別紙

問題解決の数理（'21）（1579320）

問１　正解は②です。

①利益見込みzを最大化する問題です。印刷教材 1.2 例 1 を確認してください。

②疑問点があれば，印刷教材 1.2 例 1 を確認してください。

③使用できる原料は36kg以下，使用できる水は 15 トン以下，機械稼働時間は 22 時間以下なので，制約式の不等号の向きが逆です。印刷教材 1.2 例 1 を確認してください。

④使用できる原料は36kg以下，使用できる水は 15 トン以下，機械稼働時間は 22 時間以下なので，制約式は等式ではなく不等式になります。印刷教材 1.2 例 1 を確認してください。

問２　正解は①です。

①疑問点があれば，印刷教材 1.3 例 2 を確認してください。

②栄養素 1 を 250 単位以上摂取するという制約，栄養素 2 を 300 単位以上摂取するという制約を定式化する必要がありますが，食品 A をx_A(g)，食品 B をx_B(g)摂取すると，栄養素 1 を$30x_A+18x_B$(単位)，栄養素 2 を$22x_A+40x_B$(単位)摂取したことになります。印刷教材 1.3 例 2 を確認してください。

③目的関数は食費ですから，食品 A，B を各々x_A, x_B(g)摂取するとするときの食費は$70x_A+80x_B$(円)となります。栄養素 1 を 250 単位以上摂取するという制約，栄養素 2 を 300 単位以上摂取するという制約を定式化する必要がありますが，一つ目の制約は，栄養素 1 の摂取量に関する制約なので，250 単位以上，二つ目の制約は，栄養素 2 の摂取量に関する制約なので，300 単位以上となる必要があります。印刷教材 1.3 例 2 を確認してください。

④目的関数は食費ですから，食品 A，B を各々x_A, x_B(g)摂取するとするときの食費は$70x_A+80x_B$(円)となります。栄養素 1 を 250 単位以上摂取するという制約，栄養素 2 を 300 単位以上摂取するという制約を定式化する必要がありますが，食品 A をx_A(g)，食品 B をx_B(g)摂取すると，栄養素 1 を$30x_A+18x_B$(単位)摂取したことになり，栄養素 2 を$22x_A+40x_B$(単位)摂取したことになります。印刷教材 1.3 例 2 を確認してください。

問３　正解は①です。

①疑問点があれば，印刷教材 1.4 例 3 を確認してください。

②送出元S_iから受取先D_jにx_{ij}(トン)輸送するので，送出元S_iから受取先D_jへの 1 トン当たりの輸送コストをc_{ij}とすると，zは$c_{ij}x_{ij}$の和になります。この定式化では，c_{ij}とx_{ij}の組み合わせが不適切です。印刷教材 1.4 例 3 を確認してください。

③非負条件以外の制約として，送出元 S1，S2，S3 における送出量の制約，受取先 D1，D2 における受け取り量の制約が必要です。この定式化では，送出量，受け取り量の制約としては x_{ij} の送出元と受取先が逆になっています。

例えば，最初の制約式は，S1 における送出量の制約としては， $x_{11}+x_{12}=120$ とするべきです。印刷教材 1.4 例 3 を確認してください。

④送出元 S_i から受取先 D_j に x_{ij}（トン）輸送するので，送出元 S_i から受取先 D_j への 1 トン当たりの輸送コストを c_{ij} とすると， z は $c_{ij}x_{ij}$ の和になります。この定式化では， c_{ij} と x_{ij} の組み合わせが不適切です。

また，非負条件以外の制約として，送出元 S1，S2，S3 における送出量の制約，受取先 D1，D2 における受け取り量の制約が必要です。この定式化では，送出量，受け取り量の制約としては x_{ij} の送出元と受取先が逆になっています。例えば，最初の制約式は，S1 における送出量の制約としては，$x_{11}+x_{12}=120$ とするべきです。印刷教材 1.4 例 3 を確認してください。

問 5　正解は④です。

$-z$ の行で係数が負なのは x_1 だけです。すなわち次の基底の交換で基底に入るのは x_1 だけです。x_1 の値を 0 から増加させた時，x_2 の行の制約を満たすには，x_2 の値（$=24$）が非負条件を満たす範囲で減少させます。その場合， x_1 は $24/(1/3)=72$ まで増加させることができます。

一方， x_4 の行の制約を満たすには， x_4 の値（$=48$）を非負条件を満たす範囲で減少させます。その場合， x_1 は $48/(7/3)\simeq 20.6$ まで増加させることができます。

また， x_5 の行の制約を満たすには， x_5 の値（$=22$）を非負条件を満たす範囲で減少させます。その場合， x_1 は $22/(11/3)=6$ まで増加させることができます。

