Prática 4

Exercício 1 Estude a convergência das séries seguintes (incluindo nos extremos do intervalo de convergência).

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{n^3}$$

3.
$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{4^n \ln n}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{5^n \sqrt{n}}$$

5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n(n+2)}$$

Exercício 2 Determine o raio de convergência de cada uma das séries seguintes. Para cada uma delas, calcule a derivada e uma primitiva, no interior do intervalo de convergência.

$$1. \sum_{n=0}^{\infty} x^n$$

$$2. \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n!}$$

4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{r^n}, r > 0.$$

Exercício 3 Determine as séries de potências das funções seguintes (utilize derivação/integração, relacionando com o desenvolvimento em série de $f(x) = \frac{1}{1-x}$):

1.
$$f(x) = \frac{1}{1+x}$$

2.
$$f(x) = \frac{2}{3-x}$$

3.
$$f(x) = \frac{x}{9+x^2}$$

4.
$$f(x) = \ln(5 - x)$$