



UNIVERSITÉ DE NANTES



IAE NANTES
ÉCONOMIE & MANAGEMENT

ÉCONOMÉTRIE FINANCIÈRE AVANCÉE

Analyse du cours financier Tesla de 2015 à 2019



Teodoro MOUNIER TEBAS
Diane THIERRY

Enseignant : M. DARNÉ
Année universitaire : 2020-2021

Master 2 Économétrie et Statistiques, parcours Économétrie Appliquée

Résumé

Dans ce dossier nous nous intéressons à l'actif financier TESLA de la multinationale automobile, pour lequel nous avons récolté des données allant de 2015 à 2019. L'objectif de l'analyse était de modéliser les rentabilités du cours afin de prévoir sa volatilité sur l'année 2019 à l'aide de différents modèles GARCH, puis de prévoir sa valeur à risque pour obtenir une étude qui se veut complète. Parmi les modèles GARCH, IGARCH, Riskmetrics, GJR-GARCH, EGARCH et TGARCH estimés avec la loi normale puis la loi de Student, tous pouvaient être gardés pour la prévision de la volatilité excepté le GJR-GARCH. Le test statistique de capacité prévisionnelle supérieure a ensuite écarté le modèle Riskmetrics de l'ensemble de confiance, et à partir des 7 modèles retenus nous avons pu calculer les mesures de pertes extrêmes pour l'année 2019. Pour tous les modèles les prévisions de la VaR étaient valides puisqu'elles passaient tous les tests de backtesting, nous avons alors pu voir que le montant à risque par jour peut atteindre 51758\$

Mots clef : TESLA, rentabilités, modèles ARCH, prévisions, VaR.

Sommaire

I	Étude descriptive sur la période 2015-2018	3
II	Estimation des modèles de volatilités entre 2015 et 2018	9
III	Prévision de la volatilité sur l'année 2019	14
IV	Prévision de la Valeur à Risque sur l'année 2019	17
V	Conclusion	19
VI	Références bibliographiques	20
VII	Annexes	21

I Étude descriptive sur la période 2015-2018

I.1 Description de l'actif

Dans ce dossier nous étudierons l'action boursière du géant automobile Tesla. Créée le 1er juillet 2003 et dirigée par Elon Musk, la firme multinationale est spécialisée dans la conception, la construction et la commercialisation de véhicules électriques. Grâce à des innovations constantes et des stratégies de développement telles que l'acquisition de SolarCity et de Grohmann Engineering en 2016, l'entreprise s'est développée rapidement en s'adaptant aux défis du monde actuel (automatisation, production responsable avec les batteries, les panneaux et tuiles solaires).

Le nom de la firme est dû au scientifique Nikola Tesla qui a été pionnier du développement de courants alternatifs pour le transport et la distribution de l'électricité. Il est notamment l'auteur du moteur alternatif asynchrone, l'alternateur polyphasé, le montage triphasé en étoile et la commutatrice qui ont largement contribué au développement de l'énergie électrique pour les transports.

Le chiffre d'affaires de l'entreprise Tesla s'élevait à \$24.578 milliards en 2019¹ pour une capitalisation boursière qui atteint les \$209 milliards début juillet 2020, ce qui place l'entreprise en première place en termes de capitalisation boursière automobile - devant Toyota qui produit pourtant 20 fois plus de véhicules². Cela a été possible grâce à l'augmentation de capital dans le marché de \$5M en juin 2020 par le directeur financier de la firme M. Zach Kirkhorn, qui a accru le nombre d'actions de 1.3%.

Dans son esprit novateur, l'entreprise a annoncé, à l'occasion du 'Battery day' tenu le 22 septembre 2020, une hausse de la production à 20 milliards de véhicules par année ce qui représenterait 1% du parc mondial. Aujourd'hui, plus de la moitié du chiffre d'affaires lié à la vente de véhicules est réalisé aux États-Unis, 12.1% en Chine et 6.5% aux Pays-Bas.³

La capitalisation boursière de la firme se situe aujourd'hui autour de \$400M, pour un total de 931 809 000 titres avec comme principaux actionnaires Baillie Gifford & Co Limited à 6.74%, Capital Ventures International à 6.7%, et Capital World Investors à 5.98%.⁴

Les données de l'action boursière de Tesla notée 'TSLA' que nous avons récoltées sur le site internet de Boursorama sont quotidiennes et s'étendent sur 5 ans pour un total de 1258 observations. Elles débutent le 5 janvier 2015 et vont jusqu'au 31 décembre 2019.

L'objectif de ce dossier est de construire un modèle de type *ARCH* capable de prédire la rentabilité des actions Tesla. Pour cela, nous utiliserons la période de 2015 à 2018 pour l'apprentissage et la sélection des meilleurs modèles que nous utiliserons pour prédire l'année 2019 dans un but de validation. Enfin, nous analyserons le risque financier de l'actif par le calcul de statistiques telles que la VaR (Value at Risk) ou encore l'Expected Shortfall.

1. DEBOYSER, « Tesla publie ses résultats : chiffre d'affaire et bénéfice plus élevés qu'attendu ».

2. STEINMANN, « Tesla devient la première capitalisation boursière de l'automobile ».

3. BOURSORAMA, *Société TESLA NASDAQ : Secteur d'activité, Actionnaire, PDG Capitalisation*.

4. FINANCE, *Tesla, Inc.*

I.2 Détection et explication des valeurs atypiques

Après import de la base depuis le site internet Boursorama, nous avons gardé la valeur du cours à la clôture que nous avons passée en logarithme avant de calculer les rentabilités puis les rentabilités au carré, les deux multipliées par 100. Les rentabilités sont toujours stationnaires et respectent ainsi la première propriété des actifs financiers, c'est pourquoi nous réaliserons l'analyse complète sur ces dernières. Une fois que nous avons les données souhaitées, nous avons commencé l'étude descriptive par la détection des points atypiques. Nous utilisons pour cela la méthode de Boulton et Alii qui sert à **corriger** les données des valeurs extrêmes.

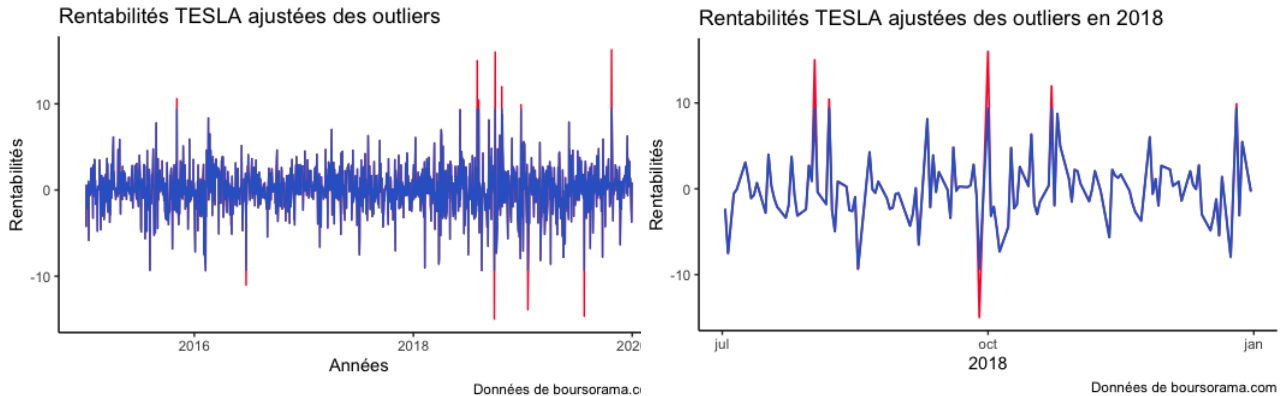


Figure 1 – Rentabilités brutes et corrigées sur toute la période puis de juillet à décembre 2018

Aussi, comme visible sur la figure n°1 la méthode a permis la correction d'au moins 11 outliers que l'on constate surtout sur les années 2018 et 2019, caractérisées par une forte croissance du cours et donc de ses rentabilités. Nous nous penchons désormais sur les mois de juillet à décembre 2018 pour comprendre et expliquer 3 rentabilités atypiques; nous cherchons les explications de points du 7 août, du 28 septembre et du 1er octobre 2018.

