学生数学焦虑及学校归属感对其数学成绩的影响
——采用 HLM 方法分析

第三大组—第三小组

一、研究问题

数学焦虑（Math Anxiety）属于学科焦虑的一种，是人在情感上也在认知上对数学产生的恐惧。起初，国外有学者发现学生在进行数学运算时会产生出一种焦虑情绪，这种焦虑情绪会对他们的数学成绩有显著的影响（Dreger & Aiken, 1957）。之后很多研究者都开始对这一现象进行研究并获得很多新的发现。国内学者普遍认为数学焦虑指的是个体在学习数学时产生的生理反应和消极情绪。有研究发现数学焦虑与数学成绩之间存在显著相关，数学焦虑高的个体数学成绩会低于数学焦虑低的个体（魏丽敏, 1988）。王俊山等人（2006）也发现数学焦虑和数学成绩是一种恶性循环的关系，数学成绩低会增加学生的数学焦虑，进而导致学生的数学成绩进一步降低，这对学生的身心发展都会造成重要的伤害。

影响数学成绩除了个体层面的因素以外，学校层面也有很多因素会对数学成绩造成影响，其中学校归属感（Sense of belonging to school）作为一个重要的影响指标，它代表学生在学校的环境中形成的，希望获得老师与同学的支持、接纳和尊重的感觉，并认为自己是其中的一员（Goodenow , 1993）。学校归属感高的学生能够很好的保护他们减轻一些消极因素的影响，如：抑郁、问题行为等，学校归属感对学生的心理健康也有重要的影响。有研究发现，在中学生中学校归属感和学生成绩是显著正相关的，并能够对未来学生的学业成绩做出预测（Goodenow , 1993）。

从上述分析可以看出，数学焦虑与学校归属感与数学成绩都显著相关，同时学校归属感还能够显著的调节中学生的消极情绪，是学生心理健康以及在学校适应良好的一个重要指标，因此本研究想要在了解数学焦虑与学校归属感对数学成绩的影响之外，还想要了解学校归属感是否能在数学焦虑对数学成绩的影响中起到调节作用。此外，本研究选取学生层面的数学焦虑和学校层面的对学校的归属感进行分析，一方面能为学生的心理健康的促进提供一定的建议，另一方面分析结果也能够为学校教育和学科建设提供依据。

二、假设

1.数学焦虑能够负向预测数学成绩（个体层面）

2.学校归属感能够正向预测数学成绩（学校层面）

3.数学焦虑与学校归属感之间存在交互作用（个体—学校层面交互作用）

三、数据处理及分析

本研究以数学焦虑和对学校的归属感为自变量，数学成绩为因变量，考察前者（自变量）对后者（因变量）的影响，由于两个自变量为不同层面的变量，因此需要采用多层线性模型（HLM）进行分析。

3.1 检验该数据是否需要使用 HLM 的分析方法

建立无条件模型:

Level1: $\mathrm{MATH} = \beta_{0j} + r_{ij}$

Level2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$

采用 Mplus 软件语句如下：

```
INPUT INSTRUCTIONS

  DATA: FILE = 1.DAT;
  VARIABLE: NAME = SCHOOLID
                   ANXMAT
                   BELONG_mean
                   MATH;
            USEVAR = MATH;
            MISSING = ALL(999.0000);
            CLUSTER = SCHOOLID;
  ANALYSIS:TYPE = TWOLEVEL;
  OUTPUT: SAMPSTAT;
```

注：语句中变量数学焦虑为 ANXMAT，学校的归属感为 BELONG_mean，数学成绩为 MATH，下同。

结果如下：

```
MODEL RESULTS

                                                    Two-Tailed
                    Estimate       S.E.  Est./S.E.    P-Value

Within Level

 Variances
    MATH            5078.067    156.777     32.390      0.000

Between Level

 Means
    MATH             552.810      5.740     96.314      0.000

 Variances
    MATH            4799.932    483.876      9.920      0.000
```

从结果可知，$ICC = \frac{v(u_{0j})}{v(u_{0j})+v(r_{ij})} = \frac{4799.932}{5078.067+4799.932} = 48.59\%$，这表明组间变异占总变异的 48.59%，即无法忽视不同层面的影响，因此需要采用 HLM 进行分析。

