Examenes Estadistica

Estadística

Universitat Politècnica de Catalunya. BarcelonaTech (UPC)

3 pag.

Estadística

Examen Parcial 2

14 de Noviembre de 2018 (Curso 2018-2019/1)

Resuelve los 2 problemas en hojas diferentes.
Anota en cada hoja tu nombre completo en mayúsculas, DNI y grupo.

Apellidos:.. **Nombre:**..........................

Puedes utilizar una calculadora no programable. **DNI:** .... **Grupo:**.........
Duración total: 1 hora.

Problema 1

1. El 30% de los habitantes de Barcelona durante la primavera padecen de alergia. Durante una noche de primavera en una de las salas de urgencias del Hospital Clínico se registró la asistencia de 20 enfermos de diversas dolencias. Suponiendo aleatoriedad, se pide:

(a) Calcula la probabilidad de que al menos 3 de ellos fueran asistidos por alergia.

(b) Si finalmente de entre los 20 enfermos se sabe que el 25% sufrían de alergia. Calcula la probabilidad de que al reunir aleatoriamente a 7 del total de enfermos (o sea de los 20) en una sala de reposo adjunta la mayoría fueran enfermos por alergia.

Solución

(a) Calcula la probabilidad de que al menos 3 de ellos fueran asistidos por alergia.

Para resolver este cálculo hemos de apoyarnos en el modelo binomial, tal que X es la variable aleatoria que cuenta el número de enfermos por alergía que podemos encontrar entre los 20 habitantes.

$$X \rightsquigarrow B(n = 20, p = 0.3)$$

La probabilidad demandada es:

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2))$$

$$P(X \geq 3) = 1 - (0.00079 + 0.00683 + 0.02784) = 1 - 0.03548 = 0.96452$$

(b) Si finalmente de entre los 20 enfermos se sabe que el 25% sufrían de alergia. Calcula la probabilidad de que al reunir aleatoriamente a 7 del total de enfermos (o sea, de los 20) en una sala de reposo adjunta la mayoría fueran enfermos por alergia.

En este caso utilizaremos el modelo hipergeométrico, tal que Y es la variable aleatoria que cuenta el número de enfermos por alergia que encontraremos en la sala de reposo de los 7 seleccionados al azar de una población de 20 enfermos entre los que hay 5 que padecen de alergia.

$$Y \rightsquigarrow HG(N = 20, k = 5, n = 7)$$

La probabilidad demandada es:

$$P(Y \geq 4) = P(Y = 4) + P(Y = 5) = 0.02934 + 0.00135 = 0.03069$$

Estadística

Examen Parcial 2

14 de Noviembre de 2018 (Curso 2018-2019/1)

Resuelve los 2 problemas en hojas diferentes.
Anota en cada hoja tu nombre completo en mayúsculas, DNI y grupo.

Apellidos:.. **Nombre:**..........................

Puedes utilizar una calculadora no programable. **DNI:** .... **Grupo:**.........
Duración total: 1 hora.

Problema 2

2. En cierta reacción nuclear los tiempos de vida de las partículas NNN se distribuyen normalmente y los tiempos de vida de las partículas EEE se distribuyen exponencialmente. Se sabe que la probabilidad de que las partículas NNN vivan más de 42 horas es de 0.9452 y de que superen las 52 horas de vida es de 0.34458. Y se sabe que la probabilidad de que las partículas EEE vivan más de 48 horas es de 0.38122. Se pide:

(a) Calcula la probabilidad de que una partícula NNN no viva más de 2 días.

(b) Calcula la probabilidad de que una partícula EEE que ha vivido 2 días no viva 2 horas más.

Solución

(a) Calcula la probabilidad de que una partícula NNN no viva más de 2 días.

Resolvemos el apartado declarando la variable X que mide el tiempo de vida de las partículas NNN, que es una variable aleatoria normal $X \rightsquigarrow N(\mu, \sigma)$ con parámetros μ y σ, que hemos de calcular a partir de los datos que nos aporta el enunciado:

$$P(X > 42) = 0.9452$$

$$P(X > 52) = 0.34458$$

De la tabla normal estándar podemos extraer los valores de Z equivalentes:

$$P(Z > -1.60) = 0.9452$$

$$P(Z \leq 0.4) = 0.65542 = 1 - 0.34458$$

Lo que nos lleva al sistema de ecuaciones:

$$-1.60 = \frac{42 - \mu}{\sigma}$$

$$0.40 = \frac{52 - \mu}{\sigma}$$

Su resolución nos lleva a que $\mu = 50$ y $\sigma = 5$.

La probabilidad demandada es:

$$P(X \leq 48) = P(Z \leq \frac{48 - 50}{5}) = P(Z \leq -2/5) = P(Z \leq -0.4) = 1 - 0.65542 = 0.34458$$

(b) Calcula la probabilidad de que una partícula EEE que ha vivido 2 días no viva 2 horas más.

Resolvemos el apartado declarando la variable Y que mide el tiempo de vida de las partículas EEE, que es una variable aleatoria exponencial $Y \rightsquigarrow Exp(\lambda)$ con parámetro λ, que hemos de calcular a partir del dato que nos aporta el enunciado:

$$P(Y > 48) = 0.38122$$

En consecuencia,

$$exp(-\lambda \cdot 48) = 0.38122$$

Aislando λ, conseguimos el valor del parámetro de la variable Y: $\lambda = 0.02$

La probabilidad solicitada es:

$$P(Y < 50|Y > 48) = \frac{P(Y < 50 \cap Y > 48)}{P(Y > 48)} = \frac{P(48 < Y \leq 50)}{P(Y > 48)} = \frac{P(Y \leq 50) - P(Y \leq 48)}{P(Y > 48)}$$

$$P(Y < 50|Y > 48) = \frac{exp(-48\lambda) - exp(-50\lambda)}{exp(-48\lambda)} = 1 - exp(-2\lambda) = 0.03921$$