Теодор Христов ФН: 45799

$a = 5$
$b = 7$
$c = 9$
$d = 9$

1 зад. $F = 105$ $G = 97$

$$\max Z_L(x) = x_1 - 6x_2 + 8x_3 + 3x_4$$

$$(L)\quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 97 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 \le 1 \\ x_4 \le 105 \\ x_1 \ge 0 \quad x_2 \ge 0 \quad x_4 \ge 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ за (K):

$x_3 = x_3^+ - x_3^-$

$$\min Z_K(x) = -x_1 + 6x_2 - 8x_3^+ + 8x_3^- - 3x_4$$

$$\Rightarrow (K)\quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3^+ - x_3^- - 3x_4 = 97 \\ x_1 + x_2 + 3x_3^+ - 3x_3^- + x_5 = 1 \\ x_4 + x_6 = 105 \\ x_1 \ge 0 \quad x_2 \ge 0 \quad x_3^+ \ge 0 \quad x_3^- \ge 0 \quad x_4 \ge 0 \quad x_5 \ge 0 \\ x_6 \ge 0 \end{cases}$$

няма начален базис $\Rightarrow$ преминаване към (M) задача

$$\min Z_K(x) = -x_1 + 6x_2 - 8x_3^+ + 8x_3^- - 3x_4 + M \cdot x_7$$

$$(M):\quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3^+ - x_3^- - 3x_4 + x_7 = 97 \\ x_1 + x_2 + 3x_3^+ - 3x_3^- + x_5 = 1 \\ x_4 + x_6 = 105 \\ x_1 \ge 0 \quad x_2 \ge 0 \quad x_3^+ \ge 0 \quad x_3^- \ge 0 \quad x_4 \ge 0 \quad x_5 \ge 0 \\ x_6 \ge 0 \quad x_7 \ge 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ начален базис $\{x_7, x_5, x_6\}$

B	C_B	x_1	x_2	x_3^+	x_3^-	x_4	x_5	x_6	x_7	$\bar{x}_B$
		-1	6	-8	8	-3	0	0	M	
x_7	M	2	1	1	-1	-3	0	0	1	97
x_5	0	1	1	3	-3	0	1	0	0	1
x_6	0	0	0	0	0	1	0	1	0	105
$\bar{c}$		$-1-2M$	$6-M$	$-8-M$	$8+M$	$-3+3M$	0	0	0	$-97M$
x_7	M	0	-1	-5	5	-3	-2	0	1	95
x_1	-1	1	1	3	-3	0	1	0	0	1
x_6	0	0	0	0	0	1	0	1	0	105
$\bar{c}$		0	$7+M$	$5M-5$	$5-5M$	$3M-3$	$1+2M$	0	0	$1-95M$
x_3^-	8	0	$-\frac{1}{5}$	-1	1	$-\frac{3}{5}$	$-\frac{2}{5}$	0	$\frac{1}{5}$	19
x_1	-1	1	$\frac{2}{5}$	0	0	$-\frac{9}{5}$	$-\frac{1}{5}$	0	$\frac{3}{5}$	58
x_6	0	0	0	0	0	1	0	1	0	105
$\bar{c}$		0	8	0	0	0	3	0	$M-1$	-94
		B		N	B	N		B		

x_1 влиза

$\min\left\{\frac{97}{2}, \frac{1}{1}\right\} = 1$

$\Rightarrow$ 1 е ключов елемент

$\Rightarrow$ x_5 излиза

$\min\left\{\frac{95}{5}\right\}$

5 ключов ел.