- Le **7 août 2018** Elon Musk a publié un tweet dans lequel il disait réfléchir à se retirer de la bourse, faisant alors grimper le cours de l'action de son entreprise de 11% au plus fort de la journée⁵ : les rentabilités atteignent alors 10.4% contre une moyenne de 0.042% sur la période 2015-2018.
- La chute brutale du **28 septembre 2018** est directement liée à l'annonce du 7 août, Elon Musk a été ensuite poursuivi pour 'fraude boursière' puisque "[ses] affirmations trompeuses ont créé d'importantes perturbations sur le marché dans les minutes qui ont suivi le tweet"⁶ - cette accusation a alors fait plonger le cours de l'action de 11.21%.
- Enfin, 3 jours plus tard soit le **1er octobre 2018** l'action augmente à nouveau comme la situation se stabilise; un accord est convenu le dernier week-end de septembre avec le gendarme de la bourse américaine (SEC) selon lequel le directeur doit renoncer à son poste de président du conseil d'administration tout en restant aux manettes du groupe.⁷

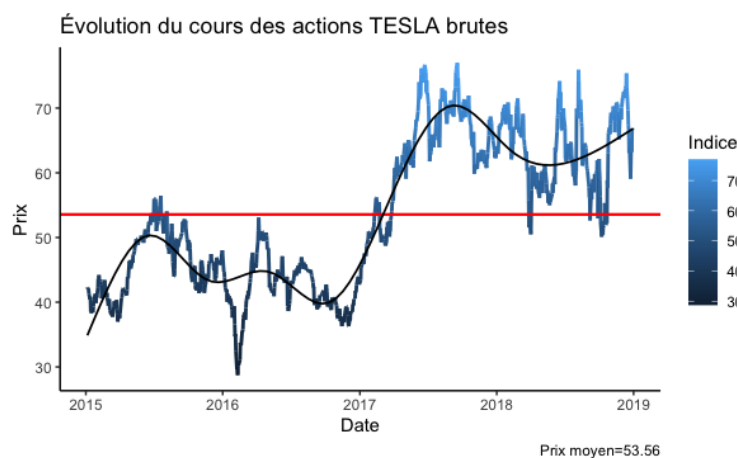
Après détection et correction de ces quelques points atypiques nous travaillerons uniquement sur la série corrigée pour la suite de l'analyse.

5. CLARISSE et SANDRINE, *Elon Musk et Tesla : le tweet de trop ?*

6. G.L., « Elon Musk poursuivi pour «fraude» après son tweet sur l'action de Tesla ».

7. ZONEBOURSE, « Les valeurs à suivre lundi 1er octobre 2018 à Wall Street ».

I.3 Évolution du cours brut, des rentabilités et des rentabilités au carré avec et sans les points extrêmes



Nous constatons sur le graphique ci-dessus que l'année 2017 a été très bénéfique pour l'actif TSLA puisque le cours de ce dernier variait entre 40 et 50\$ et depuis 2017 a crû jusqu'à 86\$ le 26 décembre 2019. Les livraisons des modèles S et X des voitures Tesla ont connues une hausse de 33% sur l'année 2017 par rapport l'année précédente, contribuant ainsi à la bonne santé de l'entreprise et une hausse du prix de l'action qui devient alors plus prometteuse. Sur toute la période, le prix moyen auquel s'échangeaient les actions était de 53.56\$ et l'on distingue clairement les 2 périodes d'avant et après 2017. Depuis, le cours de l'action a continué de croître et varie aujourd'hui entre de 650 et 700\$ (mois de décembre 2020) soit 16 fois plus que 3 ans auparavant.

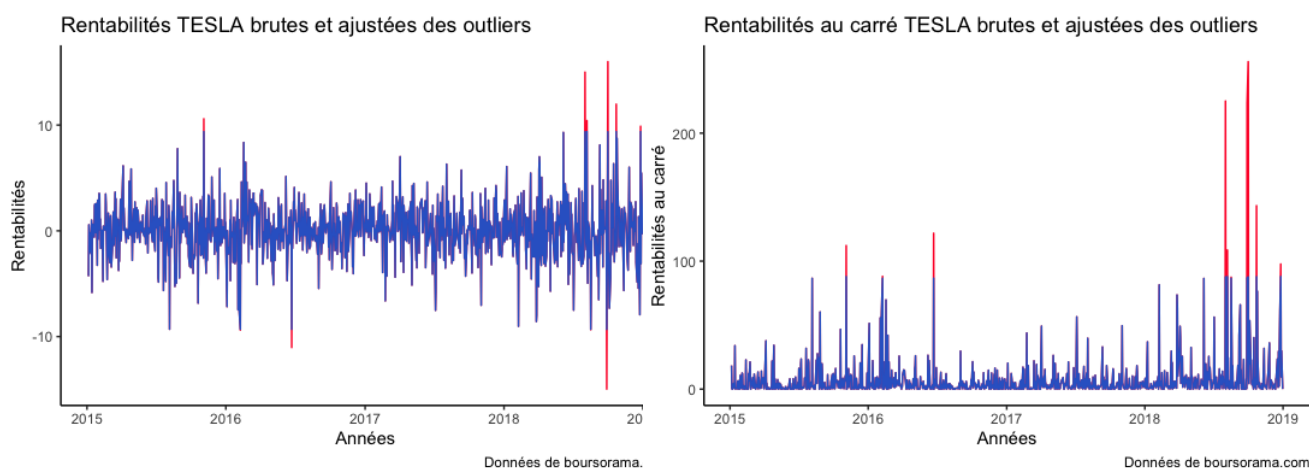
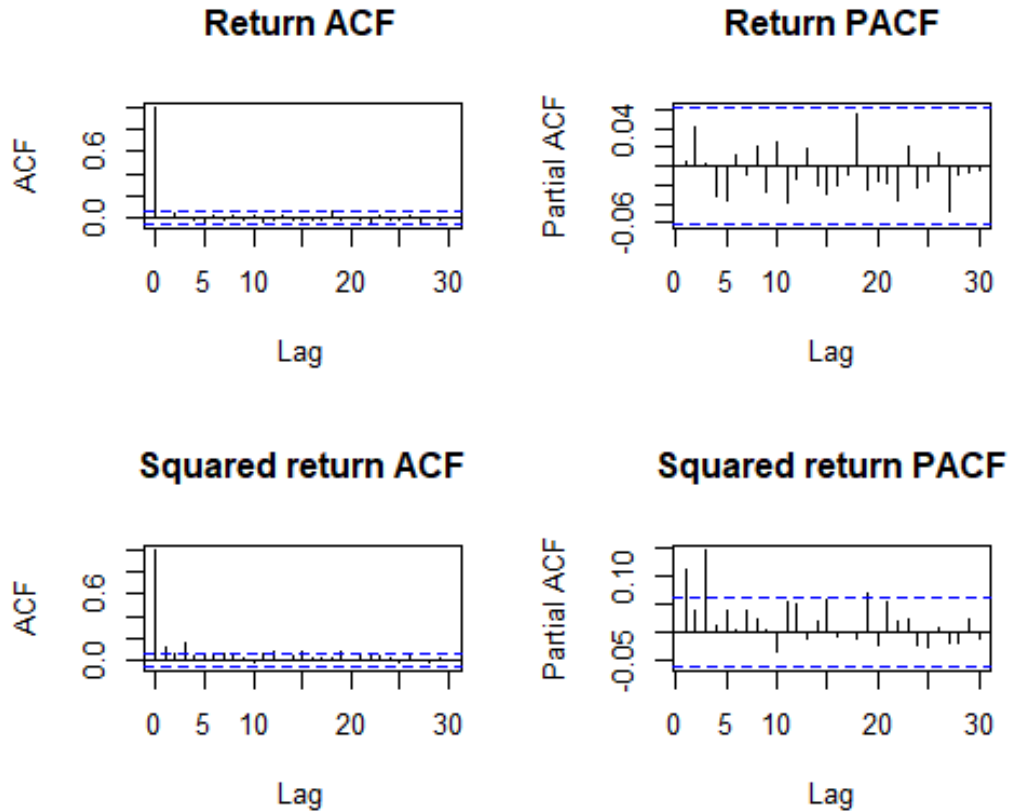


Figure 2 – Rentabilités corrigées et rentabilités au carré de l'action TESLA

Le calcul des rentabilités nous permet de travailler sur une série stationnaire où nous pouvons sans problème appliquer les méthodes visant à modéliser et prévoir la volatilité du cours. Nous voyons en figure n°2 que les rentabilités de l'action TESLA entre 2015 et 2018 compris, varient autour de 0 pour une valeur moyenne de 0.042% avec les outliers - comme nous avons pu le noter précédemment. Le graphique des rentabilités au carré montre l'effet dédoublé des valeurs et permet ainsi de capter les grandes volatilités. Aussi, on constate une volatilité plus faible de la série corrigée des outliers dont les rentabilités au carré n'excèdent pas 88 tandis qu'elles atteignaient 255 avec les valeurs extrêmes.

