MODELLI DI TRASFERIMENTO DI RISORSE

RISORSA NATURALE (GAS, PETROLIO, ACQUA...)
" UMANA (AZIENDA, POPOLAZIONE,)
" INFORMATICA (MEMORIA, CPU ...)

MODELLO DI FLUSSO ($t \in \mathbb{R}$)
" " DECISIONE ($t \in \mathbb{Z}$)

POPOLAZIONE $\Leftarrow$ RISORSA

VOGLIO DESCRIVERE L'EMIGRAZIONE DI INDIVIDUI ADULTI E GIOVANI

ITALIA, ESTERO

ADULTI, GIOVANI

COMPARTIMENTO

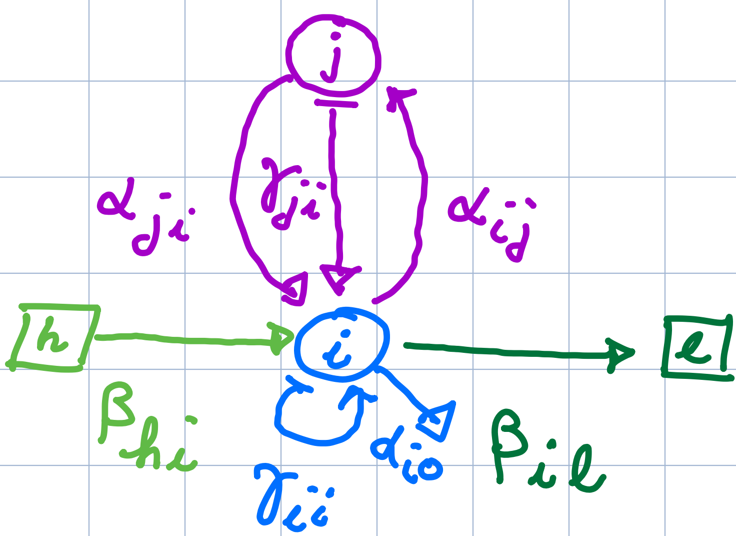
IMPIEGATI IN AZIENDA

3 LIVELLI STIPENDIALI

2 LIVELLI DI MANSIONI

i-SIMA RISORSA COMPARTIMENTATA

n RISORSE COMPARTIMENTATE



$x_i(t)$ # RISORSA LEGATA ALLO STATO i-SIMO

$x_j(t)$ # RISORSA DEL "VICINO" $(j \neq i)$

$u_h(t)$ # RISORSA DELLA VARIABILE INDIPENDENTE h (CHE VIENE TRASFERITA AL SISTEMA)

$u_e(t)$ # RISORSA DELLA VARIABILE INDIPENDENTE e (CHE VIENE PRELEVATA DAL SISTEMA)

$$\dot{x}_i(t) = \phi_i^{in}(t) - \phi_i^{out}(t)$$

$\phi_i^{in}(t)$ FLUSSO DI RISORSA ENTRANTE NEL "NODO" i

$\phi_i^{out}(t)$ FLUSSO DI RISORSA USCENTE DAL "NODO" i

$$\phi_i^{in}(t) = \sum_{h=1}^{m} \beta_{hi}\, u_h(t) +$$

$$+ \gamma_{ii}\, x_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \alpha_{ji}\, x_j(t)$$

$$+ \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \gamma_{ji}\, x_j(t)$$

$$\phi_i^{out}(t) = \sum_{l=1}^{m} \beta_{il}\, u_l(t)$$

$$+ \alpha_{io}\, x_i(t) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \alpha_{ij}\, x_i(t)$$

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{h=1}^{m} \beta_{hi}\, u_h(t) \; +$$

$$+ \underline{\gamma_{ii}\, x_i(t)} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \underline{\alpha_{ji}\, x_j(t)}$$

$$+ \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \underline{\gamma_{ji}\, x_j(t)} \; -$$

$$- \sum_{l=1}^{m} \beta_{il}\, u_l(t) - \underline{\alpha_{i0}\, x_i(t)} \; -$$

$$- \underline{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \alpha_{ij}\, x_i(t)}$$

$$\dot{x}_i(t) = \left(\gamma_{ii} - \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \alpha_{ij} \right) x_i(t)$$

$$+ \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} (\alpha_{ji} + \gamma_{ji}) x_j(t)$$

$$+ \sum_{h=1}^{m} \beta_{hi} \, u_h(t) - \sum_{l=1}^{m} \beta_{il} \, u_l(t)$$

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} = X(t) \in \mathbb{R}^n$$

$$\dot{X}(t) = A \, X(t) + B \, u(t)$$

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^m$$

$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ $\quad$ $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$a_{ii} = \gamma_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \alpha_{ij} \qquad i = 1, \dots, n$$

$$\underset{j \neq i}{a_{ij}} = \alpha_{ji} + \gamma_{ji} \qquad \begin{array}{l} i = 1, \dots, n \\ j = 1, \dots, n \\ \quad i \neq j \end{array}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2m} \\ \vdots & & & \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nm} \end{bmatrix}$$

LE RIGHE DI B SONO "LO STATO"

LE COLONNE DI B SONO "LE VARIABILI INDIPENDENTI"

