

## Содержание

<b>12.Base [1/1]</b>	<b>3</b>
Задача 12A. Соединение точек [0.1 sec, 256 mb]	3
<b>12.Advanced [3/5]</b>	<b>4</b>
Задача 12B. Разрезание графа [0.3 sec, 256 mb]	4
Задача 12C. Unionday. День Объединения [1 sec, 256 mb]	5
Задача 12D. Болото [0.1 sec, 256 mb]	6
Задача 12E. Остовное дерево 2 [0.25 sec, 256 mb]	7
Задача 12F. Ребра добавляются, граф растёт [0.5 sec, 256 mb]	8
<b>12.Hard [0/3]</b>	<b>9</b>
Задача 12G. MST случайных точек [2.5 sec, 256 mb]	9
Задача 12H. Чётность [0.1 sec, 256 mb]	10
Задача 12I. Возьми себе за правило — летай всегда GraphAero! [0.4 sec, 256 mb]	11

### Общая информация:

Вход в констест: <http://contest.yandex.ru/contest/1917/>

Дедлайн на задачи: 10 дней, до 5-го декабря 23:59.

К каждой главе есть более простые задачи (base), посложнее (advanced), и сложные (hard).

В скобках к каждой главе написано сколько любых задач из этой главы нужно сдать.

Сайт курса: <https://compscicenter.ru/courses/algorithms-1/2015-autumn/>

Семинары ведут Сергей Копелиович ([burunduk30@gmail.com](mailto:burunduk30@gmail.com), [vk.com/burunduk1](https://vk.com/burunduk1)) и Глеб Леонов ([gleb.leonov@gmail.com](mailto:gleb.leonov@gmail.com), [vk.com/id1509292](https://vk.com/id1509292))

В каждом условии указан таймлимит для C/C++.

Таймлимит для Java примерно в 2-3 раза больше.

Таймлимит для Python примерно в 5 раз больше.

### C++:

Быстрый ввод-вывод.

[http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/cpp\\_common.html](http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/cpp_common.html)

В некоторых задачах нужен STL, который активно использует динамическую память (set-ы, map-ы) переопределение стандартного аллокатора ускорит вашу программу:

<http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/memory.cpp.html>

### Java:

Быстрый ввод-вывод.

[http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/java/java\\_common.html](http://acm.math.spbu.ru/~sk1/algo/input-output/java/java_common.html)

## 12.Base [1/1]

### Задача 12А. Соединение точек [0.1 сек, 256 mb]

Даны  $N$  точек на плоскости. Требуется провести отрезки между некоторыми парами точек таким образом, чтобы, во-первых, из любой данной точки в любую можно было пройти по этим отрезкам, а во-вторых, суммарная длина проведённых отрезков была минимальна.

#### Формат входных данных

В первой строке входного файла задано число  $N$  — количество точек ( $1 \leq N \leq 200$ ). Следующие  $N$  строк содержат по два числа  $X_i Y_i$  каждая через пробел — координаты  $i$ -ой точки ( $-1000 \leq X_i, Y_i \leq 1000$ ). Никакие две данные точки не совпадают, никакие три не лежат на одной прямой. Все числа во входном файле целые.

#### Формат выходных данных

В первой строке выходного файла выведите  $L$  — суммарную длину проведённых отрезков с точностью не менее шести десятичных знаков после запятой. Во второй строке выведите  $K$  — их количество. В следующих  $K$  строках выведите по два числа  $A_j B_j$  через пробел в каждой — номера точек, соединённых  $j$ -ым отрезком ( $1 \leq A_j, B_j \leq N, A_j \neq B_j$ ). Точки нумеруются с единицы в том порядке, в котором они даны во входном файле. Если ответов с минимальным  $L$  несколько, разрешается выводить любой из них.

#### Примеры

connect.in	connect.out
4 0 0 0 1 1 0 1 1	3 3 1 2 2 4 4 3
5 0 0 0 2 1 1 3 0 3 2	7.064495 4 3 1 3 2 3 4 4 5

## 12.Advanced [3/5]

### Задача 12В. Разрезание графа [0.3 сек, 256 mb]

Дан неориентированный граф. Над ним в заданном порядке производят операции следующих двух типов:

- **cut** — разрезать граф, то есть удалить из него ребро;
- **ask** — проверить, лежат ли две вершины графа в одной компоненте связности.