I.4 Graphiques de corrélations des rentabilités et des rentabilités au carré

La deuxième propriété des actifs financiers concerne l'autocorrélation des carrés des rentabilités, c'est ce que nous allons vérifier dans cette section. Nous voyons ci-dessous les fonctions d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle pour les rentabilités (1ère ligne) et les rentabilités au carré (2è ligne).



La PAC des rentabilités montre qu'elles sont bruit blanc, en revanche on voit sur la PAC des rentabilités au carré une autocorrélation puisque certaines valeurs excèdent le seuil de significativité fixé par le test de Bartlett à 0.062⁸. La propriété semble alors vérifiée : on voit que les rentabilités de l'action ne sont pas corrélées donc un choc aura un effet à court terme sur les volatilités de la série. En revanche, lorsque les valeurs sont amplifiées ce qui est le cas des rentabilités au carré, on observe cette fois une corrélation qui traduit une certaine persistance dans la volatilité. Nous vérifierons tout cela par un test statistique dans la section suivante.

8. $\text{Seuil} = \pm 1.96 \sqrt{\frac{1}{T}} = \pm 1.96 \sqrt{\frac{1}{1005}}$

I.5 Statistiques descriptives de la série corrigée

Table 1 – Statistiques descriptives des rentabilités corrigées des outliers

Moyenne (%)	Mediane (%)	Min (%)	Max (%)	Ecart-type (%)	Skewness	v_1	Kurtosis	v_2
0.031	0.000	-9.319	9.379	2.636	-0.044	-0.569	4.828	11.836
JB	p-value	Q(10)	p-value	LM-ARCH(10)	p-value	$Q^2(10)$	p-value	
141.68	0.000	6.233	0.795	41.414	0.000	52.269	0.000	

D'après le tableau n°1 les rentabilités du cours varient entre -9.319 et 9.379, en regardant la moyenne et la médiane on s'aperçoit que les grandes rentabilités sont plus importantes que les rentabilités négatives ce que l'on retrouve dans la médiane égale à 0 et la moyenne de 0.031%, mais cela n'informe pas de la symétrie de la série.

Le coefficient de skewness négatif montre une asymétrie sur la période 2015-2018 bien que non significative au seuil de risque de 5% (v_1 en valeur absolue est inférieur à 1.96). Malgré cela on voit que le coefficient v_1 est négatif ce qui traduit une asymétrie à gauche qui reflète de plus grandes pertes que de gains, et vient confirmer la propriété financière qui consiste à observer plus de pertes de manière générale.

On voit par ailleurs que le coefficient mesurant l'aplatissement (kurtosis) n'est pas égal à 3 ce qui montre une non-normalité de la distribution. Le coefficient $|v_2|$ est positif donc nos rentabilités suivent une distribution leptokurtique caractérisant les séries financières, c'est-à-dire qu'il y a une plus grande volatilité donc les pertes et les gains sont très importants. Le test sur la distribution de Jarque-Bera réalise un test joint de skewness et kurtosis, il indique une distribution non normale puisque l'on rejette l'hypothèse nulle de normalité avec une p-value=0.

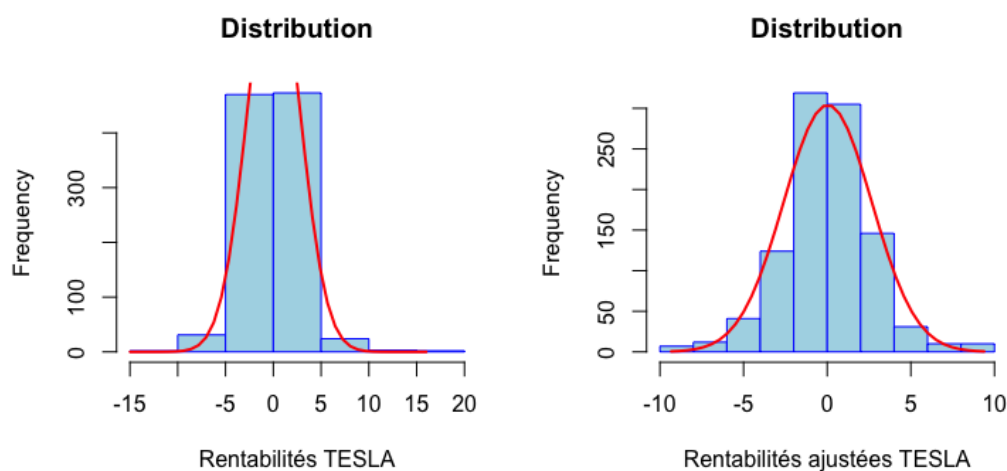
De même, le test LM-ARCH consistant à identifier une éventuelle hétéroscédasticité conditionnelle (clusters de volatilité *i.e.* successions de périodes de forte et de faible volatilité) montre que la variance est dépendante du temps puisque la p-value est égale à 0, elle n'est pas constante donc on observe des groupes avec des rentabilités fortes ou faibles qui dépendent les unes des autres.

Enfin, les tests Ljung-Box basés sur l'hypothèse nulle de la non autocorrélation confirment une indépendance des erreurs des rentabilités, mais une corrélation des rentabilités **au carré** puisque les p-values sont respectivement de 0.795 et 0. Ainsi, lorsque la valeur de chaque rentabilité est élevée au carré, on observe une dépendance dans le temps des différentes valeurs - cela signifie qu'un choc exogène sur la série n'impactera pas une seule observation mais plusieurs du fait de leur interdépendance.

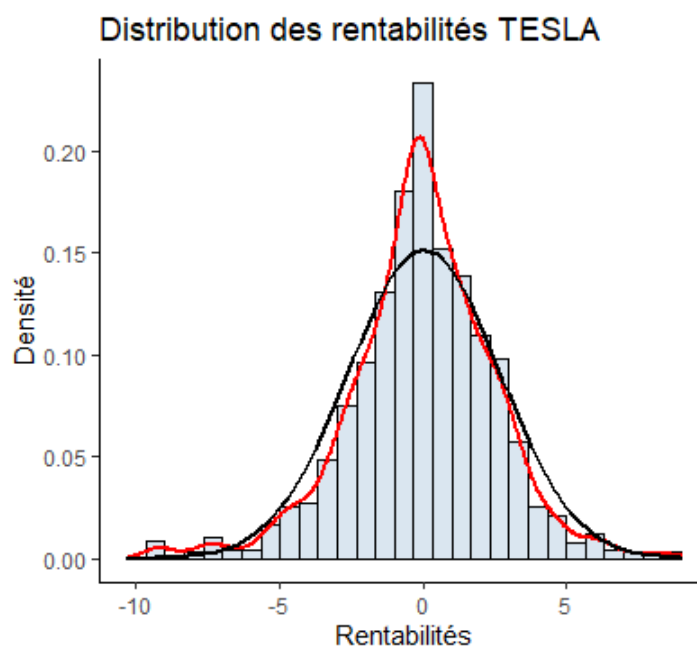
Pour résumer, l'action TESLA suit une partie des propriétés des séries financières : sa distribution est leptokurtique, ses rentabilités au carré dépendent du temps (autocorrélation) et elle contient des clusters de volatilité (hétéroscédasticité conditionnelle). De telles caractéristiques nous empêchent d'utiliser des modèles ARMA pour l'estimation de la volatilité, c'est pourquoi nous aurons recours à des modèles ARCH; Auto Regressive Conditional Heteroscedasticity.

