Chapitre 1 - SV - Nombre complexe

1- $z = x + iy$ / $\bar{z} = x - iy$ / $z\bar{z} = |z|$ / $|z| = |\bar{z}|$

2- a- Si z est réel :
- $Im(z) = 0$ $(y = 0)$
- $z = \bar{z}$
- $arg(z) = K\pi$ $(K = cte)$

b- Si z est imaginaire pure :
- $Re(z) = 0$ $(x = 0)$ / $Im(z) \neq 0$ $\rightarrow z \neq 0$
- $z = -\bar{z}$
- $arg(z) = \frac{\pi}{2} + K\pi$

3- $z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A = \overrightarrow{AB}$

4- $|z| = |x + iy| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$AB = |z_{\overrightarrow{AB}}| = |z_B - z_A|$

5- $Arg(z) = (\vec{u}\,; \overrightarrow{OM})$

- $\tan\theta = \frac{y}{x}$ $\rightarrow$ Si $x > 0$; $arg(z) = \tan^{-1}(y/x)$
  $\rightarrow$ Si $x < 0$; $arg(z) = \pi + \tan^{-1}(y/x)$

6- $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$: forme trigonométrique.

- $z = re^{i\theta}$ avec $r = |z|$: Forme exponentielle.

7- $arg\left(\frac{z}{z'}\right) = arg(z) - arg(z')$ | - $arg(z^n) = n\,arg(z)$

- $arg(z \times z') = arg(z)\ arg(z')$ | - $arg(\bar{z}) = -arg(z)$

8 - a - Si $AH = BH$; H varie sur la mediatrice de [AB].

b - Si $AH = AB = cte$, H varie sur le cercle de centre A.

c - Si $(\vec{AH};\vec{BH}) = 0$, H varie sur (AB), privé de [AB].

d - Si $(\vec{AH};\vec{BH}) = \pi$, H varie sur [AB].

e - Si $(\vec{AH};\vec{BH}) = \frac{\pi}{2}$, H varie sur le cercle de diametre [AB]. (privée de A et B)

9 - a - Si $(\vec{u};\vec{OH}) + (\vec{u};\vec{OH'}) = \pi$; [OH] et [OH'] sont symetrie par rapport à $(y'y)$.

b - Si $(\vec{u};\vec{OH}) + (\vec{u};\vec{OH'}) = 0$; [OH] et [OH'] sont symetrie par rapport à $(x'x)$.

c - Si $(\vec{u};\vec{AH}) + (\vec{u};\vec{AH'}) = \pi$; [AH] et [AH'] sont symetrie par rapport à (d) : $x = x_A$.

d - Si $(\vec{u};\vec{AH'}) + (\vec{u};\vec{AH}) = 0$; [AH] et [AH'] sont symetrie par rapport à (d) : $y = y_A$

Chapitre 2 _ SV _ Fonctions : Generalité.

limites 1 _ a_ $\lim\limits_{x \to \pm\infty} ax^n = \pm\infty$.

b_ $\lim\limits_{x \to \pm\infty} P(x) =$ plus grand degré.

c_ $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{P(x)}{Q(x)} = \dfrac{c}{0} = \pm\infty$. (Suivant c et $0^{+/-}$)

d_ $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{P(x)}{Q(x)}$
- $\rightarrow \dfrac{\infty}{\infty}$: plus grand degré / R.H.
- $\rightarrow \dfrac{0}{0}$: Factorisation / R.H.
- $\rightarrow -\infty + \infty$: facteur commun.
- $\rightarrow 0 \times \infty$: Exponentielle.

Asymptotes 2 _ a_ Si $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = a$ donc $(d) : y = a$ A.H

b_ Si $\lim\limits_{x \to a} = \pm\infty$ donc $(d) : x = a$ A.V

c_ Si $\lim\limits_{x \to \pm\infty} [f(x) - (ax+b)] = 0$ donc $(d) : y = ax+b$ A.O.

Nb: Si $\lim [f(x) - (ax+b)] = \pm\infty$ donc $(d) : y = ax+b$ direction asympt

d_ $\lim \dfrac{f(x)}{x}$
- $\rightarrow \pm\infty$: $(y'y)$ direction asymptotique
- $\rightarrow 0$: (xx') direction asymtotique.
- $\rightarrow a$: $b = \lim [f(x) - ax]$ donc $(d) : y = ax+$ direction asymptotique.

f continue 3 _ a_ Si $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x > a}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to a \\ x < a}} f(x) = f(a)$ donc $f(x)$ est continue sur a

b_ Si $f(a) = \lim\limits_{\substack{x \to a \\ x > a}} f(x) \neq \lim\limits_{\substack{x \to a \\ x < a}} f(x)$ donc $f(x)$ continue à droite de a

- Si $f(a) = \lim\limits_{\substack{x \to a \\ x < a}} f(x) \neq \lim\limits_{\substack{x \to a \\ x > a}} f(x)$ donc $f(x)$ continue à gauche de a

c- Si f est continue sur $[a;b]$ donc $f([a;b]) = [m;M]$

d- Si f est continue, définie et strictement monotone sur $[a;b]$ et $f(a) \times f(b) < 0$ donc $f(x) = 0$ admet une racine unique α / $a < \alpha < b$.

e- Si f définie sur $I - \{a\}$ donc $f(a)$ n'existe pas. et $\lim\limits_{x \to a} f(x) = l$ donc f est prolongeable par continuité $g(x) = \begin{cases} f(x) & x \neq a \\ l & x = a \end{cases}$

f. Dérivé

4- a- Si $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ existe, donc f est dérivable sur a.

b- $f'(a) = \lim\limits_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

$f''(x)$/ inflexion

5- a- Si $f''(x)$ s'annule sur $x = a$ en changeant sa signe alors (C) admet un point d'inflexion $I(a;b)$

b- Si $f''(x) > 0$, alors la concavité de (C) est dirigé vers le haut. $(\cup)$

- Si $f''(x) < 0$, alors la concavité de (C) est dirigé vers le bas. $(\cap)$

6- a- Si $f \in I$ et $g \in J$ / $I \subset J$, alors la fonction $f \circ g(x)$ $(f(g(x)))$, définie sur I, est appelle fonction composé de g et f.

b- $(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \times g'(x)$

c- $f \circ f^{-1}(x) = f^{-1} \circ f(x) = x$.

7- Centre de symetrie : $f(2a - x) + f(x) = 2b$.

Axe de symetrie : $f(2a - x) = f(x)$.

8- Si $f(-x) = f(x)$, donc $f(x)$ est paire ($y'y$ axe de symetrie,

Si $f(-x) = -f(x)$, donc $f(x)$ est impaire ($x'x$ axe de symet

Suite 9- Si $f \nearrow$, et $a > b \longrightarrow f(a) > f(b)$

Si $f \searrow$, et $a > b \longrightarrow f(a) < f(b)$.

10- Si $f(I) = J \longrightarrow x \in I$ et $y \in J$

11- $(T) : y = f'(x_A)(x - x_A) + y_A$

Chapitre 2 - SV - Fonctions : Réciproque.

1- Si f est définie continue et strictement monotone sur $[a;b]$ donc f admet une fonction réciproque f^{-1} sur $[a;b]$

- $D_{f^{-1}} = f([a;b])$ ($f(x) = y \Rightarrow f^{-1}(y) = x$)

2- Forme explicite de f^{-1}

- x en fonction de y.
- Remplacer x en $f^{-1}(x)$ et y en x.

3- $f^{-1}(\beta) = \alpha$ ($f(\alpha) = \beta$)

$$(f^{-1})'(\beta) = \frac{1}{f'(\alpha)}$$

4- f et f^{-1} ont les même variations.

5- (C) et (C^{-1}) sont symétrie par rapport à (d): $y = x$.

6- (C): $M(\alpha;\beta)$ (C^{-1}): $M'(\beta;\alpha)$

(d): $y = ax + b$. (d'): $x = ay + b$.

7- Si (C) coupe (d) en A ; (C^{-1}) coupe (d) en A.

Chapitre 2 - SV - Fonctions : Logarithme.

1. $f(x) = \ln(u)$.
   $D_f = u > 0$.

2. $f'(x) = (\ln u)' = \frac{u'}{u}$

3. $\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$
   - $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$
   - $\ln x^n = n \ln x$
   - $a = b \longrightarrow \ln a = \ln b$ / $a > b \longrightarrow \ln a > \ln b$

4. $K = \ln e^K$ ($\ln e = 1$ / $\ln 1 = 0$)

5. a. $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

   (x emporte $\ln x$)

   b. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \ln x = -\infty$

Chapitre 2 - SV - Fonctions : Exponentielles.

1 - $f(x) = e^u \longrightarrow D_f = D_u$

e^u toujours > 0 (quelque soit u car e = cte)

2 - $f'(x) = (e^u)' = u'e^u$

- $\int f(x)\,dx = \int e^u\,dx = \frac{1}{u'}e^u + c$.

3 - $e^a \times e^b = e^{a+b}$

- $\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$

- $e^a \gtrless e^b \longrightarrow a \gtrless b$.

4 - Si $e^a = e^b$ donc $a = b$

- $e^{\ln a} = a$ $\left(\ln e^{\ln a} = \ln a \cdot \cancel{\ln e}^{1} = \ln a\right)$

- $e^{k\ln a} = e^{\ln a^k} = a^k$ $\left(\ln e^{k\ln a} = \ln e^{\ln a^k} = \ln a^k \cdot \cancel{\ln e}^{1} = \ln a^k\right)$

5 - a - $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

(e^x emporte $\ln x$)

b - $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$

toujours $= 0$

c - $\lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = \boxed{0 \times -\infty} = 0$ (on remplace e^x par $\frac{1}{e^{-x}}$)

6 - a - $\int u'e^u\,dx = e^u + c$

b - $\int P(x)e^u\,dx$ = Integrale par partie toujours

Chapitre 3 - SV - Integrale.

1- Si $F'(x) = f(x)$ donc F primitive de f.

2- a- $\int K\,dx = Kx + c$

b- $\int \cos ax = \frac{1}{a} \sin ax + c$

c- $\int \sin ax = -\frac{1}{a} \cos ax + c$

d- $\int \frac{K}{\cos^2 x}\,dx = K \tan x + c$

e- $\int \frac{K}{x^n}\,dx = K \frac{x^{1-n}}{1-n} + c$

f- $\int u' \cdot u^n\,dx = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$

g- $\int \frac{u'}{u}\,dx = \ln|u| + c$

h- $\int u'v\,dx = [u.v] - \int v'.u + c$ (Integration par partie) ou par methode americaine

Derivee	primitive
u	v
u'	$\int v$
0	...

$= u.\int v - u'x \ldots$

3. a. $\int_b^a f(x)\,dx = F(a) - F(b)$ / $F = \int f(x)\,dx$.

b. $\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx$

c. $\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$.

$f(-x) = -f(x)$

d. Si f impaire donc $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$

$f(-x) = f(x)$

e. Si f paire donc $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int_0^a f(x)\,dx$

4. a. Aire du domaine limité par (C) ; (d) ; $x = a$; $x = b$.

$A = \int_a^b f(x) - y_{(d)}\,dx$ (Si (C) au dessus de (d))

$A = \int_a^b y_{(d)} - f(x)\,dx$ (Si (C) au dessous de (d))

b. Aire du domaine limité par (C_f) ; (C_g) ; $x = a$; $x = b$.

$A = \int_a^b f(x) - g(x)\,dx$ (Si (C_f) au dessus de (C_g))

$A = \int_a^b g(x) - f(x)\,dx$ (Si (C_g) au dessus de (C_f))

5. Si $h(x) = \int_a^{U(x)} f(t)\,dt$

donc $h(x) = \overbrace{F(U(x))}^{f\circ U(x)} - F(a)$ / $F(x) = \int f(x)\,dx$.

$\rightarrow h'(x) = (F(U(x)))' - (F(a))'^{\,0} = \underbrace{F'}_{f}(U(x)) \times U'(x)$

$h'(x) = f\circ U(x) \times U'(x)$

6. $V = \pi \int_a^b f(x)^2\,dx$.

Chapitre 4 - SV - Probabilité

1- Evenement incompatible : $A \cap B = \emptyset$ et $A \cup B = \Omega$ ← univers.
Evenement independant : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

2- a- $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})$

b- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

c- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ / $P(A) + P(\bar{A}) = 1$.

d- $P(A/B) + P(\bar{A}/B) = 1$.

e- $P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$ $\left(P(A \cap B) = P(A/B) \times P(B) = P(B/A) \times P(A) \right)$

3- a- Si $x \nearrow n\%$ donc $x' = \left(1 + \dfrac{n}{100}\right)x$

b- Si $x \searrow n\%$ donc $x' = \left(1 - \dfrac{n}{100}\right)x$

4- $+$ ← ou → $\cup$
$\times$ ← et → $\cap$

5- au plus → $\leq$
au moin → $\geq$

6- $E(X) = \sum X_i \, P(X_i)$ (Moyenne d'un seul evenement).

ordre $= \dfrac{(\text{nb total})!}{(\text{nb repeter})!}$

7- $C_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)!\ p!}$

8- $(a+b)^n = \sum_{p=0}^{p=n} C_n^p\ a^{n-p} \times b^p$ (formule binome de Newton)

Ex: $(a+b)^2 = \sum_{p=0}^{p=2} C_n^p . a^{n-p} \times b^p = C_2^0 \times a^{2-0} \times b^0 + C_2^1 \times a^{2-1} \times b^1 + C_2^2 \times a^0 \times b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

9- Succ avec remise $\longrightarrow \dfrac{C_n^1}{C_t^1} \times \dfrac{C_n^1}{C_t^1} \times \dots$ (avec ordre)

- Succ sans remise $\longrightarrow \dfrac{C_n^1}{C_t^1} \times \dfrac{C_{n-1}^1}{C_{t-1}^1} \times \dots$ (avec ordre)

- Simultanement $\longrightarrow \dfrac{C_n^2}{C_t^2}$ (sans ordre)

Chapitre 5 - SV - Espace.

