

Компьютерный практикум к курсу “Стохастический анализ и моделирование”

Требования к оформлению отчета

1. Все используемые построения должны быть обоснованы.
2. Каждое задание следует иллюстрировать графически с объяснением полученных результатов.
3. Окончательное оформление отчета должно быть выполнено в системе L^AT_EX.
4. Текст программ в отчет не включать.

Задание № 7

Методом случайного поиска найти минимальное значение функции f на множестве, т. е. значение $y = \min f(x)$, где

$$f(x) = x_1^3 \sin\left(\frac{1}{x_1}\right) + 10x_1x_2^4 \cos\left(\frac{1}{x_2}\right)$$

при $x_1 \neq 0$ и $x_2 \neq 0$, функция доопределяется по непрерывности при $x_1 = 0$ или $x_2 = 0$, а множество — круг $A = \{x_1, x_2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1\}$. Оценить точность.

Задание № 8

Применить метод Монте-Карло к решению первой краевой задачи для двумерного уравнения Лапласа в единичном круге:

$$\begin{cases} \Delta u = 0 \text{ в области } D, \\ u|_{\delta D} = f(x, y), \\ u \in C^2(D), \quad f \in C(\delta D), \\ D = \{(x, y) : x^2 + y^2 < 1\} \end{cases}$$

Для функции $f(x, y) = x^2$ найти аналитическое решение и сравнить с полученным по методу Монте-Карло.

Задание № 9

Построить траекторию винеровского процесса $W_t, t \in [0; 1]$, добавляя точки разбиения отрезка. Построить график траектории, не соединяя точки ломаной, с целью получения визуально непрерывной линии. Винеровский процесс — это гауссовский процесс на отрезке $[0; 1]$, со средним 0 и ковариационной функцией $k(s, t) = \min(s, t)$.

Задание № 10

Пусть X — стационарный марковский гауссовский процесс (процесс Орнштейна-Уленбека).

1. Найти ковариационную функцию и переходные вероятности.
2. Моделировать независимые траектории марковского процесса с данными переходными вероятностями, начинающимися из разных точек методом добавления разбиения отрезка.

Задание № 11

Построить двумерное пуассоновское поле, отвечающее сложному пуассоновскому процессу:

1. Первая интерпретация: система массового обслуживания. При этом, первая координата поля — время поступления заявки в СМО (равномерное распределение), вторая — время ее обслуживания (распределение χ^2 с 10 степенями свободы).
2. Вторая интерпретация: работа страховой компании. Первая координата — момент наступления страхового случая (равномерное распределение), вторая координата — величина ущерба (распределение Парето). Поступление капитала по времени линейно со скоростью $c > 0$, начальный капитал $W > 0$. Посчитать распределение времени разорения для различных значений параметров.