Testul cuadraturi gaussiene

Problema 1 *Aproximaţi*

$$\int_1^{\pi} \frac{\ln x}{x^2 - 2x + 2} dx$$

cu 8 zecimale exacte folosind o cuadratură Gauss-Legendre.

Problema 2 *Determinaţi o formulă de cuadratură de forma*

$$\int_{-1}^{1} \frac{f(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = \sum_{k=1}^{10} A_k f(x_k) + R_3(f),$$

care să aibă grad maxim de exactitate. Să se aplice formula pentru a calcula

$$\int_{-1}^{1} \frac{xe^{-x^2}}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

Verificare.

Problema 3 *Determinaţi o formulă de cuadratură de forma*

$$\int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2} f(x) \mathrm{d}x = \sum_{k=1}^{10} A_k f(x_k) + R_3(f),$$

care să aibă grad maxim de exactitate. Să se aplice formula pentru a calcula

$$\int_{-1}^{1} \sqrt{1-x^2} e^{-x^2} \mathrm{d}x.$$

Cât este eroarea?

Problema 4 *Un vârf de tensiune într-un circuit este provocat de un curent*

$$i(t) = i_0 e^{-t/t_0} \sin(2t/t_0)$$

printr-un rezistor. Energia E disipată de rezistor este

$$E = \int_0^{\infty} R i^2(t) dt.$$

Determinaţi E cunoscând $i_0 = 100A$, $R = 0.5\Omega$ şi $t_0 = 0.01s$.

Problema 5 *Determinaţi o formulă de cuadratură de forma*

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} f(x) dx = \sum_{k=1}^{n} A_k f(x_k) + R_n(f),$$

care să aibă grad maxim de exactitate. Aplicaţi formula pentru a calcula

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \sin x dx, \quad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \cos x dx.$$

cu o precizie dată.

Problema 6 *Aproximaţi*

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sqrt{\sin x}}$$

cu 9 zecimale exacte, folosind o cuadratură Gauss-Jacobi.

Problema 7 *Aproximaţi integralele*

$$I_c = \int_0^1 \frac{\cos x}{\sqrt{x}} dx, \qquad I_s = \int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx$$

cu o precizie dată:

(a) *utilizând o cuadratură adaptivă;*

(b) *utilizând o cuadratură Gauss-Legendre, după ce s-a efectuat schimbarea de variabilă* $x = t^2$*;*

(c) *utilizând o cuadratură Gauss-Jacobi.*