Известно, что после выполнения всех операций типа **cut** рёбер в графе не осталось. Найдите результат выполнения каждой из операций типа **ask**.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит три целых числа, разделённые пробелами — количество вершин графа  $n$ , количество рёбер  $m$  и количество операций  $k$  ( $1 \leq n \leq 50\,000$ ,  $0 \leq m \leq 100\,000$ ,  $m \leq k \leq 150\,000$ ).

Следующие  $m$  строк задают рёбра графа;  $i$ -ая из этих строк содержит два числа  $u_i$  и  $v_i$  ( $1 \leq u_i, v_i \leq n$ ), разделённые пробелами — номера концов  $i$ -го ребра. Вершины нумеруются с единицы; граф не содержит петель и кратных рёбер.

Далее следуют  $k$  строк, описывающих операции. Операция типа **cut** задаётся строкой “**cut**  $u$   $v$ ” ( $1 \leq u, v \leq n$ ), которая означает, что из графа удаляют ребро между вершинами  $u$  и  $v$ . Операция типа **ask** задаётся строкой “**ask**  $u$   $v$ ” ( $1 \leq u, v \leq n$ ), которая означает, что необходимо узнать, лежат ли в данный момент вершины  $u$  и  $v$  в одной компоненте связности. Гарантируется, что каждое ребро графа встретится в операциях типа **cut** ровно один раз.

#### Формат выходных данных

Для каждой операции **ask** во входном файле выведите на отдельной строке слово “YES”, если две указанные вершины лежат в одной компоненте связности, и “NO” в противном случае. Порядок ответов должен соответствовать порядку операций **ask** во входном файле.

#### Пример

cutting.in	cutting.out
3 3 7	YES
1 2	YES
2 3	NO
3 1	NO
ask 3 3	
cut 1 2	
ask 1 2	
cut 1 3	
ask 2 1	
cut 2 3	
ask 3 1	

### Задача 12С. Unionday. День Объединения [1 sec, 256 mb]

В Бейтландии есть целых  $n$  городов, но нет ни одной дороги. Король решил исправить эту ситуацию и соединить некоторые города дорогами так, чтобы по этим дорогам можно было бы добраться от любого города до любого другого. Когда строительство будет завершено, Король планирует отпраздновать День Объединения. К сожалению, казна Бейтландии почти пуста, поэтому Король требует сэкономить деньги, минимизировав суммарную длину всех построенных дорог.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит натуральное число  $n$  ( $1 \leq n \leq 5\,000$ ) — количество городов в Бейтландии. Каждая из следующих  $n$  строк содержит два целых числа  $x_i, y_i$  — координаты  $i$ -го города ( $-10\,000 \leq x_i, y_i \leq 10\,000$ ). Никакие два города не расположены в одной точке.

#### Формат выходных данных

Первая строка выходного файла должна содержать минимальную суммарную длину дорог. Выведите число с точностью не менее  $10^{-3}$ .

#### Примеры

unionday.in	unionday.out
6 1 1 7 1 2 2 6 2 1 3 7 3	9.65685

### Задача 12D. Болото [0.1 sec, 256 mb]

Иван-Царевич хочет спасти из плена Василису Прекрасную. По пути к темнице, где Кощей Бессмертный держит пленницу, есть болото с параллельными бесконечно длинными берегами ширины  $H$ . В болоте имеется  $N$  кочек,  $i$ -я кочка имеет координаты  $x_i, y_i$ . Ось  $OX$  направлена параллельно берегу болота, а ось  $OY$  направлена перпендикулярно берегу болота от начального берега к конечному, точки начального берега имеют координату  $Y = 0$ .

Требуется определить, какой минимальной длиной прыжка должен обладать Иван-Царевич, чтобы перебраться через болото.

#### Формат входных данных

Во входном файле в первой строке находятся числа  $H$  ( $1 \leq H \leq 30\,000$ ) и  $N$  ( $1 \leq N \leq 100$ ). В следующих  $N$  строках записаны координаты кочек  $x_i, y_i$  ( $1 \leq x_i, y_i \leq 30\,000$ ). Число  $H$  и все координаты — целые числа.

