

Tesi

Matteo Paolo Dell'Acqua

Luglio 2023

Indice

Introduzione	2
1 Letteratura	3
1.1 CAPM e le critiche sul modello	3
1.1.1 Alcuni test empirici sul CAPM	6
1.2 Il modello a tre fattori di Fama e French	7
1.2.1 Formula del modello a tre fattori	8
1.2.2 Costruzione dei fattori	9
1.2.3 Risultati empirici sul mercato americano	10
1.2.4 Altri test empirici sul modello a tre fattori	12
2 Dati e metodi utilizzati	13
2.1 Dati	13
2.1.1 Costruzione e composizione dei portafogli	13
2.1.2 Costruzione dei fattori	15
2.2 Metodi che applicheremo nell'analisi	16
3 Analisi empiriche	18
3.1 Analisi preliminari	19
3.2 Analisi della regressione del modello	20
3.2.1 Stima dei modelli	20
3.2.2 Diagnostica dei modelli	22
3.2.3 Sensibilità dei parametri	24
3.2.4 Test sull'intercetta	28
3.3 Confronto performance	28
Conclusioni	32
Bibliografia	35

Introduzione

Ogni giorno, in tutto il mondo, si scambiano enormi quantità di capitale nei principali mercati finanziari. Questi scambi si basano su una serie di parametri ed indici, il cui processo di elaborazione, insieme ai modelli teorici e alle evidenze empiriche ad essi correlati, richiede uno sforzo considerevole caratterizzato da numerosi tentativi ed errori.

Inoltre, quotidianamente si affrontano migliaia di problematiche relative alla valutazione dei flussi di cassa, all'analisi del rapporto rischio-rendimento e alla previsione dei rendimenti delle azioni. In gran parte di queste attività, un fattore chiave svolge un ruolo centrale influenzando la maggior parte delle decisioni prese: la stima del tasso di rendimento richiesto specifico per ciascun attivo, comunemente noto come stima del costo del capitale.

In questo contesto, entrano in gioco i modelli di pricing degli asset che cercano di catturare e riassumere il rischio di ciascun titolo traducendolo in un rendimento atteso. Questa dissertazione ha come obiettivo la validazione empirica del modello a tre fattori proposto dagli economisti Eugene F. Fama e Kenneth R. French, confrontandone le performance con quelle del CAPM (Capital Asset Pricing Model) nel contesto del mercato europeo.

Attraverso questa verifica, si intende determinare quale dei due modelli si comporti meglio nel mercato europeo e analizzare il comportamento dei due fattori chiave "size" e "value" in questo contesto specifico.

Il desiderio di indagare l'efficienza dei due modelli nel mercato europeo nel periodo che va da luglio 1990 a marzo 2023 è guidato principalmente dalla curiosità dello studente. A tale scopo, si cerca di rispondere a due domande principali: il modello a tre fattori di Fama e French riesce a catturare la variazione dei rendimenti dei titoli? Questo modello si comporta meglio rispetto alla sua versione semplificata, il CAPM?

Per rispondere a tali domande, sarà prima presentata la letteratura alla base della creazione dei modelli, le difficoltà riscontrate dal CAPM e come il modello a tre fattori cerca di migliorarlo.

Successivamente, verranno illustrati i dati relativi ai fattori e ai portafogli, fornendo statistiche riassuntive e spiegando il metodo di costruzione utilizzato.

Nell'ultimo capitolo, saranno condotte analisi empiriche approfondite sul modello a tre fattori. Attraverso una regressione OLS (Ordinary Least Squares), saranno successivamente applicati i vari test statistici appropriati. Inoltre, verranno confrontati i due modelli per determinare quale dei due fornisca stime più accurate.

Capitolo 1

Letteratura

Il presente capitolo si propone di esaminare il Capital Asset Pricing Model (CAPM), un modello ampiamente utilizzato nel campo della finanza per la valutazione degli asset e la determinazione del rendimento atteso, ed il modello a tre fattori di Eugene Fama e Kenneth French, il quale ha come scopo quello di avere prestazioni migliori rispetto al CAPM.

Inizieremo illustrando i concetti chiave del CAPM e la sua applicazione pratica nel contesto finanziario. Tuttavia, nonostante la sua popolarità, il CAPM è stato oggetto di diverse critiche e dibattiti all'interno della comunità accademica e professionale; esploreremo quindi le principali limitazioni del modello e le critiche sollevate nei confronti della sua capacità di spiegare i rendimenti degli asset finanziari in modo accurato ed efficiente.

Successivamente esamineremo l'approccio innovativo introdotto dai due studiosi Eugene Fama e Kenneth French, che hanno proposto il Modello a Tre Fattori come alternativa al CAPM tradizionale. Questo modello estende il concetto di rischio incorporando tre fattori: il fattore di mercato, il fattore value e il fattore size.

1.1 CAPM e le critiche sul modello

Il Capital Asset Pricing Model (CAPM) sviluppato da Sharpe (1964) e Lintner (1965) [20] è ampiamente utilizzato nel mondo finanziario, specie nella stima del costo del capitale azionario, nei processi valutativi delle imprese e nella valutazione delle performance dei gestori nei fondi di investimento. Il CAPM ha avuto un'influenza enorme ed è diventato lo strumento di uso più comune nella gestione del risparmio.

Ciò che ha reso questo modello così popolare e così ampiamente usato è senza dubbio la sua semplicità: la relazione lineare che esso attribuisce tra il

rendimento del titolo e il rischio proveniente da esso.

Il CAPM ha formula:

$$E(R_i) = R_f + [E(R_M) - R_f]\beta_{iM}, \quad i = 1, \dots, N \quad (1.1)$$

dove:

- a) $E(R_i)$ è il rendimento di ogni asset, che può essere sia un titolo che un portafoglio
- b) R_f è il tasso di interesse privo di rischio
- c) $E(R_M)$ è il rendimento del portafoglio di mercato
- d) β_{iM} è il beta degli asset, ovvero la sensibilità che i rendimenti degli asset hanno in base all'andamento del mercato.

L'equazione per calcolare β è:

$$Cov(R_i, R_M) / \sigma^2(R_M) \quad (1.2)$$

L'espressione 1.1 mostra la relazione tra il rendimento atteso e il β , essa viene rappresentata da una retta detta Security Market Line (SML), da cui si evince che il rendimento atteso di un titolo che ha $\beta = 0$ è pari al tasso privo di rischio e che il rendimento atteso di un titolo che ha $\beta = 1$ è pari al rendimento atteso di mercato.

Mentre l'espressione 1.2 mostra la relazione del β del titolo rispetto al rendimento del mercato, esso rappresenta una misura della sensibilità di un asset rispetto ai rendimenti del mercato.

Il modello si concentra esclusivamente sul rischio sistemico rappresentato dal coefficiente β , il che può essere considerato un approccio troppo semplificato nella valutazione del rischio di un titolo. Nella realtà l'andamento di un titolo potrebbe essere influenzato da molteplici fattori che vanno oltre il semplice rischio di mercato.

Uno dei principali concetti della teoria del CAPM è rappresentato dalla "teoria delle scelte di portafoglio" formulata da Harry Markowitz nel 1959 [18], in cui egli sostiene che gli investitori siano avversi al rischio e scelgano i portafogli di investimento basandosi su due parametri fondamentali: la media e la varianza dei rendimenti.

Di conseguenza, assumendo che gli investitori si comportino in modo razionale, il portafoglio sarà selezionato in modo tale che, mantenendo un rendimento atteso paritario, si minimizzi la varianza dei rendimenti oppure, mantenendo

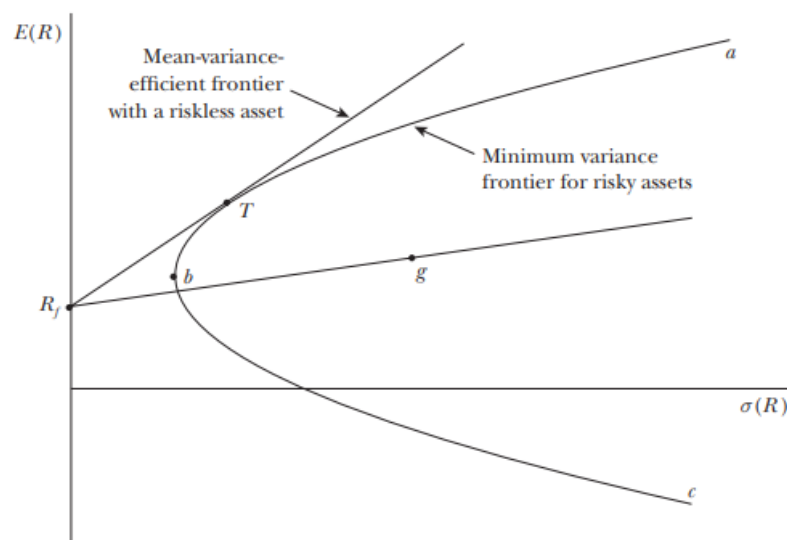
una varianza paritaria, si massimizzi il rendimento atteso.

