

## 2 Exercices et problèmes

SV (classe)  
SG (classe)

N°1  
Energie potentielle

Un ressort élastique (R), de masse négligeable, de raideur  $k = 50 \text{ N/m}$  et à spires non jointives, pend verticalement et porte à son extrémité inférieure un petit solide (S) de masse  $m = 250 \text{ g}$ .  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 1) Calculer, à l'équilibre, l'allongement du ressort. En déduire son énergie potentielle élastique.
  - 2) Soit O la position du centre d'inertie de (S) à l'équilibre. Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par O.
- On tire (S), à partir de sa position d'équilibre en O, suivant la verticale descendante, d'une distance  $b = 5 \text{ cm}$ . Calculer, alors, l'énergie potentielle du système [Terre ; (R) ; (S)].

SV+SG (classe)

N° 2  
Conservation de l'énergie mécanique

Un solide (S), de masse  $m = 0,5 \text{ kg}$ , se déplace librement sur une piste située dans le plan vertical. Les énergies : cinétique  $E_C$ , potentielle  $E_{PP}$  et mécanique  $E_m$  du système [Terre ; (S)] aux différents instants sont données dans le tableau suivant :

Date	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$
$E_C (\text{J})$	0,6	0,8		0,1
$E_{PP} (\text{J})$	0,7		-1,6	
$E_m (\text{J})$				

Sachant que l'énergie mécanique du système [Terre ; (S)] est conservée.

- 1) Compléter le tableau.
- 2) Déterminer la position de (S), par rapport au niveau de référence, aux dates  $t_2$  et  $t_3$ .  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

N°3 X  
Energie mécanique d'une particule en chute libre

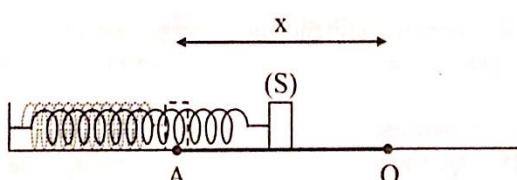
Dans un plan vertical, rapporté à un repère orthonormé ( $O ; \vec{i} ; \vec{j}$ ), une particule M, de coordonnées ( $x ; y$ ) et de masse  $m = 500 \text{ g}$ , est animée d'un mouvement selon les lois :  $x = 30t$  et  $y = -5t^2 + 40t$  ( $t$  en seconde,  $x$  et  $y$  en mètre) avec  $\vec{j}$  est un vecteur unitaire vertical ascendant. Le plan horizontal passant par O est pris comme niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur. Prendre :  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 1) Déterminer les coordonnées et la norme de la vitesse de la particule aux instants : 0 ; 2 s ; 10 s.
- 2) Calculer les énergies mécaniques du système S(Terre – particule) aux instants précédents.
- 3) Montrer que l'énergie mécanique du système S est conservée.

SV+SG (classe)

N° 4  
Conservation de l'énergie mécanique « 1 »

Un solide (S), de masse  $m = 250 \text{ g}$ , est relié à un ressort (R), d'axe horizontal, de masse négligeable, à spires non jointives et de raideur  $k = 40 \text{ N/m}$ . (S) est assujetti de se déplacer sur un rail horizontal XX'.



A l'équilibre, (S) est en O. On déplace (S) vers le point A, le ressort est alors comprimé d'une distance  $x = OA = 10\text{ cm}$ .

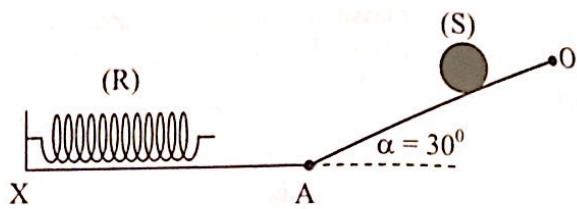
A la date  $t_0 = 0$ , on lâche (S) sans vitesse. A la date  $t_1$  le solide (S) passe par O avec une vitesse  $\dot{V}_0$  et le ressort reprend sa longueur à vide. On néglige les frottements. Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par l'axe de (R).

- 1) Indiquer la forme de l'énergie emmagasinée dans le système [Terre ; (S) ; (R)] à la date  $t_0 = 0$ .
- 2) Calculer l'énergie mécanique du système [Terre ; (S) ; (R)] à la date  $t = 0$ . En déduire la valeur  $V_0$  de la vitesse  $\dot{V}_0$ .
- 3) Trouver la vitesse de (S) quand il est à mi-distance entre A et O.
- 4) Déterminer l'intensité de la tension du ressort quand (S) a une vitesse  $V = 0,8 \text{ m/s}$ .

*SVG (classe)*

### N° 5 Conservation de l'énergie mécanique « 2 »

Un solide (S), de masse  $m = 200 \text{ g}$  et de faible dimension, est lâché sans vitesse du sommet O d'un plan incliné. (S) se déplace le long de la ligne de plus grande pente OA comme le montre la figure ci-contre. (R) est un ressort de raideur  $k = 40 \text{ N/m}$ .



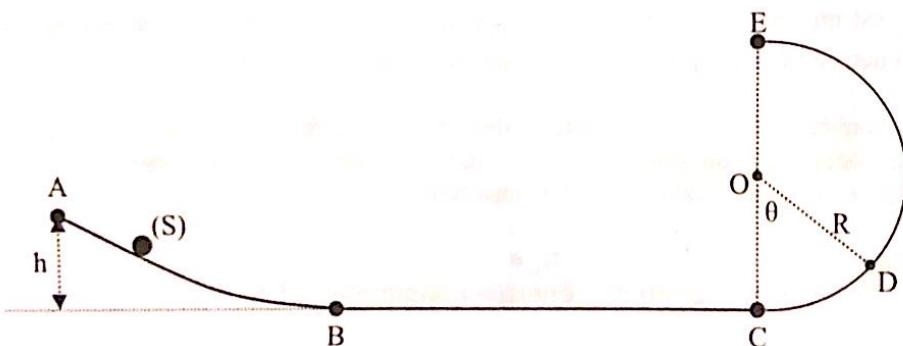
Le plan horizontal passant par AX est pris comme niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur. Négliger les frottements. Prendre :  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $OA = 50 \text{ cm}$ .

- 1) Calculer l'énergie mécanique du système [(S) ; ressort ; Terre].
- 2) Trouver la vitesse de (S) quand il passe par le point A.
- 3) Le solide (S) dépasse le point A, et glisse sur une route rectiligne et horizontale AX, et comprime le ressort (R). Déterminer la compression maximale du ressort.

*N° 6 SVG (classe)*

### Conservation de l'énergie mécanique « 3 »

Un solide (S), de masse  $m = 0,1 \text{ kg}$ , est lâché sans vitesse d'un point A d'une piste ABCDE située dans un plan vertical comme l'indique la figure ci-dessous. Les frottements sont négligeables. Prendre  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



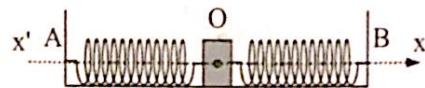
Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par BC. Le point A se trouve sur une hauteur  $h = 1,8 \text{ m}$  au-dessus de B.

