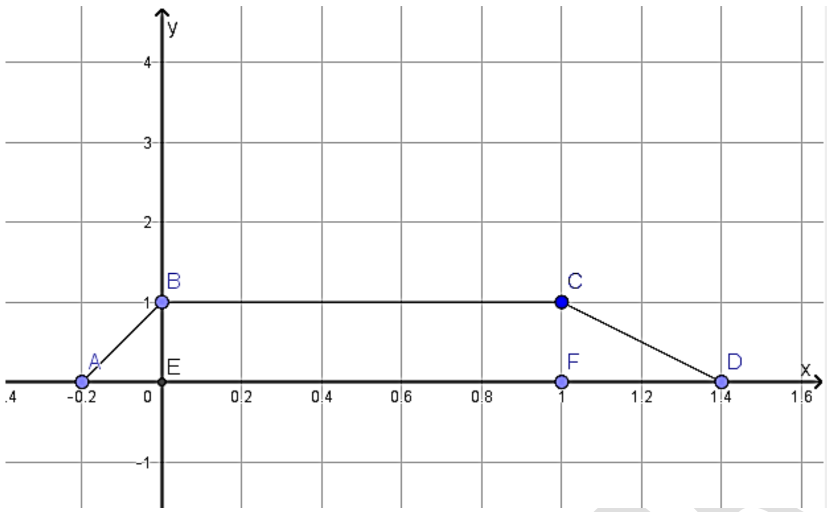
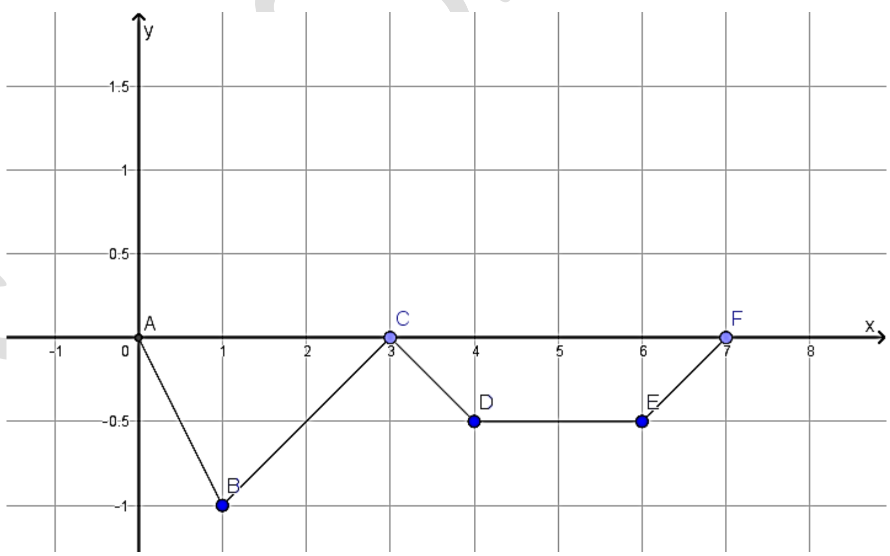
Intégrales : exercices supplémentaires

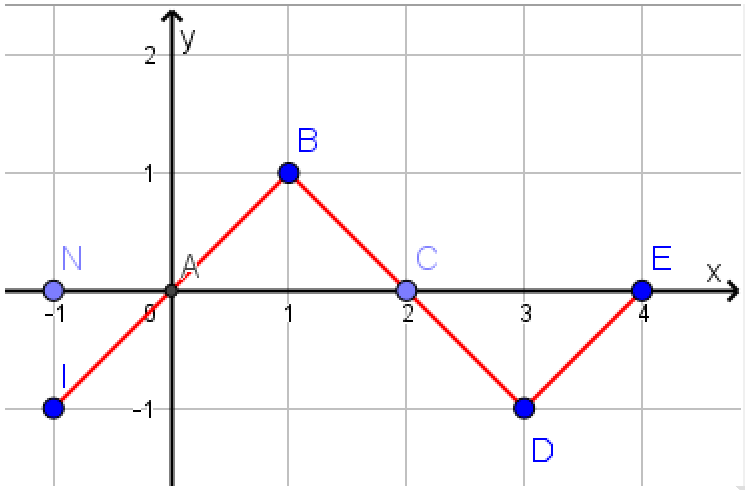
1) Soit f une fonction définie et continue sur IR donnée par sa courbe représentative ci-dessous, calculer $\int_{-0\ 2}^{1\ 4} f(x)dx$



2) Soit f une fonction définie et continue sur IR donnée par sa courbe représentative ci-dessous, calculer $\int_{0}^{7} f(x)dx$.



