Travail Pratique d'optique : réseau plan de diffraction en conditions de Fraunhoffer

Sécurité :

S'éclairer avec la lampe de bureau lors de tout branchement ou débranchement d'une lampe spectrale à décharges sur son transformateur.

Ne jamais regarder le faisceau laser directement, ni amener un camarde à le faire.

Ne jamais observer la lumière émise par la lampe à décharges au mercure (Hg), ni directement, ni à travers un réseau.

Matériel :

Un spectroscope-goniomètre muni d'un collimateur, d'une lunette auto-collimatrice, d'un plateau porte-réseau. Un réseau

Des lampes spectrales à décharges de toute sorte (sauf à Hg).

Un ordinateur muni d'un logiciel de traitement de données.

Un laser He-Ne monomode.

Une diapositive de fentes de Young et un dispositif support.

Un écran millimétré portatif ou sur le mur.

Un mètre à dérouleur.

I. Théorie de la diffraction à l'infini d'une OPPS monochromatique par un réseau plan

1. Problème géométrique :

Le réseau plan est une plaque plane de verre à faces parallèles striée régulièrement de traits équidistants de d. On l'assimile à une série de N fentes parallèles identiques et régulièrement réparties sur une plaque plane transparente. Le pas est $n = \frac{1}{a}$.

On envisage d'éclairer le réseau par une OPPS monochromatique de longueur d'onde λ . Plus physiquement, le réseau est supposé éclairé par un faisceau de rayons parallèles possédant tous sensiblement l'angle d'incidence θ_i et à une longueur d'onde λ .

On s'intéresse *a priori* à l'OPPS diffractée et transmise à l'infini par le réseau, sous l'angle d'émergence θ_p (figure 1).

Définition : on est dans la condition de Fraunhoffer de la diffraction à l'infini, si l'on observe la lumière diffractée :

- sur un écran plan distant du réseau d'une distance z telle que : $z \gg \frac{a^2}{\lambda}$,
- ou sur un écran plan situé dans le plan focal image d'une lentille convergente de focale f' telle que : $f' \gg \frac{a^2}{\lambda}$,
- ou à l'œil, à travers une lunette réglée sur l'infini, lunette dont on tourne le corps, de façon à aligner son axe optique sur la direction d'émergence θ_p .

Ici, $a = 10^{-5}$ m. Vérifier que la condition de Fraunhoffer est très peu restrictive.

_			
1			

2. Interférences et diffraction expliquent le caractère dispersif du réseau :

Le réseau plan est un interféromètre à N ondes où N est le nombre total de « fentes » éclairées par l'onde incidente.

Le schéma de la figure 2, propose un agrandissement de deux rayons lumineux parallèles passant par deux traits adjacents du réseau, d'angle d'incidence $\theta_i i$, donnant deux rayons émergents du réseau sous l'angle d'émergence θ_p .

Exprimer la différence de marche δ acquise à l'infini dans la direction d'émergence θ_p . Donner la condition assurant des interférences constructives à l'infini, dans la direction θ_p , en fonction de λ , a, θ_i et de l'ordre p d'interférences. Préciser le sens d'orientation des angles d'incidence et d'émergence, pour écrire une loi algébrique.

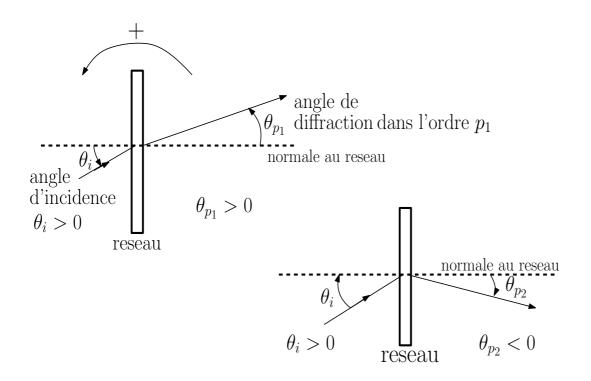


Figure 1 – Conventions de signe pour les angles.

