ثانوية برجا الرسمية 07/623581	امتحانات الشهادة الثانوية العامة فرع: العلوم العامة 2020/2021	عدد المسائل: خمس
اعداد وتأليف الأستاذ: أحمد دمج 70/773620	مسابقة في مادة الرياضيات	المدة: ثلاث ساعات

ملاحظات هامة - يستطيع الطالب الاجابة عن الأسئلة بالترتيب الذي يناسبه.
- يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو إختزان المعلومات او رسم البيانات.

نموذج رقم : 3

I- (2 points)

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.
Ecrire le numéro de chaque question et donner, **en justifiant,** la réponse qi lui correspond.

N^0	Questions	Réponses		
		(a)	(b)	(c)
1)	Soit $f(x) = \frac{x}{2+e^x}$ L'ensemble de définition de f est	$\mathbb{R} - \{\ln 2\}$	IR	$[0\,;\,+\infty[$
2)	$e^{-\ln 3} \times e^{\ln 5} =$	$\frac{5}{3}$	-15	2
3)	L'équation $x^3 + e^{x-1} - 2 = 0$	admet une seule racine	admet deux racines distinctes	n'admet pas des racines
4)	Le nombre de manières de distribuer 7 crayons distinctes sur 5 personnes de telle façon que chaque personne prendre au moins un crayon est	5^7	12!	16800

II- (3 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O\,;\,\vec{u}\,;\,\vec{v})$, à tout point M d'affixe z,

on associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = i\,z^2$.

On suppose que $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$.

1) Ecrire la forme exponentielle de z' dans le cas où $z = 1 - i\sqrt{3}$.
2) Montrer que si M décrit le cercle de centre O et de rayon 1 alors M' décrit un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.
3) a) Montrer que $\arg(z') = \frac{\pi}{2} + 2\arg(z)\ [2\pi]$.

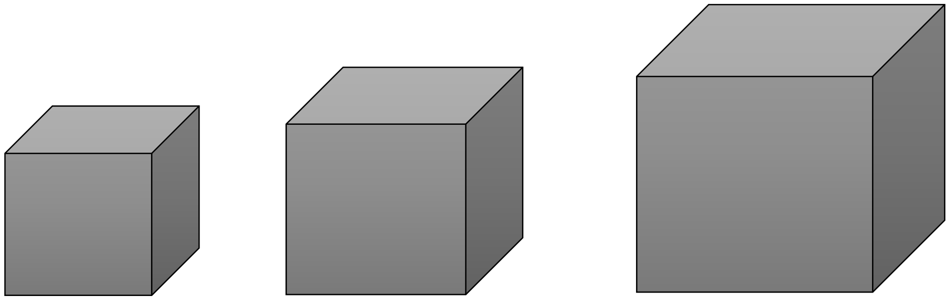
   b) Exprimer x' et y' en fonction de x et y.

   c) Tracer la droite (d) d'équation $y = \frac{\sqrt{3}}{3}\,x$.

   d) Montrer que si M varie la droite (d) alors M' varie sur une demi droite à déterminer.

III- (3 points)

Dans un magasin de jouets on a trois boites cubiques B_1, B_2 et B_3 de côtés respectives 20 cm, 30 cm et 40 cm.



Boite B_1 **Boite B_2** **Boite B_3**

B_1 contient 2 chiens et 3 ours.

B_2 contient 3 chiens et 4 ours.

B_3 contient 4 chiens et 5 ours.

Un enfant choisit une boite au hasard, puis il tire au hasard et simultanément 3 jouets de cette boite.

On considère les événements suivants :

A « L'enfant a choisi la boite B_1 »

B « L'enfant a choisi la boite B_2 »

C « L'enfant a choisi la boite B_3 »

M « L'enfant a tiré au moins une ours »

1) On suppose que la probabilité de choisir une boite quelconque est proportionnelle au volume de cette boite.

   Vérifier que $P(A) = \frac{8}{99}$, $P(B) = \frac{27}{99}$ et $P(C) = \frac{64}{99}$.

