2022年3月26日
第24回春の合宿セミナー（日本行動計量学会）
（統計的因果推論入門）

講義3
統計的因果推論における重要な仮定

長崎大学 情報データ科学部 准教授
高橋 将宜
博士（理工学）
m-takahashi@nagasaki-u.ac.jp

概要

- SUTVA
- 確率論の復習
- 識別性の条件
- 実験研究における平均処置効果の推定
- 独立性と条件付き独立性
- 共変量の役割
- 共分散分析の概略

教科書
Ch.3

SUTVA

SUTVA

- Stable Unit Treatment Value Assumption
- SUTVAの意味
  - 処置を受ける個体（unit）ごとに処置の値が安定的という仮定
- 以下の2つの条件から成り立つ
  - 条件1：相互干渉がない
  - 条件2：個体に対する隠れた処置がない

条件1：相互干渉がない

- 個体Aに対しての処置が，別の個体Bに対して影響を及ぼさないという意味
- 具体例：薬と病気の関係

条件1が満たされるケース

- Aさんと Bさんは，頭痛がしている

Aさんはアスピリンを飲んだ → ? → Bさんはアスピリンを飲んでいない

- Bさんはアスピリンを飲んでいないにも関わらず，Aさんの飲んだアスピリンの効果でBさんの頭痛が緩和されるならば，相互干渉があるということである．
  - 現実的には，そのようなことはなさそうである．

条件1が満たされないケース

- AさんとBさんは，コロナに罹っていない

Aさんは予防接種を受けた $\xrightarrow[?]{}$ Bさんは予防接種を受けていない

- AさんとBさんは一緒に生活しているとしよう．
  - Bさんは予防接種を受けていないにも関わらず，Aさんが予防接種を受けてコロナに罹りにくくなったおかげで，Bさんのコロナに罹る確率も下がる．
  - 相互干渉があるということであり，これは現実的にありそうである．

条件1が満たされないケース：対応策

- 相互干渉のある集団を1つの個体として扱うことで，この条件を満たすことができる.
  - 以下のような集団を1つの個体として扱う
  - 同じ家に住む人
  - 同じ地域に住む人
  - 同じ学校に通う人

- 分析の単位を個人ではなく，世帯，市区町村，学校などの集団に変更する.

復習：講義1

SUTVA

無作為割付け：実験研究による平均因果効果の推定

被験者
36,523人

無作為に割り付け

処置群
18,198人
ワクチンを打つ

統制群
18,325人
ワクチンを打たない

発症率0.04%

発症率0.88%

厚生労働省
ファイザー社の新型コロナワクチンについて
https://www.mhlw.go.jp/stf/seisakunitsuite/bunya/vaccine_pfizer.html

条件2：個体に対する隠れた処置がない

- ある処置を受ける個体が，その処置を別の形で受けてはいけないという意味
- 具体例：数学の補習授業
  - 補習授業を受けるすべての学生は，同じ教材・同じ方法で教わらなければならないということ

条件2：具体例

- 条件2が満たされるケース
  - 補習授業が1クラス
  - 同じ先生が同じ教材を使って教えるので，この仮定は容易に満たされる

- 条件2が満たされないケース
  - 補習授業が2クラス
  - 教材は同じにできるだろう
  - 異なる教員が担当した場合，その違いが問題になるかもしれない

条件2が満たされないケース：対応策

- 処置のレベルを再定義することで，この条件を満たすことができる.
  - 元々の処置のレベル：「補習授業を受けた」か「受けていないか」
  - 再定義した処置のレベル：「A先生の補習授業を受けた」，「B先生の補習授業を受けた」，「補習授業を受けていない」

確率論の復習

確率

♠A	♠2	♠3	♠4	♠5	♠6	♠7	♠8	♠9	♠J	♠Q	♠K
♣A	♣2	♣3	♣4	♣5	♣6	♣7	♣8	♣9	♣J	♣Q	♣K
♢A	♢2	♢3	♢4	♢5	♢6	♢7	♢8	♢9	♢J	♢Q	♢K
♡A	♡2	♡3	♡4	♡5	♡6	♡7	♡8	♡9	♡J	♡Q	♡K

- A：52枚のトランプカードからエースを引く事象とする.

$$Pr(A) = 4/52 = 1/13$$

  - ジョーカーは含めないものとし，52枚のカードは十分にシャッフルされている状態を想定する.