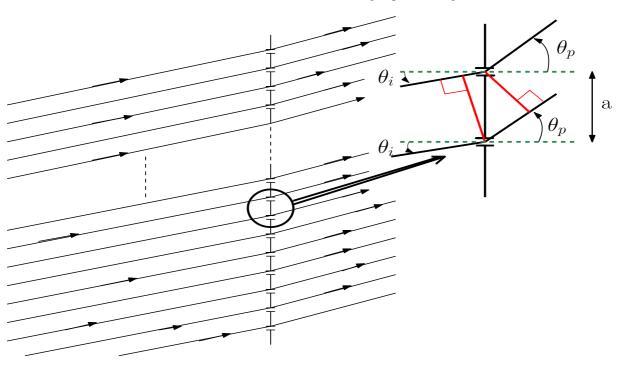
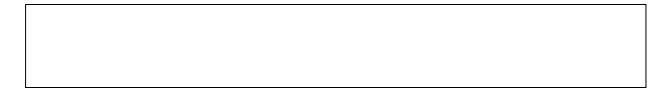


Figure 2 – Zoom sur deux fentes consécutives.



Réponse : $\sin(\theta_p) = \sin(\theta_i) + \frac{p \lambda}{a}$ où : $p \in \mathbb{Z}$.

Cette loi, appelée « formule du réseau », est la condition d'interférences constructives d'ordre *p* de cet interféromètre à N ondes.

3. Déviation D et existence d'un angle d'incidence faisant passer D par un minimum :

On définit la déviation D à l'aide des angles θ_i et θ_p par

$$D = -\theta_i + \theta_p$$

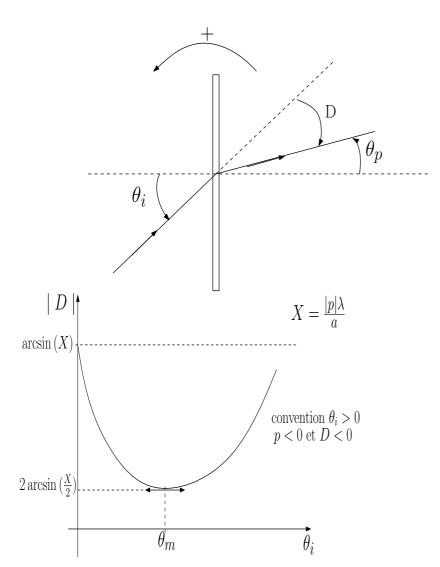


FIGURE 3 – Déviation d'un rayon incident dans l'ordre p. Courbe de déviation en fonction de l'incidence.

Théorème :

Pour tout couple $(p, \lambda) \neq (0, 0)$, on montre en différentiant les lois, que la courbe $\theta_i \mapsto |D_{(p,\lambda)}|$ (θ_i) passe par un minimum que nous notons $(\theta_{i_m}, |D_{(p,\lambda)_m})|$, tel que :

$$\mid \theta_{i_m} \mid = \theta_m \text{ avec } \sin(\theta_m) = \frac{\mid p \mid \lambda}{2 a}.$$

Démonstration:

$$dD = 0$$
 et $\sin(\theta_p) = \sin(\theta_i) + \text{cte}$

$$\Leftrightarrow d\theta_p = d\theta_i \text{ et } \cos(\theta_i) = \cos(\theta_p)$$

L'unique solution de ce système correspondant à un ordre p non nul est telle que :

$$\theta_i = -\theta_p = -\arcsin\left(\frac{p\lambda}{2a}\right) = \frac{-p}{|p|} \times \theta_m$$

Remarque : le signe de l'ordre p est conventionnel car procède de la convention de signe de l'angle θ_i .

