電気工学実験 1-A　実験手順書
共振回路

1.　実験の目的

本実験では，インダクタ，キャパシタ，及び抵抗で構成される直列共振回路について，共振現象の測定を行い，その性質を理解することを目的とする．

2.　動作原理

2.1.　　直列共振回路

図 1 にインダクタ L，キャパシタ C，及び抵抗 R で構成される直列共振回路を示す．ここで，図 1 に示した直列共振回路に交流電圧 e を加えた場合に流れる電流 i は次式で表される．

$$i = \frac{e}{R + j\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)} = \frac{e}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}} \exp(-j\phi) \tag{1}$$

$$\text{ただし，}\quad \phi = \tan^{-1}\frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}$$

ここで，角周波数を ω，周波数を f とすると，$\omega = 2\pi f$ の関係を満たす．式(1)において，$\omega L - 1/\omega C = 0$ の条件が満足されれば，電流 i は極大値となり，$\phi = 0$ となるので電流 i と電圧 e は同相となる．この時の角周波数を ω_0，周波数を f_0，電流を i_0 とすると，

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{2}$$

$$i_0 = \frac{e}{R} \tag{3}$$

の関係が存在する．式(1)に式(2)，(3)を代入すると，

$$i = \frac{i_0}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)} = \frac{i_0}{\sqrt{1 + Q^2\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \exp(-j\phi) \tag{4}$$

$$\text{ただし，}\quad \phi = \tan^{-1} Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$$

となる．ここで,

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{5}$$

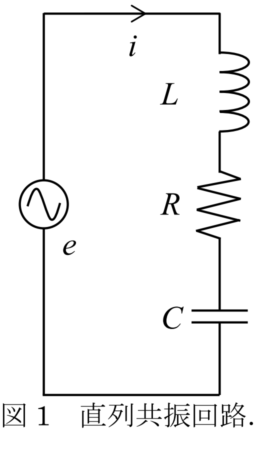

図 1　直列共振回路.

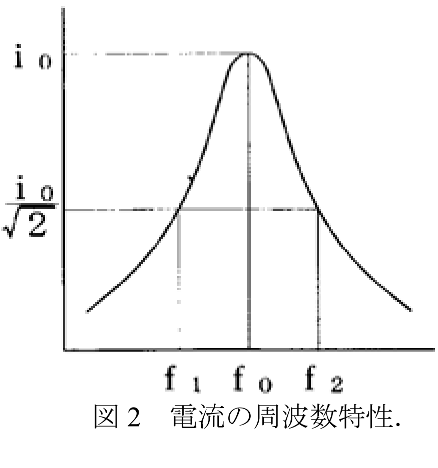

図 2　電流の周波数特性.

この Q を直列共振尖鋭度という．

図 2 に周波数に対する電流の変化を示す．電流 i が $\dfrac{i_0}{\sqrt{2}}$ になるような周波数を f_1，f_2 とすれば，f_0 は f_1 と f_2 の幾何平均となり Q は次式で求まる．

$$Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1} \tag{6}$$

2.2. 並列共振回路（参考）

図 3 にインダクタ L，キャパシタ C，及び抵抗 R で構成される並列共振回路を示す．ここで，図 3 に示した並列共振回路に交流電圧 e を加えた場合を考える．この回路のアドミタンス Y は，

$$Y = \frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C = \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j\omega \frac{CR^2 + \omega^2 L^2 C - L}{R^2 + \omega^2 L^2} \tag{7}$$

である．ここで，式(7)のサセプタンス(虚数部)がゼロとなる周波数を f_0 (角周波数 ω_0)とすれば，

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} \tag{8}$$

となる．この時の回路のアドミタンス Y_0 は，

$$Y_0 = \frac{CR}{L} \tag{9}$$

すなわち，この時のインピーダンス Z_0 は，

$$Z_0 = \frac{L}{CR} \tag{10}$$

となり，この Z_0 は共振インピーダンスと呼び純抵抗となる．一般に Z_0 はインピーダンス $|Z|$ の最大値とは等しくない．正確に $|Z|$ の最大値を与える周波数 f_m は，

$$f_m = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{1}{L^2C^2} + \frac{2R^2}{L^3C}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{R^2}{L^2}} \tag{11}$$

となり，f_0 より少し高い周波数となる．図 4 にインピーダンス $|Z|$ 及びアドミタンス $|Y|$ の周波数特性を示す．

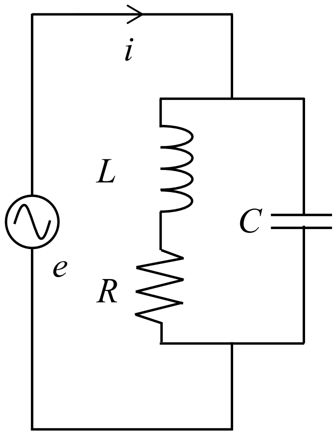

図 3　並列共振回路.

