

## TP3 : multiplication de deux signaux sinusoïdaux de même fréquence à l'aide du multiplieur ; applications.

### Matériel

- Deux GBF fournissant les *waveforms* [sinus, en créneaux, triangle], d'ajouter une composante continue (*offset*) à l'aide d'un bouton de réglage, de régler l'amplitude et la fréquence.
- Deux multiplieurs AD633. Chacun de ces composants est monté sur une plaquette rectangulaire (fig. 1) et :
  - se polarise avec une alimentation continue symétrique  $[-15\text{V}; 0; +15\text{V}]$  et **sa polarisation doit lui être apposée avant toute tension** issue d'un générateur.
  - possède, comme un ALI 081, des impédance d'entrées quasi-infinies et des limitations ( $i_{\mu_{smax}}, \sigma, \pm V_{sat}$ ),
  - permet l'addition d'un signal  $Z(t)$  au produit des tensions  $X(t)$  et  $Y(t)$ , possibilité que nous n'utiliserons pas ce qui nous obligera à **mettre systématiquement la borne d'entrée de  $Z(t)$  à la masse via un fil**. Le logo-bloc du multiplieur est donné en figure (??).
- Une centrale d'acquisition SYSam SP5,
- Un ordinateur muni du logiciel Latispro, Python,
- Un circuit déphaseur pur à ALI, (câblé sur plaquette en résine), dont l'ALI doit être alimenté par une alimentation continue en  $[-15; 0; +15\text{V}]$ , de transfert  $\underline{H}_d = \frac{1-j\frac{\omega}{\omega_0}}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$ , avec  $\omega_0 = 32\pi \text{ rad.s}^{-1}$ ,
- Une plaquette LAB, des ALI et des composants Radiospare, des diodes à jonction,
- Des multimètres numériques Fluke.

### TP3A - Transmission d'un signal informatif avec modulation d'amplitude - démodulation cohérente

#### Intérêt de la modulation :

La transmission d'un signal informatif  $s_m(t)$  de spectre continu et à support compact  $[f_{min}; f_{max}]$ , dans un canal (milieu à bande passante limitée, absorbant et dispersif) fait appel à la modulation, par le signal  $s_m(t)$ , d'une onde « porteuse » :

$$p(t) = S_p \cos(\omega_0 t)$$

de fréquence beaucoup plus élevée ( $f_0 \gg f_{max}$ ).

La première partie de ce TP s'intéresse à la modulation d'amplitude puis à la démodulation. La seconde partie étudie la détection d'une impédance complexe, (parties réelle et imaginaire), par détection synchrone.

Le composant utilisé dans ces deux parties est le multiplieur AD633, composant intégré en boîtier DIL (puce), réalisant la fonction de multiplication de deux tensions  $X(t)$  et  $Y(t)$  à bornes d'entrées différentielles :

$X(t) = X_1(t) - X_2(t)$
$Y(t) = Y_2(t) - Y_1(t)$
$S(t) = \frac{X(t) \times Y(t)}{10} + Z(t)$

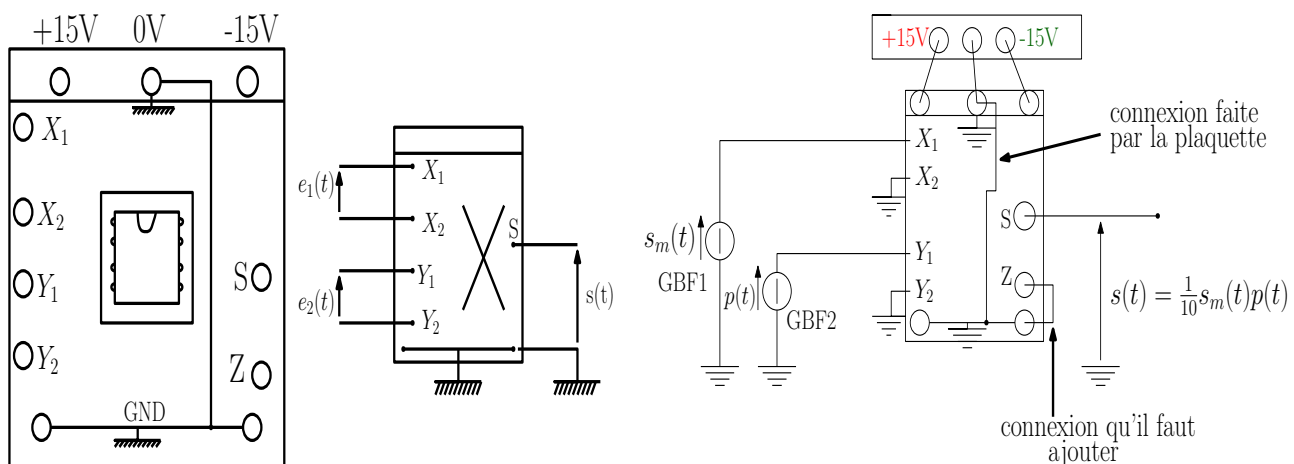


FIGURE 1 – Plaquette du composant multiplieur (à gauche). Module de modulation d'amplitude (à droite).

