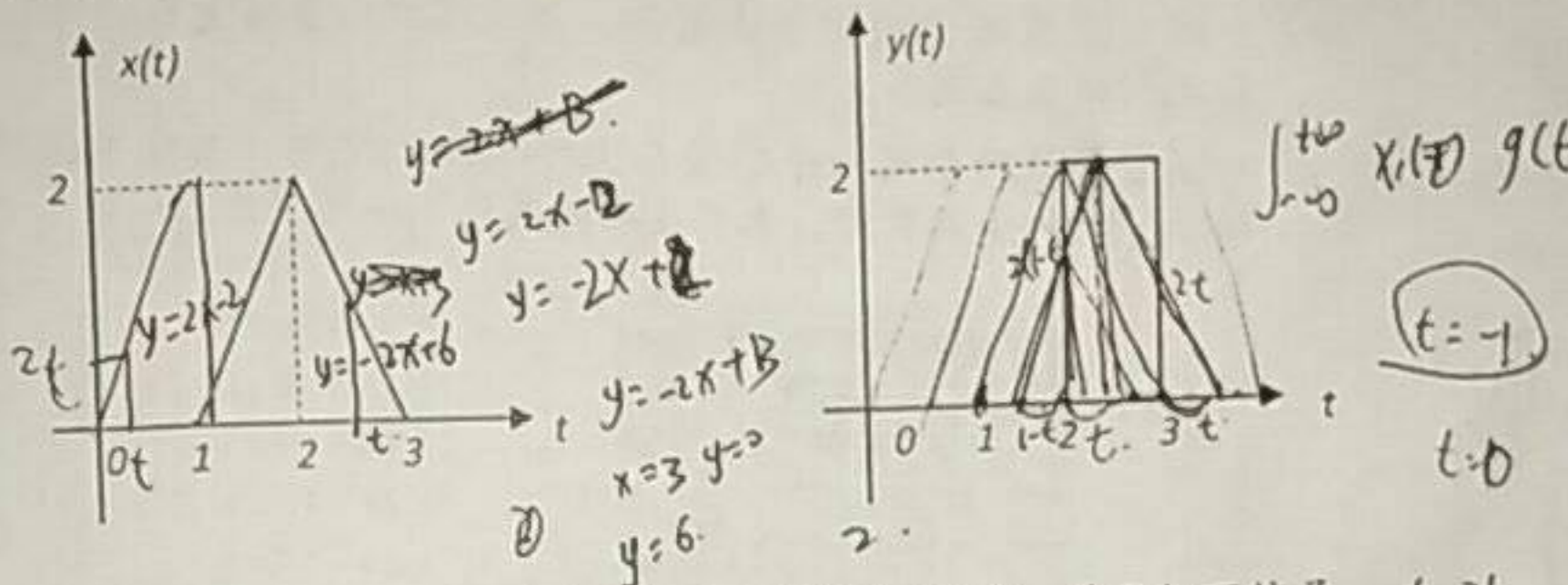


清华大学本科生考试试题专用纸

考试课程: 信号处理原理 (B卷) 2016年1月9日

1. (6分) 请绘制下列两个信号相加、相乘、卷积的结果信号。



2. (16分) 设连续时间信号 $f_0(t)$ 的傅里叶变换为 $F_0(\omega)$, 并且如下信号

$$f_1(t) = f_0(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_1)$$

$$f_2(t) = f_0(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_2)$$

对应的傅里叶变换分别为 $F_1(\omega)$ 和 $F_2(\omega)$ 。

(1) 分别求 $F_0(\omega)$ 与 $F_1(\omega)$ 、 $F_2(\omega)$ 的关系。

(2) 设 $f_1(t)$ 的傅里叶级数为 F_n , 分别求它与 $F_0(\omega)$ 、 $F_1(\omega)$ 的关系。

3. (10分) 已知 $f(t)$ 的频谱函数为 $F(\omega)$, $\omega_0 = 2\pi/T$, 试证明:

$$T \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(n\omega_0)$$

4. (10分) 对某信号以 8KHz 采样得 512 个采样点, 进行 512 点 FFT。

(1) 求 FFT 的频率间隔。

(2) 将信号补零为 4096 个采样点, 再计算 FFT, 频率间隔又是多少?

5. (10分) 对一个连续时间信号进行采样, 采样率为 10KHz, 共采得 10ms 的数据。希望利用 N 点 FFT 计算均匀分布在 $[2.5 \sim 5)$ KHz 频率范围上的 128 个频率点的频谱。试回答下列问题:

(1) 进行 FFT 运算时最合适的点数 N

(2) 频段 $[2.5 \sim 5)$ KHz 对应 FFT 变换结果中的哪些点?

