

Задание по практикуму
по курсу «Динамическое программирование и процессы управления»
7 семестр 2014 г.

Задание состоит из двух частей. По итогам выполнения заданий готовится общий отчёт.

Часть 1.

Дана колебательная система с двумя степенями свободы (описания колебательных систем приведены в конце данного задания, выбрать систему в соответствии с вашим вариантом, параметры подобрать самостоятельно).

Исследовать движение системы без управления (найти собственные значения, построить фазовые траектории).

При помощи Ellipsoidal Toolbox выяснить, за какое минимальное время можно успокоить систему (привести в положение равновесия с нулевой скоростью для механических систем, либо привести в состояние, когда падения напряжения на конденсаторах равны нулю, и токи через катушки индуктивности равны нулю, для электрических систем).

Часть 2.

Дана линейная система с управлением u и помехой v :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + C(t)v(t), & t \in [t_0, t_1] \\ x(t_0) \in \mathcal{E}(x_0, X_0) \text{ либо } x(t_1) \in \mathcal{E}(m, M) \\ u(t) \in \mathcal{E}(p(t), P(t)) \\ v(t) \in \mathcal{E}(q(t), Q(t)) \\ u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}, v(t) \in \mathbb{R}^{n_v}, x(t) \in \mathbb{R}^n \end{cases} \quad (1)$$

В общем случае $n \neq n_u \neq n_v$.

Построить внешние (внутренние) эллипсоидальные оценки множества и трубки достижимости (разрешимости) системы (1).

Варианты для части 2

внешние достижимость	Александров, Забавников, Маркова
внутренние достижимость	Алимов, Заночкин, Минасян
внешние разрешимость	Вартапетов, Комаров, Терёшин
внутренние разрешимость	Егорова, Лесничий, Царёв

Требования к программе

Для выполнения задания части 2 НЕ разрешается использовать функции Ellipsoidal Toolbox.

Изобразить полученные эллипсоидальные оценки следующими способами:

1. В проекции на двумерную статическую плоскость, заданную векторами (ℓ_1, ℓ_2) размерности n .

2. В проекции на двумерную динамическую плоскость, заданную векторами $(\ell_1(t), \ell_2(t))$.
3. Проекцию трубки достижимости (разрешимости) на плоскость (t, ℓ_1, ℓ_2) во времени $t \in [t_0, t_1]$.
4. Проекцию трубки достижимости (разрешимости) на плоскость $(t, \ell_1(t), \ell_2(t))$ во времени $t \in [t_0, t_1]$.

Перебор направлений, в которых строится оценка, следует производить не по всему пространству, а в той плоскости, на которую строится проекция множества достижимости (разрешимости). Предусмотреть возможность изображения пересечения (объединения) некоторого количества оценок, взятых в различных направлениях (т.е. итоговой оценки точного множества), а также вывод отдельных оценок в одном выбранном направлении.

Графический интерфейс программы можно не делать. Все входные данные и параметры должны задаваться в одном файле, а не в разных местах программы.

Расчёт трубки и её отрисовка должны быть реализованы в разных функциях. При отрисовке сделать возможность выбора, что именно выводится (множество или трубка, проекция на статическую или динамическую плоскость), а не выводить все рисунки сразу.

В программе должны корректно обрабатываться ситуации, когда трубки «схлопываются».

Требования к отчёту

Часть 1.

Вывести уравнение движения системы. Описать характер движения системы без управления.

Дать определение всем понятиям, относящимся к теории управления, используемым в отчёте.

Обосновать решение задачи, проиллюстрировать картинками, построенными с помощью Ellipsoidal Toolbox, оценить погрешность результатов, полученных численно.

Часть 2.

1. В отчёте все формулы, по которым строится оценка, должны быть выведены от начала и до конца.

2. В качестве примера рассмотреть колебательную систему из вашего варианта. Параметры подобрать самостоятельно. Сравнить трубки достижимости (разрешимости) при наличии помехи и без неё. Проиллюстрировать разные случаи.

