



FAN: GIDRAVLIKA

MAVZU
03

Gidrodinamika asoslari. Oqim tenglamalari.



A.J.To'ychiyev.



Oziq-ovqat muhandisligi
kafedrasи katta o'qituvchisi

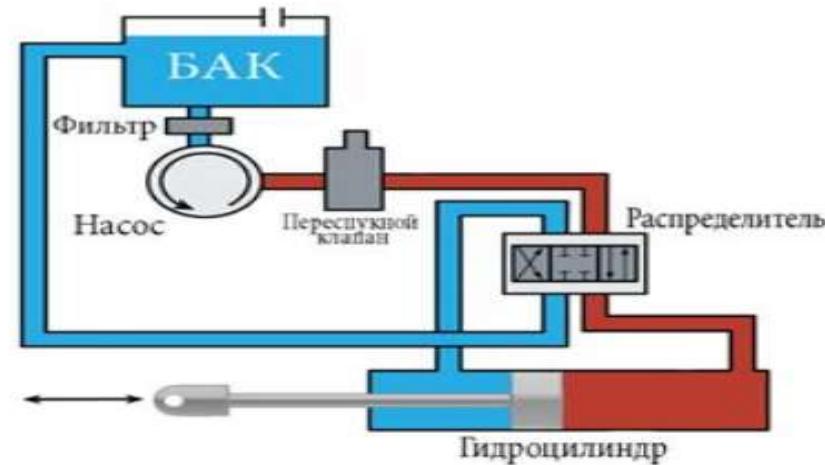


Схема стандартной гидросистемы

27.01.2026

Mavzu: Gidrodinamika



REJA:

- 1) Gidrodinamika. Asosiy tushuncha va ta'riflar
- 2) Suyqlik sarfi. Suyuqlik oqimining o'rtacha tezligi va uzliksizlik tenglamasi.
- 3) Ideal suyuqlikning elementar naychasi uchun, Bernuli tenglamasi.
- 4) Suyuqlikning elementar nayi va real suyuqlik oqimi uchun Bernulli tenglamasi.

1. Gidrodinamika. Asosiy tushuncha va ta’riflar

Gidrodinamika harakatdagi siqilmaydigan tomchi-suyuqlik qonunlarini o‘rganadi. Gidrodinamikaning asosiy vazifasi suyuqlik harakatini tavsiflovchi turlarini va uning parametrlarini (ya’ni tezligi, bosimi, egallagan fazoning istalgan nuqtasidagi urinma kuchlanishlarini, suyuqlik oqimi ichidagi jismga harakatlanayotgan suyuqliknini hamda uning qo‘zg‘aladigan va qo‘zg‘almaydigan to‘sirlarga ta’sir etuvchi kuchini) o‘rganadi.

Gidrodinamika masalalar yechimini topishda suyuqliknini uzluksiz muhit deb qabul qiladi. **«Fazo nuqtasi va suyuqlik zarrasi»** tushunchalarini aniq tasavvur qilish va farqlash uchun avvalo, «fazo nuqtasi» tasavvurdagi o‘lchamsiz geometrik shakl va uning fazodagi o‘rni *XYZ* koordinatalari bilan aniqlanishini bilish kerak. Suyuqlik zarrasi tasavvurdagi fizikaviy shakl bo‘lib, u juda ham cheksiz kichik massa va hajmga ega. Suyuqlik zarrasi harakatining ϑ tezligi va uning har bir soniyadagi P bosimi, zarraning oqimdagisi holati, ya’ni koordinatalari va vaqt bilan tavsiflanadi.

Suyuqlik harakati muvozanatli va muvozanatsiz, tekis va notekis, damli va damsiz bo‘lishi mumkin.

Barqaror harakat bu shunday harakatki, suyuqlik oqimining tezligi va bosim vaqt bo‘yicha uning istalgan nuqtasida o‘zgarmaydi va faqat oqimdagи vaziyatiga bog‘liq bo‘ladi, ya’ni koordinata funksiyasi hisoblanadi. Buni quyidagi tenglamalar orqali ifodalash mumkin:

$$\vartheta = f_1(x, y, z); \quad P = f_2(x, y, z).$$

Barqaror harakatga biror rezervuar tagidan o‘zgarmas dam bilan oqib chiqayotgan suyuqlik misol bo‘la oladi.

