February 3, 2022 Day 1 Tasks

community
Thai (THA)

ชุมชนลับแห่งความหวัง

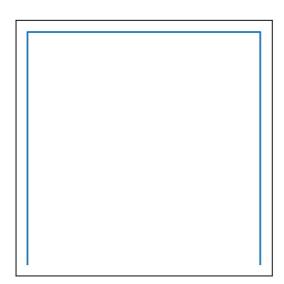
"ถึงคราวมนุษยชาติใกล้ล่มสลาย... นี่มัน... เกิดอะไรขึ้นกันแน่กับโลกของเรา..." ชายแก่คนหนึ่งพูดในใจ ระหว่างที่ เขากำลังถูกใช้งานเป็นทาสอยู่

"อ่า... นี่สินะ **ทุนนิยมสมบูรณ์**... มันเป็นแบบนี้นี่เอง..." เขาคิดในใจ ทุกข์ทรมานกับการตัดสินใจของเขาที่ผ่านมา

เมื่อสามสิบปีก่อน เขาก็เป็นชายหนุ่มธรรมดา ที่มีความฝัน มีเสรีภาพ และมีเงินทองอยู่อย่างสบาย อย่างไรก็ดี เมื่อ เวลาเริ่มผ่านไป ความฝันของเขาก็เติบโตมากขึ้น เสรีภาพก็มีมากขึ้น แต่เงินทองกลับมีแต่จะลดลง เขาทำทุกวิถีทาง เพื่อที่จะทำให้ตนเองรวย เขาใช้เวลาไปกับการวาดฝัน หาเส้นทางที่จะทำให้ตนเองรวยขึ้น มากยิ่งขึ้นเรื่อย ๆ ใน ที่สุด เมื่อเขาพร้อมรับความเสี่ยงอย่างเต็มที่ เขาก็ได้ชี้นำการเปลี่ยนแปลงครั้งใหญ่ให้กับโลกใบนี้ นั่นเป็นจุดเริ่มต้น ของ ทุนนิยมสมบูรณ์

เมื่อเวลาผ่านไป โลกเข้าสู่ ทุนนิยมสมบูรณ์ ไม่มีรัฐบาล ไม่มีขอบเขต เขตแดนใด ๆ ทุกคนใช้สกุลเงินหลักบน cryptocurrency เท่านั้น และไม่มีกฎหมายใด ๆ มนุษย์บนโลกมีสิทธิเต็มที่ กล่าวคือ สามารถฆ่าคนอื่นได้ตามใจชอบ สามารถทำอะไรก็ได้ ตราบใดที่มีเงินพอ และหากต้องการปกป้องตนเองไม่ให้ถูกฆ่า ก็จะต้องใช้เงินไปจ้างบอดี้การ์ด มาดูแล สุดท้ายชายคนนั้นก็กลายเป็นชายชรา เขาหมดตัวไปกับผลประกอบการทางธุรกิจ และสุดท้ายก็ต้องยอม ขายตัวเองไปเป็นทาส เพื่อนำเงินที่ได้ไปยื้อชีวิตภรรยาและลูกชายของเขา

แต่แล้วความหวังนั้นก็ยังไม่หมดไป ประชาชนบางกลุ่มเริ่มจับตัว ก่อตัวรวมกัน สร้างเป็น**ชุมชนลับแห่งความหวัง** สมาชิกกลุ่มนี้ได้วางแผนก่อตั้งเมืองในอุดมคติในพื้นที่รโหฐาน ที่สร้างขึ้นจากการรวมเงินบริจาคของสมาชิกใน ชุมชนนี้ ในเมืองแห่งนี้ จะมีการปกครองและการจัดระเบียบทางสังคมที่ก้าวหน้า มติในที่ประชุมตัดสินใจออกมาว่า ชุมชนนี้จะค่อย ๆ สร้างเมืองนี้ที่ละขั้น เริ่มต้นจากขั้นที่ 1 จะมีถนนเพียงเส้นเดียวที่ประกอบด้วยส่วนของเส้นตรง 3 เส้นและ ครัวเรือนเพียง 4 หน่วยเท่านั้น โดยรูปแบบถนนจะสร้างเป็นโครงสร้างดังรูป (เราจะเรียกถนนเส้นนี้ว่าถนน เส้นที่ 0)

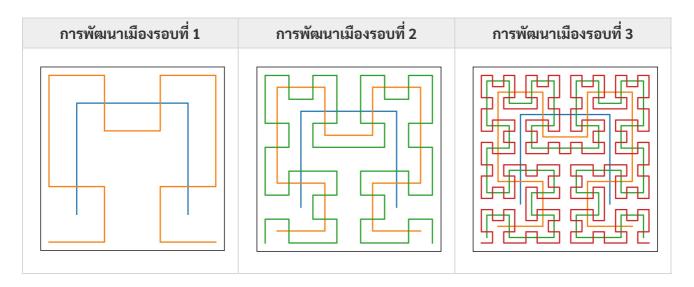


ต่อมา จะเกิดการพัฒนาเมืองขึ้นทั้งหมด N-1 รอบ โดยในรอบที่ i ที่จะทำการพัฒนาเมืองนั้น เราจะสร้างถนน