SE h INDICA UNA VARIABILE INDIPENDENTE CHE CEDE RISORSA AL COMPARTIMENTO i

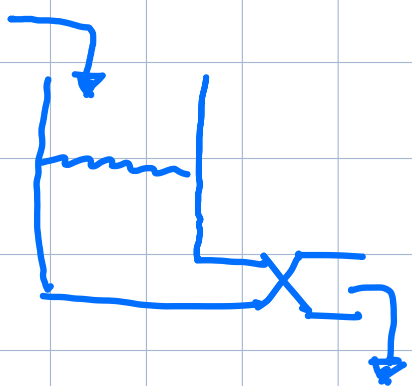
$$b_{ih} = \beta_{hi} \qquad \begin{array}{l} i = 1, \dots, n \\ h = 1, \dots, m \end{array}$$

SE ℓ INDICA UNA VARIABILE INDIPENDENTE CHE PRELEVA RISORSA

DAL COMPARTIMENTO i

$$b_{il} = -\beta_{il} \qquad \begin{array}{l} i = 1, \dots, n \\ l = 1, \dots, m \end{array}$$

RETE DI DISTRIBUZIONE



$x_1(t)$ VOLUME ISTANTANEO DI ACQUA (GAS) ALL' INTERNO DEL SERBATOIO.

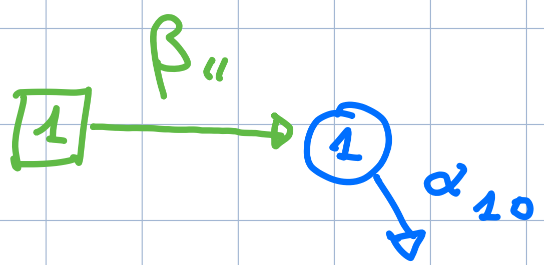
$[x_1(t)] \rightarrow m^3$

$[u_1(t)] \rightarrow$ RISORSA DI ACQUA FORNITA DALL' ESTERNO

$$\dot{x}_1(t) = \phi_1^{in}(t) - \phi_1^{out}(t)$$

$$\phi_1^{in}(t) = \beta_{11}\, u_1(t)$$

$$\phi_1^{out}(t) = \alpha_{10}\, x_1(t)$$



$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\alpha_{10}\, x_1(t) + \beta_{11}\, u_1(t) \\ y_1(t) = x_1(t) \end{cases}$$

$x_1(0) = x_{10}$ VOLUME INIZIALE DI ACQUA

SCRIVERE (ESSERE IN GRADO)

$x_1(t)$ $(t>0)$ IN FUNZIONE

DELLE CONDIZIONI INIZIALI E

DELLA STORIA DELL'INGRESSO

$u_{[0,t)}$

$$\dot{x}_1(t) = -\alpha_{10} x_1(t) + \beta_{11} u(t)$$

$$\frac{x_1(t+h) - x_1(t)}{h} \approx -\alpha_{10} x_1(t) + \beta_{11} u(t)$$

$\underline{h>0}$ PICCOLO A PIACERE

$$x_1(t+h) \approx x_1(t) + h\left(-\alpha_{10} x_1(t) + \beta_{11} u(t)\right)$$

$t+h$ PER ME È IL PRESENTE

t CHI È? È UN ISTANTE POSIZIONATO NEL PASSATO

$x_1(t+h)$ È LO STATO CORRENTE (PRESENTE)

$x_1(t)$ È LO STATO PASSATO

$u(t)$ È L'INGRESSO PASSATO

$$x_1(t) = e^{-\alpha_{10} t} x_{10} + \beta_{11} \int_0^t e^{-\alpha_{10}(t-\tau)} u(\tau)\, d\tau$$

1 $\quad x_1(t)\Big|_{t=0} = x_{10}$

$$e^{-\alpha_{10} t} \cdot x_{10}\Big|_{t=0} + \beta_{11} \int_0^t e^{-\alpha_{10}(t-\tau)} u(\tau)\, d\tau \Big|_{t=0}$$

$x_{10} +$

$$\dot{x}_1(t) = -\alpha_{10}\, x_1(t) + \beta_{11}\, u_1(t)$$

$$\frac{d}{dt}\left(e^{-\alpha_{10} t} x_{10} + \beta_{11} \int_0^t e^{-\alpha_{10}(t-\tau)} u_1(\tau)\, d\tau \right)$$

$F(\tau)$ LA PRIMITIVA DI $e^{\alpha_{10}\tau} u_1(\tau)$

$$\int_0^t e^{-\alpha_{10}(t-\tau)} u_1(\tau)\, d\tau = e^{-\alpha_{10} t} \int_0^t e^{\alpha_{10}\tau} u_1(\tau)\, d\tau$$

$$\frac{d}{dt}\left(e^{-\alpha_{10} t} x_{10} + \beta_{11} e^{-\alpha_{10} t} \left(F(t) - F(0)\right) \right)$$

$$-\alpha_{10} e^{-\alpha_{10} t} \cdot x_{10} + \beta_{11} \frac{d}{dt}\left(e^{-\alpha_{10} t} \left(F(t) - F(0)\right)\right.$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\alpha_{10}\, x_1(t) + \beta_{11}\, u_1(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases}$$

$A = -\alpha_{10}$ $\quad$ $B = \beta_{11}$

$C = 1$ $\quad$ $D = 0$

$\alpha_{10} = 4$ $\quad$ $\beta_{11} = 2$

$$u(t) = \begin{cases} 1 & 0.25 \leq t \leq 1.5 \\ 0 & \text{ALTROVE} \end{cases}$$