Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

ОТЧЕТ

ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ 5

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ФУНКЦИИ

ВАРИАНТ 12

­

Студент: Пышкин Никита Сергеевич, P3213

Преподаватель:

Санкт Петербург 2025

Содержание

[**Цель лабораторной работы** 3](#_Toc196915677)

[**Порядок выполнения лабораторной работы** 3](#_Toc196915678)

[**Рабочие формулы** 4](#_Toc196915679)

[**Вычислительная часть задания** 4](#_Toc196915680)

[**Листинг программы** 6](#_Toc196915681)

[**Результаты работы программы** 8](#_Toc196915682)

[**Вывод** 9](#_Toc196915683)

# **Цель лабораторной работы**

Цель лабораторной работы: решить задачу интерполяции, найти значения функции при заданных значениях аргумента, отличных от узловых точек.

# **Порядок выполнения лабораторной работы**

**Вычислительная реализация задачи:**

1. Выбрать из табл. 1 заданную по варианту таблицу 𝑦 = 𝑓(𝑥) (таблица 1.1 – таблица 1.5);

2. Построить таблицу конечных разностей для заданной таблицы. Таблицу отразить в отчете;

3. Вычислить значения функции для аргумента 𝑋1 (см. табл.1), используя первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона. Обратить внимание какой конкретно формулой необходимо воспользоваться;

4. Вычислить значения функции для аргумента 𝑋2 (см. табл. 1), используя первую или вторую интерполяционную формулу Гаусса. Обратить внимание какой конкретно формулой необходимо воспользоваться;

**Программная реализация задачи:**

1. Исходные данные задаются тремя способами:

a) в виде набора данных (таблицы x, y), пользователь вводит значения с клавиатуры;

b) в виде сформированных в файле данных (подготовить не менее трех тестовых вариантов);

c) на основе выбранной функции, из тех, которые предлагает программа, например, sin 𝑥. Пользователь выбирает уравнение, исследуемый интервал и количество точек на интервале (не менее двух функций)

2. Сформировать и вывести таблицу конечных разностей;

3. Вычислить приближенное значение функции для заданного значения аргумента, введенного с клавиатуры, указанными методами (см. табл. 2). Сравнить полученные значения;

4. Построить графики заданной функции с отмеченными узлами интерполяции и интерполяционного многочлена Ньютона/Гаусса (разными цветами);

5. Программа должна быть протестирована на различных наборах данных, в том числе и некорректных.

6. Проанализировать результаты работы программы.

# **Рабочие формулы**

**Интерполяционная формула Ньютона (для левой половины отрезка):**

**Интерполяционная формула Ньютона (для правой половины отрезка):**

**Первая интерполяционная форма Гаусса (x > a):**

**Вторая интерполяционная форма Гаусса (x < a):**

# **Вычислительная часть задания**

**Таблица 1:**

|  |  |
| --- | --- |
| x | y |
| 0.50 | 1.5320 |
| 0.55 | 2.5356 |
| 0.60 | 3.5406 |
| 0.65 | 4.5462 |
| 0.70 | 5.5504 |
| 0.75 | 6.5559 |
| 0.80 | 7.5594 |

**Таблица конечных разностей:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 1.5320 | 1.0036 | 0.0014 | -0.0008 | -0.0012 | 0.0059 | -0.0166 |
|  | 2.5356 | 1.0050 | 0.0006 | -0.0020 | 0.0047 | -0.0107 |  |
|  | 3.5406 | 1.0056 | -0.0014 | 0.0027 | -0.0060 |  |  |
|  | 4.5462 | 1.0042 | 0.0013 | -0.0033 |  |  |  |
|  | 5.5504 | 1.0055 | -0.002 |  |  |  |  |
|  | 6.5559 | 1.0035 |  |  |  |  |  |
|  | 7.5594 |  |  |  |  |  |  |

