عدد المسائل: خمس	امتحانات الشهادة الثانوية العامة فرع: العلوم العامة 2020/2021	ثانوية برجا الرسمية 07/623581
المدة: ثلاث ساعات	مسابقة في مادة الرياضيات	اعداد وتأليف الأستاذ: أحمد دمج 70/773620

ملاحظات هامة - يستطيع الطالب الاجابة عن الأسئلة بالترتيب الذي يناسبه.
- يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو إختزان المعلومات او رسم البيانات.

نموذج رقم : 4

I- (2 points)

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.
Ecrire le numéro de chaque question et donner, **en justifiant,** la réponse qi lui correspond.

N^0	Questions	Réponses		
		(a)	(b)	(c)
1)	$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x^2+3} =$	0	$+\infty$	1
2)	$\ln(3-\sqrt{8}) + \ln(3+\sqrt{8}) =$	0	ln 6	e
3)	On donne $\frac{z_A - z_C}{z_A - z_B} = 3i$ et $BC = \sqrt{40}$. L'aire du triangle ABC est	3	6	12
4)	$20! - 17! =$	$3!$	$17!\,(A_{20}^3 - 1)$	$20!\,(A_{20}^3 - 1)$

II- (3 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O\,;\,\vec{u}\,,\vec{v})$.

Pour tout point M du plan d'affixe z ≠ 4, on associe le point M' d'affixe z' , tel que $z' = \frac{(1+2i)z-10i}{z-4}$.

Soient A et B les points d'affixes respectives $z_A = 4 \; et \; z_B = 2i$.

1) a) Vérifier que $z^2 - (5+2i)z + 10i = (z-5)(z-2i)$.

   b) Déterminer les points M tels que $z' = z$.

2) Soit $z = k$ où k est un réel différent de 4.

   a) Montrer que le point M' a pour coordonnées $\left(\frac{k}{k-4}\,;\,\frac{2k-10}{k-4}\right)$.

   b) En déduire que M' décrit la droite (d) d'équation $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$.

3) a) Vérifier que $z' - 2i = \frac{z-2i}{z-4}$.

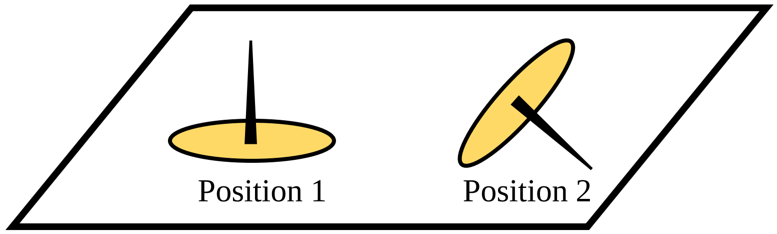
   b) Montrer que si M décrit le cercle de diamètre [AB] et M distinct de A alors z' est imaginaire pure.

III- (3 points)

Partie A

On lance une punaise, elle peut retomber sur la tête ou sur la pointe.

On considère les évènements suivants :



T « La punaise tombe sur la tête » (Position 1)

N « La punaise tombe sur la pointe » (Position 2)

1) On suppose que $P(N) = 2\,P(T)$. Calculer $P(T)$ et $P(N)$.

2) On lance cette punaise 10 fois de suite.

   Calculer la probabilité de l'évènement « La punaise tombe exactement 2 fois sur sa tête »

Partie B

Une urne contient 7 boules :

- Trois boules portent chacune le numéro 0,
- Trois boules portent chacune le numéro 6,
- Une boule porte le numéro 4.

Dans cette partie, on lance, une seule fois, la punaise.

- Si elle tombe sur la tête, alors on tire au hasard et simultanément trois boules de U.
- Si elle tombe sur la pointe, alors on tire au hasard et successivement avec remise trois boules de U.