全ての制約を満たすには，x_1 の増加は最大 $\min\{72, 20.6, 6\}=6$ となります。x_1 を 6 増加させると，x_5 が 0 になるので，基底の交換で x_5 が基底から出ます。疑問点があれば，印刷教材の 2.4 を確認してください。

問 6　正解は③です。

［イ］を含む等式は点 2 における出入りを表しています。左辺の［イ］以外の部分は，点 2 から点 1，点 3，点 4 への出を表し，［イ］は点 1，点 3 から点 2 への入りを表します。点 2 が最短路に含まれる場合，点 1，点 3 の一方から点 2 に入り，点 2 から点 1，点 3，点 4 のうちの一つに出ます。点 2 が最短路に含まれない場合，出も入りもありません。したがって，いずれの場合も

$$x_{21}+x_{23}+x_{24}-(x_{12}+x_{32})=0$$

が成り立ちます。疑問点があれば，印刷教材 3.1 例 1 を確認してください。

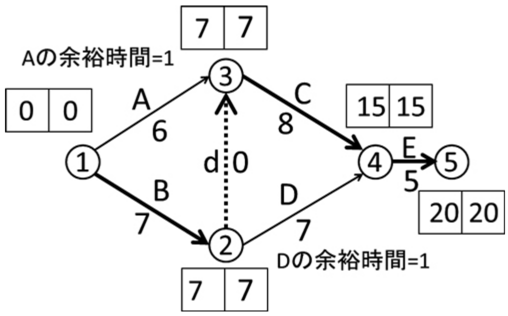
問 7　正解は①です。

①疑問点があれば，印刷教材 3.2 例 2 を確認して下さい。

②③④［ア］を含む等式は点 2 における流量保存の制約を表しています。［イ］を含む等式は点 3 における流量保存の制約を表しています。すなわち，始点終点以外の点では，その点に入る流量の合計と，その点から出る流量の合計は等しくなります。例えば，点 2 から点 4 と点 5 に出ていますので，［ア］を含む等式の $x_{24}+x_{25}$ は点 2 から出る流量の合計を表しています。一方，点 2 へは点 1 から入っていますので，点 2 に入る流量の合計は x_{12} です。点 2 では流量保存が成り立つので，［ア］には $-x_{12}$ が入ります。点 3 についても同様です。印刷教材 3.2 例 2 を確認して下さい。

問 8　正解は④です。

下図に示すように作業 A は時刻 1 に開始すれば，点 3 の最遅節点時刻に間に合います。また，作業 D は時刻 8 に開始すれば，点 4 の最遅節点時刻に間に合います。



疑問点があれば，印刷教材 4.1.2 を確認してください。

問 11　正解は①です。

リードタイムが 5 日になると，$K_\mu=\mu L=16\times 5=80$(トン)，
$S=k(\alpha)\sqrt{L}\,\sigma=1.65\times\sqrt{5}\times 8\simeq 29.5$(トン)となることから，発注点は
$K=k_\mu+S\simeq 110$(トン)となります。発注量は変化しません。疑問点があれば，印刷教材 5.3 例 2 を確認してください。

問 12　正解は②です。

重要度の計算は下表のようになります。

	機能	デザイン	価格	幾何平均	重要度
機能	1	2	3	$(1\times 2\times 3)^{1/3}\simeq 1.8$	0.54
デザイン	1/2	1	2	1	0.30
価格	1/3	1/2	1	$(1/3\times 1/2\times 1)^{1/3}\simeq 0.56$	0.17
幾何平均の合計				$1.8+1+0.56=3.36$	

有効桁の取り方により多少値が変わりますが，価格の幾何平均を 0.5～0.6 のいずれの値にしても，機能の重要度は小数第 2 位を四捨五入すれば 0.5 になります。疑問点があれば，印刷教材 6.1.4 を確認してください。

問 15　正解は③です。

プレイヤーA が確率 p で戦略 1 を選択し，プレイヤーB が確率 q で戦略 2 を選択するとする。プレイヤーA の期待利得 u_A は，

$$u_A = pq + 5p(1-q) + 5(1-p)q + (1-p)(1-q) = (4-8q)p + 4q + 1$$

となります。$(4-8q)=0$，すなわち，$q=0.5$ の時には，p の値に関わらず，$u_A = 3$ となります。

一方，プレイヤーB の期待利得 u_B は，

$$u_B = 5pq + p(1-q) + (1-p)q + 5(1-p)(1-q) = (8p-4)q - 4p + 5$$

となります。$(8p-4)=0$，すなわち，$p=0.5$ の時には，q の値に関わらず，$u_B = 3$ となります。

p, q がこれら以外の値をとる時には，最適反応戦略は均衡しません。疑問点があれば，印刷教材 7.3 を確認してください。