6. (5分) 设 $x(n)$ 长度为 L , 其 N 点与 mN 点 DFT 分别为 $X_N(k)$ 和 $X_{mN}(k)$, 证明:

$$X_N(k) = X_{mN}(mk) \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

7. (8分) 下图为 8×8 的正交 Haar 小波基, 用于灰度图像的小波变换。

- (1) 如图中虚线所示的四个小波基, 以一、二句话简述这四个小波基之间的相互关系。
- (2) 如图中实线所示的一个小波基, 对一 8×8 的图像 (其像素值如下所示) 进行小波变换, 求变换后的图像及小波系数。



1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7	8
8	7	6	5	4	3	2	1
8	7	6	5	4	3	2	1
1	2	3	4	8	7	6	5
1	2	3	4	8	7	6	5
5	6	7	8	4	3	2	1
5	6	7	8	4	3	2	1

8. (10分) 两个滤波器的差分方程分别为

$$y_1(n) + 0.2y_1(n-1) = x_1(n) - 0.2x_1(n-1)$$

$$y_2(n) - 0.1y_2(n-1) + 0.4y_2(n-2) = 0.5x_2(n)$$

求将两滤波器分别进行级联和并联后, 各自总的传递函数。

9. (15分) 已知差分方程为 $y(n) + 0.2y(n-1) - 0.24y(n-2) = x(n) + x(n-1)$

(1) 求系统函数 $H(z)$

(2) 说明系统函数的收敛域以及稳定性和因果性。

(3) 求系统的单位冲激响应 $h(n)$ 。

10. (10分) 需要一个通带边缘为 8kHz , 阻带边缘为 6kHz 的高通滤波器, 阻带增益至少比通带增益低 40dB 。采样频率为 22kHz 。用窗函数法设计一个 FIR 滤波器, 并给出它的单位冲激响应的表达式。

设计 FIR 滤波器时参考的各种窗函数性能

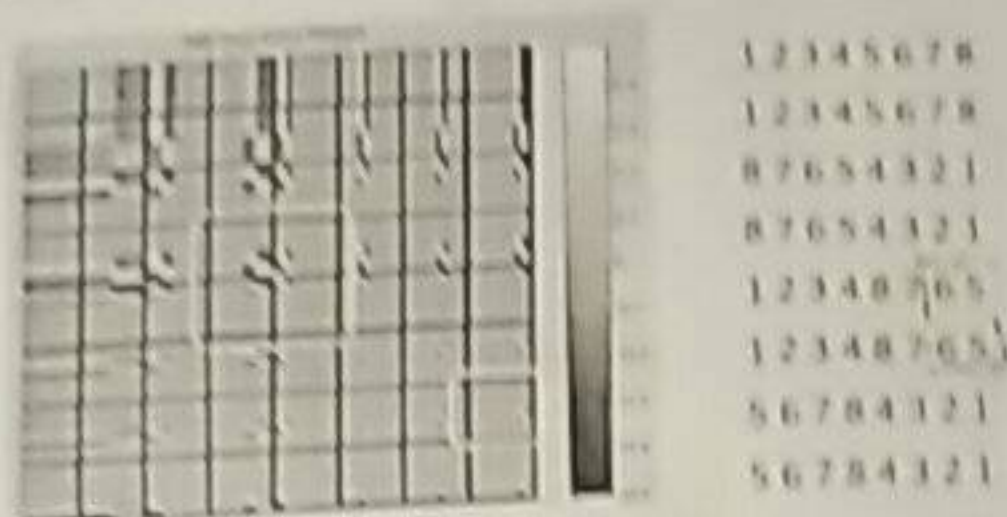
6. (5分) 设 $x(n]$ 长度为 L ，其 N 点 FFT 为 $X_N(k)$ 和 $X_{N+L}(k)$ 。

$$X_N(k) = X_{N+L}(mk) \quad k=0,1,\dots,N-1$$

7. (8分) 下图为 8×8 的正交 Haar 小波基，用于灰度图像的小波变换。

(1) 如图中虚线所示的四个小波基，以一、二句话简述这四个小波基之间的相互关系。

(2) 如图中虚线所示的一个小波基，对 8×8 的图像（其像素值如下所示）进行小波变换，求变换后的图像及小波系数。



8. (10分) 两个滤波器的差分方程分别为

$$y_1(n) + 0.2y_1(n-1) = x_1(n) - 0.2x_1(n-1)$$

$$y_2(n) - 0.1y_2(n-1) + 0.4y_2(n-2) = 0.5x_2(n)$$

求将两滤波器分别进行级联和并联后，各自总的传递函数。

9. (15分) 已知差分方程为 $y(n) + 0.2y(n-1) - 0.24y(n-2) = x(n) + x(n-1)$

(1) 求系统函数 $H(z)$

(2) 说明系统函数的收敛域以及稳定性和因果性。

(3) 求系统的单位冲激响应 $h(n]$ 。

10. (10分) 需要一个通带边缘为 8kHz ，阻带边缘为 6kHz 的高通滤波器，阻带增益至少比通带增益低 40dB 。采样频率为 22kHz 。用窗函数法设计一个 FIR 滤波器，并给出它的单位冲激响应的表达式。

设计 FIR 滤波器时参考的各种窗函数性能

- 矩形窗: $w(n) = 1$, 窗内项: $0.91f_s/T.W.$, 阻带衰减 21dB
- 汉宁窗: $0.5 + 0.5 \cos(2\pi n/(N-1))$, 窗内项: $3.32f_s/T.W.$, 阻带衰减 44dB
- 哈明窗: $0.54 + 0.46 \cos(2\pi n/(N-1))$, 窗内项: $3.44f_s/T.W.$, 阻带衰减 55dB
- N 表示窗内项数, $T.W.$ 表示滤波器的过渡带宽度。

