TP1

Mesure de la puissance active consommée par un dipôle électrique

Matériel :

— un wattmètre à affichage numérique,
— une source de tension ajustable, sinusoïdale, de puissance (idem TP transfo),
— deux multimètres (type Fluke)
— un ou deux rhéostats,
— un oscilloscope numérique 4 courbes,
— une sonde différentielle de courant (pince ampère-métrique assurant la conversion courant-tension)
— une sonde différentielle de tension (dans une mallette noire)
— une alimentation continue [-15V,0,15V]
— une plaquette multi-connexions LAB, des composants Radiospare (résistances, capacités, potentiomètres,) et des ALI.
— des boîtes de capacités à décades (les plus élevées);
— une ou deux bobines d'inductance (dont l'une avec noyau de fer doux),
— des fils, câbles, adaptateurs BNC/bifilaire;

I. Théorie :

Théorie à lire et à préparer :

- Définition de la puissance active P_a consommée par un dipôle électrique,
- Expression de P_a pour un dipôle passif en régime sinusoïdal, définition du « facteur de puissance »,
- Cas des dipôles classiques.

1. Puissance instantanée, puissance active consommées par un dipôle (D) :

i. puissance instantanée :

Soit un dipôle (D) supposé **passif** (récepteur de puissance électrique), équivalent à une **impédance**. Supposons que s'applique à ses bornes la tension $u(t)$, et que le parcourt le courant d'intensité $i(t)$, ces deux grandeurs étant définies en **convention récepteur**.

La **puissance électrique instantanée** consommée par (D) est donnée par la loi de JOULE :

$$p(t) = u(t) \times i(t)$$

Elle s'exprime en Watt (W).

Si $u(t)$ est $i(t)$ sont T-périodiques, alors $p(t)$ est T/2-périodique.

ii. puissance active :

La **puissance active** consommée par (D) est la moyenne temporelle de $p(t)$ effectuée :
- sur un temps τ très supérieur à la période T caractéristique de u(t),
- ou sur une période T de u(t) si $u(t)$ est T-périodique.

$$P_a = < p(t) >_T = < u(t) \times i(t) >_T = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \times i(t) \, \mathrm{d}t$$

iii. grandeurs efficaces en régime alternatif :

En régime alternatif (T-périodique), on définit les valeurs efficaces comme suit :

$$U_{eff} = \left[\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t)\mathrm{d}t \right]^{1/2} \quad \text{et} \quad I_{eff} = \left[\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t)\mathrm{d}t \right]^{1/2}$$

iv. **cas du régime sinusoïdal établi :**

Si $\boxed{u(t) = U_m \cos(\omega t + \Phi_u)}$ et $\boxed{i(t) = I_m \cos(\omega t + \Phi_i)}$, où les phases sont choisies dans $]-\pi; +\pi]$, alors :

$$p(t) = \frac{1}{2} U_m I_m [\cos(\Phi_u - \Phi_i) + \cos(2\omega t + \Phi_u + \Phi_i)]$$

En régime sinusoïdal établi la tension efficace et l'intensité efficace sont données par :

$$\boxed{U_{eff} = \left[\frac{1}{T}\int_0^T U_m^2 \cos^2(\omega t + \Phi_u)\mathrm{d}t\right]^{1/2} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}} \text{ et } \boxed{I_{eff} = \left[\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \cos^2(\omega t + \Phi_i)\mathrm{d}t\right]^{1/2} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}}$$

La puissance active consommée par (D) s'écrit :

$$\boxed{P_a = \frac{1}{2} U_m I_m \cos(\Phi) = U_{eff} I_{eff} \cos(\Phi)}$$

La différence $\boxed{\Phi = \Phi_u - \Phi_i}$ ramenée dans $]-\pi; +\pi]$ modulo 2π, est l'avance de phase de $u(t)$ sur $i(t)$.