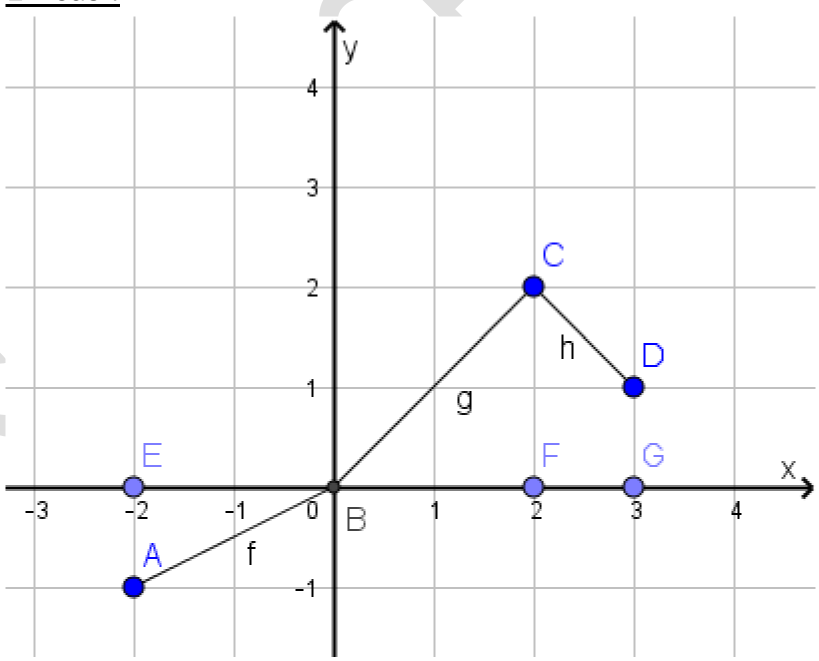
3) Soit f une fonction définie et continue sur IR donnée par sa courbe représentative ci-dessous, calculer $\int_{-1}^{4} f(x)dx$



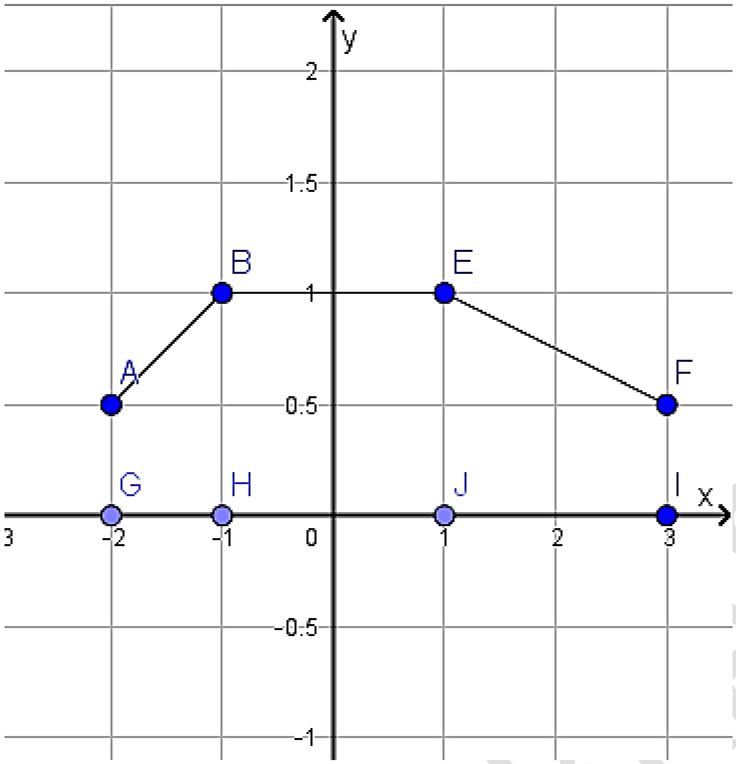
4) Dans chacun des cas suivants, f est une fonction donnée par sa courbe représentative :

$$Quelle\ est\ la\ valeur\ de\ l'intégrale\ \int_{-2}^{3} f(t)dt\ \ dans\ chacun\ des\ cas\ suivants\ ?$$

<u>1^er cas :</u>



2ème cas :



5) Calculer $I = \int_{-7}^{-2} x^2 + 6x + 5\,dx$.
   Donner une interprétation géométrique de cette intégrale.