Nobarqaror harakat bu shunday harakatki, suyuqlik oqimining tezligi va bosimi vaqt bo‘yicha uning istalgan nuqtasida

o‘zgaruvchan, koordinata va vaqtga bog‘liq bo‘ladi. Uning analitik ifodasini quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{aligned}\vartheta_1 &= f_1(x_1, y_1, z_1, t_1); & P &= f_2(x_1, y_1, z_1, t_1); \\ \vartheta_2 &= f_1(x_2, y_2, z_2, t_2); & P &= f_2(x_2, y_2, z_2, t_2).\end{aligned}$$

Nobarqaror harakatga katta idish teshigidan o‘zgaruvchan dam bilan oqib chiqayotgan suyuqlik misol bo‘la oladi.

Tekis harakat — muvozanatlashgan suyuqlik oqimidagi o‘zaro yonma-yon joylashgan ko‘ndalang kesimlarda zarralar-ning o‘xhash nuqtalardagi tezliklari o‘zaro teng bo‘lgan suyuqlik harakatidir, ya’ni $\vartheta = \text{const.}$

Tekis harakatga ko‘ndalang kesimlari o‘zgarmas bo‘lgan quvur yoki kanaldagi suyuqlik oqimining harakatini misol qilib olish mumkin.

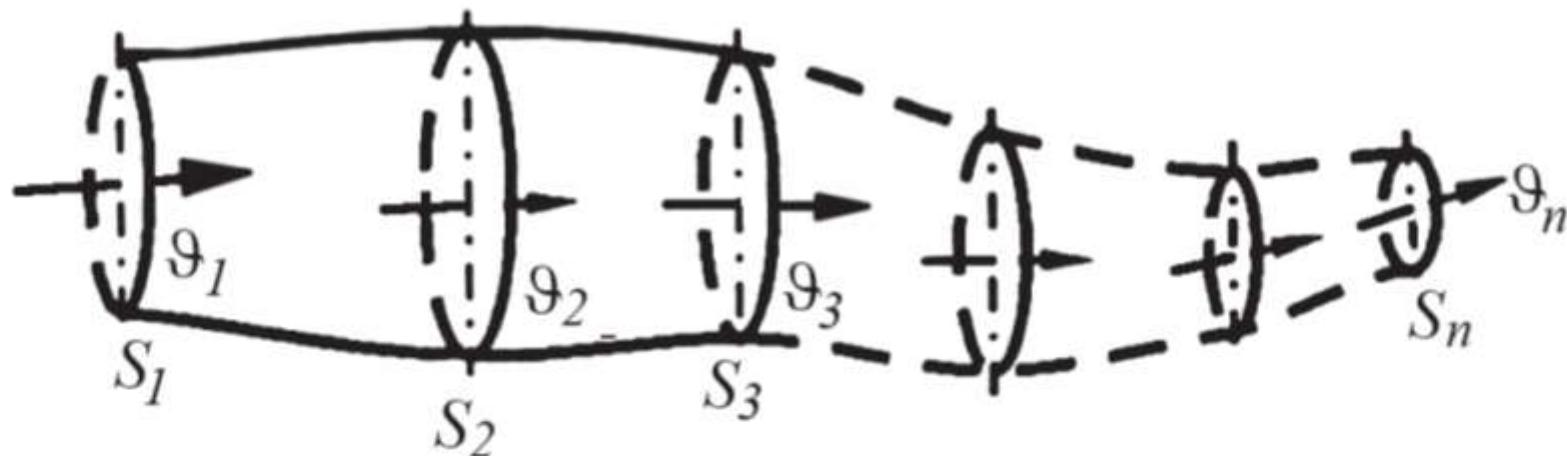
Notekis harakat — muvozanatlashmagan suyuqlik oqimining yonma-yon joylashgan ko‘ndalang kesimlaridagi tezliklari va oqimning ko‘ndalang kesimlari o‘zgarganda tezliklari ham o‘zgaradigan harakatdir. Masalan, ko‘ndalang kesimi konussimon quvurdagi suyuqlik oqimining harakatini misol qilib olish mumkin. Unda $\vartheta \neq const$ va $S \neq const$ bo‘ladi.

Damlili harakat — bosimi atmosfera bosimidan farqli va quvur devorlari bilan chegaralangan hamda erkin sirtga ega bo‘lmagan suyuqlik oqimining harakatidir. Quvurlardagi suyuqliklar harakati bunga misol bo‘la oladi.

