

## Devoir pour Mardi 12 Mars

### Exercices supplémentaires

#### Exercice 1.

1. Montrer que

$$0 < \arccos\left(\frac{3}{4}\right) < \frac{\pi}{4}$$

2. Résoudre

$$\arccos(x) = 2 \arccos\left(\frac{3}{4}\right)$$

Coup de pouce : penser au sens de variation de la fonction arccos et aux antécédents.

#### Exercice 2.

1. Montrer que  $2 \arctan\left(\frac{1}{3}\right) \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$
2. Montrer que pour tout  $t \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

$$\sin(2t) = \frac{2 \tan(t)}{1 + \tan^2(t)}$$

3. En déduire que

$$\arcsin\left(\frac{3}{5}\right) = 2 \arctan\left(\frac{1}{3}\right)$$

#### Exercice 3.

1. Montrer que pour tout  $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

$$\sin(x) = \frac{\tan(x)}{\sqrt{1 + \tan^2(x)}} \quad \text{et} \quad \cos(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(x)}}$$

2. Montrer que :

$$0 < \arctan\left(\frac{3}{4}\right) + \arctan\left(\frac{5}{12}\right) < \frac{\pi}{2}$$

3. Résoudre

$$\arcsin(x) = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) + \arctan\left(\frac{5}{12}\right)$$