- 1) Calculer l'énergie mécanique du système [(S) , terre] quand (S) part du point A.
- 2) Déterminer, en utilisant la conservation de l'énergie mécanique, la vitesse  $V_B$  de (S) quand il passe par le point B.

- 3) CDE est une partie demie circulaire de rayon  $R = OC = OD = 2 \text{ m}$ .
- a) En appliquant la conservation de l'énergie mécanique, vérifier que la vitesse de (S) quand il atteint un point D de la piste circulaire ( $\widehat{COD} = 0$ ) est donnée par :  $V_D = \sqrt{2g[h - R(1 - \cos\theta)]}$ .
- b) Déduire la valeur  $\theta_m$  de  $\theta$  correspondant à la plus haute position atteinte par (S) sur CDE.

### N°7 ✗ Conservation de l'énergie mécanique « 4 »

Deux ressorts identiques, à spires non jointives, et dont chacun est caractérisé par sa longueur à vide  $L_0 = 20 \text{ cm}$  et son raideur  $k = 25 \text{ N/m}$ .



Les deux ressorts ont le même axe horizontal  $x'x$  et intercalent entre eux une masse ponctuelle  $M = 400 \text{ g}$  comme l'indique la figure. O étant le milieu du segment [AB] avec  $AB = 60 \text{ cm}$ . On néglige les frottements et on prend l'énergie potentielle de pesanteur nulle en O.

- 1) Calculer, à l'équilibre, l'énergie potentielle du système S(Terre – ressorts – M – supports).
- 2) On place M au point I d'abscisse  $x = +5 \text{ cm}$ . Calculer alors l'énergie potentielle du système S.
- 3) M étant en I, on la lâche sans vitesse. Déterminer le vecteur vitesse de M lorsqu'elle passe pour la première fois par O.

### N° 8 ✗ Variation de l'énergie interne d'un système

Une balle de ping-pong, de masse  $m = 2,7 \text{ g}$  et de rayon  $R = 2 \text{ cm}$ , est lâchée dans l'air sans vitesse initiale, d'un point O à une hauteur  $H = 24 \text{ m}$  du sol. La balle se déplace suivant la verticale descendante et atteint une vitesse limite  $V_t = 9 \text{ m/s}$  après un parcours de 10 m.

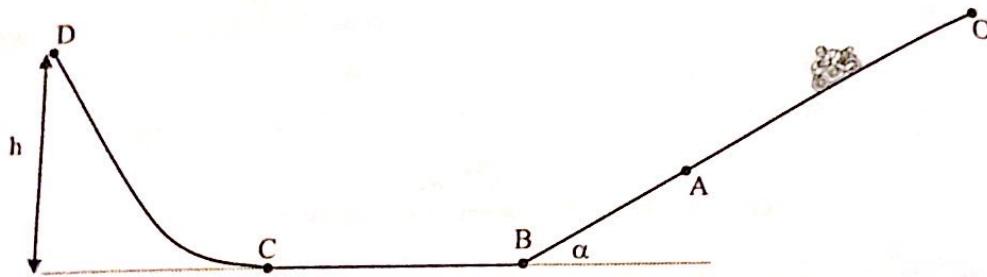
La balle est soumis à la résistance de l'air représentée par une force  $\vec{f}$  opposée au déplacement et dont l'intensité  $f$  proportionnelle à la vitesse  $V$  telle que:  $f = 6\pi\eta RV$  ( $\eta$  est une constante positive qui s'appelle coefficient de viscosité de l'air). Prendre  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

- 1) En appliquant la deuxième loi de Newton «  $\sum \vec{F} = m \frac{d\vec{V}}{dt}$  » sur la balle :
  - a) Calculer  $\frac{dV}{dt}$  en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $\eta$ ,  $R$  et  $V$ .
  - b) La vitesse limite de la balle est atteinte quand son mouvement devient uniforme. Déterminer l'expression de la vitesse limite en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $\eta$ ,  $R$ .
  - c) Déduire la valeur de  $\eta$  et indiquer son unité dans le SI.
- 2) a) Donner la vitesse de la balle lorsqu'elle atteint le sol.
- b) Calculer, pour le système [Terre, balle, air], les variations des énergies : cinétique, potentielle de pesanteur, mécanique, totale et interne quand la balle part du point O et atteint le sol.
- c) Dire en quelle forme d'énergie apparaît la variation de l'énergie mécanique du système.

### N° 9 ✗ Motocycliste et énergie interne

Un motocycliste descend avec moteur arrêté, d'un point O et sans vitesse, la ligne de plus grande pente OB d'un plan incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale comme le montre la figure sur la page suivante. Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par B. On néglige toute résistance à l'avancement. La masse du motocycliste avec sa machine est  $m = 100 \text{ kg}$ .

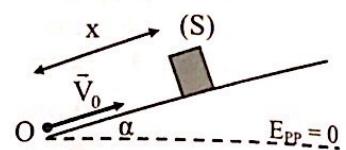
Prendre:  $OA = 50 \text{ m}$ ,  $AB = 30 \text{ m}$  et  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



- 1) a) Calculer l'énergie mécanique du système (Terre ; motocycliste ; machine) en O.
- b) En déduire la vitesse du motocycliste en A.
- 2) En A, le motocycliste commence à freiner et atteint le point B avec une vitesse de 63 km/h. On suppose que l'intensité  $f$  de la force de freinage est constante. Trouver  $f$ .
- 3) Sur BC le motocycliste déclenche son moteur et monte la piste CD, située dans un plan vertical, avec une vitesse constante de 63 km/h. On donne :  $h = 35 \text{ m}$ .
- a) Calculer la variation de l'énergie mécanique du système (Terre ; motocycliste ; machine ; air ; piste CD) sur la piste CD.
- Que peut-on dire de l'énergie totale du système ? Pourquoi ?
- En déduire la variation de son énergie interne. Interpréter cette variation.

N° 10 SV → SG (classe)  
Non conservation de l'énergie mécanique

Un solide (S), de masse  $m = 0,6 \text{ kg}$ , lancé avec une vitesse  $\bar{V}_0$  suivant une ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale comme le montre la figure (a).



Dans la figure (b) on représente les graphiques des énergies mécanique  $E_m$  et potentielle de pesanteur  $E_{PP}$  du système [(S) ; Terre] en fonction de la position  $x$  de (S).

Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par O. Prendre  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 1) Le graphique montre que l'énergie mécanique du système n'est pas conservée. Justifier.
- 2) Relever l'énergie potentielle du système pour  $x = 3 \text{ m}$ . En déduire cinétique l'énergie cinétique du système pour  $x = 3 \text{ m}$ .
- 3) Trouver  $\alpha$ .
- 4) Calculer la valeur initiale de l'énergie cinétique. Déduire la valeur  $V_0$  de  $\bar{V}_0$ .
- 5) Le non conservation de l'énergie mécanique est dû à la force de frottement entre (S) et le support. Calculer l'intensité de cette force supposée d'intensité constante.

