Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики
Кафедра системного анализа

Отчёт по практикуму

«Эффективное написание алгоритмов»

Студент 315 группы
В. С. Терёшин

Москва, 2013

1 Постановка задачи

В данном задании по практикуму требовалось построить аналог функции `convhull` системы программирования `MATLAB`, выполняющий построение границы выпуклой оболочки множества точек.

Определение 1 (Выпуклая оболочка)**.** *Выпуклой оболочкой множества X называется пересечение всех выпуклых множеств Y таких, что $X \subseteq Y$.*

Функция `convhull` принимает два вектора `x` и `y` одинаковой длины, обозначающих координаты x и y данного множества точек, и возвращает вектор индексов точек, входящих в границу выпуклой оболочку, в порядке обхода против часовой стрелки. Корректность работы построенной функции требовалось оценить на нескольких десятках входных данных специальным скриптом.

Кроме того, требовалось реализовать GUI, позволяющий пользователю указывать точки на координатной плоскости, а также параметры вывода информации. При этом должна допускаться коррекция ошибок.

2 Решение задачи

Для решения задачи использовался алгоритм быстрой оболочки. Его сложность $\underline{\mathsf{O}}(n \log n)$.

2.1 Описание алгоритма

1. Возьмём две крайние точки множества S — левую L и правую R. Проведём прямую через них. Обозначим через S_1 подмножество точек, расположенных выше или на прямой через точки L и R, а через S_2 — подмножество точек, ниже или на данной прямой.

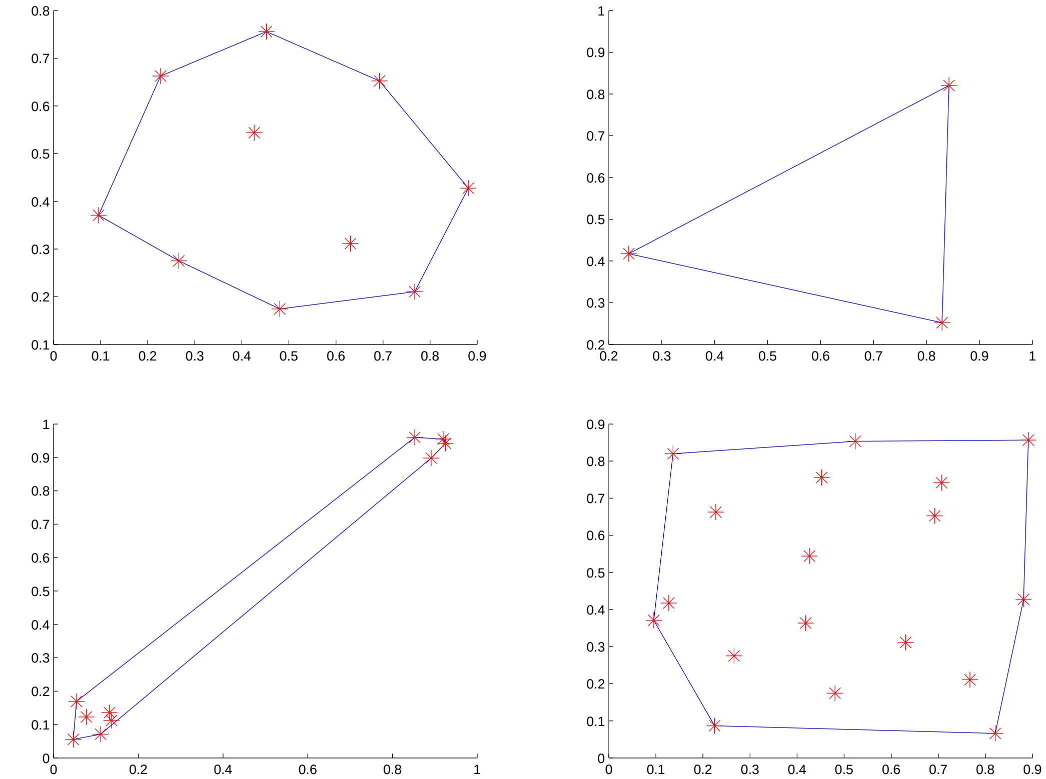
2. Рассмотрим верхнее подмножество S_1. Выберем из него точку P_i, имееющую наибольшее удаление от трямой LR. Если таких точек несколько, выбираем ту, у которой угол $\angle P_iLR$ наибольший. Точка P_i является вершиной выпуклой оболочки множества. В самом деле, если через точку P_i провести прямую, параллельную прямой LR, то выше этой прямой не окажется ни одной точки множества S. Возможно, на построенной прямой окажутся другие точки, но, согласно сделанному выбору, P_i из них самая левая. Точка P_i не может быть представлена выпуклой комбинацией двух других точек множества S. Построим прямые LP_i и P_iR. Точки, расположенные справа от обеих прямых, могут быть исключены из дальнейшего рассмотрения, поскольку они являются внутренними точками треугольника $\triangle LP_iR$, т. е. не принадлежат границе выпуклой оболочки множества S.

3. Теперь рассмотрим подмножество точек S_{11}, расположенных слева от прямой LP_i или на ней, и подмножество точек S_{12}, расположенных слева от прямой P_iR или на ней. Для каждого из этих подмножеств построим выпуклую оболочку. Выпуклая оболочка S_1 образуется склейкой упорядоченных списков вершин, входящих в выпуклые оболочки S_{11} и S_{12}.

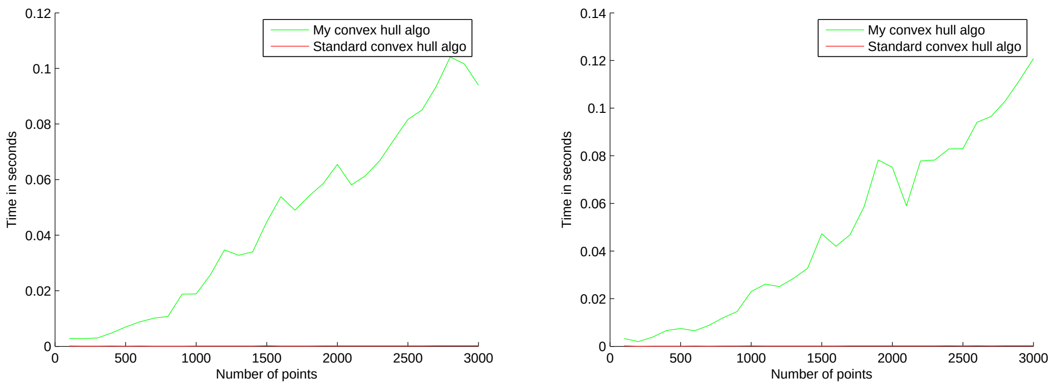
4. Решаем задачу для S_2.

3 Примеры работы

3.1 Скриншоты



3.2 Время работы



На первом графике — время работы функции на выборке с нормальным распределением с $a = 0$, $\sigma = 1$, на втором — с равномерным распределением на $[0, 1]$.

Реализованный алгоритмы закономерно очень много проигрывает по времени нативному.

4 Замечания

Достаточно неприятным известием стала некорректность встроенной функции `convhull`. Например, на безобидном тесте, состоящем из двадцати точек, лежащих на одной прямой, `convhull` превышала допутимый размер стека. В некоторым других случаях `convhull` возвращала не совсем правильный результат (включала в ответ несколько точек на стороне выпуклого многоугольника).

Список литературы

[1] http://ru.wikipedia.org/wiki/QuickHull

[2] Дигайлова И. А. Лекции по LaTeX. 2009.