

Решение: Ще съхраняваме най-голяма сума на непазен подмасив като НГС на НП.

База: При първото достигане на ред 3 имаме, че $i=2$. Питаме се дали сигг съдържа НГС на НП на $\underbrace{A[1 \dots i-1]}_{A[1]}$ завършваща в индекс $i-1=1$ и дали best съдържа НГС на НП на $\underbrace{A[1 \dots i-1]}_{A[1]}$. От инициализациите на ред 1 и 2 очевидно инвариантът е изпълнен.

Поддръжка: Нека инвариантът е изпълнен за някое достигане на ред 3, което не е финално. Ще докажем инварианта, като за момент се абстрахираме от ред 8 и 9. Имаме 2 варианта при дадено изпълнение на цикъл. Или НГС на НП на $A[1 \dots i]$ завършваща в индекс i е равна на $A[i] + \text{НГС на НП на } A[1 \dots i-1]$ завършваща в индекс $i-1$ (ред 4, 5), или е равна на $A[i]$ (ред 6, 7). Нека завършваща в индекс $i-1$ (ред 4, 5), или е равна на $A[i]$ (ред 6, 7). Нека $\text{сигг} = A[k] + A[k+1] + \dots + A[i-1]$ за някое $k \in \{1, \dots, i-1\}$. Ако допуснем, че $\exists r \neq k$, за което $A[r] + \dots + A[i-1] > \text{сигг}$ ще достигнем до противоречие. Ако $r < k$ (където $r, k < i-1$), то това би означавало, че на k -тото изпълнение на цикъла условието $\underbrace{A[r] + \dots + A[k-1]}_{\text{сигг}} + A[k] \leq A[k]$. Тогаво няма как $A[r] + \dots + A[k] + \dots + A[i-1] > A[k] + \dots + A[i-1]$.

Ако $r > k$, то това би означавало, че за някое $r \in \{k+1, \dots, i-1\}$ е било изпълнено, че $A[r] > A[k] + \dots + A[r]$. Но това няма как да е вярно, заради проверката на ред 4. \square

Iсл) Условието на ред 4 е истина. От допускането, че сигг съдържа НГС на НП на $A[1 \dots i-1]$ завършваща в индекс $i-1$, то след изпълнението на ред 5 имаме, че сигг съдържа НГС на НП на $A[1 \dots i]$ завършваща в индекс i . Очевидно при следващо достигане на ред 3 инвариантът се запазва.

IIсл) Условието на ред 4 е лъжа. Тогаво НГС на НП на $A[1 \dots i]$ завършваща в i е $A[i]$. На ред 7 правим точно това присвояване. Очевидно при следващо достигане на ред 3 инвариантът се запазва.

От допускането, че best съдържа НГС на НП на $A[1 \dots i-1]$ и от това, че на ред 8 сигг е НГС на НП на $A[1 \dots i]$ и се взима максимумът от двете, то значи, че best съдържа НГС на НП на $A[1 \dots i]$. Очевидно при следващо достигане на ред 3 инвариантът се запазва.

Терминация: При последното достигане на ред 3 имаме $i=n+1$. От инварианта, това означава, че best съдържа НГС на НП на $A[1 \dots n]$. На ред 10 директно връщаме това. Цикълът очевидно терминира, понеже е ограничен от фиксирана променлива и на всяка итерация променливата на цикъла (i) се инкрементира. \square