2) Vérifier que $P(M/A) = 1$ et calculer $P(M \cap A)$.

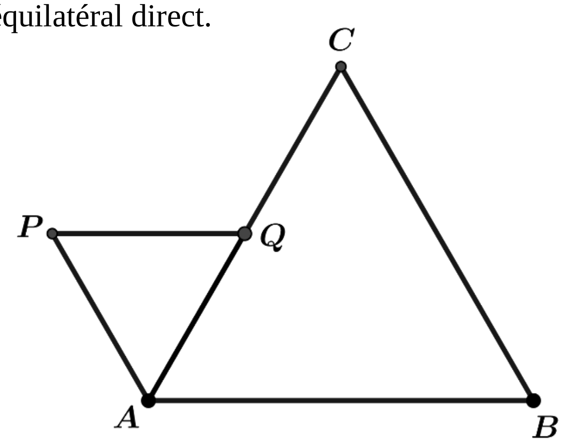
3) Calculer $P(M \cap B)$ et $P(M \cap C)$ et en déduire que $P(M) = \frac{9994}{10395}$.

4) Les trois jouets tirés sont des chiens. Calculer la probabilité que ces chiens ne proviennent pas de la boite B_2.

IV- (4 points)

Dans la figure ci-dessous :

- ABC est un triangle équilatéral direct de côté 4.
- Q est le milieu de [AC].
- AQP est un triangle équilatéral direct.



Soit S la similitude plane directe qui transforme P en A et A en B.

1) Calculer le rapport k et un angle α de S.
2) a) Soit W le centre de S. Montrer que WAB est un triangle demi équilatéral.

   b) Déduire une construction du point W.
3) Soit $h = S \circ S \circ S$ et soit L l'antécédent de P par S.
   a) Déterminer la nature, le centre et le rapport de h.
   b) Montrer que B, L et W sont alignés et que $\overrightarrow{WB} = -8\overrightarrow{WL}$.
   c) Montrer que (PL) est perpendiculaire à (WL).
   d) En déduire une construction du point L.
4) Déterminer la droite (δ), image de (AB) par S.
5) Le plan est rapporté au repère orthonormé direct $(A\,;\,\vec{u}\,,\,\vec{v})$ tel que $\vec{u} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.
   a) En utilisant la partie (2), trouver l'affixe du point W.
   b) En déduire l'affixe du point L.

V- (8 points)

Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x^2 \ln\left(\frac{x}{2\sqrt{e}}\right)$ et soit (C) sa courbe représentative

dans un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i},\,\vec{j})$.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement.

2) Calculer $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ (on peut utiliser la propriété : $\lim\limits_{t\to0} t\ln t = 0$) .

3) Résoudre l’équation $f(x) = 0$.

4) Vérifier que $f'(x) = x\left(2\ln\left(\frac{x}{2\sqrt{e}}\right) + 1\right)$.

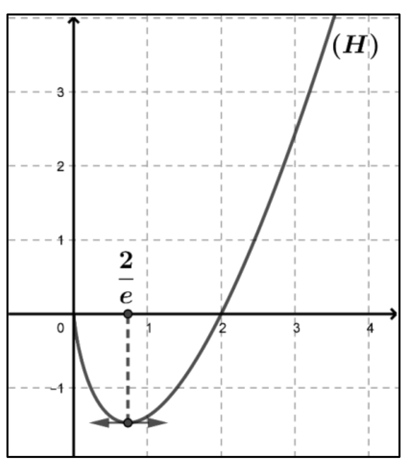
5) Calculer $f'(2)$ et dresser le tableau de variations de f.

6) Soit g la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$ et soit (G) sa courbe représentative.

   Calculer $\lim\limits_{x\to0} \frac{g(x)-g(0)}{x}$ et montrer que (x’x) est la tangente à (G) en O.

7) Tracer la courbe (C).

8) La courbe (H) ci-dessous est celle de la fonction dérivée f ‘ de f dans un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i},\,\vec{j})$.



   En utilisant (H), montrer que (C) admet un point d’inflexion W dont on déterminera ses coordonnées.