Damsiz harakat — suyuqlik oqimi erkin sirtga ega bo‘lgan va uning sirtidagi bosimi atmosfera bosimiga teng bo‘lgan suyuqlik harakatidir. Daryolar, kanallar, zovurlar hamda kanalizatsiya quvurlaridagi oqimlar harakati bu turdagи harakatga misol bo‘ladi.

Oqim chizig'i – bu oqayotgan suyuqlik ichkarisida joylash-gan nuqtalardan o'tkazilgan shunday chiziqki, suyuqlik zarralarining tezlik vektorlari, aynan shu vaqtda nuqtalarga urinma bo'lgan chiziqdir.

Demak, barqaror harakatli suyuqlikning oqim chizig'i suyuqlik zarralari harakatining trayektoriyasi bilan ustma-ust tushar ekan. Agar harakatlanayotgan suyuqlik oqimining ko'n-dalang kesimidan cheksiz kichik berk doirasimon konturlarni ajratib olib, ularning hamma nuqtalaridan oqim chiziqlarini o'tkazsak, oqim quvuri hosil bo'ladi (2.1-rasm). Faraz qilaylik,



2.1-rasm. Suyuqlik oqimining quvuri.

oqim quvuridan suyuqlik oqib chiqa olmasin va unga kira olmasin. Oqim chiziqlari quvuri shaklidagi suyuqliknинг elementar naychasini hosil qiladi. Suyuqlik oqimi turlichalarda harakatlanayotgan elementar naychalardan tashkil topadi.

Suyuqlik harakatini o‘rganishda oqimning gidravlik va geometrik elementlarini tavsiflaydigan ayrim tushunchalar kiritiladi.

Oqim chizig‘ining normal yo‘nalishdagi ko‘ndalang kesimi yuzasini *elementar naycha* yoki oqimning *tirik kesimi* deyiladi. Suyuqlik oqimining tirik kesimi qattiq devor bilan quvurlar (to‘liq) yoki ochiq o‘zanlarda (qisman) chegaralangan bo‘lishi mumkin.

Oqim tegib turgan devor bilan chegaralangan tirik kesim perimetr uzunligini ho‘llangan perimetr deyiladi. Ho‘llangan perimetrni χ harfi bilan belgilanadi. Suyuqlikning damli harakatidagi ho‘llangan perimetri geometrik perimetrga teng, damsiz oqimda esa geometrik perimetrdan kichik bo‘ladi. Damsiz oqimda suyuqlik oqimining ustidagi erkin sirti qattiq muhitga tegmasdan havo bilan tutashadi. Tirik kesim yuzasining ho‘llangan perimetr uzunligiga nisbatini oqimning gidravlik radiusi deyiladi:

$$R = S / \chi . \quad (2.1)$$

«Geometrik va gidravlik radius» tushunchalarining ma’nosi bir xil emas. Bunga ishonch hosil qilish uchun yumaloq diametrli quvur ichidagi suyuqlikning damli harakatini tahlil qilamiz:

- yumaloq diametrli quvur yuzasi $S = \pi d^2 / 4$, uning ho‘llangan perimetri $\chi = \pi d$ bo‘lgani uchun gidravlik radius $R = d/4$, aksincha, geometrik radius $r = d/2$ bo‘ladi.

Quvur kesimi doirasimon bo‘limganida gidravlik radiusni shaklga mos ravishda hisoblanadi. Masalan, kesimi elli pssimon, teng tomonli uchburchak, kvadrat va to‘g‘ri burchakli quvurlar uchun quyidagi ifodalardan foydalananib, mos ravishda gidravlik radiuslari hisoblanadi:

$$a) R = \frac{3ab}{2(a+b)-3\sqrt{ab}},$$

bu yerda, a va b – ellipsning katta va kichik o‘qlari;

$$b) R = \sqrt{\frac{a^2}{48}}; \quad d) R = a / 4; \quad e) R = \frac{ab}{2(a+b)}.$$

2.Suyqlik sarfi. Suyuqlik oqimining o'rtacha tezligi va uzliksizlik tenglamasi.

Oqimning tirik kesimidan vaqt birligida o'tgan suyuqlik miqdorini suyuqlik sarfi deyiladi. Suyuqlik sarfi hajmiy, og'irlik kuchi yoki massa o'lchov birliklarida o'lchanadi: $Q(\text{m}^3/\text{s})$ — hajmiy, $Q_G(\text{N/s})$ — og'irlik kuchi va $Q_m(\text{kg/s})$ massaviy sarflarga bo'linadi.