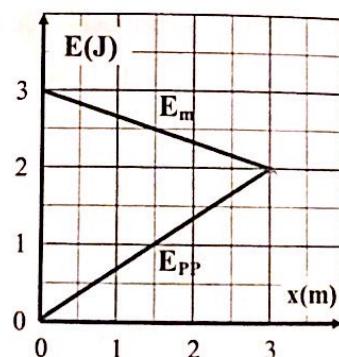
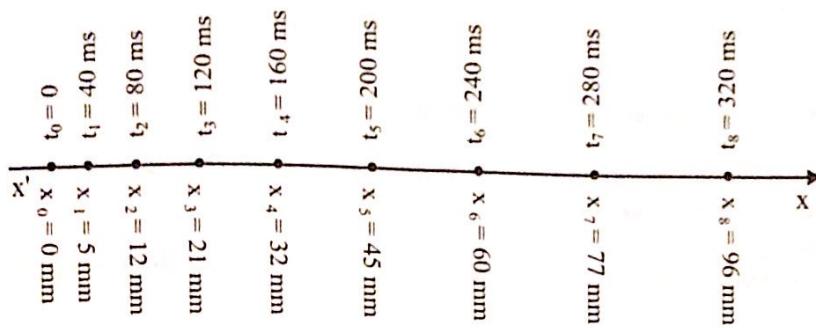


Figure (b)

N° 11  
Etude énergétique d'un mobile autoporteur

Un mobile autoporteur (S), de masse  $M = 600 \text{ g}$ , est posé sur une table à coussin d'air inclinée d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale. Une fois (S) est lâché il descend, sans frottement, suivant la ligne de plus grande pente  $x'x$  de la table.

A une date  $t_0 = 0$ , pris comme origine des dates, le mobile commence à enregistrer les positions successives, de son centre d'inertie G, séparées par des intervalles de temps égaux à  $\tau = 0,04 \text{ s} = 40 \text{ ms}$ . La position G, de G, à la date  $t_i$ , est repérée sur x'x par son abscisse  $x_i$  comme le montre la figure ci-dessous.



Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par la position du mobile à la date  $t_5$ . Prendre:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 1) a) L'énergie mécanique du système [Terre ; (S)] est conservée. Justifier.
- b) Calculer l'énergie mécanique du système [Terre ; (S)].
- 2) a) Compléter le tableau ci-dessous :

$t(\text{ms})$	0	40	80	120	160	200	240	280	320
V( $\text{m/s}$ )	XX								XX
$E_m(\text{mJ})$	XX								XX
$E_c(\text{mJ})$	XX								XX
$E_{PP}(\text{mJ})$	XX								XX

- b) Représenter, en fonction du temps et dans le même repère, les graphiques des énergies mécanique, cinétique et potentielle de pesanteur du système [Terre ; (S)].

Echelle : 1 cm  $\leftrightarrow$  40 ms en abscisse et 1 cm  $\leftrightarrow$  10 mJ en ordonnée.

- 3) a) Montrer que l'énergie potentielle de pesanteur, du système, à la date  $t_1$  est :  $E_{PP(t_1)} = Mg(x_5 - x_1)\sin\alpha$ .
- b) Calculer l'angle  $\alpha$  et la vitesse de G à la date  $t_0 = 0$ .

### N° 12 ✓ Mesure d'une force de frottement

Un ressort (R), d'axe horizontal, de masse négligeable, à spires non jointives et de raideur  $k = 40 \text{ N/m}$ , est fixé par l'une de ses extrémités à un support.

L'autre extrémité du ressort est libre et se trouve en O [figure (a)].

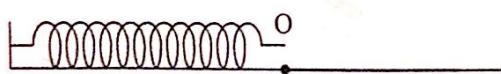


Figure (a)

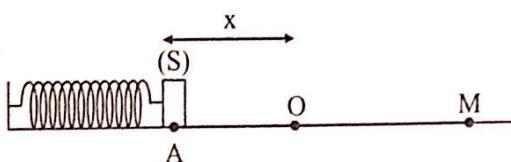


Figure (b)

On déplace l'extrémité libre du ressort, suivant son axe, du point O au point A d'une distance  $x = 10 \text{ cm}$ . On place contre le ressort un solide (S) de masse  $m = 250 \text{ g}$  [figure (b)].

A la date  $t_0 = 0$ , on lâche (S) sans vitesse initiale. Le ressort se dilate et déplace (S) sans frottement de A vers O. A la date  $t_1$  le solide passe par O et quitte le ressort avec une vitesse  $\vec{V}_0$ . Quand (S) dépasse O il est soumis à l'action d'une force de frottement, supposée constante, et s'arrête en un point M tel que  $OM = 20 \text{ cm}$ .

Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par l'axe du ressort.

- 1) Calculer la variation de l'énergie mécanique du système [Terre ; (S) ; (R)] quand (S) passe de A vers M.
- 2) Déduire l'intensité  $f$  de la force de frottement.
- 3) Trouver la vitesse  $V_0$ .
- 4) Représenter le graphique de l'énergie mécanique du système [Terre ; (S) ; (R)] en fonction de la distance « d » entre A et (S).

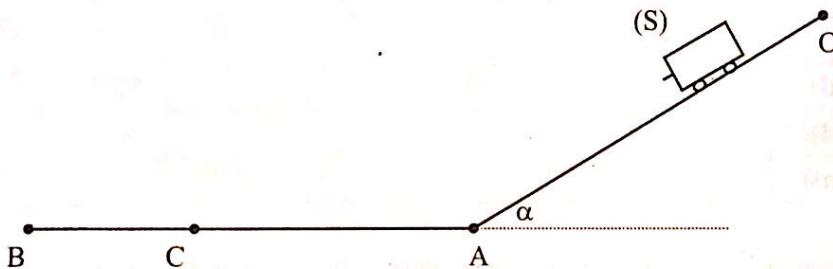
N° 13 *S6 + SV (classe)*

### Conservation et non conservation de l'énergie mécanique

Un chariot (S), de faible dimension et de masse  $m = 300 \text{ g}$ , est lâché sans vitesse, du sommet O d'un plan incliné OA ( $OA = 40 \text{ cm}$ ) formant avec l'horizontale un angle  $\alpha = 30^\circ$ . Le chariot descend, sans frottement, le plan incliné et atteint le point A le plus bas du plan.

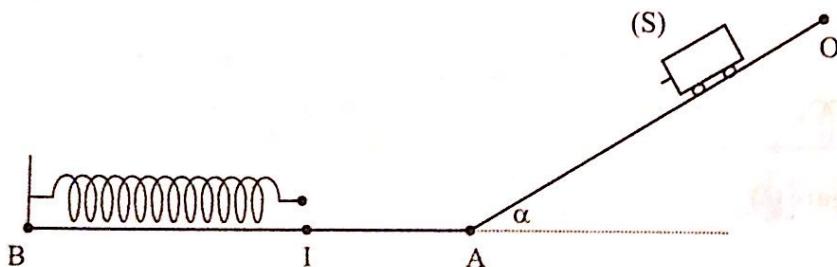
Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par A.