I.6 Caractéristiques de distribution de la série corrigée

La table n°1 que nous venons d'étudier nous a informés de la non-normalité des rentabilités corrigées des valeurs atypiques. Les graphiques suivants nous montrent la distribution des rentabilités avec et sans ces points : on voit alors que l'histogramme des rentabilités ajustées s'apparente plus à la loi normale puisque les valeurs extrêmes ne tirent plus la distribution vers le haut - la leptokurticité est alors moins grande.



Finalement, ce dernier graphique met côte à côte la distribution des rentabilités ajustées du cours TESLA (courbe rouge) et celles d'une loi normale (courbe noire) ; on voit qu'elle est clairement leptokurtique mais l'asymétrie à gauche est difficilement identifiable. Cela confirme parfaitement les résultats du tableau n°1 des statistiques descriptives.



II Estimation des modèles de volatilités entre 2015 et 2018

II.1 Modélisations avec la loi normale

Dans cette section nous avons procédé aux estimations de la volatilité des rentabilités des actions Tesla. Par défaut les modélisations considèrent une distribution normale des rentabilités, or nous avons constaté dans la section précédente que cette hypothèse n'était pas vérifiée, c'est pourquoi nous avons choisi de conserver les estimateurs '*Robust*' à la non-normalité. Le tableau n°3 en page suivante résume toutes les estimations avec la valeur et significativité des coefficients, la *persistance*⁹ et *demi-vie*¹⁰ ainsi que des statistiques permettant de juger de la qualité des modèles afin de les comparer (logarithme de vraisemblance, AIC et HQ).

Comme nous pouvons observer dans la table, l'unique modèle qui n'est pas défini est le modèle GJR-GARCH avec un α (alpha) qui n'est pas significativement différent de 0, nous n'utiliserons donc pas ce modèle pour les prédictions. En ce qui concerne le modèle IGARCH la contrainte de non-négativité n'est pas respectée. En effet, le coefficient ω (omega) n'est pas significativement différent de 0 au seuil de 5%. On constate cependant que la valeur de ce coefficient est positive et cette hypothèse n'est pas déterminante pour conserver le modèle, c'est pourquoi nous réaliserons des prévisions aussi à partir de ce dernier. Les coefficients des modèles GARCH, EGARCH et TGARCH sont tous significatifs : le modèle GARCH respecte les hypothèses de non-négativité et de stationnarité, et le θ_2 (theta2) du modèle EGARCH est bien négatif,¹¹ ce qui montre l'impact plus important des chocs négatifs sur la variance conditionnelle que des chocs positifs sur l'action Tesla.

Avant valider un modèle il est important d'observer la distribution des résidus standardisés notés z_t . Ceux-ci doivent être distribués normalement (valeur des *skewness* et *kurtosis*), non autocorrélés (test de Ljung-Box $Q(5)$), homoscédastiques conditionnellement ($Q(5)^2$ et *LM-ARCH*) et enfin la variance conditionnelle doit être bien spécifiée (test joint *d'Engle-Ng*). La table n°2 visible ci-dessous résume la plupart de ces tests, nous observons alors que les résidus de tous nos modèles ne sont pas autocorrélés, et ce, quel que soit le seuil de risque considéré (1%, 5% ou 10%). Nous pouvons de la même manière affirmer l'homoscédasticité des résidus de tous les modèles si nous considérons le test de Ljung-Box ainsi que le test LM-ARCH au seuil de risque de 1% et 5% mais non de 10%. Enfin, le test de joint d'Engle et Ng concernant la bonne spécification de la variance n'est lui pas validé par nos modèles. Il est rare que les résidus valident tous les tests, et cela ne nous empêche pas de conserver les modèles suivants pour les prévisions : GARCH, IGARCH, Riskmetrics, EGARCH et TGARCH.

Table 2 – Diagnostics sur les résidus des modèles de type GARCH (loi normale)

Modèle	Q(5)	p-value	$Q^2(5)$	p-value	LM-ARCH(5)	p-value	Engle-Ng sign test	p-value
GARCH	1.15	0.82	4.83	0.17	6.13	0.06	18.115	0.000
IGARCH	1.14	0.83	4.34	0.21	5.57	0.08	16.737	0.000
Riskmetrics	0.77	0.91	2.37	0.53	3.35	0.24	13.147	0.004
GJR-GARCH	0.64	0.93	4.4	0.21	6.9	0.04	9.598	0.02
EGARCH	0.69	0.92	3.94	0.26	6.08	0.06	9.889	0.019
TGARCH	0.75	0.91	3.7	0.29	5.64	0.07	10.195	0.017

9. Mesure permettant d'évaluer l'importance d'un choc sur la volatilité des rentabilité.

10. Correspond au nombre de jours du retour à la variance moyenne (*variance non-conditionnelle*) à la suite d'un choc sur la volatilité des rentabilités.

11. Le paramètre θ_2 des modèles EGARCH permet de prendre en compte l'asymétrie d'un choc positif et négatif de même magnitude.

Le meilleur modèle, si nous nous référons aux critères d'informations de la table 3 est le TGARCH qui est une extension du modèle GJR-GARCH, mais au lieu d'estimer la volatilité des rentabilités par leur variance, la représentation TGARCH le fait par l'écart-type. Cela a l'avantage de ne pas imposer de contrainte de non-négativité des paramètres puisque les écarts-types peuvent prendre des valeurs positives comme négatives. De plus, le modèle TGARCH fait partie des modèles qui prennent en compte l'impact plus important que peuvent avoir les chocs négatifs sur les rentabilités, grâce au paramètre d'asymétrie γ (gamma) et une indicatrice prenant la valeur **1** dans le cas d'un choc négatif et **0** dans le cas contraire. Le modèle TGARCH nous apporte les informations suivantes sur la volatilité des rentabilités Tesla :

- La volatilité de long terme, c'est à dire celle qui ne dépend pas de ce qui se passe sur le marché, prend beaucoup de temps à disparaître car le paramètre de retard β est supérieur à 0.9.
- Inversement, la persistance des chocs de court terme est très faible, c'est ce dont nous informe le paramètre d'erreur α égal à 0.04.

De manière générale il faudra 22 jours environ avant que les rentabilités Tesla ne retrouvent leur volatilité moyenne (variance non-conditionnelle) à la suite d'un choc.

Avant de passer aux prévisions de la volatilité nous allons estimer les mêmes modèles en supposant cette fois une distribution de Student pour les rentabilités, au lieu d'une distribution normale. En effet, l'étude de la distribution des rentabilités avait permis de mettre en évidence l'aspect fortement leptokurtique des rentabilités Tesla. Face aux distributions de ce type, la loi de Student peut s'avérer plus pertinente pour les estimations que la loi normale spécifiée par défaut. Nous avons donc procédé dans la partie suivante aux estimations sous la loi de Student.

