مؤسسات أمل التربوية **المديرية التربوية**	**باسمه تعالى** **امتحانات الشهادة الثانوية العامة** **الفرع : علوم العامة**	الاختبار المشترك الأول **العام الدراسي : 2021-2022**
عدد المسائل: ٥	**مسابقة في مادة الرياضيات (فرنسي)** **المدة : ٣س**	**الاسم:** **الرقم:**

ملاحظــة: يُسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة)

I- (2 points)

Dans le tableau suivant, une seule réponse est correcte pour chaque question.
Ecrire le numéro de la question et choisir la réponse correcte correspondante en la **justifiant**.

N	Questions	Réponses		
		A	B	C
1	Soit $f(x)=\frac{1}{x-1}+\ln(1-\ln x)$ le domaine de définition de f est	$]0;+\infty[$	$]0;1[\cup]1+\infty[$	$]0;1[\cup]1;e[$
2	$1<x<2$ et $m>0$; $\lvert\ln(x-1)\rvert=m$ pour	$x=e^{-m}+1$	$x=e^{m}+1$	$x=e^{m+1}$
3	P est le produit des racines de l'équation $\ln^2x-3\ln x+2=0$	$P=2$	$P=\ln 2$	$P=e^{3}$
4	L'image de la courbe (C) d'équation $y=e^{x+2}+1$ par la transformation f définie par sa forme analytique $\begin{cases}x'=y-1\\y'=x+2\end{cases}$ est la courbe d'équation :	$y=\ln x$	$y=e^{x}+2$	$y=e^{x-2}+1$

II- (4 points) Dans le plan complexe repporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considére les points A, M et M' d' affixes respectives i, z et z' tels que , $z'=\frac{\bar{z}}{z-i}$ et $\mathbf{z\neq i}$

1) Déterminer la forme exponentielle de z' lorsque $z=e^{i\frac{\pi}{6}}$.
2) Montrer que lorsque $|z'|=1$ le point M varie sur une droite (d) que l'on déterminera l'équation.
3) On suppose que $z=x+iy$ et $z'=x'+iy'$ (x, y, x' et y' sont 4 nombres réels)
   a- Montrer que $x'=\frac{x^2-y^2+y}{x^2+(y-1)^2}$ et $y'=\frac{x-2xy}{x^2+(y-1)^2}$
   b- Montrer que lorsque z' est réel , M se deplace sur une droite dont on determinera une équation
   c- Prouver que si M varie sur l'axe des abscisses alors $x'^2+y'^2-x'=0$.
   Déduire l,ensemble de point M' lorsque z est réel.
4) a- Montrer que $\frac{z'-1}{\bar{z}+i}$ est imaginaire pur pour tout $z'\neq 1$.
   b- Que peut-on déduire pour les droites (BM') et (CN) si B(1) , C(−i) et N($\bar{z}$).

III- (5 points)

A-Soit g une fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=\frac{1}{x}+x\ln(x)$

1) Calculer $\lim_{x\to 0^+} g(x)$ et $\lim_{x\to +\infty} g(x)$.

2) a- Montrer que $g'(x)=\frac{(x+1)(x-1)}{x^2}+\ln x$,déduire que $g'(x)>0$ pour $x>1$ et $g'(x)<0$ pour $0<x<1$

   b- Dresser le tableau de variations de g.

B- soit f une fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\int_1^x g(t)dt$.

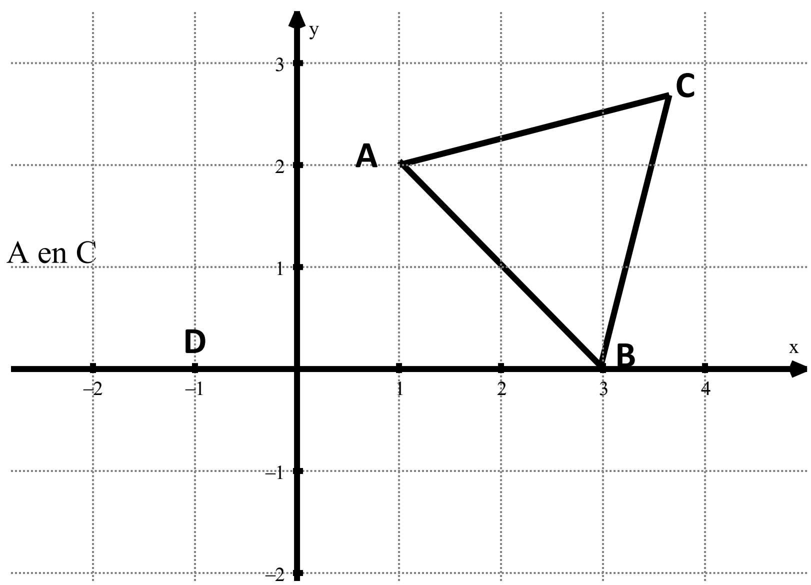
(C) est sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) Montrer que f est strictement croissante sur $]0,+\infty[$.
2) Prouver que I(1;0) est le point d' inflexion de (C).
3) Ecrire l'équation de la tangente (T) à (C) en I.
4) Calculer f(e).
5) On donne $\lim_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$ et $\lim_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$ tracer (T) et (C) .