#### I. La modulation d'amplitude :

Si on utilise le multiplieur (fig 1-droite) comme organe de modulation d'amplitude, le signal modulé s'écrit :

- 1<sup>er</sup> cas : pour un signal modulant  $s_m(t) = S_m [1 + m \cos(2\pi f_m t)]$  de type « sinusoïde à composante continue » :  
 $s(t) = \frac{1}{10} S_m S_p [1 + m \cos(2\pi f_m t)] \cos(\omega_0 t)$  où  $m$  est le taux de modulation (graphes en fig.2 et fig.3).
- 2<sup>eme</sup> cas : pour un signal modulant  $s_m(t)$  dont le spectre est continu et à support compact :

$$s_m(t) = \int_0^{f_{\max}} A_m(f) \sin[2\pi f t + \phi(f)] df,$$

on a :

$$s(t) = \frac{1}{10} \left[ \int_0^{f_{\max}} A_m(f) \sin(2\pi f t + \phi(f)) df \right] S_p \cos(\omega_0 t) = \frac{1}{10} \int_0^{f_{\max}} A_m(f) S_p \sin[2\pi f t + \phi(f)] \cos(2\pi f_0 t) df$$

et on est dans un cas de modulation « double bande à porteuse supprimée ».

- 3<sup>eme</sup> cas : pour un signal modulant alternatif, sans composante continue, de série de Fourier (tout en cosinus) :

$$s_m(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n \cos(n\omega_m t + \varphi_n)$$

il vient :

$$s(t) = \frac{1}{10} \sum_{n=1}^{\infty} \{ \rho_n S_p \cos(n\omega_m t + \varphi_n) \cos[2\pi f_0 t] \}.$$

### 1. Modéliser la modulation d'amplitude par une analyse théorique :

Établir la teneur du spectre du signal modulé dans les 3 cas suivants :

cas	signal modulant	spectre du modulé
1 <sup>er</sup> cas	sinusoïdal pur $s_m(t) = S_m [1 + m \cos(2\pi f_m t)]$	une raie à la fréquence $f_0$ de porteuse deux raies latérales encadrant $f_0$ et d'amplitudes $\frac{m S_p S_m}{20}$
2 <sup>eme</sup> cas	de spectre continu à support compact $s_m(t) = \int_0^{f_{\max}} A(f) \sin(2\pi f t + \phi(f)) df$	deux bandes fréquentielles continues (faire un schéma)
3 <sup>o</sup> cas	alternatif pur (AC) $s_m(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n \cos(n\omega_m t + \varphi_n)$	deux groupes de raies symétriques par rapport à $f_0$ (faire un schéma)

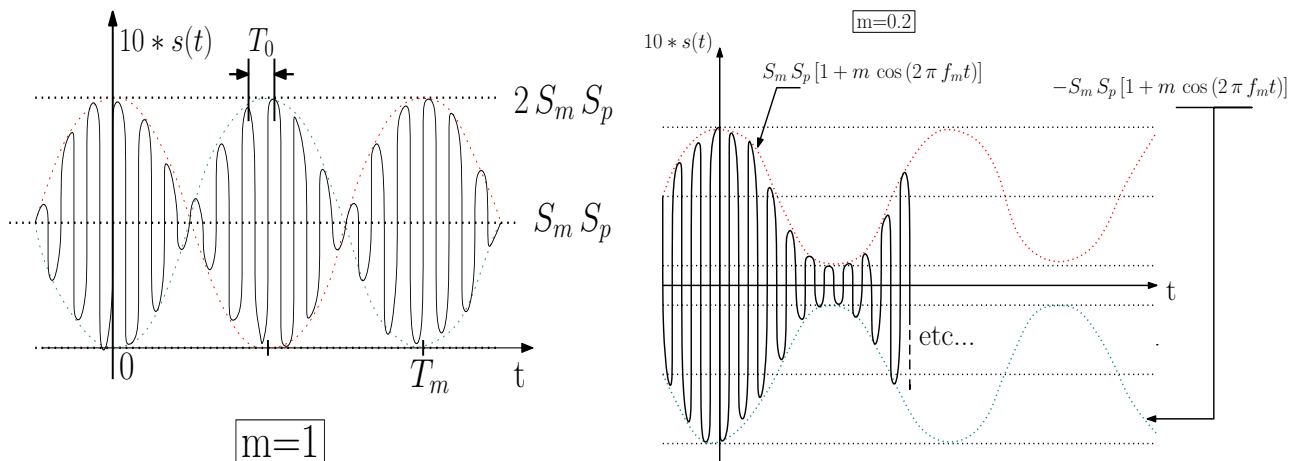


FIGURE 2 – Porteuse modulée par sinusoïde ( $m = 1$ ) (à gauche). Porteuse sous-modulée par une sinusoïde ( $m < 1$ ) (à droite).

