

Anwendung von Graphpartitionierungsalgorithmen und Genetischen Algorithmen zur Optimierung der Teleportationskosten in verteilten Quantenschaltkreisen

Vortragender: Teodor Slaveykov

Aufgabensteller: Prof. Dr. Claudia Linnhoff-Popien

Betreuer: Leo Sünkel, Thomas Gabor

Abschlussvortrag Bachelorarbeit

02.08.2023



- Fortschritte in der **Quantenberechnung (NISQ-Ära)**

➡ Herausforderungen

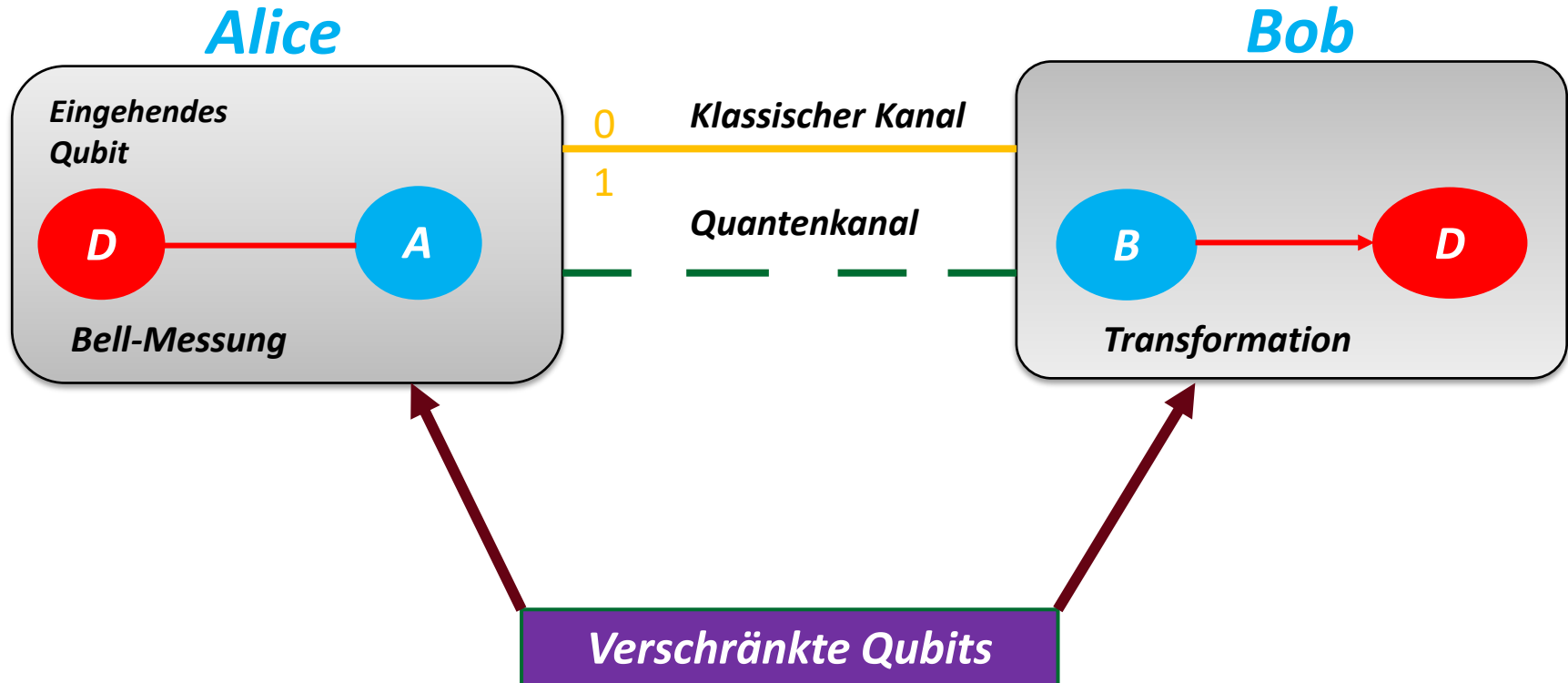
- Anwendung **verteilter Quantencomputer**
- Kommunikationsaustausch ➡ **Teleportationsprotokoll**

