

Bachelorarbeit

Anwendung von Graphpartitionierungsalgorithmen und Genetischen Algorithmen zur Optimierung der Teleportationskosten in verteilten Quantenschaltkreisen

Name: Teodor Slaveykov

Betreuer: Leo Sünkel, Thomas Gabor

Aufgabensteller: Prof. Dr. Claudia Linnhoff-Popien

Gegenwärtig befinden wir uns in der Ära der Noisy Intermediate Scale Quantum (NISQ), in der die Anzahl der verfügbaren Qubits in einzelnen Quantencomputern zunimmt. Diese Entwicklung geht jedoch mit Herausforderungen bei der Handhabung großer Quantensysteme einher. Als Lösungsansatz gewinnt die verteilte Quantenberechnung an Bedeutung, bei der mehrere Quantencomputer oder Quantenverarbeitungseinheiten miteinander verbunden werden, um gemeinsam an einem Problem zu arbeiten. Dies ermöglicht eine Nutzung größerer Rechenkapazitäten und effizientere Lösungen komplexer Aufgaben.

In der verteilten Quantenberechnung kommunizieren verschiedene Einheiten oder Teilsysteme miteinander, um Quanteninformation auszutauschen. Hierbei spielt das Teleportationsprotokoll eine bedeutende Rolle, da es die Übertragung von Quanteninformationen zwischen den Teilsystemen ermöglicht. Ein wesentlicher Aspekt besteht darin, die Anzahl der Teleportationen zu minimieren, um die Genauigkeit der Quantenberechnungen zu verbessern, die Fehleranfälligkeit der Qubits zu reduzieren und gleichzeitig den Ressourcenverbrauch effizienter zu gestalten.

In dieser Arbeit werden verschiedene Graphpartitionierungsalgorithmen, wie der Kernighan-Lin-Algorithmus (KL) und die Spektrale Partitionierung (SP), ein Genetischer Algorithmus (GA) sowie zwei hybride Genetische Algorithmen (HGA), die eine Kombination aus den Graphpartitionierungsalgorithmen und einem GA sind, angewendet und untersucht, um die Anzahl globaler Quantengatter und die damit verbundenen Teleportationskosten zu minimieren. Zunächst werden die Graphpartitionierungsalgorithmen verwendet, um die Knoten möglichst gleichmäßig zu partitionieren. Zusätzlich wird ein GA implementiert, der sich um die Aufteilung der Qubits mittels zufälliger Partitionen kümmert. Die beiden HGA führen zu einer nahezu optimalen Anordnung der globalen Quantengatter, nachdem die Qubits mithilfe der Graphpartitionierungsalgorithmen partitioniert sind.

Viele verschiedene Quantenschaltkreise werden verwendet, um die Leistung der vorgeschlagenen Algorithmen zu testen. Zu den Benchmark-Schaltkreisen gehören unter anderem die Quanten-Fourier-Transformations-(QFT(n))-Schaltkreise¹ für $n \in \{4, 8, 16\}$, wobei n die Anzahl der Qubits im Schaltkreis darstellt. Eine weitere Gruppe von Schaltkreisen wird aus der Revlib-Webseite² entnommen. Quantenschaltkreise wie Parity_247, 4gt5-76, Sym9_147, 4mod7 und Rd73_140 werden in dieser Arbeit

¹ FOWLER, Austin G.; HOLLENBERG, Lloyd CL. Scalability of Shor's algorithm with a limited set of rotation gates. *Physical Review A*, 2004, 70.3: 032329.

² Wille, R., Große, D., Teuber, L., Dueck, G. W., & Drechsler, R. (2008, May). RevLib: An online resource for reversible functions and reversible circuits. In *38th International Symposium on Multiple Valued Logic (ismvl 2008)* (pp. 220-225). IEEE.

verwendet. Der Schaltkreis 'Figure4' stammt aus dem folgenden Artikel³. Um die Effizienz der vorgeschlagenen Methoden zu implementieren und zu überprüfen, müssen die Benchmark-Schaltkreise zunächst in ihre grundlegenden Gatter zerlegt werden. Dies wird mit Hilfe von Qiskit⁴ erreicht. Die Schaltkreise bestehen aus Ein-Qubit-Gattern wie $\{H, X, R_x, R_z, R_y\}$ und CNOT-Gattern, welche dann in das OpenQASM 2.0-Format⁵ transformiert werden. Zur Vergleichbarkeit mit anderen Ansätzen werden die Schaltkreise aus den Veröffentlichungen⁶ und⁷, mit Ausnahme von Rd73_140, verwendet. Die Methoden werden auf neun Benchmark-Schaltkreise angewendet, die in $K = 2, 3$ und 4 Partitionen unterteilt sind, wobei K die Anzahl der Partitionen darstellt.