6) Calculer les intégrales suivantes :

$$A = \int_4^1 x^2\sqrt{y}\,dy = x^2\left[\frac{2}{3}\,y\sqrt{y}\right]_4^1 = \frac{2}{3}x^2(1-8) = -\frac{14}{3}x^2$$

$$B = \int_{-2}^{1} sin(x), cos(y), t^2 dt = \left[sin(x), cos(y), \frac{t^3}{3}\right]_{-2}^{1}$$

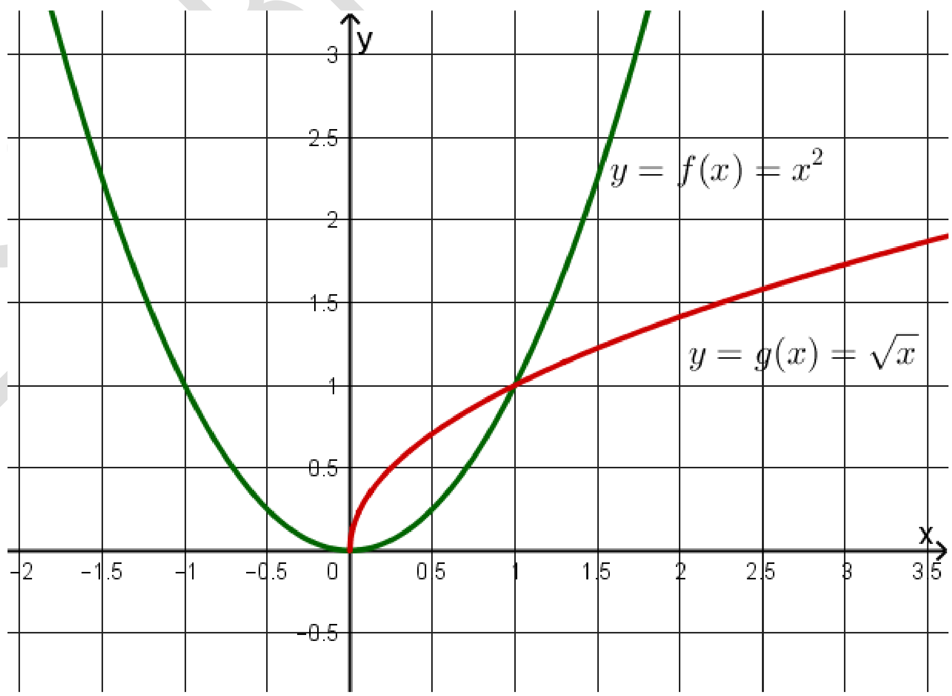
7) Calculer, lorsque cela est possible, chacune des intégrales suivantes :

$$I = \int_{-1}^{1} \frac{dx}{x^3} \qquad J = \int_{1}^{2} \frac{dx}{x^3}$$

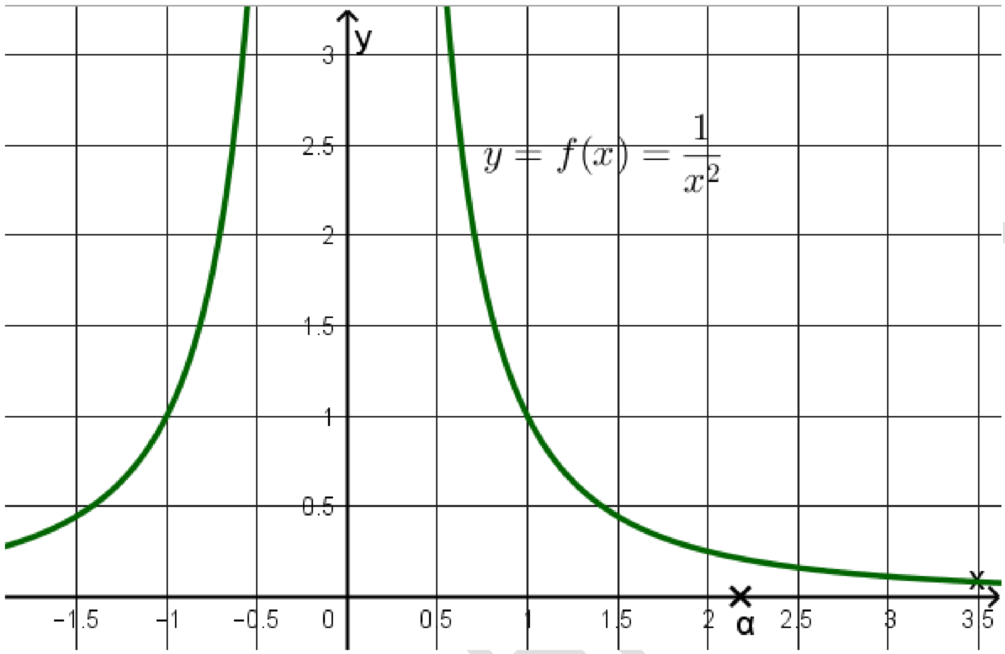
$$L = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \sin(x)\, dx \qquad M = \int_{1}^{2} \frac{x|x|dx}{2019\, x^{2020}}$$