Le nombre $\cos(\Phi)$ **est le facteur de puissance du dipôle (D).**

Si le dipôle (D) est passif, sa résistance est positive et $\Phi \in [-\pi/2\,;\,\pi/2]$ et son facteur de puissance est positif.

v. **régime sinusoïdal établi avec passage en représentation complexe :**

$\underline{u} = U_m \exp(\mathrm{j}\Phi_u)$	$\underline{i} = I_m \exp(\mathrm{j}\Phi_i)$	$\underline{Z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}} = \frac{U_m}{I_m}\exp(\mathrm{j}\Phi)$	$\mid \underline{Z} \mid = \mathscr{Z} = \frac{U_m}{I_m}$
impédance complexe $\underline{Z} = \mathscr{R} + \mathrm{j}\,\mathscr{X}$	résistance $\mathscr{R} = \mathscr{R}_e(\underline{Z}) = \mathscr{Z} \times \cos(\Phi)$	réactance $\mathscr{X} = \mathscr{I}_m(\underline{Z}) = \mathscr{Z} \times \sin(\Phi)$	$\Phi = arg(\underline{Z})$
	positive pour (D) passif		

— **(D) est de nature inductive si** $\Phi \in]0; \pi/2[$ **:**

La tension $u(t)$ est effectivement en avance de phase sur le courant $i(t)$ et $\mathscr{X} > 0$: le dipôle (D) est de **réactance positive**.

— **(D) est de nature capacitive si** $\Phi \in]-\pi/2; 0]$ **:**

La tension $u(t)$ est effectivement en retard de phase sur le courant $i(t)$ et $\mathscr{X} < 0$: le dipôle (D) est de **réactance négative**.

— **(D) est purement résistif si** $\Phi = 0$ **:**

En ce cas, $u(t)$ et $i(t)$ sont en phase et la réactance de (D) est nulle.

— **(D) est une capacité pure si** $\Phi = -\pi/2$ **:** On a : $\underline{Z} = \frac{1}{\mathrm{j}C\omega}$ et $P_a = 0$: aucune puissance active n'est consommée.

— **(D) est une inductance pure si** $\Phi = \pi/2$ **:** On a : $\underline{Z} = \mathrm{j}L\omega$ et $P_a = 0$: aucune puissance active n'est consommée.

2. Pertes en ligne :

Les filiales d'EDF, RTE pour la haute tension (HT) : $V_{eff} > 20$kV) et ENEDIS pour la moyenne et basse tension (220V< V_{eff} <20 kV), acheminent et distribuent la puissance électrique à l'usager (industriel ou particulier).

Le plus souvent, ces distributeurs facturent uniquement la puissance active totale P_a à l'usager. Mais ils subissent des pertes dans les lignes, d'autant plus importantes (ramenées au kWh) que le facteur de puissance $\cos(\phi)$ de l'installation globale est plus faible.

L'électricien agréé qui valide l'installation électrique vérifie que ce facteur dépasse une valeur minimale $\cos(\phi_m)$:

$$\cos(\phi) > \cos(\phi_m) = \cos(0.38)$$

À chaque gros consommateur (site industriel raccordé directement à la HT), le distributeur RTE applique en hiver et en heures pleines, un barème compliqué de tarification dépendant de la puissance active $P_a = V_{eff} I_{eff} \cos(\phi)$ et de la puissance réactive $P_r = V_{eff} I_{eff} \sin(\phi)$ consommées.

Sur la figure 3, on a représenté la ligne comme une association-série d'une résistance R_{li} et d'une auto-inductance L_{li}. Posons alors, dans une hypothèse de signaux sinusoïdaux :

$$v(t) = V_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t + \phi_v) \quad \text{et} \quad e(t) = E_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t + \phi_e) \quad \text{avec} \quad V_{eff} = 230\,V \quad \text{et} \quad \omega = 314 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}.$$

