2022年3月26日 第24回春の合宿セミナー(日本行動計量学会) (統計的因果推論入門)

講義2 潜在的結果変数の理論

長崎大学 情報データ科学部 准教授 高橋 将宜 博士(理工学) m-takahashi@nagasaki-u.ac.jp

概要

- □潜在的結果変数の理論
- □いろいろな処置効果
- □ 交絡因子とDAG
- □無作為割付け

教科書Ch.2

具体例:表2.1と表2.2

表2.1 (p.17)

ID	入学試験	期末試験	処置	前後比較
110	x1	y3	t1	y3 - x1
1	74	76	1	-2
2	82	75	0	-7
3	72	75	1	3
4	96	84	0	-12
5	83	75	0	-8
6	72	74	1	2
7	85	76	0	-9
8	87	77	0	-10
9	86	77	0	-9
10	77	80	1	3
11	95	87	0	-8
12	84	75	0	-9
13	74	77	1	3
14	58	61	1	3
15	91	81	0	-10
16	80	72	0	-8
17	80	72	0	-8
18	89	80	0	-9
19	88	80	0	-8
20	86	78	0	-8

表2.2 (p.19)

					=		
ID	入学試験 x1	処置 t1	期末 試験 0 y0	期末 試験1 y1	潜在的 結果 0 y0t	潜在的 結果 1 y1t	潜在的 結果の 差 y1t – y0t
1	74	1		76	68	76	8
2	82	0	75		75	84	9
3	72	1		75	65	75	10
4	96	0	84		84	97	13
5	83	0	75		75	84	9
6	72	1		74	65	74	9
7	85	0	76		76	87	11
8	87	0	77		77	89	12
9	86	0	77		77	87	10
10	77	1		80	70	80	10
11	95	0	87		87	96	9
12	84	0	75		75	85	10
13	74	1		77	67	77	10
14	58	1		61	52	61	9
15	91	0	81		81	93	12
16	80	0	72		72	84	12
17	80	0	72	90	72	82	10
18	89	0	70	80	70	89	19
19	88	0	70	80	70	90	20
20	86	0	78		78	87	9

用語の整理

- □ 処置 (treatment)
 - 「原因」のこと
 - 「曝露」(exposure)や「介入」(intervention) と呼ぶこともある

□ 具体例

- 頭痛を訴える患者にアスピリンを飲ませることは、 アスピリンを処置したということである
- もしその結果として頭痛が治ったのであれば、アスピリンを処置したことが原因であり、頭痛が治ったことが効果である.

用語の整理

- □ 処置群 (treatment group)
 - 処置を受ける集団
- □ 統制群 (control group)
 - 処置を受けない集団
 - 分野によっては、統制群のことを対照群や非処置群ともいう
- □ 割付け (assignment)
 - 集団を処置群と統制群に分けること
 - 割当て (allocation) ともいう

記号の導入:処置の割付け変数

- $\Box T_i$
 - 個体*i*が<mark>処置(treatment</mark>)に割 付られたかどうかを表す二値変数
 - $T_i \in \{0, 1\}$
- $\Box T_i = 0$
 - 個体*i* が処置に割付けられていないこと
 - 統制群: *T_i* = 0となる集団
- $\Box T_i = 1$
 - 個体*i*が処置に割付られたこと
 - 処置群: *T_i* = 1となる集団