条件付き確率

♠A	♠2	♠3	♠4	♠5	♠6	♠7	♠8	♠9	♠J	♠Q	♠K
♣A	♣2	♣3	♣4	♣5	♣6	♣7	♣8	♣9	♣J	♣Q	♣K
♢A	♢2	♢3	♢4	♢5	♢6	♢7	♢8	♢9	♢J	♢Q	♢K
♡A	♡2	♡3	♡4	♡5	♡6	♡7	♡8	♡9	♡J	♡Q	♡K

- B：52枚のトランプカードからダイヤを引く事象とする.
  - 52枚のカードから無作為に1枚を引いたとき，その結果を私は見ているが，みなさんには見せていないとしよう．「引いたカードはダイヤである」という情報を開示したとしよう.

$$Pr(A|B) = 1/13$$

独立な事象

- 事象Aと事象Bが独立とは，以下が成り立つことをいう．

$$Pr(A|B) = Pr(A)$$

  - 独立とは，事象Bが与えられたときの事象Aの起こる確率は，事象Aだけの確率に一致すること
  - 事象Aと事象Bは「無関係」ということ
  - 事象Aと事象Bの独立を $A \perp B$ と書き，AとBが直交していることを表す
  - ダイヤを引くこととエースを引くことは独立な事象である．
    - $Pr(A) = 1/13$
    - $Pr(A|B) = 1/13$

条件付き期待値

- 統計的因果推論では，この条件付き確率の考え方を期待値に応用する.
- $E[Y|X]$
  - Xが起こった場合のYの条件付き期待値
- XとYが離散確率変数
  - $E[Y|X] = \sum_y y\, Pr(Y = y|X = x)$
- XとYが連続確率変数
  - $E[Y|X] = \int_{-\infty}^{\infty} y f_{Y|X}(y|x) dy$
- 条件付き確率の重み付き平均

ここが重要なポイント

- XとYが独立

$$E[Y|X] = E[Y]$$

  - XとYが独立であれば，Xを与えたときのYの条件付き期待値$E[Y|X]$が，Yだけの期待値$E[Y]$に一致する．

識別性の条件

識別性（identifiability）

- 観測されたデータから母数（parameter）が一意に推定できること
  - 識別性の条件が満たされていない場合，標本から母集団への推定ができない．
- 識別性＝正値性＋独立性
  - SUTVAは満たされていると仮定する

条件1：割付け確率の正値性（positivity）

$$0 < Pr(T = 1) < 1$$

- 処置に割付けられる確率$Pr(T = 1)$が，0よりも大きく，1よりも小さいということである．
  - 注意：確率の公理主義的定義より，確率は$0 \leq Pr(A) \leq 1$と定義されていた．正値性の条件により，$Pr(T = 1)$は0と1を含んでいない点である．正値性の条件とは，すべての個体が両方の処置を受ける可能性があることを意味する．

条件2：割付けの独立性

$$\{Y(1), Y(0)\} \perp T$$

- 潜在的結果変数$\{Y(1), Y(0)\}$と処置の割付けTが独立である.
  - 処置の割付けが，潜在的結果変数に依存して行われてはいけない
  - 処置の割付けが無作為なら，すべての変量と独立になっているはずであるから，実験研究ではこの条件が容易に満たされていると見なすことができる

実験研究における平均処置効果の推定

復習：観測値Y_i

$$Y_i = (1 - T_i)Y_i(0) + T_iY_i(1)$$

- $T_i = 0$：個体iが処置をされていないこと
- $T_i = 1$：個体iが処置をされていること
- $Y_i(0)$：処置のない場合の潜在的な結果
- $Y_i(1)$：処置のある場合の潜在的な結果

復習：平均処置効果（ATE）

$$\tau_{ATE} = E[Y_i(1) - Y_i(0)] = E[Y_i(1)] - E[Y_i(0)]$$

- $Y_i(0)$と$Y_i(1)$：潜在的結果変数の組
  - 個体iに対して，どちらかが観測されるとき，もう一方が観測されないため，このままでは観測も推定もできなかった．
  - $E[Y_i(1)]$：すべての個体が処置を受けた場合の期待値
  - $E[Y_i(0)]$：すべての個体が処置を受けなかった場合の期待値
- $E[Y_i(1)]$と$E[Y_i(0)]$の両方を同時に観測することは明らかに不可能