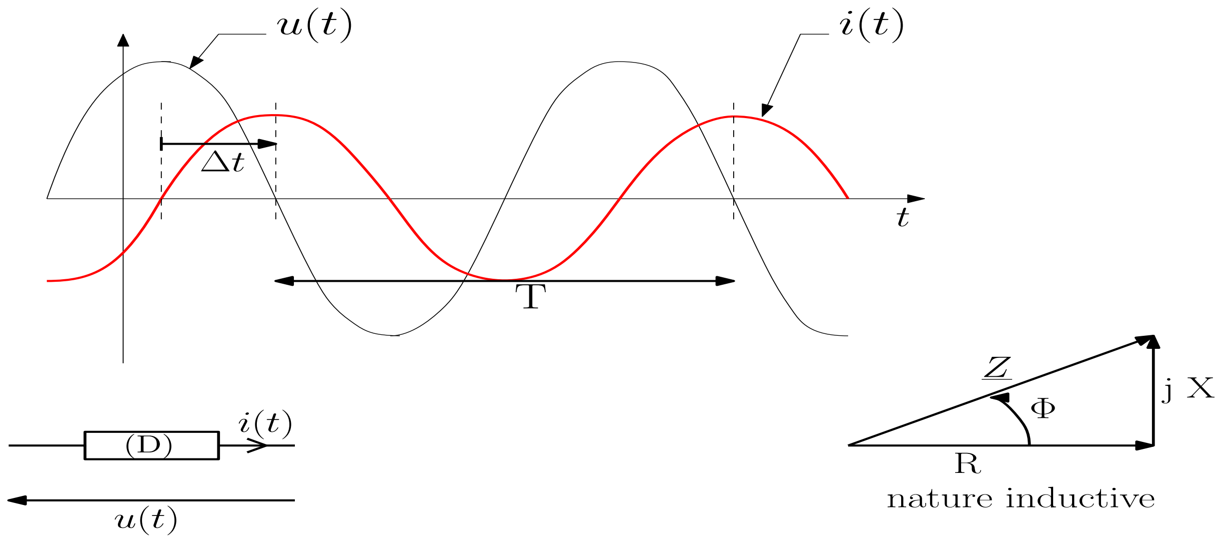

FIGURE 1 – Cas du dipôle passif de nature inductive.

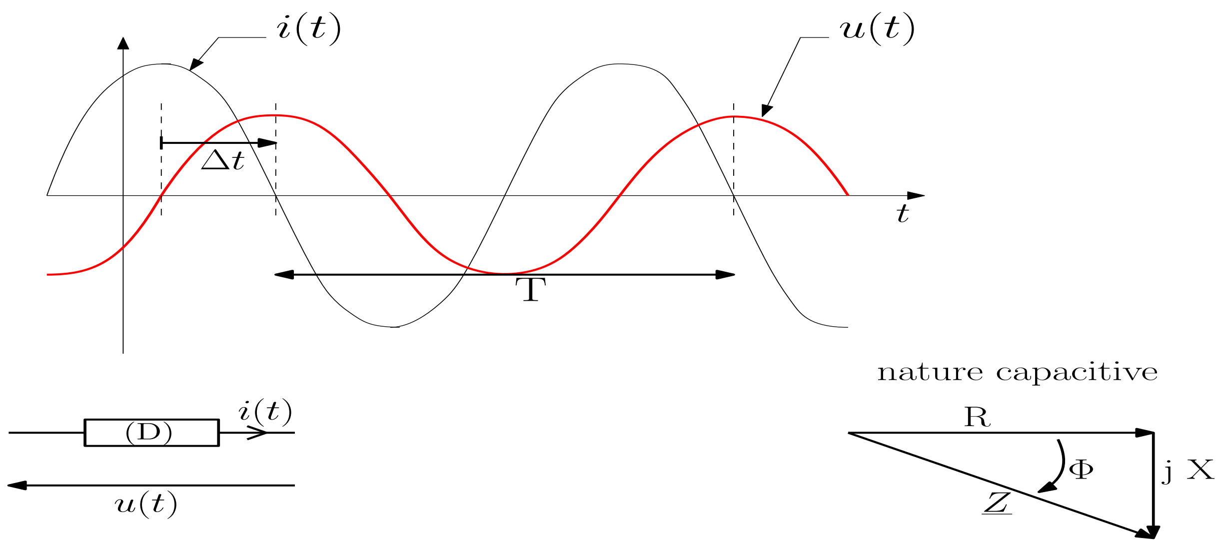

FIGURE 2 – Cas du dipôle passif de nature capacitive.