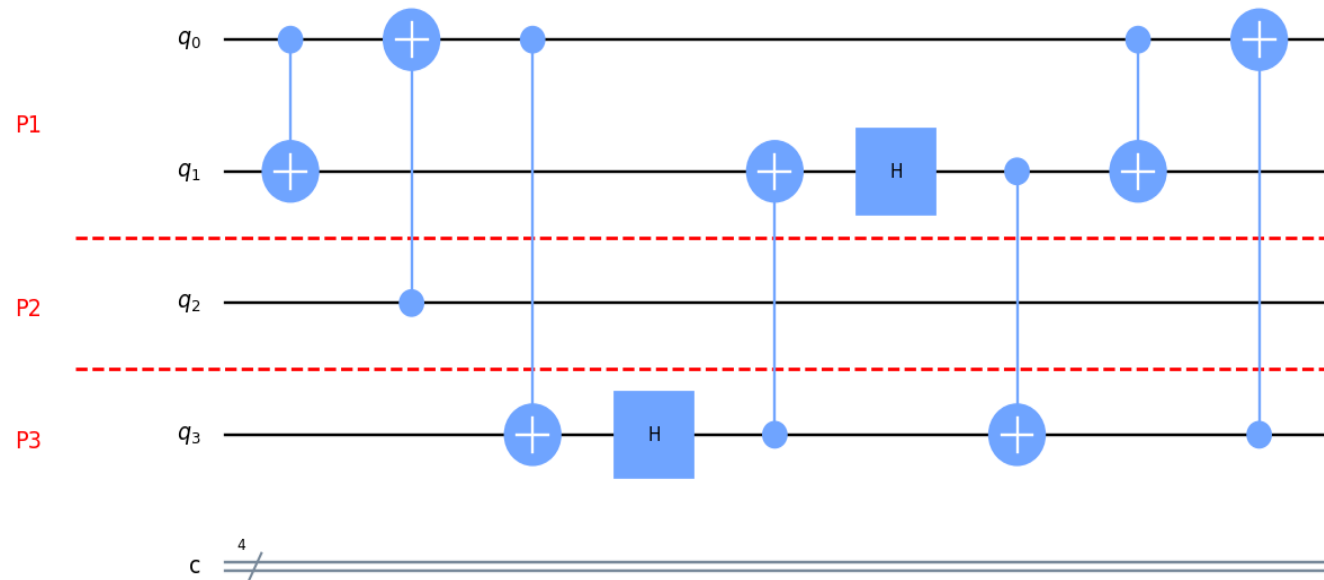
- **Ziel der Arbeit:**

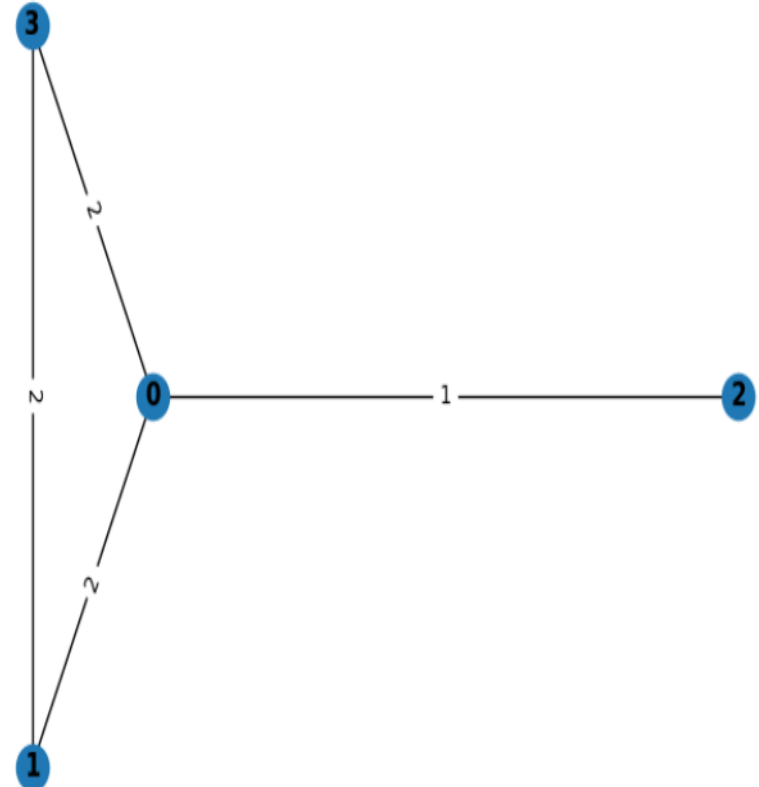
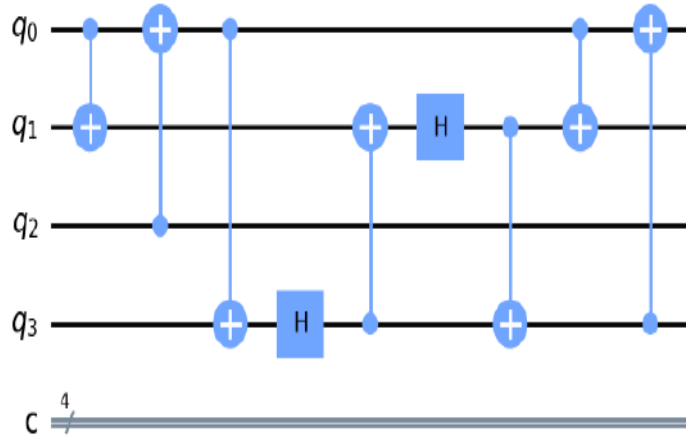
↓ Anzahl globaler Quantengatter → ↓ Teleportationskosten

- Inspiration durch Zomorodi et al. → Erweiterung der Partitionen

Quelle: Houshmand, M., Mohammadi, Z., Zomorodi-Moghadam, M., & Houshmand, M. (2020). An evolutionary approach to optimizing teleportation cost in distributed quantum computation. International Journal of Theoretical Physics, 59, 1315-1329.