Prendre :  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



En dépassant A, (S) se déplace sur un support horizontal AB et s'arrête en un point C sous l'action d'une force de frottement d'intensité constante  $f = 3 \text{ N}$ .

- 1) Calculer l'énergie mécanique du système [(S) ; Terre ; support], quand (S) part du point O.
- 2) Déduire la vitesse de (S) au point A.
- 3) Calculer la variation de l'énergie mécanique du système [(S) ; Terre ; support] quand (S) passe de A vers C. Déduire la distance AC.
- 4) Le système [(S) ; Terre ; support ; air] est énergétiquement isolé. Déterminer la variation de l'énergie interne du système [(S) ; Terre ; support ; air] quand (S) passe de A vers C. Interpréter le résultat.
- 5) On recommence l'expérience précédente, en lançant le chariot du point O sans vitesse, mais sur AB on place un ressort à spires non jointives BI ( $IA = 10 \text{ cm}$ ) de constante de raideur  $k = 20 \text{ N/m}$  comme le montre la figure ci-dessous. La force de frottement exercée par AB sur (S) n'est pas changée.



- a) Trouver la vitesse de (S) en I.  
 b) Déduire la compression maximale  $x_m$  du ressort (On verra établir une équation du second degré en  $x_m$ ).

N° 14 : S6 (classe)  
**Etude énergétique et mesure d'une force de frottement**

On considère :

- Deux ressorts à spires non jointives ( $R_1$ ) et ( $R_2$ ) de constantes de raideurs respectives  $k_1$  et  $k_2$ ;
- Un solide (S) de masse  $m = 250 \text{ g}$ .

On donne:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

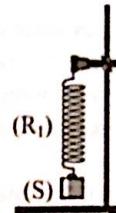


Figure (a)

### I - Identification des ressorts

On accroche (S) à l'extrémité de ( $R_1$ ), comme le montre la figure (a), le ressort s'allonge, à l'équilibre, de 5 cm.

On recommence la même expérience mais avec ( $R_2$ ), le ressort s'allonge, à l'équilibre, de 10 cm. Calculer  $k_1$  et  $k_2$ .

Figure (a)

### II - Etude énergétique

On enroule ( $R_1$ ) sur un rail rectiligne et horizontal (EB) où l'une de ses extrémités est fixée en E et l'autre est libre et se trouve en O [figure (b)]. Le ressort ( $R_2$ ) est enroulé sur un rail rectiligne (BF) et incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale où l'une de ses extrémités est fixée en F et l'autre est libre et se trouve en C ( $BC = \ell_2 = 5 \text{ cm}$ ).

Sur le rail horizontal on enroule un papier rugueux représenté dans la figure par AB ( $AB = \ell_1 = 10 \text{ cm}$ ).

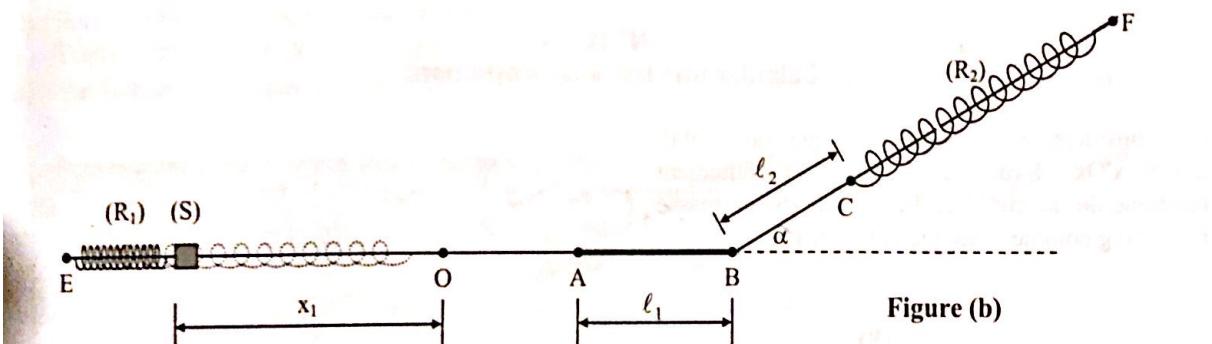


Figure (b)

On comprime ( $R_1$ ) d'une distance  $x_1 = 15 \text{ cm}$  et on place juste devant son extrémité libre le solide (S). On abandonne le système à lui-même sans vitesse, ( $R_1$ ) se dilate et (S) se déplace sur le rail horizontal puis monte, par B, le rail incliné avec une vitesse  $\bar{V}_0$  et se déplace vers le ressort ( $R_2$ ) pour le comprimer au maximum d'une distance  $x_2 = 6 \text{ cm}$ .

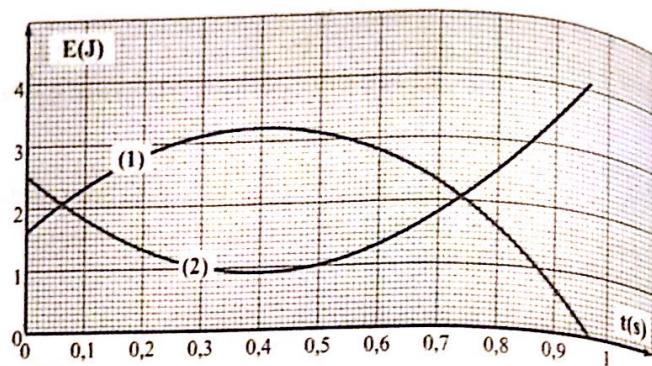
Dans tout le problème on néglige les frottements sauf celle sur la partie [AB]. Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par (AB).

- L'énergie mécanique du système [ $(R_1); (R_2); (S); \text{Terre}$ ] est-elle conservée ? Pourquoi ?
- Déterminer les énergies mécaniques  $E_{m1}$  et  $E_{m2}$  du système [ $(R_1); (R_2); (S); \text{Terre}$ ] dans les cas respectifs :
  - avant que (S) atteint A
  - après que (S) dépasse B et déplace sur le plan incliné.
- Calculer la norme  $V_0$  du vecteur vitesse  $\bar{V}_0$ .
- Déterminer l'intensité de la force de frottement, supposée constante, qui existe lors du passage de (S) sur (AB).
- (S) redescend le plan incliné et s'arrête en un point M entre A et B. Trouver la longueur de BM.

## Les énergies en fonction du temps

Une bille (S), de masse  $m = 200 \text{ g}$ , est lancée, à la date  $t_0 = 0 \text{ s}$ , dans l'espace, d'un point O à une hauteur  $h$  du sol, avec une vitesse  $\vec{V}_0$  formant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale. Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le niveau du sol.  
Prendre  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Les courbes (1) et (2) dans la figure suivante sont les courbes représentatives, en fonction du temps, des énergies cinétique et potentielle du système [Terre ; (S)].



