

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский  
национальный исследовательский университет информационных технологий,  
механики и оптики»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

ОТЧЕТ  
ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ 5  
ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ФУНКЦИИ  
ВАРИАНТ 12

Студент: Пышкин Никита Сергеевич, Р3213

Преподаватель:

Санкт Петербург 2025

## Содержание

Цель лабораторной работы .....	3
Порядок выполнения лабораторной работы.....	3
Рабочие формулы.....	4
Вычислительная часть задания .....	4
Листинг программы .....	6
Результаты работы программы .....	8
Вывод.....	9

## Цель лабораторной работы

Цель лабораторной работы: решить задачу интерполяции, найти значения функции при заданных значениях аргумента, отличных от узловых точек.

## Порядок выполнения лабораторной работы

### Вычислительная реализация задачи:

1. Выбрать из табл. 1 заданную по варианту таблицу  $y = f(x)$  (таблица 1.1 – таблица 1.5);
2. Построить таблицу конечных разностей для заданной таблицы. Таблицу отразить в отчете;
3. Вычислить значения функции для аргумента  $X1$  (см. табл.1), используя первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона. Обратить внимание какой конкретно формулой необходимо воспользоваться;
4. Вычислить значения функции для аргумента  $X2$  (см. табл. 1), используя первую или вторую интерполяционную формулу Гаусса. Обратить внимание какой конкретно формулой необходимо воспользоваться;

### Программная реализация задачи:

1. Исходные данные задаются тремя способами:
  - a) в виде набора данных (таблицы  $x, y$ ), пользователь вводит значения с клавиатуры;
  - b) в виде сформированных в файле данных (подготовить не менее трех тестовых вариантов);
  - c) на основе выбранной функции, из тех, которые предлагает программа, например,  $\sin x$ . Пользователь выбирает уравнение, исследуемый интервал и количество точек на интервале (не менее двух функций)
2. Сформировать и вывести таблицу конечных разностей;
3. Вычислить приближенное значение функции для заданного значения аргумента, введенного с клавиатуры, указанными методами (см. табл. 2). Сравнить полученные значения;
4. Построить графики заданной функции с отмеченными узлами интерполяции и интерполяционного многочлена Ньютона/Гаусса (разными цветами);
5. Программа должна быть протестирована на различных наборах данных, в том числе и некорректных.
6. Проанализировать результаты работы программы.

## Рабочие формулы

**Интерполяционная формула Ньютона (для левой половины отрезка):**

$$t = \frac{x - x_0}{h}$$

$$N_n(x) = y_i + t\Delta y_i + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_i + \dots + \frac{t(t-1)\dots(t-n+1)}{n!}\Delta^n y_i$$

**Интерполяционная формула Ньютона (для правой половины отрезка):**

$$t = \frac{x - x_n}{h}$$

$$N_n(x) = y_n + t\Delta y_{n-1} + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_{n-2} + \dots + \frac{t(t-1)\dots(t-n+1)}{n!}\Delta^n y_0$$

**Первая интерполяционная форма Гаусса ( $x > a$ ):**

$$P_n(x) = y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_{-1} + \frac{(t+1)t(t-1)}{3!}\Delta^3 y_{-1} + \dots \\ + \frac{(t+n-1)\dots(t-n+1)}{(2n-1)!}\Delta^{2n-1} y_{-(n-1)} + \frac{(t+n-1)\dots(t-n)}{(2n)!}\Delta^{2n} y_{-n}$$

**Вторая интерполяционная форма Гаусса ( $x < a$ ):**

$$P_n(x) = y_0 + t\Delta y_{-1} + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_{-1} + \frac{(t+1)t(t-1)}{3!}\Delta^3 y_{-2} + \dots \\ + \frac{(t+n-1)\dots(t-n+1)}{(2n-1)!}\Delta^{2n-1} y_{-n} + \frac{(t+n)\dots(t-n+1)}{(2n)!}\Delta^{2n} y_{-n}$$

## Вычислительная часть задания

**Таблица 1:**

x	y
0.50	1.5320
0.55	2.5356
0.60	3.5406
0.65	4.5462
0.70	5.5504
0.75	6.5559
0.80	7.5594

**Таблица конечных разностей:**

	$y_i$	$\Delta y_i$	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$	$\Delta^6 y_i$
--	-------	--------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

$x_0$	1.5320	1.0036	0.0014	-0.0008	-0.0012	0.0059	-0.0166
$x_1$	2.5356	1.0050	0.0006	-0.0020	0.0047	-0.0107	
$x_2$	3.5406	1.0056	-0.0014	0.0027	-0.0060		
$x_3$	4.5462	1.0042	0.0013	-0.0033			
$x_4$	5.5504	1.0055	-0.002				
$x_5$	6.5559	1.0035					
$x_6$	7.5594						

**Вычисляем значение  $X_1$  формулой Ньютона:**

$$x_0 < X_1 (= 0.523) < x_1$$

$$t = \frac{0.523 - 0.50}{0.05} = 0.46$$

$$N_n(x) = y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \dots + \frac{t(t-1)\dots(t-n+1)}{n!}\Delta^n y_0$$

$$\begin{aligned}
& 1.5320 + 0.46 * 1.0036 + \frac{0.46(0.46-1)}{2} * 0.0014 - \frac{0.46(0.46-1)(0.46-2)}{6} \\
& * 0.0008 - \frac{0.46(0.46-1)(0.46-2)(0.46-3)}{24} * 0.0012 \\
& + \frac{0.46(0.46-1)(0.46-2)(0.46-3)(0.46-4)}{120} * 0.0059 \\
& - \frac{0.46(0.46-1)(0.46-2)(0.46-3)(0.46-4)(0.46-5)}{720} * 0.0166
\end{aligned}$$

$$1.5320 + 0.461656 - 0.00017388 - 0.000051 - 0.000049 + 0.000169 + 0.00036 = 1.99391$$

$$N_n(0.523) = 1.99391$$

**Вычисляем значение  $X_2$  формулой Гаусса:**

Перепишем таблицу разностей для формулы Гаусса:

	$y_i$	$\Delta y_i$	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$	$\Delta^6 y_i$
$x_{-3}$	1.5320	1.0036	0.0014	-0.0008	-0.0012	0.0059	-0.0166
$x_{-2}$	2.5356	1.0050	0.0006	-0.0020	0.0047	-0.0107	
$x_{-1}$	3.5406	1.0056	-0.0014	0.0027	-0.0060		
$x_0$	4.5462	1.0042	0.0013	-0.0033			
$x_1$	5.5504	1.0055	-0.002				
$x_2$	6.5559	1.0035					
$x_3$	7.5594						

$$X_2(= 0.639) < a (= 0.65)$$

$$t = \frac{0.639 - 0.65}{0.05} = -0.22$$

$$P_n(x) = y_0 + t\Delta y_{-1} + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_{-1} + \frac{(t+1)t(t-1)}{3!}\Delta^3 y_{-2} + \dots$$

$$+ \frac{(t+n-1)\dots(t-n+1)}{(2n-1)!}\Delta^{2n-1}y_{-n} + \frac{(t+n)\dots(t-n+1)}{(2n)!}\Delta^{2n}y_{-n}$$

$$P_n(x) = 4.5462 - 0.22 * 1.0056 + \frac{0.22(-0.22-1)}{2} * 0.0014$$

$$+ \frac{(-0.22+1)0.22(-0.22-1)}{6} * 0.0020$$

$$- \frac{(-0.22+1)0.22(-0.22-1)(-0.22+2)}{24} * 0.0047$$

$$- \frac{(-0.22+2)(-0.22+1)0.22(-0.22-1)(-0.22-2)}{120} * 0.0059$$

$$+ \frac{(-0.22+3)(-0.22+2)(-0.22+1)0.22(-0.22-1)(-0.22-2)}{720}$$

$$* 0.0166$$

$$4.5462 - 0.22123 + 0.00019 + 0.00007 - 0.000073 - 0.00004 + 0.000053$$

$$= 4.32517$$

$$P_n(0.639) = 4.32517$$

## Листинг программы

### Метод Гаусса:

```
import math

def gauss_interpolation(x_vals, diffs, x):

    n = len(x_vals)

    h = x_vals[1] - x_vals[0]

    m = n // 2

    t = (x - x_vals[m]) / h

    result = diffs[0][m]

    for k in range(1, n):

        P = 1.0
```

```

        offset = k // 2
        for j in range(k):
            P *= (t - offset + j)

        i = m - offset
        if i < 0 or i >= len(diffs[k]):
            break

        result += P * diffs[k][i] / math.factorial(k)

    return result

```

### **Метод Ньютона:**

```

def newton_interpolation(x_vals, diffs, x):
    n = len(x_vals)

    h = x_vals[1] - x_vals[0]
    t = (x - x_vals[0]) / h
    result = diffs[0][0]
    product = 1

    for k in range(1, n):
        product *= (t - (k - 1)) / k
        result += product * diffs[k][0]

    return result

```

### **Метод Лагранжа:**

```

def lagrange_interpolation(x_vals, y_vals, x):
    n = len(x_vals)

    result = 0
    for i in range(n):
        term = y_vals[i]

        for j in range(n):

```

```

        if j != i:
            term *= (x - x_vals[j]) / (x_vals[i] - x_vals[j])

    result += term

return result

```

## Результаты работы программы

### Вариант 1:

Выберите способ ввода данных:

1. Ввод с клавиатуры
2. Загрузка из файла
3. Генерация на основе функции

Ваш выбор: 1

Введите значения x через пробел: 1 2 3

Введите значения y через пробел: 1 2 4

Таблица значений:

x: 1.0000 2.0000 3.0000

y: 1.0000 2.0000 4.0000

Таблица конечных разностей:

x	y	$\Delta y$	$\Delta^2 y$
1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2.0000	2.0000	2.0000	
3.0000	4.0000		

Введите значение x, которое хотите найти: 3

Полученное значение для интерполяции Гаусса: 4.0

Полученное значение для интерполяции Ньютона: 4.0

Полученное значение для интерполяции Лагранжа: 4.0

### Вариант 2:

Выберите способ ввода данных:

1. Ввод с клавиатуры
2. Загрузка из файла



### 3. Генерация на основе функции

Ваш выбор: 2

Введите имя файла: txt/2.txt

Таблица значений:

x: 1.0000 2.0000 3.0000 4.0000 5.0000

y: 1.1230 2.1230 4.2080 8.6460 16.4850

Таблица конечных разностей:

x	y	$\Delta y$	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$
1.0000	1.1230	1.0000	1.0850	1.2680	-0.2200
2.0000	2.1230	2.0850	2.3530	1.0480	
3.0000	4.2080	4.4380	3.4010		
4.0000	8.6460	7.8390			
5.0000	16.4850				

Введите значение x, которое хотите найти: 3.57

Полученное значение для интерполяции Гаусса: 6.3770427155750005

Полученное значение для интерполяции Ньютона: 6.3770427155750005

Полученное значение для интерполяции Лагранжа: 6.377042715575

### Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы я изучил интерполяционные методы и реализовал их на языке Python.