Classe de SG
Février 2023
Durée : 60 min

Contrôle de Mathématiques (7 pts)

Dans la figure donnée en annexe, qui sera complétée au fur et à mesure, on donne :

- ABC un triangle équilatéral direct.
- (C) le cercle circonscrit au triangle ABC de centre O.
- D le symétrique du point B par rapport au point A .

1) La droite (CD) recoupe le cercle (C) en W, placer W.

   On admettra dans le reste des parties que O est le milieu de $[WB]$.

   Montrer que les triangles BCD et AWD sont deux triangles semi-équilatéraux.

2) On considère la similitude S qui transforme D en A et B en C.
   a) Déterminer le rapport k et un angle θ de la similitude S.
   b) Vérifier que W est le centre de la similitude S.
   c) Déterminer et placer le point F, image de A par la similitude S.
   d) Soit I le milieu de $[AB]$.
      Déterminer I', l'image de I par S.
   e) Montrer que les droites (AW) et (CI) sont parallèles
   f) En déduire la droite (d), image de la droite (CI) par S.
   g) Déterminer l'image de la droite (DW) par S.
   h) En déduire C', l'image de C par S.
   i) Démontrer que le point O' image de O par S est le point d'intersection des droites (d) et (CW) puis déterminer et construire le transformé (C') du cercle (C) par S.

3) On considère la rotation r qui transforme C en B et W en O. Soit $f = r \, o \, S$.
   a) Montrer que l'angle de r est $\alpha = \frac{-\pi}{3}(2\pi)$ et déterminer le centre de r.
   b) Déterminer $f(D)$ et $f(B)$.
   c) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f.

4) On considère l'homothétie h de centre O tel que $h(I) = C$.
   Soit $\sigma = h \, o \, f$.
   a) Déterminer le rapport de h.
   b) Déduire que σ est une symétrie centrale que l'on déterminera son centre.

Annexe :