- 1) La courbe (1) est correspondante à l'énergie potentielle de pesanteur. Justifier.
- 2) Vérifier, en trois dates de votre choix, la conservation de l'énergie mécanique du système [Terre ; (S)].
- 3) Représenter, dans le repère précédent, le graphique de l'énergie mécanique du système [Terre ; (S)].
- 4) En s'aidant du graphique, déterminer :
  - a) la vitesse  $V_0$  et la hauteur  $h$ .
  - b) la date d'impact de (S) avec le sol et sa vitesse à ce moment.
  - c) La vitesse minimale  $V_{\min}$  de (S).
- 5) a) Donner la direction de la vitesse minimale  $\vec{V}_{\min}$  de (S).
- b) Sachant que la composante horizontale de la vitesse de (S) est constante. Calculer  $\alpha$ .

### N° 16 ✕ Calculer une force de frottement

On considère un pendule élastique horizontal, d'axe  $x' \text{O}x$ , formé d'un ressort parfaitement élastique de raideur  $K$  et d'un solide (S) de masse  $m = 250 \text{ g}$  comme l'indique la figure (1).

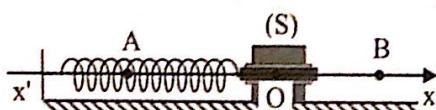


Figure (1)

Quand (S) est en O, le ressort est ni comprimé ni dilaté. On déplace (S), suivant l'axe  $x' \text{O}x$ , jusqu'au point A, d'abscisse  $x_A = -5 \text{ cm}$ , puis on le lâche à la date  $t_0 = 0$  sans vitesse, (S) se déplace alors jusqu'au point B, d'abscisse  $x_B = +4 \text{ cm}$ , où le ressort se dilate au maximum.

Un dispositif approprié enregistre, lors du passage de (S) du point A vers le point B, l'évolution de l'énergie mécanique  $E_m$  et de l'énergie potentielle  $E_p$  du système (Pendule ; Terre) en fonction de l'abscisse  $x$  du centre d'inertie de (S) comme le montre la figure (2).

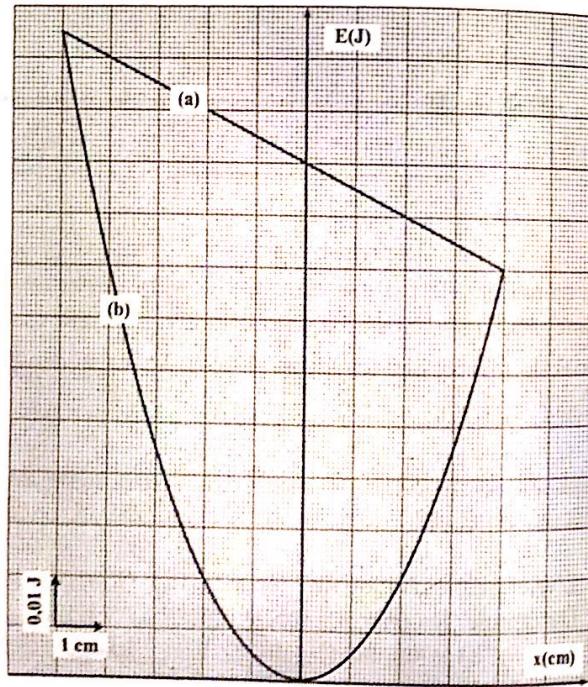


Figure (2)

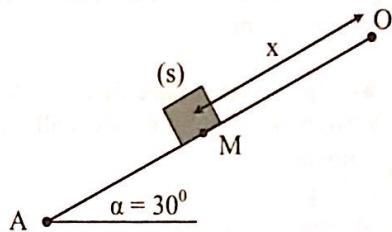
Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par l'axe  $x'$ O $x$ .

- 1) Donner l'expression de l'énergie potentielle  $E_p$ .
- 2) Préciser, parmi les courbes (a) et (b), la courbe correspondante à  $E_p$ .
- 3) L'énergie mécanique du système (Pendule ; Terre) n'est pas conservée. Justifier cette affirmation.
- 4) En s'aidant des graphiques (a) et (b), calculer la vitesse  $V$  de (S) quand il passe par le point d'abscisse  $x = +2 \text{ cm}$ .
- 5) a) En s'aidant du graphique montrer que :  $\frac{dE_m}{dx} = \mu$  où  $\mu$  est une constante dont on déterminera la valeur et l'unité.  
b) Déduire l'intensité de la force de frottement entre (S) et le support.

### N° 17 Sc (classe) Glissement d'un solide sur un support rugueux

On place au sommet O d'un plan, incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale, un solide (s) de masse  $m = 50 \text{ g}$ . On lâche (s) sans vitesse, il glisse avec frottement le long d'une ligne de plus grande pente OA ( $OA = d = 50 \text{ cm}$ ) et atteint le point A le plus bas du plan avec une vitesse  $V_A = 2 \text{ m/s}$ .

Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par A. Prendre :  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



- 1) a) Vérifier, par le calcul, que l'énergie mécanique du système [(s) ; Terre] n'est pas conservée.  
b) En déduire l'intensité de la force de frottement supposée constante.
  - 2) Soit  $x = OM$  la distance parcourue par (s) à une date donnée.  
a) Trouver, en fonction de  $x$ , l'énergie potentielle de pesanteur  $E_{PP}$  du système [(s) ; Terre].  
b) Vérifier, en appliquant la formule  $\Delta E_m = W_f$ , que l'énergie mécanique du système [(s) ; Terre] est :
- $$E_m = -0,05x + 0,125.$$
- c) Représenter, dans le même repère, les graphiques de  $E_m$ ,  $E_{PP}$  et de l'énergie cinétique  $E_C$  du système [(s) ; Terre] en fonction de  $x$ . Echelle : 1 cm  $\leftrightarrow$  0,05 m (en abscisse) et 1 cm  $\leftrightarrow$  0,025 J (en ordonnée).
  - d) Trouver par deux méthodes la valeur de  $x$  telle que :  $E_C = E_{PP}$ .
  - 3) a) Vérifier que la vitesse de (S) à un moment donné :  $V = \sqrt{8x}$ .  
b) Montrer que le mouvement de (S) est rectiligne uniformément accéléré.