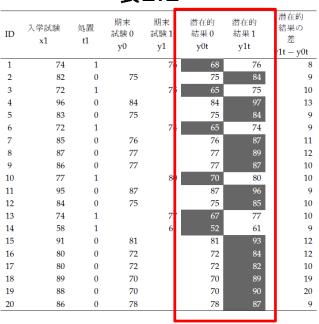
表2.2									
ID	入学試験 x1	処置 t1	月末 1験 0 y0	期末 試験1 y1	潜在的 結果 0 y0t	潜在的 結果 1 y1t	潜在的 結果の 差 y1t – y0t		
1	74	1		76	68	76	8		
2	82	0	75		75	84	9		
3	72	1	l	75	65	75	10		
4	96	0	84		84	97	13		
5	83	0	75		75	84	9		
6	72	1	l	74	65	74	9		
7	85	0	76		76	87	11		
8	87	0	77		77	89	12		
9	86	0	77		77	87	10		
10	77	1	l	80	70	80	10		
11	95	0	87		87	96	9		
12	84	0	75		75	85	10		
13	74	1	l	77	67	77	10		
14	58	1	ı	61	52	61	9		
15	91	0	81		81	93	12		
16	80	0	72		72	84	12		
17	80	0	72		72	82	10		
18	89	0	70		70	89	19		
19	88	0	70		70	90	20		
20	86	0	78		78	87	9		
			J						

高橋(2022, p.18)

記号の導入:潜在的結果変数 (potential outcomes)

- $\square Y_i(0)$
 - 処置のない場合の潜在的な結果
- $\square Y_i(1)$
 - 処置のある場合の潜在的な結果
- $\square \{Y_i(0), Y_i(1)\}$
 - *Y_i*(0)と*Y_i*(1)を個体*i*の潜在的結果 変数の組
 - 同一の個体から2つの異なる個体 高橋 (2022, p.18) が派生したと想定する

表2.2



記号の導入:実際に観測できる結果変数

□この式の意味

- 処置が行われない場合: $T_i = 0$ $Y_i = (1-0)Y_i(0) + 0 \times Y_i(1) = Y_i(0)$
- 処置が行われる場合: $T_i = 1$ $Y_i = (1-1)Y_i(0) + 1 \times Y_i(1) = Y_i(1)$

ここで、括弧の付いている Y_i と括弧の付いていない Y_i の違いを理解することが重要

表2.1

ID	入学試験	期末試験	処置	前後比較	
ID	x1	у3	t1	y3 - x1	
1	74	76	1	-2	
2	82	75	0	-7	
3	72	75	1	3	
4	96	84	0	-12	
5	83	75	0	-8	
6	72	74	1	2	
7	85	76	0	-9	
8	87	77	0	-10	
9	86	77	0	-9	
10	77	80	1	3	
11	95	87	0	-8	
12	84	75	0	-9	
13	74	77	1	3	
14	58	61	1	3	
15	91	81	0	-10	
16	80	72	0	-8	
17	80	72	0	-8	
18	89	80	0	-9	
19	88	80	0	-8	
20	86	78	0	-8	

高橋(2022, p.17)

記号の導入:表2.2の期末試験0

$$(Y_i|T_i=0) = (1-T_i)Y_i = \begin{cases} Y_i(0) & \text{if } T_i=0\\ Y_i(1) & \text{if } T_i=1 \end{cases}$$

- $\square Y_i | T_i = 0 : T_i = 0$ のときの Y_i
 - 縦棒は「条件」を表す記号
 - 条件付き確率と独立性を復習する こと

ID	入学試験 x1	処置 t1	期末 試験 0 y0	期末 試験 1 y1	潜在的 結果 0 y0t	潜在的 結果 1 y1t	潜在的 結果の 差 y1t – y0t			
1	74	1		76	68	76	8			
2	82	0	75	l '	75	84	9			
3	72	1		75	65	75	10			
4	96	0	84		84	97	13			
5	83	0	75		75	84	9			
6	72	1		74	65	74	9			
7	85	0	76		76	87	11			
8	87	0	77		77	89	12			
9	86	0	77		77	87	10			
10	77	1		80	70	80	10			
11	95	0	87		87	96	9			
12	84	0	75	١.	75	85	10			
13	74	1		77	67	77	10			
14	58	1		61	52	61	9			
15	91	0	81		81	93	12			
16	80	0	72		72	84	12			
17	80	0	72		72	82	10			
18	89	0	70		70	89	19			
19	88	0	70		70	90	20			
20	86	0	78		78	87	9			

高橋(2022, p.18)