$$N = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x) + |\sin(x)|}{(1+\cos(x))^2} dx$$

8) Calculer l'aire du domaine délimité par les courbes représentatives de f et de g et des droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.



9) Calculer l'aire du domaine délimité par la courbe représentative de f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \alpha$.



Que vaut cette aire lorsque α tend vers $+\infty$?

10) Soit $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2(x)dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2(x)dx$.

1) Calculer $I + J$.
2) Calculer $I - J$.
3) En déduire les valeurs exactes de I et J.

11) Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ donnée par : $u_n = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^n}{1+x^2} dx$.

Calculer $u_{2018} + u_{2020}$.

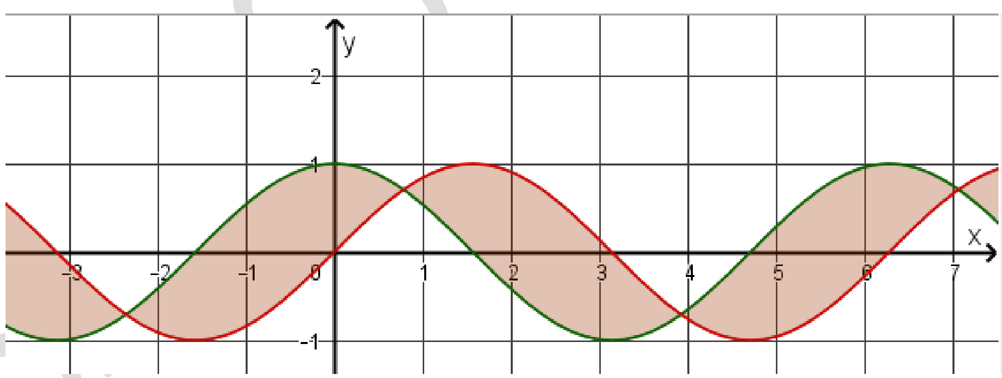
12) Soit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ donnée par : $v_n = \int_0^{\pi/2} \sin(x)\,,\cos^n(x)\,dx$.

a) Calculer v_0 v_1 et v_2.
b) Sans avoir à expliciter v_n, conjecturer le sens de variations de la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ainsi que sa limite.
c) Prouver le sens de variations de la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
d) Expliciter v_n et vérifier les résultats du b).

13) Soit la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ donnée par : $w_n = \int_0^n \frac{x^{2019}}{\sqrt{1+x^{2020}}}\,dx$

Sans avoir à expliciter w_n, étudier son sens de variations.

14) Les courbes des fonctions sinus et cosinus sont représentées dans le repère orthonormé ci-dessous.



Sur une période, quelle est l'aire du domaine coloré ?

15) Calculer chacune des intégrales ci-dessous :

$$I = \int_{-1}^{4} (2x-3)^2 dx \qquad J = \int_{-2}^{1} (x-4)^3 dx$$

$$K = \int_{2}^{1} 2t(t^2+1)^4 dt \qquad L = \int_{0}^{1} (2x+1),(x^2+x) dx$$

$$M = \int_{0}^{2} \frac{3t}{(t^2+1)^2} dt \qquad N = \int_{0}^{3} \frac{1}{(2u+1)^2} du$$

$$O = \int_{0}^{3} \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx \qquad P = \int_{0}^{-1} \frac{2}{\sqrt{1-3x}} dx$$

$$Q = \int_{-1}^{\sqrt{3}} \frac{3x}{\sqrt{x^2+1}} dx \qquad R = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} dx$$

$$S = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\pi} \frac{\sin(t) - t,\cos(t)}{t^2} dx \qquad T = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} x^3 \cos(x), \sqrt{x}, y^3 \, dy$$

16) Calculer les intégrales suivantes:

$$A = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\pi} \frac{sin(t) - t,\cos(t)}{t^2} dt \qquad B = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right) dt$$

$$C = \int_{1}^{2} \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) dt$$