$$\rho S \frac{dh}{dt} = \underbrace{u(t)}_{\frac{kg}{s}} - \underbrace{\rho S_0 \sqrt{2gh(t)}}_{\frac{kg}{s}}$$

$\frac{kg}{s}$

$$\rho = 1 \frac{kg}{dm^3}$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{u}{\rho S} - \frac{S_0}{S}\sqrt{2g}\sqrt{x} \\ y = \rho S_0 \sqrt{2g}\sqrt{x} \end{cases}$$

$$x(t_0) = x_0$$

$S = 1\ dm^2$ $\quad S_0 = 0.05\ dm^2$ $\quad \rho = 1 \frac{kg}{dm^3}$

$g = 98.1 \frac{dm}{s^2}$ $\quad u = 1 \frac{kg}{s}\ \forall\ t$

$$x(t_0) = 0$$

UNA EQUAZIONE DIFFERENZIALE NELLA FORMA

$$\frac{dx}{dt} = f(u,x)$$

$$x(t_0) = x_0$$

E SIMILE AD UNA RETE SEQUENZIALE.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\rho S}\, u(t) - \frac{S_0}{S}\, x(t)$$

$$\xrightarrow{\dot{x}} \boxed{\int} \xrightarrow{x} \qquad x(t) - x_0 = \int_0^t \dot{x}(\tau)\, d\tau$$

IL SECONDO MEMBRO È LA SOMMA ALGEBRICA (CI SIA UN "MENO") FRA

$$\frac{1}{\rho S} \quad u(t)$$

$$\dot{\varepsilon}$$

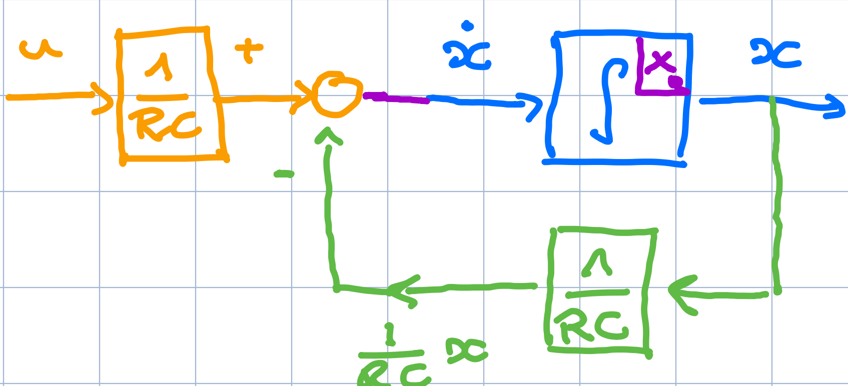
$$\frac{S_0}{S}\sqrt{2g}\sqrt{x(t)}$$

$$y = \boxed{\rho S_0 \sqrt{2g}}\sqrt{x(t)}$$

CIRCUITO RC

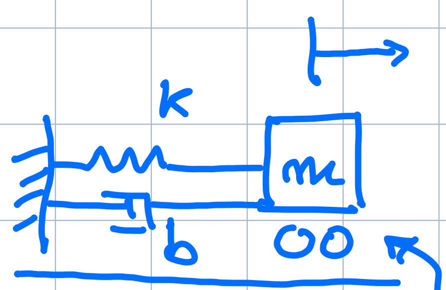
$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{RC}x(t) + \frac{1}{RC}u(t)$$

$$x(t) = x_0$$



$y = -x + u$

MODELLI MECCANICI, COINVOLGONO NELLA FORMA PIÙ SEMPLICE PUNTI MATERIALI, MOLLE, SMORZATORI DI NATURA TRASLAZIONALE OPPURE ROTAZIONALE.



(p, v)

$$F_{inerzia} + F_{smorzatore} + F_{molla} = F_{esterna}$$

$$\begin{cases} m \frac{dv}{dt} + b\,v(t) + k\,p(t) = F(t) \\ \frac{dp}{dt} = v(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dp}{dt} = v(t) \\[2ex] \dfrac{dv}{dt} = -\dfrac{k}{m} p(t) - \dfrac{b}{m} v(t) + \dfrac{1}{m} F(t) \end{cases}$$

$p(t_0) = p_0$ $\qquad\qquad$ $x_1 \rightarrow p$

$v(t_0) = v_0$ $\qquad\qquad$ $x_2 \rightarrow v$

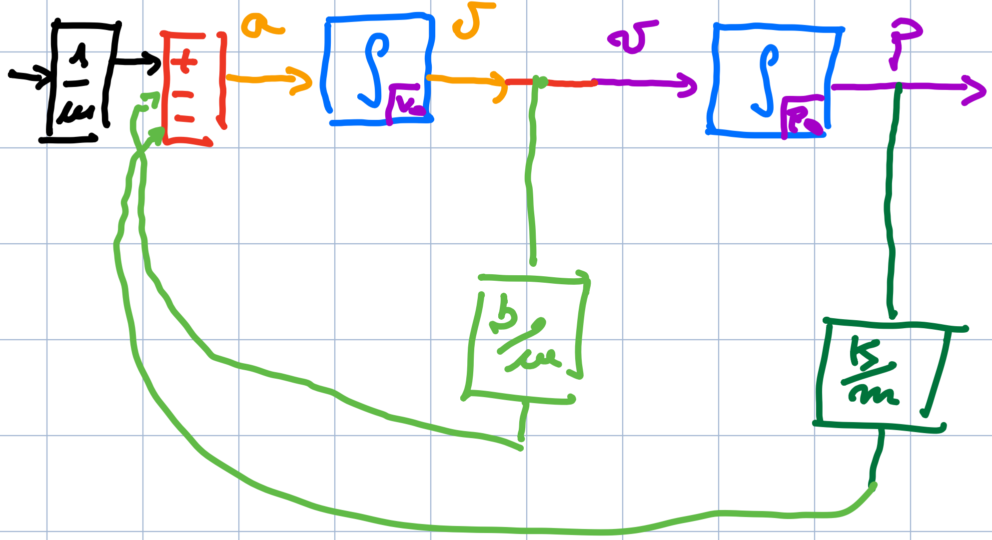
$y(t) = p(t)$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 & \rightarrow v \\[2ex] \dot{x}_2 = -\dfrac{k}{m} x_1 - \dfrac{b}{m} x_2 + \dfrac{1}{m} u & \rightarrow a \\[2ex] y = x_1 \end{cases}$$

$[kg]$ $\qquad$ $\left[\dfrac{N}{m \cdot s}\right]$ $\qquad$ $\left[\dfrac{N}{m}\right]$

$m = 1, \quad b = 1, \quad k = 1$

$x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\qquad\qquad$ $u = 0$



IL PROBLEMA DEI TRE CORPI

TRE PUNTI MATERIALI IN UN CAMPO GRAVITAZIONALE, INDIVIDUARE A PARTIRE DALLE CONDIZIONI INIZIALI L'ANDANDAMENTO DELLE POSIZIONI, VELOCITÀ DEI TRE CORPI

$\vec{r}_1$ POSIZIONE DI m_1 $\mathbb{R}^3$

$\vec{r}_2$ " " m_2 $\mathbb{R}^3$

$\vec{r}_3$ " " m_3 $\mathbb{R}^3$

$$m_1 \ddot{\vec{r}}_1 = -m_1 m_2 G \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{\|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\|^3} - m_1 m_3 G \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_3}{\|\vec{r}_1 - \vec{r}_3\|^3}$$

$$m_2 \ddot{\vec{r}}_2 = -m_2 m_1 G \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\|^3} - m_2 m_3 G \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_3}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}_3\|^3}$$

$$m_3 \ddot{\vec{r}}_3 = -m_3 m_1 G \frac{\vec{r}_3 - \vec{r}_1}{\|\vec{r}_3 - \vec{r}_1\|^3} - m_3 m_2 \frac{\vec{r}_3 - \vec{r}_2}{\|\vec{r}_3 - \vec{r}_2\|^3}$$

SISTEMA DINAMICO

$$\Sigma = (T, X, U, Y, \mathcal{U}, \mathcal{Y}, \phi, \eta)$$

- T INSIEME DEI TEMPI
- X SPAZIO DI STATO ($\mathbb{R}^n$ ad es.)
- U IMMAGINE DELLA FUNZIONE DI INGRESSO ($\mathbb{R}^m$ ad es.)
- Y IMMAGINE DELL'USCITA ($\mathbb{R}^p$ ad es.)
- $\mathcal{U}$ INSIEME DELLE FUNZIONI DI INGRESSO AMMISSIBILI

$$u(\cdot) \in \mathcal{U}$$

$$u: T \longrightarrow U$$

- $\mathcal{Y}$ INSIEME DELLE FUNZIONI DI USCITA

$$y(\cdot) \in \mathcal{Y}$$

$$y: T \rightarrow Y$$

$\phi(\cdot,\cdot,\cdot,\cdot)$

FUNZIONE DI TRANSIZIONE DI STATO

$$\phi : T \times T \times X \times \mathcal{U} \longrightarrow X$$

$$x(t) = \phi(t, t_0, x(t_0), u_{[t_0,t)}(\cdot))$$

ϕ È SEMPRE DEFINITA PER $t \geq t_0$

IN ALCUNI CASI (NON TUTTI) LO

È ANCHE PER $t < t_0$