1 - a - $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires $\longrightarrow$ $\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \frac{z}{z'} = K$. (Si $= \frac{0}{0}$ donc on prend la valeur de $\frac{y}{y'}$)

$\vec{u}(x;y;z)$ / $\vec{v}(x';y';z')$

b - $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ / $AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$

c - A, B et C alignés donc $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires

d - I milieu de [AB] donc $x_I = \frac{x_A+x_B}{2}$ / $y_I = \frac{y_A+y_B}{2}$ / $z_I = \frac{z_A+z_B}{2}$

G centre de gravité de $A\hat{B}C$: $x_G = \frac{x_A+x_B+x_C}{3}$ / $y_G = \frac{y_A+y_B+y_C}{3}$ / $z_G = \frac{z_A+z_B+z_C}{3}$

scalaire 2 - a - $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u};\vec{v})$. (Def. geometrique)

b - $\vec{u}.\vec{v} = xx'+yy'+zz'$ (Def. analytique)

$\longrightarrow \cos(\vec{u};\vec{v}) = \frac{xx'+yy'+zz'}{\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|}$

. L'angle aigu formé par $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est $\cos(\vec{u};\vec{v}) = \left|\frac{\vec{u}.\vec{v}}{\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|}\right|$

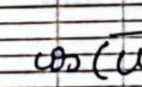
. Si $\vec{u}.\vec{v} = 0$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ orthogonal.

vectoriel 3 - a - $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{w}$ tel que $\vec{w} \perp$ Plan$(\vec{u};\vec{v})$

et $\|\vec{w}\| = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \sin(\vec{u};\vec{v})$.

b - Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires donc $\vec{u} \wedge \vec{v} = 0$

c - $\vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \overset{\ominus}{\vec{j}} & \vec{k} \\ x & y & z \\ x' & y' & z' \end{vmatrix} = (yz'-y'z)\vec{i} - (xz'-x'z)\vec{j} + (xy'-x'y)\vec{k}$



$(\vec{i} \wedge \vec{k} = \vec{j}$ / $\vec{k} \wedge \vec{j} = \vec{i}$ / $\vec{j} \wedge \vec{i} = \vec{k})$

mixte 4 - a - $\vec{U} \cdot (\vec{V} \wedge \vec{W}) = $ Réel

b - Si $\vec{U}$, $\vec{V}$ et $\vec{W}$ sont coplanaires (∈ au même plan)

donc $\vec{U} \cdot (\vec{V} \wedge \vec{W}) = 0$.

c - $\vec{U} \cdot (\vec{V} \wedge \vec{W}) = \begin{vmatrix} x & \overset{\ominus}{y} & z \\ x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \end{vmatrix} = x(y'z'' - y''z') - y(x'z'' - x''z') + z(x'y'' - x''y')$

5 - Hauteur d'un triangle : $\dfrac{\|\vec{BA} \wedge \vec{BC}\|}{\|BC\|} = \dfrac{\|\vec{AC} \wedge \vec{AB}\|}{\|\vec{BC}\|} = \dfrac{\|\vec{CA} \wedge \vec{CB}\|}{\|\vec{BC}\|}$ $\left(\dfrac{\wedge \text{ coté}}{\text{base}}\right)$

$\|\vec{AB} \wedge \vec{AC}\| = \|\vec{BA} \wedge \vec{BC}\| = \|\vec{CA} \wedge \vec{CB}\|$

6 - Aire d'un triangle = $\dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$

ou

$= \dfrac{\|\vec{BC} \wedge \vec{BA}\|}{2} = \dfrac{\|\vec{AB} \wedge \vec{AC}\|}{2} = \dfrac{\|\vec{CA} \wedge \vec{CB}\|}{2}$

7 - a - Volume d'un tetraedre = $\dfrac{A_{A\hat{B}C} \times AH}{3}\, u^3$ ou $\dfrac{AB \cdot (\vec{AC} \wedge \vec{AH})}{6}\, u^3$

b - Volume du cube = $(\text{côté})^3\, u^3$

c - Volume du parapepipede = $L \times h \times l\, u^3$ ou $|\vec{AB} \cdot (\vec{AC} \wedge \vec{AH})|\, u^3$

projections 8 - a - Projection orthogonal d'un point à un plan

- Eq de (AH) $\hookrightarrow$ $\vec{V}_{AH} = \vec{n}_P$, $A \in (AH)$
- $(AH) \cap (P)$.

b - Projection orthogonal d'un point à une droite.

- $H \in (d)$ (coordonné en fct de t)
- $\vec{AH} \cdot \vec{V}_{(d)} = 0$

Nb : Si (d) médiatrice de [AB] : . (d) $\subset$ (P) contenant (AB)
. (d) passe par le milieu de [AB]
. (d) $\perp$ (AB).

Cercle C - point $\in$ (C) : . $IA = R$ (I centre)
. $A \in (P)$
- (δ) axe du cercle : . (δ) $\perp$ (P) (Tout point $\in$ (δ) est equidistant aux pts de (C))
. (δ) passe par I
- (T) tangente à (C) : . (T) $\perp$ (AI) $(\vec{V}_{(T)} = \vec{n}_P \wedge \vec{AI})$
. (T) $\subset$ (P)
. $A \in (T)$ et $\in$ (C)

9 a - Distance d'un point au plan : $\frac{|ax_A + by_A + cz_A + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ / (P) : $ax + by + cz + d = 0$

b - Distance d'un point à une droite : $\frac{\|\vec{AB} \wedge \vec{AC}\|}{\|\vec{BC}\|}$ / B et C $\in$ (d)

AH = dist (A → (d))

ou

. $H \in (d)$ (coordonnées en fonction de t).
. $\vec{AH} \cdot \vec{V}_{(d)} = 0$

10 a - Position de deux plans :

. Si $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'}$ donc (P) et (Q) sont confondus

. Si $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \neq \frac{d}{d'}$ donc (P) // (Q) (vecteur normal //)

. Si $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ donc (P) et (Q) sont secantes suivant une droite de $\vec{V}_{(\Delta)} = \vec{n}_P \wedge \vec{n}_Q$ (Systeme de (P) et (Q) et on pose $z = t$)

b - Position d'une droite et d'un plan

. Si $\vec{V}_{(d)} \cdot \vec{n}_P = 0$ et $(x_0 ; y_0 ; z_0) \in (P)$ et (d) ou $ax_0 + by_0 + cz_0 + d = 0$ donc (d) $\subset$ (P)

. Si $\vec{n}_P \cdot \vec{V}_{(d)} = 0$ et $(x_0 ; y_0 ; z_0) \notin (P)$ ou $ax_0 + by_0 + cz_0 + d \neq 0$ donc (d) // (P)

. Si (d) coupe (P) en un point on remplace (d) dans (P) pour obtenir t_0 puis on remplace t_0 dans (d).

c. Position de deux droites:

- Si $\vec{V}_{(d)}$ colinéaire à $\vec{V}_{(d')}$ et $(x_0; y_0; z_0) \in (d)$ et (d) donc $(d) \equiv (d')$.
- Si $\vec{V}_{(d)}$ colinéaire à $\vec{V}_{(d')}$ et $(x_0; y_0; z_0) \in (d)$ et $\notin (d')$ donc $(d) // (d')$.
- Si $\vec{V}_{(d)}$ et $\vec{V}_{(d')}$ ne sont pas colinéaire et il y a un point d'intersection donc (d) et (d') sont secantes.
- Si $\vec{V}_{(d)}$ et $\vec{V}_{(d')}$ ne sont pas colinéaires et pas de point d'intersection donc (d) et (d') ne sont pas coplanaires.