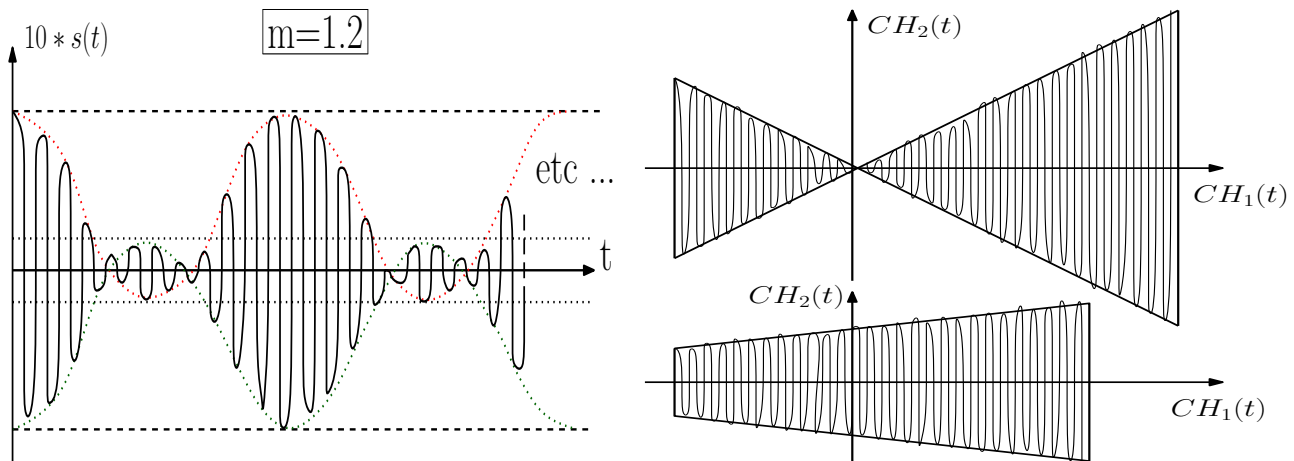


FIGURE 3 – Porteuse surmodulée par sinusoïde ( $m > 1$ ) (à gauche). Méthode du trapèze (à droite).

## 2. Mettre en œuvre pratiquement une modulation :

— On prend systématiquement un signal porteur purement sinusoïdal de fréquence  $f_0 = 35\text{kHz}$ . On fait diverses expériences correspondant aux cas suivants :

- Signal modulant de type « sinusoïde avec composante continue », de fréquence  $f_m = 1\text{ kHz}$ , taux de modulation :  $m = 0,5$ ,  $m = 0,8$  ou  $m = 1$ .
- Signal modulant de type « triangle », ou « en créneaux » sans composante continue.

La synchronisation devra se faire sur le signal modulant pour le confort visuel. Quel générateur impose la masse et où doit-elle être reliée ?

— Dans chacun des cas, tracer à l'ordinateur et imprimer les chronogrammes et les spectres des signaux modulant et modulé. Vérifier la théorie.

— **Détermination du taux de modulation  $m$  dans le cas d'un signal modulant de type « sinusoïde à composante continue » :**

expliquer laquelle de ces trois méthodes vous paraît la plus pertinente :

- méthode 1 : l'étude spectrale,
- méthode 2 : la visualisation des chronogrammes,
- méthode 3 : dite du trapèze (fig 3-droite : placement de l'oscilloscope en mode  $X - Y$  et observation des traces du signal modulé  $s(t)$  en fonction du signal modulant  $s_m$ ) ?
- **PYTHON :** Le programme Python *indice\_modulation.py* (déposé dans dropbox) calcule l'incertitude sur la mesure de  $m$  ( par méthode 2) par simulation Monte-Carlo. Faire tourner ce code Python (en l'adaptant éventuellement) et en déduire l'incertitude-type sur votre mesure de  $m$  :

$$m = \dots\dots\dots; u_m = \dots\dots\dots$$

Conclure.

**La simulation Monte-Carlo est la façon la plus réaliste de calculer une propagation d'incertitudes.**

**Appeler le professeur pour rendre compte des résultats obtenus**

## II. La démodulation cohérente (ou synchrone) d'un signal modulé en amplitude (fig 4) :

Le lieu de la démodulation est très éloigné du lieu où a été faite la modulation (fabrication du signal modulé  $s(t)$  puis l'émission par antenne d'une onde électromagnétique proportionnelle à  $s(t)$ ).

Le but de la démodulation d'amplitude est d'extraire le signal  $s_m(t)$  informatif basse fréquence (modulant) contenu dans l'onde modulée en amplitude.

Si on choisit la technique de la démodulation cohérente (ou synchrone) :

- on multiplie le signal modulé  $s(t)$  par un signal  $p'(t)$  :
  - synchrone de la porteuse  $p(t)$ ,
  - issu d'un *oscillateur local* englobé dans une boucle à verrouillage de phase, boucle qui asservit la phase de  $p'(t)$  à celle de  $p(t)$ .