3.2 只在第一水平（个体层面）加入预测变量，检验数学焦虑对数学成绩的影响。

3.2.1 对预测变量进行中心化

建立模型 1:

Level1: $MATH = \beta_{0j} + \beta_{1j}(ANXMAT) + r_{ij}$

Level2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$

$\beta_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j}$

采用 Mplus 软件语句如下：

```
DATA: FILE = 1.DAT;
VARIABLE: NAME = SCHOOLID
                 ANXMAT
                 BELONG_mean
                 MATH;
          USEVAR = MATH ANXMAT;
          MISSING = ALL(999.0000);
          CLUSTER = SCHOOLID;
          WITHIN = ANXMAT;
DEFINE: CENTER ANXMAT (GRANDMEAN);
ANALYSIS:TYPE = TWOLEVEL RANDOM;
MODEL: %WITHIN%
       BETAIJ | MATH ON ANXMAT;
       %BETWEEN%
       MATH WITH BETAIJ;
OUTPUT: SAMPSTAT;
```

结果如下：

```
MODEL RESULTS

                                                    Two-Tailed
                    Estimate       S.E.  Est./S.E.    P-Value

Within Level

 Residual Variances
    MATH            4726.944    161.847     29.206      0.000

Between Level

 MATH     WITH
    BETAIJ          -247.567    111.987     -2.211      0.027

 Means
    MATH             552.402      5.527     99.954      0.000
    BETAIJ           -21.462      1.341    -16.008      0.000

 Variances
    MATH            4227.305    424.378      9.961      0.000
    BETAIJ            45.854     32.838      1.396      0.163
```

从结果可知， 数学焦虑与数学成绩之间存在负向预测作用，β=-21.462，p<0.001；当数学焦虑为学生平均水平时，学生数学平均成绩为 552.402；当学生的数学焦虑越高，学生数学成绩就会越低。

3.2.2 对预测变量不进行中心化

建立模型 2:

$$\text{Level1: } MATH = \beta_{0j} + \beta_{1j}(ANXMAT) + r_{ij}$$

$$\text{Level2: } \beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j}$$

采用 Mplus 软件语句如下：

```
DATA: FILE = 1.DAT;
VARIABLE: NAME = SCHOOLID
                 ANXMAT
                 BELONG_mean
                 MATH;
          USEVAR = MATH ANXMAT;
          MISSING = ALL(999.0000);
          CLUSTER = SCHOOLID;
          WITHIN = ANXMAT;
!DEFINE: CENTER ANXMAT (GRANDMEAN);
ANALYSIS:TYPE = TWOLEVEL RANDOM;
MODEL: %WITHIN%
       BETAIJ | MATH ON ANXMAT;
       %BETWEEN%
       MATH WITH BETAIJ;
OUTPUT: SAMPSTAT;
```

结果如下：

```
MODEL RESULTS

                                                    Two-Tailed
                    Estimate       S.E.  Est./S.E.    P-Value

Within Level

 Residual Variances
    MATH            4726.946    161.847     29.206      0.000

Between Level

 MATH     WITH
    BETAIJ          -257.775    116.394     -2.215      0.027

 Means
    MATH             557.199      5.606     99.402      0.000
    BETAIJ           -21.462      1.341    -16.010      0.000

 Variances
    MATH            4340.858    445.155      9.751      0.000
    BETAIJ            45.862     32.841      1.396      0.163
```

```
Means
   MATH              557.199
   BETAIJ            -21.462
```
上 p00，下 p10

从结果可知， 不对自变量进行中心化的结果与进行中心化的结果基本相同，数学焦虑对数学的影响是显著的，β=-21.462，p<0.001；当数学焦虑为学生平均水平时，学生数学平均成绩为 552.402；当学生的数学焦虑越高，学生数学成绩就会越低。

3.3 同时包含二水平的预测变量

建立模型 2:

Level1: $\mathrm{MATH} = \beta_{0j} + \beta_{1j}(\mathrm{ANXMAT}) + r_{ij}$

Level2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}(\mathrm{BELONG_{mean}}) + u_{0j}$