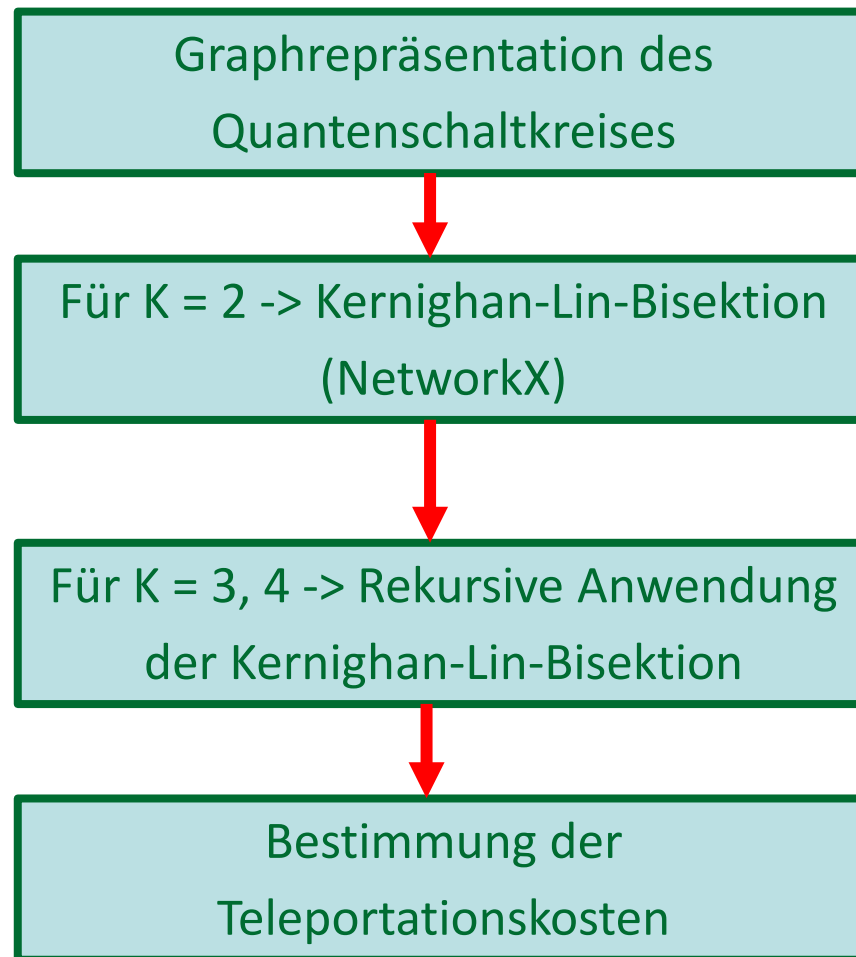


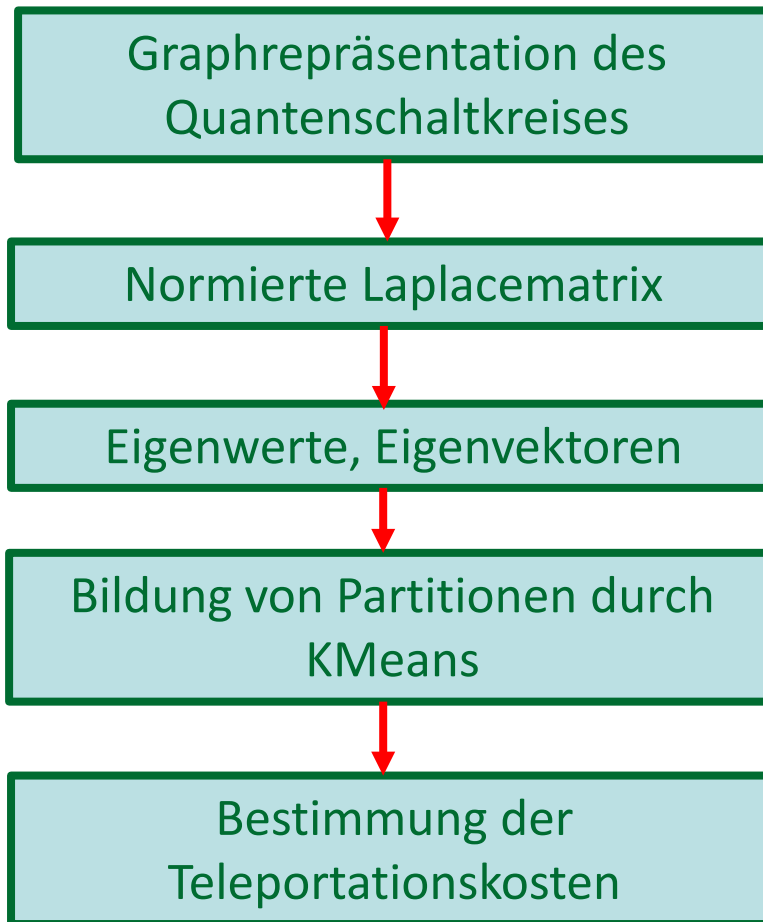


Quelle: Zomorodi-Moghadam, M., Houshmand, M., & Houshmand, M. (2018). Optimizing teleportation cost in distributed quantum circuits. *International Journal of Theoretical Physics*, 57, 848-861.

- ❖ Graphpartitionierungsalgorithmen (Kernighan-Lin-Algorithmus und Spektrale Partitionierung)
- ❖ genetischer Algorithmus
- ❖ zwei hybride genetischen Algorithmen
- Untersuchung von neun Benchmark-Schaltkreisen in $K = 2, 3, 4$ Partitionen