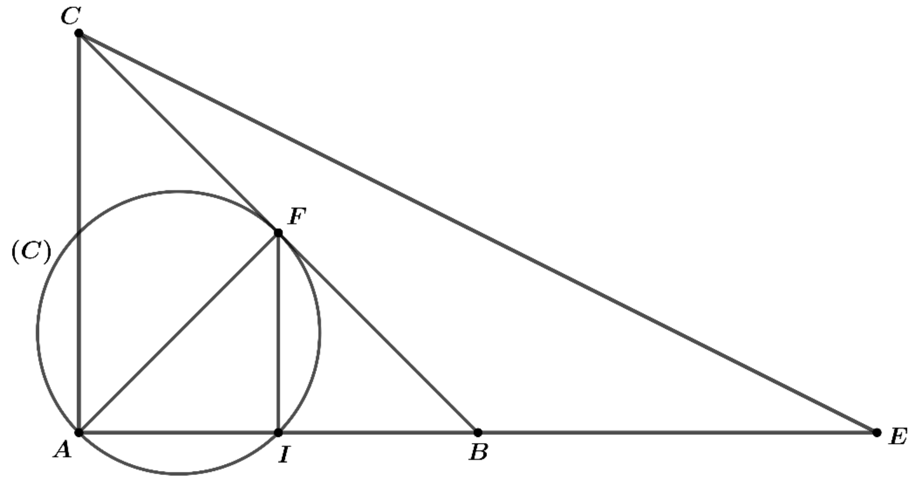
On considère l'évènement suivant :

S « La somme des nombres portés par les trois boules tirées est 12 »

1) Montrer que $P(S \cap T) = \frac{3}{35}$.
2) Calculer $P(S \cap N)$ et en déduire que $P(S) = \frac{1261}{5145}$.
3) La somme des nombres portés par les trois boules tirées est différente de 12, calculer la probabilité que la punaise a tombé sur sa tête.

IV- (4 points)

Dans la figure ci-contre on donne :



- AEC est un triangle rectangle direct tels que $AE = 16$ et $AC = 8$.
- B, F et I sont les milieux respectifs de segments [AE], [BC] et [AB].
- (C) est le cercle de diamètre [AF].

Soit S la similitude plane directe qui transforme A en B et E en C.

On désigne par Ω le centre de S.

1) a) Calculer un angle et le rapport de S.

   b) Déterminer $S(B)$ et le point L, image de I par S.

   c) Montrer que $S(F) = I$.

2) Soit $f = S \circ S$.

   a) Trouver la nature, le rapport et l'angle de f.

   b) Déterminer f(A) et f(B).

   c) En déduire une construction du point Ω.

3) Soit M un point quelconque de (C) et distincts de F et I et soit $M' = S(M)$

   a) Déterminer le cercle (C'), image de (C) par S.

   b) Montrer que M' appartient à (C') et que M, I et M' sont alignés.

   c) En déduire une construction du point M' à partir de M.

4) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(I; \vec{u}; \vec{v})$ tel que $\vec{u} = \overrightarrow{IB}$.

   a) Montrer que l'écriture complexe de S est $z' = \frac{i-1}{2} z + \frac{i+1}{2}$.

   b) Déduire l'affixe du point Ω.

V- (8 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$, par $f(x) = -x + x^2\, e^{-x+\frac{1}{2}}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O\,;\, \vec{i},\, \vec{j})$.

1) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement.

2) a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et montrer que la droite (d) d'équation $y = -x$ est une asymptote à (C).

   b) Étudier suivant x, la position relative de (C) et (d).

3) a) Vérifier que $f'(x) = (2x - x^2)e^{-x+\frac{1}{2}} - 1$.

   b) Montrer que (d) est la tangente à (C) en O.

   c) Trouver les coordonnées du point E de (C) où la tangente (T) à (C) est parallèle à (d).

4) Reproduire et compléter le tableau ci-dessous :

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
f '(x)	$-$
f(x)	

5) Tracer (d), (T) et (C).

6) Soit (G) l'image de (C) par la rotation r de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$.

   a) Écrire le forme complexe de r.

   b) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ et admet (G) comme courbe représentative.

      Résoudre l'équation $g'(x) = 0$.