Partendo dalla "teoria delle scelte di portafoglio" come base, Sharpe e Lintner hanno aggiunto ulteriori assunzioni essenziali:

- a) gli investitori conoscono e condividono la distribuzione dei rendimenti dei titoli.
- b) gli investitori detengono portafogli sulla frontiera efficiente.
- c) esiste un'attività priva di rischio ed è possibile investire e/o indebitarsi illimitatamente al tasso relativo.
- d) la domanda di titoli uguaglia l'offerta in equilibrio.

Per capire meglio la logica della scelta di portafoglio e quindi le implicazioni del CAPM ci affideremo alla Figura 1.1.

Figura 1.1: Opportunità di investimento



Fonte: "The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence (2004) [8].

La Figura 1.1 rappresenta l'opportunità di investimento degli investitori e mostra la cosiddetta "frontiera della varianza minima" (abc). Questa curva traccia le combinazioni di rendimento atteso e rischio per portafogli di asset rischiosi che minimizzano la varianza dei rendimenti a diversi livelli di rendimento atteso. I portafogli che si trovano sopra il punto b lungo la curva abc sono considerati efficienti dal punto di vista del rendimento-varianza, in

quanto massimizzano il rendimento atteso dato il livello di rischio.

Aggiungendo la possibilità di investire in asset con tasso privo di rischio, la frontiera efficiente si trasforma in una semiretta che va a collegare il punto R_f con il portafoglio efficiente T, detta anche Capital Market Line.

Possiamo quindi osservare che tutti i portafogli efficienti sono combinazioni dell'asset privo di rischio e un singolo portafoglio tangente rischioso, T. Questo risultato chiave è il "teorema di separazione" di Tobin (1958).

Secondo le ipotesi del Capital Asset Pricing Model gli investitori hanno aspettative omogenee e una propensione al rischio simile, sotto queste condizioni essi hanno la stessa frontiera efficiente di attività rischiose e lo stesso tasso privo di rischio, così facendo deterrebbero lo stesso portafoglio definito come Portafoglio di Mercato, che per costruzione risulta efficiente.

Tuttavia il Capital Asset Pricing Model è stato oggetto di numerose critiche da parte di studiosi che lo ritengono irrealistico e basato su assunzioni eccessivamente rigide, come ad esempio l'assunzione che il portafoglio di mercato sia efficiente. Questa assunzione è vera se gli investitori detengono portafogli efficienti, agiscono secondo il principio della media-varianza e sono avversi al rischio, altrimenti il CAPM non sarebbe valido. Molti studi però criticano questo assunto, dicendo che non sia realistico che tutti gli investitori siano avversi al rischio.

Altre critiche riguardano le assunzioni di razionalità degli investitori, l'efficienza dei mercati e l'idea di una diversificazione perfetta. Il CAPM assume che gli investitori siano razionali e che i mercati siano efficienti, ignorando comportamenti irrazionali degli agenti e inefficienze effettive dei mercati finanziari. Inoltre presume che gli investitori siano in grado di diversificare perfettamente il proprio portafoglio, eliminando completamente il rischio specifico dell'investimento, il che può essere difficile da raggiungere nella pratica, specialmente per gli investitori con risorse limitate.

Risulta lapalissiano che il modello divida i pareri della comunità finanziaria, motivo per cui esso sia stato soggetto a molti test da parte di diversi studiosi. A tal proposito, le analisi empiriche condotte sul modello risultano problematiche: infatti secondo Richard Roll [19], che pubblicò un articolo sul Journal of Financial Economics, è impossibile costruire un portafoglio che includa tutte le azioni esistenti sul mercato, qualsiasi indice, per quanto rappresentativo del mercato, si riferirà solamente a quel portafoglio di titoli.

1.1.1 Alcuni test empirici sul CAPM

Nel corso degli anni, numerosi economisti hanno condotto test empirici per valutare l'adeguatezza delle assunzioni del CAPM nella realtà.

Spesso le verifiche del CAPM si basano su analisi a due passi: inizialmente si

calcola il β per ogni titolo attraverso una regressione sulla serie storica e successivamente si verifica il CAPM attraverso una regressione cross-sectional dei rendimenti di ogni titolo sui β in un determinato intervallo di tempo.

Richard Roll sostiene che i modelli di equilibrio generale, come il CAPM, non possono essere testati direttamente con dati empirici. Egli fa notare che quando si prova a testare il CAPM si utilizzano delle proxy, invece di analizzare direttamente il vero portafoglio di mercato.

Quindi l'argomento di Roll è che se la proxy utilizzata riflette il CAPM, questo non significa automaticamente che il portafoglio di mercato stesso sia efficiente.

I test empirici del CAPM si concentrano principalmente su come i rendimenti degli investimenti si comportano in relazione alle previsioni del modello, basate sui β rispetto alla proxy del portafoglio di mercato.

Tra i test più noti vi è l'articolo del 1973 di Fama e MacBeth, intitolato "*Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests*" [9]. In questo studio, i due economisti riscontrano una relazione positiva tra il coefficiente β e il rendimento delle azioni; ciò suggerisce che le azioni con un maggiore rischio sistemico tendono ad avere rendimenti più elevati, come previsto dal CAPM. Tuttavia gli autori rilevano anche una significativa dispersione dei rendimenti tra le azioni con lo stesso β , indicando che altri fattori influenzano i rendimenti delle azioni oltre al solo rischio sistemico.

Un altro studio importante è quello di Black, Jensen e Scholes del 1972, intitolato "*The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests*" [13], in questo articolo, gli autori conducono una serie di test empirici per valutare se i rendimenti dei portafogli di azioni possono essere spiegati dal CAPM. I risultati indicano che i rendimenti osservati dei portafogli differiscono da quelli previsti dal modello, in particolare, i rendimenti dei portafogli sono superiori a quelli attesi in base al CAPM.

Inoltre, gli stessi Fama e French, nel loro articolo "*The Cross-Section of Expected Stock Returns*" [5], valutando le prestazioni del modello nel lungo periodo, evidenziano la necessità di aggiungere altri fattori che catturino in modo più accurato la variazione dei rendimenti delle azioni.

1.2 Il modello a tre fattori di Fama e French

Il modello di Fama e French si concentra sulle caratteristiche delle aziende e cerca di determinare se le variabili che influenzano i rendimenti azionari siano il risultato di fattori comuni o se indicano un'inefficienza di mercato.

L'obiettivo degli autori è individuare anomalie rispetto al CAPM, cioè collegamenti tra variabili aziendali e i titoli, al fine di determinare se queste

variabili possano rappresentare fattori che spieghino la variabilità dei rendimenti dei titoli.

Essi notano che gli effetti di molte di queste variabili si sovrappongono; ad esempio se si esegue una regressione dei rendimenti medi storici sull'andamento del mercato e sul rapporto P/E (Price-to-Earnings ratio), il rapporto P/E può spiegare la variabilità dei rendimenti attesi. Tuttavia, se viene aggiunto come terza variabile il rapporto BE/ME (Book-to-Market Equity ratio), quest'ultimo diventa un fattore esplicativo significativo, mentre il rapporto P/E perde la sua efficacia.

Di conseguenza nel loro studio "*The Cross-Section of Expected Stock Returns*" del 1992 [5], gli autori identificano le variabili che hanno un impatto maggiore sulla variabilità dei titoli nel mercato americano e concludono che il BE/ME e la capitalizzazione di mercato sono i parametri che influiscono maggiormente sui rendimenti dei titoli.

1.2.1 Formula del modello a tre fattori

Nel loro lavoro "*Common risk factors in the returns on stocks and bonds*" del 1993 [6], Fama e French hanno proposto un modello alternativo al CAPM che includeva tre fattori di rischio comuni nei rendimenti delle azioni. Oltre al fattore di mercato generale, hanno introdotto due nuovi fattori: uno legato alla dimensione dell'azienda (Small Minus Big, SMB) e un altro legato al rapporto tra valore contabile e valore di mercato (High Minus Low, HML). Questi fattori aggiuntivi hanno contribuito a spiegare meglio la variazione dei rendimenti delle azioni rispetto al CAPM tradizionale.

Il modello mostrato ha formula:

$$E(R_i - R_f) = a_i + b_i[E(R_m) - R_f] + s_i E(SMB) + h_i E(HML) \quad (1.3)$$

Dove:

- a) $E(R_i)$ = rendimento atteso del titolo i .
- b) R_f = tasso d'interesse privo di rischio.
- c) $E(R_m)$ = rendimento atteso del mercato.
- d) $E(SMB)$ = rendimento atteso del fattore size.
- e) $E(HML)$ = rendimento atteso del fattore BE/ME.

Si osserva che in questo modello l'indice di mercato b_i cattura il rischio sistemico derivante da fattori macroeconomici.

Fama e French giustificano questo modello su basi empiriche; infatti SMB e HML possono non sembrare candidati scontati come fattori di rischio che influenzano i rendimenti attesi di un titolo, altre variabili come il P/E e la leva finanziaria potevano essere tenute in considerazione, ma le analisi svolte dai due autori ci portano a pensare che queste variabili possano catturare meglio gli scostamenti dei rendimenti medi rispetto alle previsioni del CAPM.

1.2.2 Costruzione dei fattori

Per la creazione dei fattori, i due economisti Fama e French hanno suddiviso le aziende in due categorie: Small e Big.