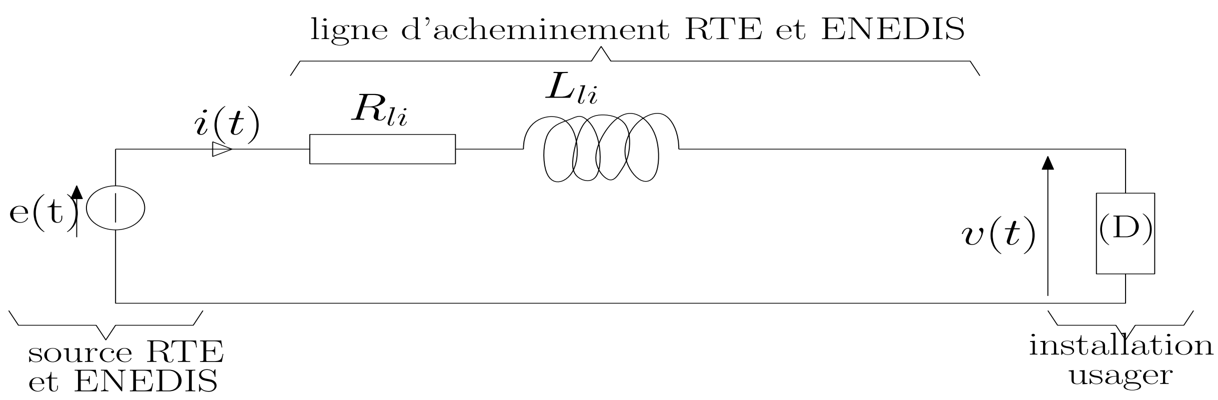

FIGURE 3 – Fourniture de puissance électrique à un site (industriel ou domestique).

Exemple illustratif :

Soit un dipôle (D) de module d'impédance Z=230 Ω, alimenté par un distributeur sous la tension efficace $V_{eff} = 230$ V, par une ligne électrique de résistance $R_{li} = 100\,\Omega$.

Un petit calcul indique que le courant efficace appelé par (D) est : $I_{eff} = \frac{V_{eff}}{Z} = 1$ A.

En notant P_a la puissance active consommée par (D), P_{li} la puissance perdue par effet Joule dans la ligne et P_{source} la puissance active délivrée par la source de fem e(t), compléter et commenter le tableau suivant :

1^{er} cas :	$\cos(\phi_v) = 0.8$	$P_a =$ W	$P_{li} =$ W	$P_{source} =$ W	$\frac{P_{li}}{P_a} =$
2^{eme} cas :	$\cos(\phi_v) = 0.2$	$P_a =$ W	$P_{li} =$ W	$P_{source} =$ W	$\frac{P_{li}}{P_a} =$

II. Mesure de puissance active consommée par un dipôle (D) passif, au wattmètre :

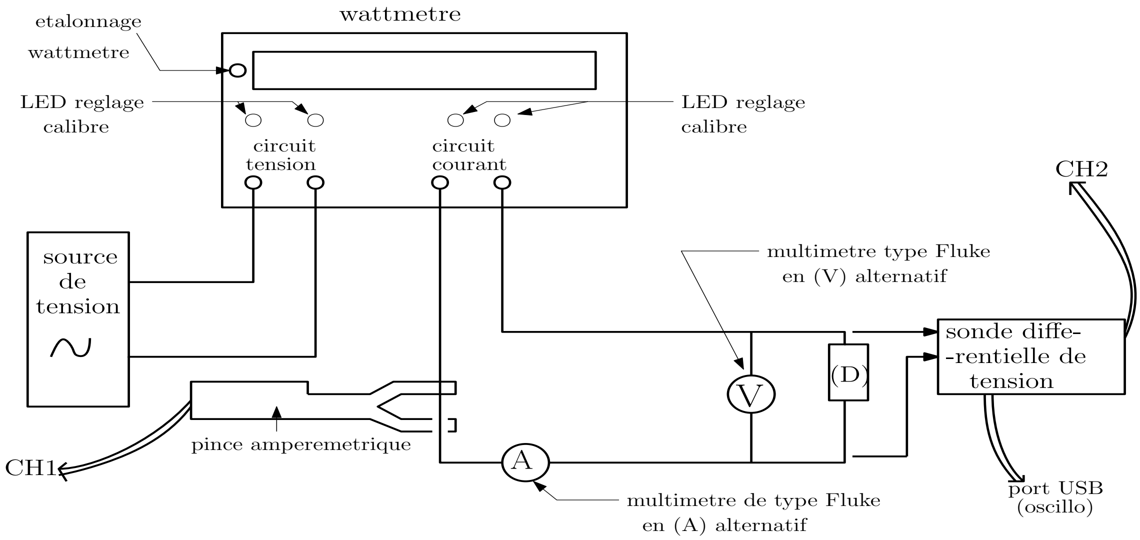

FIGURE 4 – Mesure de la puissance active consommée par un dipôle (D).