Table 3 – Modélisations du cours de l'action Tesla par des modèles de types GARCH (loi normale)

(loi normale)	Coefficient		t-value >1.64	persistence	half-life	log-likelihood	Akaike	HQ
GARCH	omega >0	0.0689*	1.91	0.9910	77.11	-2372.958	4.7303	4.7377
	alpha \geq 0	0.0283***	4.07					
	beta \geq 0	0.9627***	177.58					
	alpha + beta <1	0.9911						
IGARCH	omega >0	0.0156	1.2258	-	-	-2374.167	4.7307	4.7363
	alpha \geq 0	0.0266***	2.4127					
	beta	0.9734	-					
Riskmetrics	alpha	0.06	-	-	-	-2385.696	4.7496	4.7515
	beta	0.94	-					
GJR-GARCH	omega>0	0.1802	1.5514	0.9742	26.5734	-2365.885	4.7182	4.7275
	alpha>0	0.0005	0.0398					
	beta \geq 0	0.9375***	34.9687					
	gamma \geq 0	0.0725**	2.251					
	alpha + gamma \geq 0	0.073	-					
	alpha + beta + (gamma/2) <1	0.9743	-					
EGARCH	omega >0	0.0773***	14.171	0.9617	17.7612	-2362.283	4.7110	4.7203
	beta <1	0.9617***	1245.101					
	theta1 (gamma)	0.0876***	3.19					
	theta2 (alpha)	-0.0753***	-3.85					
TGARCH	omega	0.0864**	2.077	0.9697	22.5553	-2361.355	4.7092	4.7185
	alpha	0.0419***	3.123					
	beta \geq 0	0.9363***	43.458					
	gamma(eta11)	0.9606***	3.032					
	stationnarity constraint	-0.0042	-0.057					

II.2 Modélisations avec la loi de Student

La table n°5 résume les estimations des modèles par la loi de Student. La significativité du paramètre "*Student*" pour l'ensemble des modèles estimés confirme la pertinence d'utiliser une loi de Student pour modéliser la volatilité de rentabilités TESLA. Tout comme les estimations par loi normale, le modèle GJR-GARCH n'est pas défini puisque l'effet ARCH (ou le paramètre d'erreur) α est égal à 0. Pour les autres modèles, le paramètre ω n'est pas significativement supérieur à 0 mais est tout de même positif et ne fait pas partie des critères décisifs pour rejeter les modèles.

La table n°4 ci-dessous correspond aux tests réalisés sur les résidus des modèles estimés avec la loi de Student. Encore une fois les résidus ne sont pas auto-corrélés ni hétéroscedastiques conditionnellement si nous considérons les seuils appropriés. En revanche, seuls les modèles EGARCH et TGARCH valident le test d'Engle-Ng au seuil de 1%.

Table 4 – Diagnostics sur les résidus des modèles de type GARCH (loi Student)

Modèle	Q(5)	p-value	$Q^2(5)$	p-value	LM-ARCH(5)	p-value	Engle-Ng sign test	p-value
GARCH	1.14	0.64	4.65	0.35	5.89	0.01	17.404	0.000
IGARCH	1.09	0.84	4.06	0.25	5.24	0.09	16.201	0.001
Riskmetrics	0.77	0.91	2.37	0.53	3.35	0.24	12.741	0.005
GJR-GARCH	0.63	0.93	4.11	0.24	6.49	0.05	10.171	0.017
EGARCH	0.7	0.92	3.55	0.32	5.44	0.08	10.221	0.017
TGARCH	0.75	0.91	3.35	0.35	5.01	0.1	10.001	0.019

Il est cette fois plus difficile de trancher sur la meilleure estimation de la volatilité des rentabilités Tesla avec la loi de Student, puisque deux modèles se partagent la première place en fonction du critère d'information que l'on choisit. Ainsi, si nous considérons le log de vraisemblance, le modèle EGARCH est le meilleur mais si nous considérons les critères de l'AIC et HQ c'est le TGARCH qui les minimise et serait donc plus pertinent pour prédire la volatilité. D'une manière générale, que l'on considère l'un ou l'autre modèle, les informations apportées sont similaires ; ils montrent tous deux que la volatilité des rentabilités Tesla est affectée plus fortement par de mauvaises nouvelles (chocs négatifs) que par de bonnes nouvelles à amplitude égale. Enfin, avec trois jours de différence, les deux modèles estiment qu'il est nécessaire d'attendre un peu plus d'une vingtaine de jours avant de retrouver la volatilité des rentabilités moyenne, c'est-à-dire 0.031%.

Table 5 – Modélisations du cours de l'action Tesla par des modèles de types GARCH (loi de Student)

(loi Student)	Coefficient		t-value >1.64	persistance	half-life	log-likelihood	Akaike	HQ
GARCH	omega >0	0.0759	1.082	0.9916	82.71	-2343.508	4.6736	4.6829
	alpha \geq 0	0.0307***	4.042					
	beta \geq 0	0.9609***	278.669					
	alpha + beta <1	0.9911						
	Student	4.9374***	7.783					
IGARCH	omega >0	0.0777	1.095	-	-	-2344.087	4.6728	4.6802
	alpha \geq 0	0.0309***	2.632					
	beta	0.9691	-					
	Student	4.652***	7.049					
Riskmetrics	alpha	0.06	-	-	-	-2351.75	4.6841	4.6878
	beta	0.94	-					
	Student	5.75***	8.17					
GJR-GARCH	omega >0	0.054	0.7644	0.9804	35.09	-2338.583	4.6658	4.6770
	alpha>0	0.000	0.0001					
	beta \geq 0	0.945***	51.429					
	gamma \geq 0	0.071**	2.16					
	alpha + gamma \geq 0	0.071	-					
	alpha + beta + (gamma/2) <1	0.98	-					
	Student	5.144***	7.056					
EGARCH	omega >0	0.0439	0.651	0.9696	22.47	-2337.743	4.6642	4.6753
	beta <1	0.9696***	549.03					
	theta1 (gamma)	0.088***	4.48					
	theta2 (alpha)	-0.0688***	-3.85					
	Student	5.293***	7.03					
TGARCH	omega	0.0725**	2.01	0.973	25.37	-2337.47	4.6636	4.6748
	alpha	0.0433***	3.49					
	beta \geq 0	0.9409***	53.47					
	gamma(eta11)	0.8596***	2.88					
	stationnarity constraint	0.0404	0.568					
	Student	5.3725***	6.84					

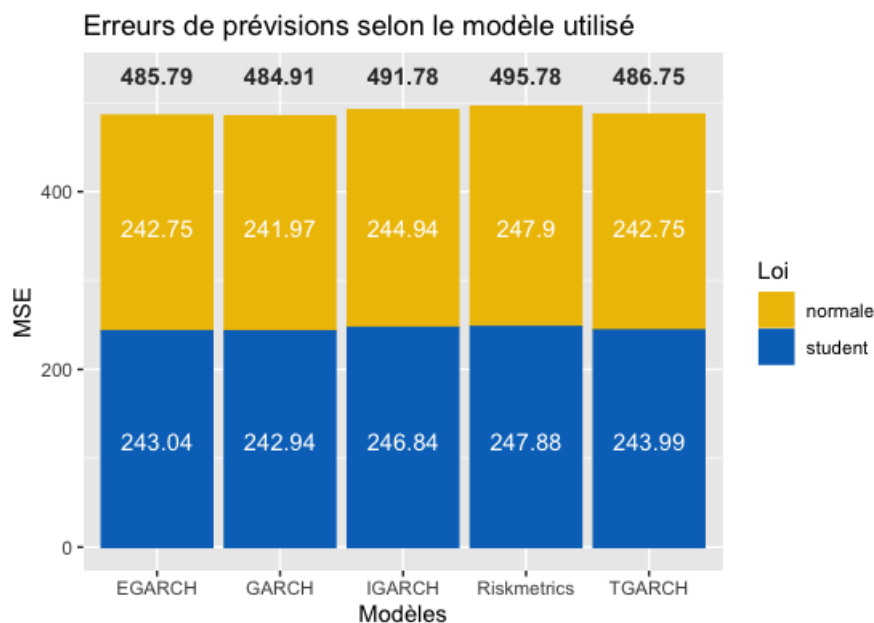
III Prédiction de la volatilité sur l'année 2019

III.1 Précision des prévisions

Nous venons d'étudier les différentes modélisations en regardant celles qui étaient efficaces et valides dans l'explication des volatilités des rentabilités de l'action TESLA, il ressort de cela que 10 sont valides sur les 12 de départ (6 pour chaque loi de distribution) seul le modèle GJR-GARCH ayant été écarté. Nous nous intéressons à présent au pouvoir prédictif de chaque modèle retenu ; nous réalisons pour cela des boucles donnant les prévisions de la volatilité pas à pas pour l'année 2019 qui contient 252 observations. Pour les cotations boursières, prévoir la volatilité permet d'anticiper les futures variations du cours et agir en conséquence ; prendre des positions courtes ou longues sur l'actif en fonction de la diminution ou de l'augmentation des prix.

Nous mesurons la qualité de telles prévisions grâce à l'erreur quadratique moyenne (MSE) ; plus elle est élevée et plus les prévisions sont imprécises. Ce sont les rentabilités au carré de l'année 2019 écartées qui permettent de calculer cette erreur en les soustrayant aux prévisions réalisées avec la boucle sur cette même période. La figure n°3 reprend visuellement les taux d'erreur moyens associés aux modélisations des modèles valides. Les prévisions effectuées à partir du modèle EGARCH avec la loi du Student étaient particulières puisqu'une valeur aberrante apparaissait pour le 1er mars 2019 : alors que les autres valeurs de la volatilité prédite varient entre 3 et 17, celle du 1er mars s'élevait à $1.757435e+15$. S'agissant d'une valeur aberrante liée peut-être aux caractéristiques du modèle, nous avons décidé de la remplacer par la moyenne des prévisions (de l'EGARCH sous loi de Student) lorsque nous retirons cette observation. La moyenne était alors de 8.089, nous avons ensuite pu calculer les erreurs des prévisions que nous retrouvons pour chaque modèle en figure n°3.

Figure 3 – MSE des différentes prévisions réalisées



On voit ainsi que les erreurs de prévisions sont assez proches d'une modélisation à une autre ; le minimum étant 241.97 pour le modèle GARCH loi normale et le maximum 247.9 pour le Riskmetrics avec cette même loi. Les erreurs cumulées entre les 2 lois montrent que le modèle ayant la moins bonne qualité prévisionnelle est le Riskmetrics et le meilleur est le GARCH, avec plus de 10 points d'écart.

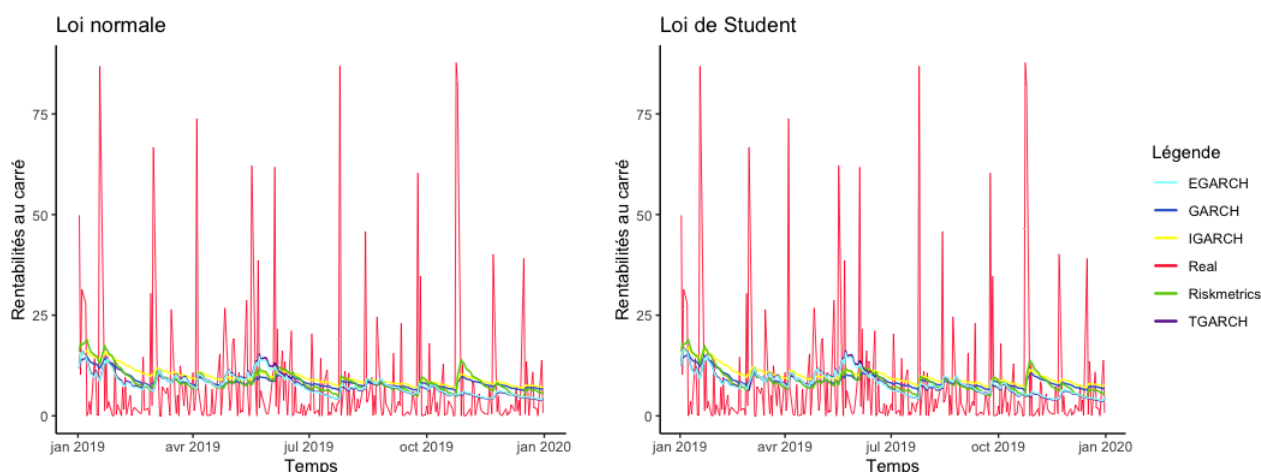


Figure 4 – Résumé visuel des différentes prévisions avec les 2 lois de distribution

On voit sur la figure n°4 les prévisions de la volatilité issues de chaque modèle comparées aux valeurs réelles c'est-à-dire aux rentabilités au carré de l'action TESLA. La meilleure approximation serait de prendre la volatilité basée sur le rang mais cela induit un travail supplémentaire important donc nous avons choisi de garder les rentabilités au carré. On voit d'emblée que la volatilité n'est pas très bien approximée par les modèles puisque les prévisions fluctuent très peu par rapport aux rentabilités au carré : celles-ci varient entre 0 et 88 et les prévisions entre 3 et 19. À partir de ces graphiques, on comprend les taux d'erreur MSE très élevés comme nous venons de le voir, bien que ce soit la comparaison des erreurs entre modèles et non la valeur qui importe.

III.2 Comparaison des prévisions

Après visualisation des prévisions et de leur erreur moyenne respective, nous cherchons à les comparer pour savoir lesquelles sont les plus précises ; nous calculerons alors le R^2 out-of-sample, puis appliquerons les tests statistiques de Diebold et Mariano (DM), le test multiple MDM et enfin le MCS qui est basé sur la capacité prévisionnelle supérieure. Nous écarterons pour cela le modèle EGARCH sous la loi de Student puisque la présence d'un point aberrant nous avait conduits à imputer la moyenne des prévisions à cette valeur et nous préférons nous fier aux modèles sans "défaut" pour la prévision de la VaR.

Nous voyons en annexe n°1 les valeurs des R^2 out-of-sample qui permettent la comparaison des modèles par rapport à un modèle de référence. Les modèles GARCH, EGARCH, TGARCH et IGARCH valent le Riskmetrics que nous avons choisi comme modèle benchmark car c'est le plus simple, puisque les R^2 sont compris entre 0.0042 pour l'IGARCH loi de Student et 0.0239 pour le GARCH loi normale. Il est alors difficile d'anticiper les modèles qui seront écartés par les prochains tests, étant donné leur équivalence en termes de qualité prévisionnelle.

Table 6 – Résultats du test DM sur les estimations sous la loi normale

	GARCH	IGARCH	Riskmetrics	EGARCH	TGARCH
GARCH		0.6691	0.2743	0.4767	0.4416
IGARCH	0.3309		0.2915	0.4566	0.4216
Riskmetrics	0.7257	0.7085		0.5213	0.4859
EGARCH	0.5233	0.5434	0.4787		0.244
TGARCH	0.5584	0.5784	0.5141	0.756	

Nous commençons l'application de tests statistiques avec celui de Diebold et Mariano qui compare des modèles 2 à 2, nous pouvons voir en table 6 les résultats. Comme nous constatons en annexe n°2, les conclusions sont les mêmes lorsque l'on considère la loi de Student donc nous comparons ici uniquement les modèles avec la loi normale. Le test DM est basé sur l'hypothèse nulle d'égalité prédictive entre un modèle A et un modèle B, a contrario l'hypothèse alternative spécifie que le modèle B est moins précis que le A. On voit d'emblée que toutes les valeurs de probabilité du test sont supérieures au seuil de significativité de 5%, les modèles ont donc la même capacité prédictive et l'on ne peut pas conclure sur les plus pertinents à partir de ce test.

Nous cherchons donc à ne garder que les modèles les plus pertinents et continuons alors nos recherches en appliquant le test **MCS** (le test MDM ne fonctionnant pas sur nos prévisions). Le *Model Confidence Set* teste la capacité prévisionnelle **supérieure** et non égale comme le faisaient les tests DM et MDM : on obtient ainsi une sélection des meilleurs modèles. Après avoir durci le seuil de significativité de 5% à 10% puisque tous les modèles étaient retenus, nous obtenons les résultats suivants ;

Table 7 – Résultats du test MCS

	Modèles	Rank_M	v_M	Rank_R	v_R
Loi normale	GARCH	1	-1.492	1	-0.239
	IGARCH	6	0.469	4	0.587
	TGARCH	3	-0.416	3	0.239
	EGARCH	4	-0.407	2	0.239
Loi de Student	GARCH	2	-0.623	5	2.056
	IGARCH	7	1.088	7	3.42
	TGARCH	5	-0.407	6	2.919

On voit alors en table 7 l'ensemble de confiance des modèles ; les 2 modèles Riskmetrics ont été écartés dans la procédure comme ayant une capacité prévisionnelle inférieure, et tous les autres modèles ont des performances de prévision équivalentes. Le test MCS donne aussi un classement des modèles : le meilleur modèle semble ainsi être le GARCH avec la loi normale et le moins bon est le IGARCH sous loi de Student.