Le aziende sono state classificate come "Small" se la loro capitalizzazione di mercato era inferiore al quantile mediano della distribuzione delle capitalizzazioni di mercato di tutte le aziende americane, altrimenti sono state classificate come "Big".

Successivamente, è stata applicata un'altra suddivisione basata sul rapporto BE/ME. Le aziende sono state divise in tre gruppi: il primo gruppo comprendeva le aziende con un valore di BE/ME nel primo trenta-centile, il secondo gruppo comprendeva le aziende con un valore di BE/ME compreso tra il trentesimo e il settantesimo centile, mentre il terzo gruppo includeva le aziende con un valore di BE/ME superiore al settantesimo centile. Così facendo sono stati ottenuti sei portafogli distinti: Small Value (SV), Small Neutral (SN), Small Growth (SG), Big Value (BV), Big Neutral (BN) e Big Growth (BG). Nel nome dei portafogli, la lettera "B" indica se l'azienda è di tipo "Big" e la lettera "S" indica se l'azienda è di tipo "Small". Inoltre, le lettere "G", "N" e "V" indicano rispettivamente se l'azienda rientra nel gruppo ad alto BE/ME (Growth), nel gruppo con BE/ME neutro (Neutral) o nel gruppo a basso BE/ME (Value).

Una volta creati questi portafogli i fattori si calcoleranno come:

$$SMB = \frac{1}{3}(Small\ Value + Small\ Neutral + Small\ Growth) - \frac{1}{3}(Big\ Value + Big\ Neutral + Big\ Growth) \quad (1.4)$$

$$HML = \frac{1}{2}(Small\ Value + Big\ Value) - \frac{1}{2}(Small\ Growth + Big\ Growth) \quad (1.5)$$

Dove SMB è la differenza tra il rendimento medio delle aziende "Small" e il rendimento medio delle aziende "Big", mentre HML è la differenza tra il rendimento medio delle aziende con BE/ME basso e quelle con BE/ME alto.

1.2.3 Risultati empirici sul mercato americano

Nel loro studio del 1992 intitolato "*The Cross-Section of Expected Stock Returns*" [5], Fama e French hanno condotto un'analisi sull'efficacia del CAPM (Capital Asset Pricing Model) e hanno evidenziato la sua insoddisfacente performance. Nel periodo compreso tra il 1963 e il 1990 hanno constatato che la relazione tra il rendimento atteso e il rendimento di mercato non era presente nel mercato americano.

Per cercare di migliorare la previsione dei rendimenti attesi, i due economisti hanno aggiunto al modello CAPM dei fattori legati alle caratteristiche delle aziende. Tra questi fattori sono state utilizzate variabili come la dimensione dell'azienda, il rapporto E/P (earning price ratio), la leva finanziaria e il rapporto BE/ME, che sono state calcolate come versioni normalizzate dei prezzi delle azioni delle aziende.

Secondo Fama e French queste variabili rappresentano differenti modi di estrarre informazioni dai prezzi delle azioni riguardo alle variazioni trasversali dei rendimenti attesi delle azioni stesse. I due autori hanno concluso che il fattore che spiegava meglio i rendimenti delle azioni era il rapporto BE/ME, il quale, combinato con la capitalizzazione di mercato, era in grado di catturare la maggior parte delle variazioni dei rendimenti che sfuggivano al CAPM.

Nel loro successivo lavoro del 1993 intitolato "*Common risk factors in the returns on stocks and bonds*" [6], Fama e French non solo hanno proposto il modello a tre fattori, ma lo hanno anche testato per valutarne l'efficacia. Hanno condotto test empirici sul mercato azionario americano nel periodo compreso tra il 1963 e il 1991.

Per testare il modello, i due economisti hanno creato 25 portafogli suddivisi in base a 5 livelli di capitalizzazione di mercato e 5 livelli del book-to-market equity ratio.

Durante questa suddivisione hanno osservato che le aziende di piccole dimensioni avevano rendimenti superiori rispetto alle aziende di grandi dimensioni, mentre le aziende con un alto rapporto libro-valore avevano prestazioni migliori.

Questi risultati sono stati evidenziati anche dai segni dei coefficienti dei fattori, infatti il fattore "Size" (SMB) risultava positivo nelle regressioni sui portafogli composti da titoli con bassa capitalizzazione di mercato e negati-

vo nelle regressioni sui portafogli di titoli con alta capitalizzazione di mercato. Lo stesso si verificava per il coefficiente associato al fattore "Value" (HML), che risultava positivo quando i titoli del portafoglio avevano un alto book-to-market equity ratio e negativo altrimenti.

Le analisi che effettuarono gli autori riguardarono l'aderenza del modello ai dati, la significatività dei coefficienti e la verifica dell'ipotesi di intercetta nulla con il GRS test (Gibbson-Ross-Shanken) [10], Fama e French conclusero che il modello a tre fattori catturava con più precisione le variazioni dei rendimenti delle azioni nel mercato americano rispetto al CAPM.

In uno dei loro lavori successivi del 1996 intitolato *"Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies"* [7], Fama e French hanno approfondito le performance dei fattori HML e SMB nei periodi di difficoltà delle aziende. Hanno dimostrato che il BE/ME e, di conseguenza, le code relative al fattore HML, sono un eccellente indicatore per i periodi di difficoltà di un titolo.

Hanno evidenziato come, in una situazione di "relative distress" di un titolo, il beta del mercato e il coefficiente associato a HML siano indipendenti, suggerendo che i titoli con alto BE/ME siano sottostimati.

Fama e French intendono sottolineare, richiamando il lavoro di Chan e Chen (1991) [3], come esista una covarianza dei rendimenti collegata ai periodi negativi e alle difficoltà delle aziende che non viene catturata dal rendimento del portafoglio di mercato, ma che viene compensata solo dai rendimenti medi.

In sintesi, le aziende con un basso rapporto E/P, un basso rapporto C/P e alte previsioni di crescita sono considerate aziende "forti" che presentano una pendenza negativa rispetto al fattore HML. Poiché i rendimenti medi associati al fattore HML sono generalmente positivi, questi titoli (con basso E/P e basso C/P) implicano rendimenti attesi inferiori.

Al contrario, le azioni con un alto rapporto BE/ME, un alto rapporto E/P, un alto rapporto C/P o basse aspettative di crescita delle vendite tendono ad avere pendenze positive rispetto al fattore HML, trovandosi in un periodo di "relative distress" e presentando rendimenti medi più elevati.

Per supportare queste osservazioni, Fama e French citano diversi studi precedenti, come quello di DeBondt e Thaler (1985) [4], che evidenziano un'inversione nei rendimenti a lungo termine, e quello di Jegadeesh e Titman (1993) [12], che mostra come i rendimenti a breve termine tendano a persistere.

Inoltre, fanno riferimento ad altri studi che hanno evidenziato la correlazione tra il rendimento medio delle azioni di un'azienda e la sua dimensione, il rapporto libro-valore, il rapporto E/P, il rapporto C/P e la crescita passata delle vendite. Questi pattern nei rendimenti medi delle azioni, non spiegati dal CAPM, sono generalmente chiamati anomalie.

Fama e French sostengono che queste anomalie potrebbero essere risultato

dell'esistenza di premi di rischio aggiuntivi, oltre a quello del mercato, che contribuiscono a spiegare tali fenomeni. Attraverso l'applicazione del loro modello a tre fattori, essi dimostrano che le azioni con una maggiore sensibilità (β) nei confronti della dimensione o del rapporto BE/ME presentano rendimenti medi più elevati, suggerendo la presenza di un premio di rischio associato al fattore analizzato.

1.2.4 Altri test empirici sul modello a tre fattori

Dopo che Fama e French pubblicarono il loro articolo nel 1992 [5], molti economisti testarono empiricamente il modello a tre fattori.

Nell'articolo di Kothari, Shanken e Sloan (1995) [15] gli autori sono in disaccordo sull'effetto del fattore BE/ME proposto da Fama e French. Essi mettono in dubbio il suo potere esplicativo, tuttavia trovano un evidente effetto della dimensione delle aziende. In particolare, hanno osservato che le aziende con un alto rapporto BE/ME tendono ad avere una maggiore probabilità di trovarsi in difficoltà finanziarie. Gli autori hanno attribuito una parte sostanziale del premio di rischio a un possibile bias di selezione nei dati utilizzati, in quanto si sovrastimano i rendimenti per le aziende in difficoltà. Lakonishok, Shleifer e Vishny (1994) [16] suggeriscono che la suddivisione delle aziende in base a rapporti BE/ME elevati e bassi esponga gli investitori a reazioni eccessive nei momenti positivi e negativi e ciò li porta a sovrastimare i prezzi delle azioni per le aziende a basso BE/ME e a sottostimare quelli per le aziende ad alto BE/ME.

Oltre agli studi sulla validità del modello appena menzionati, numerosi altri studi hanno confrontato il modello a tre fattori di Fama e French con il CAPM in diverse aree geografiche.

Ad esempio, l'articolo di da Silva del 2006 [2] sul mercato azionario portoghese e quello di Gregory e Michou del 2009 [11] sul mercato britannico mostrano come il modello proposto da Fama e French abbia una performance superiore rispetto al tradizionale CAPM. Al contrario, altri studi come quello di Kassimatis del 2008 [14] evidenziano che il modello a tre fattori non funziona in modo soddisfacente nel contesto del mercato australiano, di fatto i coefficienti risultano troppo sensibili al periodo scelto per la stima del modello, il che rende i fattori HML e SMB statisticamente non significativi.

