

СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ "СВ.  
КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ"

ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

---

# П Р О Е К Т

---

## ДИФЕРЕНЦИАЛНИ УРАВНЕНИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ

спец. Информатика, II курс, зимен семестър  
учебна година 2021/2022

*Изготвил:*

Теодор Христов  
фак. номер 45799  
група: 4

*Дата:*

20. 01. 2022г.  
София

Тема №53



# Съдържание

<b>1</b>	<b>Задание на проекта</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Решение на задача 1</b>	<b>3</b>
2.1	Теоретична обосновка . . . . .	3
2.2	MATLAB код . . . . .	3
2.3	Резултати . . . . .	5

# 1 Задание на проекта

1. Да се начертаят, с червен цвят, графиките на първите 5 последователни приближения на решението на задачата на Коши

$$x dy = -2y dx, \quad y(2) = 1$$

в интервала  $[1, 10]$ , получени по метода на Пикар. В същата фигура да се начертае със син цвят графиката на точното решение на задачата на Коши, което да се извежда в командния прозорец. Да се опишат в легенда съответните линии на чертежа.

## 2 Решение на задача 1

### 2.1 Теоретична обосновка

Задача на Коши за диференциално уравнение от вида  $y' = f(x, y)$  се нарича задачата за намиране на решение на уравнението, което удовлетворява условието  $y(x_0) = y_0$  (начално условие), където точката  $(x_0, y_0)$  е от дефиниционното множество на функцията  $f$ . При определени условия за функцията  $f$ , задачата на Коши има единствено решение, дефинирано в околност на  $x_0$ , което може да се определи по различни начини. Един от тях е метода на Пикар (Picard).

По същество в задачата се иска да се начертаят графиките на няколко функции, които се извеждат по метода на Пикар.

### 2.2 MATLAB код

Описание на програмната реализация. Задаваме наименования на осите, след това задаваме интервала, в който трябва да работим. Използваме *dsolve* за да сметнем диференциалното уравнение след което изчертаваме точното решение на задачата на Коши дадена в условието Приближенията на функцията дадена в условието получаваме, като задаваме началните условия от условието и броя приближения които искаме да направим, след това по дефиницията на метода на Пикар итерираме и получаваме приближенията.

```
1 function Task1_45799
2 xlabel('x')
3 ylabel('y')
4
5 drawCauchyTask();
6 Picard();
7 end
8 function drawCauchyTask()
9 xStart =1;
10 xStop=10;
11 yStart=-10;
12 yStop=10;
13
14 axis([xStart,xStop,yStart,yStop]);
```

```

15
16 hold on;
17 grid on;
18
19 y=dsolve('x*Dy=(-2)*y','y(2)=1','x');
20 x=xStart:1/1000:xStop;
21
22 plot(x,eval(y),'b');
23 y
24 end
25
26 function Picard
27 xmin=1;
28 xmax=10;
29 x0=2;
30 y0=1;
31
32 N=5;
33
34 x=x0:(xmin-x0)/100:xmin;
35 xx=x0:(xmax-x0)/100:xmax;
36
37 y_0=y0*ones(1,length(x));
38 yy_0=y0*ones(1,length(xx));
39
40 z=y_0;
41 zz=yy_0;
42
43 for k=1:N %Iterate
44
45 y_k=y0+cumtrapz(x,f(x,z));
46 yy_k=y0+cumtrapz(xx,f(xx,zz));
47
48 plot(x,z,xx,zz);
49
50 z=y_k;
51 zz=yy_k;
52 end