Список литературы

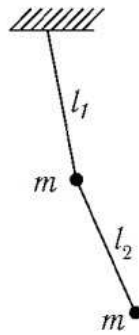
- [1] *Kurzanski A.B., Varaiya P.* On Ellipsoidal Techniques for Reachability Analysis. Part I: External Approximations. Part II: Internal Approximations, Box-Valued

Constraints // Optimization methods and software. 2002. V. 17, №. 2. P. 177–237.

[2] *Ellipsoidal toolbox manual* // code.google.com/p/ellipsoids/

Вариант 1

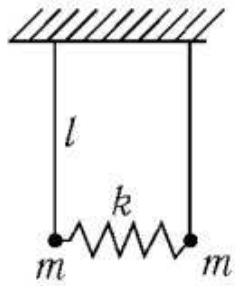
Двойной математический маятник состоит из двух невесомых стержней длины ℓ_1 и ℓ_2 и двух грузов массой m . Маятник совершает малые колебания в вертикальной плоскости. К нижнему шарiku приложено управляющее ускорение u . Задано начальное смещение грузов относительно положения равновесия (x_1^0, x_2^0) и начальные скорости (v_1^0, v_2^0) . Даны следующие параметры: $m, \ell_1, \ell_2, |u| \leq U, x_1^0, x_2^0, v_1^0, v_2^0$.



Вариант 2

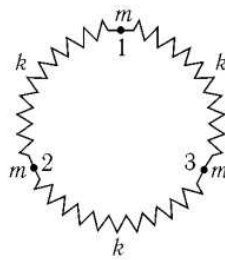
Система состоит из двух невесомых стержней длины ℓ , двух грузов массой m и пружины жесткости k , их соединяющей. Система совершает малые колебания в вертикальной плоскости. К правому шарiku приложено управляющее ускорение u . Задано начальное смещение грузов относительно положения равновесия (x_1^0, x_2^0) и начальные скорости (v_1^0, v_2^0) . В положении равновесия пружина не растянута, маятники вертикальны.

Даны следующие параметры: $m, \ell, k, |u| \leq U, x_1^0, x_2^0, v_1^0, v_2^0$.



Вариант 3

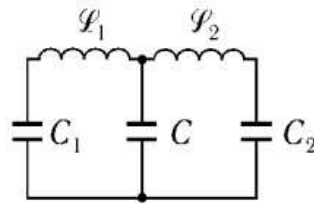
Три частицы, каждая массой m , связанные пружинками жесткости k , могут двигаться по кольцу. К одной из частиц приложено управляющее ускорение u . Задано начальные отклонения частиц от положений равновесия (x_1^0, x_2^0, x_3^0) и начальные скорости (v_1^0, v_2^0, v_3^0) . Считать, что движение по кольцу происходит без трения, кольцо расположено в горизонтальной плоскости, а в положении равновесия пружины не растянуты. Даны следующие значения параметров: $m, k, |u| \leq U, x_1^0, x_2^0, x_3^0, v_1^0, v_2^0, v_3^0$.



Вариант 4

Электрический контур состоит из трех конденсаторов емкости C_1 , C_2 , C и двух катушек индуктивности L_1 , L_2 . Управлением U можно подавать дополнительное напряжение к участку цепи между второй катушкой индуктивности и вторым конденсатором. В начальный момент на конденсаторах с емкостями C_1 и C_2 были падения напряжения U_1 и U_2 , а токи через катушки были равны I_1 , I_2 .

Даны следующие параметры: C , C_1 , C_2 , L_1 , L_2 , U_1 , U_2 , I_1 , I_2 , $|U| \leq \tilde{U}$.



Вариант 5

Электрический контур состоит из двух конденсаторов емкости C_1 , C_2 и трех катушек индуктивности L_1 , L_2 , L . Управлением U можно подавать дополнительное напряжение к участку цепи между второй катушкой индуктивности и вторым конденсатором. В начальный момент на конденсаторах с емкостями C_1 и C_2 были падения напряжения U_1 и U_2 , а токи через катушки были равны I_1 , I_2 .

Даны следующие параметры: C_1 , C_2 , L , L_1 , L_2 , U_1 , U_2 , I_1 , I_2 , $|U| \leq \tilde{U}$.

