Gramatica

O gramatica este un cvadruplu **G = (N, Σ , P, S)**

- **N** este un alfabet de simboluri ***neterminale***
- Σ este un alfabet de simboluri ***terminale***
- $N \cap \Sigma = \phi$
- $P \subseteq (N \cup \Sigma)^{*} N (N \cup \Sigma)^{*} \times (N \cup \Sigma)^{*}$

  P multime finitã (multimea regulilor de productie)
- $S \in N$ (simbolul de start - simbolul initial)

Notatie:

$(\alpha , \beta) \in P$ se noteaza: $\alpha \rightarrow \beta$

(α se înlocuieste cu β)

Notatii

- la nivel abstract (exemple matematice, specificari)
  - Σ: a,b,… litere mici de la inceputul alfabetului
  - N: A,B,.. litere mari de la inceputul alfabetului
  - Σ sau N: X,Y,…litere mari de la sfarsitul alfabetului
  - Σ^* : x,y,… litere mici de la sfarsitul alfabetului
  - $(\Sigma \cup N)^*$: $\alpha,\beta,\ldots$ litere grecesti
- nu se folosesc spatii cand avem nevoie de mai multe caractere pentru a specifica un simbol (terminal sau neterminal)

Relatii de derivare

relatii binare peste $(\Sigma \cup N)^*$ adica $(\Sigma \cup N)^* \times (\Sigma \cup N)^*$

- derivare directa

  $\gamma \Rightarrow \delta \Leftrightarrow \exists\, \gamma_1, \gamma_2, \alpha, \beta \in (N \cup \Sigma)^*$

  a.i. $\gamma = \gamma_1 \alpha \gamma_2$, $\delta = \gamma_1 \beta \gamma_2$, iar $(\alpha \to \beta) \in P$

- k-derivare $\overset{k}{\Rightarrow}$

  (o succesiune de *k* derivãri directe)

- + derivare $\overset{+}{\Rightarrow}$

  dacã $\exists$ k>0 a.i. cele 2 secvente sã fie într-o relatie de "k derivare"

- * derivare $\overset{*}{\Rightarrow}$

  daca fie cele 2 secvente sunt egale, fie intre ele exista o relatie de +derivare

Limbaj generat de o gramatica

- Limbaj generat gramatica $G=(N,\Sigma,P,S)$

  $L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid S \overset{*}{\Rightarrow} w\}$
- Forma propozitionala
  - $\alpha \in (N \cup \Sigma)^*$ a.i. $S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha$
- Propozitie (<u>cuvant</u>)
  - un element din L(G)
- Gramatici echivalente

  daca genereaza acelasi limbaj

- Gramatica regulara:

  reg. prod. sunt de forma

  - $A \to aB$
  - $A \to b$ unde $A,B \in N$ si $a,b \in \Sigma$

  caz special: $\mathbf{S} \longrightarrow \boldsymbol{\varepsilon}$ poate $\in$. P In acest caz S nu apare în membrul drept al nici unei reguli de productie.

- Gramatica independenta de context:

  reg. productie sunt de forma $A \to \alpha$, $A \in N$, $\alpha \in (N \cup \Sigma)^*$

Tipuri de gramatici

- Gramaticile monotona
  - $\forall\, \alpha \to \beta \in P$: $|\alpha| <= |\beta|$
  - caz special: **S**$\to$ **ε** poate $\in$. P In acest caz S nu apare în membrul drept al nici unei reguli de productie.

- Gramatica dependenta de context

  reguli de productie sunt de forma:

  $$\alpha\ A\ \beta \to \alpha\ \gamma\ \beta$$

  - caz special: **S**$\to$ **ε** poate $\in$. P In acest caz S nu apare în membrul drept al nici unei reguli de productie.

Tipuri de gramatici

- Gramatici de tip **0**

  nici o restrictie *(suplimentara)* referitoare la forma regulilor de productie
- Gramaticile de tip **1**

  dependente de context ⇔ gramatici monotone

  (monotonic, non-contracting)
- Gramaticile de tip **2**

  gramatici independente de context
- Gramaticile de tip **3**

  gramatici regulare

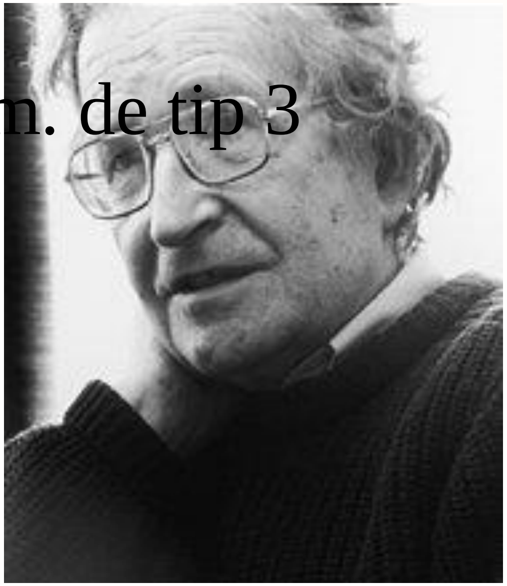
Clasificarea Chomsky

Ierarhia Chomsky

Fie

~ 1959-1963

- $\mathcal{L}0$ - multimea limbajelor generate de gram. de tip 0
- $\mathcal{L}1$ - multimea limbajelor generate de gram. de tip 1
- $\mathcal{L}2$ - multimea limbajelor generate de gram. de tip 2
- $\mathcal{L}3$ - multimea limbajelor generate de gram. de tip 3



Are loc:

$$\mathcal{L}0 \supset \mathcal{L}1 \supset \mathcal{L}2 \supset \mathcal{L}3$$

Ierarhia Chomsky: observatii

Teorema:

Fiecare dintre familiile de limbaje:

$\mathcal{L}_0$, $\mathcal{L}_1$, $\mathcal{L}_2$, $\mathcal{L}_3$

este inchisa fata de operatia de reuniune

Ierarhia Chomsky: observatii

- ***ε-productie*** : o productie de forma $A \to \varepsilon$
- Gramatica $G = (N, \Sigma, P, S)$ este ε-independentã daca:

  a) dacã $\varepsilon \notin L(G)$ atunci G nu are ε-productii

  b) dacã $\varepsilon \in L(G)$ atunci avem o singurã productie $S \to \varepsilon$ iar celelalte productii nu-l contin în membrul drept pe S

- <u>Teorema</u>

  $\forall$ **G= (N, Σ, P, S)**

  $\exists$ **G' = (N', Σ', P', S)** echivalentã, ε-independentã

Gramatica: exemplu

- $G = (N, \Sigma, P, S)$
  - $N = \{A\}$
  - $\Sigma = \{a\}$
  - $S : A$
  - P: $A \rightarrow aA$

    $A \rightarrow a$

  $L(G) = ?$

  $|L(G)| = ?$