Capitolo 2

Dati e metodi utilizzati

In questo capitolo saranno presentati i dettagli riguardanti i dati utilizzati per l'analisi del modello a tre fattori, illustrando la loro provenienza e come sono stati creati i portafogli utilizzati nello studio, oltre alle loro caratteristiche principali. Successivamente, verranno descritti i metodi e le procedure adottate nell'analisi empirica, al fine di chiarire gli aspetti teorici e le motivazioni che hanno guidato le diverse fasi del processo di analisi.

2.1 Dati

2.1.1 Costruzione e composizione dei portafogli

I dati riguardanti i rendimenti in eccesso dei portafogli sono stati estratti dalla libreria di uno dei due autori del modello, Kenneth R. French. All'interno della sezione "Developed Markets Factors and Returns" sono presenti i dati di sei portafogli divisi per capitalizzazione di mercato e per BE/ME composti da titoli europei. Nello specifico i titoli provengono da Austria, Belgio, Svizzera, Germania, Danimarca, Spagna, Finlandia, Francia, Gran Bretagna, Grecia, Irlanda, Italia, Olanda, Norvegia, Portogallo e Svezia.

L'autore dà le seguenti informazioni riguardo alla costruzione dei portafogli:

"Tutti i rendimenti sono espressi in dollari statunitensi, includono dividendi e plusvalenze e non sono composti in modo continuo. Classifichiamo le azioni di una determinata regione in base alla capitalizzazione di mercato e al rapporto tra il valore contabile del patrimonio netto e il suo valore di mercato (BE/ME) alla fine di giugno di ogni anno t . Le grandi azioni sono quelle che rientrano nel 90% superiore della capitalizzazione di mercato di Giugno, mentre le piccole azioni sono quelle che rientrano nel 10% inferiore. I punti

di rottura in base al BE/ME per le grandi e piccole azioni sono il 30° e il 70° percentile della distribuzione del BE/ME per ognuno dei due gruppi. I portafogli sono stati sviluppati utilizzando i sopracitati breakpoint: dapprima si è diviso in due gruppi base alla capitalizzazione di mercato e successivamente si è applicata la divisione in base al BE/ME ottenendo sei portafogli SG, SN, SV, BG, BN e BV, dove S e B indicano piccole o grandi dimensioni e G, N e V indicano rispettivamente growth (BE/ME basso), neutral e value (BE/ME alto).

I portafogli per il periodo da luglio dell'anno t a giugno dell'anno $t+1$ includono tutte le azioni per le quali abbiamo dati sulla capitalizzazione di mercato per dicembre dell'anno $t-1$ e giugno dell'anno t e dati sul patrimonio netto (positivi) per l'anno $t-1$. "

Nel prossimo capitolo analizzeremo questi portafogli al fine di verificare come i coefficienti legati ai fattori si modifichino al variare della tipologia dei titoli. Questo ci consentirà di valutare se tali coefficienti confermano o meno le ipotesi formulate dagli autori del modello riguardo alle diverse performance degli asset in base alla loro capitalizzazione di mercato e al rapporto BE/ME.

I rendimenti comprendono il periodo dal Luglio 1990 al Marzo 2023, sono mostrati sia a cadenza mensile che a cadenza annuale, inoltre sono presenti sia come Average Weighted Return (AVWR) sia come Average Equal Return (AVER).

L'Average Weighted Return (AVWR) rappresenta il rendimento medio ponderato, calcolato considerando le ponderazioni dei titoli all'interno del portafoglio, mentre l'Average Equal Return (AVER) rappresenta il rendimento medio calcolato senza considerare le ponderazioni dei titoli. Oltre ai rendimenti, vengono fornite altre statistiche riassuntive dei portafogli, come il numero di titoli che compongono ciascun portafoglio e la capitalizzazione di mercato media.

Durante il periodo preso in esame, si è osservato un significativo mutamento di queste caratteristiche. In particolare, si è verificato un aumento sia del numero di aziende quotate che della loro capitalizzazione di mercato complessiva. Questo trend riflette un crescente interesse da parte delle aziende a quotarsi sui mercati finanziari e una maggiore fiducia degli investitori nel potenziale di crescita delle società quotate.

Di seguito è riportata una tabella che evidenzia il range e la media del numero di titoli e la capitalizzazione di mercato media per ciascun portafoglio. Questi dati illustrano l'evoluzione nel corso degli anni e offrono una panoramica chiara delle dimensioni e delle caratteristiche delle aziende incluse nei portafogli:

Tabella 2.1: Statistiche riassuntive del numero di titoli presenti nei portafogli (Luglio 1990 - Marzo 2023)

Portafoglio	Minimo	Media	Massimo
SG	431	858	1286
SN	757	1246	1802
SV	927	2104	2857
BG	181	238	329
BN	252	318	440
BV	186	238	329

Tabella 2.2: Statistiche riassuntive della capitalizzazione di mercato media dei portafogli in miliardi (Luglio 1990 - Marzo 2023)

Portafoglio	Minimo	Media	Massimo
SG	90.24	238.2	512.3
SN	74.65	240.5	523.29
SV	52.70	166.3	400.1
BG	1789	12470	29703
BN	1958	11174	20661
BV	1670	10004	2175

2.1.2 Costruzione dei fattori

Il modello di Fama e French è costituito da tre fattori. Il primo fattore è rappresentato dal rendimento in eccesso del mercato, che viene calcolato sottraendo il tasso di interesse privo di rischio dal rendimento di un portafoglio composto dalle azioni dei sei portafogli "dimensione-BE/ME" menzionati in precedenza insieme ad i titoli con rapporto BE/ME negativo che non sono stati inseriti precedentemente nella costruzione dei portafogli.

Il secondo fattore di rischio (SMB) si riferisce alla dimensione dell'azienda. Viene calcolato sottraendo la media dei rendimenti mensili dei tre portafogli di grandi dimensioni (B/L, B/M, B/H) dalla media dei tre portafogli di piccole dimensioni (S/L, S/M, S/H). In questo modo otteniamo il rendimento mensile del fattore SMB. È importante notare che questo fattore è indipendente dagli effetti BE/ME in quanto presenta un rapporto BE/ME ponderato simile tra i portafogli.

Il terzo fattore (HML) si riferisce al valore dell'azienda. Viene calcolato sottraendo la media dei rendimenti dei portafogli con alto BE/ME (SV e BV)

dalla media dei rendimenti dei portafogli con basso BE/ME (SG e BG). Il fattore risulta indipendente da qualsiasi effetto della capitalizzazione di mercato dei titoli.

I rendimenti sono presi dall'inizio di Luglio dell'anno t alla fine di Giugno dell'anno $t+1$, nel periodo compreso tra il Luglio 1990 e il Marzo 2023.

2.2 Metodi che applicheremo nell'analisi

In questa sezione saranno presentati i metodi statistici impiegati per analizzare il modello a tre fattori proposto da Fama e French. Verranno descritte le procedure e le tecniche utilizzate al fine di valutare l'adeguatezza e l'efficacia del modello nel comprendere le relazioni tra i rendimenti dei titoli e i fattori di rischio considerati.

Inizialmente, saranno condotte analisi preliminari al fine di esaminare i rendimenti medi dei portafogli e la loro volatilità, al fine di verificare se tali risultati riflettono le ipotesi degli autori.

Successivamente verrà esaminata la correlazione tra i fattori, poiché una relazione di indipendenza indicherebbe una corretta costruzione dei fattori e la loro capacità di spiegare diverse dimensioni del rischio dei titoli.

Dopo di che saranno eseguite analisi di regressione lineare per ciascun portafoglio, al fine di valutare la relazione tra i rendimenti dei titoli e i fattori di rischio del modello. Verranno calcolati i coefficienti di regressione e saranno eseguiti i relativi test di significatività per determinare l'entità e la direzione dell'effetto dei fattori di rischio sui rendimenti.

I risultati ottenuti dalle regressioni saranno soggetti a t-test per valutare la significatività dei coefficienti di regressione e per verificare se differiscono da zero. Inoltre, mediante l'uso del coefficiente di determinazione (R^2), sarà possibile valutare la bontà di adattamento del modello ai dati. Sarà condotta un'analisi dei residui, attraverso l'esame di grafici specifici, al fine di individuare eventuali pattern o deviazioni dalla linearità, outliers e verificare se le assunzioni della regressione lineare siano rispettate.

Di seguito sarà condotta un'analisi della sensibilità dei parametri, che consiste nel verificare se la stima dei coefficienti rimane robusta nel caso in cui i dati utilizzati per la regressione vengano modificati; nello specifico andremo a cambiare i pesi dei titoli all'interno dei portafogli e il periodo preso in esame per allenare il modello. Sarà importante prestare particolare attenzione al fatto che i segni dei coefficienti non cambino, al fine di mantenere valide le ipotesi del modello.

Dopo di che verrà testata l'ipotesi di intercetta nulla, ipotesi che cerca di verificare che la variabilità dei rendimenti dei portafogli sia interamente spie-

gata dai fattori di rischio. Per fare ciò si utilizzerà il t-test per determinare se il valore assunto dall'intercetta è statisticamente diverso da zero.

Per ultimo si è cercato di confrontare le performance del modello a tre fattori rispetto al CAPM, per prima cosa si sono confrontati i valori del coefficiente R^2 adjusted per poter vedere quanta variabilità dei rendimenti sia spiegata dai modelli, successivamente si è passato ad una fase di previsione per valutarne la precisione.

Per fare ciò si è preso in considerazione il periodo che andava dal Luglio 1990 al Dicembre 2019 per allenare i due modelli con i dati che avevamo a disposizione, dopo di che si sono confrontati i rendimenti previsti dai due modelli nel periodo che andava da Gennaio 2020 a Marzo 2023. Per confrontarli usiamo sia il Mean Squared Error (MSE) che è una misura dell'errore quadratico medio e valuta la bontà di adattamento di un modello di regressione rispetto ai dati osservati, sia un confronto grafico.

Capitolo 3

Analisi empiriche

Il presente capitolo rappresenta un'analisi empirica approfondita del modello a tre fattori di Fama e French nel contesto del mercato europeo.

L'obiettivo principale consiste nell'esaminare l'applicabilità e l'efficacia di questo modello nella spiegazione delle variazioni dei rendimenti dei portafogli nell'area europea. Le analisi empiriche saranno condotte utilizzando i rendimenti dei portafogli AVWR (Adjusted Value-Weighted Returns) nel periodo temporale compreso tra luglio 1990 e dicembre 2019. Questa scelta temporale è stata motivata dalla disponibilità dei dati e dalla necessità di considerare un periodo sufficientemente ampio per catturare le dinamiche e le tendenze nel mercato europeo.

Attraverso l'applicazione del modello a tre fattori di Fama e French a tali dati, saranno esplorate le relazioni tra i fattori di rischio (Market Risk, Size e Value) e i rendimenti degli asset nell'area europea. Si cercherà di valutare se il modello a tre fattori riesce a spiegare in modo significativo le variazioni dei rendimenti e se i fattori di rischio considerati sono statisticamente significativi. Nel corso delle analisi, si procederà all'esame delle stime dei coefficienti dei fattori di rischio nel modello a tre fattori di Fama e French, nonché delle relative t-statistiche, al fine di valutare la significatività statistica di tali fattori nel contesto del mercato europeo. Inoltre, si condurranno analisi sulla robustezza delle stime dei coefficienti dei fattori di rischio. Queste analisi permetteranno di valutare la stabilità e l'affidabilità delle stime nel contesto del modello a tre fattori. Saranno considerate diverse prospettive, come l'impiego di diversi dati o l'impiego di diversi pesi nei portafogli, al fine di verificare la coerenza delle stime dei coefficienti nel modello. Successivamente, saranno effettuati dei test per verificare l'ipotesi di intercetta nulla nel modello a tre fattori. Ciò consentirà di valutare se il modello cattura tutti i fattori di rischio del mercato europeo. Infine, si procederà a una valutazione comparativa delle performance del modello a tre fattori rispetto al CAPM.

Questa analisi permetterà di valutare l'efficacia relativa dei due modelli nella spiegazione delle variazioni dei rendimenti degli asset nell'area europea.

3.1 Analisi preliminari

La Tabella 3.1 riassume le variabili descrittive dei rendimenti in eccesso dei sei portafogli calcolati sia come Average Value Weighted Returns (AVWR) che Average Value Equal Returns (AVER) , arrondati alle tre cifre decimali.

Tabella 3.1: Statistiche riassuntive dei rendimenti in eccesso, cadenza mensile (Luglio 1990 - Dicembre 2019)

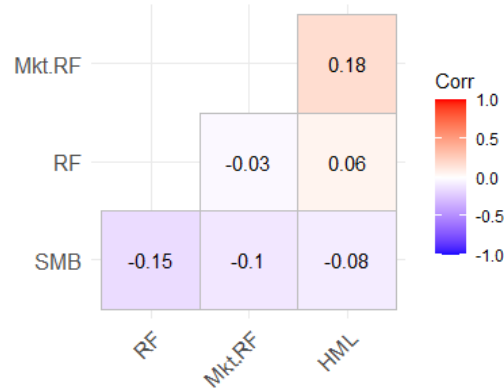
Portafoglio	Mean(AVWR)	Mean(AVER)	Sd(AVWR)	Sd(AVER)
SG	0.009	-0.135	2.428	2.820
SN	0.224	0.152	1.915	2.371
SV	0.433	0.575	2.191	2.598
BG	0.138	0.193	1.444	1.606
BN	0.286	0.360	0.786	1.179
BV	0.269	0.408	1.779	2.064

Analizzando le medie dei rendimenti in eccesso, si osserva che non è presente una relazione inversa significativa tra la dimensione della capitalizzazione di mercato (size) e i rendimenti in eccesso, contrariamente a quanto evidenziato da Fama e French (1992)[5]. Tuttavia, i risultati sono in accordo con la relazione positiva tra i rendimenti in eccesso e il rapporto book-to-market (BE/ME), come riportato dagli stessi autori. Questo risultato è logicamente coerente, poiché ci si aspetta che le aziende "sottostimate" abbiano rendimenti in eccesso superiori rispetto alle aziende "sovrastimate". Nonostante a prima vista la dimensione della capitalizzazione di mercato sembri non essere un fattore discriminante per la performance del titolo dell'azienda, nelle analisi successive si verificherà che essa è statisticamente significativa e ha un potere esplicativo verso la variabile di interesse.

Analizzando le deviazioni standard dei rendimenti, si osserva che le aziende classificate come "Small" presentano una volatilità maggiore rispetto alle aziende "Big". Questo potrebbe spiegare perché le medie dei rendimenti in eccesso sono molto simili tra le due categorie.

Nella Figura 3.1, si osserva che la correlazione tra i tre fattori del modello (Market Risk, Size e Value) è praticamente nulla. L'assenza di correlazione indica che ciascun fattore rappresenta un'informazione unica nel modello e contribuisce in modo indipendente alla variazione dei rendimenti.

Figura 3.1: Correlazione dei fattori



Fonte: RStudio

3.2 Analisi della regressione del modello

3.2.1 Stima dei modelli

In questa sezione verranno mostrati risultati della regressione sui rendimenti mensili in eccesso calcolati come Average Value Weighted Returns, utilizzando dati raccolti nel periodo compreso tra Luglio 1990 e Dicembre 2019. Sono state eseguite regressioni separate per ciascun tipo di portafoglio considerato. La regressione ha formula:

$$R_i - R_f = a_i + b_i(R_m - R_f) + s_iSMB + h_iHML + e_i \quad (3.1)$$

Dalla Tabella 3.2 si può osservare che i tre fattori del modello sono statisticamente significativi in tutti i sei modelli considerati. Questo risultato fornisce una conferma del ruolo importante che i fattori di rischio giocano nel determinare il rendimento in eccesso dei portafogli.

Tabella 3.2: Panel regressione sui rendimenti mensili in eccesso (AVWR) per i sei portafogli differenziati per size e BE/ME (Luglio 1990 - Dicembre 2019)

SG	Stima	St.Error	t-value	p-value
a_i	-0.118	0.041	-2.867	< 1%
b_i	1.081	0.008	123.838	< 0.1%
s_i	0.962	0.019	50.118	< 0.1%
h_i	-0.430	0.018	-24.447	< 0.1%
SN	Stima	St.Error	t-value	p-value
a_i	0.003	0.027	0.100	92%
b_i	0.986	0.006	168.935	< 0.1%
s_i	0.859	0.013	66.900	< 0.1%
h_i	0.068	0.012	5.841	< 0.1%
SV	Stima	St.Error	t-value	p-value
a_i	0.113	0.032	3.511	< 1%
b_i	0.947	0.007	139.154	< 0.1%
s_i	0.839	0.0154	56.007	< 0.1%
h_i	0.494	0.014	36.000	< 0.1%
BG	Stima	St.Error	t-value	p-value
a_i	0.084	0.038	2.225	< 5%
b_i	0.942	0.008	118.206	< 0.1%
s_i	-0.181	0.017	-10.310	< 0.1%
h_i	-0.488	0.016	-30.353	< 0.1%
BN	Stima	St.Error	t-value	p-value
a_i	0.061	0.038	1.590	11%
b_i	0.998	0.008	123.192	< 0.1%
s_i	-0.101	0.018	-5.647	< 0.1%
h_i	0.032	0.016	1.995	< 5%
BV	Stima	St.Error	t-value	p-value
a_i	-0.148	0.048	-3.063	< 1%
b_i	1.075	0.010	105.573	< 0.1%
s_i	-0.056	0.022	-2.535	< 5%
h_i	0.587	0.021	28.607	< 0.1%

Tabella 3.3: R^2 dei 6 portafogli a confronto

R^2 SG	R^2 SN	R^2 SV	R^2 BG	R^2 BN	R^2 BV
0.9789	0.9889	0.9856	0.9768	0.9792	0.9753

Analizzando i segni delle stime riportate nella Tabella 3.2, emerge un pattern interessante per i tre portafogli "small". I coefficienti associati al fattore SMB (Small Minus Big) sono sempre positivi, il che indica, coerentemente con le ipotesi di Fama e French (1992)[5], che le società di dimensioni più piccole tendono ad avere rendimenti superiori rispetto alle società di dimensioni più grandi. Al contrario, per i portafogli composti da aziende "big", i coefficienti legati a SMB sono negativi. Per quanto riguarda i coefficienti associati al fattore HML (High Minus Low), si osserva che sono positivi per le aziende di tipo V (value, alto BE/ME), negativi per le aziende di tipo G (growth, basso BE/ME) e molto vicini a zero per i portafogli di tipo neutral. Un coefficiente positivo per HML indica che le società con un basso rapporto prezzo/beneficio tendono ad avere rendimenti superiori rispetto alle società con un alto rapporto prezzo/beneficio, in accordo con gli studi empirici di Fama e French (1992)[5].

