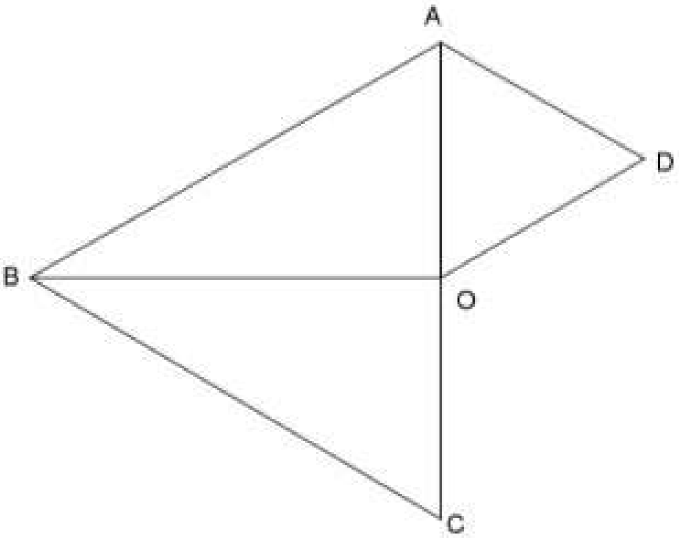
V- (3 points)

Dans la figure ci-dessous, ABC et AOD sont deux triangles équilatéraux directs avec O milieu de [AC].



Soit S la similitude plane directe qui transforme B en O et C en D.

1) a- Déterminer le rapport k et un angle α de S.
   b- Vérifier que A est le centre de S.

2) On considère la transformation R tel que $R(B) = C$ et $R(C) = A$.
   a- Montrer que R est une rotation dont on déterminera un angle.
   b- Déterminer le centre G de R.

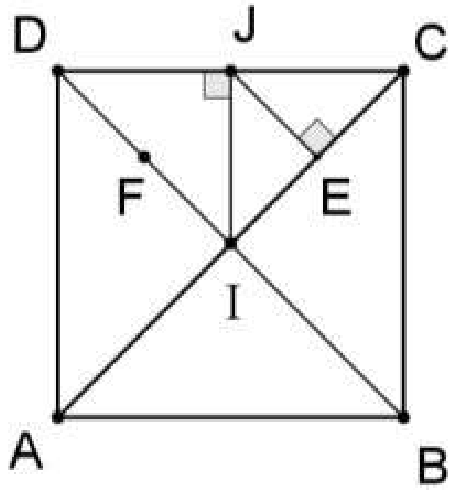
3) Soit $h = S \circ R$,
   a- Déterminer h(B) et h(C).
   b- Déterminer la nature, le centre et le rapport de h.

III- (3 points)

Soit ABCD un carré direct de côté 1 tel que $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right) = \frac{\pi}{2} \quad [2\pi]$.

On désigne par I, J, E et F les milieux respectifs des segments [AC], [CD], [IC] et [DI].

On considère la similitude plane directe S qui transforme A en I et C en J.



1) **Vérifier** que le rapport k de S est égal à $\frac{\sqrt{2}}{4}$

 -trouver un <u>angle α</u> de S.

2) a- **Montrer** que S(B) = E.

 b- **Déduire** l'image du carré ABCD par S.

3) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right)$.

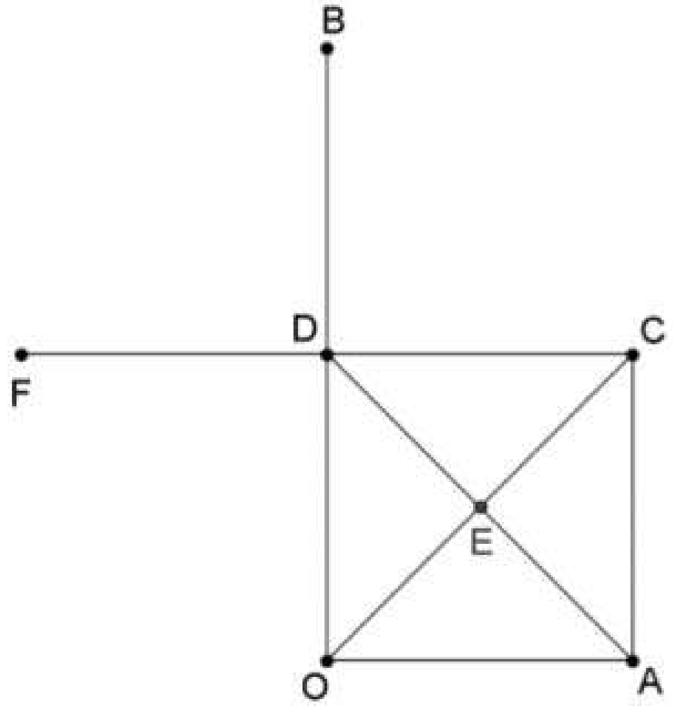
 a- **Déterminer** la forme complexe de S.

 b- **Déduire** l'affixe du point W centre de S.

V- (3 points)

Dans la figure ci-dessous,

- OACD est un carré direct de centre E et de côté 2 .
- F est le symétrique de C par rapport à D.
- B est le symétrique de O par rapport à D.



On désigne par S la similitude plane directe de centre O qui transforme A en B.

Partie A

1) a- Calculer le rapport k et un angle α de S.

   b- Vérifier que $S(E) = F$.

   c- Montrer que le triangle OBF est rectangle isocèle.

2) On considère la similitude plane directe $S'\left(E,\ 2,\frac{\pi}{2}\right)$ et la transformation $h = S \circ S'$.

   On désigne par W le centre de h. Montrer que $\overrightarrow{WF} = -4\,\overrightarrow{WE}$.

Partie B

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ avec $\vec{u} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA}.$

1) Montrer que la forme complexe de h est $z' = -4z + 2 + 6i$ et déduire l'affixe de W.