Consulta 2 Atd

Fórmulas

Frequência fundamental → $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$, $\omega_0 = \text{MDC}\{\}$ rad/s

↳ tempo discreto: $\Omega_0 = \frac{2\pi}{N} = \omega_0 T_s$

Período amostragem → $T_s = \frac{1}{f_s}$ $N = \frac{f_s}{f_0}$

↳ fundamental → $T_0 = N T_s$, $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

Frequência amostragem → $\omega_s = 2\pi f_s$ (rad/s)

↳ $f_s = \frac{1}{T_s}$, $f_s = \frac{\omega_s}{2\pi}$ (Hz)

Outros: $m\omega_0 = \omega$; $N = \frac{N}{\omega_0 T_s} = \frac{T_0}{T_s} = \frac{f_s}{f_0}$;

$\Omega_0 = \frac{\omega_0}{f_s}$

X_{FT}, X_{DTFT}, X_{DFT}, STFT

$X_{DFT}[n] = X_{DTFT}[n] = f_s X_{FT}[n]$

$X_{DFT}[n] = f_s X_{FT}[n\Delta\omega] = f_s X_{FT}\left[n \frac{\omega_s}{N}\right]$

$X_{DFT}[n] = f_s X_{FT}\left[n \frac{2\pi}{T_0}\right]$

$X_{DFT}[n] = X_{DTFT}\left[n \frac{2\pi}{N T_s}\right] = X_{DTFT}[n \Omega_0 f_s]$

Nº amostras $x[n]$ em Δt: $N = f_s \Delta t$

Resolução da frequência → $\Delta f = \frac{1}{\Delta t} = \frac{f_s}{N}$ (STFT)

Valor do índice K de $x[K]$ → $K = \frac{x}{\Delta f}$ → valor, nota musical

Erro estimação → $|\text{erro}| = |\text{valor estabelecido} - (K\Delta f)|$

Filtros

Apenas passam:

Passa-baixo → valores de 1 a m

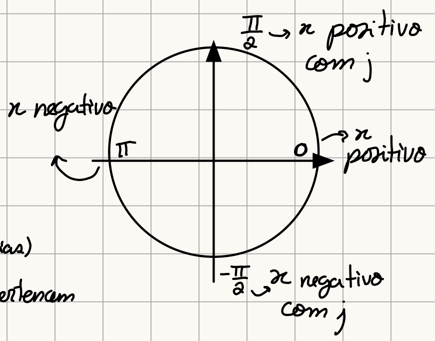
Passa-alto → valores de m a mmax

Passa-banda → fmin a fmax (frequências)

Rejeita-banda → valores que não pertencem ao intervalo de fmin a fmax

- passa baixo: $\omega \in [0, K[$
- passa alto: $\omega \in]K, +\infty[$

→ exercícios



AR(p) model

$T(t) = \alpha_0 + \alpha_1 T(t-1) + \alpha_2 T(t-2) + \ldots + \alpha_p T(t-p) + \varepsilon_t$

$T(t-p)$ → o que está p unidades antes do desconhecido.

Zero Padding

Adiciona 0's para ter ⊕ amostras, ⊕ informação

↳ Não funciona na DTFT, mas sim na DFT

Teorema Amostragem (Nyquist)

$\omega_s > 2\omega_{max}$ ou $f_s > 2 f_{max}$ – é usado para identificar a menor f_s que garante a reconstrução de $x(t)$ a partir do correspondente sinal amostrado $x[n]$ sem aliasing → Erro

Valores Cm

$C_m = \frac{c_m}{2}(\cos(\theta_m) + j\,\text{sen}(\theta_m))$

expressão de $x(t)$ / $x[n]$:

$x(t) = \sum_{m=0}^{+\infty} C_m \cos(m\Omega_0 t + \theta_m)$

$c_m = \frac{X_{FT}(m)}{T_0}$

Dado um X_{DFT}: $c_m = x e^{j\theta}$

$C_m = 2\left|\frac{X_{DFT}[m]}{N}\right|$

$$\begin{cases} \theta_m = \angle c_m, & m \geq 0 \\ C_m = 2|c_m|, & m > 0 \\ C_0 = c_0, & m = 0 \end{cases}$$

DWT (Wavelet)

$C = C_{max} - C_{médio}$, qd $f \neq 0$ ou

C = valor pico médio, qd $f = 0$ $C = \frac{\text{variação}}{2}$

$f = \frac{\text{oscilações}}{\Delta t}$, $\Delta t = \frac{f_s}{N} \times \frac{1}{\text{nº intervalos}}$

Extrapolação

de ordem 0: fica igual ao último valor conhecido

linear: obter o declive dos últimos 2 pontos e aplicar esse declive numa reta cuja ordenada na origem seja o último valor conhecido e a abcissa seja: x valor a calcular − x último conhecido.