Pour la prévision de la Value at Risk(VaR) que nous effectuerons dans la partie suivante, nous gardons les 7 modèles sélectionnés par la procédure MCS à savoir :

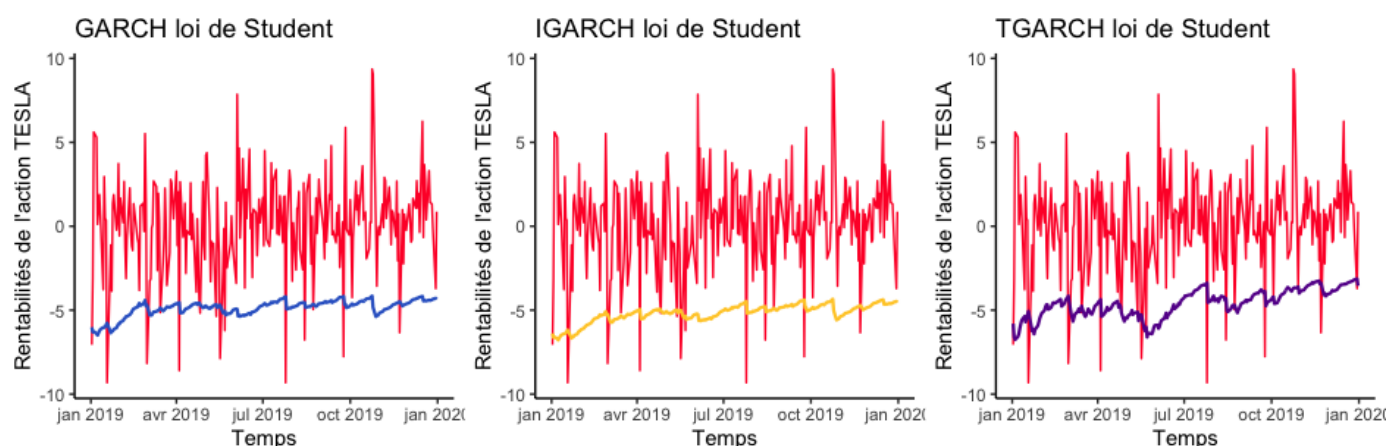
- GARCH loi normale
- GARCH loi de Student
- IGARCH loi normale
- IGARCH loi de Student
- TGARCH loi normale
- TGARCH loi de Student
- EGARCH loi normale

IV Prévision de la Valeur   Risque sur l'année 2019

IV.1 Calcul de la VaR

Les séries financières comme celle de Tesla sont sujettes à des risques **quantifiables** tels que les risques de marché, risques de défaut, de liquidité etc., ou **non quantifiables** tels que les risques juridiques, opérationnels (liés à une erreur "*humaine*"). Dans cette partie nous allons traiter des risques de marché, notamment ceux liés aux pertes extrêmes comme la Value-at-Risk (VaR) ou encore l'Expected Shortfall (ES). La VaR est une mesure simple de la pire perte possible d'un portefeuille d'actions lorsque les marchés financiers sont stables, elle permet donc de synthétiser le risque total de pertes extrêmes à un intervalle de temps donné. Le calcul de la VaR a pour objectif d'anticiper une perte maximale et prévoir en conséquences le taux de couverture nécessaire afin de se protéger de tels risques. Dans cette section nous l'estimerons uniquement par une méthode paramétrique bien qu'il en existe 2 autres sortes.

Figure 5 – Nombre d'exceptions de la VaR des modèles de loi de Student



En figure n 5 nous avons représenté sur un même graphique la prévision de la VaR et les rentabilités observées pour l'année 2019, dans le but de vérifier si les pertes réelles correspondent aux pertes prévues. Il y a exception lorsque les rentabilités observées dépassent la VaR anticipée ; le processus de backtesting vise à vérifier cela. On voit alors que pour les modèles de la loi de Student le nombre d'exceptions varie légèrement d'une spécification à une autre : 14 pour le GARCH, 13 pour l'IGARCH et 16 pour le TGARCH.

IV.2 Mesures et tests de la VaR

Table 8 – Diagnostics des mesures du risque extrême

	Modèles	Exceptions	Backtesting						VaR moyennes	Expected Shortfall
			Z_{UC}		Kupiec		Engle-Manganelli			
			Test	Valid.	Pvalue	Valid.	Pvalue	Valid.		
Loi normale	GARCH	14	[0.405]	✓	0.69	✓	0.82	✓	-4.7858	-6.0016
	IGARCH	13	[0.116]	✓	0.91	✓	0.89	✓	-4.8681	-6.1048
	TGARCH	16	[0.983]	✓	0.34	✓	0.76	✓	-5.0928	-6.3866
	EGARCH	16	[0.983]	✓	0.34	✓	0.76	✓	-5.1758	-6.4907
Loi de Student	GARCH	14	[0.405]	✓	0.69	✓	0.81	✓	-4.5382	-5.6911
	IGARCH	13	[0.116]	✓	0.91	✓	0.86	✓	-4.6065	-5.7767
	TGARCH	16	[0.983]	✓	0.34	✓	0.76	✓	-4.5263	-5.6761

Maintenant que nous avons les prévisions de la valeur à risque pour l'année 2019, il convient de regarder si elles vérifient les hypothèses de validité de la couverture conditionnelle (CC) qui sont les suivantes :

- **Couverture non conditionnelle (UC)** : c'est lorsque les anticipations sont égales aux réalisations ; si on prévoit un taux de couverture à 5% par exemple, l'hypothèse est validée quand le nombre de violations ne dépasse pas ce seuil. Le **test de Kupiec** par la statistique Z_{UC} ou LR_{UC} nous permet de vérifier cette condition. Elle doit être inférieure à 1.96 en valeur absolue pour que l'hypothèse nulle ne soit pas rejetée.
- **Indépendance (IND)** : c'est lorsqu'il n'existe pas de tendance ou de caractère commun entre les violations, puisqu'il serait alors très difficile de les prévoir. Le **test d'Engle-Manganelli** permet de vérifier les 2 hypothèses à la fois, il utilise pour cela un modèle de régression linéaire, son hypothèse nulle correspond au respect des 2 conditions simultanément.

La table 8 résume les résultats des tests expliqués ci-dessus, pour les prévisions de la VaR calculées à partir des rentabilités Tesla. Nous voyons d'emblée que pour une même spécification, la VaR donne le même nombre de violations quelle que soit la loi spécifiée. De plus, les tests permettant de valider ou invalider la VaR sont tous concluants ; les violations sont donc indépendamment distribuées et le taux de couverture à 5% est ajusté aux pertes extrêmes effectivement observées dans les rentabilités TESLA au cours de l'année 2019.

Supposons à présent qu'un acteur détienne un portefeuille d'actions TESLA d'un montant de 1 million de dollars. Il peut perdre au maximum entre 45263\$ si l'on se fie au modèle TGARCH avec la loi normale, et 51758\$ si l'on se fie à l'EGARCH loi normale par jour à 5% de chance. La mesure du risque VaR présente cependant des inconvénients c'est pourquoi on se tourne vers une mesure plus cohérente du risque qu'est l'**Expected Shortfall**.

L'ES correspond à la moyenne des pires pertes, c'est-à-dire celles qui excèdent la VaR, et on voit dans la table 8 qu'elles sont alors effectivement plus élevées. Si nous reprenons l'exemple précédent avec cette fois l'ES comme mesure du risque, l'acteur peut perdre jusqu'à 64907\$ d'après le modèle EGARCH.

