

Problema 1 Fie $y_n = \int_0^1 t^n e^{-t} dt$, $n = 0, 1, 2, \dots$.

- (a) Utilizați integrarea prin părți pentru a obține o relație de recurență între y_k și y_{k-1} , pentru $k = 1, 2, 3, \dots$, și determinați valoarea de pornire y_0 .
- (b) Scrieți un program MATLAB care generează y_0, y_1, \dots, y_{20} , utilizând recurența de la (a), și afișați rezultatul cu 15 cifre zecimale după marca zecimală. Explicați detaliat ce se întâmplă.
- (c) Utilizați recurența de la (a) în ordine inversă, pornind cu valoarea (arbitrară) $y_N = 0$. Plasați în cinci coloane consecutive ale unei matrice de (21×5) Y valorile $y_0^{(N)}, y_1^{(N)}, \dots, y_{20}^{(N)}$ astfel obținute pentru $N = 22, 24, 26, 28, 30$. Determinați cât de mult diferă una de alta coloanele consecutive ale lui Y afișând

$$e_i = \max |(Y(:, i+1) - Y(:, i)) / Y(:, i+1)|, \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

Tipăriți ultima coloană $Y(:, 5)$ a lui Y și explicați de ce ea reprezintă precis cantitățile y_0, y_1, \dots, y_{20} .

Problema 2 La evaluarea pe calculator a funcției

$$f(x) = \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$$

se observă o eroare relativă mare pentru valori $x \approx 0$.

- 1. Reprezentați grafic pe intervalul $x \in [-10^{-11}, 10^{-11}]$. Explicați ce se întâmplă.
- 2. Găsiți o metodă de calcul a lui f pentru $|x| < 1$ la precizia mașinii și scrieți o funcție MATLAB pentru calculul lui f . Reprezentați din nou cu noua funcție.