Gidravlikada hajmiy sarf o'lchovi ko'proq ishlatiladi va uni soddaroq qilib suyuqlik sarfi deb yuritiladi. Suyuqlik sarfi elementar naychalardagi suyuqlik sarflaridan tashkil topadi. Elementar bir necha nay orqali o'tgan suyuqlik sarfining barqaror harakatini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$q_1 = \vartheta_1 S_1; \quad q_2 = \vartheta_2 S_2; \quad q_3 = \vartheta_3 S_3; \dots, q_n S_n. \quad (2.2)$$

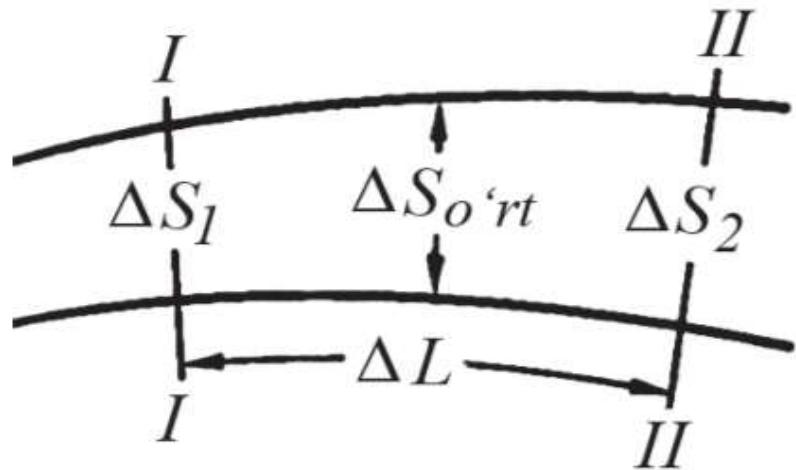
Suyuqlik oqimini ko‘p sonli elementar naychalardan tashkil topganligini e’tirof etsak, unda suyuqlik oqimining sarfi elementar sarflar yig‘indisiga teng bo‘ladi (2.2-rasm):

$$Q = \sum_1^i q_i = \sum_1^i \vartheta_i S_i . \quad (2.3)$$

Hajmiy sarf o‘lchovi $m^3/s.$ da suyuqlik sarfl ifodalansa, unda uning kattaligi suyuqlikning o‘rtacha tezlik qiymati bilan suyuqlik oqimining tirik kesimi ko‘paytmasiga teng bo‘ladi va molekulalarning tezliklar bo‘yicha real taqsimotiga mos keladi:

$$Q = S\vartheta , \quad (2.4)$$

bu yerda, S va ϑ — quvur kesimining yuzasi va suyuqlik oqimining tezligi.



2.2-rasm. Suyuqlik sarfini o‘rganishga doir chizma.



2.3-rasm. Suyuqlikning uzlucksizlik tenglamasini chiqarishga doir chizma.

Suyuqlik sarfini boshqa o‘lchov birliklarida ifodalash zarur bo‘ladi. Masalan, og‘irlik kuchi sarfi, N/s ifodalaydi:

$$Q_G = \gamma Q = \rho g Q. \quad (2.5)$$

Massa sarfi, kg/s:

$$Q_m = \rho Q. \quad (2.6)$$

Hajmiy sarf suyuqlik hajmining vaqtga nisbatiga teng:

$$Q = V/t. \quad (2.7)$$

Massa va og‘irlik sarflarini vaqtga bog‘lab, suyuqlik og‘irligining vaqtga nisbati shaklida ifodalash mumkin:

$$Q_m = m/t; \quad (2.8)$$

$$G_G = G/t. \quad (2.9)$$

Hajmiy va massaviy sarflar quyidagicha bog‘langan:

