

Exame Recurso 2021 (apenas em matéria 2ª frequência)

Perguntas 1 e 2 não saem na 2ª frequência, possível que a 3 e a 6a tb não

③ a) A **componente sazonal** de uma série temporal representa os movimentos estritamente periódicos e regulares (normalmente curto prazo) da série, correspondendo a um padrão que se repete periodicamente por exemplo, decorrente das características meteorológicas, das flutuações periódicas e fatores culturais e institucionais. Por outro lado, a **componente cíclica** representa movimentos oscilatórios de tipo recorrente ou flutuações não regulares em torno da tendência, mas sem periodicidade específica (normalmente, de mais longo prazo). Em geral não apresentam regularidade suficiente para serem "deterministicamente" previsíveis. São exemplos, flutuações não regulares resultantes de fatores meteorológicos, económicos ou outros, que não se repetem com uma periodicidade bem definida.

b) Consideraria a componente errática ou irregular da série temporal para obter o modelo MA, porque este modelo é expresso em função do valor atual e dos M valores passados da perturbação aleatória da série. A identificação da ordem M do modelo MA pode ser baseada na função de autocorrelação da série.

4 e 5 não saem na 2ª freq.

⑥

$$X_{FT}(\omega) = \begin{cases} 0 & , \omega \leq -20\pi \vee \omega \geq 20\pi \\ \frac{(20\pi - \omega)(20\pi + \omega)}{800\pi^2} & , -20\pi < \omega < 20\pi \end{cases}$$

a) Teorema de Nyquist

$$\begin{aligned} \omega_a &> 2 \omega_{\max} & \omega_a &= 2\pi f_a & \text{O menor valor inteiro é} \\ \omega_a &> 2 \times 20\pi & & & 21 \text{ Hz} \\ \omega_a &> 40\pi \text{ rad/s} & \longrightarrow & f_a > \underline{20 \text{ Hz}} \end{aligned}$$

b) $N=100$ $X_{DFT}[0]=200$

$$X_{DFT}[n] = f_a X_{FT}\left(n \frac{\omega_a}{N}\right) \Leftrightarrow$$

$$X_{DFT}[n] = f_a X_{FT}[n] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow X_{DFT}[5] = 100 X_{FT}\left(5 \times \frac{200\pi}{100}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 200 = f_a \cdot 2 \Leftrightarrow f_a = 100 \text{ Hz}$$

$$\Leftrightarrow X_{DFT}[5] = 100 \times \frac{3}{2} = 150$$

$$\omega_a = 2\pi f_a = 2\pi \times 100 = 200\pi$$

$$c) \omega_c = \frac{\pi}{5} \text{ rad} \quad f_s = 50 \text{ Hz} \quad \Delta t = 1 \text{ s}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{N} = \frac{2\pi}{50} = \frac{\pi}{25} \quad \omega_{\max} = \frac{\omega_{\max}}{f_s} = \frac{80\pi}{50} = \frac{10\pi}{25} \text{ rad}$$

$$N = f_s \Delta t = 50$$

$$\omega \in \left\{ \frac{6\pi}{25}, \frac{7\pi}{25}, \frac{8\pi}{25}, \frac{9\pi}{25} \right\}$$

$$⑦ \quad f_s = 5 \text{ kHz} = 5000 \text{ Hz} \quad R_e = 294 \text{ Hz} \quad M_i = 330 \text{ Hz} \quad \Delta t = 200 \text{ ms} = 0,2 \text{ s}$$

$$a) \quad k = \frac{2}{\Delta f} = \frac{330}{5} = 66$$

$$\Delta f = \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ Hz}$$

$$b) \quad |\text{erro}| = |\text{valor estabelecido} - (k \Delta f)| = |294 - (59 \times 5)| = |-1| = 1 \text{ Hz}$$

$$k_{R_e} = \frac{294}{5} = 58,8 \approx 59$$

$$c) \quad 2^{\text{a}} \text{ janela STFT}$$

$$X_{\text{DFT}}[k] = -100j \delta[k+5] - 80 \delta[k+3] - 80 \delta[k-3] + 100j \delta[k-5], k = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1.$$

$$X_{\text{DFT}}[-5] = -100j$$

$$X_{\text{DFT}}[5] = 100j$$

$$X_{\text{DFT}}[-3] = 80$$

$$X_{\text{DFT}}[3] = 80$$

Os valores a multiplicar são os valores da DFT de que está a exigir

$$C_5 = 2 \left| \frac{X_{\text{DFT}}[5]}{N} \right| = 2 \times \left| \frac{100j}{1000} \right| = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}, \quad \theta_5 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$N = f_s \Delta t = 5000 \times 0,2 = 1000$$

$$C_3 = 2 \left| \frac{X_{\text{DFT}}[3]}{N} \right| = 2 \times \left| \frac{80}{1000} \right| = 2 \times \frac{2}{25} = \frac{4}{25} = 0,16$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{N} = \frac{2\pi}{1000} = \frac{\pi}{500}$$

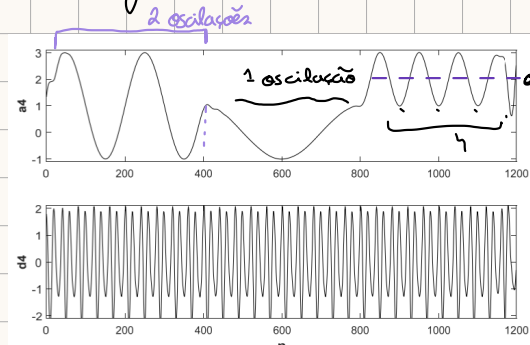
$$\theta_3 = \pi \text{ rad}$$

$$\begin{aligned} x_2[n] &= (C_5 \cos(5 \omega_0 n + \theta_5) + C_3 \cos(3 \omega_0 n + \theta_3)) (\mu[n-1000] \mu[n-2000]) \\ &= \left(\frac{1}{5} \cos\left(\frac{\pi}{100} n + \frac{\pi}{2}\right) + 0,16 \cos\left(\frac{3\pi}{500} n + \pi\right) \right) (\mu[n-1000] \mu[n-2000]) \end{aligned}$$

$$1N \leq n < 2N \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1000 \leq n < 2000$$

⑧ $f_2 = 2400 \text{ Hz}$ decomposição nível 4



n	0 - 399	400 - 799	800 - 1199
A partir de d4:	$f \in [75, 150] \text{ Hz}, C = 2$		
A partir de a4:	$f = 0 \text{ Hz}, C = 1$ $f = 3 \text{ Hz}, C = 2$	$f = 1,5 \text{ Hz}, C = 1$	$f = 0 \text{ Hz}, C = 2$ $f = 6 \text{ Hz}, C = 1$

$$2 \times \frac{1}{\frac{2}{3}} = 3$$

$$\frac{3}{2}$$

$$6 \times \frac{3}{2} = 6$$

0 - 1200

① 0 - 600

600 - 1200

② 0 - 300

300 - 600

③ 0 - 150

150 - 300

④ 0 - 75

75 - 150

a_4

d_4

$$N = 1200$$

$$\frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$$

$$\text{duração} = \frac{2400}{1200} = 2 \text{ s}$$

$$n \lfloor n \rfloor = 2 \frac{1}{n^2}$$

b) frequência nula e 2 menores não nulas

⑤ 0 - 37,5

⑥ 0 - 18,75

⑦ 0 - 9,375

⑧ 0 - 4,6875

⑨ 0 - 2,34375

a melhor coeficiente seria o

a_9 , visto que está mais próximo dos valores que se querem reconstruir.