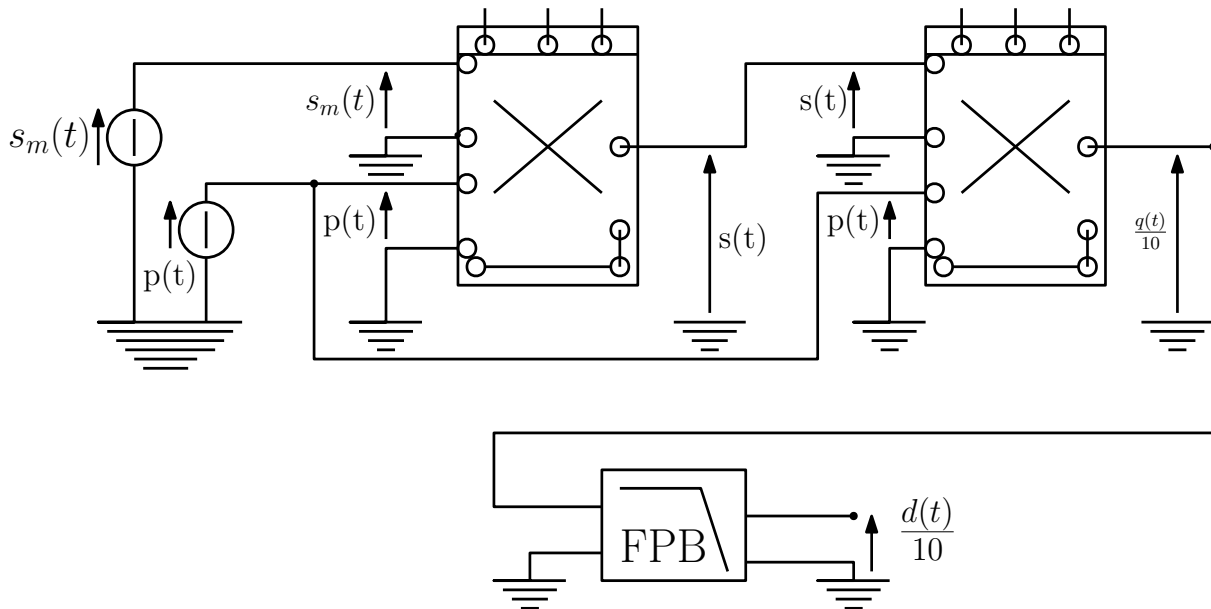


FIGURE 4 – Schéma-bloc de modulation et démodulation synchrone.

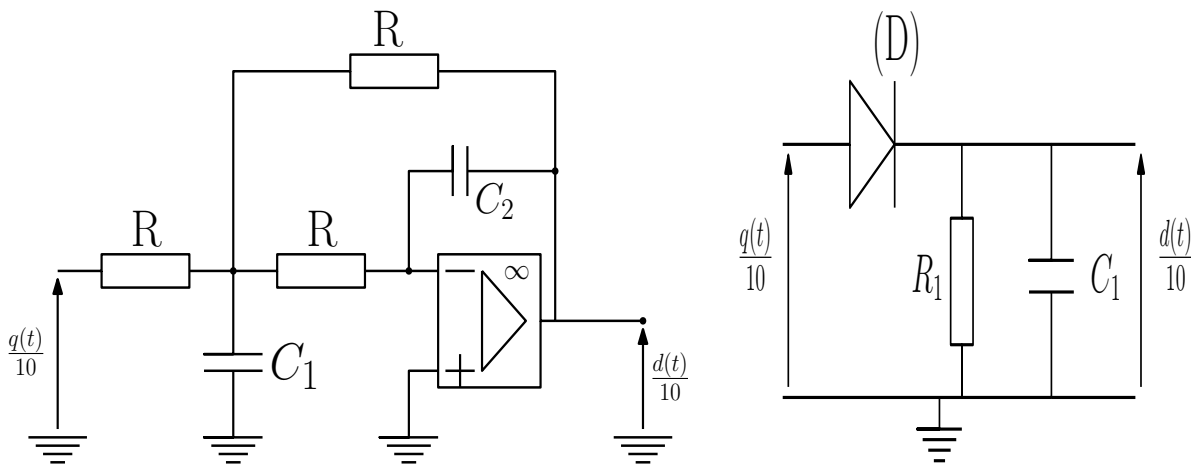


FIGURE 5 – Filtre passe-bas du second ordre (à gauche). Détecteur de crête (à droite).

La multiplication de ces deux signaux par un multiplieur donne le signal  $\frac{q(t)}{10}$ .

- on filtre le signal  $\frac{q(t)}{10}$  par un filtre passe-bas *ad hoc* fournissant un signal  $\frac{d(t)}{10}$  proportionnel au signal modulant  $s_m(t)$  (fig 5-gauche).

Notons que cette technique nécessite de savoir restituer, sur le lieu de la démodulation, un clone  $p'(t)$  de la porteuse  $p(t)$ .

