

股票投資組合市場風險值模型

——歷史模擬法及蒙地卡羅模擬法比較

Equity Portfolio VaR Model

**—Historical simulation method and Monte Carlo simulation
method**

學號：110354009

姓名：鄧喻安

日期：2022 年 06 月 17 日

摘要

使用一個適合的風險值模型衡量市場風險，一方面是金融監理單位的要求，另一方面也是進行銀行的風險管理評估。本報告以歷史模擬法與蒙地卡羅模擬法兩種風險值模型，計算股票投資組合的報酬率與風險值，評估模型優劣的方法則使用回顧測試及 LR 檢定，藉以推估適合的風險值模型選擇。其中股票資料來自 Yahoo Finance，為三檔台灣 50 指數的成分股：國泰金（2882）、台灣塑膠（1301）、大立光（3008），使用固定權重投資組合策略下計算投資組合之報酬。實證結果顯示，歷史模擬法加上使用擴張視窗方式計算 VaR，所計算出的風險值最具保守性，十年的回顧測試結果也顯示穿透次數在 BIS 規範下屬綠燈區段，LR 檢定結果也顯示誤差率沒有顯著異於 1%，相較其他方式，歷史模擬法是較適合的模型。另外也探討回顧測試中負報酬低於預估的風險值發生區段，推測像是美中貿易戰及疫情擴散這類市場性系統風險，會使得風險值模型預測結果不準的影響。

壹、動機與目的

在風險管理領域中，銀行多使用風險值模型（Value-at-Risk Model，簡稱 VaR Model）衡量市場風險，計算銀行所使用投資組合的風險，而計算風險值所使用的模型主要為變異數-共變異數法、歷史模擬法和蒙地卡羅模擬法，接著再建立評量指標驗證模型的好壞，其中評量標準多為驗證其模型的準確性、保守性及效率性，本報告採取回顧測試（backtesting）及概似比檢定（Likelihood Ratio Test）評估與比較不同模型的結果優劣。

本報告希望針對股票一種資產部位，作為評估風險值的投資組合標的，接著分別用歷史模擬法、蒙地卡羅模擬法兩種方法做風險模型的計算，比較兩種模型的回顧測試及 LR 檢定結果，以達成以下研究目的：

1. 驗證哪個模型比較適用於計算股票的風險值。
2. 探討何種可能市場因素會影響風險值預測。

貳、文獻探討

金融商品種類多樣複雜，先前許多研究針對股票、外匯、債券三種部位做資產的投資組合，並針對報酬率計算風險值衡量市場風險，但當市場上有出現負面訊息時，對於價格的波動常常是起伏過大，黃介琳（2012）發現使用蒙地卡羅模擬法計算風險值時，以 t 分配產生亂數所估算的風險值較常態分配產生的更為保守，因此以 t 分配模擬的資產報酬結果較符合市場現況。

參、研究資料來源、期間範圍

一、投資組合標的選取

本報告考量股票的流通性，選取三檔台灣 50 指數的成分股：國泰金（2882）、台灣塑膠（1301）、大立光（3008），因考量產業的多元性，選取三個台灣龍頭產業類股代表，以上三檔股票分別來自金融保險業、工業、光電，作為評估風險值的股票投資組合標的。資產說明如下表 1，資料來源為 Yahoo Finance。

表 1 股票部位資產說明

資產名稱	數量
2882 國泰金	1000 股
1301 台灣塑膠	1000 股
3008 大立光	1000 股

資料來源：Yahoo Finance

二、 研究期間

從 2011 年 01 月 03 日到 2021 年 12 月 30 日。

肆、 研究方法

一、 風險值模型

(一) 歷史模擬法 (Historical Simulation Method)

此方法假設歷史的價格變動趨勢和未來相同，因此利用算出投資組合的過去報酬率資料預測未來的報酬率，將預期未來報酬值依小到大排列，分別取其第一百分位數及第五百分位數，即是持有期間一天在 1% 及 5% 顯著水準下的風險值。