記号の導入:表2.2の期末試験1

$$(Y_i|T_i = 1) = T_iY_i = \begin{cases} Y_i(0) & \text{if } T_i = 0\\ Y_i(1) & \text{if } T_i = 1 \end{cases}$$

- $\square Y_i | T_i = 1 : T_i = 1$ のときの Y_i
 - 縦棒は「条件」を表す記号
 - 条件付き確率と独立性を復習する こと

表2.2										
ID	入学試験 x1	処置 t1	期末 試験 0 y0	期末 試験 1 y1	潜在的 結果 0 y0t	潜在的 結果 1 y1t	潜在的 結果の 差 y1t – y0t			
1	74	1		76	68	76	8			
2	82	0	75		75	84	9			
3	72	1		75	65	75	10			
4	96	0	84	Ī	84	97	13			
5	83	0	75		75	84	9			
6	72	1		74	65	74	9			
7	85	0	76		76	87	11			
8	87	0	77		77	89	12			
9	86	0	77		77	87	10			
10	77	1		80	70	80	10			
11	95	0	87		87	96	9			
12	84	0	75		75	85	10			
13	74	1		77	67	77	10			
14	58	1		61	52	61	9			
15	91	0	81	Ī	81	93	12			
16	80	0	72		72	84	12			
17	80	0	72		72	82	10			
18	89	0	70		70	89	19			
19	88	0	70		70	90	20			
20	86	0	78		78	87	9			

高橋(2022, p.18)

いろいろな処置効果

個体因果効果(ICE: individual causal effect)

- $\square \ \tau_i = Y_i(1) Y_i(0)$
 - てはギリシャ文字のタウである.
 - アルファベットのtに相当し、 treatment (処置)の頭文字と理 解すればよい.
 - 個体処置効果(ITE: individual treatment effect)ともいう
- □ 表2.2の具体例
 - $Y_i(1) Y_i(0) =$ 「潜在的結果1-潜在的結果0」
 - ある個体が「処置を受けた場合の 結果」と「処置を受けなかった場 合の結果」の差である.



高橋(2022, p.18)

因果推論の根本問題

- □ 表2.2の例
 - 潜在的結果0と潜在的結果1の真値が灰色セルの白抜き数字として提供されている
 - 灰色セルの白抜き数字は実際には観測されない値
- □ 個体iの因果効果
 - 潜在的結果0の値が観測されているとき、潜在的結果 1の値は観測されない.
 - 潜在的結果1の値が観測されているとき、潜在的結果 0の値は観測されない。
- □因果推論の根本問題
 - 個体因果効果は定義できても、観測も推定もできない。

平均因果効果 (平均処置効果)

- □ 平均因果効果 (ACE: average causal effect)
 - 個体の集まりである母集団における平均的な因果の 効果
 - 平均処置効果(ATE: average treatment effect) ともいう
 - なお、本講義では、ACEとATEを同じ意味に用いて、 その区別を付けないことにする。

平均処置効果(ATE)

$$\tau_{ATE} = E[Y_i(1) - Y_i(0)] = E[Y_i(1)] - E[Y_i(0)]$$

- □処置群と統制群の両方を含むすべての個体に対する効果
 - 統計的因果推論における代表的な 推定対象(estimand)
 - なお、上式の等号は、期待値の加 法性E[X + Y] = E[X] + E[Y]によ り成り立つ
- □ 表2.2の具体例
 - 潜在的結果1から潜在的結果0の 値を引いて平均をとったもの

高橋(2022, p.18)

表2.2の平均処置効果(ATE)

- □20人の潜在的結果0の平均点
 - 73.8点
- □ 20人の潜在的結果1の平均点
 - 83.9点
- □ 平均処置効果(ATE)
 - 83.9 73.8 = 10.1点