### 1. Modélisation théorique de la démodulation cohérente :

i. Déterminer par le calcul le spectre du signal  $q(t)$  :

- 1<sup>er</sup> cas : signal modulant de type « sinusoïde avec composante continue » :  $s_m(t) = S_m[1 + m \cos(2\pi f_m t)]$ ,
- 2<sup>eme</sup> cas : signal modulant quelconque de spectre continu et à support compact,
- 3<sup>eme</sup> cas : signal modulant alternatif pur (AC) :  $s_m(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n \cos(n \omega_m t + \varphi_n)$ .

ii. Faire un schéma de spectre dans chacun des trois cas.

### 2. Mise en œuvre pratique de la démodulation dans le 1<sup>er</sup> et le 3<sup>eme</sup> cas :

- Tirer un fil pour faire en sorte que  $p'(t) = p(t)$ .
- Câbler sur plaquette LAB le filtre passe-bas actif du second ordre dont le schéma est en figure 5-gauche. On montre que sa fonction de transfert est :

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{d}{q}(j\omega) = \frac{-1}{1 + 3jRC_2\omega - R^2 C_1 C_2 \omega^2} = \frac{-1}{1 + 2j\xi \frac{\omega}{\omega_c} - \left[\frac{\omega}{\omega_c}\right]^2}$$

où :

$$\omega_c = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}} \quad \text{et} \quad 2\xi = \frac{3RC_2}{R \sqrt{C_1 C_2}} = 3 \sqrt{\frac{C_2}{C_1}};$$

- Montrer que si l'on adopte les valeurs  $C_1 = 4,7\text{nF}$  et  $C_2 = 1\text{nF}$ , alors on a  $\xi \approx \frac{1}{\sqrt{2}}$ .
- On suppose pour simplifier que le spectre du signal modulant est majoré par :  $f_{\max} = 5\text{kHz}$ . Ces composants permettent-ils d'obtenir une atténuation minimale de 80dB à fréquence  $2f_0$  ?
- Déterminer en dessous de quelle valeur la fréquence  $f_0$  de la porteuse ne doit pas descendre, la valeur de  $R$  qu'il convient de choisir et la pulsation de coupure  $\omega_c$  correspondante.

### 3. Mise en œuvre expérimentale de la démodulation cohérente :

Mettre en œuvre cette technique de démodulation pour un signal modulant :

- de type « sinusoïde avec composante continue » et pour divers taux de modulation,
  - successivement avec des signaux modulants purement alternatifs (AC) de trois *waveforms* différentes.
4. Faire à chaque fois l'étude des chronogrammes et surtout l'étude spectrale des signaux.
5. Conclure quant à l'efficacité de la méthode.

**Appeler le professeur pour lui exposer les résultats**

### III. La détection d'enveloppe d'un signal modulé en amplitude :

On se propose de câbler le détecteur d'enveloppe (de crête) de la figure 5-droite, démodulateur moins coûteux que le précédent et assez efficace sur les signaux modulants de type « sinusoïde avec composante continue » donnant des taux de modulation  $m < 1$ .

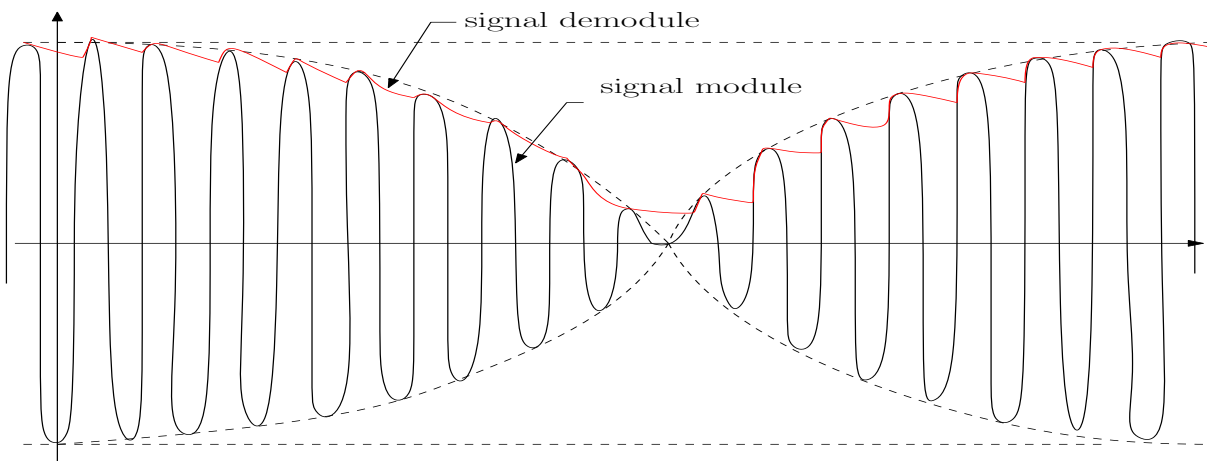


FIGURE 6 – Signal démodulé par le détecteur de crête dans un cas de modulation à  $m=1$ .