(二) 蒙地卡羅模擬法 (Monte Carlo Simulation Method)

此方法假設資產投資組合價格變動服從某隨機過程，利用電腦模擬產生隨機價格的路徑，這裡的資產價格路徑是使用幾何布朗運動模型 (Geometric Brownian Motion Model ; GBM)，為選擇權定價的基礎，屬於韋那過程 (wiener process)，其特性是假設資產價格變動量與時間無關，並依此建構報酬的分配，然後推估風險，此種方法可以處理非常態模型。做蒙地卡羅的步驟如下：

1. 假設本報告投資組合內的三支股票報酬服從多變量標準常態。
2. 以樣本資料算出投資組合的三支股票報酬的相關係數矩陣。
3. 以 Cholesky 分解相關係數矩陣，得到一個上三角矩陣。

4. 從 t 分配中隨機抽出 3 個隨機變數，將隨機變數與上一步得到的上三角矩陣相乘，即得到三個相關的隨機變數。
5. 重複從 t 分配中抽出 5000 次隨機變數進行步驟 4，即得到 5000 個投資組合的報酬預估值，依小到大排列，分別取其第一百分位數及第五百分位數，即是持有期間一天在 1% 及 5% 顯著水準下的風險值。

步驟中使用到 Cholesky 分解是因為投資組合包含多支股票，我們要考量資產的相關性，因此將樣本的投資組合相關係數矩陣進行 Cholesky 分解後，與 T 分配的隨機變數相乘。另外，因考量金融資產報酬率呈現厚尾的性質，所以在步驟 5 使用 t 分配產生亂數。

二、波動度之計算

（一）擴張視窗（Expanding Window）

隨著每預估下一天的資料，過去每一天的資料都包含進去進算，所以會把過去所有資料都考慮。

（二）滾動視窗（Rolling Window）

視窗大小是固定的，隨著每預估下一天的資料，視窗就前進一天，只考慮近期的資料，而忽略過去的資料。

本報告中的歷史模擬法會以擴張視窗及滾動視窗兩種計算方式計算 VaR。

伍、風險值模型評估指標

一、回顧測試

透過回顧測試（backtesting）可以檢視風險值模型的優劣，此為根據 BIS 資本適足性規範，其規定銀行使用內部模型衡量市場風險時，要做回顧測試評估模型的可靠度。回顧測試的方法是計算過去 250 個營業日中，投資組合的實

際損失超過風險值的次數，稱為穿透次數，並看是否符合設定的信賴水準。若過去 250 天中，穿透次數在 4 次以內，屬綠燈區段，表示模型是可靠的；若穿透次數介於 5 至 9 次，屬黃燈區段，表示模型可能有正確上的疑慮；若穿透次數為 10 次以上，則屬紅燈區段，表示模型不可靠。

二、 概似比檢定

進一步實際計算誤差率，我們令回顧期間為 T 日，然後穿透次數為 N 次，則 N/T 即為誤差率，可以用來評估風險值模型的信賴水準是否達 $(1 - \alpha)\%$ ，不論低估或高估都表示模型不正確。因此使用 Kupiec (1995) 提出的概似比檢定 (Likelihood Ratio Test, 簡稱 LR 檢定) 檢定誤差率是否顯著不等於 α ，假設回顧期間 T 日內穿透次數服從二項分配，則 T 日內穿透次數為 N 次的機率為：

$$\binom{T}{N} P^N (1 - P)^{T-N}$$

虛無假設為 $H_0: P = \alpha$ ，檢定統計量為：

$$LR = -2\ln[\alpha^N (1 - \alpha)^{T-N}] + 2\ln\left[\left(\frac{N}{T}\right)^N \left(1 - \frac{N}{T}\right)^{T-N}\right]$$