4. Exprimer $\sin\left[\frac{|D_{(p,\lambda)_m}|}{2}\right]$ à l'aide de λ , |p|, d.

Réponse : $ D_{(p,\lambda)_m} = 2\arcsin\left(\frac{ p \lambda}{2a}\right)$	

5. Remarquer via un schéma, qu'au minimum de déviation du couple (p, λ) , le réseau est dans le plan médiateur de la direction du rayon incident et de celle du rayon émergent.

II. Réglages des éléments du spectroscope-goniomètre

1. Repérage:

Repérer les différents instruments fixés sur le spectroscope (collimateur (K), lunette auto-collimatrice (LAC), plateau porte-réseau).

Remarque : les horizontalités sont supposées faites.

2. Réglage de la lunette auto-collimatrice (LAC) :

- i. Brancher la lampe spectrale à sodium sur son transformateur et la placer devant la fente du collimateur (K).
- ii. Visionner une vidéo (voir les deux liens suivants) :

https://www.bing.com/videos/riverview/relatedvideo?&q=rÃl'glage+lunette+autocollimatrice+spectroscope+goniomÃltre+video&qpvt=rÃl'glage+lunette+autocollimatrice+spectroscope+goniomÃltrvideo&mid=7E3E0F5F4BF8CE19A2AA7E3E0F5F4BF8CE19A2AA&&FORM=VRDGAR

 $\label{limit} https://www.bing.com/videos/riverview/relatedvideo?\&q=r\~Al'glage+collimator+spectroscope+goniom\~Altre+OVIO\&\&mid=3264B4D4A0B72BCB91693264B4D4A0B72BCB9169\&\&FORM=VRDGAR$

iii. - Mettre ses lunettes ou ses verres de contact si l'on en porte.

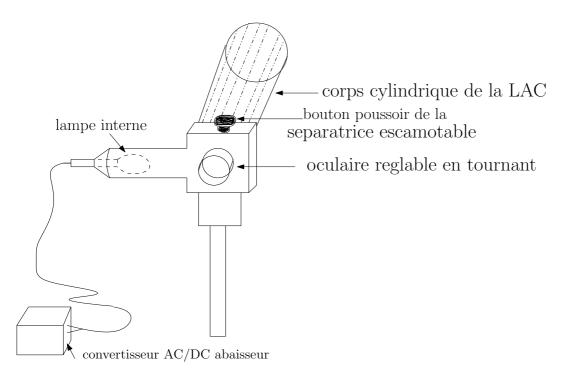


Figure 4 – LAC vue depuis l'oculaire.

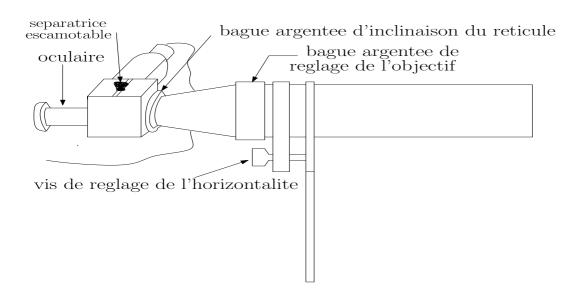


FIGURE 5 – LAC de profil.

iv. Les étapes du réglage de la LAC:

- A. Orienter la (LAC) en direction de la sortie du collimateur (K). Régler l'oculaire à sa vue, en tournant le cylindre noir où il se trouve, de façon à voir le réticule (mire) sans fatigue, sans bander les muscles oculaires (sans accommoder), et avec netteté.
- B. Si le réticule n'est pas une croix verticale/horizontale, tourner la bague argentée rugueuse jusqu'à ce qu'il le soit.
- C. Mettre en place à 45°, dans le cube, la lame séparatrice (semi-transparente semi-réfléchissante), en actionnant le bouton-poussoir fixé sur le dessus du cube.
- D. Brancher sur son transformateur la lampe interne à la LAC.
- E. Coller le miroir sur la face d'entrée de la (LAC) du côté du réseau.
- F. Une seconde image du réticule apparaît. Tourner alors la bague rugueuse ou la molette argentée actionnant l'objectif, pour voir deux images nettes du réticule, sans accommoder, à travers la (LAC).
- G. Débrancher la lampe interne.
- H. Replier la lame séparatrice (semi-transparente, semi-réfléchissante) à l'aide du bouton-poussoir situé sur le dessus du cube.
 - Le réglage de la (LAC) est terminé.

