TP3-bis : Mesure d'impédance ou de phase par détection synchrone

Térence Marchi, Anycia Raulet

Soit $Z(jw)$ un dipôle tel que $Z(jw) = R_z + jX_z$ En passant en notation complexe on a que $Z(jw) = Z_d e^{j\varphi_d}$ ainsi :

$$\Re(Z(jw) = R_z = Z_d \cos(\varphi_d)$$
$$\Im(Z(jw) = X_z = Z_d \sin(\varphi_d)$$

1 Détection synchrone de l'impédance d'un dipôle (D) passif :

1.1 Montage

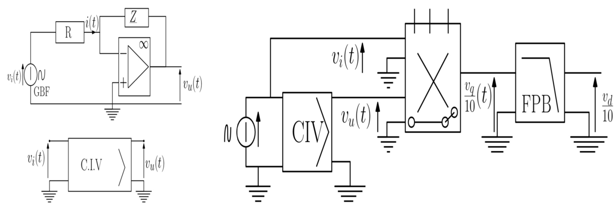

Figure 1: shéma du montage de détection de la partie réele de Z(jw)

Ce montage permet de mesurer séparément la partie réelle $\mathcal{R}_z$ et la partie imaginaire $\mathcal{X}_z$ de l'impédance $\mathcal{Z}_z = \mathcal{R}_z + \mathrm{j}\mathcal{X}_z$ d'un dipole $\mathcal{D}$.

1.2 Théorie

On applique une loi des noeus en terme de potentiel en v_-, ainsi :

$$v_- = \frac{\frac{v_i}{R} + \frac{v_u}{Z(jw)}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{Z(jw)}}$$

Or l'ALI fonctionne en régime linéaire ainsi $v_+ = v_-$, et $v_0 = 0$ donc :

$$\frac{\frac{v_i}{R} + \frac{v_u}{Z(jw)}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{Z(jw)}} = 0 \Longleftrightarrow \frac{v_i}{R} + \frac{v_u}{Z(jw)} = 0 \Longleftrightarrow v_u = -v_i \frac{Z(jw)}{R}$$

Ainsi après que v_i et v_u soient passés dans le multiplieur :

$$v_q = k v_i v_u = k(-Z_d \frac{E_m^2}{R} \cos(wt)\cos(wt + \varphi_d))$$

$$\Longleftrightarrow v_q = -k Z_d \frac{E_m^2}{2R} (\cos(2wt + \varphi_d) + \cos(\varphi_d))$$

Puis finalement après que le signal v_q soit passé dans le filtre passe bas (nous préfèrerons un multimètre en mode ohmmètre qui réalise bien mieux la fonction de filtre passe bas qu'un filtre RC par exemple) :

$$v_d = -\frac{k E_m^2 Z_d}{2R} \cos(\varphi_d)$$

$$\Longleftrightarrow \; R_z = -\frac{2R}{k E_m^2} v_d$$

1.3 Résultats

Nous avons pris comme amplitude de la tension d'entée $E_m = 9,5V$, une résisatnce $R = 10k\Omega$ et le multiplieur fixe $k = 0,1$. Ainsi nous mesurons en tension de sortie une valeur $v_d = -46mV$.

$$R_z = -\frac{2R}{kE_m^2}v_d \Longleftrightarrow R_z = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 9,5^2} \cdot 46 \cdot 10^{-3} = 102\ \Omega$$

Il faut maitenant établir l'incertitude sur la mesure de R_z que l'on nomera $(u_{R_x})_{calcul}$. Nous prendrons la définition de $(u_R)_{calcul}$ tel que :

$$(u_{R_x})_{calcul} = R_x\sqrt{\Big(\frac{u_R}{R}\Big)^2 + \Big(\frac{u_{v_d}}{v_d}\Big)^2 + 2\Big(\frac{u_{E_m}}{E_m}\Big)^2}$$

Avec u_R, u_{v_d} et u_{E_m} les incertitudes respectives de R, v_d et E_m. Il est à noter qu'il faudrait aussi prendre en compte l'incertitude sur la valeur k du multiplieur, mais nous n'avons pas réussi à trouver celle-ci.