在虛無假設下檢定統計量服從自由度為一的卡方分配。

陸、 實證結果

一、 報酬率敘述統計

本報告運用來自 Yahoo Finance 的國泰金 (2882)、台灣塑膠 (1301)、大立光 (3008) 三支股票資料，以固定權重 (fix-weighted) 的投資組合策略下計算三支股票的投資組合報酬，報酬率之敘述統計如下表 2，由表 2 可知報酬率分配呈現些微負偏態和高狹峰 (leptokurtic)，因此也回應文獻回顧中說明 t 分配較常態分配更能解釋實際金融市場報酬呈現厚尾高峰的資料形態。

表 2 投資組合報酬率敘述統計

樣本期間：2011/01/03 - 2021/12/30	
Mean	0.0529
Median	0.0348
Minimum	-7.8430
Maximum	5.9448
Standard deviation	1.4105
Skewness	-0.1353
Kurtosis	2.0993

資料來源：本報告整理。

接著畫過去所有資料期間的股票投資組合報酬率分配圖，並與常態分配亂數與 t 分配亂數產生的報酬率比較，如圖 1，可知若以常態分配計算左邊負報酬的部分會有低估的情形，而 t 分配的厚尾特性則可以掌握。

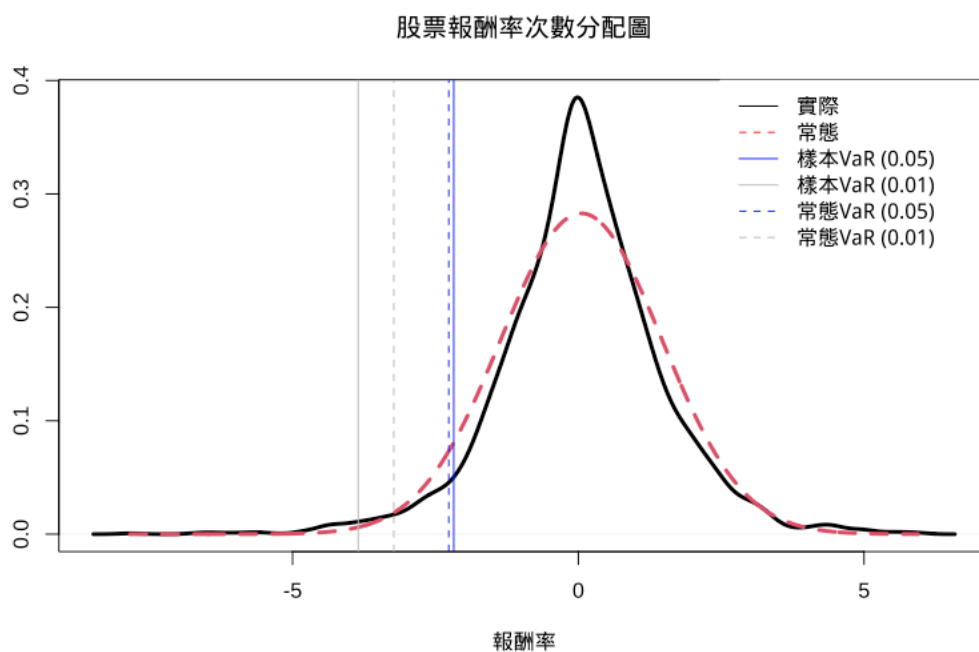


圖 1 股票投資組合報酬率次數分配圖

資料來源：本報告整理。

二、 風險值模型回顧測試結果

回顧測試日期自 2012 年 01 月 06 日至 2021 年 12 月 30 日，下圖 2 至圖 5 分別為歷史模擬法和蒙地卡羅模擬法的風險值模型的回顧測試結果，顯著水準分別為 5% 及 1%，由圖結果可以看出，在 2015 年 08 月的一波台股報酬下跌，推測是由於中國上海、深圳股市交易指數暴跌而連帶導致台股受挫，在 5% 顯著水準下，不論是歷史模擬法還是蒙地卡羅模擬法皆無法捕捉到此市場性系統風險事件影響；不過在 1% 顯著水準下，歷史模擬法在擴張視窗及移動視窗兩種算法下，皆有大致預估出趨勢，使穿透次數減少許多。另外，在 2018 年 10 月由於美中貿易戰的緣故，使得台股幾次大幅下跌，不論在多少顯著水準下，兩種方法也都無法捕捉到此事件。最後，在 2020 年 03 月因應全球疫情影響，也導致台股受挫，模型的預估沒成功預測。

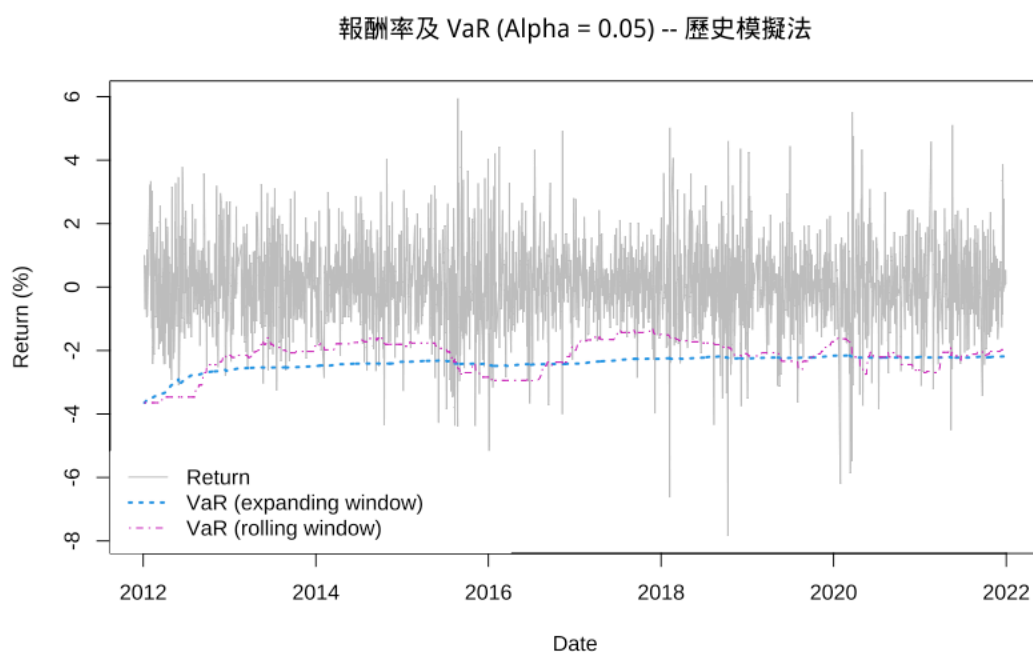
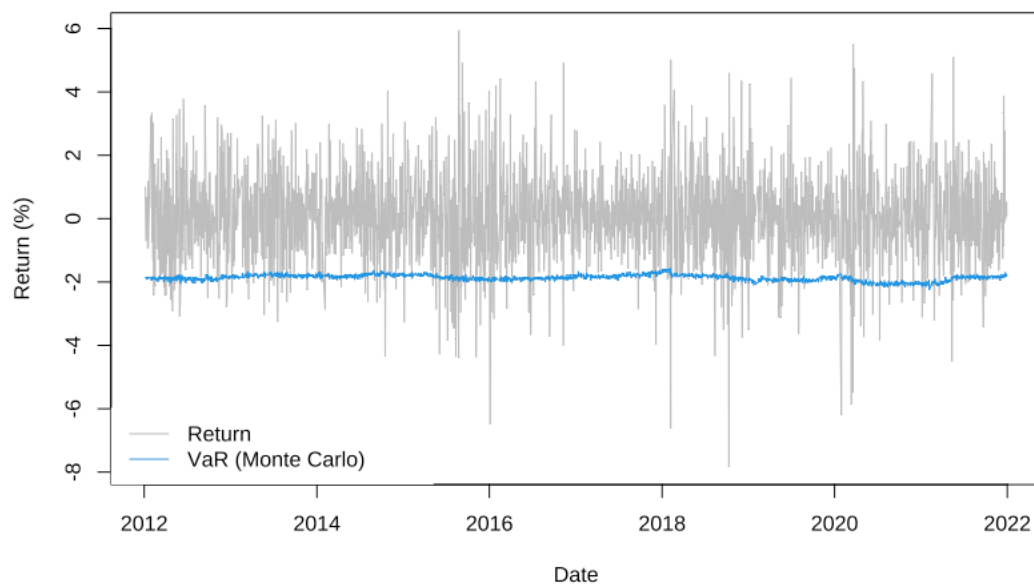