Osservando la Tabella 3.3, si può notare che il modello si adatta molto bene ai dati, poiché il coefficiente di determinazione (R^2) è prossimo a 1. Questo indica che una grande parte della variazione dei rendimenti dei portafogli può essere spiegata dai fattori di rischio considerati nel modello a tre fattori. La bontà di adattamento del modello suggerisce che esso fornisce una rappresentazione accurata delle dinamiche dei rendimenti degli asset nell'area europea considerata nell'analisi empirica.

Complessivamente, i risultati evidenziati dalla Tabella 3.2 e Tabella 3.3 supportano le ipotesi di Fama e French (1992)[5] e dimostrano l'efficacia del modello a tre fattori nel contesto dell'analisi empirica condotta sul mercato europeo. Essi indicano che i fattori di rischio SMB e HML giocano un ruolo significativo nel determinare i rendimenti dei portafogli e che il modello a tre fattori è in grado di spiegare in modo robusto la variazione dei rendimenti osservati.

3.2.2 Diagnostica dei modelli

Per la diagnostica dei modelli, è stato eseguito un controllo per verificare l'adeguatezza delle assunzioni del modello lineare. In particolare, sono state esaminate quattro principali assunzioni: linearità della relazione tra i residui e i valori previsti, indipendenza dei residui, omoschedasticità e normalità della distribuzione degli errori.

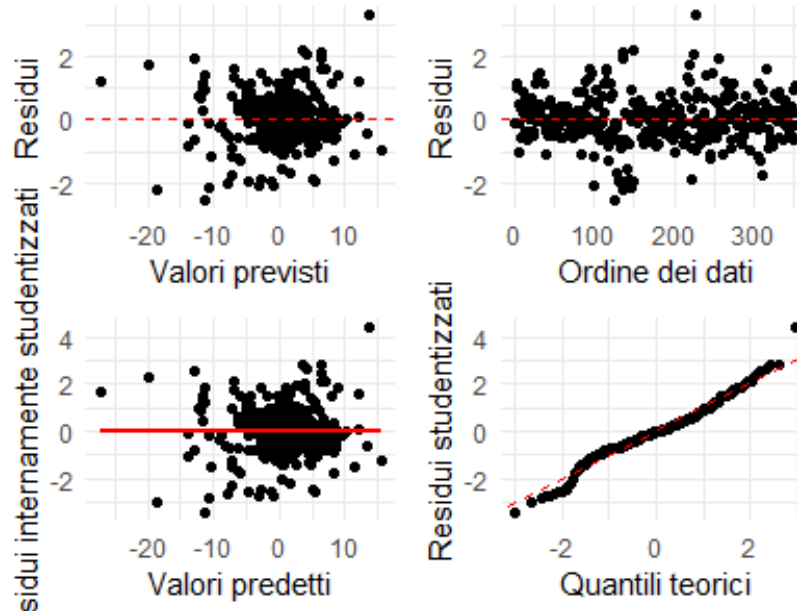
Per valutare la linearità, è stato creato un diagramma a dispersione (scatter-plot) dei residui rispetto ai valori previsti del modello, l'aspettativa è che la nuvola di punti non presenti alcuna struttura o andamento sistematico e che la dispersione dei punti nel piano appaia del tutto casuale.

Per verificare le assunzioni sugli errori, sono stati eseguiti tre grafici. Innanzitutto, è stato disegnato un diagramma a dispersione dei residui in base al loro ordine, in presenza di correlazione tra i residui, si osserverebbe un andamento non casuale nel diagramma. Successivamente, è stato creato uno scale-location plot basato sui residui internamente studentizzati per valutare l'omoschedasticità, se non vi è alcun andamento sistematico, l'assunzione di omoschedasticità sarà verificata. Infine, è stato realizzato un qqplot utilizzando i residui internamente studentizzati confrontandoli con i quantili di una distribuzione normale. Questo grafico serve per valutare l'adeguatezza della distribuzione normale degli errori.

Tale controllo è stato ripetuto per ogni modello riguardante ciascun portafoglio. Dall'analisi non sono state identificate anomalie che potrebbero compromettere le assunzioni di base del modello lineare ed i grafici sono risultati pressoché identici tra le diverse regressioni, confermando l'adeguatezza delle assunzioni.

Di seguito, viene presentata un'immagine rappresentativa di come sono stati composti questi grafici.

Figura 3.2: Diagnostica modello SG



Fonte: RStudio

3.2.3 Sensibilità dei parametri

In questa sezione analizzeremo la sensibilità dei coefficienti del modello al variare dei portafogli e dei dati sulla quale sono calcolati.

Abbiamo già visto come i coefficienti siano sensibili al tipo di portafoglio, essi variano da un portafoglio SG rispetto ad un BV. Ora la nostra analisi si concentrerà su altri aspetti, considerando altre casualità, la mancanza o la selezione di dati diversi da quelli scelti da noi in precedenza ad esempio; verifichiamo allora se i parametri del modello siano sensibili alla selezione dei dati: vedremo se una regressione su un periodo di tempo diverso dal precedente avrà o no ripercussioni sui valori dei coefficienti.

Successivamente verificheremo se siano sensibili ai pesi all'interno di un portafoglio: vedremo se si avranno differenze tra i coefficienti di regressione sui rendimenti in eccesso calcolati come Average Value Weighted Returns (AVWR) o calcolati come Average Value Equal Returns (AVER).

Nella Tabella 3.4 possiamo notare come i coefficienti relativi al fattore SMB hanno mantenuto il segno positivo per i titoli "Small" e negativo per i titoli "Big", fatta eccezione per il modello per le aziende del tipo BV dove il coefficiente risulta significativamente nullo e di poco valore esplicativo. I coefficienti legati al fattore HML, tranne per il portafoglio di tipo BN, ri-

sultano statisticamente significativi e congruenti sia con le teorie di Fama e French e sia con i risultati ottenuti in precedenza.

Una spiegazione per la quale il fattore HML non risulta significativo per il portafoglio di tipo BN potrebbe essere proprio perché il test a cui è legato il t-value e il p-value ha come ipotesi nulla che il coefficiente sia nullo, essendo il portafoglio creato con titoli aventi BE/ME neutro ha senso che il fattore HML non contribuisca al calcolo dei rendimenti in eccesso.

Sembra che il modello a tre fattori sia consistente alla scelta dei dati ed al periodo utilizzato per calcolare la regressione.

Per quanto riguarda la Tabella 3.5, dove possiamo trovare i risultati della regressione eseguita sui rendimenti in eccesso dei portafogli AVER, possiamo notare come i coefficienti s_i siano tutti positivi, il che non combacia con i risultati ottenuti da Fama e French e quelli ottenuti in precedenza. Un motivo per la quale non sembra esserci un effetto negativo per il fattore SMB nelle aziende "big" potrebbe essere la diversa composizione dei portafogli, infatti si potrebbe ipotizzare che il portafoglio AVWR abbia una maggiore esposizione alle aziende di grandi dimensioni, mentre il portafoglio AVER potrebbe avere una maggiore esposizione alle aziende di piccole dimensioni, anche se questo dovrebbe essere evitato dalla divisione di portafogli in titoli di diverse size e BE/ME.

Tabella 3.4: Panel regressione sui rendimenti mensili in eccesso AVWR per i sei portafogli differenziati per size e BE/ME (Gennaio 2020 - Marzo 2023)

SG	Stima	St.Error	t-value	p-value
a_i	-0.101	0.130	-0.774	44%
b_i	1.045	0.022	47.107	<0.1%
s_i	1.088	0.069	15.719	<0.1%
h_i	-0.319	0.030	-10.414	<0.1%
SN	Stima	St.Error	t-value	p-value
a_i	0.003	0.079	0.035	97%
b_i	1.015	0.014	74.692	<0.1%
s_i	0.826	0.042	19.492	<0.1%
h_i	0.071	0.019	3.764	<0.1%
SV	Stima	St.Error	t-value	p-value
a_i	0.189	0.04	2.244	<5%
b_i	0.953	0.014	66.359	<0.1%
s_i	0.795	0.048	17.745	<0.1%
h_i	0.445	0.019	22.437	<0.1%
BG	Stima	St.Error	t-value	p-value
a_i	0.211	0.102	2.076	<5%
b_i	0.962	0.017	55.499	<0.1%
s_i	-0.223	0.054	-4.127	<0.1%
h_i	0.508	0.024	-21.213	<0.1%
BN	Stima	St.Error	t-value	p-value
a_i	-0.038	0.132	-0.285	77%
b_i	0.995	0.022	44.216	<0.1%
s_i	-0.138	0.070	-1.973	<10%
h_i	-0.023	0.031	-0.753	45%
BV	Stima	St.Error	t-value	p-value
a_i	-0.081	0.139	-0.579	56%
b_i	1.055	0.023	44.328	<0.1%
s_i	0.070	0.074	0.947	35%
h_i	0.727	0.033	22.145	<0.1%

Tabella 3.5: Panel regressione sui rendimenti mensili in eccesso (AVER) per i sei portafogli differenziati per size e BE/ME (Luglio 1990 - Dicembre 2019).

