Institutions Educatives Amal ***Lycée*** ________________	**Examen de mi- année** Classe: 12SG	Année scolaire : 2022 / 2023 Date: 27 / 2 / 2023	
Nom: ____________________	Matière: **Mathématiques**	Durée: 240 minutes	

I- (4 points)

Dans le tableau suivant, une seule réponse est correcte pour chaque question.
Ecrire le numéro de la question et choisir la réponse correcte correspondante en la **justifiant**.

Nº	Questions	Réponses A	Réponses B	Réponses C
1)	Le domaine de définition de la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{\ln(1-e^{x})}{x+1}$ est	$]-\infty;-1[\cup]-1;0[$	$]-\infty;0[$	$]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$
2)	La solution de l'inéquation $\ln\left(\dfrac{x+1}{5-x}\right)>\ln(2x-3)$ est	$x<2$ or $x>4$	$\dfrac{3}{2}<x<2$ or $4<x<5$	$\dfrac{3}{2}<x<5$
3)	A et B sont évènements telle que P(A) = 0.3 et P(A $\cup$ B) = 0.45. Alors $P(\overline{A}\cap B)=$	0.05	0.25	0.15
4)	La courbe représentative de la fonction f définie par : f(x) = $x+1-\dfrac{2e^{x}+1}{e^{x}+1}$ admets la droite d'équation :	y = x + 1 comme asymptote oblique	y = x – 1 comme asymptote oblique	y = x + 3 comme asymptote oblique
5)	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=e^{2x}-2e^{x}-x^{2}$. Alors la courbe f admets	une point inflexion	deux point inflexion	aucune point inflexion
6)	$-C_{100}^{1}+C_{100}^{2}-C_{100}^{3}+\ \dots\ -C_{100}^{99}+C_{100}^{100}=$	– 1	2^{100}	$2^{100}-1$
7)	Si Z = $-2e^{i\theta}$ alors $\arg\left[\overline{z}\left(1-i\sqrt{3}\right)\right]=$	$-\dfrac{\pi}{3}-\theta$	$\dfrac{2\pi}{3}+\theta$	$\dfrac{2\pi}{3}-\theta$
8)	L'examen QCM est composé de n questions $(n\geq 2)$ et chaque question a quatre réponses possibles **a, b, c et d** dont l'une est correcte. Chaque candidat doit répondre à toutes les n questions, alors la probabilité qu'un candidat ne répond qu'à deux questions correctes est	$\left(\dfrac{1}{4}\right)^{2}\times\left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-2}$	$\left(\dfrac{1}{4}\right)^{2}$	$\dfrac{n(n-1)}{2}\times\dfrac{3^{n-2}}{4^{n}}$

II- **(2,5 points)**

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. A chaque point M d'affixe z,

on associe le point M´ d'affixe Z´ telle que: $Z' = \dfrac{i\bar{z} + 2}{z - i}$, $(z \neq i)$.

1) Trouver le forme exponentielle de Z´ si z = 3 + i.

2) On considère les points A, et B d'affixes respectives : $Z_A = -2i$, and $Z_B = i$.

a- Démontrer que, pour tous $z \neq i$, $|Z'| = \dfrac{AM}{BM}$.

b- Déterminer l'ensemble des points M si M´ décrit le cercle de center O et de rayon 1.

3) Soit Z' = x' + iy' et z = x + iy, où x, y, x' et y' sont des nombres réels.

a- Démontrer que $x' = \dfrac{x + 2xy}{x^2 + (y-1)^2}$ et $y' = \dfrac{x^2 - y^2 - y + 2}{x^2 + (y-1)^2}$.

b- Démontrer que si Z' est imaginaire pure, alors M décrit l'union de deux droites à déterminer.

c- Montrer que, si M appartient à (D) d'équation y =1 privé de A, donc M´ appartient à la même droite.

III- **(3,5 points)**

On nous donne une urne contenant 5 boules rouges et 3 boules noires et une pièce de monnaie de sorte que les probabilités de pile et de face sont respectivement p(F) et p(L) et $p(F) = \dfrac{3}{2}p(L)$.

Un joueur lance la pièce. Si la pièce se retourne pile, le joueur tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne. Si la pièce se retourne en face, le joueur tire au hasard et successivement sans remplacement trois boules de l'urne.