圖 2 歷史模擬法回顧測試結果 ($\alpha=0.05$)

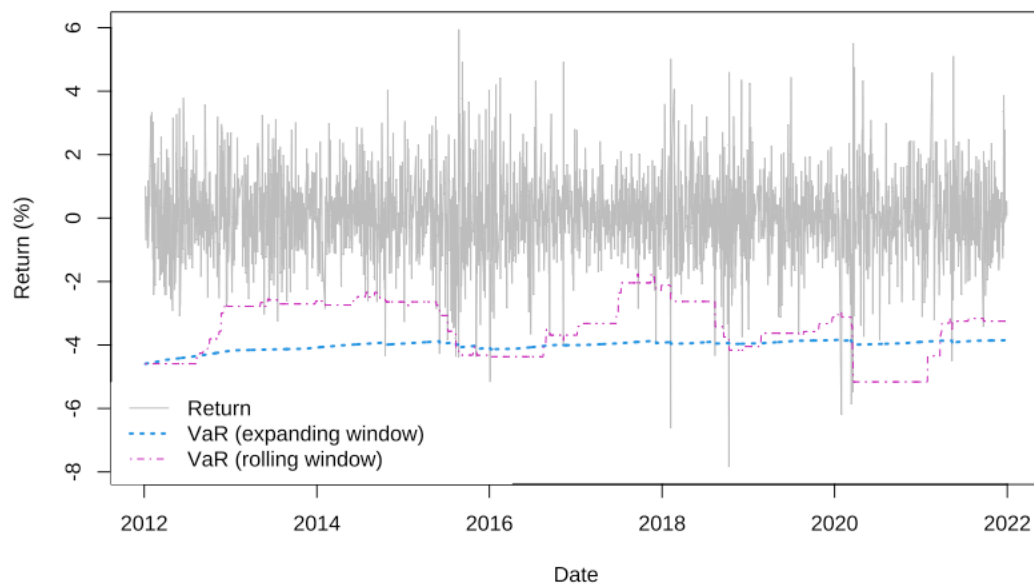
資料來源：本報告整理。

報酬率及 VaR (Alpha = 0.05) -- 蒙地卡羅模擬法

圖 3 蒙地卡羅模擬法回顧測試結果 ($\alpha=0.05$)

資料來源：本報告整理。

報酬率及 VaR (Alpha = 0.01) -- 歷史模擬法

圖 4 歷史模擬法回顧測試結果 ($\alpha=0.01$)