SG	Stima	St.Error	t-value	p-value
a_i	-0.262	0.079	-3.306	<1%
b_i	1.012	0.017	60.458	<0.1%
s_i	1.049	0.037	28.478	<0.1%
h_i	-0.309	0.034	-9.143	<0.1%

SN	Stima	St.Error	t-value	p-value
a_i	-0.033	0.058	-0.575	56%
b_i	0.955	0.012	77.442	<0.1%
s_i	0.960	0.027	35.367	<0.1%
h_i	-0.002	0.025	-0.070	94%

SV	Stima	St.Error	t-value	p-value
a_i	0.335	0.064	5.187	<0.1%
b_i	0.869	0.014	63.793	<0.1%
s_i	0.955	0.030	31.847	<0.1%
h_i	0.350	0.027	12.746	<0.1%

BG	Stima	St.Error	t-value	p-value
a_i	0.049	0.066	0.755	45%
b_i	1.076	0.014	77.508	<0.1%
s_i	0.253	0.031	8.289	<0.1%
h_i	-0.391	0.028	-13.975	<0.1%

BN	Stima	St.Error	t-value	p-value
a_i	0.081	0.051	1.594	11%
b_i	1.023	0.011	95.072	<0.1%
s_i	0.270	0.024	11.411	<0.1%
h_i	0.192	0.022	8.834	<0.1%

BV	Stima	St.Error	t-value	p-value
a_i	-0.029	0.059	-0.494	62%
b_i	1.095	0.012	87.279	<0.1%
s_i	0.346	0.027	12.518	<0.1%
h_i	0.638	0.025	25.205	<0.1%

Per quanto riguarda il fattore HML le osservazioni da fare sono pressoché identiche al caso appena discusso: i segni combaciano con i risultati ottenuti, ad eccezione per il portafoglio composto dai titoli SN, dove il coefficiente è nullo. Ciò non ci preoccupa proprio perché, come in precedenza, il fattore HML risulta non significativo in un portafoglio di titoli con BE/ME neutro.

3.2.4 Test sull'intercetta

In questa sezione testeremo l'ipotesi di intercetta nulla del modello a tre fattori di Fama e French.

Il motivo principale per verificare tale ipotesi è quello di valutare se i fattori di rischio inclusi nel modello hanno un effetto significativo sui rendimenti degli asset e se il modello stesso è in grado di spiegare in modo accurato il comportamento dei rendimenti; inoltre Following Merton (1973)[17] affermano che "un modello di pricing degli asset ben stimato produce intercetta insignificante".

Parallelamente a quanto appena affermato, l'ipotesi di intercetta diversa da zero nel modello a tre fattori di Fama e French implicherebbe che quando l'effetto dei tre fattori di rischio (Market Risk, Size e Value) è nullo, ci sarebbe un cambiamento nei rendimenti che non è spiegato da tali fattori.

Ciò indicherebbe la presenza di altri fattori o influenze non considerate nel modello, evidenziando una limitazione nella capacità di cogliere in modo completo e adeguato tutte le variazioni nei rendimenti degli asset.

Dopo un'analisi dettagliata dei risultati nella Tabella 3.2, è emerso che quattro delle sei intercette sembrano essere statisticamente diverse da zero, come indicato dalla t-statistica associata. Tuttavia, una considerazione accurata delle stime delle intercette ha rivelato che, nonostante siano diverse da zero secondo la t-statistica, i valori sono estremamente piccoli, prossimi a zero.

Nonostante ciò, queste intercette hanno un'importanza statistica che non può essere ignorata, il che ci fa pensare che ci possano essere altri fattori che contribuiscono alla variazione dei prezzi che non sono catturati dai fattori di rischio del modello.

3.3 Confronto performance

Nel presente paragrafo verranno confrontate le performance del modello a tre fattori di Fama e French con quelle del modello CAPM. L'obiettivo è confrontare l'efficacia del modello a tre fattori rispetto al modello CAPM tradizionale.

Per fare ciò saranno considerati due diversi indicatori di performance: l'er-

rore quadratico medio (MSE), il quale da una misura di quanto le stime dei modelli si distaccano dai valori reali, ed il coefficiente di determinazione aggiustato (R^2 adjusted), una versione modificata del R^2 che tiene conto del numero di variabili indipendenti nel modello.

Questo coefficiente penalizza l'aggiunta di variabili indipendenti che non migliorano significativamente la capacità predittiva del modello.

In altre parole, R^2 adjusted cerca di compensare il rischio di sovrastimare l'efficacia del modello quando si aggiungono più variabili indipendenti.

Per esaminare il grado di adattamento dei due modelli ai dati empirici useremo i dati relativi al periodo compreso tra Luglio 1990 e Dicembre 2019 come set di addestramento per i modelli, successivamente verrà valutata la capacità dei modelli di fare previsioni accurate sui dati del periodo Gennaio 2020 - Marzo 2023.

Questa fase di previsione ci permetterà di valutare la capacità predittiva dei modelli e di confrontare le loro performance nel contesto di un periodo diverso da quello utilizzato per l'addestramento.

Tabella 3.6: R^2 dei 6 modelli CAPM messi a confronto con l' R^2 adjusted dei modelli a tre fattori

modello	R^2 SG	R^2 SN	R^2 SV	R^2 BG	R^2 BN	R^2 BG
three-factor	0.9789	0.9889	0.9856	0.9768	0.9792	0.9753
CAPM	0.786	0.847	0.811	0.911	0.977	0.917

La Tabella 3.6 evidenzia un'importante misura di adattamento lineare, il coefficiente di determinazione (R^2 adjusted). Questa misura rappresenta la percentuale di variazione dei rendimenti degli asset che può essere spiegata dal modello. Analizzando i valori del coefficiente per i diversi modelli calcolati, possiamo osservare che i modelli basati sui tre fattori di rischio presentano un adattamento migliore rispetto al modello CAPM tradizionale per tutti i portafogli considerati. Ciò suggerisce che l'inclusione dei fattori di rischio aggiuntivi nel modello a tre fattori migliora la capacità di spiegare la variazione dei rendimenti degli portafogli.

Inoltre, per valutare la precisione dei modelli, è stato considerato l'errore quadratico medio (MSE). L'MSE rappresenta una stima della discrepanza tra i rendimenti osservati e quelli previsti dal modello.

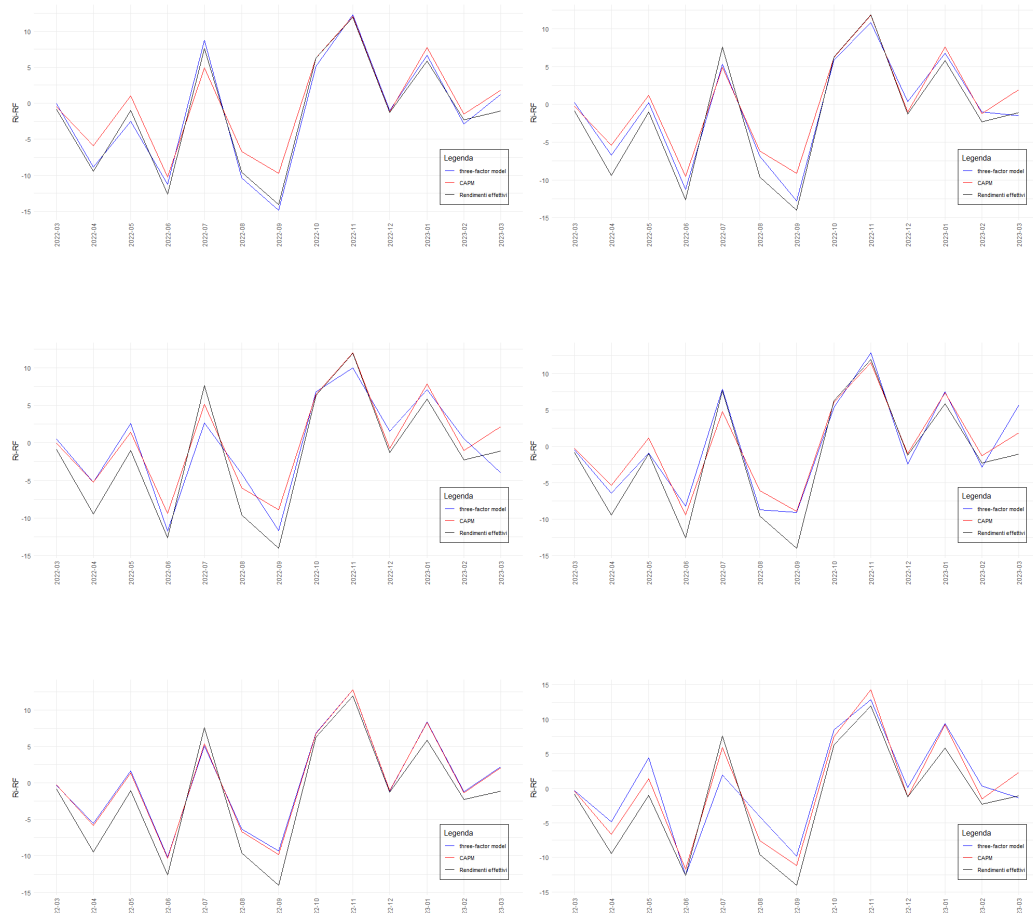
Tabella 3.7: MSE dei modelli CAPM messi a confronto con l'MSE dei modelli a tre fattori sulle previsioni del periodo Gennaio 2020 - Marzo 2023

modello	MSE SG	MSE SN	MSE SV	MSE BG	MSE BN	MSE BG
three-factor	0.828	0.249	0.297	0.397	0.675	1.041
CAPM	9.210	4.047	6.053	4.972	0.722	10.562