3.1. Kernighan-Lin-Algorithmus (KL)



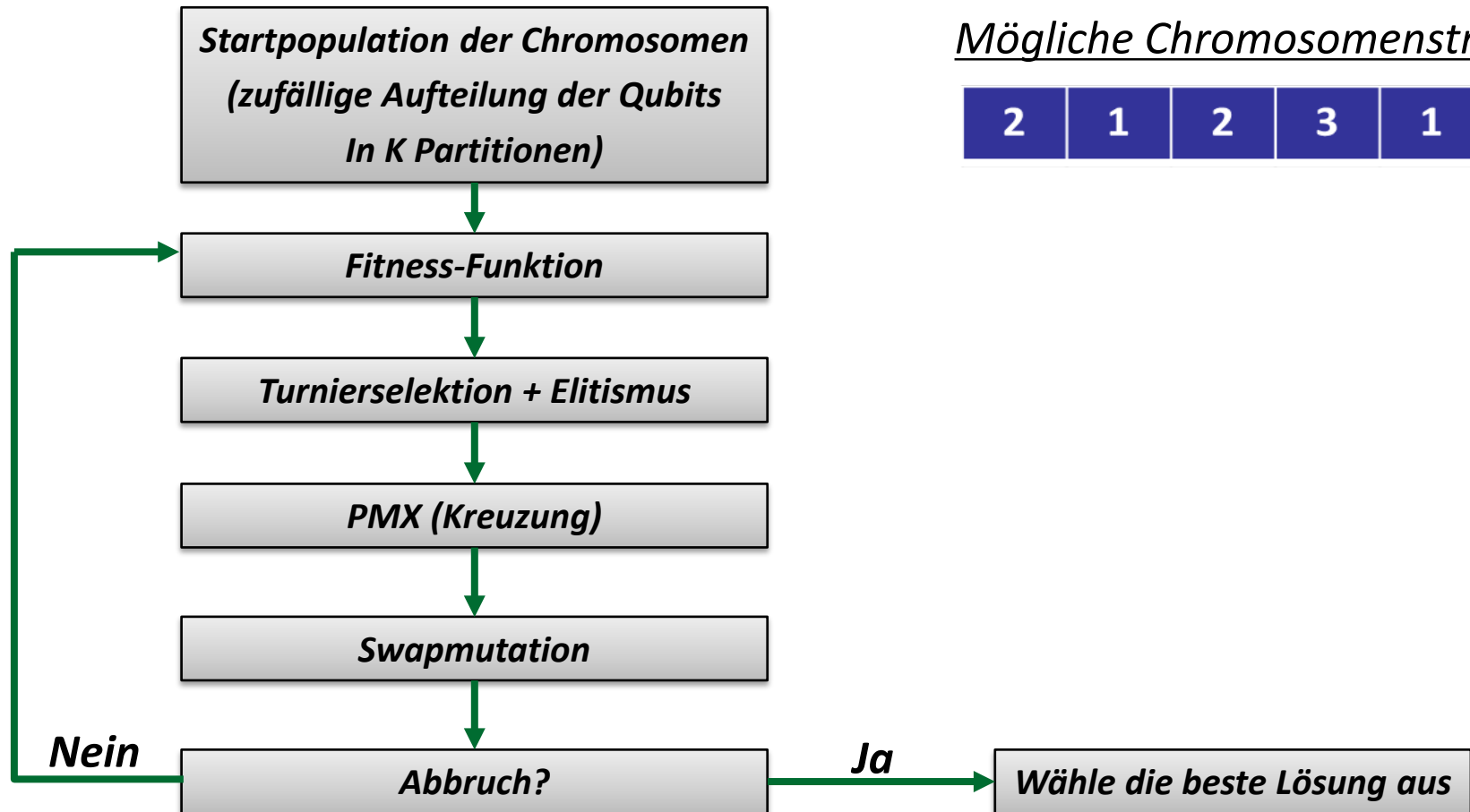


1) Vorverarbeitungsphase

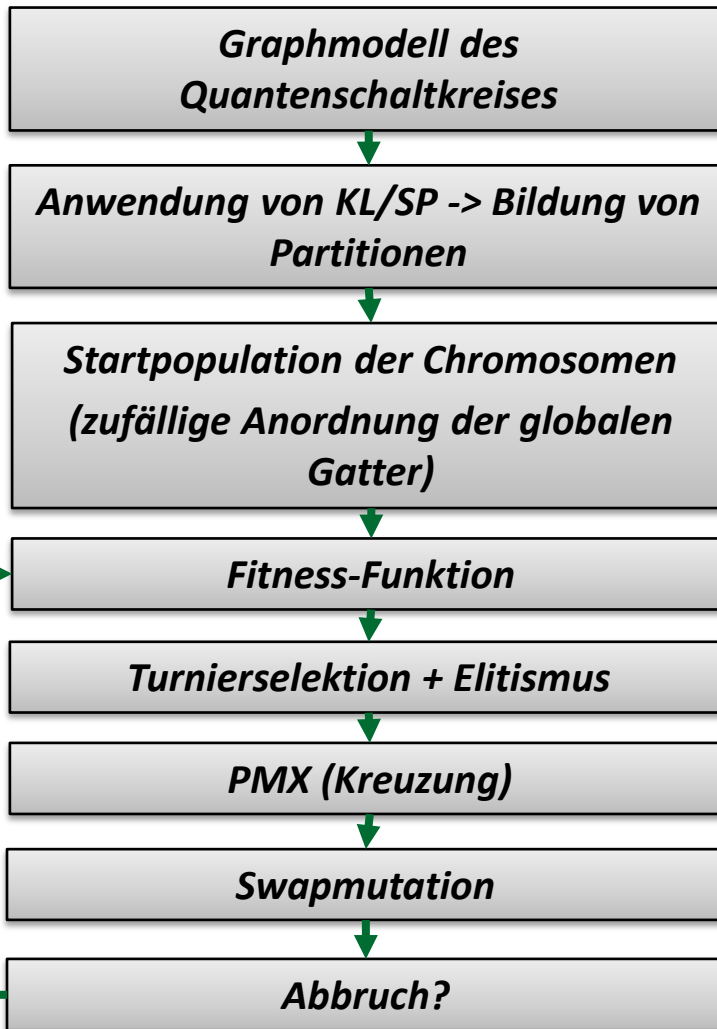
2) Zerlegungsphase

3) Gruppierungsphase

3.3. Ablauf des genetischen Algorithmus (GA)



3.4. Ablauf der hybriden genetischen Algorithmen (HGA)

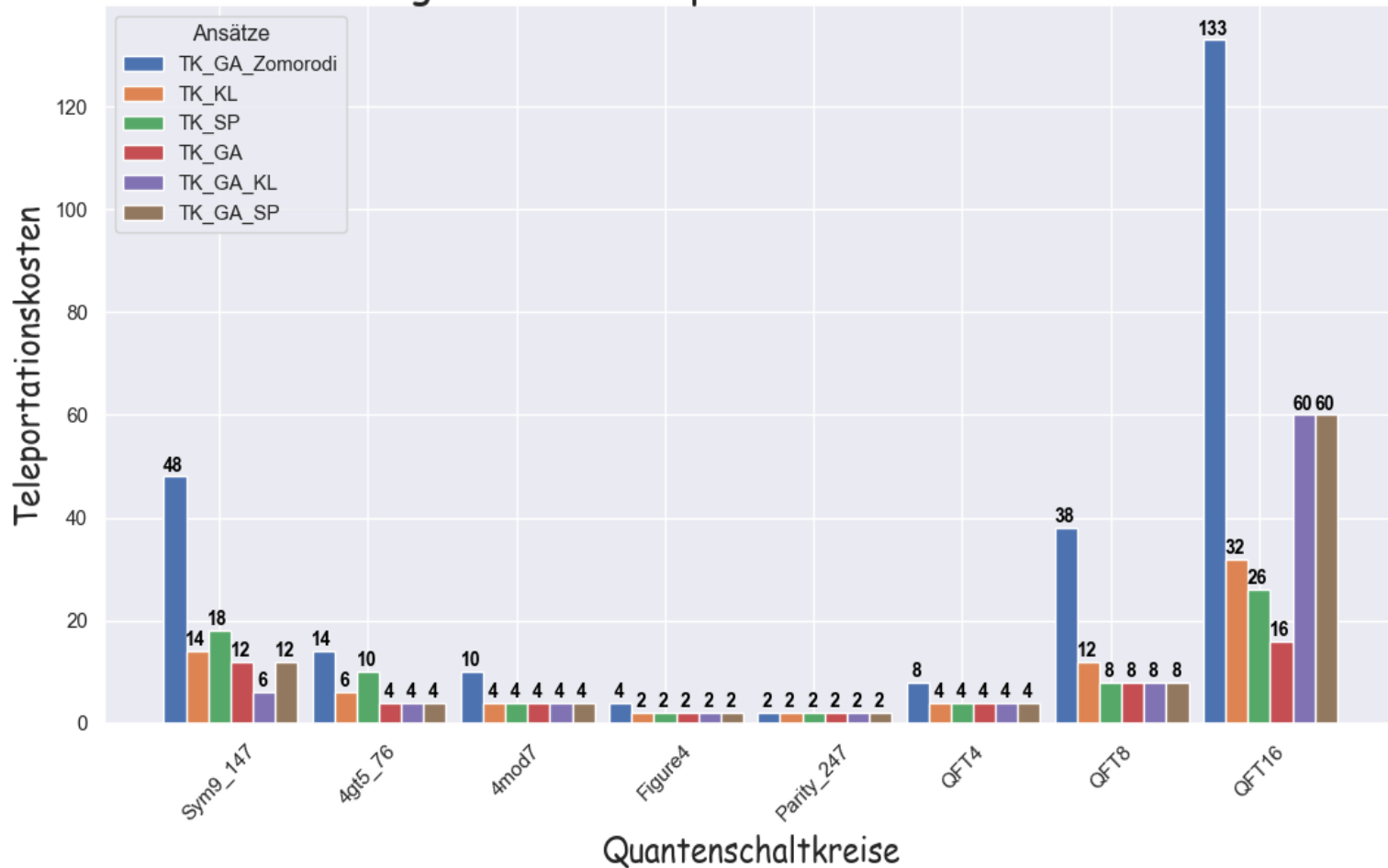


Mögliche Chromosomenstruktur

2	4	6	3	1	8	5	7
---	---	---	---	---	---	---	---

4.1. Vergleich der TK zwischen GA_Zomorodi und den vorgestellten Ansätzen

Vergleich der Teleportationskosten für $K=2$



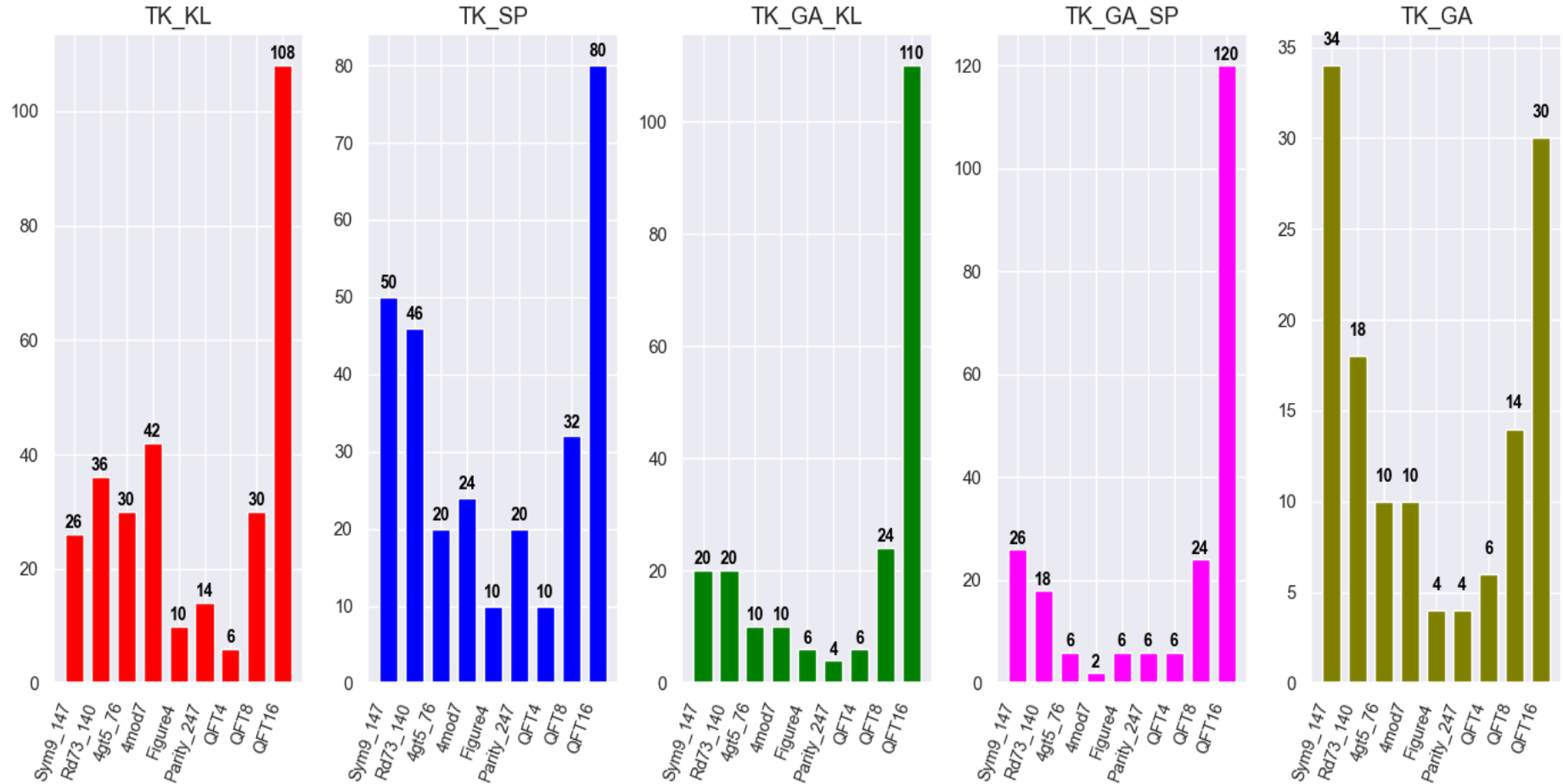
4.1. Prozentuale Verbesserung der TK im Vergleich zum GA_Zomorodi