#### Формат выходных данных

В выходной файл нужно вывести единственное число — минимальную длину прыжка с точностью до 6 знаков после точки.

swamp.in	swamp.out
10 3 1 3 3 7 6 6	4.472135955

### Задача 12Е. Остовное дерево 2 [0.25 sec, 256 mb]

Требуется найти в связном графе остовное дерево минимального веса.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит два натуральных числа  $n$  и  $m$  — количество вершин и ребер графа соответственно. Следующие  $m$  строк содержат описание ребер по одному на строке. Ребро номер  $i$  описывается тремя натуральными числами  $b_i$ ,  $e_i$  и  $w_i$  — номера концов ребра и его вес соответственно ( $1 \leq b_i, e_i \leq n$ ,  $0 \leq w_i \leq 100\,000$ ).  $n \leq 20\,000$ ,  $m \leq 100\,000$ .

Граф является связным.

#### Формат выходных данных

Первая строка выходного файла должна содержать одно натуральное число — вес минимального остовного дерева.

#### Примеры

spantree2.in	spantree2.out
4 4 1 2 1 2 3 2 3 4 5 4 1 4	7

### Задача 12F. Ребра добавляются, граф растёт [0.5 сек, 256 mb]

В неориентированный граф последовательно добавляются новые ребра. Изначально граф пустой. После каждого добавления нужно говорить, является ли текущий граф двудольным.

#### Формат входных данных

На первой строке  $n$  — количество вершин,  $m$  — количество операций «добавить ребро». Следующие  $m$  строк содержат пары чисел от 1 до  $n$  — описание добавляемых ребер.

#### Формат выходных данных

Выведите в строчку  $m$  нулей и единиц.  $i$ -й символ должен быть равен единице, если граф, состоящий из первых  $i$  ребер, является двудольным.

#### Система оценки

Подзадача 1 (25 баллов)  $1 \leq n, m \leq 1\,000$ .

Подзадача 2 (50 баллов)  $1 \leq n, m \leq 50\,000$ .

Подзадача 3 (25 баллов)  $1 \leq n, m \leq 300\,000$ .

#### Примеры

addedge.in	addedge.out
3 3 1 2 2 3 3 1	110



## 12.Hard [0/3]

### Задача 12G. MST случайных точек [2.5 sec, 256 mb]

Даны  $n$  различных точек на плоскости. Координаты точек — целые числа от 0 до 30 000 включительно. Точки выбраны *случайно* в следующем смысле: рассмотрим все возможные наборы из  $n$  различных точек на плоскости с заданными ограничениями на координаты и выберем из них случайно и равновероятно один набор.

Вы можете провести отрезок между любыми двумя заданными точками. Длина отрезка между точками с координатами  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  равна  $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ . Будем говорить, что точки  $a$  и  $b$  *связаны*, если они соединены отрезком, или же существует точка  $d$ , которая связана и с  $a$ , и с  $b$ . Ваша задача — провести отрезки минимальной суммарной длины так, чтобы все точки были связаны.

#### Формат входных данных

В первой строке ввода задано целое число  $n$  ( $2 \leq n \leq 50\,000$ ). Следующие  $n$  строк содержат координаты точек. Гарантируется, что все точки различны. Кроме того, во всех тестах, кроме примера, гарантируется, что точки выбраны случайно, как описано в условии.

#### Формат выходных данных

В первой строке выведите вещественное число  $w$  — суммарную длину отрезков. В следующих  $(n - 1)$  строках выведите отрезки, по одному на строке. Каждый отрезок следует выводить как два числа от 1 до  $n$ , обозначающие номера точек, являющихся концами этого отрезка.

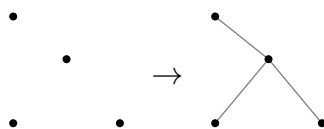
Пусть на самом деле суммарная длина выведенных вами отрезков равна  $w^*$ , а суммарная длина отрезков в оптимальном ответе равна  $w_{\text{opt}}$ . Тогда ваш ответ будет считаться верным, если

$$\max \left( \left| \frac{w}{w^*} - 1 \right|, \left| \frac{w^*}{w_{\text{opt}}} - 1 \right| \right) < 10^{-12}.$$

#### Пример

randommst.in	randommst.out
4	22.02362358924615
0 10	1 2
5 6	2 3
10 0	4 2
0 0	

#### Иллюстрация



### Задача 12Н. Чётность [0.1 sec, 256 mb]

Вы играете со своим другом в следующую игру. Ваш друг записывает последовательность, состоящую из нулей и единиц. Вы выбираете непрерывную подпоследовательность (например, подпоследовательность от третьей до пятой цифры включительно) и спрашиваете его, чётное или нечётное количество единиц содержит эта подпоследовательность. Ваш друг отвечает, после чего вы можете спросить про другую подпоследовательность, и так далее. Ваша задача – угадать всю последовательность чисел. Но вы подозреваете, что некоторые из ответов вашего друга могут быть неверными, и хотите уличить его в обмане. Вы решили написать программу, которая получит наборы ваших вопросов вместе с ответами друга и найдет первый ответ, который гарантированно неверен. Это должен быть такой ответ, что существует последовательность, удовлетворяющая ответам на предыдущие вопросы, но никакая последовательность не удовлетворяет этому ответу.