ナイーブな推定値（1）

- $T_i = 0$のときのY_i：$Y_i|T_i = 0$
- $T_i = 1$のときのY_i：$Y_i|T_i = 1$

- 以下は観測することができる.
  - $E[Y_i|T_i = 1]$：処置群における結果変数の期待値
  - $E[Y_i|T_i = 0]$：統制群における結果変数の期待値

- したがって，以下は推定することができる
  - $E[Y_i|T_i = 1] - E[Y_i|T_i = 0]$

ナイーブな推定値（2）

- 表2.2の例
  - このナイーブな推定量は，平均処置効果（ATE）を適切に推定できていなかった．
  - 処置の割付けを表すT_iが入学試験の点数に依存していたから

- 処置の割付け変数が入学試験の点数と独立ではない
  - 入学試験の点数が潜在的結果変数と関連がある
  - 処置の割付け変数と潜在的結果変数が独立でない

注意事項

- $E[Y_i|T_i = 1] = E[Y_i(1)|T_i = 1]$
- $E[Y_i|T_i = 0] = E[Y_i(0)|T_i = 0]$

- $Y_i(1)$：潜在的結果変数
  - その一部分については観測されている.
  - $T_i = 1$のときの$Y_i(1)$は，$T_i = 1$のときのY_iである.
- $Y_i(0)$：潜在的結果変数
  - その一部分については観測されている.
  - $T_i = 0$のときの$Y_i(0)$は，$T_i = 0$のときのY_iである.

具体例：表2.2（処置が1のとき）

- 処置が1のときの期末試験の点数
- 処置が1のときの潜在的結果1の点数

表2.2

ID	入学試験 x1	処置 t1	期末試験 0 y0	期末試験 1 y1	潜在的結果 0 y0t	潜在的結果 1 y1t	潜在的結果の差 y1t − y0t
1	74	1		76	68	76	8
2	82	0	75		75	84	9
3	72	1		75	65	75	10
4	96	0	84		84	97	13
5	83	0	75		75	84	9
6	72	1		74	65	74	9
7	85	0	76		76	87	11
8	87	0	77		77	89	12
9	86	0	77		77	87	10
10	77	1		80	70	80	10
11	95	0	87		87	96	9
12	84	0	75		75	85	10
13	74	1		77	67	77	10
14	58	1		61	52	61	9
15	91	0	81		81	93	12
16	80	0	72		72	84	12
17	80	0	72		72	82	10
18	89	0	70		70	89	19
19	88	0	70		70	90	20
20	86	0	78		78	87	9

具体例：表2.2（処置が0のとき）

- 処置が0のときの期末試験の点数
- 処置が0のときの潜在的結果0の点数

表2.2

ID	入学試験 x1	処置 t1	期末試験 0 y0	期末試験 1 y1	潜在的結果 0 y0t	潜在的結果 1 y1t	潜在的結果の差 y1t − y0t
1	74	1		76	68	76	8
2	82	0	75		75	84	9
3	72	1		75	65	75	10
4	96	0	84		84	97	13
5	83	0	75		75	84	9
6	72	1		74	65	74	9
7	85	0	76		76	87	11
8	87	0	77		77	89	12
9	86	0	77		77	87	10
10	77	1		80	70	80	10
11	95	0	87		87	96	9
12	84	0	75		75	85	10
13	74	1		77	67	77	10
14	58	1		61	52	61	9
15	91	0	81		81	93	12
16	80	0	72		72	84	12
17	80	0	72		72	82	10
18	89	0	70		70	89	19
19	88	0	70		70	90	20
20	86	0	78		78	87	9

無作為割付けならば独立

- 処置の割付けを表すT_iが潜在的結果変数の組$\{Y_i(1), Y_i(0)\}$に依存していなければ，T_iと$\{Y_i(1), Y_i(0)\}$は独立である．
  - 無作為割付けの場合，処置の割付けを表すT_iは個体iの属性とは無関係であるから，T_iは$\{Y_i(1), Y_i(0)\}$とも無関係となる．
  - よって，無作為割付けの場合，独立性の条件が満たされることから，$E[Y|X] = E[Y]$であるので，以下が成り立つ．
- $E[Y_i|T_i = 1] = E[Y_i(1)|T_i = 1] = E[Y_i(1)]$
- $E[Y_i|T_i = 0] = E[Y_i(0)|T_i = 0] = E[Y_i(0)]$