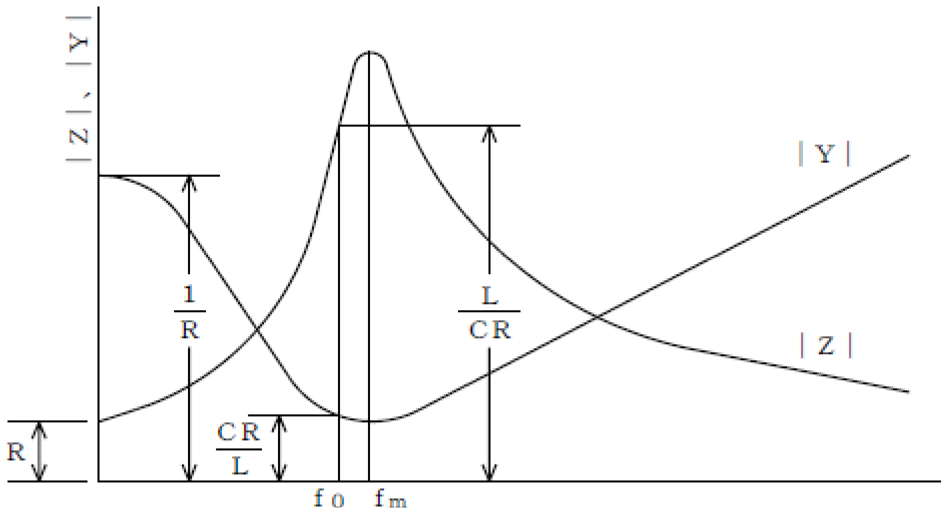

図 4　インピーダンス $|Z|$ 及びアドミタンス $|Y|$ の周波数特性.

3.　使用器具

共振回路測定装置　CR 発信機　周波数カウンタ　電子電圧計，
ディジタルマルチメータ（高感度用と普通感度用が各 1 台）　可変抵抗器　コイル 10mH，
コンデンサ容量 0.1μF　無誘導抵抗 0.515Ω

4.　実験方法

図 5 に示す直列共振回路を作成する．入力電圧 V_1 を 0.5 V に固定し，周波数 f を 1 kHz ~ 10 kHz と変化させたときの電流 i，電圧 V_2，及び電圧 V_3 を測定する．ただし，電流 i は図 6 に示すように，無誘導抵抗(0.515Ω)の両端の電圧降下を測定して求める．また，可変抵抗器の値 Rv は 0，30，50，70 Ω とする．

5.　考察

(1)　それぞれの Rv に対して Q 値を求めよ．
(2)　図 7 に示すように $1 / Q$ と Rv との関係をグラフに示し，R_L，L，C の値を求めよ．
ヒント
式(2)より，L，C を一定とすると ω_0 は変化しない．
式(5)より，
$$\frac{1}{Q}=\frac{R_L+R_V}{\omega_0 L}=\omega_0 C\left(R_L+R_V\right)$$
以上より，$1 / Q$ 及び(R_L+R_V)の関係は直線で表される．この直線の傾きは $1 /\omega_0 L$ または $\omega_0 C$ を示す．
(3)　式(6)　$Q=\dfrac{f_0}{f_2-f_1}$ を誘導せよ．
(4)　入力電流を測定する際に，電流計ではなく無誘導負荷と電圧計を用いた理由について考察せよ．
(5)　<u>共振回路における</u> Q 値は私たちの身の回りでどのように使われているか調べよ．
　(建築学や機械工学における Q 値とは異なるので注意すること．)

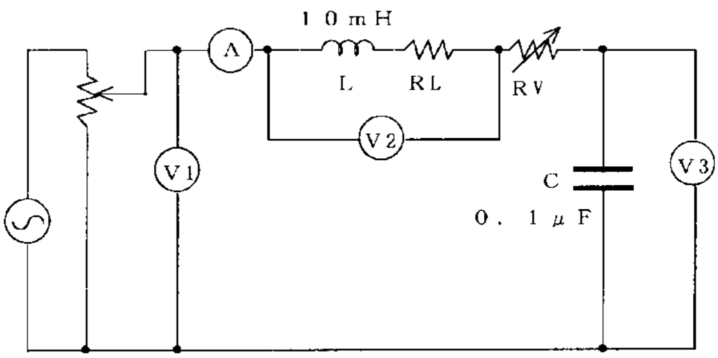

図 5　直列共振回路図．

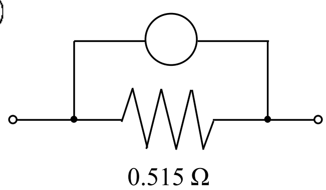

図　6　無誘導負荷による電流測定回路．

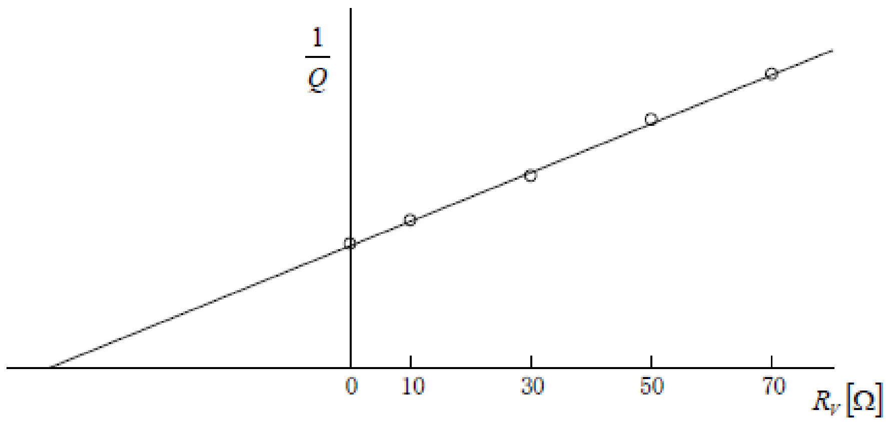

図 7　$1 / Q$ と Rv の関係．