Interpolação

linear: como a extrapolação linear mas o declive é obtido com o 1º valor antes e o 1º depois do desconhecido.

Descobrir m

- descobrir ω
- calcular ω_0
- $m = \frac{\omega}{\omega_0}$

Freq no sinal

Tendo vários C_m:

- $m \in \{\}$
- $\omega_{max} = m_{max} \times \omega_0 \Leftrightarrow$
  $\Leftrightarrow \frac{m_{max}}{\omega_{max}}$
- $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$
- $f_0 \times m$ positivos

Período

fundamental (N): • determinar ω e ω_0

- $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ • $T_s = \frac{1}{f_s}$
- $N = \frac{T_0}{T_s}$

DFT: • $\Omega_0 = m.d.c(\Omega)$ • $N = \frac{2\pi}{\Omega_0}$

Menor fs

- descobrir ω
- Achar ω_{max}
- $f_{max} = \frac{\omega_{max}}{2\pi}$
- $f > 2 f_{max}$ (maior + 1)

Freq valor máximo STFT

- $N = \frac{\Delta t}{T_s}$ • $T_s = \frac{1}{f_s}$ • $\Delta f = \frac{f_s}{N}$ • $f = (n^{o}\ \text{valor DFT} - 1) \times \Delta f$

Componente espectral

- $N = \frac{\Delta t}{T_s}$ • $C_m = 2|c_m| = 2\left|\frac{DFT}{N}\right|$

Fs sabendo DFT

- $\Delta\omega = \frac{\omega_s}{N} = \frac{2\pi f_s}{N}$
- $X_{DFT}[K] = X_{DTFT}(K\Delta\omega) = f_s\, X_{FT}(K\Delta\omega)$

Dimensões janela (notas)

- $K = \frac{f_{nota}}{\Delta f} \Rightarrow K = f_{nota} \times \Delta t$
- aceitar todos os K inteiros.

Reconstruir com frequência

- nula e ⊕: • ver na tabela a menor não nula
  - dividir até esse valor não estar no intervalo (usamos o $\underline{a}$)
- não nula e ⊕: usamos o d

Alguns primos:

- 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23

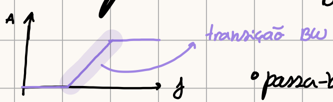
Periocidade DTFT

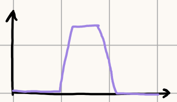
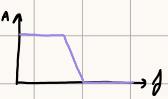
- $X(\omega + m\,\omega_{Ts}) = X(\omega)$, $\omega_{Ts} = \frac{2\pi}{T_s}$

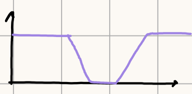
Repete-se com um prioadade igual à ω_{Ts}

Filtros (Gráficos)

$M = \frac{4}{BW} \rightarrow$ Pontos a usar

- passa-alto 

- passa-banda 
- passa-baixo 

- Rejeita banda 

Trignometria

$$\cos(x)^2 = \frac{1}{2}(1 + \cos(2x))$$
$$\cos(x) = \cos(-x)$$
$$\cos(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$
$$\cos(2a) = 1 - 2\sin(a)^2$$
$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$
$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$
$$\cos(a) - \cos(b) = -2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$
$$\cos(a) + \cos(b) = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$
$$\cos(2a) = 1 - 2\sin(a)^2$$

$$\sin(x)^2 = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$$
$$-\sin(x) = \sin(-x)$$
$$\sin(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$
$$\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$$
$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$
$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$
$$\sin(a) - \sin(b) = 2\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$$
$$\sin(a) + \sin(b) = 2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$
$$\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$$

$$2\cos(a)\cos(b) = \cos(a+b) + \cos(a-b)$$
$$2\cos(a)\sin(b) = \sin(a+b) - \sin(a-b)$$

$$2\sin(a)\sin(b) = -\cos(a+b) + \cos(a-b)$$
$$2\sin(a)\cos(b) = \sin(a+b) + \sin(a-b)$$

DFT eliminar Ruído

- Método 1 — • dividir o sinal em janelas que permitam obter resolução em f: $\Delta f = \frac{f_s}{N}$
- determinar DFS para cada janela
- estimar DFS: $DFS(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} DFS(x_i)$

- Método 2: • usar todos os dados • determinar DFS • Para a resolução pretendida fazer média por janelas – $\Delta\tilde{f} = K\Delta f$

DFT assume-se que o sinal $x(t)$ é periodico (T_0)

DTFT assume-se que o sinal $x(t)$ é nulo fora do intervalo.