表2.2									
ID	入学試験 x1	処置 t1	期末 試験 0 y0	期末 試験 1 y1	潜在的 結果 0 y0t	潜在的 結果 1 y1t	潜在的 結果の 差 y1t – y0t		
1	74	1		76	68	76	8		
2	82	0	75		75	84	9		
3	72	1		75	65	75	10		
4	96	0	84		84	97	13		
5	83	0	75		75	84	9		
6	72	1		74	65	74	9		
7	85	0	76		76	87	11		
8	87	0	77		77	89	12		
9	86	0	77		77	87	10		
10	77	1		80	70	80	10		
11	95	0	87		87	96	9		
12	84	0	75		75	85	10		
13	74	1		77	67	77	10		
14	58	1		61	52	61	9		
15	91	0	81		81	93	12		
16	80	0	72		72	84	12		
17	80	0	72		72	82	10		
18	89	0	70		70	89	19		
19	88	0	70		70	90	20		
20	86	0	78		78	87	9		

高橋(2022, p.18)

□ つまり、補習授業には、平均して、数学の試験 の点数を10点上げる因果効果がある

平均処置効果(ATE):推定できるのか?

- □ 実際には、潜在的結果0と潜在的結果1は、同時 には観測されない
- □ そのままでは平均処置効果(ATE)も推定できないことになる.
- □しかし、個体処置効果(ITE)とは異なり、少し工夫をすることで平均処置効果(ATE)は推定可能となる。
- □ その工夫とは、処置がどのように割付けられるかという情報を使うことであるが、この点については後述する.

いろいろな処置効果

処置群の平均処置効果(ATT: average treatment effect on the treated)

□ 研究テーマによっては、母集団の一部分における処置効果を推定対象とすることもある.

□ 具体例

- 心理学では、ある種の行動を取ったことが、そのような行動を取った者に対してどのように影響したかを理解することに興味がある
- 公共政策では、ある政策を取った場合に、その政策に割付られた者にどれぐらい影響があったかに興味がある

□ 処置群の平均処置効果(ATT)

■ 研究のテーマによっては、これも統計的因果推論に おける推定対象 (estimand)

18

処置群の平均処置効果の式

表2.2の処置群の平均処置効果(ATT)

- □ 処置が1の学生
 - ID1 3 6 10 13 14
- □ 6人の潜在的結果0の平均点 (68 + 65 + 65 + 70 + 67 + 52)/6 ≈ 64.5点
- □ 6人の潜在的結果1の平均点 (76 + 75 + 74 + 80 + 77 + 61)/6 ≈ 73.8点
- □ 処置群の平均処置効果 (ATT)
 - 73.8 64.5 = 9.3点



高橋(2022, p.18)

処置群の平均処置効果(ATT):推定できるのか?

- □ 実際には、潜在的結果0と潜在的結果1は、同時 には観測されない
- □ そのままでは処置群の平均処置効果(ATT)も 推定できないことになる.
- □しかし、平均処置効果(ATE)と同様に、少し工夫をすることで処置群の平均処置効果 (ATT)も推定可能となる.

交絡因子とDAG

交絡因子(1)

- □ 平均処置効果(ATE): 10.05
 - 処置(補習授業を受講すること)は、平均して、結果(数学の点数)を10.05点改善した

□ナイーブな推定値

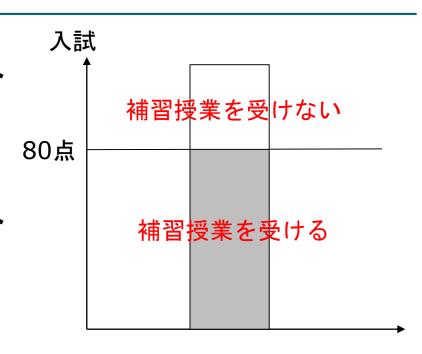
- 処置(補習授業を受講すること)は結果(数学の点数)に対して、平均して、マイナス3.95点の効果を持っている
- 表2.1では、処置は入学試験の点数に基づいて確定的に割付けられていた。この入学試験の点数が交絡因子である。

交絡因子(2)

- □入学試験の点数が高い人
 - 補習授業を受けていない
- □入学試験の点数が低い人
 - 補習授業を受けている

□入学時点

補習授業を受ける集団の方が、補習授業を受けない集団よりも数学力が低い集団となっている。



交絡因子(3)

入試 補習授業を受けない 補習授業を受ける

□ このように、統計的因果 推論では、処置の割付け がどのように行われてい るかは非常に重要である.