3. Réglage du collimateur :

- i. Élargir la fente d'entrée (F) du collimateur à l'aide d'une vis.
- ii. Par tirage manuel ou *via* la molette argentée, translater la lentille située dans le collimateur jusqu'à ce que l'image de la fente d'entrée (F) vue à travers la (LAC) soit nette au point d'y voir des poussières et aspérités.
- iii. Refermer la fente (F) de sorte que son image vue dans la (LAC) soit un très fin trait.
 Le réglage du collimateur est terminé.

III. Utilisation du spectroscope avec la lampe spectrale à décharges dans la vapeur de Na:

Connaissant le spectre de la lampe spectrale à Na, on veut observer les spectres de diffraction donnés par le réseau, et vérifier la précision du spectroscope à réseau et à goniomètre.

1. Observation des spectres :

— Pour un angle d'incidence θ_i quelconque, observer les spectres colorés visibles à travers la LAC. Repérer les spectres d'ordres respectifs 1, 2, 3 ... puis -1, -2, -3 etc....

— À partir de quelle valeur absolue |p| de l'ordre, y a-t-il chevauchement des spectres? Comment faire pour repérer la raie rouge d'ordre p?

— La dispersion du réseau, pour le couple (θ_i, p) est la grandeur :

$$\frac{\mathrm{d}\theta_p}{\mathrm{d}\lambda}$$
.

Est-elle constante ? Comment évolue-t-elle avec |p|?

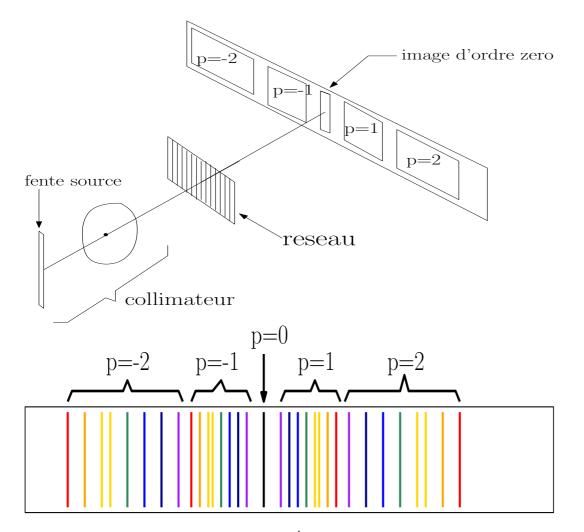


Figure 6 – Étalement des spectres de diffraction.

2. Mesure d'une longueur d'onde de raie spectrale :

- i. Choisir un ordre p (1 ou 2) que l'on gardera le long de la série des mesures. Pour chacune des raies λ de la lampe, chercher l'angle d'incidence pour lequel la déviation est minimale :
 - Lorsqu'on tourne le plateau du réseau, la direction de la raie émergente ne peut pas être plus proche de celle du faisceau incident. Quand on tourne ce plateau, la direction de la raie émergente se rapproche de celle du faisceau incident puis fait demi-tour (rebrousse chemin).
 - En regardant dans le champ de la LAC, se placer à la position du plateau correspondant au point de rebroussement. Bloquer le plateau.
 - Aligner alors le réticule vertical de la LAC sur l'image donnée par la LAC de la raie.

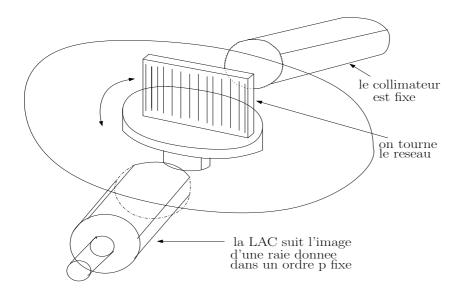


Figure 7 – Positionner le réseau au minimum de déviation pour une raie et un ordre fixés au départ.