Bei einem Vergleich der globalen Quantengatter wird deutlich, dass die vorgeschlagenen Ansätze im Gegensatz zu den Ergebnissen in der wissenschaftlichen Arbeit⁷ für die QFT-Schaltkreise die gleiche Anzahl globaler Gatter aufweisen. Es ist jedoch zu beobachten, dass bei den Schaltkreisen Parity_247, Figure4 und Sym9_147 eine Verbesserung hinsichtlich der Anzahl globaler Gatter durch die vorgeschlagenen Methoden erzielt wird, mit Ausnahme von 4gt5_76 und 4mod7. Außerdem wird ersichtlich, dass der KL-Algorithmus und der GA ähnliche Ergebnisse in Bezug auf die Minimierung globaler Gatter bei $K = 2$ und $K = 4$ liefern, was auf eine vergleichbare Effektivität beider Algorithmen für diese spezifischen Werte von K hinweist. Im Gegensatz dazu liefert die SP entweder schlechtere oder gleich gute Ergebnisse im Vergleich zu den anderen Methoden für diese Werte von K .

Basierend auf den Ergebnissen in Bezug auf die Minimierung der Teleportationskosten lässt sich feststellen, dass die vorgestellten Ansätze für den Fall $K = 2$ im Vergleich zum GA⁷ deutlich bessere Ergebnisse von über 50% erzielen. Besonders signifikant sind diese Verbesserungen bei QFT8, QFT16 und Sym9_147, bei denen die Anzahl der Qubits zunimmt.

Zudem werden zufällige Suchläufe durchgeführt, um die Effektivität des GA und der beiden HGA-Varianten zu evaluieren. Aus den gewonnenen Ergebnissen geht hervor, dass im Vergleich zur zufälligen Suche der GA und die beiden HGA-Varianten deutlich bessere Resultate erzielen.

Interessanterweise zeigen die untersuchten Ansätze für QFT4 ($K = 2$ und $K = 4$), Figure4 ($K = 2$), Parity_247 ($K = 2$) und 4mod7 ($K = 2$) gleiche Teleportationskosten. Die Ergebnisse verdeutlichen, dass im Durchschnitt die beiden HGA die besten Teleportationskosten erzielen, mit Ausnahme von QFT8 und QFT16. Im Gegensatz dazu erzielt der GA die besten Ergebnisse für die QFT-Schaltkreise und übertrifft dabei den KL-Algorithmus und die SP. Zudem zeigt sich, dass die Graphpartitionierungsalgorithmen (KL und SP) allein im Durchschnitt die geringste Leistung bei der Minimierung der Teleportationskosten erbringen. Durch die Kombination mit dem GA können jedoch aufgrund der genetischen Operatoren, die auf den Prinzipien der Evolution basieren, signifikant bessere Ergebnisse erzielt werden.

³ Zomorodi-Moghadam, M., Houshmand, M., & Houshmand, M. (2018). Optimizing teleportation cost in distributed quantum circuits. *International Journal of Theoretical Physics*, 57, 848-861.

⁴ Aleksandrowicz, G., Alexander, T., Barkoutsos, P., Bello, L., Ben-Haim, Y., Bucher, D., ... & Marques, M. (2019). Qiskit: An open-source framework for quantum computing. *Accessed on: Mar, 16*.

⁵ Cross, A. W., Bishop, L. S., Smolin, J. A., & Gambetta, J. M. (2017). Open quantum assembly language. *arXiv preprint arXiv:1707.03429*.

⁶ Zomorodi-Moghadam, M., Houshmand, M., & Houshmand, M. (2018). Optimizing teleportation cost in distributed quantum circuits. *International Journal of Theoretical Physics*, 57, 848-861.

⁷ Houshmand, M., Mohammadi, Z., Zomorodi-Moghadam, M., & Houshmand, M. (2020). An evolutionary approach to optimizing teleportation cost in distributed quantum computation. *International Journal of Theoretical Physics*, 59, 1315-1329.