On veut caractériser le comportement en régime sinusoïdal de pulsation ω, d'un dipôle (D) passif, réductible à une impédance $\underline{Z}(j\omega)$. Les grandeurs à mesurer sont :

— l'avance ϕ de phase entre la tension $u(t)$ aux bornes de (D) et le courant $i(t)$ circulant dans (D), en convention récepteur ;

— la puissance active P_a absorbée par (D).

1. L'utilisation du wattmètre :

Le wattmètre (W) possède :

— un affichage numérique direct ;

— deux séries de deux bornes d'entrée, la première série correspondant au circuit-tension (où l'on amène la tension de la source d'alimentation), la seconde série correspondant au circuit-courant (destiné à alimenter le dipôle (D) dont on souhaite mesurer la puissance P_a) ; voir figure 4 ;

— une aide au choix des calibres par des voyants rouges (à LED) : lorsqu'un calibre est mal choisi, un voyant rouge s'allume du côté où il faut tourner le sélecteur de calibre ;

— un *petit potentiomètre noir* situé à gauche de son écran d'affichage, permettant d'étalonner l'appareil.

Le wattmètre doit impérativement être étalonné dans la plage de puissance où il va fonctionner, juste avant une série de mesures.

2. (D) est un rhéostat de résistance R variable :

Dans cette section, on veut étalonner le wattmètre, valider la loi de Joule $P_a = R \times I_{eff}^2 = \frac{U_{eff}^2}{R}$ valable en BF.

Avec les appareils à disposition, mettre au point un protocole d'étalonnage du wattmètre, puis de validation de la loi de Joule, liant la puissance active P_a consommée par un résistor au courant efficace I_{eff} qui le parcourt et à sa résistance R.

Réalisation du montage : réaliser le schéma du montage de figure 4, qui inclut le rhéostat, une source de tension sinusoïdale, un wattmètre, un multimètre numérique type Fluke, une pince ampèremétrique, une sonde différentielle de tension.
Relier la source de tension au circuit-tension du (W) et le rhéostat à son circuit-courant !

Choisir le mode (A~ ou V~) du multimètre, selon qu'il est en série ou en parallèle avec le rhéostat, choisir les bornes d'entrée *ad hoc* et le calibre *ad hoc* du multimètre.

Expériences : Procéder à des mesures permettant d'étalonner le Wattmètre (on opte pour les calibres indiqués par les LED rouges, et on tourne le petit potentiomètre noir pour visualiser la valeur attendue théoriquement).

Une fois étalonné le (W), vérifier la véracité de la loi $\mathscr{P} = R \times I_{eff}^2$. On réfléchira à une méthode statistique de validation d'une loi.

3. (D) est une bobine d'inductance en série avec un rhéostat :

Réalisation du montage de la figure 4 :
La bobine orange, éventuellement associée à un noyau de fer doux, est équivalente à une autoinductance L en série avec une résistance interne r_0. On lui adjoint en plus, en série, un rhéostat de résistance R variable.

Tracer le montage électrique complet puis le réaliser.
Question théorique : Faire un diagramme de Fresnel dans le plan complexe, des tensions complexes intervenant lorsqu'on alimente le dipôle (D) par un courant $i(t)$, sous une tension $u(t)$.
Exprimer ϕ, l'avance de phase de $u(t)$ sur $i(t)$, à l'aide des paramètres $((R, r_0, L, \omega)$.

Expériences : Procéder aux mesures aptes à valider expérimentalement la loi reliant P_a , U_{eff} , I_{eff} et ϕ , puis la loi reliant P_a , R r_0 et I_{eff}.