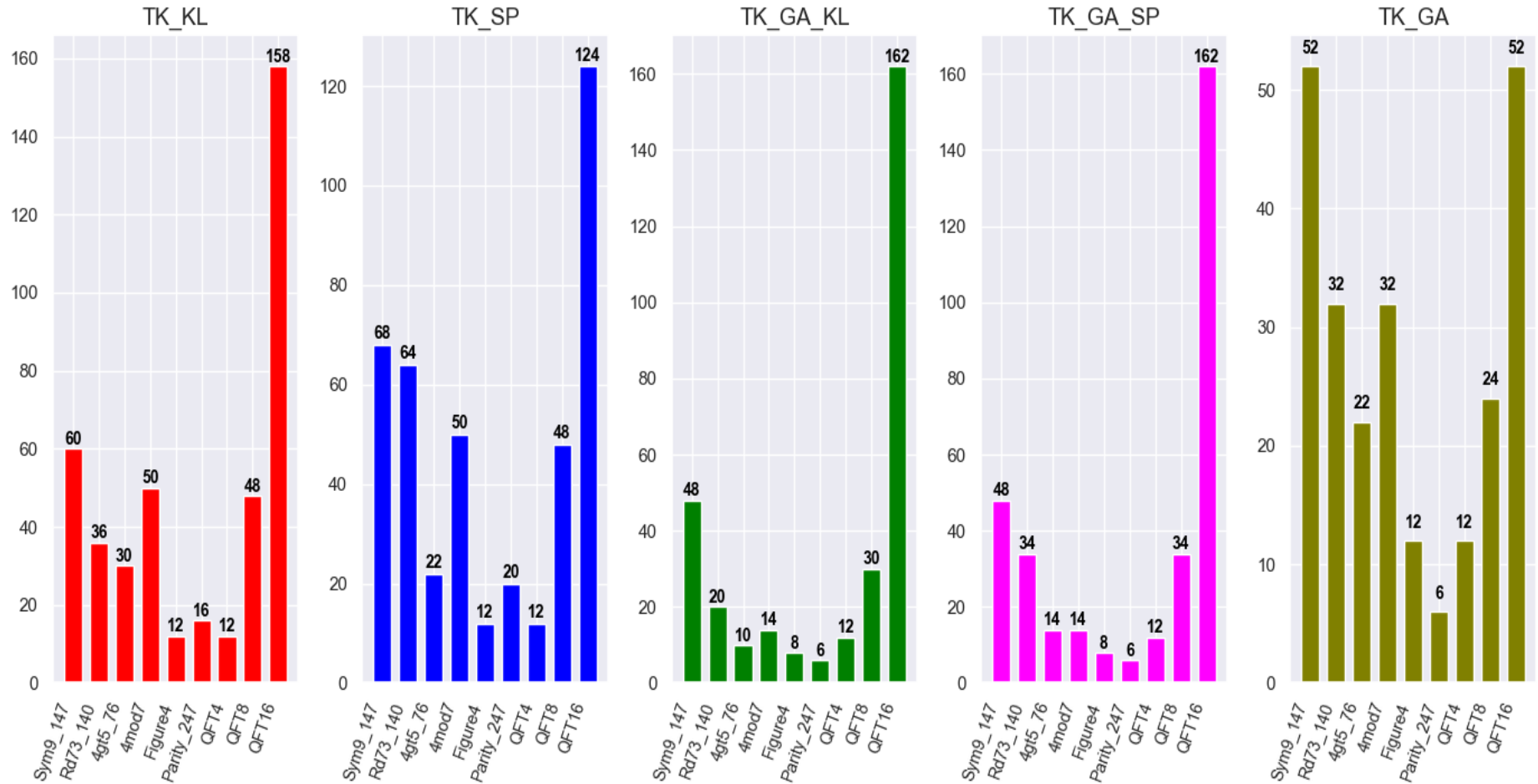


<i>Ansatz</i>	<i>Prozentuale Verbesserung</i>
TK_SP	51,30 %
TK_KL	54,04 %
TK_GA+SP	55,03 %
TK_GA+KL	56,06 %
TK_GA	59,16 %