IV-(3 points) le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.

Dans la figure adjacente:

- On donne les points A(1+2i) , B(3) et D(−1)
- ABC est un triangle équilatéral direct
- R est une rotation de centre B qui transforme A en C
- R′ est une rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$
- f = R o R'



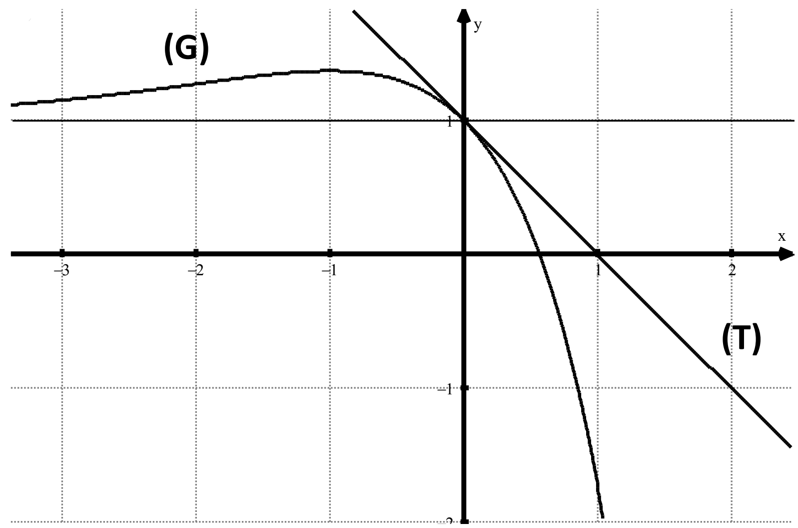
1) Déterminer un angle de R, déduire la forme complexe R et l'affixe de point C.
2) Montrer que f est une rotation d' angle α que l'on déterminera .
3) Déterminer f(A) et f(D).déduire une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{CB})$
4) Soit W le centre de f
   a- Construire W.
   b- Déterminer la forme complexe de f, déduire l'affixe de W.

V- (6 points)

A-

La figure (G) ci dessous représente la fonction g définie sur IR par: $g(x) = axe^{x} + b$, avec a et b sont deux nombres réels.

- La droite d'équation y=1 est une asymptote horizontale de (G) en $-\infty$.
- La courbe (G) passe par le point A(0;1) et la tangente (T) à (G) en A passe par le point B(1;0).



1) Déterminer g(0) et g'(0) .
2) Calculer a et b et trouver g(x).

B-

On prend $g(x) = -xe^{x} + 1$

1) La courbe (G) coupe l'axe des abscisses en un point d'abscisse α. Vérifier que $0.5 < \alpha < 0.6$.
2) Prouver que $\int_0^{\alpha} xe^{x} dx = 2 - \frac{1}{\alpha}$.
3) Calculer en fonction de α, l'aire du domaine limité par (G) ,(T) et l'axe des abscisses.

C-

On définit sur IR, la fonction f par: $f(x) = \frac{x+1}{1+e^{x}}$ et (C) est sa courbe représentative dans un repère orthonormé

1) Calculer $f(-1)$ et vérifier que $f(\alpha) = \alpha$
2) Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$,déduire une asymptote de (C).
3) Montrer que la droite (d) d'équation y=x+1 est une asymptote oblique de (C).
4) Vérifier que $f'(x) = \frac{g(x)}{(1+e^{x})^2}$.
5) Dresser en fonction de α, le tableau de variations de f.
6) Tracer la courbe (C). (on prend $\alpha = 0.55$).