$$Q = S\vartheta = m / \rho, \quad (2.10)$$

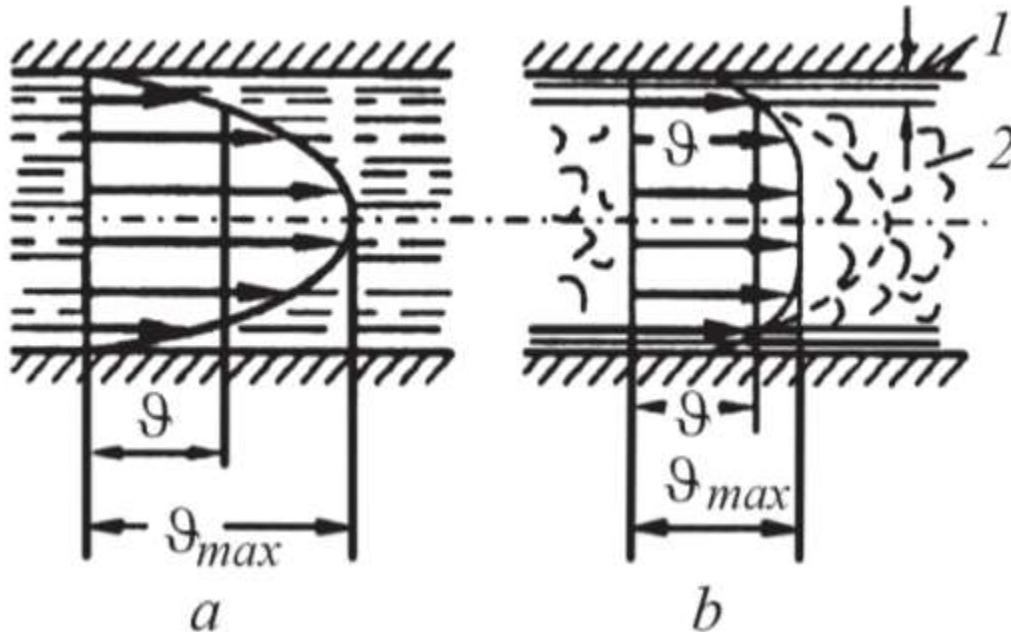
bu yerda, m va ρ — suyuqlik massasi va zichligi.

Suyuqlik uzluksiz muhit bo‘lgani uchun oqimning istalgan kesimidagi sarfi o‘zgarmas kattalik va shu sababli uzluksizlik tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$Q = S_1 \vartheta_1 = S_2 \vartheta_2 = \dots = S_n \vartheta_n, \quad (2.11)$$

bu yerda, $\vartheta_{1,2,3\dots n}$ – quvur ko‘ndalang kesimining istalgan yuzalaridagi suyuqlik oqimining o‘rtacha tezliklari (2.3-rasm).

Suyuqlik oqimining ko‘ndalang kesimi istalgan radiuslardagi tezliklari maxsus asboblar bilan aniqlanganida, quvur devoriga ishqalanib harakatlanayotgan oqimning chegaraviy qismida tezlik



2.4-rasm. Suyuqlikning tirik kesimida tezliklar taqsimoti:
a — laminar va *b* — turbulent oqim:
1—qattiq devor yonidagi laminar;
2—turbulent oqimlar.

o‘zgaradi. Bu hodisani yuqori aniqlik talab qilinadigan murakkab hisoblarda e’tibordan chetda qoldirib bo‘lmaydi.

eng kichik bo‘lsa, aksincha, oqimning markaziga yaqinlashgan sayin esa tezlik ortib boradi va oqim o‘qida eng katta qiymatga erishadi (2.4-rasm).

Suyuqlik molekulalarining o‘zaro va quvur devoriga ishqalanishi, qatlamlar orasida haroratlar farqining paydo bo‘lishi hisobiga suyuqlik qovush-qoqligining ortishi yoki kamayishi natijasida oqim tezligi

Demak, suyuqlik oqimining istalgan kesimidan vaqt birligida oqib o‘tadigan suyuqlik miqdori o‘zgarmas ekan. Shuning uchun uzluksizlik tenglamasini quyidagicha yozish mumkin:

$$Q = S_1 v_1 = S_2 v_2 = \dots = S_n v_n = \text{const} \quad (2.12)$$

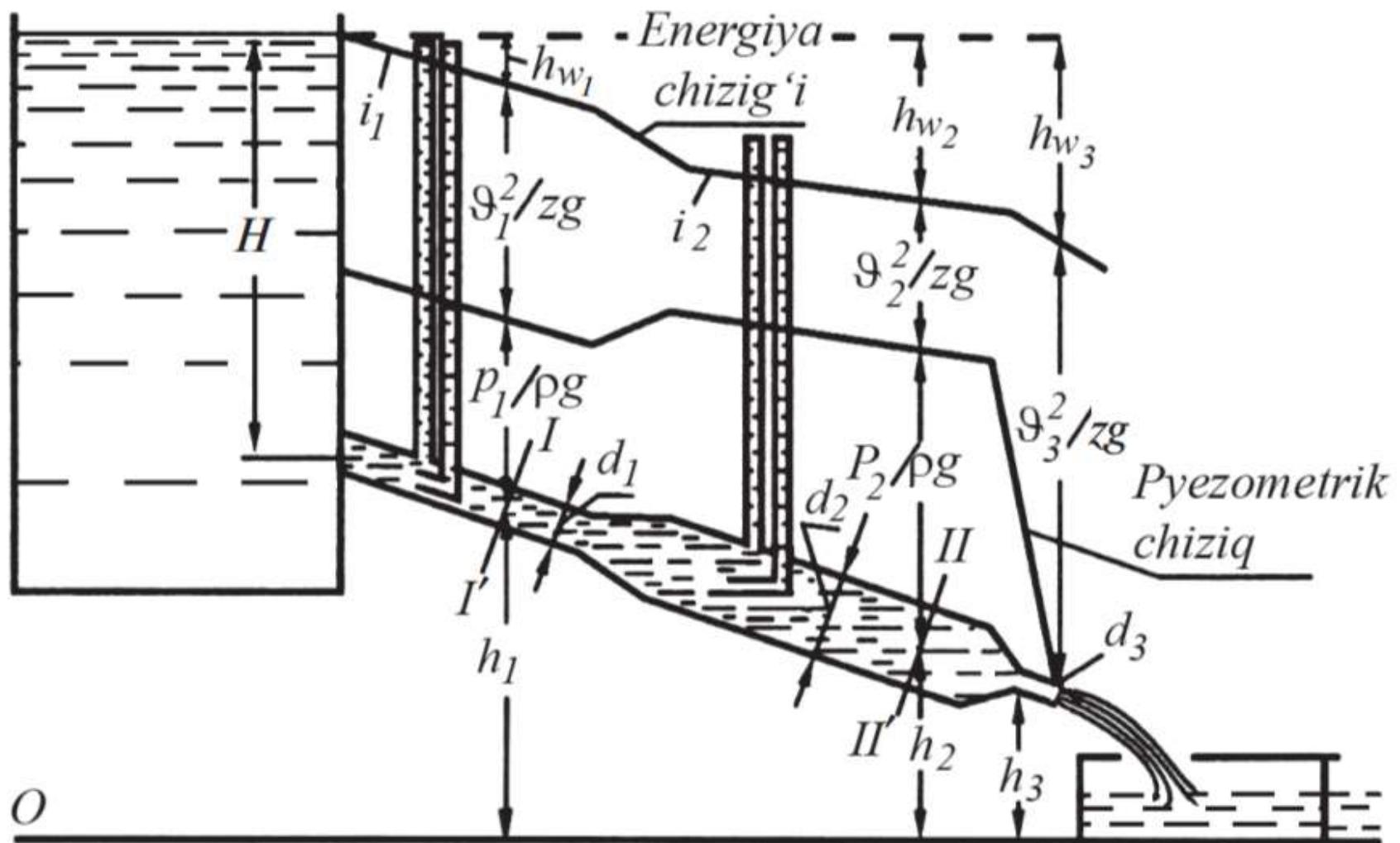
yoki

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}.$$

Demak, siqilmaydigan va uzluksiz suyuqlik harakatidagi oqimlarning ko‘ndalang kesimlaridagi o‘rtacha tezliklar nisbati shu kesimlar yuzalariga teskari mutanosib bo‘lar ekan.

3.Ideal suyuqlikning elementar naychasi uchun, Bernuli tenglamasi

Bernulli tenglamasi gidrodinamikaning asosiy tenglamasi hisoblanadi. Suyuqlik oqimi ko‘ndalang kesimining yuzasi va suyuqlik harakati bir tekis o‘zgaradigan barqaror harakatdagi ideal suyuqlik berilgan. Ideal suyuqlik oqimidan elementar naychalarning ixtiyoriy I—I va II—II kesimlarini ajratib olamiz (2.5-rasm). Bu kesimlarning yuzalari ΔS_1 va ΔS_2 bo‘lsin. Birinchi kesimdan o‘tayotgan suyuqlik naychasi zarralarining tezligi ϑ va bosimi P_1 , ixtiyoriy gorizontal 0—0 tekisligiga nisbatan og‘irlik markazining ko‘ndalang kesimi joylashgan balandligi h bo‘lsin. Bu kesimni



2.5-rasm. Bernulli tenglamasining grafik shaklidagi tasviri.

solishtirish tekisligi deb ataladi. Ikkinchi kesim ham xuddi shunday parametrlarga ega bo‘ladi deb olinadi.