### N° 18 ✗ Lancer d'un solide

Un ressort (R), à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur  $K = 25 \text{ N/m}$ , est placé dans un tube vertical dont l'extrémité inférieure est fixe. On place sur l'extrémité supérieure du ressort un solide (S) de masse  $M = 50 \text{ g}$ . A l'équilibre le ressort se comprime d'une distance  $a$  [figure (1)]. On néglige le frottement.  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

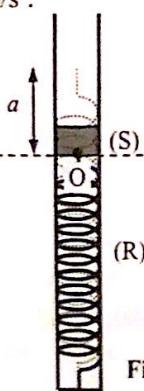


Figure (1)

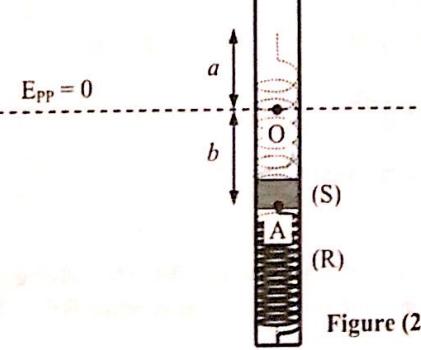
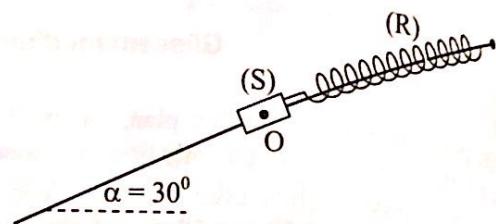


Figure (2)

- 1) Calculer  $a$ . En déduire que l'énergie potentielle du système [Terre-(S)-(R)], à l'équilibre, est :  $5 \times 10^{-1}$  J.  
 2) On agit sur (S), le ressort se comprime d'une distance supplémentaire  $b = 3$  cm.
- Calculer l'énergie potentielle du système [Terre-(S)-(R)].
  - On relâche (S) sans vitesse. Calculer :
    - la vitesse de (S) quand il repasse par sa position d'équilibre.
    - la hauteur maximale atteinte par (S), après qu'il quitte le ressort, mesurée par rapport au niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.

### N° 19 X Oscillation d'un solide sur un plan incliné

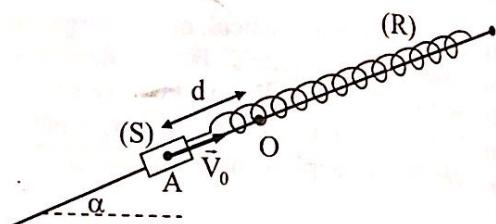
Un solide (S), de masse  $m = 200$  g, peut glisser sans frottement sur un rail incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale, est accroché à l'extrémité libre d'un ressort (R), de raideur  $k = 50$  N/m et dont l'axe est parallèle au rail. Prendre  $g = 10$  m/s $^2$ .



- Représenter sur une figure les forces agissantes sur (S).
- Vérifier, à l'équilibre, que l'allongement du ressort est :

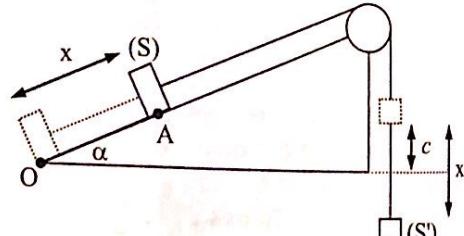
$$\Delta\ell = \frac{mg \sin \alpha}{k}$$

- Calculer, à l'équilibre, l'énergie potentielle élastique du ressort.
- A l'équilibre, (S) est en O. On écarte (S), suivant le rail, vers le point A d'une distance  $d = OA = 8$  cm et on le lâche, à la date  $t_0 = 0$ , avec une vitesse  $V_0 = 1$  m/s parallèle au rail comme le montre la figure ci-contre. Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par O. Calculer :
  - l'énergie mécanique du système [(S)-Terre] à la date  $t_0 = 0$ .
  - la vitesse de (S) quand il passe par O.
  - la dilatation maximale  $\Delta\ell_{\max}$  du ressort.



### N° 20 X Accélération d'un solide glissant sur un plan incliné

Dans le dispositif de la figure ci-contre, on considère un solide (S), de masse  $m = 120$  g, relié par un solide (S'), de masse  $m' = 80$  g, à l'aide d'un fil inextensible et de masse négligeable qui passe sur la gorge d'une poulie de masse négligeable.



Le solide (S) est au point O le plus bas d'un plan, incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale, et le solide (S') se trouve à une hauteur  $c$  au-dessus du plan horizontal passant par O qui est pris comme niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur. A la date  $t_0 = 0$ , on lâche le système à lui-même.

A une date  $t$ , le solide (S) est déplacé d'une distance  $x$  et acquiert une vitesse  $V$ .

On néglige le frottement et on donne :  $g = 10$  m/s $^2$ .

- Calculer, en fonction de :
  - $m'$ ,  $g$  et  $c$ , l'énergie mécanique du système [(S) ; (S') ; Terre ; poulie ; fil] à la date  $t_0 = 0$ .
  - $m$ ,  $m'$ ,  $g$ ,  $c$ ,  $\alpha$ ,  $x$  et  $V$ , l'énergie mécanique du système [(S) ; (S') ; Terre ; poulie ; fil] à la date  $t$ .

2) En déduire la vitesse V en fonction de m, m', g, a et x.

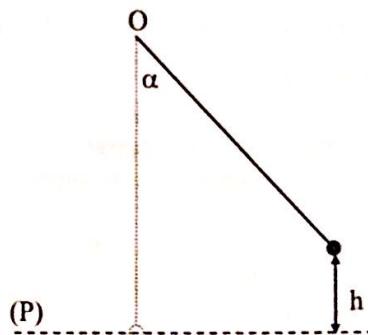
3) Trouver l'accélération a de (S).

### N° 21 Etude des graphes

Dans la figure ci-contre, on représente un pendule simple, formé d'un fil inextensible de longueur  $L = 1,6 \text{ m}$  et d'une particule de masse  $m = 20 \text{ g}$ .

Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal (P) passant par la position d'équilibre stable de la particule. On néglige le frottement. Prendre :  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

On écarte le pendule d'un angle  $\alpha_0 = 60^\circ$  à partir de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse. A un instant donné le pendule forme avec la verticale un angle  $\alpha$  et la particule se trouve à la hauteur h du plan (P) et acquiert une vitesse V.



1) a) Calculer l'énergie mécanique du système (pendule ; Terre).

b) Trouver, en fonction de h, les énergies potentielle et cinétique du système.

2) a) Représenter les graphiques des énergies mécanique, potentielle et cinétique du système en fonction de h.

b) En s'aidant des graphiques calculer :

i – la vitesse de la particule lors de son passage par sa position d'équilibre.

ii – la valeur de  $\alpha$  où l'énergie potentielle égale à l'énergie cinétique.

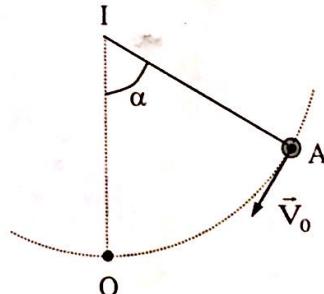
$60^\circ$   
 $0,2$

### N° 22 X Oscillation d'un pendule simple

Un pendule simple (P), de longueur  $L = 80 \text{ cm}$  et de masse  $m = 50 \text{ g}$ , est dans la position (IA) d'elongation angulaire  $\alpha = 60^\circ$  mesurée à partir de sa position d'équilibre stable (IO).

On lance (P) avec une vitesse  $V_0 = 2 \text{ m/s}$  comme l'indique la figure ci-contre.

Le plan horizontal passant par O est pris comme niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.



Prendre  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

1) L'énergie mécanique du système [Terre ; pendule] est conservée. Calculer la vitesse de la masse m lorsqu'elle passe par O.

2) Déterminer l'elongation maximale  $\alpha_1$  du pendule.