#### 1. Modélisation théorique :

on prend un signal modulant du type  $s_m(t) = S_m(1 + \cos(\omega_m t))$  et la porteuse de la forme  $s_p(t) = S_p \cos(\omega_0 t)$ , avec les ordres de grandeur de fréquences utilisés ci-dessus.

On cherche comment dimensionner le temps  $R_1 C_1$  par rapport à  $T_0$  de manière à restituer au mieux l'enveloppe du signal modulé :

- à l'aide d'un schéma, montrer que la décharge du condensateur peut être insuffisante pendant la période  $T_0$  et que cela risque d'induire une erreur de détection ;
- écrire l'équation différentielle en  $d(t)$  lors d'une phase  $[t_1; t_2]$  de décharge de  $C_1$  dans  $R_1$ .
- peut-on en déduire la pente  $PP = \left[ \frac{d[d]}{dt} \right]_{t=t_1}$  de la courbe de décharge de  $C_1$  ?
- comment pourrait-on calculer la pente  $EE = \left[ \frac{ds^{env}(t)}{dt} \right]_{t=t_1}$  de l'enveloppe du signal modulé à ce même instant ?
- faut-il que que  $PP$  soit un peu plus ou un peu moins négative que  $EE$  ?
- la condition générale de dimensionnement du détecteur est finalement :

$$T_0 \ll R_1 C_1 \ll \frac{\sqrt{1-m^2}}{2\pi m f_{\max}}$$

## 2. Mise en œuvre pratique :

- Relever les chronogrammes temporels du signal démodulé pour un signal modulant du type « sinusoïde avec composante continue », en changeant de taux de modulation et pour  $f_m$  comprise entre 200Hz et 5kHz.
- En cas de sur-modulation que se passe-t-il ? Justifier et conclure.

Appeler le professeur pour lui exposer les résultats

### TP-3B : Détection synchrone (cohérente) de l'impédance d'un dipôle (D) passif :

#### Matériel :

- Même matériel que pour le TP-3A.
- Un circuit déphaseur pur à ALI, (câblé sur plaquette en résine), conforme à figure 8-gauche, dont l'ALI doit être alimenté par une alimentation continue en  $[-15; 0; +15\text{V}]$ , de transfert  $\underline{H}_d = \frac{1-j\frac{\omega}{\omega_0}}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$ , avec  $\omega_0 = 1.0 \times 10^5 \text{ rad.s}^{-1}$ , Comme  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ , on doit choisir :  $RC \simeq 1.0 \times 10^{-5} \text{ s}$ . On adopte par exemple :  $C = 1 \text{ nF}$  et  $C = 1.0 \text{ k}\Omega$ .

#### I. Détection de partie réelle d'impédance :

Cette méthode permet de mesurer séparément la partie réelle  $R_z$  et la partie imaginaire  $\frac{X_z}{\omega}$  de l'impédance  $\underline{Z} = R_z + jX_z$  d'un dipôle (D) passif, à une fréquence  $\omega$  arbitraire.

Le montage utilise un ALI (voire deux ALI) et un multiplieur, composants présentant éventuellement un défaut appelé *offset* ou *tension de décalage d'entrée*, susceptible de fausser les mesures. Ce travail poursuit donc principalement un but pédagogique.

L'*offset* d'ALI et sa compensation *in situ* sont hors programme. On pourrait palier ce défaut en introduisant entre la sortie du CIV et l'entrée du multiplieur, un amplificateur sélectif (AS) amplifiant et coupant les signaux continus.

Le montage étant volumineux, il a été choisi de ne pas rajouter d'AS. Les résultats des mesurages seront ainsi entachés d'erreurs importantes.

On va introduire le dipôle (D) à tester dans la rétroaction d'un montage convertisseur courant-tension (CIV) à ALI dont le schéma de câblage et le logo-bloc sont en figure 6-gauche :

- de résistance d'entrée  $R = 10\text{k}\Omega$ ,
- de tension d'entrée  $v_i(t)$  imposée par le GBF réglé en signal sinusoïdal  $v_i(t) = E_m \cdot \cos \omega t$  avec  $E_m \in [2; 5\text{V}]$ ,
- de tension de sortie  $v_u(t)$ .