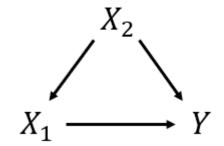
方向付き非巡回グラフ

(DAG: Directed Acyclic Graph)

- □ 方向を持つ矢印で構成される、ループしないグラフ
- □ Xが原因で、Yが結果であるとき、 $X \rightarrow Y$ と表す
 - この矢印は、*X*から*Y*への因果関係を表す
 - ただし、単なる回帰関係(一方向だが必ずしも因果とはいえない関係)かもしれない
 - 矢印がなければ、2つの変数は独立であることを意味する. つまり、矢印がなければ、2つの変数には関係がないことを意味しているということである.

交絡因子とDAG

DAGの具体例(1)

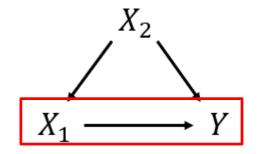


■ Y:期末試験の点数

■ X₁:補習授業

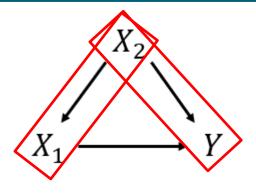
□ X₂:入学試験の点数

DAGの具体例(2)



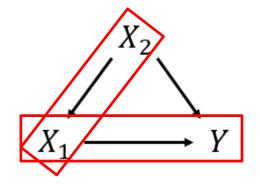
- X₁からYへの矢印
 - *X*₁から*Y*への因果関係があることを表している.

DAGの具体例(3)



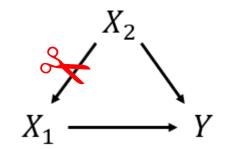
- X₂からX₁にも矢印
- X₂からYにも矢印
- □ このような*X*₂を交絡因子(confounding factor)という
 - この*X*₂が背後から影響を及ぼしている限り, *X*₁から*Y* への因果効果を適切に評価することができない.

DAGの具体例(4)



□ $X_2 \rightarrow X_1 \rightarrow Y$ となっているので、 X_1 からYへの因果効果の中には、 X_1 を通じて間接的に X_2 の効果も含まれてしまっているからである.

DAGの具体例(5)



- □ そこで、何とかして、X₂からX₁への矢印を断ち 切る必要がある
- □ その方法について考えることが、統計的因果推 論の基本である。

無作為割付け

平均処置効果(ATE)を推定するために必要なこと(1)

- □ 平均処置効果(ATE)を適切に推定するためには、2つの比較可能な集団を作る必要がある.
- □ 比較可能な集団とは?
 - ほとんどあらゆる面で同じ集団だが、原因Xと結果Y だけが異なる集団

□ 具体例

- 10000人の被験者を5000人ずつの集団に分けて、新型コロナワクチンの効果を調べたいとする.
- 男女比, 平均身長, 平均体重, 平均年齢, 1日の平均 歩数などが2つの集団の間で同じならば, 「比較可能」な集団である.

平均処置効果(ATE)を推定するために必要なこと(2)

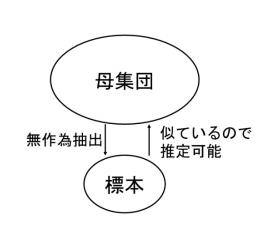
- □ これらの条件が同じであれば本当に「比較可能」なのか?
- 観測されるデータについては同質な2つの集団に 分けることができた.
- 観測されないデータについても2つの集団は同質なのか?