Nella Tabella 3.7, è evidente che l'errore quadratico medio (MSE) nel modello a tre fattori di Fama e French è inferiore rispetto a quello del CAPM in tutti i sei portafogli considerati. Questo implica che il modello a tre fattori rappresenta un stimatore più accurato dei rendimenti in eccesso nel contesto del mercato europeo. Per fornire una visualizzazione grafica delle differenze nelle performance, è stato creato un grafico che mostra la serie storica dei rendimenti in eccesso insieme alle previsioni fornite dal CAPM e dal modello a tre fattori.

Dalla Figura 3.3 si può osservare chiaramente come la linea blu, che rappresenta il modello a tre fattori, sia costantemente più vicina alla linea nera, che rappresenta i valori reali dei rendimenti in eccesso, in tutti i sei portafogli. Questa stretta aderenza tra il modello e i dati effettivi evidenzia l'efficacia del modello a tre fattori nel riprodurre correttamente i rendimenti nel contesto del mercato europeo. L'andamento molto simile tra la linea blu e la linea nera indica che il modello a tre fattori riesce a catturare in modo accurato le variazioni e le tendenze dei rendimenti in eccesso nel periodo considerato. Ciò conferma l'importanza dei fattori di rischio utilizzati nel modello di Fama e French e suggerisce che tali fattori svolgono un ruolo significativo nella spiegazione dei rendimenti degli asset nell'area europea.

Figura 3.3: Serie storiche dei rendimenti in eccesso confrontate con le previsioni del modello a tre fattore e il CAPM per il periodo Marzo 2022-Marzo 2023



Fonte: RStudio

Conclusioni

In questo studio si è evidenziato come il modello a tre fattori ideato da Fama e French riesca a catturare in modo preciso le variazioni dei prezzi nel mercato europeo.

Nel dettaglio le ipotesi sui rendimenti dei diversi portafogli proposte dagli autori sono rispettate, la regressione sui rendimenti attesi ha evidenziato come i fattori del modello risultino significativi e con forte potere esplicativo, tramite R^2 adjusted si è notato come il modello si adatti bene ai dati.

Rimangono alcuni dubbi sull'ipotesi di intercetta nulla in quanto secondo la t -statistica non tutte risultano uguali a zero anche se il valore ad essa associato risulta davvero piccolo. Infine tramite MSE si è constatato come questo modello abbia performance superiori al CAPM nel mercato europeo.

I risultati ottenuti mostrano come il modello a tre fattori dia un'ottima descrizione della cross-section dei rendimenti attesi, quindi questo modello può essere utilizzato nelle varie applicazioni legate al pricing degli asset come la selezione dei portafogli, la valutazione delle performance del portafoglio, la misurazione dei rendimenti anomali negli event studies e la stima del costo del capitale.

Nel capitolo 1 si sono già evidenziati i vantaggi teorici di usare il modello a tre fattori rispetto al CAPM, nel capitolo 2 i risultati empirici ne danno un'ulteriore conferma, tuttavia è ampiamente condiviso tra i ricercatori che il modello a tre fattori spieghi le fonti del rendimento piuttosto che il rischio complessivo in sé.

Ciò significa che il modello fornisce approfondimenti sugli specifici fattori che influiscono i rendimenti, come l'effetto dimensione e l'effetto valore.

Per quanto riguarda l'effetto dimensione, che suggerisce che le aziende più piccole tendono a ottenere risultati migliori delle aziende più grandi, la causa precisa rimane incerta. Banz (1981)[1] ha documentato inizialmente l'effetto dimensione, ma le ragioni sottostanti a questo fenomeno sono ancora oggetto di dibattito e ulteriori ricerche.

Per quanto riguarda l'effetto valore, che suggerisce che le azioni con alti rapporti BE/ME tendono a ottenere risultati migliori rispetto a quelle con bassi rapporti BE/ME, è importante considerare possibili distorsioni. Ricercatori come Kothari, Shanken e Sloan (1995)[15] hanno sollevato preoccupazioni riguardo al data snooping e al bias di selezione nei dati utilizzati per supportare l'effetto valore. Queste distorsioni potrebbero influire sulla validità e la solidità dell'effetto valore osservato e potrebbero richiedere un'attenta valutazione quando se ne interpretano le implicazioni.

Nel complesso, si può confermare che l'obiettivo di questa trattazione sia stato raggiunto, tuttavia potrebbero nascere alcune questioni riguardanti l'uso

di diversi portafogli scelti su parametri diversi dalla capitalizzazione di mercato e dal BE/ME e anche dall'esistenza di altri modelli con fattori aggiuntivi come quello di Carhart a quattro fattori oppure quello a cinque fattori degli stessi Fama e French i quali potrebbero essere messi a confronto per vedere se con l'aggiunta di variabili si possano migliorare le performance del modello. È però importante ricordare che l'obiettivo dei modelli è semplificare la realtà e, generalmente, modelli più semplici sono preferiti. L'introduzione di un maggior numero di variabili può complicare l'utilizzo del modello e comportare il rischio di overfitting.

Bibliografia

- [1] Rolf W Banz. The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of financial economics*, 9(1):3–18, 1981.
- [2] Jorge Miguel Ventura Bravo and Carlos Manuel Pereira da Silva. Immunization using a stochastic-process independent multi-factor model: The portuguese experience. *Journal of Banking & Finance*, 30(1):133–156, 2006.
- [3] Kam C Chan and Nai-Fu Chen. Structural and return characteristics of small and large firms. *The journal of finance*, 46(4):1467–1484, 1991.
- [4] Werner FM De Bondt and Richard Thaler. Does the stock market overreact? *The Journal of finance*, 40(3):793–805, 1985.
- [5] Eugene F Fama and Kenneth R French. The cross-section of expected stock returns. *the Journal of Finance*, 47(2):427–465, 1992.
- [6] Eugene F Fama and Kenneth R French. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of financial economics*, 33(1):3–56, 1993.
- [7] Eugene F Fama and Kenneth R French. Multifactor explanations of asset pricing anomalies. *The journal of finance*, 51(1):55–84, 1996.
- [8] Eugene F Fama and Kenneth R French. The capital asset pricing model: Theory and evidence. *Journal of economic perspectives*, 18(3):25–46, 2004.
- [9] Eugene F Fama and James D MacBeth. Risk, return, and equilibrium: Empirical tests. *Journal of political economy*, 81(3):607–636, 1973.
- [10] Michael R Gibbons, Stephen A Ross, and Jay Shanken. A test of the efficiency of a given portfolio. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 1121–1152, 1989.

- [11] Alan Gregory and Maria Michou. Industry cost of equity capital: Uk evidence. *Journal of Business Finance & Accounting*, 36(5-6):679–704, 2009.
- [12] Narasimhan Jegadeesh and Sheridan Titman. Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency. *The Journal of finance*, 48(1):65–91, 1993.
- [13] Michael C Jensen, Fischer Black, and Myron S Scholes. The capital asset pricing model: Some empirical tests. 1972.
- [14] Konstantinos Kassimatis. Size, book to market and momentum effects in the australian stock market. *Australian Journal of Management*, 33(1):145–168, 2008.
- [15] Sagar P Kothari, Jay Shanken, and Richard G Sloan. Another look at the cross-section of expected stock returns. *The journal of finance*, 50(1):185–224, 1995.
- [16] Josef Lakonishok, Andrei Shleifer, and Robert W Vishny. Contrarian investment, extrapolation, and risk. *The journal of finance*, 49(5):1541–1578, 1994.
- [17] Robert C Merton. Theory of rational option pricing. *The Bell Journal of economics and management science*, pages 141–183, 1973.
- [18] Merton H Miller. Portfolio selection: Efficient diversification of investments., 1960.
- [19] Richard Roll. A critique of the asset pricing theory’s tests part i: On past and potential testability of the theory. *Journal of financial economics*, 4(2):129–176, 1977.
- [20] William F Sharpe. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The journal of finance*, 19(3):425–442, 1964.