เป็นรูปร่างประหลาดที่ดัดแปลงจากถนนเดิมด้วยกระบวนการดังนี้

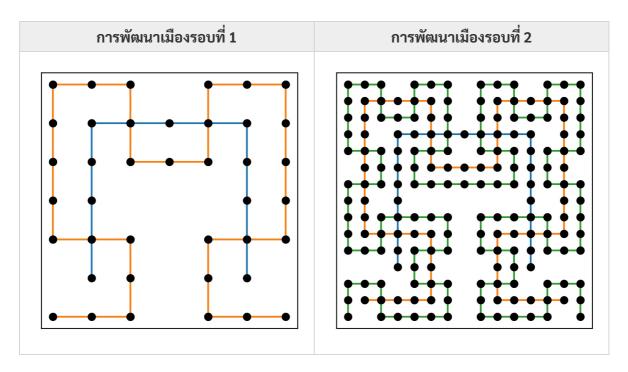
- พิจารณาพื้นที่เมือง ซึ่งทั้งรูปเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส ทำการแบ่งเป็นเก้าส่วน โดยหากทั้งเมืองเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 1 หน่วย ให้ทำการแบ่งเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสมุม*บนซ้าย บนขวา ล่างซ้าย* และ*ล่างขวา* ขนาดเท่ากัน คือเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาว $\frac{2^{i-1}}{2^i+1}$ หน่วย แล้วแบ่งให้ส่วนที่เหลือเป็น*แถบบน แถบล่าง แถบซ้าย แถบ ขวา* และช่องตรงกลาง
- นำถนนเดิมของรอบที่แล้วมาย่อส่วนให้พอดีกับความยาวด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัสข้างต้น แล้วหมุน**ตามเข็ม** นาฬิกาแล้วแปะลงไปในมุมล่างซ้าย
- นำถนนเดิมของรอบที่แล้วมาย่อส่วนให้พอดีกับความยาวด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัสข้างต้น แล้วแปะลงไปในมุม บนซ้ายและมุมบนขวา
- นำถนนเดิมข^องรอบที่แล้วมาย่อส่วนให้พอดีกับความยาวด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัสข้างต้น แล้วหมุน**ทวนเข็ม** นาฬิกาแล้วแปะลงไปในมุมล่างขวา
- สร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมถนนมุมบนซ้ายเข้ากับมุมบนขวาบริเวณล่างสุดของแถบบน
- สร้างส่วนของเส้นตรงที่บริเวณซ้ายสุดของแถบซ้าย และขวาสุดของแถบขวา เพื่อเชื่อมถนนบนกับล่างเข้า ด้วยกัน

ภาพต่อไปนี้แสดงเมืองหลังผ่านการพัฒนาเมืองไปรอบที่ 1,2 และ 3 ตามลำดับ โดยเส้นสีเหลือง เส้นสีเขียว และ เส้นสีแดง แทนถนนที่เพิ่มขึ้นมาในการพัฒนารอบที่ 1,2 และ 3 ตามลำดับ เราจะเรียกเป็นถนนเส้นที่ 1,2 และ 3 ตามลำดับ



นอกจากนี้จะทำการสร้างครัวเรือนเพิ่มขึ้นมาทุกครั้งที่มีการพัฒนาเมือง โดยระบุครัวเรือนดังนี้:

- สำหรับการพัฒนาเมืองในครั้งที่ i พิจารณาส่วนของเส้นตรงความยาว $\frac{1}{2^i+1}$ เราจะเรียกระยะทางนี้ว่าระยะ ทาง 1 หน่วยอันดับ i
- สำหรับการพัฒนาเมืองในครั้งที่ i พิจารณาจุดปลายของถนนแต่ละเส้น (แทนด้วยสีแต่ละสี) เมื่อเดินตามเส้น ทางไปทีละ 1 หน่วยอันดับ i แล้ว หากยังไม่มีครัวเรือนอยู่ จะเริ่มมีการสร้างครัวเรือน 1 หน่วย ณ จุดนั้น (พิจารณารูปถัดไปเพื่อความเข้าใจ จุดสีดำแสดงครัวเรือน)



เมื่อทำการพัฒนาเมืองครบ N-1 รอบแล้ว และเริ่มมีครัวเรือนอยู่มากแล้ว ทางชุมชนจึงอยากออกแบบสาย ไฟฟ้าเพื่อที่จะส่งไฟฟ้าไปยังครัวเรือนให้ครบทุกหน่วย อย่างไรก็ตาม ทางชุมชนไม่อยากให้สายไฟฟ้ารกมากจนเกิน ไป และเพื่อเป็นการประหยัดเงินที่ใช้ ทางชุมชนจึงอยากสร้างสายไฟฟ้าให้ใช้ค่าใช้จ่าย **น้อยที่สุด** เท่าที่จะทำได้ โดยเงื่อนไขของการสร้างสายไฟฟ้ามีดังต่อไปนี้