無作為抽出と無作為割付け

- □ そのような観測されない交絡を統制するにはど うしたらよいだろうか?
- □結論
 - 処置の無作為割付けを行えばよいことが知られている
- □無作為割付けの意味
 - 標本抽出理論における無作為抽出法(random sampling)について復習しながら考えてみよう。
 - ■無作為抽出法は、無作為割付けと似ているが、異なる概念である。

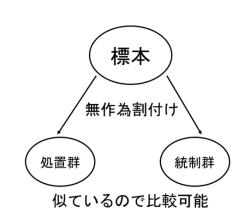
単純無作為抽出法(simple random sampling)

- □ 母集団から標本を規則性なく選ん でくること
 - 理由:標本が母集団を代表できるよう にしたいから
 - 標本と母集団は、大きさだけが違って、 それ以外の要素についてはすべてが平 均的に似ている集団になるようにした かったわけである。
 - 単純無作為抽出法では、母集団のどの 個体も同じ確率で標本に選ばれ得る.
 - よって、母集団と標本が似ていること を確率的に保証している。



無作為割付け

- □ 単純無作為抽出法の原理を標本自体の分割に応用したものと理解できる.
- □ 手元にある標本データを2つの集団 に無作為に分けることで、処置群 と統制群が得られる.
- □ この2つの集団は、単純無作為抽出 法のときと同じ理屈により、似て いることが確率的に保証される.



無作為割付け:実験研究による平均因果効果の推定

被験者 36,523人

無作為に割り付け

処置群 18,198人 ワクチンを打つ 統制群 18,325人 ワクチンを打たない

発症率0.04%

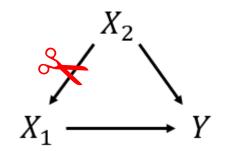
発症率0.88%

厚生労働省

ファイザー社の新型コロナワクチンについて

https://www.mhlw.go.jp/stf/seisakunitsuite/bunya/vaccine_pfizer.html

無作為割付けとDAG



□ Y: 新型コロナの発症率

□ X₁: ワクチンの接種

□ *X*₂ : その他の要因

■ ワクチンを接種するかどうかは無作為に決められているので、その他の要因とは無関係であるから、 X_2 から X_1 への矢印を断ち切ることができている.

実験研究と観察研究

- □実験研究
 - 処置群と統制群に無作為割付けする研究方法を実験 研究という
- □観察研究
 - ■無作為に処置の割付けをしていない研究方法を観察 研究という

データの読み込み

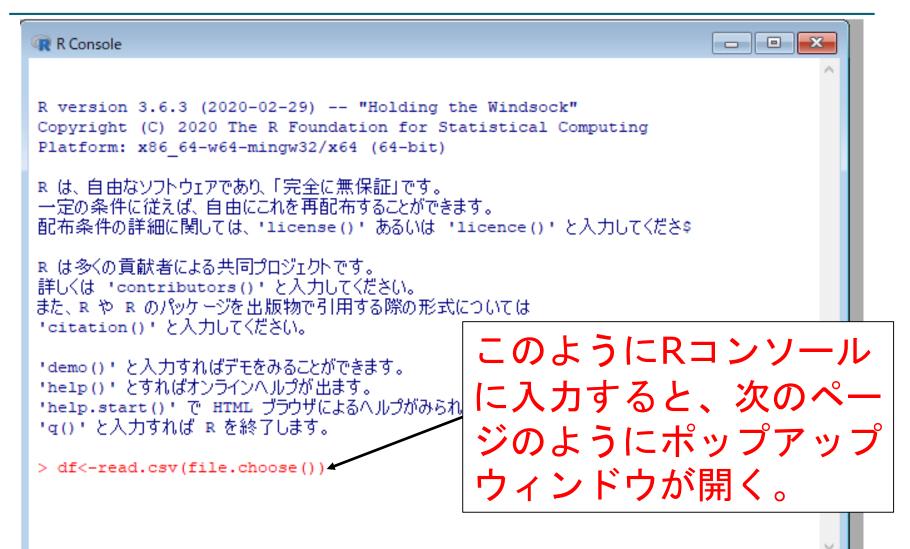
RにCSVファイルを読み込む

- □ data01.csvをダウンロードする。
- □ Rのコンソールに以下のとおりタイプして、 data01.csvをRに読み込ませる。
- df<-read.csv(file.choose())</pre>
- attach(df)
- summary(df)