**Вычисляем значение формулой Ньютона:**

**Вычисляем значение формулой Гаусса:**

Перепишем таблицу разностей для формулы Гаусса:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 1.5320 | 1.0036 | 0.0014 | -0.0008 | -0.0012 | 0.0059 | -0.0166 |
|  | 2.5356 | 1.0050 | 0.0006 | -0.0020 | 0.0047 | -0.0107 |  |
|  | 3.5406 | 1.0056 | -0.0014 | 0.0027 | -0.0060 |  |  |
|  | 4.5462 | 1.0042 | 0.0013 | -0.0033 |  |  |  |
|  | 5.5504 | 1.0055 | -0.002 |  |  |  |  |
|  | 6.5559 | 1.0035 |  |  |  |  |  |
|  | 7.5594 |  |  |  |  |  |  |

# **Листинг программы**

**Метод Гаусса:**

import math

def gauss\_interpolation(x\_vals, diffs, x):

    n = len(x\_vals)

    h = x\_vals[1] - x\_vals[0]

    m = n // 2

    t = (x - x\_vals[m]) / h

    result = diffs[0][m]

    for k in range(1, n):

        P = 1.0

        offset = k // 2

        for j in range(k):

            P \*= (t - offset + j)

        i = m - offset

        if i < 0 or i >= len(diffs[k]):

            break

        result += P \* diffs[k][i] / math.factorial(k)

    return result

**Метод Ньютона:**

def newton\_interpolation(x\_vals, diffs, x):

    n = len(x\_vals)

    h = x\_vals[1] - x\_vals[0]

    t = (x - x\_vals[0]) / h

    result = diffs[0][0]

    product = 1

    for k in range(1, n):

        product \*= (t - (k - 1)) / k

        result += product \* diffs[k][0]

    return result

**Метод Лагранжа:**

def lagrange\_interpolation(x\_vals, y\_vals, x):

    n = len(x\_vals)

    result = 0

    for i in range(n):

        term = y\_vals[i]

        for j in range(n):

            if j != i:

                term \*= (x - x\_vals[j]) / (x\_vals[i] - x\_vals[j])

        result += term

    return result

# **Результаты работы программы**

Вариант 1:

Выберите способ ввода данных:

1. Ввод с клавиатуры

2. Загрузка из файла

3. Генерация на основе функции

Ваш выбор: 1

Введите значения x через пробел: 1 2 3

Введите значения y через пробел: 1 2 4

Таблица значений:

x: 1.0000 2.0000 3.0000

y: 1.0000 2.0000 4.0000

Таблица конечных разностей:

x y Δy Δ^2y

1.0000 1.0000 1.0000 1.0000

2.0000 2.0000 2.0000

3.0000 4.0000

Введите значение x, которое хотите найти: 3

Полученное значение для интерполяции Гаусса: 4.0

Полученное значение для интерполяции Ньютона: 4.0

Полученное значение для интерполяции Лагранжа: 4.0

Вариант 2:

Выберите способ ввода данных:

1. Ввод с клавиатуры

2. Загрузка из файла

3. Генерация на основе функции

Ваш выбор: 2

Введите имя файла: txt/2.txt

Таблица значений:

x: 1.0000 2.0000 3.0000 4.0000 5.0000

y: 1.1230 2.1230 4.2080 8.6460 16.4850

Таблица конечных разностей:

x y Δy Δ^2y Δ^3y Δ^4y

1.0000 1.1230 1.0000 1.0850 1.2680 -0.2200

2.0000 2.1230 2.0850 2.3530 1.0480

3.0000 4.2080 4.4380 3.4010

4.0000 8.6460 7.8390

5.0000 16.4850

Введите значение x, которое хотите найти: 3.57

Полученное значение для интерполяции Гаусса: 6.3770427155750005

Полученное значение для интерполяции Ньютона: 6.3770427155750005

Полученное значение для интерполяции Лагранжа: 6.377042715575

# **Вывод**

В ходе выполнения лабораторной работы я изучил интерполяционные методы и реализовал их на языке Python.