

Testul 1

Problema 1 Utilizați metoda lui Romberg și o cuadratură adaptivă pentru a aproxima cu o precizie de 10^{-9} integrala

$$\int_0^{48} \sqrt{1 - \cos^2 x} \, dx$$

Explicați de ce pot să apară dificultăți și reformulați problema astfel încât să se poată obține mai ușor o aproximație precisă.

Testul 2

Problema 2 Determinați lungimea arcului de curba parametrică

$$\begin{aligned} x(t) &= (1 - \cos(t)) \cos(t) \\ y(t) &= (1 - \cos(t)) \sin(t), \quad t \in [0, 2\pi]. \end{aligned}$$

folosind o cuadratură adaptivă și metoda lui Romberg. Indicație: formula este

$$\ell = \int_a^b \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} \, dt$$

Testul 3

Problema 3 Evaluați $\int_0^1 \frac{\exp(x)}{\sqrt{x}} \, dx$ utilizând o cuadratură adaptivă și metoda lui Romberg

- (a) rezolvând problema așa cum este enunțată;
- (b) utilizând o schimbare de variabilă;
- (c) utilizând o tehnică de dezvoltare în serie.

Comparați rezultatele.

Testul 4

Problema 4 Funcția $y(x) = e^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} \, dt$ se numește integrala lui Dawson.

Tabelați această funcție pentru $x = 0, 0.1, \dots, 0.5$. Pentru a evita evaluările de funcții neneesare, descompuneți integrala într-o sumă de integrale pe subintervale.