

# Prueba de Oposición

## AY2 - Teoría

Teodoro Freund

19 de Septiembre del 2017  
14:20

## El Ejercicio 3

Dado  $L = \{ 0^i 1^j \mid i > j \vee i \text{ par} \}$

a Demostrar que L cumple:

$$\forall \alpha (\alpha \in L \wedge |\alpha| \geq 2 \Rightarrow \exists x, y, z$$

$$(\alpha = xyz \wedge |xy| \leq 2 \wedge |y| \geq 1 \wedge \forall k (xy^k z \in L)))$$

b Demostrar que L no es regular

# Contexto

- ▶ Materia: Teoría de Lenguajes

# Contexto

- ▶ Materia: Teoría de Lenguajes
- ▶ Lenguajes regulares, Lema de Pumping

# Contexto

- ▶ Materia: Teoría de Lenguajes
- ▶ Lenguajes regulares, Lema de Pumping
- ▶ Primera Parte de la materia:
  - ▶ Los alumnos vieron los conceptos de gramáticas regulares, expresiones regulares y autómatas. Y entienden su equivalencia.
  - ▶ Se dio el concepto de lenguaje regular. Y se vieron propiedades sobre estos.
  - ▶ Se vio el Lema de Pumping como herramienta para probar no regularidad.

## ¿Por qué?

- ▶ Es un problema que integra distintos conocimientos sobre lenguajes regulares y propiedades sobre ellos.
- ▶ Podría formar parte de una guía de ejercicios e incluso ser resuelto en clase.
- ▶ Deja asentado que si  $L$  es un lenguaje, no vale en general:

$L$  cumple el Lema de Pumping  $\Rightarrow L$  es regular

## El Ejercicio 3, de nuevo

Dado  $L = \{ 0^i 1^j \mid i > j \vee i \text{ par} \}$

a Demostrar que L cumple:

$$\forall \alpha (\alpha \in L \wedge |\alpha| \geq 2 \Rightarrow \exists x, y, z$$

$$(\alpha = xyz \wedge |xy| \leq 2 \wedge |y| \geq 1 \wedge \forall k (xy^k z \in L)))$$

b Demostrar que L no es regular

## a. Demostración por casos

$L = \{ 0^i 1^j \mid i > j \vee i \text{ par} \}$ , queremos ver que  $L$  cumple:

$$\forall \alpha (\alpha \in L \wedge |\alpha| \geq 2 \Rightarrow \exists x, y, z \\ (\alpha = xyz \wedge |xy| \leq 2 \wedge |y| \geq 1 \wedge \forall k (xy^k z \in L)))$$

Primero notemos que  $\alpha = 0^i 1^j$  y que  $i + j \geq 2$ .



## a. Demostración por casos

$L = \{ 0^i 1^j \mid i > j \vee i \text{ par} \}$ , queremos ver que  $L$  cumple:

$$\forall \alpha (\alpha \in L \wedge |\alpha| \geq 2 \Rightarrow \exists x, y, z \\ (\alpha = xyz \wedge |xy| \leq 2 \wedge |y| \geq 1 \wedge \forall k (xy^k z \in L)))$$

Primero notemos que  $\alpha = 0^i 1^j$  y que  $i + j \geq 2$ .

►  $i$  par:

## a. Demostración por casos

$L = \{ 0^i 1^j \mid i > j \vee i \text{ par} \}$ , queremos ver que  $L$  cumple:

$$\forall \alpha (\alpha \in L \wedge |\alpha| \geq 2 \Rightarrow \exists x, y, z \\ (\alpha = xyz \wedge |xy| \leq 2 \wedge |y| \geq 1 \wedge \forall k (xy^k z \in L)))$$

Primero notemos que  $\alpha = 0^i 1^j$  y que  $i + j \geq 2$ .

- ▶  $i$  par:
  - ▶  $i = 0$ : *Pizarrón*

## a. Demostración por casos

$L = \{ 0^i 1^j \mid i > j \vee i \text{ par} \}$ , queremos ver que  $L$  cumple:

$$\forall \alpha (\alpha \in L \wedge |\alpha| \geq 2 \Rightarrow \exists x, y, z \\ (\alpha = xyz \wedge |xy| \leq 2 \wedge |y| \geq 1 \wedge \forall k (xy^k z \in L)))$$

Primero notemos que  $\alpha = 0^i 1^j$  y que  $i + j \geq 2$ .