$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}(\mathrm{BELONG_{mean}}) + u_{1j}$

采用 Mplus 软件语句如下：

```
DATA: FILE = 1.DAT;
VARIABLE: NAME = SCHOOLID
                 ANXMAT
                 BELONG_mean
                 MATH;
          USEVAR = MATH ANXMAT BELONG_mean;
          MISSING = ALL(999.0000);
          CLUSTER = SCHOOLID;
          WITHIN = ANXMAT;
          BETWEEN = BELONG_mean;
DEFINE: CENTER ANXMAT (GRANDMEAN);
ANALYSIS:TYPE = TWOLEVEL RANDOM;
MODEL: %WITHIN%
       BETAIJ | MATH ON ANXMAT;
       %BETWEEN%
       MATH ON BELONG_mean;
       BETAIJ ON BELONG_mean;
       MATH WITH BETAIJ;
OUTPUT: SAMPSTAT;
```

结果如下：

```
MODEL RESULTS

                                                    Two-Tailed
                    Estimate       S.E.  Est./S.E.    P-Value

Within Level

 Residual Variances
    MATH            4723.688    161.523     29.245      0.000

Between Level

 BETAIJ     ON
    BELONG_MEA       -18.107      8.591     -2.108      0.035

 MATH       ON
    BELONG_MEA       178.080     25.469      6.992      0.000

 MATH     WITH
    BETAIJ          -138.205     79.270     -1.743      0.081

 Intercepts
    MATH             660.320     15.145     43.600      0.000
    BETAIJ           -32.299      4.969     -6.500      0.000

 Residual Variances
    MATH            3207.969    341.105      9.405      0.000
    BETAIJ            34.444     28.852      1.194      0.233
```

www:

```
 Intercepts
    MATH             660.320
    BETAIJ           -32.299
```

上:r00;下:r10

```
 BETAIJ     ON
    BELONG_MEA       -18.107

 MATH       ON
    BELONG_MEA       178.080
```

下：r01;上：r11

从结果可知，学生的学校归属感与数学成绩有显著的正向预测作用，β=178.08，$p<0.001$；数学焦虑对数学成绩的影响会受到学生对学校的归属感的调节，β=-18.107，$p<0.05$；也就是说，当学生的数学焦虑为平均水平时，学校归属感高的学生初始的数学成绩高于学校归属感低的学生；但当学生存在一定的数学焦虑时，学校归属感高的学生，他们的数学焦虑对数学成绩的影响也会大于学校归属感低的学生。

之后，本研究又使用 HLM 软件进行了相同的操作，相比较其与 Mplus 软件结果的异同，HLM 软件操作结果见附件一。结果可知，两个软件的结果大致相同，不再作过多解释。

四、结论

1.数学焦虑能够负向预测数学成绩；

2.学校归属感能够正向预测数学成绩；

3.学生数学焦虑与学校归属感间存在交互作用，且学校归属感高的学生，数学焦虑对数学成绩的影响越大。

参考文献

Dreger, R. M., & Aiken Jr, L. R. (1957). The identification of number anxiety in a college population. *Journal of Educational Psychology*, *48*(6), 344.

魏丽敏.(1988).国小学生数学焦虑、数学态度与数学成就之关系暨数学学习团体谘商之效果研究.硕士学位论文台北：台湾师范大学教育心理与辅导研究所.

王俊山，卢家栖.(2006). 初中生数学焦虑的调查及其调控研究.*心理科学,29(3),* 605- 608.

Goodenow, C., & Grady, K. E. (1993). The relationship of school belonging and friends' values to academic motivation among urban adolescent students. The Journal of Experimental Education, 62(1), 60-71.

问题

1.加入第一水平预测变量后，结果中这部分如何解释?

2.第二水平是否需要做中心化，如何判断某一变量是否需要中心化，一般针对变量是否都做中心化，中心化与标准化的区别?

3. u_{0j}和$+\ u_{1j}$显著在 HLM 中是解释为学校层面中不同的学校的初始截距和影响不同吗？

4.当斜率不显著时，固定斜率。那如果截距不显著是否要固定截距?