3) Trouver la valeur de  $\alpha$  où l'énergie potentielle du système [Terre ; pendule] est égale à son énergie cinétique.

4) Le pendule (P) oscille. On fixe en O une pièce de carton plane, horizontale et rigoureuse. Chaque fois la masse m passe sur le carton l'elongation maximale diminue de 5 % de sa valeur précédente.

a) A quoi est due cette diminution d'amplitude ? l'énergie mécanique est-elle conservée ?

b) Représenter l'allure de  $\alpha$  en fonction du temps.

c) L'elongation maximale initiale du pendule est  $\alpha_1$  et celle de la deuxième (de l'autre côté) est  $\alpha_2$ .....

Vérifier que la n<sup>ème</sup> elongation maximale a pour expression :  $\alpha_n = (0,95)^{n-1} \alpha_1$ .

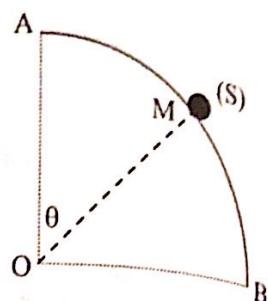
d) Calculer la variation de l'énergie mécanique du système [Terre ; pendule] entre la première et la 20<sup>ème</sup> elongation maximale.

N° 23 ✕  
Application à la variation de l'énergie mécanique

Un solide ponctuel (S), de masse  $m = 50 \text{ g}$ , est lâché du point A avec une vitesse négligeable, sur une portion sphérique de centre O. (S) décrit alors, dans un plan vertical, une trajectoire circulaire de rayon  $R = 20 \text{ cm}$  comme le montre la figure ci-contre.

À un instant donné, (S) prend la position d'un point M de l'arc AB tel que :

$$\widehat{AOM} = \theta.$$



Le plan horizontal passant par A est pris comme niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur. Prendre :  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 1) Trouver, en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $R$  et  $\theta$ , l'énergie potentielle de pesanteur du système [Terre ; (S)].
- 2) Le solide (S) quitte sa trajectoire circulaire avec une vitesse  $V = 1 \text{ m/s}$  quand  $\theta = 70^\circ$ .
  - a) Calculer la variation de l'énergie mécanique du système [Terre ; (S)] entre  $\theta = 0$  et  $\theta = 70^\circ$ . A quoi est due cette variation ?
  - b) Calculer l'intensité de la force de frottement, supposée constante, entre (S) et sa trajectoire.

N° 24 ✕  
Energie mécanique d'un système

Un solide (S), de masse  $m = 100 \text{ g}$ , repose sur un plan incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale et un ressort (R), à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur  $k$  et dont l'axe est parallèle à une ligne de plus grande pente du plan incliné comme le montre la figure (a).

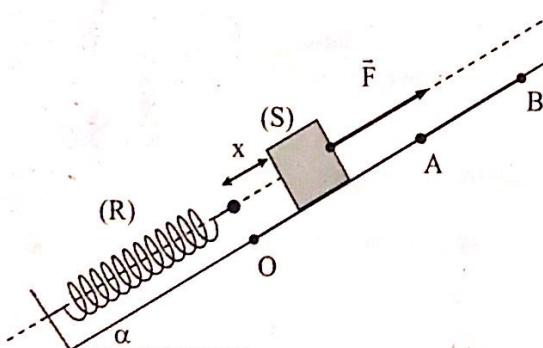


Figure (a)

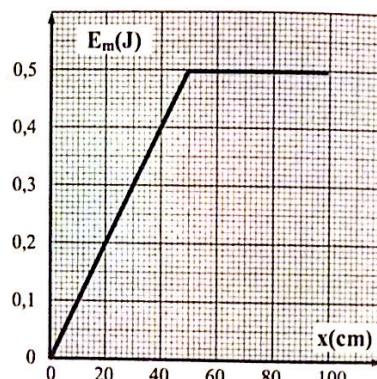


Figure (b)

Les forces de frottement sont négligeables dans tout le problème. Prendre  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

(S) est en O et le ressort est ni comprimé et ni dilaté. On tire (S) avec une force constante  $\vec{F}$  parallèle à l'axe du ressort. Quand (S) atteint le point A du plan incliné, on le lâche, (S) monte le plan vers le point B le plus haut de sa trajectoire. Dans la figure (b) on représente le graphique de l'énergie mécanique du système [Terre ; (S) ; ressort], lorsque (S) monte de O vers B, en fonction de la distance  $x$  entre O et (S). Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par O.

- 1) En s'aidant du graphique, répondre aux questions suivantes :
  - a) L'énergie mécanique du système [Terre ; (S) ; ressort] est-elle conservée ? Pourquoi ?
  - b) Relever les distances OA et AB.

c) Vérifier que :  $\alpha = 30^\circ$ .

d) Sachant que :  $\Delta E_m = W(\vec{F})$ . Déduire l'intensité  $F$  de  $\vec{F}$ .

2) Au point B, (S) rebrousse son chemin et redescend et comprime le ressort d'une distance maximale  $x_m = 12\text{ cm}$ .

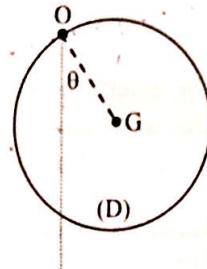
a) L'énergie mécanique du système [Terre ; (S) ; ressort] est-elle conservée pendant la descente de (S) ?

b) Calculer  $k$ .

N° 25  $\times$  (SG)  
\*Solide en rotation « 1 »

Eppso sur G

Un disque homogène (D), de masse  $m$ , de rayon  $R = 5\text{ cm}$  et de centre d'inertie G, peut osciller sans frottement autour d'un axe horizontal perpendiculaire à son plan et passant par un point O de sa périphérie. On écarte (D), de sa position d'équilibre stable, d'un angle  $\theta_1 = 40^\circ$  et on le lâche sans vitesse. Le moment d'inertie de (D) :  $I = \frac{1}{2}mR^2$ .



- 1) Calculer la vitesse angulaire  $\omega_0$  de (D) lors de son passage par sa position d'équilibre.
- 2) Déterminer la valeur de  $\theta_2$  correspondant à une vitesse angulaire du disque :  $\omega_2 = \frac{1}{2}\omega_0 \cdot g = 10\text{ m/s}^2$ .

N° 26  $\times$  (SG)  
\*Lancer d'une tige

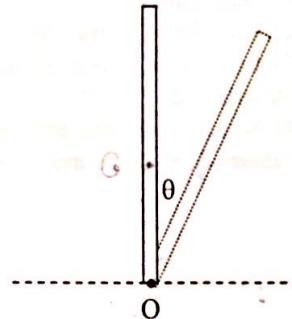
Une tige rectiligne et homogène, de masse  $m = 600\text{ g}$  et de longueur  $L = 30\text{ cm}$ , peut tourner autour d'un axe ( $\Delta$ ) horizontal et perpendiculaire à la tige en son extrémité O.

La tige repose verticalement, comme le montre la figure ci-contre, part du repos il tourne, autour de ( $\Delta$ ), dans le plan vertical et forme, à un instant donné, un angle  $\theta$  avec la verticale et acquiert une vitesse angulaire  $\theta'$ .