教科書p.13も参照

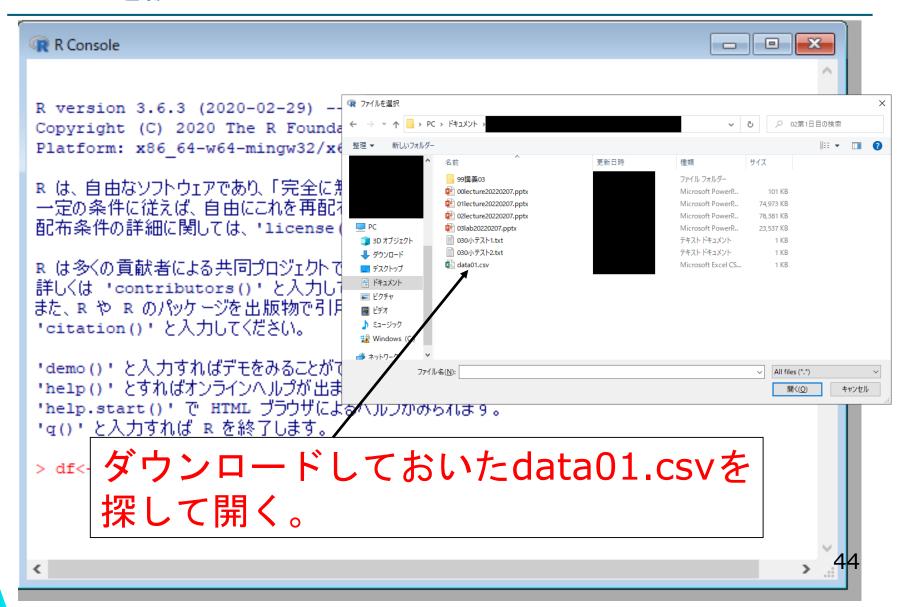
データの読み込み

データを読み込む1



データの読み込み

データを読み込む2



注意事項

- □ Rにデータを読み込むときには、csvファイルとして保存したものを読み込みます。
 - 今回提供しているデータは、すでにcsvファイルの形式になっています。
- □ Excelファイルからcsvファイルへの変換方法
 - ■「ファイル」→「名前を付けて保存」→「ファイル の種類」で「CSV(コンマ区切り)」を選んで保存 すれば、csvファイルに変換できます。
- □ Excelとcsvの違いについては、下記のページも読んでみてください。
 - https://proengineer.internous.co.jp/content/co lumnfeature/5219

データの読み込み

Rの出力結果

```
R Console
                                                             'q()' と入力すれば R を終了します。
> df<-read.csv(file.choose())
> attach(df)
> summary(df)
      x1
                    у3
                                               v_0
       :58.00
              Min.
                     :61.0
                             Min.
                                  :0.0
                                                :72.00
 Min.
                                         Min.
 1st Qu.:76.25
              1st Qu.:75.0
                            1st Qu.:0.0 1st Qu.:75.00
 Median :83.50
              Median :76.5
                           Median:0.0 Median:77.00
 Mean
       :81.95 Mean
                     :76.6
                            Mean
                                  :0.3
                                         Mean
                                                :77.79
 3rd Qu.:87.25 3rd Qu.:80.0
                            3rd Qu.:1.0
                                          3rd Qu.:80.00
 Max. :96.00
                      :87.0
                            Max.
                                   :1.0
                                                :87.00
              Max.
                                         Max.
                                          NA's
                                                :6
                    y0t
      Vl.
                                 ylt
 Min. :61.00
               Min.
                     :52.0
                            Min. :61.00
 1st Qu.:74.25
              1st Qu.:69.5
                            1st Qu.:79.25
 Median:75.50
              Median:75.0
                            Median :84.50
       :73.83
                      :73.8
                                  :83.85
 Mean
              Mean
                            Mean
 3rd Qu.:76.75
              3rd Qu.:78.5
                            3rd Qu.:89.00
Max.
       :80.00
              Max.
                     :87.0
                           Max. :97.00
 NA's
       :14
>
```