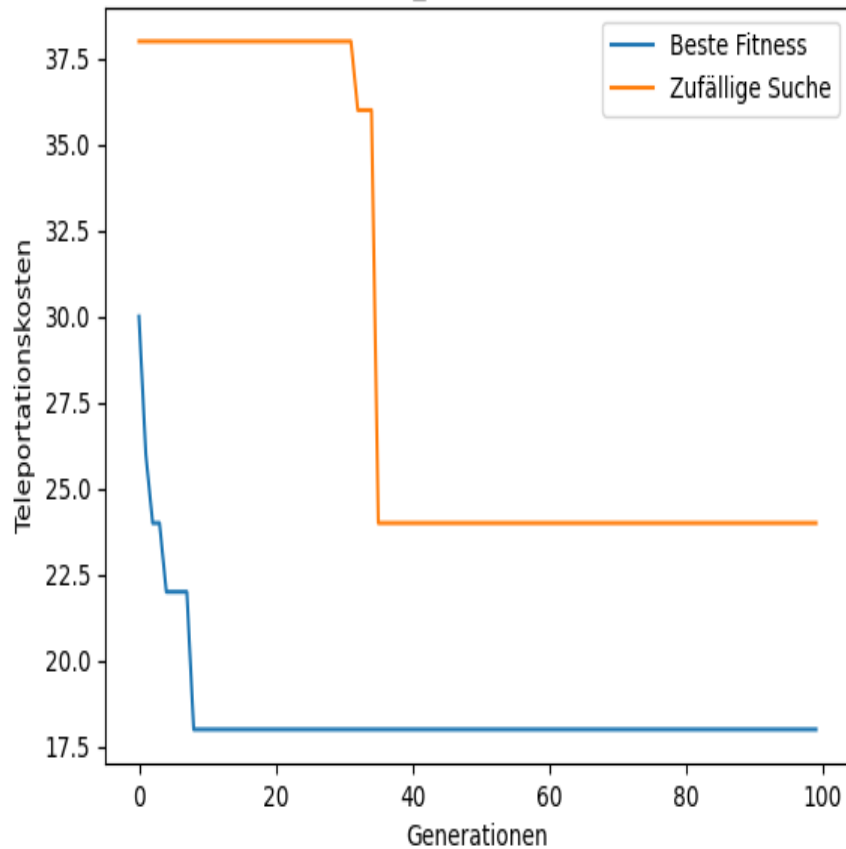
4.2. Vergleich der TK für K = 3

Vergleich der Teleportationskosten für K=3

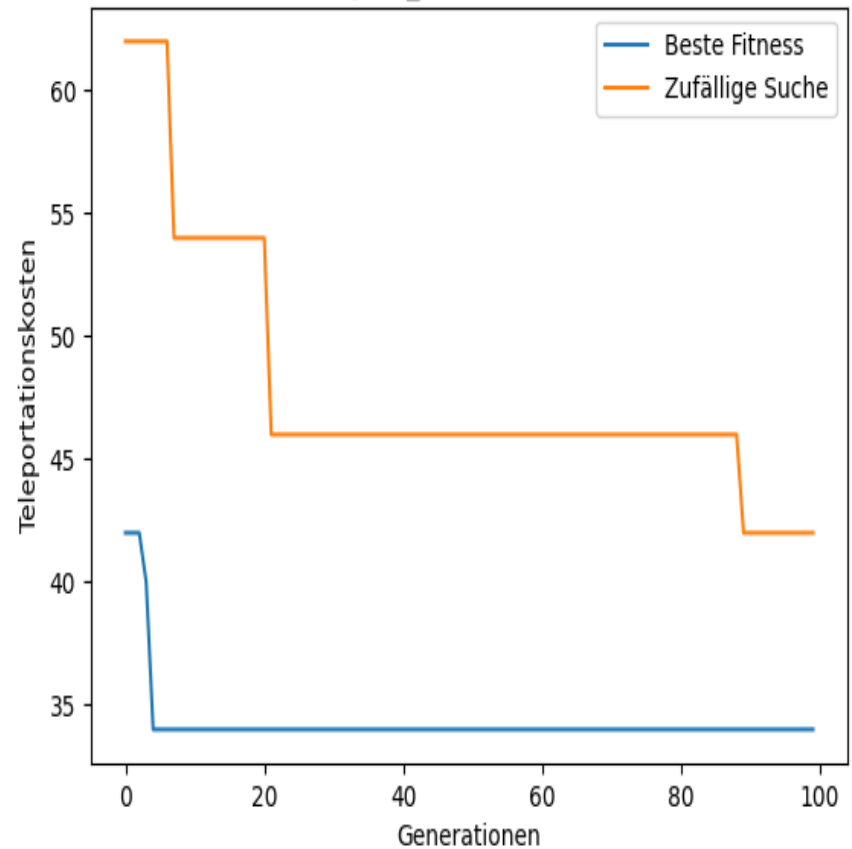


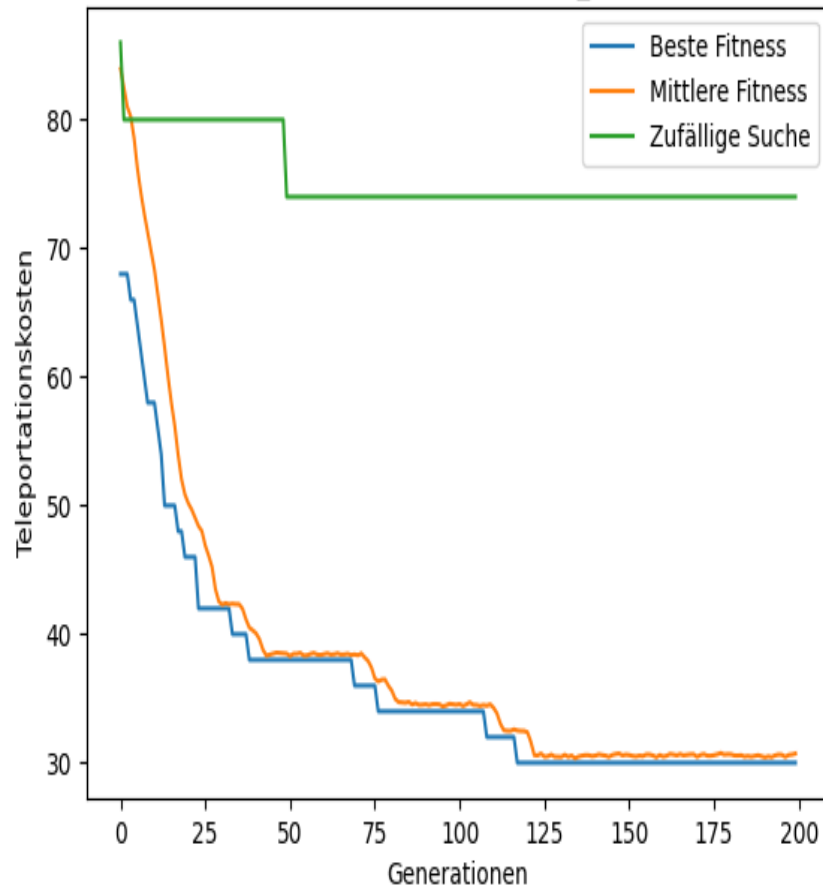
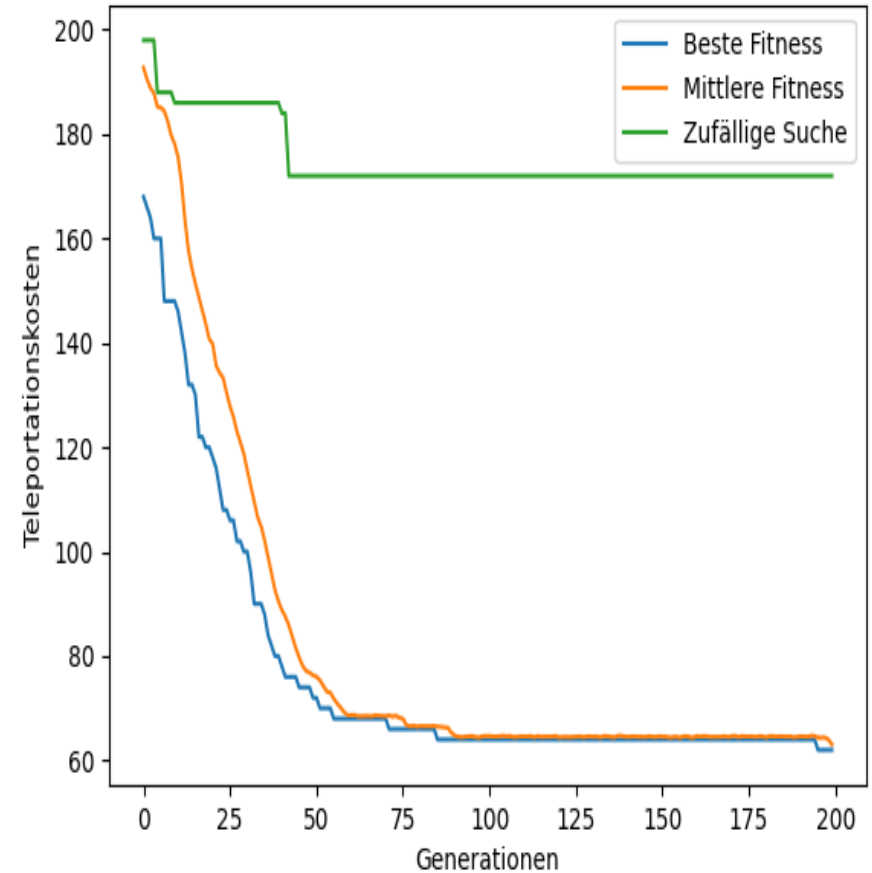
4.3. Vergleich der TK für $K = 4$ Vergleich der Teleportationskosten für $K=4$ 

