

清华大学本科生期末考试试卷A

信号处理原理

2013.01.08 08:00-10:00 一教101, 104

1. (5分) 双音频电话机在按键时会产生双音频信号, 包含不同频率的声音。各按键声音中包含的两个频率值如下表所示:

频率(Hz)	1209	1336	1477
697	1	2	3
770	4	5	6
852	7	8	9
941	*	0	#

如果以8000Hz对按键声音进行采样, 所按数字序列为36597580, 每次按键持续时间为1秒, 两次按键之间的间隔时间忽略不计, 请你画出上述按键序列声音的时频分布的示意图(黑白二值图)——横轴为时间(单位为秒), 纵轴为频率(单位为赫兹), 范围为600Hz ~ 1600Hz。仅考虑音频信号中的主要频率分量, 并假定频率分量的能量相同。

2. (10分) 已知 $f(t)$ 的频谱函数为 $F(\omega)$, 试证明:

$$T \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(n\omega_0)$$

其中, $\omega_0 = 2\pi/T$.

3. (8分) 使用双线性变换法设计低通IIR滤波器, 要求: -3dB处的频率为1600Hz, 2000Hz处的增益下降到-25dB。设采样频率为8000Hz, 请计算合适的滤波器阶数, 下面是可能用到的公式。

- 模拟频率 Ω 与数字频率 ω 之间的预扭曲方程为 $\Omega = 2f_s \tan(\omega/2)$
- 模拟低通巴特沃斯滤波器的阶数计算公式如下:

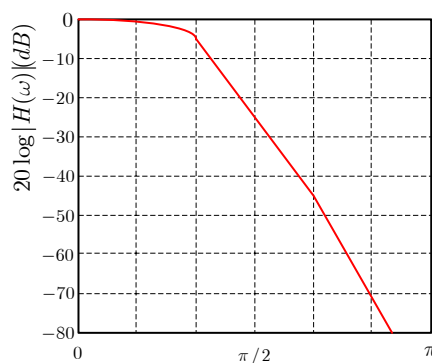
$$n \geq \frac{\log\left(\frac{1}{\delta_s^2} - 1\right)}{2 \log\left(\frac{\Omega_s}{\Omega_p}\right)}, \quad n \in Z$$

其中, Ω_s 为阻带边缘模拟频率, Ω_p 为通带边缘模拟频率。

4. (5分) 某信号最初只含有两个频率分量, 分别是 $f_1 = 2\text{kHz}$ 和 $f_2 = 3\text{kHz}$ 。因为某种原因, 该信号中混入了一个新频率分量, 位于原有两分量频率之间。为了确定新分量的频率值, 对混合信号以10kHz采样并进行分析, 利用20ms的采样数据, 可以从频谱图中发现那个新的频率分量。试根据以上叙述, 求新频率分量可能的频率范围。

5. (8分) 已知某数字滤波器在采样频率为12kHz时的幅度频率响应如下图所示

- 试画出滤波器对实际物理频率的幅频响应曲线
- 图中所示低通滤波器的带宽是多少赫兹? (带宽指-3dB处的频率值)
- 若信号采样频率改为30KHz, 则图中所示低通滤波器的带宽又是多少赫兹?
- 为什么图中数字滤波器幅频响应的横坐标范围为 $0 \sim \pi$?



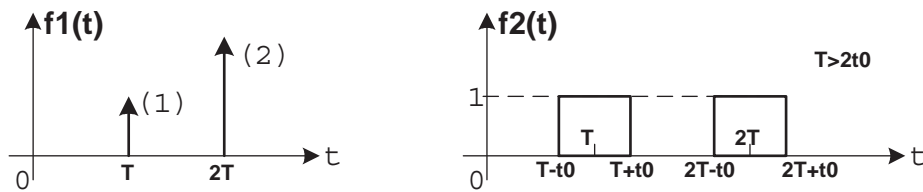
6. (8分) 以下离散时间系统是时不变的, 还是时变的? 试分别证明之。

- (a) $y(n) = x(n) - x(n-1)$
- (b) $y(n) = nx(n)$
- (c) $y(n) = x(-n)$
- (d) $y(n) = x(n) \cos(\omega_0 n)$

7. (8分) 试判断下列输入-输出方程所描述的系统是线性的还是非线性的。证明你的结论。

- (a) $y(n) = nx(n)$
- (b) $y(n) = x(n^2)$
- (c) $y(n) = x^2(n)$
- (d) $y(n) = e^{x(n)}$

8. (6分) 求下列两个信号的卷积结果, 绘出最终的结果信号的图形。



9. (18分) 一个线性时不变系统由以下系统函数描述:

$$H(z) = \frac{3 - 4z^{-1}}{1 - 3.5z^{-1} + 1.5z^{-2}}$$

- (a) 画出系统的信号流程图。
 - (b) 画出 $H(z)$ 的零极点图。
 - (c) 求 $H(z)$ 可能的收敛域。
 - (d) 若系统是稳定的, 求相应的 $h(n)$ 。
 - (e) 若系统是因果的, 求相应的 $h(n)$ 。
 - (f) 若系统是非因果的, 求相应的 $h(n)$ 。
10. (12分) 已知序列 $x_1(n) = \{2, 1, 2, 1\}$ 和 $x_2(n) = \{1, 2, 3, 4\}$ 。
- (a) 根据线卷积定义, 在时域计算线卷积。
 - (b) 根据圆卷积定义, 在时域计算4点圆卷积。
 - (c) 使用4点DFT和IDFT, 通过频域乘积来计算4点圆卷积。要求给出各序列的频谱值、频谱值乘积等中间结果。
11. (12分) 对信号 $f(t)$ 进行理想采样, 所得采样信号的频谱是周期的, 下图是频谱图的一部分, 其中3个频谱分量的冲激强度均为1 (图中省略了各分量冲激强度的标示)。设采样频率为10KHz, 若已知 $f_1 = 2\text{KHz}$ 和 $f_3 = 4\text{KHz}$ 是原信号 $f(t)$ 中真实存在的频谱分量, 而 $f_2 = 3\text{KHz}$ 是虚假的频谱分量, 即原信号 $f(t)$ 中并不存在3KHz的频率成分。试回答:
- (a) 为什么会在采样信号中出现原信号中没有的频率成分?
 - (b) 当采样频率改为12KHz时, 采样信号频谱图中的“频谱分量” f_2 的位置发生了平移变化, 但仍然是“虚假”的, 则在所有的可能性中, 若“虚假”频谱分量只对应单个实际信号分量, 则该分量的物理频率最小值是多大?
 - (c) 根据前一问的结论, 画出12KHz采样时采样信号的频谱图, 并注明是否是频谱周期的。