資料來源：本報告整理。

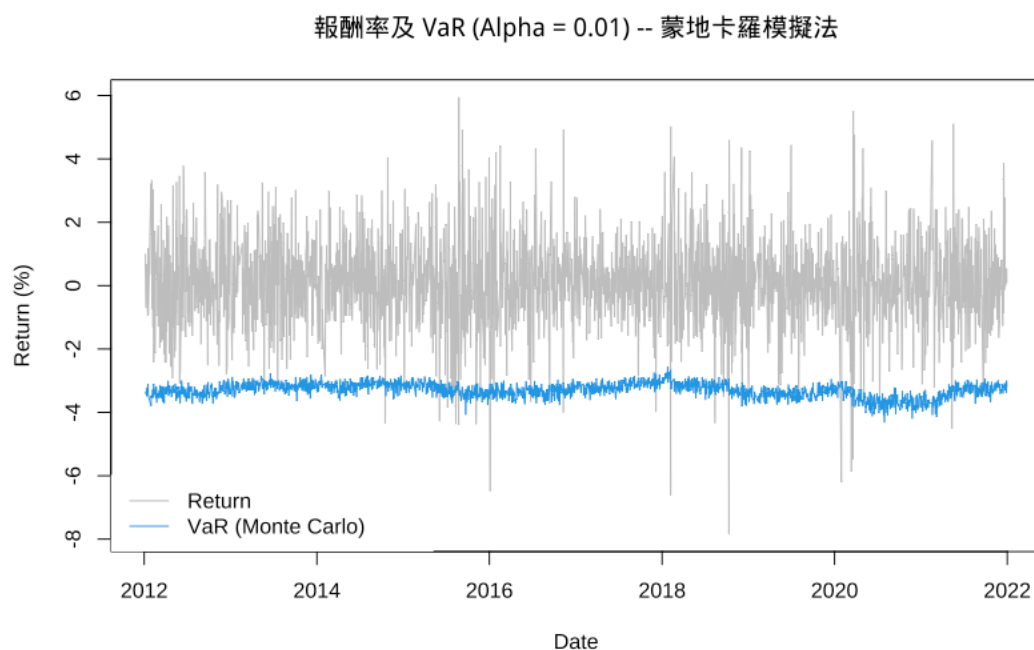


圖 5 蒙地卡羅模擬法回顧測試結果 ($\alpha=0.01$)

資料來源：本報告整理。

三、 風險值模型統計檢定結果

經過回顧測試後，進一步看每年的穿透次數及誤差率，這裡只看顯著水準為 1% 下的穿透次數，結果如表 3，依 BIS 標準，僅有用歷史模擬法—移動視窗下的風險值估計模型在 2015 年的穿透次數為 7 次，屬於黃燈區段，其餘歷史模擬法模型在各年份下均屬綠燈區段，顯示歷史模擬法模型是可靠的；蒙地卡羅模擬法在 2015 年的穿透次數為 9 次，2018 年的穿透次數為 6 次，2020 年的穿透次數為 7 次，在樣本的 10 年資料中，已有三年落入黃燈區段，因此利用蒙地卡羅模擬法風險值模型計算這三支股票投資組合的市場風險是有疑慮的。接著，針對穿透次數做 LR 檢定，只有蒙地卡羅模擬法在 2015 年出現顯著的情形 ($10.2290 > \text{臨界值} = 6.355$)，該年的模型誤差率高於 1%，其餘年份在三種方法下 LR 檢定結果皆為不顯著，表示誤差率沒有顯著異於 1%，風險值估計得當。

表 3 LR 統計檢定結果

		歷史模擬法 —擴張視窗	歷史模擬法 —移動視窗	蒙地卡羅模擬法
2012 年	穿透次數	0	1	0
	誤差率	0%	0.4%	0%
	LR 值	5.0252	1.1765	5.0252
2013 年	穿透次數	0	3	0
	誤差率	0%	1.2%	0%
	LR 值	5.0252	0.0949	5.0252
2014 年	穿透次數	1	4	1
	誤差率	0.4%	1.6%	0.4%
	LR 值	1.1765	0.7691	1.1765
2015 年	穿透次數	4	7	9
	誤差率	1.6%	2.8%	3.6%
	LR 值	0.7691	5.4970	10.2290
2016 年	穿透次數	2	3	4
	誤差率	0.8%	1.2%	1.6%
	LR 值	0.1084	0.0949	0.7691
2017 年	穿透次數	1	4	1
	誤差率	0.4%	1.6%	0.4%
	LR 值	1.1765	0.7691	1.1765
2018 年	穿透次數	3	4	6
	誤差率	1.2%	1.6%	2.4%
	LR 值	0.0949	0.7691	3.5554
2019 年	穿透次數	0	1	2
	誤差率	0%	0.4%	0.8%
	LR 值	5.0252	1.1765	0.1084
2020 年	穿透次數	4	4	7
	誤差率	1.6%	1.6%	2.8%

		歷史模擬法 —擴張視窗	歷史模擬法 —移動視窗	蒙地卡羅模擬法
	LR 值	0.7691	0.7691	5.4970
2021 年	穿透次數	1	3	1
	誤差率	0.4%	1.2%	0.4%
	LR 值	1.1765	0.0949	1.1765

資料來源：本報告整理。

柒、 研究結論與建議

本報告以歷史模擬法及蒙地卡羅模擬法兩種方法建構風險值模型，就股票一種資產部位，三支股票的投資組合報酬率作為標的，並以回顧測試及 LR 檢定來評估兩種風險值模型的預測成果優劣，由實證結果得到以下結論：

1. 風險值模型回顧測試及 LR 檢定結果顯示，歷史模擬法—擴張視窗風險值模型對負報酬的估計屬於最保守的估計方式，穿透次數在 BIS 規範下每年皆屬綠燈區段，LR 檢定結果也都不顯著，表示誤差率都沒有顯著異於 1%；而歷史模擬法—移動視窗風險值模型對負報酬的估計也算合宜，因 LR 檢定結果每年皆不顯著，表示誤差率沒有顯著異於 1%，從穿透次數來看，除了 2015 年的穿透次數在 BIS 規範下屬黃燈區段，其餘年份皆屬綠燈區段，因此以歷史模擬法作為建構風險值模型的方法，在股票投資組合下是穩健合宜之方法；不過，觀察蒙地卡羅模擬法對風險值的估計結果，有三年的穿透次數在 BIS 規範下屬於黃燈區段，其中有一年的 LR 檢定結果為顯著，表示該年的誤差率顯著異於 1%，顯示以 t 分配產生亂數的蒙地卡羅方法，雖然在文獻上看來比常態分配更能預估資產報酬率的厚尾特性，但就此三支股票投資組合的風險值而言，估計結果沒有比歷史模擬法更準確。綜合以上結果，估算股票投資組合的風險值時，採用歷史模擬法較好。
2. 在回顧測試結果中，探討其負報酬低於預估風險值發生區段，配合當時市場重大事件，推測主要造成穿透的三個事件分別為交易指數暴跌造成恐慌、美中貿易戰到達高峰以及全球疫情擴散帶來大家對於景氣衰退的疑慮，像是此類的市場性系統風險，常造成股市大幅度下跌，也影響到風險值預測失準。

另外，也有針對未來努力目標給予建議，本報告採用的投資組合僅考量股票一種部位，且也只選取三支股票做投資組合，實際銀行運作上，投資組合資產不只股票，還會加上外匯及債券等部位，而且投資組合可能每天都會更動，這部分除了技術上的加強外，仍需要實際的銀行投資組合資料才能實際模擬風險值模型的運作。

參考文獻

- 李曉菁、林彥豪、林朝陽(2006)，「市場風險值模型之驗證及比較分析——以股票、外匯、債券為例」，貨幣觀測與信用評等 2006 年 3 月。
- 黃介琳(2012)，「VaR 蒙地卡羅模擬法亂數產生——t 分配與常態分配之比較」，貨幣觀測與信用評等 2012 年 9 月。
- 劉美纓(2003)，「銀行風險值模型之回顧測試與壓力測試——保守性、準確度及效率性」，2003 年商情資料庫分析與建構之研究成果發表文章。