Rd73_140 und K = 3



Sym9_147 und K = 3



QFT8 und $K = 4$ für GA_KLQFT16 und $K = 2$ für GA_SP

- Verbesserung der TK um mehr als 50% im Vergleich zum GA_Zomorodi
- Beide HGA erzielten die besten Ergebnisse, außer QFT8 und QFT16
- KL und SP erbrachten die geringsten Leistungen
- Die zufällige Suche erzielte deutlich schlechtere Ergebnisse als GA/HGA

- Untersuchung von Matrixmodellen für Quantenschaltkreise
- Erweiterung auf komplexere Quantenschaltkreise
- Anwendung von anderen Optimierungsalgorithmen (Simulated Annealing, Tabu Suche, usw.)
- Minimierung der Ausführungszeit

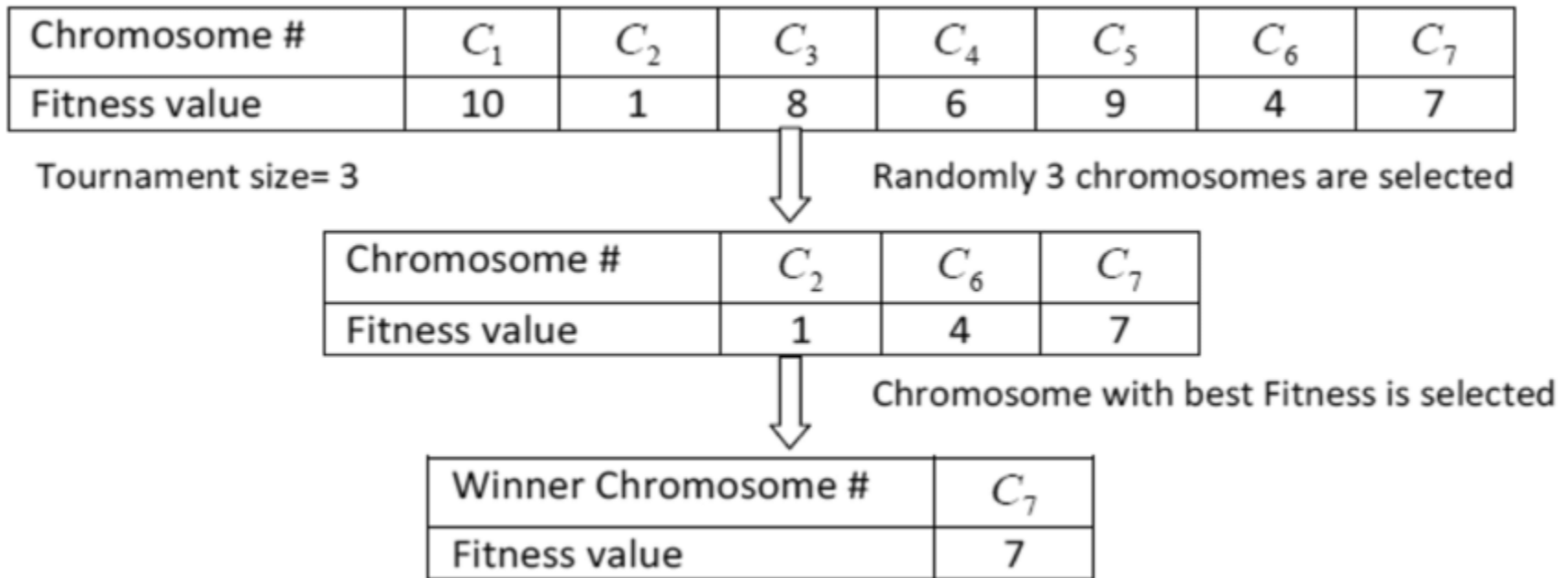
- Zomorodi-Moghadam, M., Houshmand, M., & Houshmand, M. (2018). Optimizing teleportation cost in distributed quantum circuits. *International Journal of Theoretical Physics*, 57, 848-861.
- Houshmand, M., Mohammadi, Z., Zomorodi-Moghadam, M., & Houshmand, M. (2020). An evolutionary approach to optimizing teleportation cost in distributed quantum computation. *International Journal of Theoretical Physics*, 59, 1315-1329.
- Kernighan, B. W., & Lin, S. (1970). An efficient heuristic procedure for partitioning graphs. *The Bell system technical journal*, 49(2), 291-307.
- Von Luxburg, U. (2007). A tutorial on spectral clustering. *Statistics and computing*, 17, 395-416.
- Desjardins, B., Falcon, R., Abielmona, R., & Petriu, E. (2017). Planning robust sensor relocation trajectories for a mobile robot with evolutionary multi-objective optimization. *Computational Intelligence in Wireless Sensor Networks: Recent Advances and Future Challenges*, 179-210.
- Banihashemian, S. S., & Adibnia, F. (2021). A novel robust soft-computed range-free localization algorithm against malicious anchor nodes. *Cognitive Computation*, 13(4), 992-1007.

1) GA-Parameter

<i>Populationsgröße</i>	<i>Elitenindividuen</i>	<i>Kreuzungsrate</i>	<i>Mutationsrate</i>	<i>Generationen</i>
100	2	0.9	0.1	100

2) HGA-Parameter

<i>Populationsgröße</i>	<i>Elitenindividuen</i>	<i>Kreuzungsrate</i>	<i>Mutationsrate</i>	<i>Generationen</i>
400	4	0.9	0.1	200



Quelle: Desjardins, B., Falcon, R., Abielmona, R., & Petriu, E. (2017). Planning robust sensor relocation trajectories for a mobile robot with evolutionary multi-objective optimization. *Computational Intelligence in Wireless Sensor Networks: Recent Advances and Future Challenges*, 179-210.