平均処置効果が推定可能

- 無作為割付けの場合
  - $E[Y_i|T_i = 1]$と$E[Y_i|T_i = 0]$：観測量
  - $E[Y_i(1)] - E[Y_i(0)]$：平均処置効果（ATE）

  - 観測量のみからATEを適切に推定できる

$$E[Y_i|T_i = 1] - E[Y_i|T_i = 0] = E[Y_i(1)] - E[Y_i(0)]$$

独立性と条件付き独立性

条件付き独立

- $Pr(A|B) = Pr(A)$
  - 事象Aと事象Bは独立な事象
  - $A \perp B$と書く

- 条件の部分にBだけでなく，Cも追加

$$Pr(A|B,C) = Pr(A|B)$$

  - BとCを条件としたときのAの確率が，Bだけを条件としたときのAの確率に一致することを条件付き独立という．
  - 記号では，$A \perp B|C$と書く．

注意事項

- 「独立ならば条件付き独立」とは限らない.
- 「条件付き独立ならば独立」とも限らない.

- 具体例：シンプソンのパラドックス
  - 以下の例は，独立（$Y \perp T$）でないが，条件付き独立（$Y \perp T|X$）である.

表3.1

a.全体	効果あり	効果なし	計	有効割合
処置群	156	124	280	0.557
統制群	107	183	290	0.369
計	263	307	570	0.461

b.男性	効果あり	効果なし	計	有効割合
処置群	126	54	180	0.700
統制群	35	15	50	0.700
計	161	69	236	0.700

c.女性	効果あり	効果なし	計	有効割合
処置群	30	70	100	0.300
統制群	72	168	240	0.300
計	102	238	340	0.300

表3.1a

a.全体	効果あり	効果なし	計	有効割合
処置群	156	124	280	0.557
統制群	107	183	290	0.369
計	263	307	570	0.461

- 570人の被験者全体では，処置群における有効割合は0.557であるが，統制群における有効割合は0.369である．
  - 処置の有無と効果には関係があるように見える．

表3.1bと表3.1c

b.男性	効果あり	効果なし	計	有効割合
処置群	126	54	180	0.700
統制群	35	15	50	0.700
計	161	69	236	0.700

c.女性	効果あり	効果なし	計	有効割合
処置群	30	70	100	0.300
統制群	72	168	240	0.300
計	102	238	340	0.300

- 表3.1bと表3.1cでは，被験者570人を男性236人と女性340人に分けて，条件付きで処置の有無と効果を見ている．

表3.1bと表3.1cの結論

b.男性	効果あり	効果なし	計	有効割合
処置群	126	54	180	0.700
統制群	35	15	50	0.700
計	161	69	236	0.700

c.女性	効果あり	効果なし	計	有効割合
処置群	30	70	100	0.300
統制群	72	168	240	0.300
計	102	238	340	0.300

- 男性と女性という情報に条件付けた場合，それぞれの集団において処置の有無と効果には関係がないように見える．

共変量の重要性

- 統計的因果推論の立場から重要な点
  - たとえデータ全体で独立でなかったとしても，共変量（covariate）に条件付けた場合には独立と見なし得るという点
  - 共変量については，次節で解説する．

共変量の役割

実験研究と観察研究

- 実験研究
  - 処置の割付けが無作為に行われる
  - 平均処置効果（ATE）を適切に推定できる
  - しかし，すべての研究課題について実験研究を行うことができるわけではない．
- 観察研究
  - 処置の割付けを無作為にしていない研究
  - 観察研究において適切な統計的因果推論を行うためには，処置群と統制群を比較可能な状態にすることが重要である．
  - 観察研究であっても，あたかも実験研究であるかのように2つの比較可能な集団を用意する

共変量

- 結果変数Y_iに影響する変数の中で，処置の影響を受けていない変数
  - 観察研究において2つの比較可能な集団を用意するために重要な役割を果たす
- 中間変数
  - 処置の影響を受けている変数は中間変数（mediator）といって，共変量とは区別する．
  - 中間変数について詳しくは，第5回で扱う．
- 処置の割付けを表すT_i
  - 共変量ではなく，処置変数と呼ぶ．

