

Дизайн на алгоритми

12.04.2024

Задача 1 Даден е масив $A[1..n]$. Да се построи $B[1..n]$ където $B[i] = \prod_{j=1}^i A[j] \quad 1 \leq i \leq n$

Без га се използва операцията деление

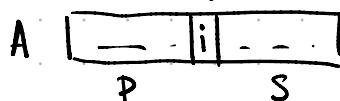
Решение: наивен $\Theta(n^2)$: в $\prod_{j=1}^i A[j]$ пропускаме $j=i$

оптимален: $\Theta(n)$ време $\Theta(n)$ памет

Solution ($A[1..n]$)

1. $P[0..n] \quad S[1..n+1] \quad P[i] = \prod_{r=1}^{i-1} A[r] \quad S[i] = \prod_{r=i+1}^n A[r]$
2. $P[0] \leftarrow 1$
3. $S[n+1] \leftarrow 1$
4. for $i \leftarrow 1$ to n
5. $P[i] \leftarrow P[i-1] \cdot A[i]$
6. for $i \leftarrow n$ down to 1
7. $S[i] \leftarrow S[i+1] \cdot A[i]$
8. $B[1..n]$
9. for $i \leftarrow 1$ to n
10. $B[i] \leftarrow P[i-1] \cdot S[i+1]$
11. return B

предикат и съдикат произведение



Задача 2 Дадена е бусина $M \times N$, сортирана тихходящо по стълбове. Да се намери индекс на k -тия от N стълб

Решение: наивно $\Theta(n \times m)$

ло-добро Binary Search $\Theta(n \log m)$ тий долен рег с единица

Binary Search $\Theta(m \log n)$ от средата търсим исканото значение в рег

тий-добро Търсим по „стълбика“ $\Theta(m+n)$

пример:

1	1	0	1	1
0	1	0	0	1
0	0	0	0	1
0	0	0	0	0

Идея за исканото:

```

if A[i][j] = 1 and i < m
    i++, best ← j
else if A[i][j] = 0 and j < n
    j++
return best
  
```

Задача 3 Матрица е квазисортирана, ако е сортирана по редове и стълбове

Дадена е квазисортирана матрица $A[1..m][1..n]$ и число k

Dcti какъв k е в матрицата

пример:

1	3	16	7
2	14	8	10
4	6	9	11
7	10	13	15

$k=5$

Решение: подобно на задача 2

Сл. време: $\Theta(m+n)$

Task 3 ($A[1..m][1..n], k$)

1. $i \leftarrow 1, j \leftarrow n$
2. while $i \leq m$ and $j \geq 1$ do
 3. if $A[i][j] = k$
 4. return true
 5. else if $A[i][j] > k$
 6. $j \leftarrow j - 1$
 7. else
 8. $i \leftarrow i + 1$
 9. return false

Задача 4. Дадени са $A[1..n], B[1..m]$, тъкмо k. DCTK гори е възможна чрез третиране със сръд

$\text{swap}(A[i], B[j])$ да е изпълнено $\sum_{i=1}^n A[i] \geq k$

Решение: тъкмо: $\text{sort}(A, B)$, merge , сумираме n най-големи $\Theta(n \log n) + \Theta(m \log m)$

оптимално: $\text{pivot} = \text{Select}(A+B, n)$, $\text{partition}(A+B, \text{pivot})$, $\sum_{\substack{i=\text{pivot} \\ \text{index}}}^{m+n} A+B[i]$, проверка $\Theta(m+n)$

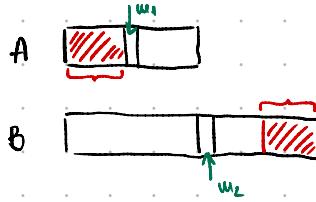
Solution ($A[1..n], B[1..m], k$)

1. $C[1..n+m]$
2. $C[1..n] = A[1..n]$
3. $C[n+1..n+m] = B[1..m]$
4. $\text{pivot} \leftarrow \text{Select}(C, n)$
5. $\text{partition}(C, \text{pivot})$
6. $\text{answer} \leftarrow 0$
7. for $i \leftarrow n$ to $n+m$
8. $\text{answer} \leftarrow \text{answer} + C[i]$
9. return $\text{answer} \geq k$

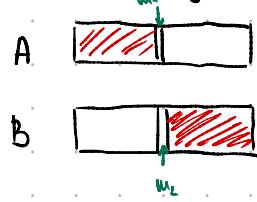
Задача 5. $A[1..n], B[1..m]$ сортирани. DCTK общата медиана

Решение: тъкмо: $\text{Merge}(A, B) \rightarrow A+B[\frac{n+m}{2}] \Theta(n+m)$

оптимално: модифициран BinSearch $\Theta(\log n)$



разл. граници



еднакви граници