Step 1: Select crossover range at random

Parent 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Parent 2	5	4	6	9	2	1	7	8	3

Step 2: Create offspring by exchanging genetic information between parents

Child 1	1	2	6	9	2	1	7	8	9
Child2	5	4	3	4	5	6	7	8	3

Step 3: Determine mapping relationship to legalize offspring**Step 4: Legalize children with the mapping relationship**

Child 1	1	5	6	9	2	1	7	8	4
Child 2	2	9	3	4	5	6	7	8	1

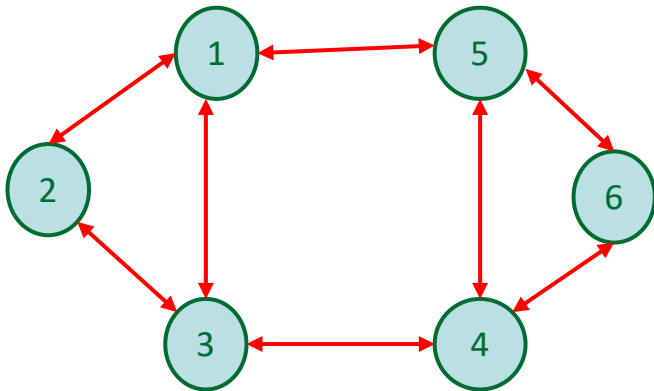
Quelle: Banihashemian, S. S., & Adibnia, F. (2021). A novel robust soft-computed range-free localization algorithm against malicious anchor nodes. *Cognitive Computation*, 13(4), 992-1007.

Algorithm 2: Kernighan-Lin-Algorithmus [KL70]

```
1 Function Kernighan-Lin( $G(V,E)$ ):  
2   Bestimme eine gleichmäßige Anfangspartitionierung der Knoten in die Mengen  
   A und B  
3   repeat  
4     Berechne die D-Werte für alle  $a \in A$  und  $b \in B$   
5     for  $i = 1$  to  $|V|/2$  do  
6       Wähle  $a_i \in A$  und  $b_i \in B$ , sodass  $g_i = D_a + D_b - 2C(a, b)$  maximal ist  
7       Entferne  $a_i$  und  $b_i$  für weitere Betrachtung in diesem Durchlauf  
8       Aktualisiere D-Werte für die Elemente von  $A = A/a_i$  und  $B = B/b_i$   
9     end  
10    Bestimme  $k$ , das  $G_k$  maximiert, die Summe von  $g_1$  bis  $g_k$  if  $G_k > 0$  then  
11      Tausche  $a_1, a_2, \dots, a_k$  mit  $b_1, b_2, \dots, b_k$   
12    end  
13  until  $G_k \leq 0$   
14  return  $G(V,E)$   
15 end
```

Quelle: Kernighan, B. W., & Lin, S. (1970). An efficient heuristic procedure for partitioning graphs. *The Bell system technical journal*, 49(2), 291-307.

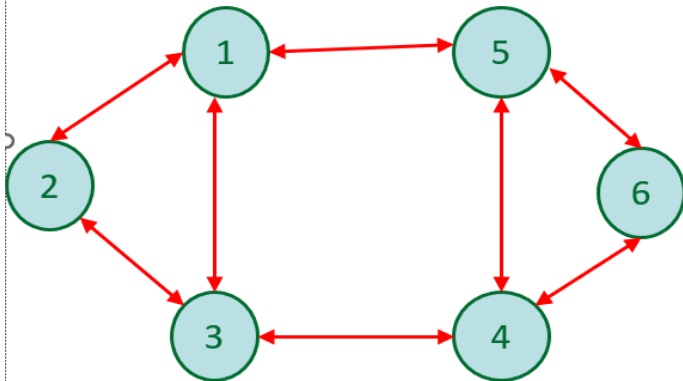
$$a_{i,j} = \begin{cases} 1, & i \text{ und } j \text{ sind adjazent} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$



$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Quelle: Von Luxburg, U. (2007). A tutorial on spectral clustering. *Statistics and computing*, 17, 395-416.

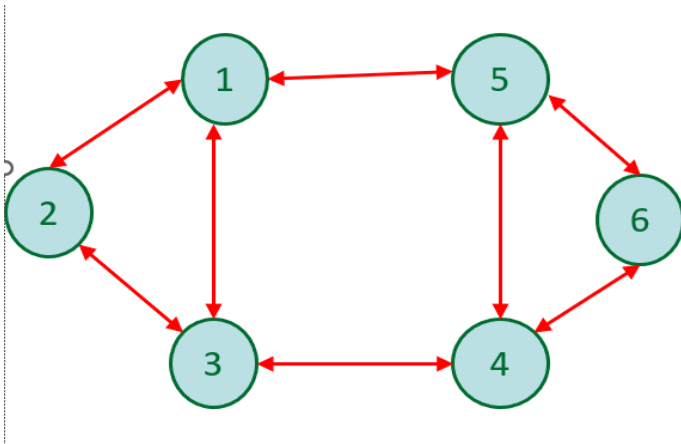
$$d_{i,j} = \begin{cases} d(i), & \text{wenn } i = j \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$



$$D = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Quelle: Von Luxburg, U. (2007). A tutorial on spectral clustering. *Statistics and computing*, 17, 395-416

$$L = D - A$$

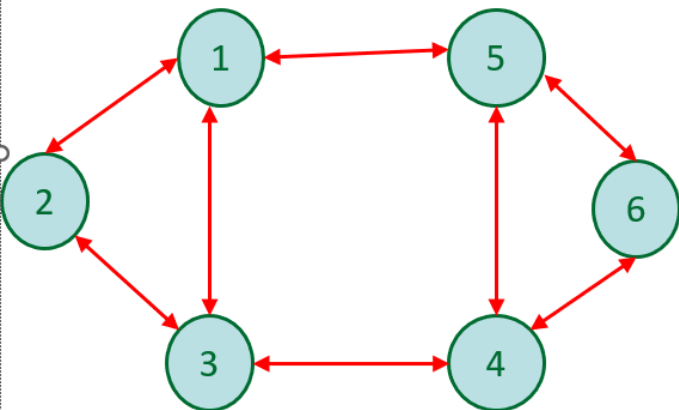


$$L = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Quelle: Von Luxburg, U. (2007). A tutorial on spectral clustering. *Statistics and computing*, 17, 395-416

$$L_{NORM} = D^{-1/2} L D^{-1/2}$$

$$L_Norm = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/6 & -1/6 & 0 & -1/6 & 0 \\ -1/4 & 1/2 & -1/4 & 0 & 0 & 0 \\ -1/6 & -1/6 & 1/2 & -1/6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/6 & 1/2 & -1/6 & -1/6 \\ -1/6 & 0 & 0 & -1/6 & 1/2 & -1/6 \\ 0 & 0 & 0 & -1/4 & -1/4 & 1/2 \end{bmatrix}$$



Quelle: Von Luxburg, U. (2007). A tutorial on spectral clustering. *Statistics and computing*, 17, 395-416