条件付き独立：無交絡性（unconfoundedness）

$$\{Y_i(1), Y_i(0)\} \perp T_i | \boldsymbol{X}$$

- 共変量$\boldsymbol{X}$を条件としたとき，処置の割付けを表す変数T_iが，潜在的結果変数の組$\{Y_i(1), Y_i(0)\}$に依存しないこと

条件付き正値性（conditional positivity）

$$0 < Pr(T = 1|\boldsymbol{X}) < 1$$

- 共変量$\boldsymbol{X}$を条件とした場合に，どの個体も処置群または統制群に割付けられる確率が0または1でないこと
  - どの個体も，処置群または統制群のどちらにも割付けられる可能性がある

強い意味での無視可能な割付け strongly ignorable treatment assignment

- SUTVAが成り立つと仮定し，「条件付き独立」および「条件付き正値性」が成り立つこと
  - 以下の用語も同じ意味
    - 観測値による選択がない
    - 除外変数による偏りがないこと
    - 脱落変数バイアスがないこと

条件付き独立

$$E[A|B,C] = E[A|B]$$

- 条件付き独立が成り立つという意味

- $E[Y_i|T_i = 1, \boldsymbol{X}] = E[Y_i(1)|T_i = 1, \boldsymbol{X}] = E[Y_i(1)|\,\boldsymbol{X}]$
- $E[Y_i|T_i = 0, \boldsymbol{X}] = E[Y_i(0)|T_i = 0, \boldsymbol{X}] = E[Y_i(0)|\,\boldsymbol{X}]$
- $E[Y_i|T_i = 1, \boldsymbol{X}] - E[Y_i|T_i = 0, \boldsymbol{X}] = E[Y_i(1)|\,\boldsymbol{X}] - E[Y_i(0)|\,\boldsymbol{X}]$

具体例：表3.2（想定事項）

- 補習授業は強制ではなく，受けるかどうかは学生の裁量に委ねられている
- 入学試験の点数が低い学生ほど自信が低いため補習授業に参加する確率が高い
  - 入学試験の点数が高い学生ほど自信が高いため補習授業に参加する確率が低い

表3.2（教科書p.40）

ID	入学試験	期末試験	処置	割付け確率
1	70	74	1	確率4/5で無作為に割付け
2	70	63	0	
3	70	73	1	
4	70	71	1	
5	70	74	1	
6	75	67	0	確率3/5で無作為に割付け
7	75	77	1	
8	75	68	0	
9	75	77	1	
10	75	78	1	
11	85	88	1	確率2/5で無作為に割付け
12	85	77	0	
13	85	76	0	
14	85	86	1	
15	85	78	0	
16	90	81	0	確率1/5で無作為に割付け
17	90	91	1	
18	90	82	0	
19	90	82	0	
20	90	82	0	

具体例：表3.2（想定事項の続き）

- 入学試験の点数が低いほど，補習授業を受ける確率が高い
- 入学試験の点数に依存して処置の割付けが決まっているため，データ全体では無作為な割付けではない

表3.2（教科書p.40）

ID	入学試験	期末試験	処置	割付け確率
1	70	74	1	確率4/5で無作為に割付け
2	70	63	0	
3	70	73	1	
4	70	71	1	
5	70	74	1	
6	75	67	0	確率3/5で無作為に割付け
7	75	77	1	
8	75	68	0	
9	75	77	1	
10	75	78	1	
11	85	88	1	確率2/5で無作為に割付け
12	85	77	0	
13	85	76	0	
14	85	86	1	
15	85	78	0	
16	90	81	0	確率1/5で無作為に割付け
17	90	91	1	
18	90	82	0	
19	90	82	0	
20	90	82	0	

具体例：表3.2（無視可能な割付け）

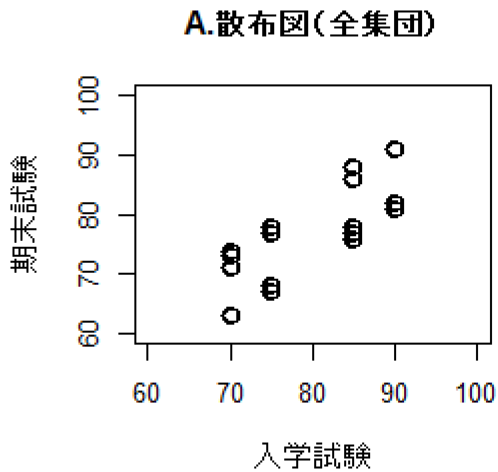
- 共変量である入学試験の点数が同じ個体同士では，処置の割付け確率が同じであることを**無視可能な割付け**という．
  - 共変量に条件付けたとき，**局所的に無作為割付けが実現されている**ということ