$\bar{c} \geq 0 \Rightarrow$ критерият за оптималност е достигнат

#1

B	C_B	x_1	x_2	x_3^+	x_3^-	x_4	x_5	x_6	x_7	$\bar{x}_B$
x_3^-	8									82
x_1	-1									247
x_4	-3	0	0	0	0	1	0	1	0	105
										-94

x_4 е влизащо

x_6 е излизащо

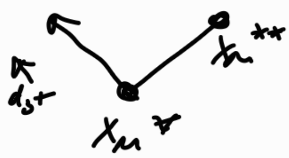
$\Rightarrow \min z_M(x) = 94 \qquad x_M^* = (58, 0, 0, 19, 0, 0, 105, 0)^T$

изкуствената променлива $x_7 = 0 \Rightarrow$ (L) и (M) имат решения

от небазисната колона при x_3^+ получаваме безкраен ръб с посока $d_{3^+} = (0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0)^T$

от небазисната колона при x_4 ($w_4 \neq 0$) получаваме краен ръб, който се намира чрез таблица #1

$x_M^{**} = (247, 0, 0, 82, 105, 0, 0, 0)^T$



$\Rightarrow$ пространството от решенията на (M)

$x^*_{M_{\lambda t}} = \lambda \cdot x_M^* + (1-\lambda) \cdot x_M^{**} + t \cdot d_{3^+} \qquad \lambda \in [0,1], \; t \geq 0$

$\Rightarrow$ простр. от реш. на (K) $(\min Z_K = 94)$

$$X^*_{K\lambda t} = \lambda \cdot x_K^* + (1-\lambda)\cdot x_K^{**} + t\cdot d_3^+ \qquad \lambda \in [0,1],\ t \ge 0$$

$$x_K^* = (58,0,0,19,0,0,105)^T$$
$$x_K^{**} = (247,0,0,82,105,0,0)^T$$
$$d_3^+ = (0,0,1,1,0,0,0)^T$$

3а (L)

$$\max Z_L = -94$$
$$x_L^* = (58,0,-19,0)^T$$
$$x_L^{**} = (247,0,-82,105)^T$$

$d_3^+ = (0,0,0,0)^T \Rightarrow \to$ фиктивка $\Rightarrow$ простр. от решенията на (L) е отсечка

$$x^*_{L\lambda} = \lambda \cdot (58,0,-19,0)^T + (1-\lambda)(247,0,-82,105)^T$$

в) ? (DL)

$$\min v(y) = 97y_1 + y_2 + 105y_3$$

$$(DL)\ \begin{cases} 2y_1 + y_2 \ge 1 \\ y_1 + y_2 \ge -6 \\ y_1 + 3y_2 = 8 \\ -3y_1 + y_3 \ge 3 \\ y_2 \ge 0 \quad y_3 \ge 0 \end{cases}$$

$$\max w(\pi) = 97\pi_1 + \pi_2 + 105\pi_3$$

$$(DK): \left| \begin{array}{llll} 2\pi_1 + \pi_2 & & \le & -1 \\ \pi_1 + \pi_2 & & \le & 6 \\ \pi_1 + 3\pi_2 & & \le & -8 \\ -\pi_1 - 3\pi_2 & & \le & 8 \\ -3\pi_1 & + \pi_3 & \le & -3 \\ \pi_2 & & \le & 0 \\ & \pi_3 & \le & 0 \end{array} \right.$$

$$\pi^* = C_B . B^{-1} =$$

$$= (8, -1, 0) . \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} & 0 \\ \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= (1, -3, 0)$$

$$\begin{cases} y_1 = \pi_1 \\ y_2 = \pi_2 \\ y_3 = \pi_3 \end{cases} \Rightarrow y^* = (y_1^*, y_2^*, y_3^*) = (\pi_1^*, \pi_2^*, \pi_3^*) =$$

$$= (1, -3, 0)$$

$$\min V(y^*) = 97 - 3 = 94$$

2) $x_2^* = 56$

$$x_{L\lambda}^* = \lambda . (58, 0, -19, 0)^T + (1-\lambda)(247, 0, -82, 105)^T$$

$$= (247 - 189\lambda, 0, -82 + 63\lambda, 105 - 105\lambda)^T$$

$x_2^* = 56$, но $x_{L\lambda}^*$ има $x_{2\lambda}^* = 0$

$\Rightarrow$ Няма такова оптимално решение на зад. (2)

