Consulta ATD

Trignometria:

Derivadas: $\text{sen}(u) \rightarrow u' \cos(u)$

$\cos(u) \rightarrow -u' \,\text{sen}(u)$

$\cos(x)^2 = \frac{1}{2}(1+\cos(2x))$

$\cos(x) = \cos(-x)$

$\cos(x) = \sin(\frac{\pi}{2} - x)$

$\cos(2a) = 1 - 2\sin(a)^2$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

$\cos(a) - \cos(b) = -2\sin(\frac{a+b}{2})\sin(\frac{a-b}{2})$

$\cos(a) + \cos(b) = 2\cos(\frac{a+b}{2})\cos(\frac{a-b}{2})$

$\cos(2a) = 1 - 2\sin(a)^2$

$\sin(x)^2 = \frac{1}{2}(1-\cos(2x))$

$-\sin(x) = \sin(-x)$

$\sin(x) = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$

$\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$

$\sin(a) - \sin(b) = 2\sin(\frac{a-b}{2})\cos(\frac{a+b}{2})$

$\sin(a) + \sin(b) = 2\sin(\frac{a+b}{2})\cos(\frac{a-b}{2})$

$\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$

$2\cos(a)\cos(b) = \cos(a+b) + \cos(a-b)$

$2\cos(a)\sin(b) = \sin(a+b) - \sin(a-b)$

$2\sin(a)\sin(b) = -\cos(a+b) + \cos(a-b)$

$2\sin(a)\cos(b) = \sin(a+b) + \sin(a-b)$

	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0	π
sin	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0
cos	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	-1

Fundamentais

Periodo: $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

Tempo discreto: $\Omega_0 = \frac{2\pi}{N}$

minimo divisor.

Frequência: $\omega_0 = \text{mdc}$ (entre as f)

0, 4, 10

$\omega \in \{0, 4, 10\}$

ex: $2\cos(0t - \pi) + 4\cos(4t + \frac{\pi}{3}) + 2\cos(10t + \frac{\pi}{2})$

Energia

tempo contínuo: $E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$

tempo discreto: $E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$

Sinal de energia: $0 < E < \infty$, $E \rightarrow$ finita não nula.

Tem potência média nula.

Sinal de potência: $0 < P < \infty$, Pmédia $\rightarrow$ finita não nula.

Tem energia infinita.

Potência Média

contínuo: $P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt$

x periódico: $P = \frac{1}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} |x(t)|^2 dt$

discreto: $P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^{N-1} |x[n]|^2$ $\quad P = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2$

Paridade

$\rightarrow$ par: $x(t) = x(-t)$

ímpar: $-x(t) = x(-t)$

$x_{par}(t) = \frac{x(t) + x(-t)}{2}$ $\quad x_{impar} = \frac{x(t) - x(-t)}{2}$

$x_{par}(t) + x_{impar}(t) = x(t)$

Trasformação linear

$x(t) \Rightarrow x(at - b)$

inversão: $a = -1$ (se par fica =) e $b = 0$

Compressão: $a > 1$ e $b = 0$

Expansão: $0 < a < 1$ e $b = 0$

Avanço: $b < 0$ e $a = 1$

Atraso: $b > 0$ e $a = 1$

Homogeneidade:

$T\{a\, x[n]\} = a y[n]$

Aditividade:

$T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\} = T\{x_1[n] + x_2[n]\}$

Sistemas lineares verificam aditividade e homogeneidade.

Sistemas

atrasamos a variável.

Atraso puro: $y[n] = x[n-2]$

Se $G(x)$, $\frac{(-0{,}5+z)z^{-3}}{(1-z)}$ $\rightarrow$ Atraso $= 3 \times T_s$

Sem memória: $2x[n]$, basta $[n-K]$ para ser com memória

Causal: não precisa de entradas futuras, $x[n-2]$ ($n-K$)

Não causal: precisa de entradas futuras: $x[-n]$, $x[n]$, $x[n+K]$

Variante: $(n-k)\,x[n]$ ou $x[2n]$

Estável: um sistema é estável se numa determinada gama o sinal e a sua saida tb estiverem ($G(x)$ - circulo unitario)

Testes

linearidade: 1. 2 entradas ≠'s

$y_1[n] = T\{x_1[n]\}$

$y_2[n] = T\{x_2[n]\}$

2. Combinação linear saída

$y_c[n] = T\{a x_1[n] + b x_2[n]\}$

3. se $y_c[n] = a y_1[n] + b y_2[n]$ é linear, senão não é.

invariância: 1. saída atrasado K amostras $y_{x[n-K]}[n] = T\{x_1[n-K]\}$

2. saída atrasada K amostras

$y_K[n] = y[n-K]$

3. $y_K[n] = y_{x[n-K]}[n]$ é invariante no tempo, senão é variante.

SLIT

SLIT, é linear, invariante e segue <u>fidelidade sinosoidal</u>.