Le joueur gagne la partie si exactement deux des boules tirées de l'urne sont rouges.

Considérons les événements :

F : " La pièce révèle un face " ; L: " La pièce révèle un pile " et G: " le joueur gagne la partie ".

1) Démontrer que la probabilité p (F) = 0.6 et calculer p (L).

2) Calculer p (G/F), p (G/L) et p (G).

3) Calculer la probabilité de chacune des évènements suivants :

A : " La pièce révèle une face sachant que le joueur gagne la partie ".

B : " La pièce révèle une pile sachant que le joueur perd la partie ".

4) On suppose dans cette partie que le joueur répète le jeux n fois en replaçant les boules tirées dans l'urne après chaque tirage.

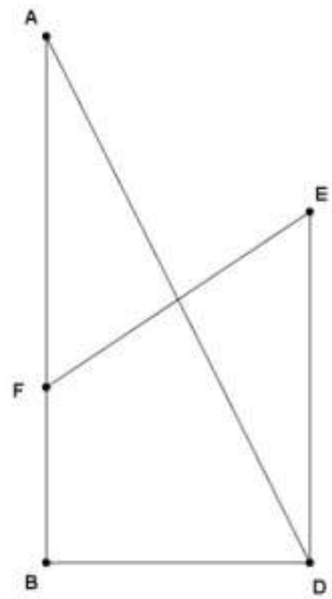
a- Calculer, en fonction de n, la probabilité p qu'il gagne le jeu au moins une fois.

b- Déterminer la Valeur minimal de l'entiers positive n telle que p > 0.94.

IV- **(4 points)**

Dans la figure ci-dessous :

- ABD est un triangle direct demi-équilatéral telle que AB = 3 et $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)=\frac{\pi}{6}[2\pi]$
- AED est un triangle isocèles telle que $\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)=\frac{\pi}{6}[2\pi]$.
- F est un point de [AB] telle que AF = AE = 2.



1) Démontrer que BD = $\sqrt{3}$, et FD = 2, puis déduire que AFDE est un losange.

2) Soit S la similitude qui transforme B en D et D en E.

a- Démontrer que l'angle de S est $\frac{\pi}{2}$, et déterminer son rapport.

b- Soit I le point d'intersection de (BD) et (EF).

Démontrer que S(A) = I.

3) Soit R la rotation de center E et angle $\frac{\pi}{3}$.

a- Démontrer que R(F) = D.

b- Soit J le symétrique de E par rapport à D.

Démontrer que R(I) = J.

4)

a- Déterminer la nature et les éléments de RoS.

b- Déterminer RoS (D) et RoS (A), puis déterminer RoS(B).

5) Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $\left(B;\vec{u},\vec{v}\right)$, avec $z_A = 3i$ et $z_D = \sqrt{3}$.

a- Déterminer le forme complexe de S, déduire les coordonnées de sa center Ω.

b- Déterminer le forme complexe de RoS et déduire l'affixe de L = RoS(B).

V- (6 points)

Partie A

Soit h la fonction définie sur]0 ; + ∞[par $h(x)=\frac{1}{x}-3-\ln x$.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} h(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$.

2) Calculer h′(x) et dresser le tableau de variation de h.

3) Démontrer que l’équation h (x) = 0 admet dans]0 ; + ∞[une solution unique α et vérifier que $\alpha \in]0.45\ ;\ 0.46[$.

4) Déduire le signe de h(x).

Partie B

Soit f la fonction définie sur]0 ; + ∞[par $f(x)=3e^{-x}+e^{-x}\ln x$ et désignons par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Déduire une équation de chacune des asymptotes à (C).

2) Démontrer que $f'(x)=e^{-x}h(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

3) Démontrer que $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha e^{\alpha}}$.

4) Déterminer le point d’intersection de (C) avec l’axe des abscisses.

5) Prenons α = 0.45. Tracer (C). (Unité graphique : 2 cm).

6) On Considère la fonction K(x) = ln(f(x)) et désignons par (K) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$.

a- Déterminer le domaine de définition de K.

b- Démontrer que K admets une direction asymptotique parallèle à (d) : y = −x.

c- Résoudre l’inéquation K(x) ≤ −x.