11. a. Angle entre deux droites: $\cos\theta = \dfrac{\vec{V}_{(d)} \cdot \vec{V}_{(d')}}{\|\vec{V}_{(d)}\| \times \|\vec{V}_{(d')}\|}$ (aigu $\left|\dfrac{\vec{V}_{(d)} \cdot \vec{V}_{(d')}}{\|\vec{V}_{(d)}\| \times \|\vec{V}_{(d')}\|}\right|$)

b. Angle entre deux plans: $\cos\theta = \dfrac{\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q}{\|\vec{n}_P\| \times \|\vec{n}_Q\|}$

c. Angle entre un plan et une droite: $\sin\theta = \dfrac{\vec{V}_d \cdot \vec{V}_{d'}}{\|\vec{V}_d\| \times \|\vec{V}_{d'}\|}$

Equations 12. a. Plan contenant 3 points: $\vec{AM} \cdot (\vec{AB} \wedge \vec{AC}) = 0$

b. Plan contenant un point et une droite: $\underset{A \in (P)}{\vec{AM}} \cdot (\vec{V}_{(d)} \wedge \vec{AB}) = 0$ $B \in (d)$

c. Plan contenant un point et // à 2 droites: $\vec{AM} (\vec{V}_{(d)} \wedge \vec{V}_{(d')}) = 0$

d. Plan contenant une droite et // à une autre: $\underset{A \in (d)}{\vec{AM}} \cdot (\vec{V}_{(d)} \wedge \vec{V}_{(d')}) = 0$

e. Plan contenant 2 droites secantes: $\vec{AM} (\vec{V}_{(d)} \wedge \vec{V}_{(d')}) = 0$ / $A = (d) \cap (d')$

f. Plan contenant une droite et $\perp$ à un plan: $\underset{A \in (d)}{\vec{AM}} (\vec{V}_{(d)} \wedge \vec{n}_P) = 0$

g. Plan contenant un point et $\perp$ à 2 plan sécant: $\vec{AM} \cdot (\vec{n}_Q \wedge \vec{n}_P) = 0$

h. Plan contenant un point et $\perp$ à une droite: $\vec{AM} \cdot \vec{V}_{(d)} = 0$

i. Plan contenant un point et // à un plan: $\vec{AM} \cdot \vec{n}_P = 0$

j. Plan médiateur ($\perp$ segment en son milieu): $\vec{IM} \cdot \vec{AB} = 0$ / I milieu de $[AB]$.

k. Plan bissecteur de l'angle diedre de deux plan:

$dist(M; (P)) = dist(M; (Q))$

Nb: $x\hat{A}y$ est l'angle diedre des deux plan / $A \in (d)$ et $(d) : (P) \cap (Q)$

Chapitre 6 _ SV _ Équation différentielle.

1. L'équation différentielle est la relation entre $x; y; y'; y''$
   $R(x; y; y'; y'') = 0$ / cte.

2. Équation différentielle d'ordre 1 ($R(x; y; y') = 0$)

a. $y' + ay = 0 \xrightarrow{\text{solution}} y = Ce^{-ax}$

b. $y' + ay = K \longrightarrow y = Ce^{-ax} + \frac{K}{a}$

c. $y' + \ell(x) = 0 \longrightarrow y = Ce^{-h(x)}$ / $h(x) = \int \ell(x)\, dx$

d. $R(x; y') = 0 \longrightarrow y = \int g(x)\, dx + c$ / $g(x) = y'$ (y' en fonction de x)

3. Équation différentielle d'ordre 2 ($R(x; y; y'; y'') = 0$)

a. $y'' + \omega^2 y = 0 \xrightarrow{\text{solution}} y = C_1 \cos(\omega x) + C_2 \sin(\omega x)$ ou $y = a\sin(\omega x + \varphi)$

b. $y'' + \omega^2 y = K \longrightarrow y = C_1 \cos(\omega x) + C_2 \sin(\omega x) + \frac{K}{\omega^2}$

c. $R(x; y'') = 0 \longrightarrow y = \int f(x)\, dx$ / $f(x) = \int g(x)\, dx$ et $g(x) = y''$

d. $ay'' + by' + cy = 0 \longrightarrow ar^2 + br + c = 0$
   - $\rightarrow$ Si $\Delta > 0$, $y = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$
   - $\rightarrow$ Si $\Delta = 0$, $y = (C_1 x + C_2) e^{rx}$
   - $\rightarrow$ Si $\Delta < 0$, $y = (C_1 \sin \beta x + C_2 \cos \beta x) e^{\alpha x}$

   $r = \alpha + \beta i$

   $y = e^{rx}$ / $y' = re^{rx}$ / $y'' = r^2 e^{rx}$

1) Derivée

Fonction	Derivée
$f(x) = K$	$f'(x) = 0$
$f(x) = ax + b$	$f'(x) = a$
$f(x) = a\,u^n$	$f'(x) = a \times n \times u^{n-1} \times u'$
$f(x) = \frac{K}{u}$	$f'(x) = \frac{-K}{u^2} \times u'$
$f(x) = \sqrt{u}$	$f'(x) = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$f(x) = u \pm v$	$f'(x) = u' \pm v'$
$f(x) = u \times v$	$f'(x) = u'v + v'u$
$f(x) = \frac{u}{v}$	$f'(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2}$
$f(x) = \sin u$	$f'(x) = u' \cos u$
$f(x) = \cos u$	$f'(x) = -u' \sin u$
$f(x) = \tan u$	$f'(x) = \frac{u'}{\cos^2 u} = u'(1 + \tan^2 u)$

Formules trigonométriques :

$\cos^2\alpha = \dfrac{1}{1+\tan^2\alpha}$	$\sin^2\alpha = \dfrac{\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$	$\sin(-x) = -\sin x$ $\cos(-x) = \cos x$ $\tan(-x) = -\tan x$
$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \cos\alpha$ $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = \cos\alpha$	$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \sin\alpha$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = -\sin\alpha$	$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \cot x$ $\tan\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = -\cot x$

$\cos(a\pm b) = \cos a\cos b \pm \sin a\sin b$

$\sin(a\pm b) = \sin a\cos b \pm \cos a\sin b$

et $\tan(a+b) = \dfrac{\tan a + \tan b}{1-\tan a\tan b}$ $\quad \tan(a-b) = \dfrac{\tan a - \tan b}{1+\tan a\tan b}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$	$\tan 2\alpha = \dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$ $\tan\alpha = \dfrac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1-\tan\frac{\alpha}{2}}$
$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$ $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$ $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$	$\cos\alpha = \cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}$ $\cos\alpha = 2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1$ $\cos\alpha = 1 - \sin^2\frac{\alpha}{2}$
$\cos^2\alpha = \dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}$ $\cos^2\frac{\alpha}{2} = \dfrac{1+\cos\alpha}{2}$ $\sin^2\alpha = \dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}$ $\sin^2\frac{\alpha}{2} = \dfrac{1-\cos\alpha}{2}$	$\sin\alpha = \dfrac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}}$ $\sin 2\alpha = \dfrac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}$ $\cos\alpha = \dfrac{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}}$ $\cos 2\alpha = \dfrac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$

Chapitre 1 - SG - Équation a cofiient complexe.

1- $\Delta = b^2 - 4ac$

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

2- Soit $a+ib$ racine carré de Δ donc $(a+ib) = \Delta$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = Re(\Delta) \\ a^2 + b^2 = |\Delta| \\ 2ab = Im(\Delta) \end{cases}$$

3- Si $(re^{i\alpha})$ racine $n^{ième}$ d'un nb $z = le^{i\theta}$ donc

$(re^{i\alpha})^n = le^{i\theta}$

$r^n = l$

et $n\alpha = \theta + 2K\pi$ (On s'arrette sur $K = n-1$)

4- les racine cubiques de 1 sont: $1 ; j ; \overline{j}$

$\left(j = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \text{ et } \overline{j} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i \right)$

Donc les racines cubiques de z sont $u, uj, u\overline{j}$

5- les racines quatrième de 1 sont: $1, i, -1, -i$

Donc les racines quatrième de z sont $u, -u ; u(i), u(-i)$

CamScanner

Chapitre 2 - S6 - Suites.

1 a - Si $U_{n+1} - U_n < 0$ donc (U_n) est décroissante ($U_{n+1} < U_n$)
b - Si $U_{n+1} - U_n = 0$ donc (U_n) est stationnaire ($U_{n+1} = U_n$)
c - Si $U_{n+1} - U_n > 0$ donc (U_n) est croissante ($U_{n+1} > U_n$)

2 a - Si $U_n \leq a$, donc (U_n) est majoré par a (majorant)
b - Si $U_n \geq a$, donc (U_n) est minoré par a (minorant)
c - Si $a \leq U_n \leq b$, donc (U_n) est bornée.