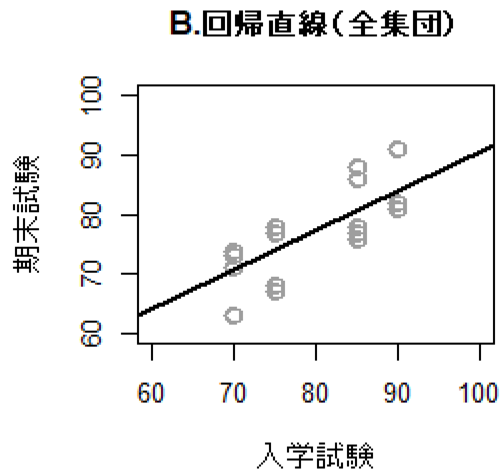
表3.2（教科書p.40）

ID	入学試験	期末試験	処置	割付け確率
1	70	74	1	確率4/5で無作為に割付け
2	70	63	0	
3	70	73	1	
4	70	71	1	
5	70	74	1	
6	75	67	0	確率3/5で無作為に割付け
7	75	77	1	
8	75	68	0	
9	75	77	1	
10	75	78	1	
11	85	88	1	確率2/5で無作為に割付け
12	85	77	0	
13	85	76	0	
14	85	86	1	
15	85	78	0	
16	90	81	0	確率1/5で無作為に割付け
17	90	91	1	
18	90	82	0	
19	90	82	0	
20	90	82	0	

共分散分析の概略

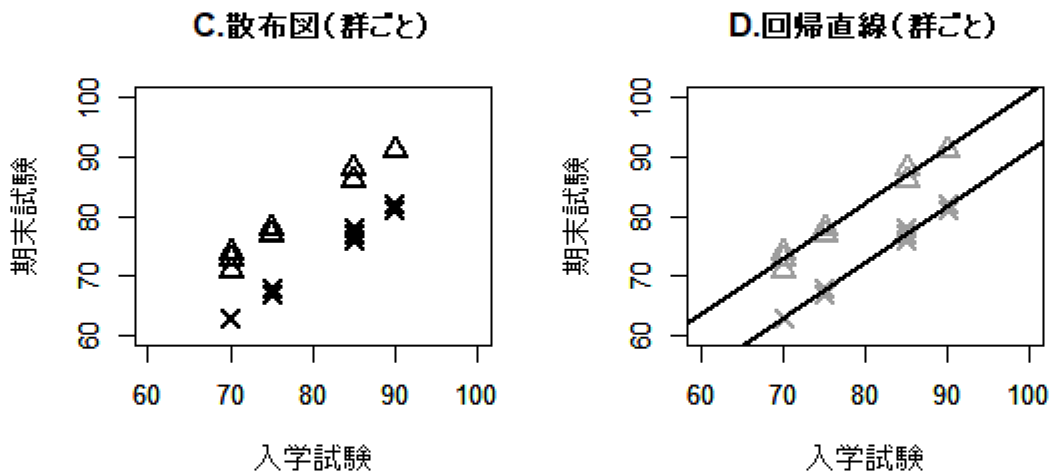
図Aと図B（教科書p.42）





- 図A：全集団の散布図である．正の相関関係が見て取れるが，ここではこの情報はあまり重要ではない．
- 図B：全集団に対して通常の最小二乗法（OLS: ordinary least squares）による回帰直線を引いたものである．
  - やはり，平均して右肩上がりの傾向が見て取れるが，この発見もここではあまり重要ではない．
  - なぜなら，ここでは，全集団における入学試験の期末試験に与える効果を知りたいわけではないからである．
  - ここで知りたいことは，補習授業の期末試験に与える効果である．