2зад $P = 24$ $Q = 37$ $R = 12$ $S = 30$

1. променливи

x_1 - капиталът, вложен в злато

x_2 - в петрол

x_3 - в криптовалути

x_4 - в недвижима собственост

x_5 - в лоши кредити

x_6 - в банкови депозити

$$y_i = \begin{cases} 1, \text{ако има инвестиран капитал в продукт } i \\ 0, \text{иначе} \end{cases}$$

$i = \overline{1,6}$

2. целева функция

$\max Z = 0{,}05 \cdot x_1 + 0{,}06 \cdot x_2 + 0{,}3 \cdot x_3 + 0{,}1 \cdot x_4 + 0{,}3 \cdot x_5 + 0{,}02 \cdot x_6$

($0{,}05 \cdot x_1 \iff 5\%$ от x_1 -> колкото е печалбата посочена в таблицата)

(в условието на задачата не е посочено как влияе рискът на печалбата, той участва само в ограниченията, затова не липсва в целевата функция)

3. ограничения

- ограничение за цената на всички инвестиции

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \leq 500\,000$

- ограничение за сметането на риска за всеки продукт

$x_1 \leq M \cdot y_1$ $M = 500\,000$ -> достатъчно голямо

$x_2 \leq M \cdot y_2$

$x_3 \leq M \cdot y_3$

$x_4 \leq M \cdot y_4$

$x_5 \leq M \cdot y_5$

$x_6 \leq M \cdot y_6$

- огр. за общата оценка на риска

$$y_1+y_2+y_3+y_4+y_5+y_6 \le 24$$

- огр. за 37% в злато или петрол

$$x_1+x_2 \ge 0{,}37(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6)$$

$$\Rightarrow \quad 0{,}63x_1+0{,}63x_2-0{,}37x_3-0{,}37x_4-0{,}37\cdot x_5-0{,}37\cdot x_6 \ge 0$$

- огр. за корп. собст. и криптовалути

$$x_4 \le x_3 \quad \Rightarrow \quad x_4-x_3 \le 0$$

$$\Rightarrow \quad \max z = 0{,}05\cdot x_1 + 0{,}06\cdot x_2 + 0{,}3\cdot x_3 + 0{,}1\cdot x_4 + 0{,}3\cdot x_5 + 0{,}02\cdot x_6$$

$$\begin{cases} x_1+y_2+x_3+x_4+x_5+x_6 \le 500\,000 \\ x_1 \le 500\,000\, y_1 \\ x_2 \le 500\,000\, y_2 \\ x_3 \le 500\,000\, y_3 \\ x_4 \le 500\,000\, y_4 \\ x_5 \le 500\,000\, y_5 \\ y_6 \le 500\,000\, y_6 \\ y_1+y_2+y_3+y_4+y_5+y_6 \le 24 \\ 0{,}63x_1+0{,}63x_2-0{,}37x_3-0{,}37x_4-0{,}37\cdot x_5-0{,}37\cdot x_6 \ge 0 \\ x_4-x_3 \le 0 \\ x_i \ge 0 \quad \forall i=\overline{1,6} \\ y_i \in \{0,1\} \quad \forall i=\overline{1,6} \end{cases}$$

3 зад $u = 14$ $v = 16$ $s = 30$

а) сметана ↑ 14 л.

allowable increase за сметана е 10 => 14 > 10

=> оптималния базис няма да се запази

б) шоколад ↓ 16 кг

allowable decrease за шоколад е 10 16 > 10

=> оптималното решение се запазва, но базиса се променя

в) c_1 ↑ 14 лв

c_2 ↑ 16 лв

правилото на 100-те процента

$$\frac{14}{80} + \frac{16}{60} = \frac{53}{120} < 1 \ (100\%)$$

=> оптималния базис се запазва, но опт. стойност се променя

$$\Rightarrow z^* = 94 \cdot 30 + 76 \cdot 20 = 4340$$

г) + 30 кг. брашно за 380 лв

allowable increase = 60 => сме в интервала на устойчивост

=> 30 · 20 = 600 -> толкова ще е печалбата

допълнителните килограми; shadow price

, но ще се купуват (30 кг) за 680 лв => очевидно приход няма да се увеличи даже ще намалее