

الاختبار المشترك الأول العام الدراسي : 2020-2019	باسمه تعالى امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : علوم الحياة	مؤسسات أمل التربوية المديرية التربوية
الاسم : الرقم :	مسابقة في مادة الرياضيات (فرنسي) المدة ساعتان	عدد المسائل : أربع

ملاحظة: يُسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I- (4 points)

Dans le tableau suivant , **une seule** des réponses proposées à chaque question est correcte. Écrire le numéro de chaque question et donner **en justifiant** la réponse qui lui correspond.

Questions		Réponses		
		A	A	A
1)	L'ensemble des solutions de l'inéquation (E): $(\ln x)^2 - 4 \ln x + 3 < 0$ est :	$]0, +\infty[$	$]e, e^3[$	$]1, 3[$
2)	Soient A (1, 2, 2) et B (3, 0, 2) . une équation du plan médiateur de [AB] est :	$x - y - 1 = 0$	$2x - 2y - 1 = 0$	$x + y - 1 = 0$
3)	Pour tout nombre complexe $z \neq i$, alors $\left \frac{1+iz}{\bar{z}+i} \right =$	1	2	$\frac{\pi}{12}$
4)	pour $x > 0$, $\int x \ln x dx =$	$\frac{x^2 \ln x}{2} + c$	$\frac{x^2 \ln x}{2} - \frac{x^2}{2} + c$	$\frac{x^2 \ln x}{2} - \frac{x^2}{4} + c$

II- (4 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère le plan

$$(P) : 2x - 2y - z + 1 = 0 \text{ et la droite } (d) : \begin{cases} x = -t - 2 \\ y = -2t - 2 \\ z = 2t + 1 \end{cases}, \text{ où } t \in \mathbb{R} \text{ et les points } A(1; -1; 0) \text{ et}$$

B (0, 0, -2).

1) Vérifier que l'équation de plan (Q) contenant (d) et passant par le point B est :

$$2x + y + 2z + 4 = 0$$

2) Montrer que le plan (P) et (Q) sont perpendiculaires.

3) Montrer que (d) est la droite d'intersection de plan (P) et (Q).

4) a- Montrer que A est équidistante aux plans (P) et (Q).

b- Déduire la distance de point A à (d).

III- (4 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$

Pour tout $z \in \mathbb{C} - \{0; 1; -1; i; -i\}$ on considère les points M, N et P d'affixes $Z_M = z$, $Z_N = z^2$, $Z_P = z^3$ respectivement. Soit $z' = \frac{z+1}{z}$.

- 1) Dans cette partie, soit $z = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$. Écrire z' sous la forme exponentielle.
- 2) a- Vérifier que $z' = \frac{Z_P - Z_M}{Z_P - Z_N}$.
b- Montrer que si z' est imaginaire pure alors MNP est un triangle rectangle en P.
- 3) Soit $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$ tel que x, y, x' et y' sont des nombres réels.
a- Vérifier que $x' = \frac{x^2 + y^2 + x}{x^2 + y^2}$ et $y' = \frac{-y}{x^2 + y^2}$.
b- On considère le point $M'(z')$, et la droite d'équation (d) : $y = x$.
Montrer que si M varie sur la droite (d) alors M' varie sur la droite (d'), d'équation à déterminer.
c- Montrer que si M' varie sur la droite d'équation $x = 1$, alors z est imaginaire pure.

IV- (8 points)

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x^2(\ln x) - x$, et on désigne par (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
b- Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et calculer une valeur approchée à 10^{-2} de $f(3)$.
- 2) Dans la figure ci-contre :
 - (C') est la courbe représentative de la fonction f' dérivée de la fonction f .
 - (C') coupe (x'x) en B(1, 0)

Étudier le signe $f'(x)$, et tracer le tableau de variation de f .

- 3) La droite (d): $y = x$ coupe (C) en un point d'abscisse α .
a- Vérifier que $2.3 < \alpha < 2.4$.
b- Dédire que $\alpha \ln \alpha = 2$.
- 4) Tracer (d) et (C).
- 5) On suppose que l'aire du domaine limité par (C), (x'x), et la droite d'équation $x = \alpha$ est $\mathcal{A} = 0.64$ unité de l'aire.
Calculer en fonction de α l'aire de domaine limité par (C), (x'x) et (d).
- 6) a- Montrer que f admet sur $]1, +\infty[$ une fonction réciproque g dont son domaine à déterminer.
b- Tracer (G), la courbe représentative de la fonction g , dans le même repère.
c- Résoudre l'inéquation $g(x) \leq \alpha$.

