مؤسسات أمل التربوية المديرية التربوية	**باسمه تعالى** **امتحانات الشهادة الثانوية العامة** **الفرع : علوم العامة**	الاختبار المشترك الأول **العام الدراسي : 2021-2020**
عدد المسائل: خمس	**مسابقة في مادة الرياضيات (انكليزي)** **المدة : ثلاث ساعات**	**الاسم:** **الرقم:**

ملاحظــة: يُسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة)

I- (3 points)

Dans le tableau suivant, une seule réponse est correcte pour chaque question.
Ecrire le numéro de la question et choisir la réponse correcte correspondante en la **justifiant**.

Nº	Questions	Réponses possibles A	B	C
1)	$z = \sqrt{2} - 2e^{i\frac{\pi}{4}}$. Un argument de z est :	0	π	$-\frac{\pi}{2}$
2)	L'équation : $e^x - 1 - 2e^{-x} = 0$ admet	Aucune racine	1 racine	2 racines
3)	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = e^{2x}$. $f^{(n)}$ est la dérivée $n^{\text{ième}}$ de f où n est une entier strictement positive. Donc $f^{(n)}(0) =$	2^{n-1}	2^n	2^{n+1}
4)	La courbe représentative de la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(x) = x - \ln\left(\frac{2e^x+1}{e^x+1}\right)$ admet la droite d'équation :	y = x comme asymptote oblique	y = x + ln2 comme asymptote oblique	y = x – ln2 comme asymptote oblique
5)	Soit x > 3 et $F(x) = \int \frac{1}{3-x}dx$. Si F(6) = 1 – ln3, donc F(4) =	0	1	1 – 2ln3
6)	La suite (U_n) définie par: $U_0 = 4$ and $U_{n+1} = 2U_n + 5$ est	croissante	décroissante	ni croissante ni décroissante

II- (2.5 points)

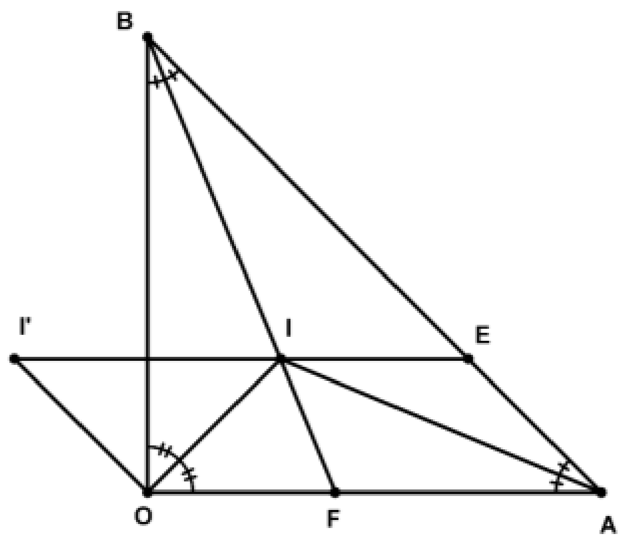
Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct $(O;\ \vec{u}, \vec{v})$, On considère les points M et M′ d'affixes respective z et z′ telle que $z' = \frac{1+i}{z}$ $(z \neq 0)$. Soit (C) la cercle de centre O et rayon $\sqrt{2}$.

1) Démontrer que $|z| \times |z'| = \sqrt{2}$ et trouver $\arg(z) + \arg(z')$.
2) Démontrer que si M décrit la cercle (C), M′ décrit le cercle de centre et rayon à déterminer.
3) Soit $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$ où x, y, x′, et y′ sont des nombres réels.
   - **a-** Ecrit x′ et y′ en fonction de x et y.
   - **b-** Démontrer que : si M décrit l'axe des abscisses privée de O, donc M′ décrit le droite (D) d'équation $y = x$.
   - **c-** Trouver l'ensemble des points M quand M′ décrit la droite d'équation $x = \frac{1}{2}$.