I—I' va II—II' kesimlar oralig‘idagi hajmlardagi suyuqlik miqdori juda qisqa vaqt davomida I—I' va II—II' kesimlar bilan chegaralangan hajmga siljiydi. Suyuqlikning mexanik harakati natijasida o‘rganilayotgan hajmga qo‘yilgan kuch bajargan ish kattaligi jismning kinetik energiyasining o‘zgarishiga teng.

Shu hajmga ta’sir etayotgan kuchni qarab chiqamiz:

1. Faraz qilaylik, suyuqlik oqimining tirik kesimiga normal yo‘nalishda $P_1 = p_1 \Delta S_1$ bosim kuchi ta’sir etsin. Suyuqlikning I—I' kesimiga ta’sir etayotgan P_1 bosim kuchi bajargan ish quyidagicha ifodalanadi:

$$A_1 = P_1 \Delta l_1 = p_1 \Delta S_1 \vartheta_1 \Delta t = p_1 \Delta V_1 \Delta t, \quad (2.13)$$

bu yerda, $\Delta l_1 = \vartheta_1 \Delta t$ — suyuqlik zarralari Δt vaqt davomida I—I' esimdan I'—I' kesimigacha o‘tgan yo‘li. Suyuqlik oqimining ikkinchi kesimi uchun bosim kuchining bajargan ishini quyidagi shaklda yozish mumkin:

$$A_2 = P_2 \Delta l_2 = -p_2 \Delta S_2 \vartheta_2 \Delta t = -p_2 \Delta V_2 \Delta t, \quad (2.14)$$

bunda «minus» ishorasi ikkinchi kesimdagи bosim kuchi birinchi kesimdagи kuchga qarama-qarshi yo‘nalganligini ko‘rsatadi.

Suyuqlik harakati natijasida vujudga kelgan bosim kuchlari teng ta’sir etuvchisining bajargan ishi quyidagiga teng bo‘ladi:

$$A_p = p_1 \Delta V_1 \Delta t - p_2 \Delta V_2 \Delta t. \quad (2.15)$$

2. Og‘irlik kuchi ΔG tik pastga yo‘nalgan. Og‘irlik kuchining bajargan ishi suyuqlik nayi kesimlari I—II dan I’—II’ gacha bo‘lgan oraliqdagi zarracha potensial energiyasining o‘zgarishiga teng bo‘ladi. Og‘irlik kuchining bajargan ishini aniqlash uchun I—II hajmdagi suyuqlik naychasi energiyasidan I’—II’ hajmdagi energiyasini ayirish kerak, xolos. Unda, elementar naychasi uchun uzluksizlik tenglamasi (2.12) muvofiq har bir hajmchalar va ulardagi og‘irlik kuchlari o‘zaro teng bo‘ladi:

$$\Delta G = \rho g \Delta V_1 \Delta t = \rho g \Delta V_2 \Delta t. \quad (2.16)$$

Demak, og‘irlik kuchining bajargan ishi suyuqlik oqimi potensial energiyasining o‘zgarishiga, ya’ni og‘irlik kuchi bilan suyuqlik balandliklari ayirmasining ko‘paytmasiga teng bo‘ladi:

$$A_G = (h_1 - h_2) \Delta G. \quad (2.17)$$

Elementar naycha kesimidagi kinetik energiyaning Δt vaqtidagi o‘zgarishi $\Delta E = (m\vartheta_1^2 / 2) - (m\vartheta_2^2 / 2)$ o‘rganilayotgan ΔV_1 va ΔV_2 hajmlardagi energiyalar ayirmasi bilan shu hajmlardagi suyuqlik massasi $\Delta G/g$ ko‘paytmasiga tengligi asosida bajarilgan ishni yozamiz:

$$A = \frac{\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2}{2g} \Delta G. \quad (2.18)$$

Tashqi kuchlar bajargan ishlar (2.15) va (2.17)ni qo'shib, ularni kinetik energiyaning o'zgarishi hisobiga bajarilgan ish (2.18) ga tenglab hosil qilamiz:

$$p_1 \Delta V_1 \Delta t - p_2 \Delta V_2 \Delta t + (h_1 - h_2) \Delta G = \frac{\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2}{2g} \Delta G. \quad (2.19)$$

