CATENA DI MARKOV TD CON UN NUMERO DI STATI FINITI AMMETTE UNA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITÀ STAZIONARIA $\bar{\pi}$

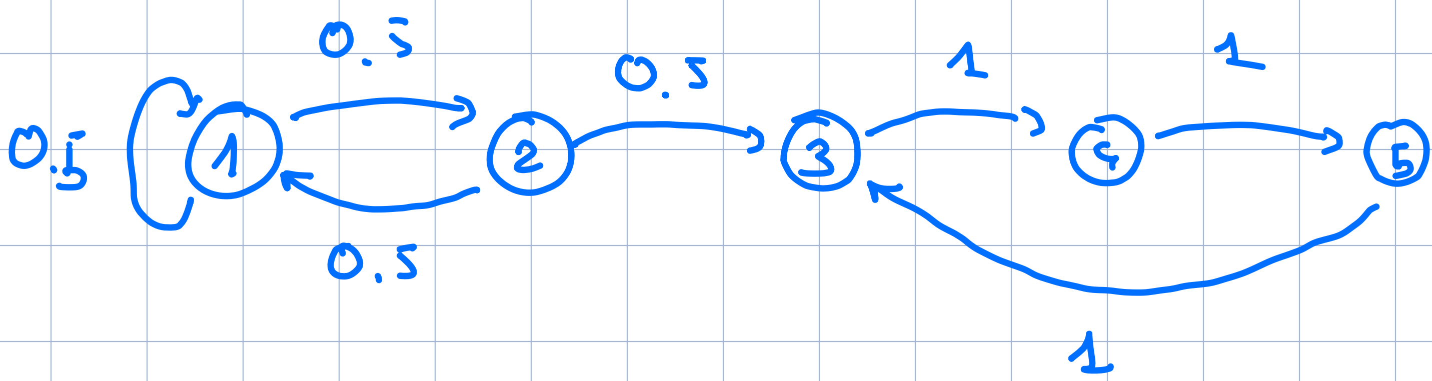
$$\bar{\pi} = A\bar{\pi}$$

E

$$\lim_{k \to \infty} x(k) = \bar{\pi}$$

SE E SOLO SE

IL GRAFO ASSOCIATO ALLA CATENA È FORTEMENTE CONNESSO



$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

ESISTE UN VETTORE $\gamma \in \mathbb{R}^5$ T.C.

$$\gamma = A\gamma$$

$$\gamma = \lim_{N \to +\infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k)$$

TEOREMA ERGODICO

SE A È STOCASTICA PER COLONNA
ALLORA

$$A^k = \underbrace{A \cdot A \cdot \ldots \cdot A}_{k \text{ volte}}$$

È STOCASTICA PER COLONNA $\forall k > 0$

INDUZIONE

VERA PER $k=1$ (IPOTESI)

VERA PER k => VERA PER $k+1$

$$x_k = A^k x_0$$

STOC.

SE x_0 STOCASTICO => x_k STOCASTICO.

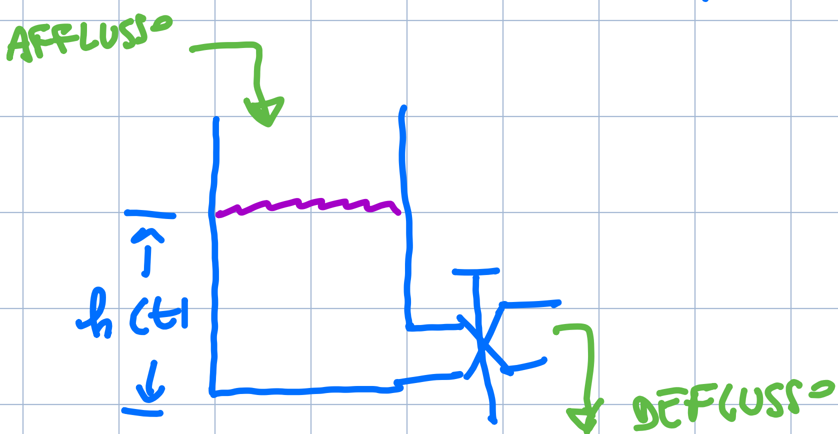
MA

$$x_{k+1} = A \cdot x_k = A \cdot A^k \cdot x_0 = A^{k+1} x_0$$

$$A^k \Big|_{k \to \infty} = [\pi \ \ \pi \ \cdots \ \pi]$$

$$[\pi \ \ \pi \ \cdots \ \pi] \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \pi$$

MODELLO FISICO
- MODELLI IDRAULICI
- MODELLI ELETTRICI
- MODELLI MECCANICI
- MODELLI TERMICI



$$V(t) = S \cdot h(t)$$

LO STATO DEL SISTEMA È L'ALTEZZA DI ACQUA

$$M(t) = \rho \cdot V(t)$$

→ INGRESSO → PORTATA (MASSA/VOLUME PER UNITÀ DI TEMPO CHE ALIMENTA IL SERBATOIO) → $q_{in}(t)$ $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ $\left[\frac{kg}{s}\right]$

