Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Факультет вычислительной математики и кибернетики

Отчет

Задание по курсу “Суперкомпьютерное моделирование и технологии.”

Исполнитель:

Маркова Е.А.

615 группа

Москва  
2016

## Постановка задачи

В прямоугольной области

требуется найти дважды гладкую функцию , удовлетворяющую дифференциальным уравнениям

и дополнительному условию

во всех граничных точках прямоугольника.

Оператор Лапласа Δ определяется равенством

Функции и согласно варианту определены следующим образом:

## Численный метод решения

В расчётной области Π определяется прямоугольная сетка

Где – разбиение оси ,

A – разбиение оси .

Через обозначим множество внтуренних, а через - множество граничных узлов сетки. Пусть – переменный шаг сетки по оси абсцисс и ординат соответственно. Средние шаги сетки можно определить через равенства:

Рассмотрим линейное пространство функций, заданных на сетке. Будем считать, что в этом пространстве заданы скалярное произведение и евклидова норма

Где – любые функции из пространсва .

Для аппроксимации уравнения Пуассона используется пятиточечный разностный оператор Лапласа, который можно определить во внутренних узлах сетки следующим равенством:

Предполагается, что функция определена во всех точках сетки. Приближенным решением искомой задачи Дирихле называется функция , удовлетворяющая уравнениям

## Решение системы линейных алгебраических уравнений

Приближенное решение СЛАУ получается итерационным методом сопряженных градиентов ( CGM ). Первая итерация метода выполняется согласно методу скорейшего спуска, а процесс выполнения последующих итераций отличается.

Начальное приближение , во внутренних узлах сетки первое приближение осуществляется любыми числами ( в нашем случае все внутренние узлы сетки инициализированы значением 0.5 ).

Метод является одношаговым, первая итерация вычисляется по итерации согласно следующим равенствам:

Невязка определяется согласно формуле

Итерационный параметр:

Последующие итерации вычисляются по методу сопряженных градиентов ( CGM ), определенный формулами:

Итерационный процесс останавливается, как только максимум-норма разности приближенных решений на итерациях и становится меньше заранее заданного числа ε, равного

## Описание проделанной работы

Разработанная программа:

1. Принимает на вход: MPI параметры, определяющие число процессов, OpenMP параметры, определяющие число потоков внутри процесса, задан размер сетки по осям Ох и Oy; задано условие на погрешность.
2. Распределение процессоров происходит по двум направлениям: Ox и Oy.
3. Обмен между процессами осуществляется посредством декартовой топологии MPI\_Cart и функции MPI\_Sendrecv.
4. Из средств OpenMP используются конструкции для создания потоков  (директива parallel) и распределения работы между потоками в цикле, рассчитывающем значения используемых матриц.

## Результаты расчётов

Результаты работы на ПВС «Ломоносов»:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Число процессоров N | Размер сетки n x n | Время решения T | Ускорение |
| 8 | 1000 x 1000 | 25.2835 | - |
| 16 | 1000 x 1000 | 12.0501 | 2.0981983552 |
| 32 | 1000 x 1000 | 5.92774 | 2.03283207428 |
| 128 | 1000 x 1000 | 1.5811 | 3.74912402758 |
| 8 | 2000 x 2000 | 174.113 | - |
| 16 | 2000 x 2000 | 87.2659 | 1.99520087457 |
| 32 | 2000 x 2000 | 43.1164 | 2.02396072028 |
| 128 | 2000 x 2000 | 10.1444 | 4.2502661567 |

Результаты работы на ПВС IBM BG/P без OpenMP:

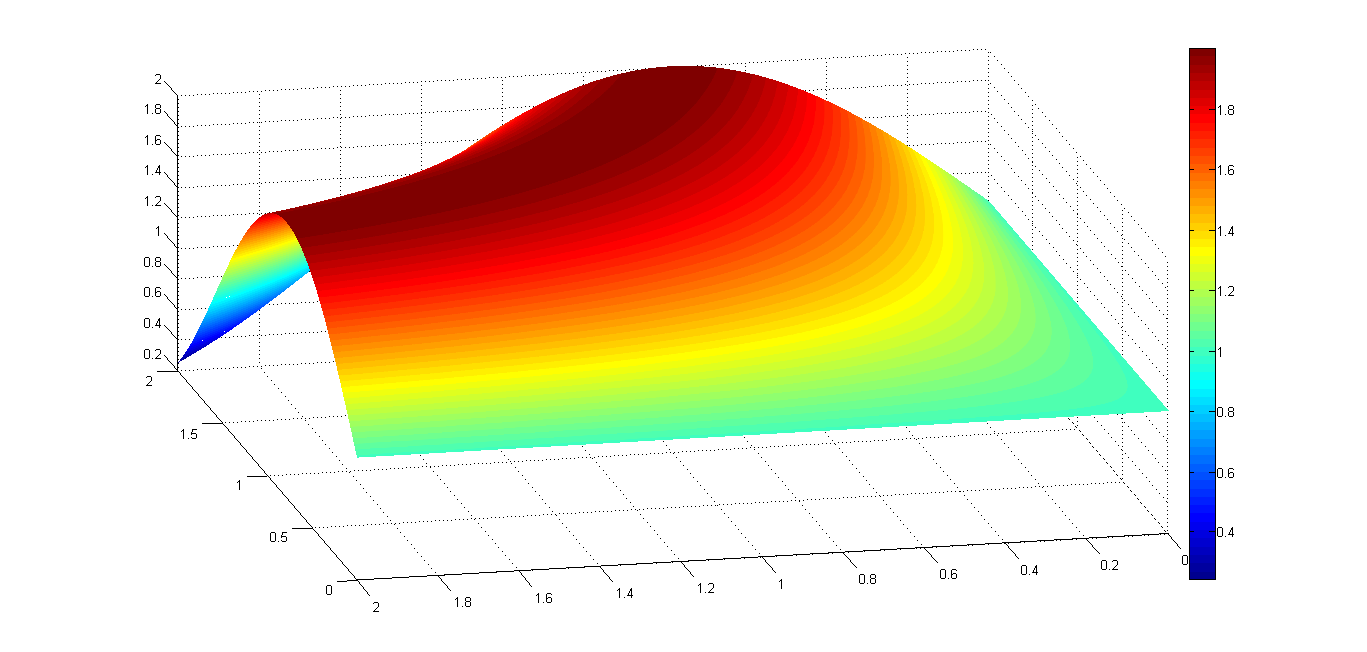
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Число процессоров N | Размер сетки n x n | Время решения T | Ускорение |
| 128 | 1000 x 1000 | 20.9894 | - |
| 256 | 1000 x 1000 | 10.6072 | 1.97878799306 |
| 512 | 1000 x 1000 | 5.44749 | 1.94717200032 |
| 128 | 2000 x 2000 | 143.718 | - |
| 256 | 2000 x 2000 | 72.1505 | 1.99191966792 |
| 512 | 2000 x 2000 | 35.8287 | 2.01376270978 |