- ▶  $i$  par:
  - ▶  $i = 0$ : *Pizarrón*
  - ▶  $i \neq 0 \Rightarrow i \geq 2$ : *Pizarrón*

## a. Demostración por casos

$L = \{ 0^i 1^j \mid i > j \vee i \text{ par} \}$ , queremos ver que  $L$  cumple:

$$\forall \alpha (\alpha \in L \wedge |\alpha| \geq 2 \Rightarrow \exists x, y, z \\ (\alpha = xyz \wedge |xy| \leq 2 \wedge |y| \geq 1 \wedge \forall k (xy^k z \in L)))$$

Primero notemos que  $\alpha = 0^i 1^j$  y que  $i + j \geq 2$ .

- ▶  $i$  par:
  - ▶  $i = 0$ : *Pizarrón*
  - ▶  $i \neq 0 \Rightarrow i \geq 2$ : *Pizarrón*
- ▶  $i$  impar  $\Rightarrow i > j$ : *Pizarrón*

## b. Por el absurdo

Primero que nada recordemos los siguientes resultados:

- ▶ Si  $r$  es una expresión regular, el lenguaje que genera es regular.
- ▶ Sean  $L$  y  $K$  dos lenguajes regulares:
  - ▶  $\bar{L}$  es regular. Esto se piensa con  $\Sigma^*$  cómo nuestro universo y  $\bar{L} = \Sigma^* - L$ .
  - ▶  $L \cap K$  es un lenguaje regular
  - ▶  $\exists n$  tal que se cumple el Lema de Pumping.

## b. Por el absurdo

Primero que nada recordemos los siguientes resultados:

- ▶ Si  $r$  es una expresión regular, el lenguaje que genera es regular.
- ▶ Sean  $L$  y  $K$  dos lenguajes regulares:
  - ▶  $\bar{L}$  es regular. Esto se piensa con  $\Sigma^*$  cómo nuestro universo y  $\bar{L} = \Sigma^* - L$ .
  - ▶  $L \cap K$  es un lenguaje regular
  - ▶  $\exists n$  tal que se cumple el Lema de Pumping.

Galerazo:

- ▶ Sea  $R$  el lenguaje regular generado por la siguiente expresión regular:  $(00)^*1^*$

## b. Por el absurdo

Primero que nada recordemos los siguientes resultados:

- ▶ Si  $r$  es una expresión regular, el lenguaje que genera es regular.
- ▶ Sean  $L$  y  $K$  dos lenguajes regulares:
  - ▶  $\bar{L}$  es regular. Esto se piensa con  $\Sigma^*$  cómo nuestro universo y  $\bar{L} = \Sigma^* - L$ .
  - ▶  $L \cap K$  es un lenguaje regular
  - ▶  $\exists n$  tal que se cumple el Lema de Pumping.

Galerazo:

- ▶ Sea  $R$  el lenguaje regular generado por la siguiente expresión regular:  $(00)^*1^*$
- ▶ Supongamos que  $L$  es regular

## b. Por el absurdo

Primero que nada recordemos los siguientes resultados:

- ▶ Si  $r$  es una expresión regular, el lenguaje que genera es regular.
- ▶ Sean  $L$  y  $K$  dos lenguajes regulares:
  - ▶  $\bar{L}$  es regular. Esto se piensa con  $\Sigma^*$  cómo nuestro universo y  $\bar{L} = \Sigma^* - L$ .
  - ▶  $L \cap K$  es un lenguaje regular
  - ▶  $\exists n$  tal que se cumple el Lema de Pumping.

Galerazo:

- ▶ Sea  $R$  el lenguaje regular generado por la siguiente expresión regular:  $(00)^*1^*$
- ▶ Supongamos que  $L$  es regular
- ▶ y llamemos  $K$  al lenguaje regular dado por  $K = L \cap \bar{R} = L - R$