

- upper_bound(L, R, val)
- 回傳 $[L, R)$ 中最左 $> val$ 的值迭代器位置

upper_bound

- upper_bound(L, R, val)
- 回傳 $[L, R)$ 中最左 $> val$ 的值迭代器位置
- 如果想要得到該值需要使用 *upper_bound(L, R, val)
- 如果想要得到該值的索引值需要使用 *upper_bound(L, R, val)-L

例題

例題

- 搜尋元素
- 不大於 k 的數
- 不小於 k 的數
- 區間數值數量

上面的例題請用二分搜工具思考，回家後記得手刻一次寫法！

對答案二分搜

簡介

- 上一個章節裡面我們都是提到在容器裡二分搜
- 在這裡，提供一個新的思路叫做**對答案二分搜**

例題

例題

- 貨物包裝
- 機器排程

上面的例題中，會發現我們不是再那麼「無腦的」寫判斷合法函式，通常會帶有更多的思考。

對第 k 大二分搜

簡介

- 這個章節是一個比較特殊的二分搜
- 如果題目有單調性並且提到第 k 大/小，那就很有機會是二分搜
- 需要能夠計算該值是是第幾大/小

例題

例題

- 乘法表
- 第 k 小數對和