Se a entrada for um sinal sinosoidal ou um somatório de sinais, na saída será obtido o mesmo sinal (= freq, ≠'s fase e amplitude). SLIT temos saída:

$$\sum_{K=0}^{N} a_K y[n-K] = \sum_{K=0}^{M} b_K x[n-K]$$

combinação linear quer da entrada quer da saída em instantes passados.

$$|H(\Omega)| = \frac{|Y(\Omega)|}{|X(\Omega)|}$$

fase: $\angle H(\Omega) = \angle Y(\Omega) - \angle X(\Omega)$

Degrau unitário

$$u[n] = \begin{cases} 0, & n<0 \\ 1, & n \geq 0 \end{cases}$$

Delta

$$\delta[n] = \begin{cases} 0, & \text{se } n \neq 0 \\ 1, & \text{se } n = 0 \end{cases}$$

Impulso

resposta a impulso

$$h[n] = y[n]\Big|_{x[n]=\delta[n]}$$

em Série: $h[n] = h_1[n] * h_2[n]$

paralelo: $h[n] = h_1[n] + h_2[n]$

$y[n] = h[n] * x[n] =$

$= \sum x[K]\, h[n-K]$

SLIT estável: $S = \sum_{-\infty}^{+\infty} |h[K]| < \infty$

SLIT causal se $h[n] = 0, n<0$

$$X(z) = \sum_{i=1}^{N} \frac{r_i}{1 - p_i z^{-1}} \rightarrow$$

$r_i = (1 - p_i z^{-1}) X(z) \big|_{z=p_i}$

Transformadas

$$\mathcal{Z}\{h[n]\} = H(z) \qquad X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]\, z^{-n}$$

Convolução $\rightarrow$ multiplicação

$\mathcal{Z}\{\delta[n]\} = 1$ $\quad \mathcal{Z}\{\delta[n-m]\} = z^{-m}$ $\quad \mathcal{Z}\{a^n u[n]\} = \frac{1}{1 - a z^{-1}}$

Inversa de z

$\mathcal{Z}^{-1}\left\{\frac{b z^{-m}}{1 - a z^{-1}}\right\} = b a^{n-m} u[n-m]$ $\quad \mathcal{Z}\{-a^n u[-n-1]\} = \frac{1}{1 - a z^{-1}}$ $\quad \mathcal{Z}\{u[n]\} = \frac{1}{1 - z^{-1}}$

Função de transferência ($G(z)$): $\frac{Y(z)}{X(z)} = G(z) = \frac{b(z)}{a(z)}$

Potências negativas: atrasos, positivas: ver se é estável.

$H(z) = \mathcal{Z}\{h[n]\} = G(z)$

condições iniciais nulas

Teorema do valor final: dá o ganho

$$y[\infty] = \lim_{z \to 1} (1 - z^{-1}) H(z) H(z)$$

Resposta em frequência: $H(\Omega)$ $\quad Y(\Omega) = H(\Omega) X(\Omega)$ $\quad H(0)$

Dá o ganho.

em regime estacionário.

ou $H(z)$ $z=1$

Fourier

m	0	2	5
C_m	2	4	2
θ_m	$-\pi$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

$$x(t) = \underset{C_m}{2} \cos(\underset{m\omega_0}{0}t \underset{\theta_m}{- \pi}) + \underset{C_m}{4} \cos(\underset{m\omega_0}{4}t \underset{\theta_m}{+ \tfrac{\pi}{3}}) + \underset{C_m}{2} \cos(\underset{m\omega_0}{10}t \underset{\theta_m}{+ \tfrac{\pi}{2}})$$

Reconstruir sinais

$|C_0| = \frac{A\tau}{T_0}$

Aproximações: $x(t) = x(t + kT_0) = \sum_{m=m_{min}}^{m=m_{max}} C_{m_r}(\cos(m\omega_0 t + \theta_{m_r}))$ Efeito Gibbs transições período seguinte.

Relação entre Transformada de Fourier e a Série de Fourier: $C_m = \frac{X(m\omega_0)}{T_0}$

Caso particular transformada Fourier: $X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$

Séries de Fourier

Trigonométrica (tempo contínuo):

$$x(t) = \sum_{m=0}^{M} C_m \cos(\underbrace{m\omega_0 t}_{\text{frequências}} + \underbrace{\theta_m}_{\text{fases}}), \ -\infty < t < \infty$$

Trigonométrica (tempo discreto):

$$x[n] = \sum_{m=0}^{M} C_m \cos[\underbrace{m\Omega_0 n}_{\text{frequências}} + \theta_m], \ n \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{N}$$

Complexa: $e^{j\theta} = \cos(\theta) + j \sin\theta$

$$\cos(\theta) = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$$

$$\boxed{C_m \cos(m\omega_0 t + \theta_m) = c_m e^{jm\omega_0 t} + c_{-m} e^{j(-m)\omega_0 t}}$$

$C_m = 2|c_m|; m>0$

$C_0 = |c_0|; m=0$

$\theta_m = \angle c_m; m \geq 0$

$$c_m = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t) e^{-jm\omega_0 t} dt$$

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{jm\omega_0 t}$$

Transformada Fourier

$$X(\omega) = \lim_{T_0 \to \infty} T_0 c_m = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

Inversa: $x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$

Trapézio

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{\Delta x}{2}\left[f(x_0) + 2f(x_0) + \ldots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)\right]$$

Simpson

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{\Delta x}{3}\left[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \ldots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)\right]$$

$\Delta x = \frac{b-a}{n}$ nº de subintervalos.

= no trap e Simp.