- สายไฟฟ้าแต่ละเส้นจะต้องอยู่บนถนนเท่านั้น และต้องเชื่อมระหว่างครัวเรือนสองครัวเรือน
- หากมีกระแสไฟฟ้าไปเลี้ยงครั้วเรือนใด ครัวเรือนทุกครัวเรือนที่ได้รับการเชื่อมต่อสายไฟฟ้ากับครัวเรือนนั้น จะได้รับกระแสไฟฟ้าไปด้วย (และสามารถถ่ายทอดกันเป็นทอด ๆ ไม่มีที่สิ้นสุด)
- ullet ค่าใช้จ่ายของการสร้างสายไฟฟ้าบนถนนที่ j เชื่อมระหว่างสองครั่วเรือน จะมี่ค่า w[j] ADA

คุณ ซึ่งเป็นโปรแกรมเมอร์ภายในชุมชน จึงได้รับมอบหมายให้คำนวณหาค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุดในหน่วย ADA

รายละเอียดการเขียนโปรแกรม

คุณจะต้องเขียนฟังก์ชันต่อไปนี้

int minimum_cost(int N, vector<int> w)

- ฟังก์ชันนี้จะถูกเรียกเพียงรอบเดียว
- ullet เวกเตอร์ w ระบุค่าใช้จ่าย โดยสำหรับจำนวนเต็ม $0 \leq j < N$ เราจะกล่าวว่า w[j] คือค่าใช้จ่ายของการ สร้างสายไฟฟ้าบนถนนเส้นที่ j
- ฟังก์ชันจะต้องหาค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุดที่เป็นไปได้ในหน่วย ADA ก่อนแล้วจึงนำไปหาเศษจากการหารด้วย 10^9+7 แล้วคืนค่าผลเศษออกมา

ขอบเขต

• $1 \le N \le 200\,000$

ullet $1 \leq w[j] \leq 1\,000\,000$ สำหรับทุกจำนวนเต็ม $0 \leq j < N$

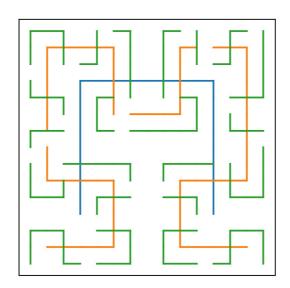
ปัญหาย่อย

- 1. (6 คะแนน) $N \leq 3$
- 2. (16 คะแนน) $N \leq 7$
- 3. (21 คะแนน) w[j] มีค่าเท่ากันหมดสำหรับทุกจำนวนเต็ม $0 \leq j < N$
- 4. (11 คะแนน) $N \leq 80$ และ w[j] = j+1 สำหรับทุกจำนวนเต็ม $0 \leq j < N$
- 5. (12 คะแนน) $N \leq 80$
- 6. (19 คะแนน) $N \leq 1\,000$
- 7. (15 คะแนน) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม

ตัวอย่าง

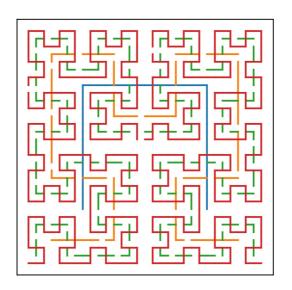
```
minimum_cost(3, [1, 1, 1])
```

คืนค่า 186 สอดคล้องกับผลลัพธ์ดังรูปต่อไปนี้ (ผลลัพธ์นี้เป็นเพียงตัวอย่างหนึ่งของการวางสายไฟฟ้าที่เป็นไปได้ อาจมีวิธีอื่นที่ทำให้ได้คำตอบตรงกันด้วยเช่นกัน)



```
minimum_cost(4, [1, 3, 4, 2])
```

คืนค่า 1979 สอดคล้องกับผลลัพธ์ดังรูปต่อไปนี้ (ผลลัพธ์นี้เป็นเพียงตัวอย่างหนึ่งของการวางสายไฟฟ้าที่เป็นไปได้ อาจมีวิธีอื่นที่ทำให้ได้คำตอบตรงกันด้วยเช่นกัน)



minimum_cost(7, [9, 2, 4, 5, 3, 3, 8])

คืนค่า 309138

เกรดเดอร์ตัวอย่าง

เกรดเดอร์ตัวอย่างอ่านข้อมูลนำเข้าในรูปแบบต่อไปนี้:

ullet บรรทัดที่ 1: N

ullet บรรทัดที่ 2: w[0] w[1] w[2] \dots w[N-1]

เกรดเดอร์ตัวอย่างจะส่งออกค่าที่คืนมาจาก minimum_cost

ข้อจำกัด

Time limit: 1 secondMemory limit: 512 MB