(2.19) tenglamani soddalashtirish uchun uni ΔG ga bo'lamiz va (2.16) tenglamani e'tirof etgan holda qayta yozamiz:

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} + h_1 - h_2 = \frac{\vartheta_2^2}{2g} - \frac{\vartheta_1^2}{2g} \quad (2.20)$$

yoki

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\vartheta_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\vartheta_2^2}{2g}.$$

(2.20) ifodani *siqilmaydigan ideal suyuqlik naychasi uchun* Bernulli tenglamasi deyiladi. Suyuqlik oqimidagi ΔV_1 va ΔV_2 hajmlari ixtiyoriy kesimlari uchun (2.20)ni umumiy shaklda yozish mumkin:

$$h + \frac{p}{\rho g} + \frac{\vartheta^2}{2g} = \text{const.} \quad (2.21)$$

(2.21)dagi o‘zgarmas kattalik suyuqlikning gidrostatik dami ekanligini hisobga olsak, unda Bernulli tenglamasini quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$h + \frac{p}{\rho g} + \frac{\vartheta^2}{2g} = H. \quad (2.22)$$

Demak, tenglamaning uchala hadlarining yig‘indisi h – geometrik, $p/\rho g$ – pyezometrik, $\vartheta^2/2g$ – tezlik damlarining yig‘indisi H – gidrodinamik damga teng bo‘lar ekan. Unda, Bernulli tenglamasini quyidagicha ta’riflash mumkin: ideal suyuqlikning elementar naychasi uchun geometrik, pyezometrik va tezlik damlarining yig‘indisi naychaning hamma kesimlarida o‘zgarmas kattalikdir.

(2.22) tenglamaga kirgan kattaliklarning o‘lchov birliklarini qo‘yib, damning o‘lchov birligi topiladi. Tenglamaga kirgan balandlik *metrda* o‘lchanadi. Shuning uchun ham h ni geometrik va nivelir balandligi, $p/\rho g$ – pyezometrik, $\vartheta^2/2g$ – tezlik balandliklari deb ataladi.

Grafikka uchala balandliklarni joylashtirib, Bernulli tenglamasining grafik shaklidagi tasviri hosil qilinadi (2.5-rasm).

Bernulli tenglamasini energetik shaklda ifodalash uchun (2.19) hadlarini Δm ga bo'lamiz va $\Delta m = \Delta \vartheta / g = \rho \Delta V_1 \Delta t - \rho \Delta V_2 \Delta t$ ni hisobga olsak, unda (2.16) ga asoslanib, Bernulli tenglamasini qayta yozamiz:

$$gh_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{\vartheta_1^2}{2} = gh_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{\vartheta_2^2}{2} = \text{const.} \quad (2.23)$$

(2.23) tenglamaning har bir hadi energetik mazmunga ega. Tenglama solishtirma energiyalar yig‘indisidan tashkil topgan va o‘zgarmas kattalik ekanligini ifodalaydi. Suyuqlikning solishtirma energiyasi deyilganda, massa, kuch yoki hajm birligidagi energiya tushuniladi. Haqiqatan ham, agar elementar massali suyuqlik molekulasi olsak, u biror h balandligida energiya zaxirasiga ega bo‘lsa-da, massa birligiga to‘g‘ri keladigan energiya miqdori esa $\Delta mgh/\Delta m = gh$ teng bo‘ladi. Suyuqlikning Δm massali zarrachasi p bosim ta’sirida potensial energiyasi $\Delta mgp/\rho g$ teng bo‘lgan $p/\rho g$ balandlikka ko‘tariladi. Potensial energiyani Δm ga bo‘lib, bosimning solishtirma zaxirasi p/ρ topiladi.

Suyuqlikning massa birligiga to‘g‘ri keladigan energiya va solishtirma bosim zaxirasi yig‘indisini suyuqlikning solishtirma potensial energiyasi deyiladi.

(2.23) tenglamaning uchinchi hadidagi $\vartheta^2/2$ suyuqlikning massa birligiga mos keluvchi solishtirma kinetik energiyadir.

Bernulli tenglamasining energetik mazmuni suyuqlikning elementar naychasining solishtirma to‘la energiyasi naychaning istalgan kesimida o‘zgarmasligini bildiradi.

Demak, Bernulli tenglamasi mexanik energiyaning saqlanish qonuni harakatlanayotgan ideal suyuqlikka tatbiqidan iborat ekan.