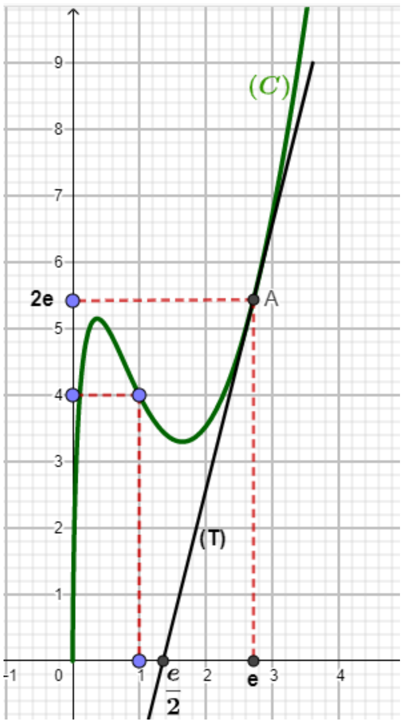
Institutions Educatives Amal ***Lycée*** ___________________	**Examen de mi- année** Classe: 12SV	Année scolaire : 2022 / 2023 Date: 20 / 2 / 2023	
Nom: ______________________	Matière: **Mathématiques**	Durée: 120 minutes	

I- (4 points)

Dans le tableau ci-dessous, une seule réponse à chaque question est correcte.
Ecrire le numéro de la question et la réponse correspondante. Justifier ce choix.

N°	**Questions**	**Réponses**		
		a	**b**	**c**
1)	$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{xe^{-x}}{x+2} =$	1	0	$+\infty$
2)	La solution de l'équation : $\ln(4x+5) - \ln(x-1) = 5\ln 2 + \ln x$ est	$\left\{\frac{-1}{8}; \frac{5}{4}\right\}$	$\left\{\frac{5}{4}\right\}$	$\left\{\frac{-1}{8}\right\}$
3)	Le domaine de définition de la fonction f donnée par $f(x) = \frac{\ln(1-x)}{1-e^{-x}}$ est	$]-\infty;0[\cup]0;1[$	$]0;1[$	$]-\infty;-1[$
4)	Si A et B deux événements indépendants tel que $P(A \cap B) = 0{,}32$ et $P(B) = \frac{P(A)}{2}$. Alors la probabilité de l'événement B est égale à	0,04	0,08	0,4

II- (4 points)



La figure ci – contre représente la courbe (C) d'une fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = 2x\left[a(\ln x)^2 + b\ln x + c\right]$

- (T) est la tangente à (C) au point A d'abscisse e.
- (T) coupe l'axe des abscisses en un point d'abscisse $\frac{e}{2}$

1) Déterminer graphiquement $f(1)$ et $f(e)$.

2) Sans calculer $f'(x)$, montrer que $f'(e) = 4$.

3) Montrer que $f'(x) = 2a(\ln x)^2 + (4a+2b)\ln x + 2b + 2c$.

4) Montrer que $a = 2$; $b = -3$ et $c = 2$.

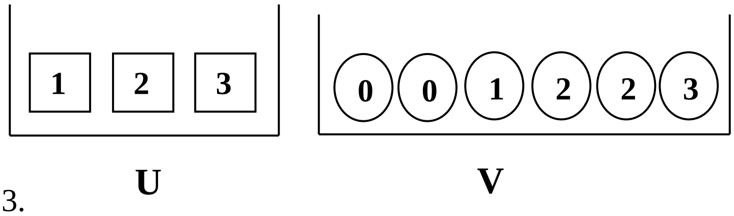
5) Soit h une fonction définie par $h(x) = \ln[f(x) - 2e]$.

a- Déterminer le domaine de définition de h.

b- La droite (d) d'équation $y = 3e$ coupe la courbe (C) en un point d'abscisse 3,3 .
Déterminer x sachant que $h(x) = 1$.

III- (4 points)

On considère deux urnes U et V tels que :



- U contient 3 cartes numérotés 1, 2, et 3
- V contient 6 boules numérotées : 0 , 0 , 1 , 2 , 2 , 3.

Un joueur va jouer à un jeu comme suit : Il tire une carte de la boîte U.

► Si la carte tirée est 1 ou 2, on tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne V.

► Si la carte tirée est 3, on tire successivement et sans remise 2 boules de l'urne V .

On considère les événements suivants:

B : « la carte tirée de la boîte U porte le numéro 1 ou 2 ».
E: « le produit des nombres des boules tirées dans l'urne V est égal à zéro ».

1) **a-** Calculer $P(B)$ et $P(E\ /\ B)$. Montrer que: $P(E \cap B) = \frac{8}{15}$.

b- Calculer $P(E \cap \overline{B})$. Déduire que $P(E) = \frac{11}{15}$.

2) Le produit des nombres portés par les boules tirées est égal à 0. Quelle est la probabilité que la carte tirée de U porte 1 ou 2?

3) Le joueur gagne 5000 L.L. pour chaque boule tirée portant le numéro zéro.

L'événement S représente la somme gagnée par le joueur. Montrer que $P(S = 10000) = \frac{7}{45}$.

IV- (8 points)

Part A

On considère la fonction g définie sur R par $g(x) = 2 - xe^{x}$.

1) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

2) Calculer g′(x) et dresser le tableau de variations de g.

3) Montrer que l'équation g(x) =0 admet une solution unique α et vérifier que $0{,}8 \langle \alpha \langle 0{,}9$

4) Déduire le signe de $g(x)$ sur R.

Part B

On considère la fonction f définie sur R par $f(x) = \dfrac{2x+2}{e^{x}+2}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(0; \vec{i}; \vec{j})$

1) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Déduire une asymptote à (C).

2) **a-** Montrer que la droite (d) : y = x + 1 est un asymptote au (C).

b- Etudier la position relative entre (C) et la droite (d).

3) Montrer que $f(\alpha) = \alpha$

4) Montrer que $f'(x) = \dfrac{2g(x)}{(e^{x}+2)^{2}}$

5) Dresser le tableau de variations de f.

6) Calculer f(- 4) et tracer (d) et (C). (Prendre α = 0,8).