Le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par O.

Moment d'inertie de la tige par rapport à ( $\Delta$ ) :  $I = 18 \times 10^{-3}\text{ kg.m}^2$ .

Prendre :  $g = 10\text{ m/s}^2$ .



1) On néglige le frottement. Calculer :

a) l'énergie mécanique du système [Terre-tige].

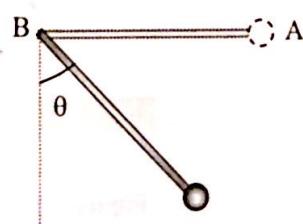
b) la vitesse angulaire  $\theta'_1$  de la tige quand elle est horizontale.

En réalité le frottement n'est pas négligeable entre la tige et l'axe de rotation et la vitesse angulaire de la tige quand elle est pour la première fois horizontale est :  $\theta'_2 = 8\text{ rad/s}$ .

On désigne par  $\mathcal{M}$  le moment de la force de frottement supposé constant. Calculer  $\mathcal{M}$ . On donne : le travail de la force de frottement  $W = \mathcal{M}\theta$  avec  $\theta$  est l'angle de rotation exprimé en radian.

N° 27  $\times$  (SG)  
\*Solide en rotation « 2 »

Une tige AB homogène, rigide, de longueur  $L = 60\text{ cm}$  et de masse  $M = 0,6\text{ kg}$ , peut tourner, sans frottement, autour d'un axe horizontal et perpendiculaire en B à (AB). A l'extrémité A de la tige on accroche un objet ponctuel de masse  $m = 60\text{ g}$ . Le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe de rotation est :  $I_{tige} = \frac{1}{3}Ml^2$ . Prendre :  $g = 10\text{ m/s}^2$ .



- 1) Vérifier que le moment d'inertie du pendule :  $I = 0,0936\text{ kgm}^2$ .

2) Soit G le centre d'inertie du pendule (tige ; masse ponctuelle). Vérifier que :  $BG = \frac{18}{55} \text{ m} \approx 0,327 \text{ m}$ .

3) Le pendule est dans la position horizontale (BA), on le lâche sans vitesse initiale à l'instant  $t_0 = 0$ . Le plan horizontal passant par B est pris comme référence pour l'énergie potentielle de pesanteur.

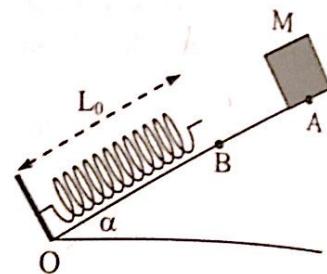
a) Calculer l'énergie mécanique du système [Terre ; pendule ; support] à l'instant  $t_0 = 0$ .

b) Ecrire l'expression de l'énergie mécanique du système [Terre ; pendule ; support] en fonction de la vitesse angulaire du pendule  $\theta'$  et de l'angle  $\theta$  que forme le pendule avec la verticale à un instant quelconque  $t$ .

c) Déterminer la position du pendule où sa vitesse angulaire est  $\theta' = 3 \text{ rad/s}$ .

### N° 28 (SG) Égalité entre énergie cinétique et énergie potentielle

Un ressort, de raideur  $k = 90 \text{ N/m}$  et de longueur à vide  $L_0 = OB = 40 \text{ cm}$ , fixé par l'une de ses extrémités en un point O, d'un plan, incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  sur l'horizontale, comme l'indique la figure ci-contre.



Un corps, de masse  $M = 600 \text{ g}$ , placé au point A sur le plan incliné tel que  $OA = 1 \text{ m}$ , est lâché sans vitesse.

On néglige les frottements entre la masse M et le plan incliné.

Le point B est sur le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 1) Déterminer l'énergie mécanique du système S(Terre – ressort – M).
- 2) Calculer la vitesse de la masse M au point B.
- 3) Lorsque la masse M atteint le point B, le ressort commence à se comprimer. Trouver la compression maximale du ressort.
- 4) Soit  $x$  la distance entre B et le corps où l'énergie cinétique est égale à l'énergie potentielle. Déterminer les valeurs de  $x$  (on pourra considérer deux cas : premier cas : M entre A et B et second cas : M entre O et B).

### N° 29 (SG) \*Rotation et translation

Une poulie identique à un disque homogène, de masse  $m = 2 \text{ kg}$  et de rayon  $r$ , peut tourner sans frottement autour d'un axe horizontal confondu avec son axe de révolution. Le moment d'inertie du disque :  $I = \frac{1}{2}mr^2$ .

Prendre :  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

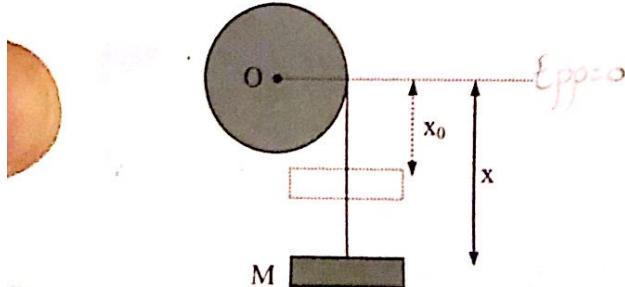


Figure (1)

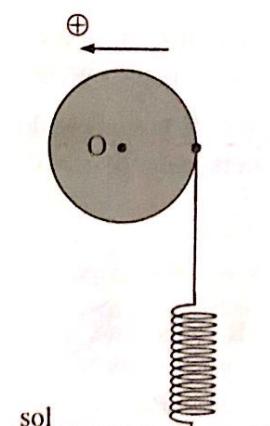


Figure (2)

**A - Première expérience**

On enroule sur la gorge de la poulie un fil inextensible et sans masse. A l'extrémité libre du fil on accroche une masse  $M = 0,5 \text{ kg}$  ( $M$  est de faible épaisseur) comme l'indique la figure (1).

Le fil est tendu, on lâche la masse  $M$ , qui se trouve initialement à une distance  $x_0$  de  $O$ , sans vitesse initiale à l'instant  $t = 0$ . A un instant  $t$  ultérieur la masse  $M$  est à une distance  $x$  de  $O$ .

*Dans cette expérience le fil ne glisse pas sur la gorge de la poulie.*

1) Calculer, en fonction de  $M$ ,  $m$ ,  $x$ ,  $x_0$  et  $g$ , la vitesse  $V$  de la masse  $M$  à l'instant  $t$ .

2) Déduire l'accélération de  $M$ .

**B - Deuxième expérience**

On fixe l'extrémité d'un ressort, à spires non jointives et de masse négligeable, de raideur  $k = 100 \text{ N/m}$ , en un point de la périphérie de la poulie. L'autre extrémité du ressort est fixée par le sol [figure (2)].

A l'équilibre le ressort est ni allongé ni comprimé.

On tourne la poulie d'un quart de tour, dans le sens positif schématisé sur la figure, et on le lâche sans vitesse. Calculer la vitesse angulaire de la poulie lorsqu'elle repasse par sa position d'équilibre.