- $u_R = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{5}{100} \cdot 10000 = 288,7\ \Omega$
- $u_{v_d} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 0,002606 = 1,505\ mV$
- $u_{E_m} = 2\ mV$ datasheet du constructeur

Ce qui nous donne :

$$(u_{R_x})_{calcul} = 102\sqrt{\Big(\frac{288}{10000}\Big)^2 + \Big(\frac{1,5}{46}\Big)^2 + 2\Big(\frac{2 \cdot 10^{-3}}{9,5}\Big)^2} = 4,39\ \Omega$$

Ainsi :

$$R_x = 102 \pm 4,39\ \Omega$$

2 Détection de la partie imaginaire de l'impédance

2.1 Montage

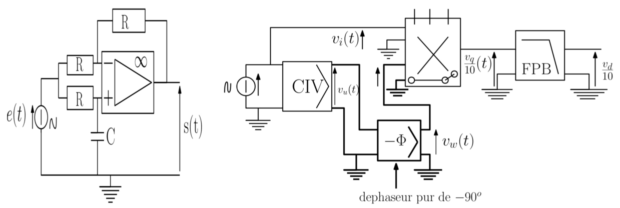

Figure 2: shéma du montage de détection de la partie imaginaire de Z(jw)

2.2 Théorie

On applique la même loi des noeus en terme de potentiel en v_-, ainsi :

$$v_- = \frac{\frac{v_i}{R} + \frac{v_u}{Z(jw)}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{Z(jw)}}$$

Or l'ALI fonctionne en régime linéaire ainsi $v_+ = v_-$, et $v_0 = 0$ donc :

$$\frac{\frac{v_i}{R} + \frac{v_u}{Z(jw)}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{Z(jw)}} = 0 \Longleftrightarrow \frac{v_i}{R} + \frac{v_u}{Z(jw)} = 0 \Longleftrightarrow v_u = -v_i\frac{Z(jw)}{R}$$

Contrairement à la première partie on déphase de $-\frac{\pi}{2}$ le signal v_i avant de le multiplier avec v_u. Ainsi après que v_i et v_u soient passés dans le multiplieur :

$$v_q = kv_iv_u = k(-Z_d\frac{E_m^2}{R}\cos(wt - \frac{\pi}{2})\cos(wt + \varphi_d)$$

$$\iff v_q = -kZ_d\frac{E_m^2}{2R}(\cos(2wt+\varphi_d-\frac{\pi}{2})+\cos(\varphi_d+\frac{\pi}{2}))$$

$$\iff v_q = -kZ_d\frac{E_m^2}{2R}(\cos(2wt+\varphi_d-\frac{\pi}{2})-\sin(\varphi_d))$$

Puis finalement après que le signal v_q soit passé dans le filtre passe bas (nous préfèrerons un multimètre en mode ohmmètre qui réalise bien mieux la fonction de filtre passe bas qu'un filtre RC par exemple) :

$$v_d = \frac{kE_m^2 Z_d}{2R}\sin(\varphi_d)$$

$$\iff X_z = \frac{2R}{kE_m^2}v_d$$

2.3 Résultats

Nous avons pris comme amplitude de la tension d'entée $E_m = 10V$, une résisatnce $R = 10k\Omega$ et le multiplieur fixe $k = 0,1$. Ainsi nous mesurons en tension de sortie une valeur $v_d = 4,13V$.

$$X_z = \frac{2R}{kE_m^2}v_d \iff X_z = \frac{2\cdot 10\cdot 10^3}{0,1\cdot 10^2}\cdot 4,13 = 8260$$

or

$$X_z = L\omega \iff L = \frac{X_z}{2\pi f} = \frac{8260}{2\pi 16\cdot 10!3} = 82,16\ mH$$

Il faut maitenant établir l'incertitude sur la mesure de L que l'on nomera $(u_L)_{calcul}$. Nous prendrons la définition de $(u_L)_{calcul}$ tel que :

$$(u_L)_{calcul} = L\sqrt{\Big(\frac{u_R}{R}\Big)^2+\Big(\frac{u_{v_d}}{v_d}\Big)^2+2\Big(\frac{u_{E_m}}{E_m}\Big)^2}$$

Avec u_R, u_{v_d} et u_{E_m} les incertitudes respectives de R, v_d et E_m. Il est à noter qu'il faudrait aussi prendre en compte l'incertitude sur la valeur k du multiplieur tout comme l'incertitude sur la fréquence délivrée par le GBF, mais nous n'avons pas réussi à trouver celles-ci.

- $u_R = \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{5}{100}\cdot 10000 = 288,7\ \Omega$
- $u_{v_d} = \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot 0,002606 = 1,505\ mV$
- $u_{E_m} = 2\ mV$ datasheet du constructeur

Ce qui nous donne :

$$(u_L)_{calcul} = 82,16\sqrt{\Big(\frac{288}{10000}\Big)^2+\Big(\frac{1,5\cdot 10^{-3}}{4,13}\Big)^2+2\Big(\frac{2\cdot 10^{-3}}{10}\Big)^2} = 2,37\ mH$$

Ainsi :

$$L = 82\pm 2,4\ mH$$

3 Mesure d'un spectre de phase, de Fourier