```

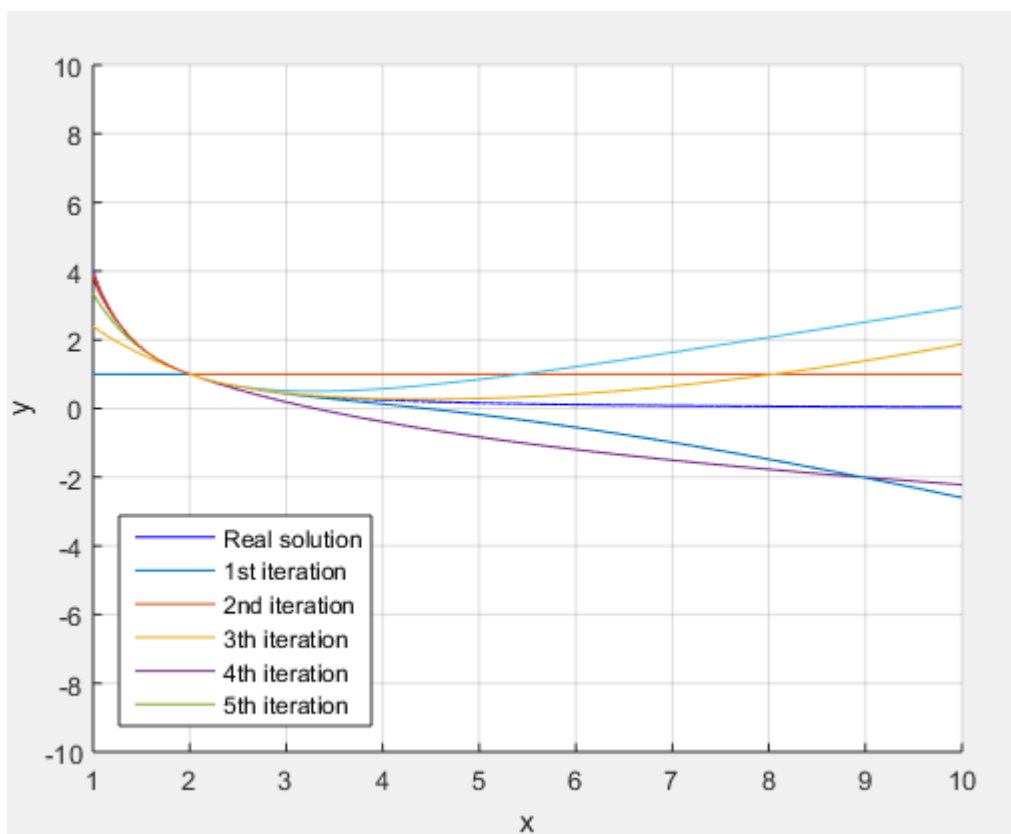
```

53 function z = f(x,y)
54 z=((−2)*y)./x;
55 end
56 legend('Real solution','1st iteration','2nd iteration',
        '3th iteration','4th iteration','5th iteration',' '
        Location','SouthWest');
57 end

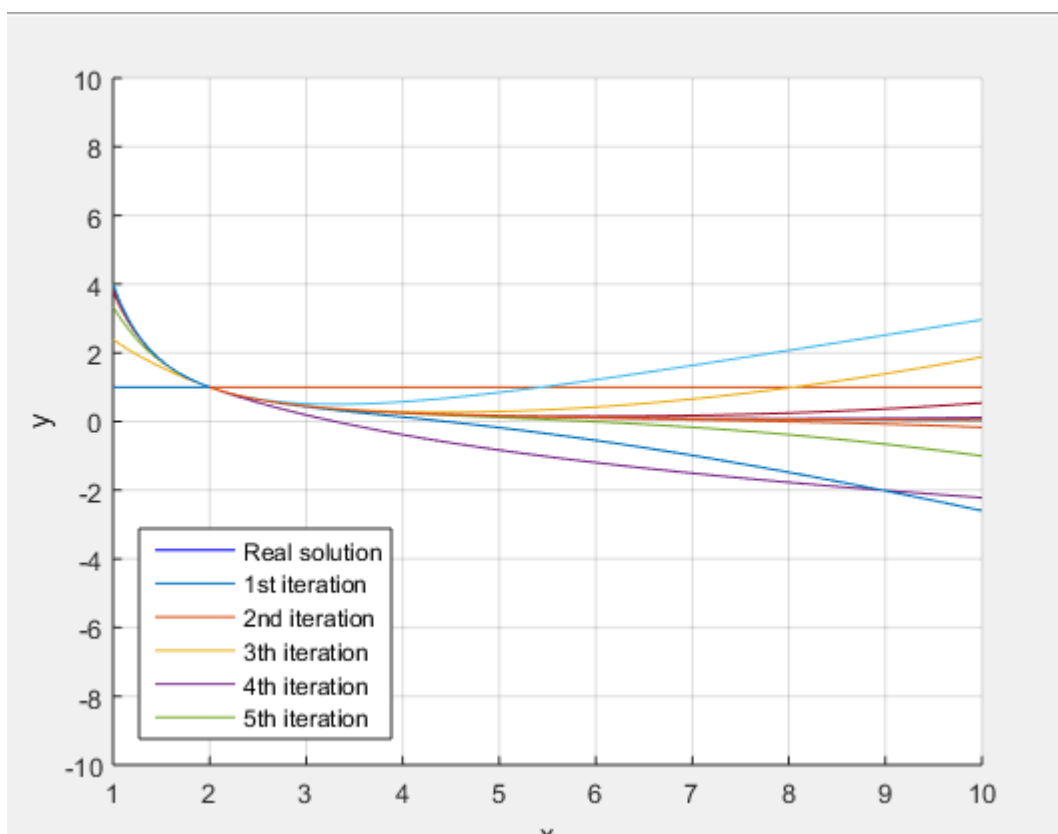
```

## 2.3 Резултати

На фигурата са изобразени с различни цветове точното решение, както и 5 приближения на решението на задачата получени по метода на Пикар. Формула за точното решение се извежда на екрана в командния прозорец. От графиките на фигурата виждаме, че с всяко следващо приближение, разликата между точното решение и съответното приближено решение става все по-малка.



Фигура 1: Точното решение и приближенията му



Фигура 2: Точното решение и 50 приближения