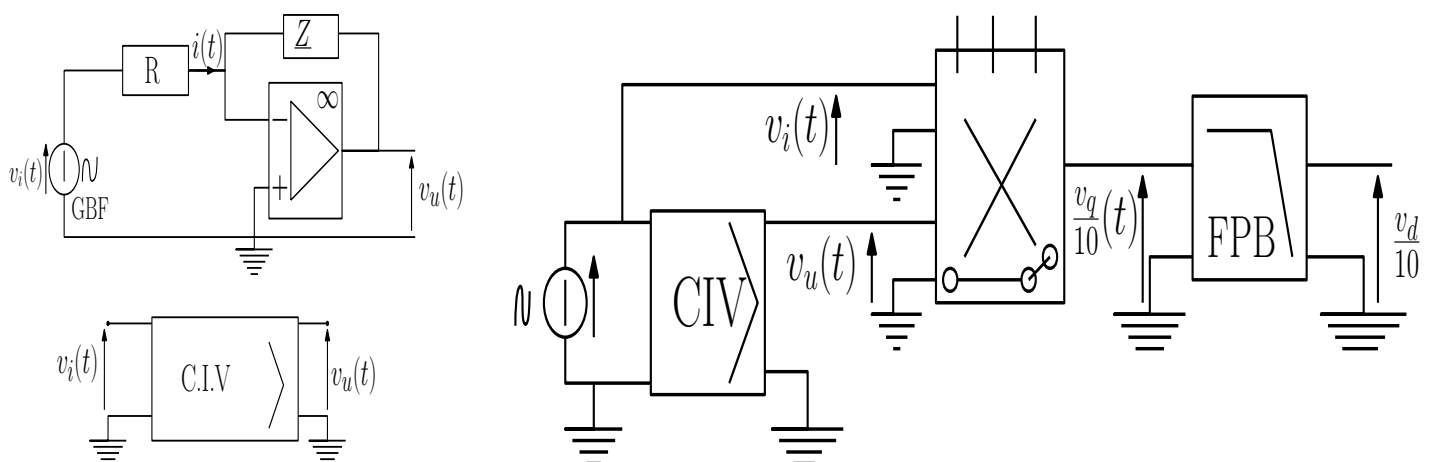


FIGURE 7 – Convertisseur courant-tension CIV (à gauche). Détection de partie réelle d'impédance (à droite).

- À l'aide d'un multiplieur, on va multiplier les signaux  $v_i(t)$  et  $v_u(t)$  pour donner un signal  $\frac{v_d(t)}{10}$ .

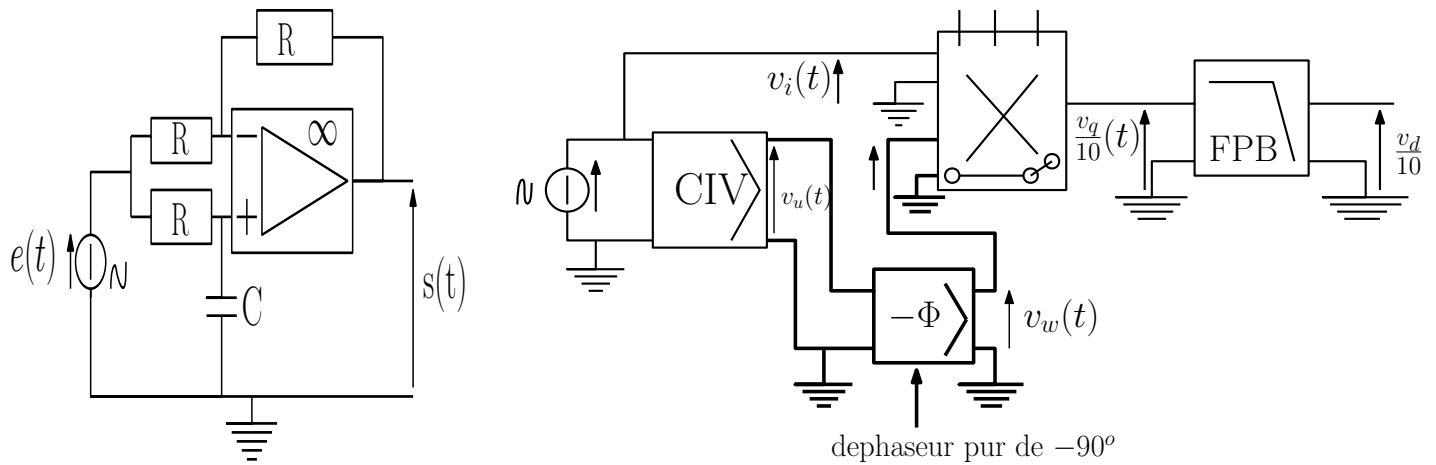


FIGURE 8 – Déphaseur pur (à gauche). Détection de partie imaginaire d'impédance (à droite).

• On effectue un filtrage passe-bas sur le signal  $\frac{v_q}{10}(t)$  qui donne un signal  $\frac{v_d}{10}$ .

Notons :

impédance de (D) :	$\underline{Z} = R_z + jX_z$	tension d'entrée du CIV :	$V_i(t) = E_m \cos \omega t$
tension de sortie du (CIV) :	$v_u(t) = S_m \cos(\omega t + \Phi)$	tension de sortie du multiplieur :	$\frac{v_q}{10}(t)$
tension de sortie du filtre :	$\frac{v_d}{10}(t)$		

Voir la figure 7.

### 1. Analyse théorique :

- en passant en formalisme complexe, établir l'expression de  $v_q(t)$  puis celle de son spectre en amplitudes.
- expliquer quelle doit être la bande passante du filtre pour que  $v_d$  soit continu et proportionnel à  $R_z$ . Trouver la loi liant  $v_d$  à  $R_z$ .