3 a - Si $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = cte$, donc (U_n) est convergente ($f(\ell) = \ell$)

b - Si (U_n) est majoré par a et décroissante, donc (U_n) est convergente
ou Si (U_n) est minoré par a et croissante donc (U_n) est convergente

4 Si $U_n \leq W_n \leq V_n$ et $\lim(U_n) = \lim(V_n)$
Donc $\lim(W_n) = \lim(U_n) = \lim(V_n)$

Arithmétique 5 a Si $U_{n+1} - U_n = cte(r)$ donc (U_n) est une suite arithmétique.
b - $U_n = U_K + (n-K).r$
c - $S = \dfrac{\text{nb de terme} \times (1^{er} + \text{dernier terme})}{2}$ (nb de termes: dernier - premier + 1)

d - Si $U_j, U_i ; U_K$ sont trois termes consécutifs donc $U_i = \dfrac{U_j + U_K}{2}$

Géométrique 6 a - Si $\dfrac{U_{n+1}}{U_n} = cte(q)$ donc (U_n) est une suite géométrique
b - $U_n = U_K \times q^{n-K}$
c - $S = 1^{er}$ terme $\left(\dfrac{1 - q^{\text{nb termes}}}{1 - q}\right)$

d - Si U_j, U_i et U_K 3 termes consécutifs
$(U_i)^2 = U_j \times U_K$

Limites 7 - a - Si $x > 1$ $\longrightarrow$ $\lim_{n \to +\infty} x^n = +\infty$

b - Si $|x| < 1$ $\longrightarrow$ $\lim_{n \to +\infty} x^n = 0$

c - Si $x < -1$ $\longrightarrow$ $\lim_{n \to +\infty} x^n$ n'existe pas.

Chapitre 3 _ SG _ Coniques : Généralités :

1. $\dfrac{d(M;F)}{d(M;(d))} = \dfrac{MF}{d(M;(d))} = e > 0$ (dist $(F;(d))$: paramètre)

Foyer — excentricité — Directrice.

2. La conique (C) est noté par $C(F;(d);e)$

3. L'axe focale (passant par F et $\perp$ (d)) est l'axe de symetrie de la conique (C).

4. Si $e = 1 \longrightarrow$ (C) est une parabole.
Si $0 < e < 1 \longrightarrow$ (C) est une ellipse.
Si $e > 1 \longrightarrow$ (C) est une hyperbole.

N.b : 5. $d(M;(d)) = \dfrac{|ax_M + by_M + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Chapitre 3 - SG - Conique : Parabole.

1 - $e = \frac{MF}{dist(M;F)} = 1$

2 - Le sommet de (P) (S) (milieu de [FK]) est son intersection avec l'axe focale.

3 - Les éléments de (P) : Sommet - foyer - Directrice - Axe focale.

4 - a - Axe focale horizontale et $\overrightarrow{SF}$ avec le sens de xx' :

$(P) : y^2 = 2PX \longrightarrow (y-\beta)^2 = 2P(x-\alpha)$

$F\left(\frac{P}{2};0\right)$ / $(d) : X = -\frac{P}{2}$ (Dans $(S;\vec{i};\vec{j})$)

b - Axe focale horizontale et $\overrightarrow{SF}$ à un sens opposé à xx'.

$(P) : Y^2 = -2PX \longrightarrow (y-\beta)^2 = -2P(x-\alpha)$

$F\left(-\frac{P}{2};0\right)$ / $(d) : X = \frac{P}{2}$ (Dans $(S;\vec{i};\vec{j})$)

c - Axe focale verticale et $\overrightarrow{SF}$ à la même sens de yy'.

$(P) : X^2 = 2PY \longrightarrow (x-\alpha)^2 = 2P(y-\beta)$

$F\left(0;\frac{P}{2}\right)$ / $(d) : Y = -\frac{P}{2}$ (Dans $(S;\vec{i};\vec{j})$)

d - Axe focale verticale et $\overrightarrow{SF}$ à un sens opposé à yy'.

$(P) : X^2 = -2PY \longrightarrow (x-\alpha)^2 = -2P(y-\beta)$

$F\left(0;-\frac{P}{2}\right)$ / $(d) : Y = \frac{P}{2}$ (Dans $(S;\vec{i};\vec{j})$)

5 - $(T) : y = y'_A(x - x_A) + y_A$

$(N) : y = a(x - x_A) + y_A$ avec $a \times y'_A = -1$

6 - a - La tangente est la bissectrice intérieure de $(\overrightarrow{AF} ; \overrightarrow{AA'})$

b - La tangente est la médiatrice de [FA'],

c - S (sommet) est le milieu de [LT] → proj A sur l'axe focale

→ T = (T) ∩ axe focale.

et LN = Paramètre.

← N = (N) ∩ (axe focale)

Produit = $\frac{c}{a}$ $S_{\text{...}} = -\frac{b}{a}$ vecteur directeur = (-b ; a)

Chapitre 3 _ SG _ Coniques : Ellipse

1. $\frac{HF}{d(H;(d))} = e < 1$

2. a. L'ellipse est une courbe fermé qui admet un centre $\omega(\alpha;\beta)$. Elle admet deux axes de symetries ⊥ en ω : Celui qui porte a (la plus grande longueur) est l'axe focale, celui qui porte b (la plus petite longueur) est l'axe non focale.

b. $AA' = 2a$ Longueur focale
$BB' = 2b$ Longueur non focale
$FF' = 2c$ Distance focale.

3. $e = \frac{c}{a}$ $\quad c^2 = a^2 - b^2$ $\quad P = \frac{b^2}{a}$ $\quad \omega K = \frac{a^2}{c}$

4. les elements de (E) : Centre ω _ Axe focale _ Axe non focale
Deux foyers _ Sommets focaux _ Sommets non focaux
Deux directrices (d) et (d') (chacune à un foyer)

5. a. Axe focale horizontale

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1 \longrightarrow \frac{(x-\alpha)^2}{a} + \frac{(y-\beta)^2}{b} = 1$$

$A(a;0)$ / $F(c;0)$ / $B(0;b)$ / $(d) : X = \frac{a^2}{c}$
$A'(-a;0)$ / $F'(-c;0)$ / $B'(0;-b)$ / $(d') : X = -\frac{a^2}{c}$ (Dans $(S;\vec{i};\vec{j})$)

b. Axe focale verticale

$$\frac{Y^2}{a^2} + \frac{X^2}{b^2} = 1 \longrightarrow \frac{(y-\beta)^2}{a^2} + \frac{(x-\alpha)^2}{b^2} = 1$$

$A(0;a)$ / $B(b;0)$ / $F(0;c)$ / $(d)\ Y = \frac{a^2}{c}$
$A'(0;-a)$ / $B'(-b;0)$ / $F'(0;-c)$ / $(d') : Y = \frac{-a^2}{c}$ (Dans $(S;\vec{i};\vec{j})$)

6- Si $MF + MF' = 2a$ donc $M \in (E)$

7- La tangente est la bissectrice exterieure de $(\overrightarrow{MF}; \overrightarrow{MF'})$

8- Cercle principale : $C(\omega; a)$ / Secondaire $C'(\omega; b)$

9- La representation parametrique de $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ est

$$\begin{cases} x = a\cos t \\ y = b\sin t \end{cases}$$

10- $A_{(E)} = \pi \times a \times b \ u^2$

11- La projection d'un cercle $C(\omega; R)$ d'un plan (P) à un plan (Q) (tel que (Q) et (P) sont non //s et non ⊥) est une ellipse de centre = $\text{proj}_{P \to Q}\, \omega$ / $a = R$ et $b = R\cos\alpha$
(α est l'angle aigu entre (P) et (Q))

2014 - I - SG - Ex4 - 3.b) / corde focale

Chapitre 3 - SG - Coniques : Hyperbole.