#### Формат входных данных

Ввод содержит несколько тестов. Первая строка каждого теста содержит одно число, равное длине последовательности нулей и единиц. Эта длина не превосходит  $10^9$ . Во второй строке находится одно неотрицательное целое число – количество заданных вопросов и ответов на них. Количество вопросов и ответов не превышает 5 000. Остальные строки содержат вопросы и ответы. Каждая строка содержит один вопрос и ответ на этот вопрос: два целых числа (позиции первой и последней цифр выбранной подпоследовательности) и одно слово – “even” или “odd” – ответ, сообщающий чётность количества единиц в выбранной подпоследовательности, где “even” означает чётное количество единиц, а “odd” означает нечётное количество. Ввод заканчивается строкой, содержащей –1.

#### Формат выходных данных

Каждая строка вывода должна содержать одно целое число  $X$ . Число  $X$  показывает, что существует последовательность нулей и единиц, удовлетворяющая первым  $X$  условиям чётности, но не существует последовательности, удовлетворяющей  $X+1$  условию. Если существует последовательность нулей и единиц, удовлетворяющая всем заданным условиям, то число  $X$  должно быть равно количеству всех заданных вопросов.

#### Примеры

parity.in	parity.out
10	3
5	
1 2 even	
3 4 odd	
5 6 even	
1 6 even	
7 10 odd	
-1	

### Задача 12I. Возьми себе за правило — летай всегда GraphAero! [0.4 sec, 256 mb]

Наконец авиаперевозки стали доступны всем и каждому! Однако, из-за жёсткой конкуренции в сфере пассажироперевозок осталось только две авиакомпании: «GraphAero Airlines» и «Aerofloat».

Авиакомпания «GraphAero Airlines» активно развивается. Ведь для получения большей прибыли... простите, для удобства пассажиров каждый месяц компания добавляет один новый рейс. Компании «Aerofloat» остаётся довольствоваться тем, что остаётся. А именно, единственная возможность удержаться на плаву — добавлять рейсы, дублирующие самые загруженные рейсы компании «GraphAero Airlines». Рейс является самым загруженным, если существует такая пара городов, что можно долететь (возможно, с пересадками) из одного города в другой, используя рейсы авиакомпании, но если этот рейс отменить — то долететь будет невозможно. Аналитикам компании «Aerofloat» необходимо постоянно контролировать ситуацию — сколько в данный момент существует самых загруженных рейсов.

Поскольку вы уже давно мечтаете летать по льготным ценам (скидка  $10^{-5}\%$ ), вы решили оказать посильную помощь. Помните: самолёты летают по всему миру! Между двумя крупными городами может быть более одного рейса, а города бывают настолько большими, что самолёты могут летать в пределах одного города. Рейсами можно пользоваться как в одну, так и в другую сторону.

#### Формат входных данных

Первая строка входного файла содержит целое число  $N$  ( $1 \leq N \leq 100\,000$ ) — количество городов и  $M$  ( $0 \leq M \leq 100\,000$ ) — изначальное число рейсов компании «GraphAero Airlines». Далее следует  $M$  строк, в каждой содержится описание очередного рейса — номера двух городов, между которыми осуществляется рейс. В следующей строке содержится число  $K$  ( $1 \leq K \leq 100\,000$ ) — количество добавленных рейсов. Далее содержится описание добавленных рейсов в таком же формате.

#### Формат выходных данных

После каждого добавления нового рейса выведите на отдельной строке одно число — количество самых загруженных рейсов.

#### Примеры

bridges.in	bridges.out
4 0	1
4	2
1 2	3
2 3	0
3 4	
1 4	
4 3	3
1 2	2
2 3	1
3 4	0
4	
1 1	
1 2	
1 3	
1 4	