

レポート提出票

科目名: 情報工学実験2

実験テーマ: 実験テーマ3 情報通信シミュレーション

実施日: 2020年 11月 30日

学籍番号: 4619055

氏名: 辰川力駆

共同実験者:

_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____

1 実験概要

2 実験手順

3 実験結果

4 検討

4.1 課題 1

課題 3-2 で描いた対数尤度関数から能力値を推定する。またその時の情報量 $I(\hat{\theta})$ と標準誤差 $se(\hat{\theta})$ を求める。

Item21 の事後分布のグラフは図 1 のようになった。また、対数尤度関数のグラフは図 2 のようになった。尤度の値はすべて 0 ~ 0.3 の間に収まっているので、自然対数を取った対数尤度の値はすべて負の値を取っている。

対数尤度は事後分布の対数をとったものであるが、対数関数は定義域に対して単調増加であるから、ある関数に対し対数をとっても横軸の値に対する縦軸の値の大小関係は変化しない。つまり、どちらのグラフも最大値を取るときの θ は同じで、正答は $\theta = 0.6$ で誤答は $\theta = -0.4$ である。

Item3,9,21,24,30,35,40,51 を解き全て正答したので、それらの正答確率の対数関数を全て足し合わせると、グラフを求めることができる。結果は図 3 ようになった。

対数関数なので、和を求めたことにより、上記の Item21 だけの対数対数尤度グラフと比べて、最大値を取っている θ の値が高くなっている。これは全て正答したからである。

図 1: 全ての項目による対数尤度グラフ

図3の対数尤度関数で最大値を取っている θ の値は、 $\theta = 1.7$ である。よって自分の能力値は 1.7 であると推定できる。また、情報量 $I(\hat{\theta})$ は各問題に関する情報量 $I_i(\theta)$ の合計である。したがって、8問の合計を求めたら良く、

$$\begin{aligned} I(\hat{\theta}) &= \sum_{i=1}^8 I_i(\theta) \\ &= \sum_{i=1}^8 D^2 a_i^2 P_i(\theta)(1 - P_i(\theta)) \\ &= \sum_{i=1}^8 1.7^2 a_i^2 P_i(1.7)(1 - P_i(1.7)) \\ &\approx 1.65559 \end{aligned}$$

である。

また、標準誤差は

$$\begin{aligned} se(\hat{\theta}) &= I(\hat{\theta})^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1.65559}} \\ &\approx 0.77718 \end{aligned}$$

である。

4.2 課題 3-4

課題 1-3 で解いた項目の a_i が全て「1」だった場合の能力値、情報量、標準誤差を求め、結果について考察する。

a_i が全て「1」だった場合の対数尤度グラフは図4のようになる。図4の対数尤度関数で最大値を取っている θ の値は、 $\theta = 2.1$ である。

よって、情報量は課題 3-3 と同様にして求めればよいから、

$$\begin{aligned} I(\hat{\theta}) &= \sum_{i=1}^8 I_i(\theta) \\ &= \sum_{i=1}^8 D^2 a_i^2 P_i(\theta)(1 - P_i(\theta)) \\ &= \sum_{i=1}^8 1.7^2 1^2 P_i(2.1)(1 - P_i(2.1)) \\ &\approx 2.22578 \end{aligned}$$

である。

また、標準誤差は

$$\begin{aligned} se(\hat{\theta}) &= I(\hat{\theta})^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2.22578}} \\ &\approx 0.67028 \end{aligned}$$

である。

図4のグラフからわかるように図3とあまり概形に変化はない。これは困難度パラメタ (b_i) を変えていないからである。

情報量に関しては識別力パラメタ (a_i) を2乗するので $a_i = 1$ にすることで増加している。だから、分母が大きくなるので標準誤差は小さくなっている。

4.3 課題 3-5

解いた項目と、能力値 θ の推定結果と、課題 1-4 で行なった偏差値 S の結果を同じグループ内で共有し、比べた結果を考察する。

表 1: G9 メンバーの推定結果

学籍番号 (46190)	15	28	38	55	58	64	94
能力値 θ	0	-0.1	1	1.7	0.4	1	1.3
偏差値 S	45	45	60	70	61.7	70	70
解答した問題	5	1	3	3	8	1	3
	11	5	8	9	20	15	6
	36	20	16	21	28	28	20
	49	25	49	24	35	46	34
			52	30	42	52	45
				35	46		
				40			
				51			

グループ 9 のメンバーの結果を表 1 にまとめた。解いた問題数を比べると、自分が一番多かった。また、能力値も一番高かった。偏差値が 70 のとき 100 点なので自分 (4619055) 以外に 4619064 と 4619094 が満点だが、能力値が違っている。これは問題のパラメタの違いも関係しているが、解いた問題数が多いと能力値が上がる傾向があると考えられる。

A 付録