

I. Une urne contient quatre boules blanches portant chacune le numéro 5 et trois boules noires portant chacune le numéro 2. Un jeu consiste à tirer au hasard une boule de l'urne. Si elle est blanche le jeu s'arrête ; si elle est noire on tire de l'urne une deuxième boule sans avoir remis la première dans l'urne ; on continue ainsi jusqu'à l'apparition d'une boule blanche et le jeu s'arrête.

1) Calculer la probabilité que le jeu s'arrête au deuxième tirage.

2) On considère les événements suivants :

A : « la somme des numéros sur les boules tirées est 5 ».

B : « la somme des numéros sur les boules tirées est 11 ».

Calculer $P(A)$ et $P(B)$.

II. Dans son supermarché, Sami vend des tablettes de chocolat de marque **M** et **K** placées dans 3 boîtes identiques : A, B et C.

La boîte A contient : 4 tablettes de la marque **M** et 3 tablettes de la marque **K**.

La boîte B contient : 3 tablettes de la marque **M** et 4 tablettes de la marque **K**.

La boîte C contient : 2 tablettes de la marque **M** et 5 tablettes de la marque **K**.

Partie A : dans cette partie on s'intéresse seulement à la boîte A.

Un client veut acheter une tablette de la marque **M**. Il tire de la boîte A une tablette de chocolat, si elle est de la marque **K** il tire une autre tablette sans remise de la tablette précédente et continue de la même façon jusqu'à tirer une tablette de la marque **M**.

Montrer que la probabilité de tirer la tablette **M** au troisième tirage est égale à $\frac{4}{35}$.

Partie B : un autre client veut acheter 3 tablettes. Il tire une tablette de chaque boîte.

Montrer que la probabilité de l'événement I : « tirer seulement une tablette de la marque **K** » est $P(I) = \frac{110}{343}$.

Partie C : un troisième client veut acheter deux tablettes de chocolat. Pour cela il choisit au hasard une des trois boîtes puis tire simultanément deux tablettes de la boîte choisie.

1) Calculer la probabilité de tirer deux tablettes de la marque **M**.

2) Sachant que les deux tablettes choisies sont de la marque **M**, calculer la probabilité qu'elles soient tirées de la boîte B.

III. Une urne U contient 2 boules rouges et 3 boules jaunes.

Un sac S contient 8 billets : 1 billet de 100 000 LL, 3 billets de 50 000 LL et 4 billets de 20 000 LL.

Un sac T contient 8 billets : 2 billets de 100 000 LL et 6 billets de 50 000 LL.

Partie A. On tire simultanément et au hasard deux billets du sac S. On considère les événements suivants :

A : « les deux billets tirés sont de la même valeur ».

B : « la somme des valeurs des deux billets tirés est 120 000 LL ».

1) Calculer la probabilité $P(A)$.

2) Montrer que $P(B) = \frac{1}{7}$.

Partie B. On choisit au hasard l'un des deux sacs S et T puis on tire un billet de ce sac.

1) Démontrer que la probabilité que le billet tiré soit de 100 000 LL et provienne de S est égale à $\frac{1}{16}$.

2) Calculer la probabilité de tirer un billet de 100 000 LL.

3) Sachant que le billet tiré est de 100 000 LL, calculer la probabilité qu'il soit tiré du sac T.

Partie C. On tire une boule de l'urne U

Si la boule est rouge, on tire alors successivement et avec remise deux billets de S

Si la boule est jaune, on tire alors successivement et sans remise trois billets de S.

On considère les événements suivants :

R : « la boule tirée est rouge ».

J : « la boule tirée est jaune ».

K : « la somme de billets tirés est 150 000 LL ».

1) Calculer $P(R)$, $P(J)$, $P(K/R)$ et $P(K/J)$.

2) Démontrer que $P(K) = \frac{27}{560}$.

3) Sachant que la somme des billets tirés n'est pas 150 000 LL, calculer la probabilité que la boule tirée est

rouge.

Partie D. Un magasin propose à ses clients lors de leur achat d'un téléphone portable, le jeu suivant : on tire une boule de l'urne U. Si la boule tirée est jaune le client ne reçoit rien. Si elle est rouge le client tire un billet du sac S. Si le billet tiré est de 100 000 LL, il tire un billet du sac T et alors il gagne la somme des valeurs des deux billets. Sinon il gagne seulement la valeur du billet tiré du sac S. On considère les événements suivants :

C : « le joueur ne gagne rien ».

D : « la somme gagnée est 20 000 LL ».

E : « la somme gagnée est 200 000 LL ».

Calculer $P(C)$, $P(D)$ et $P(E)$.

IV. Une urne U contient 10 boules :

- Deux rouges numérotées -3 et 2.
- Cinq blanches numérotées 0, 1, 1, 2 et -2
- Trois vertes numérotées 2, 1 et 0.

Partie A. On tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne. Considérons les événements suivants :

A : « les trois boules tirées sont de la même couleur »

B : « parmi les trois boules tirées, exactement deux portent des numéros pairs et une est rouge »

C : « la somme des numéros portés sur les trois boules est nulle. »

1) Calculer $P(A)$, $P(B)$ et vérifier que $P(C) = \frac{3}{20}$

2) Calculer $P(A \cap C)$. les événements A et C sont-ils indépendants ? justifier.

Partie B. Dans cette partie, on lance un dé parfait numéroté de 1 à 6.

- Si le nombre obtenu est un multiple de trois, alors on tire au hasard et simultanément trois boules de U.
- Sinon, on tire au hasard successivement et sans remise deux boules de U.

Soit les événements suivants :

M : « la face apparue sur le dé est un multiple de trois »

N : « la somme des numéros portés sur les boules est nulle »

1) Vérifier que $P(M \cap N) = \frac{1}{20}$. Et $P\left(\frac{N}{M}\right) = \frac{4}{45}$. Déduire $P(N)$.

2) la somme des numéros portés sur les boules n'est pas nulle. Calculer la probabilité que la face apparue sur le dé est un multiple de 3.

V. On dispose de deux urnes U et V:

- U contient 4 boules rouges et 3 boules noires.
- V contient trois boules rouges portant les numéros 1,2,3, deux boules noires portant les numéros 4 et 5 et une boule verte portant le numéro 6.

Partie A. On tire une boule de U et deux boules successivement et avec remise de V.

1) Démontrer que la probabilité de tirer 3 boules de même couleur est $\frac{4}{21}$

2) Calculer la probabilité de choisir exactement deux boules rouges.

3) Calculer la probabilité de tirer au plus 2 boules vertes.

Partie B. Dans cette partie, on tire une boule de U

- Si la boule est rouge, on tire au hasard et simultanément trois boules de V.
- Si la boule est noire, on tire successivement et sans remise deux boules de V.

Soit les événements suivants :

R : « la boule tirée de U est rouge ».

N : « la boule tirée est noire »

S : « la somme des numéros portés par les boules tirées de V est paire »

1) Calculer $P(R)$

2) Montrer que $P(S/R) = \frac{1}{2}$ déduire que $P(S \cap R)$

3) Calculer $P(S)$

4) La somme des numéros portés par les boules tirées de V est impaire. Calculer la probabilité que la boule tirée de U est noire.