図Cと図D（教科書p.42）

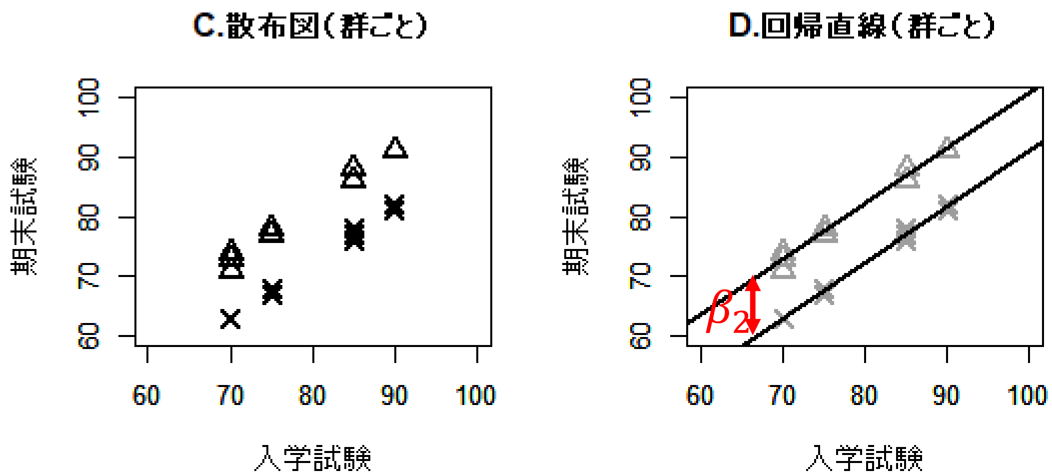


- 図C：群ごとにマークを変更した散布図で，△は期末試験1であり，×は期末試験0である．
  - ◆ 2つの集団にきれいに分かれている様子が見て取れる．
- 図D：2つの群ごとに分けて回帰直線を引いたものである．
  - ◆ ここから，2つの回帰直線は平行に走っていることが分かる．
  - ◆ この2つの回帰直線の縦方向の差が，平均処置効果（ATE）である．
  - ◆ この発見は重要である．

処置の割付けが無視可能とは

- 共変量（ここでは入学試験）に条件付けた場合，処置群と統制群における結果変数（ここでは期末試験）の平均的な差を取ればよいことを意味している

共分散分析（ANCOVA: analysis of covariance）



$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 T_i + \varepsilon_i$$

Y_i：結果変数（期末試験）

β_0，β_1，β_2：回帰の母数（パラメータ）

X_i：共変量（入学試験）

T_i：処置を表す二値変数（補習授業）

ε_i：誤差項（error term）

データの読み込み（教科書pp.40-41）

- data03 <- read.csv(file.choose( ))
- attach(data03)
- summary(data03)
- mean(y3[t1==1]) - mean(y3[t1==0])
- mean(y1t) - mean(y0t)

```
> summary(data03)
       x1              y3              t1             y0t             y1t
 Min.   :70.00   Min.   :63.00   Min.   :0.0   Min.   :62.00   Min.   :71.00
 1st Qu.:73.75   1st Qu.:73.75   1st Qu.:0.0   1st Qu.:66.50   1st Qu.:75.50
 Median :80.00   Median :77.00   Median :0.5   Median :71.00   Median :81.50
 Mean   :80.00   Mean   :77.25   Mean   :0.5   Mean   :72.20   Mean   :82.00
 3rd Qu.:86.25   3rd Qu.:82.00   3rd Qu.:1.0   3rd Qu.:78.75   3rd Qu.:88.75
 Max.   :90.00   Max.   :91.00   Max.   :1.0   Max.   :82.00   Max.   :92.00
> mean(y3[t1==1]) - mean(y3[t1==0])
[1] 3.3
> mean(y1t) - mean(y0t)
[1] 9.8
```

モデルの推定（教科書p.44）

- model1 <- lm(y3 ~ x1 + t1)
- summary(model1)
- confint(model1, level=0.95)

```
> summary(model1)

Call:
lm(formula = y3 ~ x1 + t1)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.84950 -0.54042  0.07711  0.38619  1.18781

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -2.12562    2.27423  -0.935    0.363
x1           0.93085    0.02704  34.422  < 2e-16 ***
t1           9.81592    0.42757  22.957 3.11e-14 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.8573 on 17 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9867,    Adjusted R-squared:  0.9851
F-statistic: 629.5 on 2 and 17 DF,  p-value: < 2.2e-16

> confint(model1, level=0.95)
                 2.5 %     97.5 %
(Intercept) -6.9238192  2.6725754
x1           0.8737921  0.9878995
t1           8.9138219 10.7180189
```