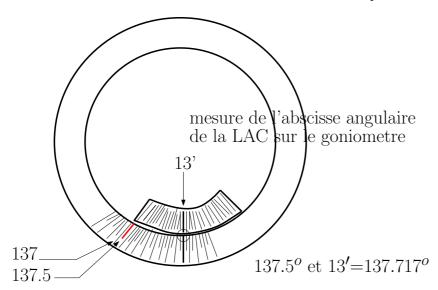


Figure 8 – Mesure au goniomètre.

	_	Relever la position angulaire α_1 de la LAC.
ii.	Ref	aire cette routine pour l'incidence symétrique, dans l'ordre $-p$. Noter la position angulaire α_2 de la LAC.
iii.	Moi	intrer que : $ D_{(p,\lambda)_m} = \frac{ \alpha_2 - \alpha_1 }{2}. $

3. Exploitation du point expérimental

i. Pour un ordre p donné (= 1 ou 2), le réseau utilisé correspond à l'étalonnage suivant, où $f_p(\lambda) = \sin\left(\frac{D(p,\lambda)m}{2}\right)$:

λ (nm)	400	450	500	550	600	650	700	750	800
$p=1: f_1(\lambda)$	0.1000	0.1125	0.1250	0.1375	0.1500	0.1625	0.1750	0.1875	0.2000
$p=2: f_2(\lambda)$	0.2000	0.2250	0.2500	0.2750	0.3000	0.3250	0.3500	0.3750	0.4000

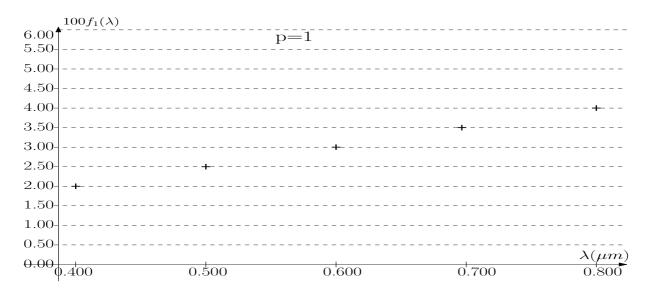
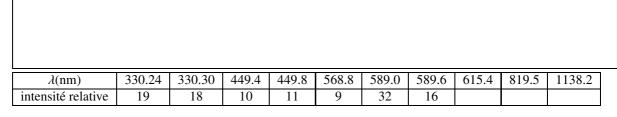


Figure 9 – Courbe d'étalonnage du réseau dans l'ordre p=1.

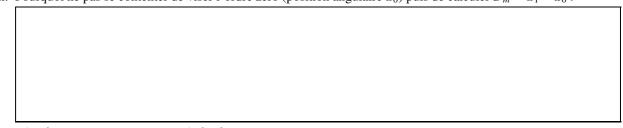
- Calculer le pas n à partir de la valeur-constructeur de a.
- Placer le point expérimental sur l'une des deux droites d'étalonnage (selon la valeur de p choisie) et en déduire la longueur d'onde de la raie utilisée.

- I	- Evaluer les incertitudes.							

ii. Comparer la valeur obtenue avec les longueurs d'onde tabulées du spectre d'émission de Na.



iii. Pourquoi ne pas se contenter de viser l'ordre zéro (position angulaire α_0) puis de calculer $D_m = \alpha_1 - \alpha_0$?



4. Pouvoir séparateur du spectro-gonio à réseau :

Le pouvoir séparateur du spectroscope à réseau dans l'ordre p, est la plus petite différence $(\Delta \lambda)_{min}$ qu'il est capable de détecter entre les deux raies λ et $\lambda + \Delta \lambda$ d'un doublet. La théorie indique qu'il vaut :

 $(\Delta \lambda)_{min} = \frac{\lambda}{Np}$ où N est le nombre des traits du réseau éclairés par le collimateur.