V Conclusion

À travers cette analyse nous avons essayé d'estimer au mieux la volatilité des rentabilités TESLA sur la période 2015-2018, dans un but de prévision de l'année 2019. L'étude descriptive de la série nous a permis de noter une forte leptokurticité de l'actif où les chocs de marché affectent fortement les volatilités, mais une asymétrie à gauche faible donc où les chocs négatifs n'ont pas significativement plus d'impact sur les rentabilités que les chocs positifs. Néanmoins, les modèles ARCH qui estimaient le mieux la volatilité des rentabilités étaient ceux qui prenaient en compte cette asymétrie, c'est-à-dire les modèles EGARCH et TGARCH qui se sont avérés être les plus pertinents au vu des critères d'information. L'analyse des résidus a été très convaincante puisqu'ils sont homoscedastiques, non autocorrélés, en revanche le test joint ne passait pas pour tous les modèles.

L'estimation du risque de l'action par la VaR et l'ES a été elle aussi validée par les processus statistiques de backtesting. Nous avons donc des modèles robustes pour expliquer la volatilité de l'action 'TSLA'. Cependant, par pure curiosité nous avons observé sa volatilité après 2019, et avons vu que les échelles sont complètement différentes aujourd'hui. En effet, alors que l'actif s'échangeait autour de 54\$ entre 2015 et 2019, son prix se situe en 2020 à près de 700\$ l'action. Nos modèles ont été très spécifiques à la période 2015-2018, mais après 2019 ils semblent ainsi peu pertinents au vu de l'explosion des prix de cette série financière. Ce bond peut être dû au regain de volonté des investisseurs qui se sont tournés vers les projets "fous" d'Elon Musk comme la conquête de la planète Mars, ou la volonté d'acheter des voitures "responsables".

VI Références bibliographiques

Articles

- [3] B. DEBOYSER. « Tesla publie ses résultats : chiffre d'affaire et bénéfice plus élevés qu'attendu ». In : *Automobile propre* (29 janvier 2020).
- [5] G.L. « Elon Musk poursuivi pour «fraude» après son tweet sur l'action de Tesla ». In : *Le Parisien* (28 septembre 2018).
- [6] L. STEINMANN. « Tesla devient la première capitalisation boursière de l'automobile ». In : *Les Echos* (1 juillet 2020).
- [7] ZONEBOURSE. « Les valeurs à suivre lundi 1er octobre 2018 à Wall Street ». In : (1er octobre 2018).

Sites internet

- [1] BOURSORAMA. *Société TESLA NASDAQ : Secteur d'activité, Actionnaire, PDG Capitalisation*. URL : <https://www.boursorama.com/cours/societe/profil/TSLA/>. (accessed : 29.10.2020).
- [2] F. CLARISSE et B. SANDRINE. *Elon Musk et Tesla : le tweet de trop ?* URL : <https://start.lesechos.fr/innovations-startups/portraits-innovateurs/elon-musk-et-tesla-le-tweet-de-trop-1176788>. (accessed : 30.12.2020).
- [4] Y. FINANCE. *Tesla, Inc.* URL : <https://fr.finance.yahoo.com/quote/TSLA?p=TSLA%7D%7Bhttps://fr.finance.yahoo.com/quote/TSLA?p=TSLA&guccounter=1>. (accessed : 07.10.2020).

VII Annexes

Annexe n°1 : R^2 out-of-sample, comparaison des prévisions par rapport au Riskmetrics.

Modèle	Loi normale	Loi de Student
GARCH	0.0240	0.0199
IGARCH	0.0119	0.0042
TGARCH	0.0208	0.0157
EGARCH	0.0208	/

Annexe n°2 : Résultats du test DM sur les estimations sous la loi de Student.

	GARCH	IGARCH	Riskmetrics	TGARCH
GARCH		0.1594	0.1555	0.7213
IGARCH	0.8406		0.1507	0.728
Riskmetrics	0.8445	0.8493		0.7335
TGARCH	0.2787	0.272	0.2665	

Annexe n°3 : Nombre d'exceptions de la VaR des modèles de loi normale.

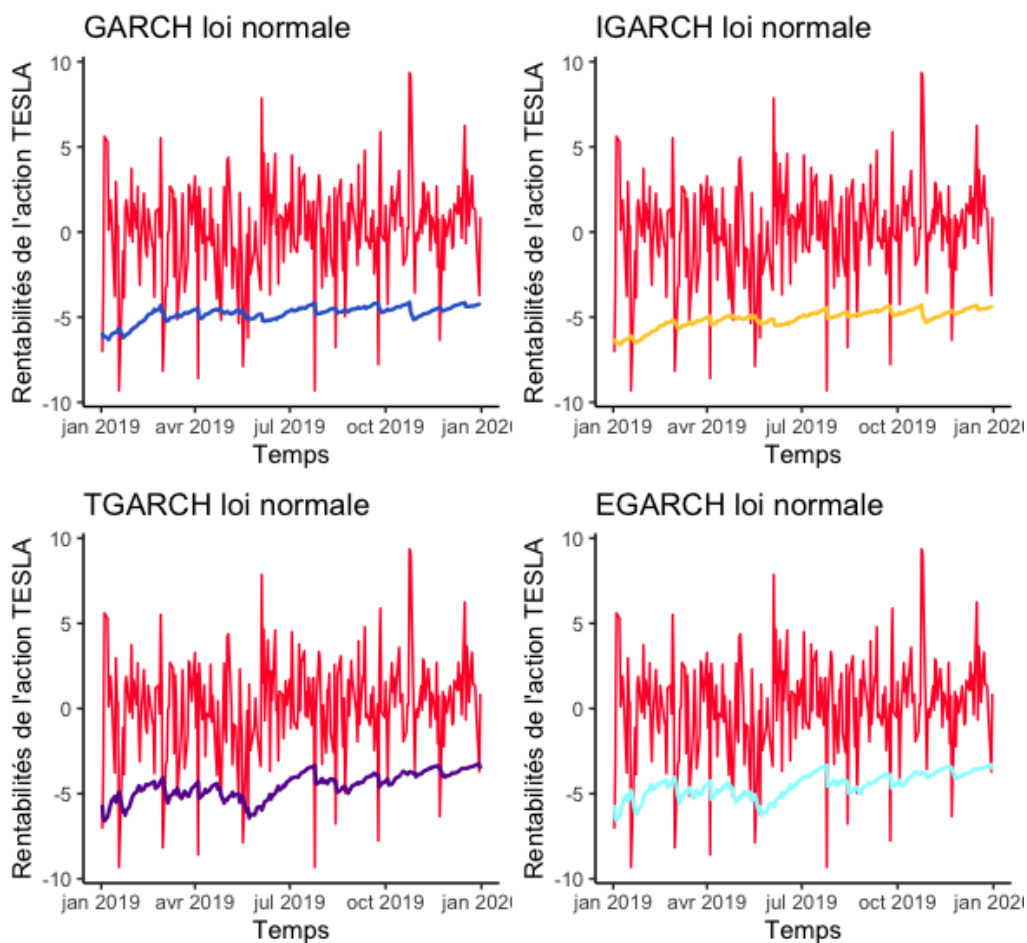


Table des matières

I	Étude descriptive sur la période 2015-2018	3
I.1	Description de l'actif	3
I.2	Détection et explication des valeurs atypiques	4
I.3	Évolution du cours brut, des rentabilités et des rentabilités au carré avec et sans les points extrêmes	5
I.4	Graphiques de corrélations des rentabilités et des rentabilités au carré	6
I.5	Statistiques descriptives de la série corrigée	7
I.6	Caractéristiques de distribution de la série corrigée	8
II	Estimation des modèles de volatilités entre 2015 et 2018	9
II.1	Modélisations avec la loi normale	9
II.2	Modélisations avec la loi de Student	12
III	Prévision de la volatilité sur l'année 2019	14
III.1	Précision des prévisions	14
III.2	Comparaison des prévisions	15
IV	Prévision de la Valeur à Risque sur l'année 2019	17
IV.1	Calcul de la VaR	17
IV.2	Mesures et tests de la VaR	17
V	Conclusion	19
VI	Références bibliographiques	20
VII	Annexes	21