### 2. Mise en œuvre pratique :

- Mettre en œuvre le protocole de mesure de  $R_z$  pour  $\omega = 32000\pi \text{ rad.s}^{-1}$  et pour la petite bobine d'inductance proposée, à fréquence :

$$f = 16 \text{ kHz}.$$

- Veiller à ce qu'il n'y ait aucun écrêtage ni slew-rate sur aucun signal.

En utilisant le modèle de base de la bobine (r en série avec L) donner un résultat du type :

$$r = \dots\dots\dots \Omega \text{ et } u_\Omega = \dots\dots\dots \Omega$$

- Pourquoi la mesure donne-t-elle un résultat différent de la valeur inscrite sur la bobine ?

- On peut penser à l'effet de peau. Cet effet affecte la répartition des lignes de courant électrique dans un fil -électrique en régime alternatif, les condensant à la périphérie du fil, sur une épaisseur  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \gamma}}$ .

où :  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$  est la perméabilité magnétique du vide,  $\gamma$  la conductivité électrique du métal constituant le fil ( $\gamma_{Cu} = 6 \times 10^8 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$  et  $\omega$  la pulsation).

Compte tenu du diamètre du fil, l'effet de peau peut-il expliquer l'écart ?

- À haute fréquence, l'impédance d'une bobine est affectée par la capacité qui apparaît entre les spires jointives. Le modèle évolué est alors celui de figure 9 :

Ajuster  $r_0$  pour afin d'obtenir un accord satisfaisant entre le modèle évolué, la valeur de  $r$  inscrite sur la bobine et le résultat expérimental de  $\mathcal{R}_e(\underline{Z})$  :

$$r_0 = \dots\dots\dots \Omega ; u_{r_0} = \dots\dots\dots \Omega$$

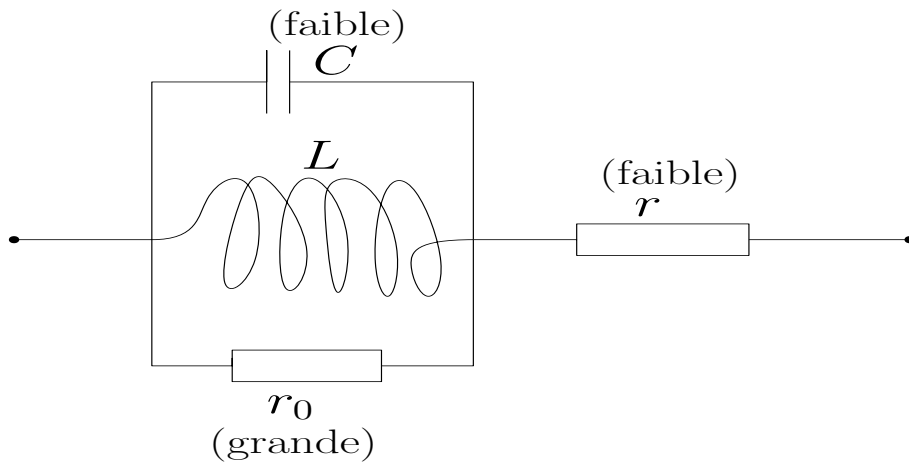


FIGURE 9 – Modèle évolué d’une bobine réelle.

## II. Détection de partie imaginaire d’impédance :

- Où glisser le déphaseur pur à ALI (schématisé en figure 7-gauche) dans le montage précédent pour mesurer  $X_z$  ? La technicienne a préparé un tel déphaseur sur plaquette en résine, et a choisi des composants assurant, à fréquence de  $f_0 = 16 \text{ kHz}$ , le bon déphasage. De quel déphasage s’agit-il ?
- Reprendre la modélisation théorique et trouver la loi liant  $X_z$  à  $v_d$ .
- Mettre en œuvre la chaîne de mesure de la figure 8-droite. Veiller à ce qu’il n’y ait ni écrêtage ni slew-rate sur aucun signal.

Conserver la fréquence de 16 kHz et mesurer  $X_z = \mathcal{I}_m(\underline{Z})$  pour la petite bobine d’inductance proposée.

En utilisant le modèle de base de la bobine ( $r$  en série avec  $L$ ) donner un résultat du type :

$$L = \dots\dots\dots \text{H} ; u_L = \dots\dots\dots \text{H}.$$

- Pourquoi la mesure donne-t-elle un résultat différent de celui que l’on attend compte tenu de ce qui est inscrit sur la bobine ?
  - L’effet de peau qui affecte la répartition des lignes de courant électrique dans le fil de la bobine peut-il expliquer l’écart ?
- Le modèle évolué de bobine réelle (figure 9) permet-il d’expliquer l’écart ? Ajuster la valeur de  $C$  afin d’obtenir un accord satisfaisant entre le modèle évolué, la valeur de  $L$  inscrite sur la bobine et le résultat expérimental de  $\mathcal{I}_m(\underline{Z})$  :

$$C = \dots\dots\dots \text{F} ; u_C = \dots\dots\dots \text{F}.$$

- Quels autres phénomènes peuvent être incriminés ?
- **Appeler le professeur pour lui exposer les résultats**
- Faire un calcul d’incertitude. Conclure.