5. 在同时存在两水平的预测变量时，γ_{00}显著该如何解释？

附件一：

HLM 软件计算结果：

1.检验该数据是否需要使用 HLM 的分析方法

建立无条件模型:

Level1: $\mathrm{MATH} = \beta_{0j} + r_{ij}$

Level2: $\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$

Final Results - Iteration 3

Iterations stopped due to small change in likelihood function

σ^2 = 4967.01377

τ
INTRCPT1, β_0 4392.19827

Random level-1 coefficient	Reliability estimate
INTRCPT1, β_0	0.962

The value of the log-likelihood function at iteration 3 = -2.453155E+004

Final estimation of fixed effects:

Fixed Effect	Coefficient	Standard error	*t*-ratio	Approx. *d.f.*	*p*-value
For INTRCPT1, β_0					
INTRCPT2, γ_{00}	554.758355	5.610422	98.880	144	<0.001

Final estimation of fixed effects
(with robust standard errors)

Fixed Effect	Coefficient	Standard error	*t*-ratio	Approx. *d.f.*	*p*-value
For INTRCPT1, β_0					
INTRCPT2, γ_{00}	554.758355	5.590881	99.226	144	<0.001

Final estimation of variance components

Random Effect	Standard Deviation	Variance Component	*d.f.*	χ^2	*p*-value
INTRCPT1, u_0	66.27366	4392.19827	144	3766.23201	<0.001
level-1, r	70.47704	4967.01377			

Statistics for current covariance components model

Deviance = 49063.101885
Number of estimated parameters = 2

结果可知：ICC = 4392/(4967+4392)=46.9%，表明无法忽视不同层面的影响，因此需要采用 HLM 进行分析。

2.只在第一水平（个体层面）加入预测变量，检验数学焦虑对数学成绩的影响。

2.1 对预测变量进行中心化

建立模型 1:

$$\text{Level1: } MATH = \beta_{0j} + \beta_{1j}(ANXMAT) + r_{ij}$$

$$\text{Level2: } \beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j}$$

Final Results - Iteration 26

Iterations stopped due to small change in likelihood function

σ^2 = 4596.76963

τ

INTRCPT1, β_0	4015.03398	-236.88533
ANXMAT, β_1	-236.88533	49.91981

τ (as correlations)

INTRCPT1, β_0	1.000	-0.529
ANXMAT, β_1	-0.529	1.000

Random level-1 coefficient	Reliability estimate
INTRCPT1, β_0	0.958
ANXMAT, β_1	0.188

The value of the log-likelihood function at iteration 26 = -2.437548E+004

Final estimation of fixed effects:

Fixed Effect	Coefficient	Standard error	*t*-ratio	Approx. *d.f.*	*p*-value
For INTRCPT1, β_0					
INTRCPT2, γ_{00}	554.454062	5.366582	103.316	144	<0.001
For ANXMAT slope, β_1					
INTRCPT2, γ_{10}	-21.301397	1.349760	-15.782	144	<0.001

Final estimation of fixed effects
(with robust standard errors)

Fixed Effect	Coefficient	Standard error	*t*-ratio	Approx. *d.f.*	*p*-value
For INTRCPT1, β_0					
INTRCPT2, γ_{00}	554.454062	5.347971	103.676	144	<0.001
For ANXMAT slope, β_1					
INTRCPT2, γ_{10}	-21.301397	1.339391	-15.904	144	<0.001

Final estimation of variance components

Random Effect	Standard Deviation	Variance Component	*d.f.*	χ^2	*p*-value
INTRCPT1, u_0	63.36430	4015.03398	144	3413.81223	<0.001
ANXMAT slope, u_1	7.06540	49.91981	144	176.78014	0.033
level-1, r	67.79948	4596.76963			

Statistics for current covariance components model

Deviance = 48750.953325
Number of estimated parameters = 4

2.2 对预测变量不进行中心化

建立模型 2:

$$\text{Level1:}\ \ \mathrm{MATH} = \beta_{0j} + \beta_{1j}(\mathrm{ANXMAT}) + r_{ij}$$

$$\text{Level2:}\ \ \beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + u_{1j}$$

Final Results - Iteration 21

Iterations stopped due to small change in likelihood function

σ^2 = 4596.33925

τ

INTRCPT1, β_0	4121.65643	-248.20693
ANXMAT, β_1	-248.20693	50.73483

τ (as correlations)

INTRCPT1, β_0	1.000	-0.543
ANXMAT, β_1	-0.543	1.000

Random level-1 coefficient	Reliability estimate
INTRCPT1, β_0	0.956
ANXMAT, β_1	0.190

The value of the log-likelihood function at iteration 21 = -2.437548E+004

Final estimation of fixed effects:

Fixed Effect	Coefficient	Standard error	*t*-ratio	Approx. *d.f.*	*p*-value
For INTRCPT1, β_0					
INTRCPT2, γ_{00}	559.140919	5.442016	102.745	144	<0.001
For ANXMAT slope, β_1					
INTRCPT2, γ_{10}	-21.303135	1.352038	-15.756	144	<0.001

Final estimation of fixed effects
(with robust standard errors)

Fixed Effect	Coefficient	Standard error	*t*-ratio	Approx. *d.f.*	*p*-value
For INTRCPT1, β_0					
INTRCPT2, γ_{00}	559.140919	5.423127	103.103	144	<0.001
For ANXMAT slope, β_1					
INTRCPT2, γ_{10}	-21.303135	1.339467	-15.904	144	<0.001

Final estimation of variance components

Random Effect	Standard Deviation	Variance Component	*d.f.*	χ^2	*p*-value
INTRCPT1, u_0	64.20013	4121.65643	144	3279.36321	<0.001
ANXMAT slope, u_1	7.12284	50.73483	144	176.79767	0.033
level-1, r	67.79631	4596.33925			

Statistics for current covariance components model

Deviance = 48750.958058
Number of estimated parameters = 4

3.同时包含二水平的预测变量

建立模型 2:

$$\text{Level1: } \mathrm{MATH} = \beta_{0j} + \beta_{1j}(\mathrm{ANXMAT}) + r_{ij}$$

$$\text{Level2: } \beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}(\mathrm{BELONG_{mean}}) + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}(\mathrm{BELONG_{mean}}) + u_{1j}$$

Iterations stopped due to small change in likelihood function

σ^2 = 4598.21237

τ

INTRCPT1, β_0	3077.70468	-145.72939
ANXMAT, β_1	-145.72939	40.49669

τ (as correlations)

INTRCPT1, β_0	1.000	-0.413
ANXMAT, β_1	-0.413	1.000

Random level-1 coefficient	Reliability estimate
INTRCPT1, β_0	0.946
ANXMAT, β_1	0.159

The value of the log-likelihood function at iteration 23 = -2.434903E+004

Final estimation of fixed effects:

Fixed Effect		Coefficient	Standard error	*t*-ratio	Approx. *d.f.*	*p*-value
For INTRCPT1, β_0						
INTRCPT2,	γ_{00}	658.938541	16.690013	39.481	143	<0.001
BELONG_M,	γ_{01}	172.393741	26.411433	6.527	143	<0.001
For ANXMAT slope, β_1						
INTRCPT2,	γ_{10}	-30.802276	4.697095	-6.558	143	<0.001
BELONG_M,	γ_{11}	-15.802631	7.471183	-2.115	143	0.036

Final estimation of fixed effects
(with robust standard errors)

Fixed Effect		Coefficient	Standard error	*t*-ratio	Approx. *d.f.*	*p*-value
For INTRCPT1, β_0						
INTRCPT2,	γ_{00}	658.938541	14.818199	44.468	143	<0.001
BELONG_M,	γ_{01}	172.393741	24.900039	6.923	143	<0.001
For ANXMAT slope, β_1						
INTRCPT2,	γ_{10}	-30.802276	5.133513	-6.000	143	<0.001
BELONG_M,	γ_{11}	-15.802631	8.890377	-1.777	143	0.078

Final estimation of variance components

Random Effect	Standard Deviation	Variance Component	*d.f.*	χ^2	*p*-value
INTRCPT1, u_0	55.47706	3077.70468	143	2709.28723	<0.001
ANXMAT slope, u_1	6.36370	40.49669	143	170.86438	0.056
level-1, r	67.81012	4598.21237			

Statistics for current covariance components model