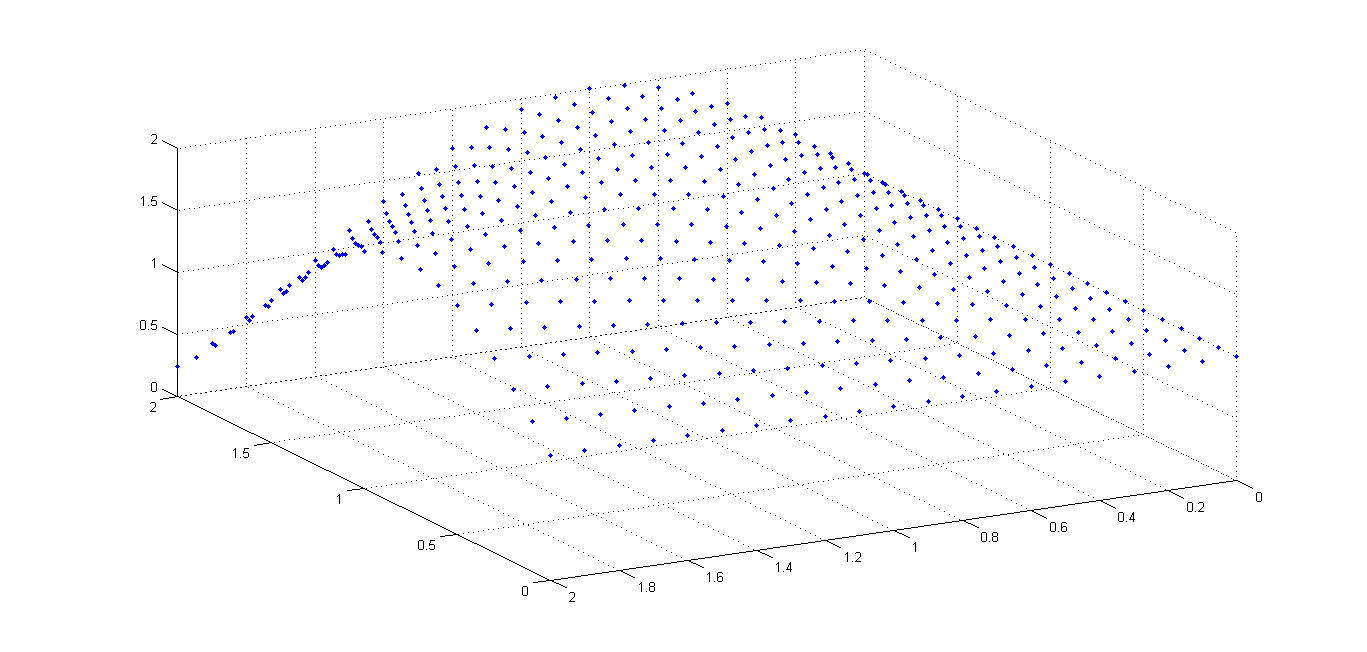
Результаты работы на ПВС IBM BG/P с OpenMP:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Число процессоров N | Размер сетки n x n | Время решения T | Ускорение |
| 128 | 1000 x 1000 | 10.6228 | - |
| 256 | 1000 x 1000 | 5.46383 | 1.94420397414 |
| 512 | 1000 x 1000 | 2.83152 | 1.92964556139 |
| 128 | 2000 x 2000 | 71.7869 | - |
| 256 | 2000 x 2000 | 36.0038 | 1.99387009149 |
| 512 | 2000 x 2000 | 18.292 | 1.96828121583 |

## Рисунок точного и приближенного решений

Точное решение



Приближенное решение

Точное и приближенное решения