1- $\frac{MF}{d(M;(d))} = e > 1$

2- a- L'Hyperbole admet un centre de symetrie ω et deux axes de symetries ⊥ en ω et deux asymptotes (δ) et (δ') qui sont symetriques par rapport à l'axe focale.

b- $AA' = 2a$ Longueur focale.

$FF' = 2c$ Distance focale.

3- $e = \frac{c}{a}$ $c^2 = a^2 + b^2$ (a n'est pas > b) $P = \frac{b^2}{a^2}$ $\omega K = \frac{a^2}{c}$

Si $a = b \rightarrow (H)$ equilateral

4- les elements de (H) : Centre ω - Axe focale - Sommets focaux - 2 Foyer - 2 directrices - 2 asymptotes

5- a- Axe focale horizontale

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \longrightarrow \frac{(x-\alpha)^2}{a^2} - \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1$$

$A(a;0)$ / $F(c;0)$ / $(d) : x = \frac{a^2}{c}$ / $(\delta) : y = \frac{b}{a}x$

$A'(-a;0)$ / $F'(-c;0)$ / $(d') : x = -\frac{a^2}{c}$ / $(\delta') : y = -\frac{b}{a}x$ (Dans $(S;\vec{i};\vec{j})$)

b- Axe focale verticale.

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 \longrightarrow \frac{(y-\beta)^2}{a^2} - \frac{(x-\alpha)^2}{b^2} = 1$$

$A(0;a)$ / $F(0;c)$ / $(d) : y = \frac{a^2}{c}$ / $(\delta) : y = \frac{a}{b}x$ (Dans

$A'(0;-a)$ / $F'(0;-c)$ / $(d') : y = -\frac{a^2}{c}$ / $(\delta') : y = -\frac{a}{b}x$ $(S;\vec{i};\vec{j})$)

I = proj A sur (δ) / $AI = b$ et $\tan\alpha = \frac{b}{a}$ (α = angle entre (δ) et axe focale)

6- Si $M \in (H)$ donc $|MF - MF'| = 2a$

7- La tangente en M est $\boxed{\text{la bissectrice intérieure}}$ de $(\overrightarrow{MF} ; \overrightarrow{MF'})$
la normale en M est $\boxed{\text{la bissectrice extérieure}}$ de $(\overrightarrow{MF} ; \overrightarrow{MF'})$.

8- $(C) : \dfrac{(x-\alpha)^2}{p} + \dfrac{(y-\beta)^2}{q} = 1$.

a- Si p et $q > 0$
- $\to p = q$; (C) cercle
- $\to p > q$; (C) ellipse d'axe horizontal
- $\to p < q$; (C) ellipse d'axe verticale.

b- Si $p \times q < 0$
- $\to p = -q$; (C) hyperbole équilatéral
- $\to p < 0$ et $q > 0$; (C) hyperbole d'axe verticale
- $\to p > 0$ et $q < 0$; (C) hyperbole d'axe horizontale

c- Si p et $q < 0$. ; (C) n'existe pas.

Volume engendré

Chapitre 4 - SG - Transformation : Generalité

1. $M \xrightarrow{f} M' = f(M)$ (M' est le transformé de M par f)

2. Si $f(\omega) = \omega$, alors ω est un point invariant
($z_\omega = z'_\omega$ / $x' = x$ et $y' = y$)

3. $M \xrightarrow{I} M = I(M)$ (pour tout point M on a $I(M) = M$), alors I est une transformation identique.

Fonction reciproque

4. a. Si $M \xrightarrow{f} M' = f(M)$ alors $M' \xrightarrow{f^{-1}} M = f^{-1}(M')$
b. $z \xrightarrow{f} z' = f(z)$ alors $z' \xrightarrow{f^{-1}} z = f^{-1}(z')$
c. $x \xrightarrow{f} x' = f(x)$ alors $x' \xrightarrow{f^{-1}} x = f^{-1}(x')$
et $y \xrightarrow{f} y' = f(y)$ alors $y' \xrightarrow{f^{-1}} y = f^{-1}(y')$

5. a. $g \circ f(M) = g(f(M)) = g(M') = M''$
b. $\underbrace{f \circ f \circ f \circ \cdots \circ f}_{n \text{ fois}} = f^n$
c. $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$
d. $f \circ g = h$ alors $g = f^{-1} \circ g$ / $f = h \circ g^{-1}$

6. f est involutive si $f = f^{-1}$
ou $f \circ f^{-1}(I) = f^{-1} \circ f(I) = I$.

7. $M \xrightarrow{S_\omega} M' = S_\omega(M)$ et ω milieu de $[MM']$.
c'est une symetrie central. (admet un seul point invariant)

8. $M \xrightarrow[\text{axiale}]{S_{(d)}} M' = S_{(d)}(M)$ et (d) mediatrice de $[MM']$, c'est une symetrie
(infinité de points invariants sur (d))

Chapitre 4 - SG - Transformation : Translation. $t_{\vec{v}}$

1 - $M \xrightarrow{t_{\vec{v}}} M' = t_{\vec{v}}(M) \Longrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$ (M' translaté de M)

2 - La translation n'admet aucun point invariant.

3 - Si $t_{\vec{v}}(A) = A'$ et $_{\vec{v}}(B) = B'$ donc

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$ (Vecteur objet = Vecteur image)

4 - $M \xrightarrow{t_{\vec{v}}} M' = t_{\vec{v}}(M)$ alors $M' \xrightarrow{t_{\vec{v}}^{-1}} M = t_{\vec{v}}^{-1}(M')$

Donc $t_{\vec{v}}^{-1} = t_{-\vec{v}}$.

5 - a - $t_{\vec{v}} \circ t_{\vec{u}} = t_{\vec{v}+\vec{u}}$

b - $S_D \circ S_C = t_{2\overrightarrow{CD}}$

c - $\underset{(D)\,//\,(D')}{S_{(D')} \circ S_{(D)}} = t_{\vec{v}}$ ($(\vec{v}) \perp (D')$ et (D) + $\|\vec{v}\| = d(D\,;D')$)

6 - a - $t_{\vec{v}}(d) = (d')$ avec $(d) // (d')$

b - $t_{\vec{v}}(C) = (C')$ avec $t_{\vec{v}}(\overset{\text{centre}}{I}) = I'$ et $R = R'$

c - $t_{\vec{v}}(\widehat{ABC}) = \widehat{A'B'C'}$ avec $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$

d - $t_{\vec{v}}(F) = (F')$ avec (F') même figure, de même aire et de même perimetre.

7 - La translation conserve les longueurs, les milieux, les angles...

8 - Forme complexe : $z' = az + b$ / $a = 1$ et $b = z_{\vec{v}}$.

9. $S_{(xx')} : z' = \overline{z}$

$S_{(yy')} : z' = -\overline{z}$

Chapitre 4 - SG - Transformation : Rotation $R(\omega ; \theta)$

1 - $R(\omega ; \theta)$ (ω centre et θ angle de rotation)

2 a - Si $\theta = 0$, alors $r(\omega ; \theta)$ est une transformation identique.
b - Si $\theta = \pi$, alors $r(\omega ; \theta)$ est une symetrie central.

3 - Si $r(A) = A'$ et $r(B) = B'$ alors
$AB = A'B'$ et $(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{A'B'}) = \theta$ (Vecteur objet ; vecteur image)

4 - La rotation admet un seul invariant qui est le centre.

