INTEGRATION

F est une primitive de f si, et seulement si,
$F'(x) = f(x)$

$$F(x) = \int f(x)dx \leftrightarrow F'(x) = f(x)$$

Simon SEMAAN YT

Intégrale indéfinie

- $\int c\, dx = cx + k$
- $\int x^n\, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + k \;\; ; \;\; n \neq -1$
- $\int x^{-1} dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + k$
- $\int \frac{u'}{u} dx = \ln|u| + k$
- $\int u'.u^n dx = \frac{u^{n+1}}{n+1} + k \;\; ; \;\; n \neq -1$
- $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{-1}{x} + k$
- $\int \frac{u'}{u^2} dx = \frac{-1}{u} + k$
- $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + k$
- $\int \frac{u'}{\sqrt{u}} dx = 2\sqrt{u} + k$

- $\int \cos x\, dx = \sin x + k$
- $\int u' \cos u\, dx = \sin u + k$
- $\int \cos(ax+b)\, dx = \frac{1}{a}\sin(ax+b) + k$
- $\int \sin x\, dx = -\cos x + k$
- $\int u' \sin u\, dx = -\cos u + k$
- $\int \sin(ax+b)\, dx = \frac{-1}{a}\cos(ax+b) + k$
- $\int \frac{1}{cos^2(x)} dx = \int (1 + tan^2(x)) = \tan x + k$
- $\int \frac{1}{sin^2(x)} dx = \int (1 + cot^2(x)) = -\cot x + k$
- $\int \frac{u'}{u^n} dx = \frac{-1}{(n-1)u^{n-1}} + k \; ; n \neq 1$
- $\int e^x dx = e^x + k$
- $\int u' e^u dx = e^u + k$
- $\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + k$

Simon SEMAAN YT

Intégrale définie :

Soit f une fonction continue dans I et $a, b \in I$.

F est une primitive de f dans I.

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

Propriétés :

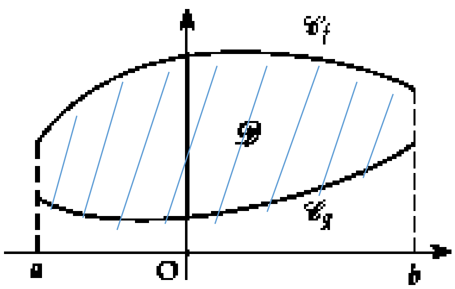
- $\int_a^a f(x)dx = 0$
- $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$
- $\int_a^b dx = b - a$
- $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx \;\; (Chasles)$
- Si $f \geq 0$ dans $[a; b]$
  alors $\int_a^b f(x)dx \geq 0$
- Si $f \leq g$ dans $[a; b]$
  alors $\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$
- $\int_a^b (f(x) + g(x))dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$
- $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$

- Si f est une fonction paire
  Alors $\int_{-a}^a f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$
- Si f est une fonction impaire
  Alors $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$
- Si f est périodique de période T
  Alors $\int_a^{a+T} f(x)dx = \int_0^T f(x)dx.$

Intégration par parties:

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)dx$$

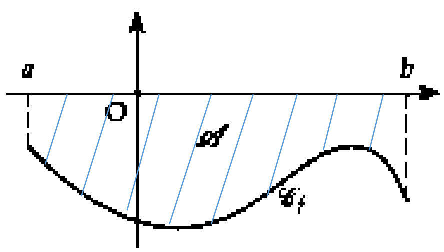
Relation entre Aire et Intégrale : ***Simon SEMAAN YT***



- Soit f et g deux fonctions continues sur un intervalle $[a; b]$ telle que $f(x) \geq g(x)$.
Soit A l'aire délimitée par la courbe (C_f), (C_g) et les droites $x = a$ et $x = b$.
On a : $A = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$.

- Soit f une fonction continue sur un intervalle $[a; b]$ telle que $f(x) \geq 0$.

Soit A l'aire délimitée par la courbe, l'axe des abscisses et les droites $x = a$ et $x = b$. On a : $A = \int_a^b f(x)dx$.



- Soit f une fonction continue sur un intervalle $[a; b]$ telle que $f(x) \leq 0$.
Soit A l'aire délimitée par la courbe, l'axe des abscisses et les droites $x = a$ et $x = b$. On a : $A = \int_a^b -f(x)dx$.