Exploitation des mesures : Donner le résultat de la mesure de L et de r_0, incertitudes comprises.

4. Relèvement du facteur de puissance d'un dipôle de nature inductive :

Réalisation du montage : Le dipôle (D) est celui de la figure 5. On le place dans le montage de la figure 4, avec à ses bornes, la sonde différentielle de tension, et en série avec lui, la pince ampèremétrique. Choisir des composants comme indiqués en figure 5.

Question théorique : Compléter la figure 6 avec des angles.

Question théorique : Montrer que la présence du condensateur dans le dipôle (D) augmente son facteur de puissance de $\cos(\phi)$ à $\cos(\phi')$.

Question théorique : Quelle valeur faut-il donner à C pour doubler ce facteur ?

Expériences : Mesurer la puissance active P_a (au wattmètre) consommée par (D) et le facteur de puissance de (D), sans puis avec le condensateur de capacité C.

Exploitation des mesures : Vérifier la cohérence entre calculs théoriques et mesures expérimentales. Les incertitudes permettent-elles cette vérification ?

Le wattmètre a-t-il besoin d'un nouvel étalonnage ? Procéder à cet étalonnage si besoin est.

On note $\underline{Z} = (R + r_0) + \mathrm{j}\, L\omega$.

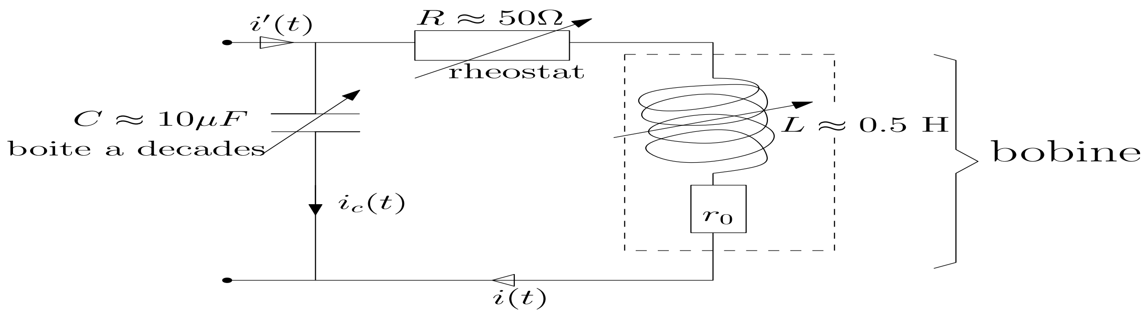

FIGURE 5 – Le dipôle (D) de nature inductive.

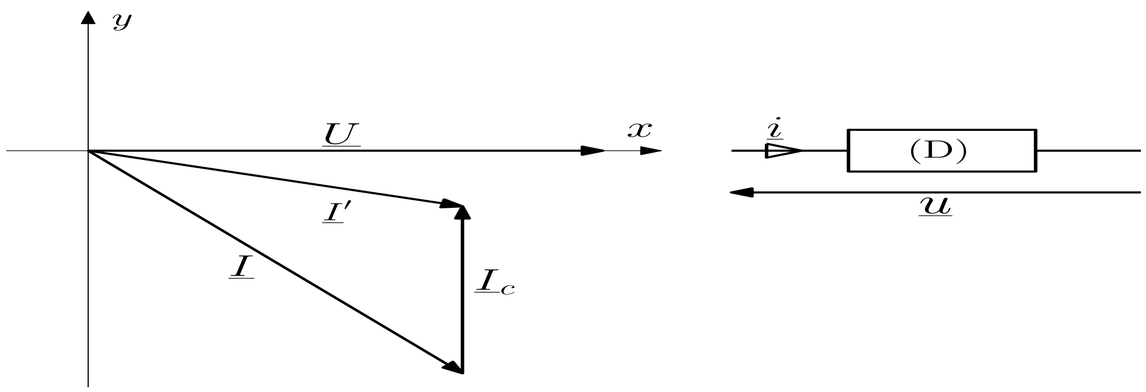

FIGURE 6 – Diagramme de Fresnel du relèvement de facteur de puissance.