5 - Si $M \xrightarrow{r} M' = r(M)$ alors $M' \xrightarrow{r^{-1}} M = r^{-1}(M')$ avec
$r^{-1}(\omega ; -\theta)$.

6 a - Si $r(A) = A' \longrightarrow \omega \in$ mediatrice de $[AA']$ (d)
Si $r(B) = B' \longrightarrow \omega \in$ mediatrice de $[BB']$ (d')
alors $\omega = (d) \cap (d')$
b - Si $r(A) = A' \longrightarrow \omega \in$ mediatrice de $[AA']$ (d)
Si $(\overrightarrow{\omega A} ; \overrightarrow{\omega A'}) = \frac{\pi}{2} \longrightarrow \omega \in$ demi-cercle (C) de diametre $[AA']$
alors $\omega = (d) \cap (C)$

7 - $r \circ r'$ est un composé de deux rotation donc $r \circ r' = R$.
a - Si r et r' ont le m centre ω donc $R(\omega ; \theta + \theta')$

Si $\theta + \theta' = 0$; R est une transformation identique

Si $\theta + \theta' = \pi$; R est une Symetrie central. (S_ω)

b- Si r et r' sont de centre différent donc $R(I; \theta+\theta')$

Si $\theta+\theta'=0$; R est une translation ($t_{\vec{\omega\omega''}}$) $\to r'(\omega)$

Si $\theta+\theta'=\pi$; R est une Symétrie central (S_I)

8- $S_{(D')} \circ S_{(D)} = r(\omega; 2\alpha)$ avec $\omega = (d)\cap(d')$ et $\alpha = (\vec{D};\vec{D'})$ [illegible]

9- $t_{\vec{v}} o r$ est une rotation de centre nouveau : $R(I;\theta)$

10- $r(d)=(d')$ avec $(d;d')=\theta$ / $R(C)=(C')$ avec $C'(r(I); \underset{=R}{R'})$

$r([AB])=[A'B']$ avec $AB=A'B'$

11- $z' = az+b$ avec $a=e^{i\theta}$ et $b=(1-a)z_{\omega}$.

12- la rotation conserve toutes les propriétés géometriques.

Chapitre 4 - S6 - Transformation : Homotéthie $h(\omega; K)$

1 - $\overrightarrow{\omega M'} = K\overrightarrow{\omega M}$ (Vecteur image = K vecteur objet)

2 - a - Si $K > 0$ alors h est une homotéthie positive
b - Si $K < 0$ alors h est une homothétie negative

3 - Si $h(M) = M'$ et $h(N) = N'$

alors $\underset{M \in (\omega M)}{\dfrac{\omega M'}{\omega M}} = \underset{N \in (\omega N)}{\dfrac{\omega N'}{\omega N}} = \dfrac{M'N'}{MN} = K$. et $(MN) // (MN')$

4 - L'homothetie admet un seul point invariant qui est le centre

5 - Si $M \xrightarrow{h} M' = h(M)$ alors $M' \xrightarrow{h^{-1}} M = h^{-1}(M)$ avec $h^{-1}(\omega; \frac{1}{K})$

6 - Si $h(A) = A' \longrightarrow \omega \in (AA')$
Si $h(B) = B' \longrightarrow \omega \in (BB')$. Donc $\omega = (AA') \cap (BB')$

7 - $h' \circ h$ est une composé de deux homotethie donc $h' \circ h = H$
a - Si h et h' ont le même centre donc $H(\omega; K \times K')$

- $K \times K' = 1$; H est une transformation identique
- Si $K \times K' = -1$; H est une symetrie central
- Si $K \times K' \neq |1|$; H est une homotethie de centre ω, et de rapport $K \times K'$

b_ Si h et h' ont de centre different donc $h' \circ h = H(I; K \times K')$

Si $K \times K' = 1$; H est translation ($t_{\overrightarrow{\omega\omega'}}$) $\omega' = h' \circ h(\omega)$

Si $K \times K' = -1$; H est symetrie central. (S_I)

Si $K \times K' \neq |1|$; H est une homothetie de centre I (nouveau), rapport $K \times K'$

8_ $t_{\vec{u}} \circ h$ est une homothetie de centre nouveau $h'(I; K)$

9_ a_ $h([AB]) = [A'B']$ / $\overrightarrow{A'B'} = K\overrightarrow{AB}$

b_ $h(d) = (d')$ / $(d) \parallel (d')$

c_ $h(C) = (C')$ / $C(h(I); |K| \times R)$

d_ $h(F) = (F')$ / $P_{F'} = |K| \times P_F$ et $A_{F'} = K^2 \times A_F$

10_ $C(O; R)$ et $C'(O'; R')$

a_ Si $R = R'$; l'homotethie transformante (C) en (C') est $h(\omega; -1)$ avec ω milieu de $[OO']$

b_ Si $R \neq R'$; l'homothetie transformante (C) en (C') $\rightarrow h(\omega; \frac{R'}{R})$; $\rightarrow h'(\omega'; -\frac{R'}{R})$ avec ω et ω' deux point de (OO')

11_ $z' = az + b$ avec $a = K$ et $b = (1-a)z_\omega$

Chapitre 4 - S6 - Transformation : Similitude. $S(\omega; K; \theta)$

1- $S(M) = M'$ alors $\omega M' = K\omega M$ et $(\overrightarrow{\omega M}; \overrightarrow{\omega M'}) = \theta$

2- Si $S(M) = M'$ et $S(N) = N'$ alors
$\dfrac{\omega M'}{\omega M} = \dfrac{\omega N'}{\omega N} = \dfrac{M'N'}{MN} = K$ et $(\overrightarrow{\omega M}; \overrightarrow{\omega M'}) = (\overrightarrow{\omega N}; \overrightarrow{\omega N'}) = (\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{M'N'})$

3- La similitude admet un seul point invariant.

4- Si $M \xrightarrow{S} M' = S(M)$ alors $M' \xrightarrow{S} M = S^{-1}(M')$ avec
$S^{-1}(\omega; \dfrac{1}{K}; -\theta)$

5- a- $S([AB]) = [A'B']$ / $A'B' = K \times AB$ et $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{A'B'}) = \theta$.
b- $S((d)) = (d')$ / $((d); (d')) = \theta$.
c- $S((C)) = (C')$ / $C'(S(I); K \times R)$
d- $S(F) = (F')$ / $P_{F'} = K \times P_F$ et $A_{F'} = K^2 \times A_F$.
Nb: La similitude conserve l'excentricité e.