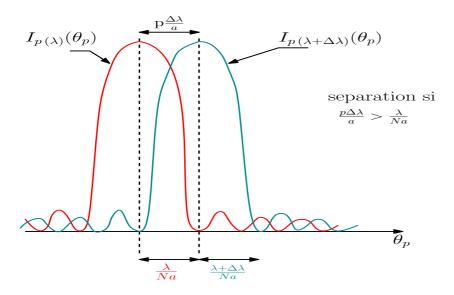


FIGURE 10 – Limite de séparation des deux fentes-images données par λ et $\lambda + \Delta \lambda$ dans l'ordre p.

Ici, on a sensiblement N = 800. On suppose une différence détectée, dès que l'œil commence juste de percevoir deux images collées l'une à l'autre, à travers la (LAC).

Vérifier cette théorie pour le doublet jaune du sodium : [589.0; 589.6nm].

IV. Figure d'interférences et de diffraction par un système de deux fentes de Young :

La figure 11 donne le dispositif de l'interféromètre de Young et le graphe de l'intensité lumineuse (valeur relative ramenée à son maximum) relevée sur un écran situé à distance D = 1m, du plan des fentes de Young. L'abscisse x (en mètre) est comptée le long d'un axe Ox de l'écran, perpendiculaire à chaque fente.

L'expérience a été faite avec les paramètres suivants :

$$\lambda = 632 \text{nm}$$
; $D = 1 \text{m}$; $a = 100 \mu \text{m}$; $b = 800 \mu \text{m}$.

La théorie de la diffraction et des interférences établit :

$$I(x) = \frac{I_0}{2} \times \underbrace{\left(\operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi \, a \, x}{\lambda \, D}\right)\right)}_{fnction \ diffraction \ par \ 1 \ fente} \times \underbrace{\left(1 + \cos\left(\frac{2 \, \pi \, x \, b}{\lambda \, D}\right)\right)}_{fonction \ interferences}$$

Théorie:

Exprimer la période spatiale i (appelée interfrange) de la fonction-interférences sur l'écran, en fonction de b, D, λ .

Relier (à ± 1), le nombre N de franges visibles dans la frange centrale de diffraction à b et a.

Mesures:

Compter le nombre N des franges visibles dans la frange centrale de diffraction sur l'écran.

Mesurer la distance D et l'interfrange i d'interférences. Donner les plages d'incertitudes correspondantes.

Sachant que le laser He-Ne monomode émet une raie de longueur d'onde $\lambda = 632.8$ nm, déduire a et b des mesures.

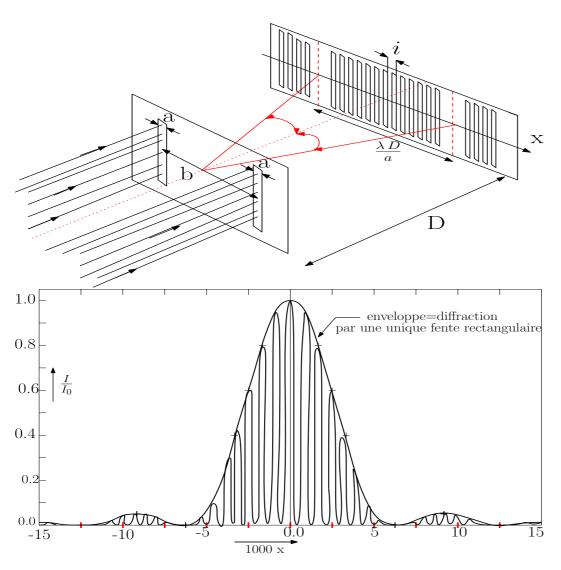


Figure 11 – Dispositif et intensité lumineuse produite sur un écran, par un plan percé de deux fentes de Young.