III- (3.5 points)

Dans la figure adjacente :

- OAB est un triangle rectangle isocèles direct telle que OA = OB = 3
- I est le point d'intersection des bissectrices des angles du triangle OAB
- (IE) est parallèle à (OA) et BE = 3.
- R est la rotation de center O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
- R′ est la rotation de center B et d'angle $\frac{\pi}{4}$.
- $f = R' \circ R$



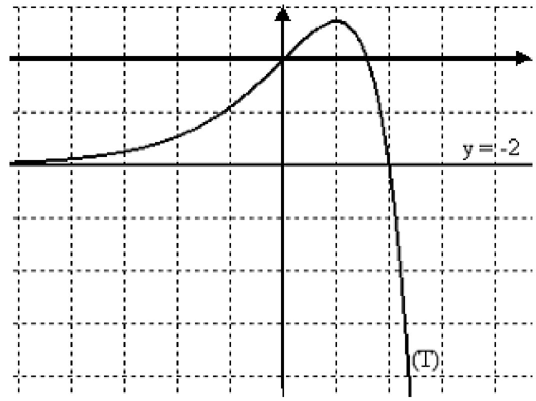
1) Soit I′ le symétrique de I par rapport à (OB).
   - **a-** Démontrer que I′ est l'image de I par R.
   - **b-** Comparer BI et BI′ trouver la mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{BI'};\overrightarrow{BI}\right)$.
   - **c-** Démontrer que f(I) = I, puis déterminer la nature et les éléments caractéristique de la transformation f.

2) Démontrer que f(O) = E, puis déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{IO};\overrightarrow{IE}\right)$.

3) On note par $A_1 = A$ et par $A_2 = R(A_1)$, $A_3 = R(A_2)$, …, $A_{n+1} = R(A_n)$, où $n \in \mathbb{N}^*$ Soit (U_n) la suite définie par : $U_n = \left(\overrightarrow{OA_n};\overrightarrow{OA_{n+1}}\right)$.
   - **a-** Trouver A_2 et A_3, puis démontrer que $U_1 + U_2 = \pi + 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$.
   - **b-** Démontrer que $\left(\overrightarrow{OA_1};\overrightarrow{OA_n}\right) = \frac{(n-1)\pi}{2} + 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$, puis trouver n telle que O, A_1, et A_n soit colinéaire.

IV- (7 points)

Partie A



Le courbe ci-contre (T) représentes une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (ax + b)\, e^x + c$, où a, b, et c sont trois nombres réels.

- La droite $y = -2$ est une asymptote horizontale à (T) en $-\infty$.
- La courbe (T) passe par l'origine O.
- La droite $y = -2$ coupes (T) seulement en un point d'abscisse 2

Vérifier que $c = -2$, $b + c = 0$, et $2a + b = 0$, puis trouver f(x).

Partie B

Dans ce qui suit prenons $f(x) = (-x + 2)e^x - 2$.

1) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f.
2) La courbe (T) coupe l'axe des abscisses en deux points d'abscisse 0 et α.
   Vérifier que $1.5 < \alpha < 1.7$.
3) Ecrire une équation de la tangent passant par O à (T).
4) Calculer en fonction de α, l'aire du domaine délimitée par (T) et l'axe des abscisses.
5) On définit, sur $[0\,;+\infty[$, la fonction h par : $h(0) = 0$ et $h(x) = \dfrac{x^2}{e^x - 1}$ si $x > 0$

   et soit (H) sa courbe représentative dans une repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$.

   a- Vérifier que $h'(x) = \dfrac{x\, f(x)}{(e^x - 1)^2}$, où $x > 0$.

   b- Dresser, en fonction de α, le tableau de variations de h

   c- Tracer la courbe représentative (H). (Prenons $\alpha = 1.6$)

V- (4 points)

Soit le tableau de variations d'une fonction continue $g(x) = 1 - \dfrac{2\ln x}{x}$.

x	0		e		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$1-2e^{-1}$	$\nearrow$	1

1) En utilisant le tableau de variations, démontrer que,
   pour tous $x > 0$, $\dfrac{\ln x}{x} \le \dfrac{1}{e}$.
2)
   a- Démontrer que la courbe représentative de n'importe quelle primitive de g sur $]0\,;+\infty[$ admets un point d'inflexion I.

   b- Déterminer la primitive G de g pour laquelle le point I appartient à la droite d'équation $y = x$.
3) Soit (U_n) la suite définie pour $n \in \mathbb{N}$, par $U_n = \left(\dfrac{\ln a}{a}\right)^n$ où a est un nombre réel telle que $a > 1$.

   a- Démontrer que (U_n) est une suite géométrique de raison r et premier terme U_0 à déterminer.

   b- Démontrer que la suite (U_n) est décroissante.

   c- Soit S_n la somme définie par $S_n = U_1 + U_2 + U_3 \ \ldots\ U_n$.
   Calculer S_n en fonction de n et a, puis calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$.