→ USCITA → DEFLUSSO → $q_{out}(t)$

FLUIDO IDEALE ⇒

LA VARIAZIONE DI MASSA/VOLUME DI ACQUA PRESENTE NEL SERBATOIO NELL'UNITÀ DI TEMPO È PARI ALLA DIFFERENZA AFFLUSSO - DEFLUSSO

$$\frac{d}{dt} M(t) = q_{in}(t) - q_{out}(t)$$

$$\rho S \frac{dh}{dt} = q_{in}(t) - q_{out}(t)$$

IPOTESI SEMPLIFICATIVA : MOTO LAMINARE

$$q_{out}(t) = S_{out} \cdot v_{out}(t)$$

$$\rho S \frac{dh}{dt} = q_{in}(t) - S_{out} \cdot v_{out}(t)$$

EQUAZIONE DI BERNOULLI

PRESSIONE ATMOSFERICA +

+ COMPONENTE CINETICA +

+ EFFETTO GRAVITÀ = COSTANTE A PARITÀ DI ALTEZZA

$$\cancel{p_1} + \cancel{\frac{1}{2}} \cancel{\rho} v_1^2 + \cancel{\rho} g h = \cancel{p_2} + \frac{1}{2} \cancel{\rho} v_{out}^2 + 0$$

$$\frac{1}{2} v_{out}^2 = g \cdot h$$

$$v_{out}^2(t) = 2 g \cdot h(t)$$

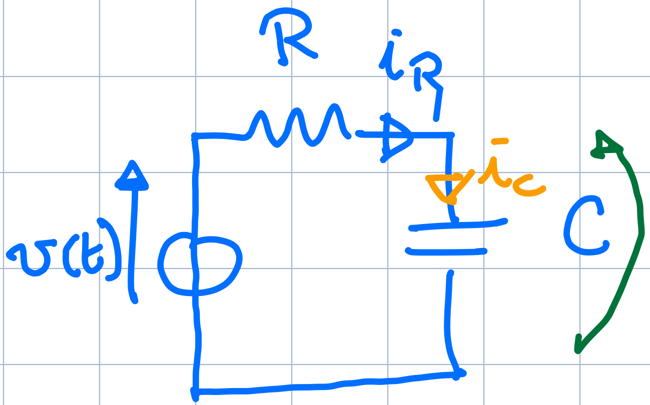
$$v_{out}(t) = \sqrt{2g\,h(t)}$$

$$\rho S \frac{dh}{dt} = q_{in}(t) - S_{out}\sqrt{2g\,h(t)}$$

$$h \leftarrow x$$

$$q_{in} \leftarrow u$$

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{1}{\rho S}\,u(t) - \dfrac{S_{out}}{\rho S}\sqrt{2g}\,\sqrt{x(t)} \\ y(t) = S_{out}\sqrt{2g}\,\sqrt{x(t)} \end{cases}$$



$v_C(t)$ → **STATO**

- INGRESSO → TENSIONE EROGATA DAL GENERATORE
- USCITA → CADUTA DI TENSIONE SULLA RESISTENZA
- STATI → NUMERO DI ELEMENTI CAPACITIVI / INDUTTIVI NEL CIRCUITO

PER OGNI CAPACITÀ SI CONSIDERA LA TENSIONE AI SUOI CAPI

PER OGNI INDUTTANZA " " CORRENTE CHE LA ATTRAVERSA

$$v(t) = v_R(t) + v_C(t)$$

LEGGE DI OHM

$$v(t) = R \cdot i_R(t) + v_C(t)$$

$i_R(t) = i_C(t)$. SERIE FRA R e C

$$v(t) = R\, i_C(t) + v_C(t)$$

$$i_C(t) = C \frac{d v_C}{dt}$$

$$v(t) = RC \frac{d}{dt} v_C(t) + v_C(t)$$

$$RC \frac{d v_C}{dt} = - v_C(t) + v(t)$$

$$\frac{dv_c}{dt} = -\frac{1}{RC} v_c(t) + \frac{1}{RC} v(t)$$

$$y(t) = v_R(t) = v(t) - v_c(t)$$

$$\begin{cases} \dfrac{dv_c}{dt} = -\dfrac{1}{RC} v_c(t) + \dfrac{1}{RC} v(t) \\ y(t) = -v_c(t) + v(t) \end{cases}$$

$$v_c \leftarrow x \qquad v \leftarrow u$$

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -\dfrac{1}{RC} x(t) + \dfrac{1}{RC} u(t) \\ y(t) = -x(t) + u(t) \end{cases}$$