Exame Época Normal 2014

1. Suponha que X={1,2,3,....,16} é uma variável aleatória.. Nestas condições assinale as opções verdadeiras:

a)

- ❏ H(X) = 4
- ✓ $H(X) \leq 4$
- ❏ $H(X) \geq 0$
- ❏ nenhuma das anteriores

correcção do prof: $H(X) \leq 4$ e $H(X) \geq 0$

Edit: Penso que é correto afirmar que H(X) >= 0 também é verdadeiro.

$H(x) \leq \log2(16) = 4$

b)

- ❏ H(X,X) = H(X)
- ✓ H(X,X) =H(X)+H(X)
- ❏ H(X,X) = H(X)+H(X|X)
- ❏ nenhuma das anteriores

correcção do prof: H(X,X) = H(X) e H(X,X) = H(X)+H(X|X)

H(x,y) = H(x) + H(y), se os acontecimentos forem independentes

c)

- ✓ I(X;X) = 0
- ❏ I(X;X) = H(X|X)
- ❏ I(X;X) = H(X)
- ❏ nenhuma das anteriores

correcção do prof:I(X;X) = H(X)

Como os acontecimentos são independentes então I(X;Y) = 0

d)

Suponha agora que Y(X) é um processo que para cada X produz duas cópias de X. Nestas circunstâncias, assinale as opções verdadeiras:

i.)

- ❏ H(X|Y)= 0
- ❏ H(X|Y)=H(Y)
- ❏ H(X|Y)=H(X,Y)

- ✓ nenhuma das anteriores

correcção do prof: $H(X|Y)= 0$

Supostamente deveria ser $H(X|Y)=H(X,Y) - H(Y)$

ii.)

- ❏ $H(X,Y)=H(X)+H(Y)$
- ❏ $H(X,Y)=H(Y)$
- ✓ $H(X,Y)=H(X)+H(Y|X)$
- ❏ nenhuma das anteriores

correcção do prof: $H(X,Y)=H(Y)$ e $H(X,Y)=H(X)+H(Y|X)$

$H(Y|X)=H(X,Y) - H(X) \Leftrightarrow H(X,Y) = H(X) + H(Y|X)$

iii.)

- ❏ $I(X;Y) = 0$
- ✓ $I(X;Y) = H(X)-H(X|Y)$
- ❏ $I(X;Y) = H(X)$
- ❏ nenhuma das anteriores

correcção do prof: $I(X;Y) = H(X)-H(X|Y)$ e $I(X;Y) = H(X)$

Fórmula de Informação Mútua

iv.)

- ❏ $H(X)>H(Y)$
- ❏ $H(Y)=0$
- ❏ $H(X,Y)=H(X)$
- ✓ nenhuma das anteriores

correcção do prof: $H(X,Y)=H(X)$

Nenhuma das anteriores está correcta

2. A fonte num canal de comunicação ruidoso é uma variável aleatória X pertencente ao dicionário {a,b,c,d}. A saída deste canal é a variável aleatória Y pertencente ao mesmo

	$x=a$	$x=b$	$x=c$	$x=d$
$y=a$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
$y=b$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	0
$y=c$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	0
$y=d$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	0

dicionário. A distribuição de probabilidades conjunta é a que se apresenta na tabela seguinte:
Nestas circunstâncias assinale as opções verdadeiras:
a)

- ❏ H(X)=2.275 bits
- ❏ H(X)=3.375 bits
- ❏ H(X)=1.750 bits
- ✓ nenhuma das anteriores

H(X) = 2 bits
b)

- ❏ H(Y)=2 bits
- ❏ H(Y)=3.375 bits
- ❏ H(Y)=2.750 bits
- ✓ nenhuma das anteriores

H(Y) = 1.75 bits

c)

- ❏ H(Y|X)= 2 bits
- ❏ H(Y|X)= 1.625 bits
- ❏ H(Y|X)= 0 bits
- ✓ nenhuma das anteriores

H(Y|X) = H(X,Y) - H(X) = 1.375, H(X,Y) = 3.375

d)

- ✓ I(X;Y) = 0.375
- ❏ I(X;Y) = 1.750
- ❏ I(X;Y) = 1.625
- ❏ nenhuma das anteriores

    I(X;Y) = H(Y) - H(Y|X) = 0.375

3. Para cada uma das alíneas indique se o código de prefixo apresentado é óptimo para a distribuição de probabilidades apresentada. Justifique a sua resposta.

X	$p(x)$	$C(x)$
1	0.25	0110
2	0.5	00
3	0.1	010
4	0.1	0111

i.)
R: Não é óptimo

X	$p(x)$	$C(x)$
1	0.25	00
2	0.25	0
3	0.25	10
4	0.25	111

ii.)
R:Não é óptimo

X	$p(x)$	$C(x)$
1	0.25	110
2	0.25	10
3	0.25	110
4	0.25	111

iii.)
R:Não é óptimo

x	$p(x)$	$C(x)$
1	0.3	00
2	0.3	01
3	0.2	10
4	0.2	11

iv.)
R: É óptimo[1]

4. Considere uma fonte X={1,2,3,4,5} tal que P(X=1)=0.1, P(X=2)=0.1, P(X=3)=0.4, P(X=4)=0.2 e P(X=5)=0.2.

a) Nestas condições, determine o número de bits a usar na codificação por recurso a um código aritmético de mensagens agrupadas com 4 símbolos.

R: 2.62 bits
^2.62 bits/símbolo (H(X)+2/n)? não será log2(1/p(mínima)^n)+1? acho que é a primeira formula -> a primeira é o bitrate (bit/símbolo), logo no mínimo a mensagem com 4 símbolos necessitaria de 4* 2.62 bits

b) Dada a mensagem “1133”, determine a TAG necessária à transmissão desta mensagem por recurso a um código aritmético. Apresente a sua codificação binária.

R:(TAG=0,0086 ?)-->erro meu,dá o que esta em baixo
TAG = (0.0028+0.0044)/2?
^tambem me deu isto.30

c) Dada a mensagem “1133”, determine a sequência de bits por recurso a um código de Huffman estático. Apresente a árvore de Huffman.

R: 00000011? check, tambem me deu -> expliquem como chegaram lá! fazendo a árvore segundo os powerpoints, têm uma igual

A mim deu-me 1100110000

d) Assumindo independência estatística dos símbolos, quantos nós deverá ter a árvore de Huffman estática para codificar agrupamentos de 4 símbolos?

R:(5^4?) 2m-1?-->2*5-1?
^2*5^4-1?

1

5. Demonstre, com recurso ao princípio da máxima entropia, que a entropia de uma dada variável aleatória X é máxima quando os acontecimentos são equiprováveis.

R:

6. Seja p = 7919 e q = 17389. Seja e = 66909025. Observa-se que e2 mod (p1)(q-1) = 1. Considerando que a mensagem é m = 12345, qual será o resultado da cifra se houver duas encriptações consecutivas com a chave (n, e)?

R:

7. No esquema de encriptação DES não é necessário implementar de forma explícita o algoritmo de desencriptação. Indique como é que o algoritmo de desencriptação pode ser realizado à custa do algoritmo de encriptação?

R:

8. Comente a seguinte afirmação: "No GIF o código de RESET deverá existir pelo menos uma vez, podendo ocorrer o número (≥1) de vezes que se quiser "?

R: