SISTEMA DINAMICO

RAPPRESENTAZIONE (ASTRATTA)
DI UN DATO FENOMENO
(NATURALE O ARTIFICIALE)
CARATTERIZZATO DALLA PRESENZA
DI PARTI (SEGNALI) CHE
VARIANO NEL TEMPO E CHE
INTERAGISCONO RECIPROCAMENTE.

PASSARE DALLA "NARRAZIONE"
ALLE "EQUAZIONI".

EMIGRAZIONE DI UNA POPOLAZIONE
DI INDIVIDUI.

1: ITALIANI RESIDENTI IN
ITALIA

2: ITALIANI RESIDENTI ALL'ESTERO

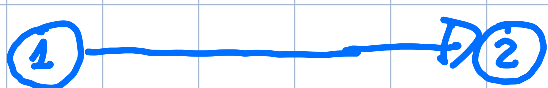
OGNI ANNO UNA FRAZIONE DI RESIDENTI IN ITALIA SI TRASFERISCE ALL'ESTERO

$x_1(k) \to$ NUMERO DI ITALIANI RESIDENTI IN ITALIA NELL'ANNO K

$x_2(k) \to$ NUMERO DI ITALIANI RESIDENTI ALL'ESTERO NELL'ANNO K

NODI $\to$ $x_1(k)$, $x_2(k)$

ARCHI $\to$ MIGRAZIONE



STATO DEL SISTEMA: COLLEZIONE DI VARIABILI CHE DESCRIVE IL FENOMENO IN MANIERA DEFINITIVA.

$x_1(k)$

$x_2(k)$

OGNI ANNO UNA FRAZIONE DI UN INDIVIDUO SU MILLE SI TRASFERISCE ALL'ESTERO.

$$\frac{1}{1000}$$

$$1 \xrightarrow{\frac{1}{1000}} 2$$

LA VARIAZIONE DI POPOLAZIONE DA UN ANNO AL SUCCESSIVO È LA POPOLAZIONE CHE EMIGRA (FRAZIONE DI $x_1(k)$)

$$\begin{cases} x_1(k+1) - x_1(k) = -0.001\, x_1(k) \\ x_2(k+1) - x_2(k) = 0.001\, x_1(k) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_1(k) - 0.001\, x_1(k) \\ x_2(k+1) - x_2(k) = 0.001\, x_1(k) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1(k+1) = 0.999\, x_1(k) \\ x_2(k+1) - x_2(k) = 0.001\, x_1(k) \end{cases}$$

$$x_2(k+1) = x_2(k) + 0.001\, x_1(k)$$

$x_1(0)$

NOTE

$x_2(0)$

$P: \; x_1(k) = (0.999)^k \, x_1(0)$

$x_1(k+1) = 0.999 \, x_1(k)$

P VERA $\forall \; k \in \mathbb{N}$

- P VERA PER $k = 0$

$$x_1(k)\Big|_{k=0} = x_1(0)$$

- P VERA PER k FIXED $\Rightarrow$
  P VERA PER $k+1$

$$x_1(k) = (0.999)^k \, x_1(0)$$

$$x_1(k+1) = 0.999 \, x_1(k) =$$

$$= 0.999 \cdot (0.999)^k \, x_1(0) =$$

$$= (0.999)^{k+1} x_1(0)$$

$$x_1(k) = (0.999)^k x_1(0)$$

$$x_2(k+1) - x_2(k) = 0.001\, x_1(k) =$$

$$= 0.001\, (0.999)^k x_1(0)$$

— o —

$$x_2(k) - x_2(k-1) = 0.001\, (0.999)^{k-1} x_1(0)$$

$$x_2(k-1) - x_2(k-2) = 0.001\, (0.999)^{k-2} x_1(0)$$

$$x_2(k-2) - x_2(k-3) = 0.001 (0.999)^{k-3} x_1(0)$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$x_2(1) - x_2(0) = 0.001\, x_1(0)$$

$$x_2(k) - x_2(0) = 0.001 \cdot \sum_{i=0}^{k-1} (0.999)^i \cdot x_1(0)$$

$$x_2(k) = x_2(0) + 0.001 \cdot \sum_{i=0}^{k-1} (0.999)^i \cdot x_1(0)$$

$$\sum_{i=0}^{k-1} (0.999)^i = 1 + (0.999) + \dots + (0.999)^{k-1}$$

$$\frac{(1-0.999)}{1-0.999} \cdot \left(1 + (0.999) + \dots + (0.999)^{k-1}\right)$$

$$= \frac{1 - 0.999 + (0.999) - (0.999)^2 + \dots + (0.999)^{k-1} - (0.999)^k}{1-0.999} =$$

$$\frac{1-(0.999)^k}{0.001}$$

$$x_2(k) = x_2(0) + 0.001\sum_{i=0}^{k-1}(0.999)^i x_1(0) =$$

$$= x_2(0) + \cancel{0.001}\,\frac{1-(0.999)^k}{\cancel{0.001}}\,x_1(0)$$

$$\lim_{k\to+\infty} x_1(k) = 0$$

$$\lim_{k\to+\infty} x_2(k) = x_1(0) + x_2(0)$$

IL TEMPO (COSA ACCADE OGNI ANNO)

$$\begin{cases} x_1(k) = (0.999)^k x_1(0) \\ x_2(k) = x_2(0) + (1-(0.999)^k)\, x_1(0) \end{cases}$$

MODELLO A TEMPO DISCRETO

OVVERO

MODELLO DI DECISIONE

$x_1(t)$ $\qquad t \in \mathbb{R}$

$x_2(t)$

$$\begin{cases} x_1(t+\Delta t) - x_1(t) = -\alpha\, x_1(t) \\ x_2(t+\Delta t) - x_2(t) = \alpha\, x_1(t) \end{cases}$$

$$\alpha = a \cdot \Delta t$$

$$\begin{cases} x_1(t+\Delta t) - x_1(t) = -a\,\Delta t\, x_1(t) \\ x_2(t+\Delta t) - x_2(t) = a\,\Delta t\, x_1(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{x_1(t+\Delta t) - x_1(t)}{\Delta t} = -a\, x_1(t) \\ \dfrac{x_2(t+\Delta t) - x_2(t)}{\Delta t} = a\, x_1(t) \end{cases}$$

$$\Delta t \to 0$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -a\, x_1(t) \\ \dot{x}_2(t) = a\, x_1(t) \end{cases}$$

$$x_1(0),\ x_2(0)$$

MODELLO DI FLUSSO

MODELLO TEMPO CONTINUO

ASSIEME ALLE VARIABILI DIPENDENTI (STATO) POSSONO ESSERE PRESENTI ALTRE TIPOLOGIE DI VARIABILI

$$1 \xrightarrow{a} 2$$

SISTEMA ISOLATO

FENOMENO DI IMMIGRAZIONE IN ITALIA INDIPENDENTE DALLA POPOLAZIONI DI ITALIANI (RESIDENTI O MENO IN ITALIA)

$$\begin{tikzcd} 1 \arrow[r, "a"] & 2 \\ \boxed{1} \arrow[u, "1"] & \end{tikzcd}$$

$u_1(k)$ IL NUMERO DI IMMIGRATI

CHE SI TRASFERISCE IN ITALIA

ALL'ISTANTE DI TEMPO k

$$\begin{cases} x_1(k+1) - x_1(k) = -a\,x_1(k) + u_1(k) \\ x_2(k+1) - x_2(k) = a\,x_1(k) \end{cases}$$

VARIABILE INDIPENDENTE $\equiv$ INGRESSO
VARIABILE DIPENDENTE $\equiv$ STATO

$x_1(0)$

$x_2(0)$

STORIA DELL'IMMIGRAZIONE FINO ALL'ANNO $k-1$

$u_1(0), u_1(1), \ldots, u_1(k-1)$

$$x_1(k+1) - x_1(k) = -a\, x_1(k) + u_1(k)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -a\, x_1(t) + u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) = a\, x_1(t) \end{cases}$$

$$x_1(t), \quad x_1(0), \quad u_{1[0,t)}$$

$$x_2(t), \quad x_2(0)$$