6- $h \circ r$ est une composé d'une rotation et d'une homothetie:
a- Si h et r de même centre
→ $h \circ r = S(\omega; K; \theta)$ Si $K > 0$
→ $h \circ r = S(\omega; |K|; \theta)$ Si $K < 0$
b- Si h et r de centre different
→ $h \circ r = S(I; K; \theta)$ Si $K > 0$
→ $h \circ r = S(I; |K|; \theta)$ Si $K < 0$
I distinct de ω et ω'

7- $z' = az + b$ avec $a = Ke^{i\theta}$ et $b = (1 - a)z_\omega$

8_ $S' \circ S$ est une composé de deux similitude donc $S' \circ S = s$

a_ Si S et S' ont le même centre donc $S' \circ S = s(\omega ; \underset{K \times K'}{K} ; \underset{\alpha + \alpha'}{\theta})$

$K=1$ $\theta=0$	$K=1$ $\theta=\pi/_{\omega}$	$K=1$ $\theta \neq 0$	$K \neq 1$ $\theta=0$	$K \neq 1$ $\theta=\pi$	$K \neq 1$ $\theta \neq 0$
Transformation identique	Symetrie central S_ω	Rotation $r(\omega ; \theta + \theta')$	(positive) Homothetie $h(\omega, KK')$	(negative) Homothetie $h(\omega, -KK')$	Similitude $S(\omega ; K ; \theta)$

b_ Si S et S' ont des centres different donc $S' \circ S = s(\underset{\text{nouveau}}{I} ; \underset{K \times K'}{K} ; \underset{\theta + \theta'}{\theta})$

$K=1$ $\theta=0$	$K=1$ $\theta=\pi$	$K=1$ $\theta \neq 0$	$K \neq 1$ $\theta=0$	$K \neq 1$ $\theta=\pi$	$K \neq 1$ $\theta \neq 0$
Translation	Symetrie central	Rotation $r(I ; \theta + \theta')$	(positive) Homothetie $h(I ; KK')$	(negative) Homothetie $h(I ; -KK')$	Similitude $S(I ; K ; \theta)$

Chapitre 5 _ S6 _ Fonctions trignometrique inverse

Sin 1 _ a _ La fonction reciproque de sin est noté par arc sin

b _ $D_{f^{-1}} = [-1 ; 1]$ $\left(y \in \left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right] \right)$

c _ $(\arcsin u)' = \dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}} \longrightarrow \int \dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}}\, dx = \arcsin u + c$

cos 2 _ a _ La fonction reciproque de cos est noté par arc cos.

b _ $D_{f^{-1}} = [-1 ; 1]$ $(y \in [0 ; \pi]$.

c _ $(\arccos u)' = \dfrac{-u'}{\sqrt{1-u^2}} \longrightarrow \int \dfrac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}\, dx = \arccos u + c$

Tan 3 _ a La fonction reciproque de tan est noté par arc tan

b _ $D_{f^{-1}} =]-\infty ; +\infty[$ $\left(y \in \left]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right[\right)$

c _ $(\arctan u)' = \dfrac{u'}{1+u^2} \longrightarrow \int \dfrac{u'}{1+u^2}\, dx = \arctan u + c$

4 _ a _ $\sin(\arcsin x) = x \;/\; x \in [-1 ; 1]$

b _ $\cos(\arccos x) = x \;/\; x \in [-1 ; 1]$

c _ $\tan(\arctan x) = x \;/\; x \in]-\infty ; +\infty[$

5 _ a _ $\arcsin(\sin \theta) = \theta \;/\; \theta \in \left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right]$

b _ $\arccos(\cos \theta) = \theta \;/\; \theta \in [0 ; \pi]$

c _ $\arctan(\tan \theta) = \theta \;/\; \theta \in \left]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right[$

6 _ a _ Si $\cos x = \cos \alpha \longrightarrow x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = -\alpha + 2k\pi$

b _ Si $\sin x = \sin \alpha \longrightarrow x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = \pi - \alpha$.

Chapitre 6 - S6 - Relation metrique.

Rectangle 1 - a - $BC^2 = AB^2 + AC^2$

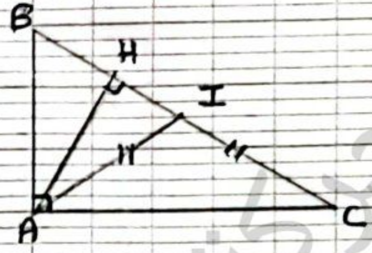
b - $AI = BC \div 2$

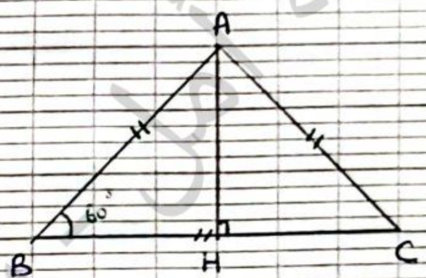
c - $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

d - $AH^2 = HB \times HC$

e - $BA^2 = BH \times BC$

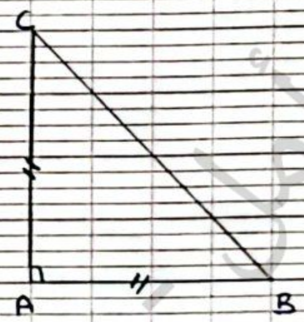
f - $CA^2 = CH \times CB$





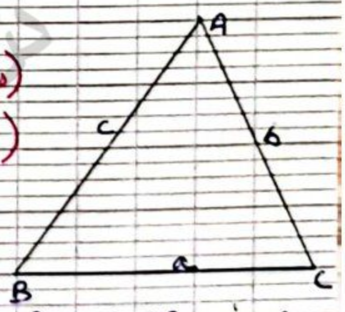
Equilatéral 2 - a - $HA = \text{côté} \frac{\sqrt{3}}{2}$

b - Si 2 côté forment 60° et leurs rapport est 2 ou $\frac{1}{2}$, donc ils forment un triangle demi-équilatéral.



Rect. isocèle 3 - a - $BC = \text{côté} \sqrt{2}$

b - Si 2 côtes forment 45° et leurs rapport est $\sqrt{2}$ ou $\frac{1}{\sqrt{2}}$, donc il forment un triangle rectangle isocèle



Quelconque 4 - a - $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos\hat{A}$ (Formule de cosinus)

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

b - $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (Formule de sinus)

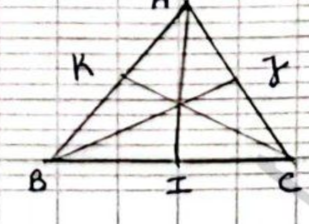
rayon du cercle circonscrit

c - $A_{ABC} = \frac{b \times h}{2}$ ou $A_{ABC} = \frac{AB \times AC \times \sin A}{2} = \frac{BA \times BC \times \sin B}{2} = \frac{CA \times CB \times \sin C}{2}$

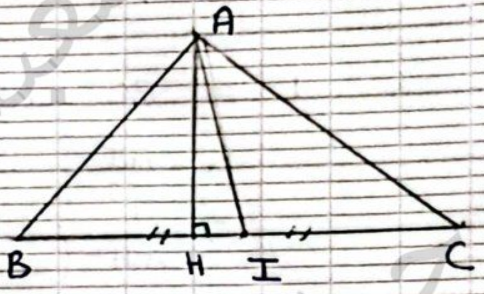
d - $AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$

$BC^2 + BA^2 = 2BJ^2 + \frac{AC^2}{2}$

$CA^2 + CB^2 = 2CK^2 + \frac{AB^2}{2}$



e - $\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AC}$ (AI) bissectrice de $\widehat{BAC}$



f - $AB^2 - AC^2 = 2\overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{BC}$

g - $A_{ABC} = \frac{1}{2} \times r \times P_{ABC} \longrightarrow$ perimetre

rayon du cercle circonscrit

Chapitre 7 - S6 - Logique.

1 -

		non	et	ou	implique	équivalent
p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F
F	F	V	F	F	V	V

2 - a - $(p \vee p) \Longleftrightarrow p$

b - $p \wedge (p \Rightarrow q) \Longrightarrow q$

c - $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Longrightarrow (p \Rightarrow r)$

d - $(p \wedge p) \Longleftrightarrow p$

e - $p \Longleftrightarrow \neg(\neg p)$

f - $(p \Rightarrow q) \Longleftrightarrow (\neg q) \Longrightarrow (\neg p)$

g - $\neg(p \wedge q) \Longleftrightarrow (\neg p) \vee (\neg q)$

h - $\neg(p \vee q) \Longleftrightarrow (\neg p) \wedge (\neg q)$

i - $(p \Rightarrow q) \Longleftrightarrow (\neg p) \vee q$