



2022-2023

Concours - Résumés

Bac Libanais (Français)



Student.Union.ulfg2



Student Union ULFG2

The Student Committee is a group of students dedicated to working for the student body. As the book committee, our job is to provide for the students all the materials they need in a specific semester, starting from the reference books till the exams of the previous years with their solutions, and most importantly the course notes of each course, whether they are slides or handwritten by the teacher of the course or typed notes based on last year's lectures. Every single part of the package is reviewed yearly to add the latest exercises and their solutions, the latest notions and tips and tricks to ace the course. And of course, all of this is made in collaboration with the doctors giving their lectures.

For any questions regarding the contents of the package don't hesitate to contact your class delegate.



Comité Des Etudiants
www.ceulfg2.com

MATHS - CONCOURS

Programme SG

Notes de Cours

Préparées Par : Stephanie Chahine

commun

Chapitre 1: Fonctions

$$\star \lim_{x \rightarrow \infty} (a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0) = \lim_{x \rightarrow \infty} a_n x^n = \begin{cases} +\infty \\ -\infty \end{cases}$$

$$\star \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + \dots + b_1 x + b_0} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_n x^n}{b_m x^m} = \begin{cases} \frac{a_n}{b_m} \text{ si } n=m \\ 0 \text{ si } m > n \\ +\infty \text{ si } m < n \end{cases}$$

* formes indéterminées: $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$; $+\infty-\infty$; $\frac{0}{0}$; $0 \times \pm\infty$; $(1 \rightarrow 0)^0$

1) théorème des gendarmes (inégalités)

Si $g \leq f \leq h$ et $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = l \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$

2) continuité d'une fonction:

A) en un pt: $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a) \Rightarrow f$ continue en $x=a$.

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \Rightarrow f$ est continue à gauche au pt $x=a$
 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \Rightarrow f$ est continue à droite au pt $x=a$.

B) sur un intervalle.

- f est continue sur I si f est continue en tout pt de I .
- f est continue sur $[a; b]$ si f est continue à droite en a , à gauche en b , et continue en tout pt de $]a; b[$.
- les fonctions polynômes, rationnelles, irrationnelles, trigonométriques et leurs sommes, produits, quotients... sont continues sur tout I dans leur domaine de définition.

3) Prolongement par continuité.

f définie sur $I - \{a\}$

si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ où $l \in \mathbb{R} \Rightarrow f$ admet un prolongement par continuité au pt $x=a$ la fonction g tel que

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \neq a \\ l & \text{si } x = a \end{cases}$$

$$Dg = I$$

FABER-CASTELL

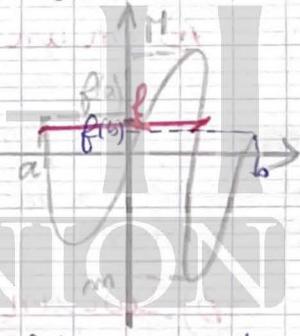
4) Image d'un intervalle par une fonction continue

- a) L'image d'un intervalle est un intervalle
- b) L'image d'un intervalle fermé est un intervalle fermé.

- $f([a; b]) = [m; M]$
 $[f(a); f(b)] \subset f([a; b])$ ou $[f(b), f(a)] \subset f([a; b])$.
- $f(a) < f(b); [f(a); f(b)] \subset [m; M]$
 $f(b) < f(a); [f(b); f(a)] \subset [m; M]$.

5) Théorème des valeurs intermédiaires

f continue sur $[a; b] \Rightarrow$ pour tout réel $\ell \in [f(a); f(b)]$ ou $\ell \in [f(b); f(a)]$ où l'éq. $f(x) = \ell$ admet au moins une solution dans $[a; b]$.



cas particulier: si $f(a) \times f(b) < 0$; $f(x) = 0$ admet au moins une solution dans $[a; b]$

6) Composéée de deux fonctions

$$g \circ f(x) = g[f(x)]; f \circ g(x) = f[g(x)]$$

$$g \circ f(x) \neq f \circ g(x)$$

$$\begin{aligned} D_{g \circ f}(x) &= \left\{ x \in D_f \mid f(x) \in D_g \right\}; \\ D_{f \circ g}(x) &= \left\{ g(x) \in D_f \mid x \in D_g \right\} \end{aligned}$$

* si $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = l$ et f continue au pt $x = l$

$$\text{alors } \lim_{x \rightarrow a} f[g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f[g(x)] = f(l)$$

7) Dérivée

a) NBz dérivé

$$\text{Si } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = l \in \mathbb{R}$$

alors f est dérivable au pt $x=a$ et on note

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} : \text{nb dérivé de } f \text{ au pt } x=a$$

éq de la tangente à (f) au pt $x=a$: $y = f'(a)(x-a) + f(a)$
coeff. directeur

approximation affine de f au voisinage de a :

$$f(x) \approx f'(a)(x-a) + f(a).$$

Δ Règle d'Hôpital R.H

f et g deux fonctions tel que $f(a) = g(a) = 0$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0} \text{ F.H.}$$

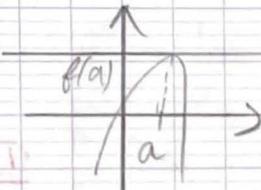
$$\text{R.H: } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Si $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$, on peut appliquer R.H.

$$* a^n b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + b^{n-1})$$

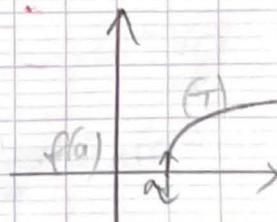
$$* \sqrt{x^2} = |x|$$

Qg: ① Si $f'(a) = 0$, alors la tangente à (f)
au pt $(a; f(a))$ est x ' x d'éq: $y = f(a)$.



② Si $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \pm \infty$ alors

f n'est pas dérivable au pt $x=a$ et
(f) admet au pt $(a; f(a))$ une tangente // y ' y
et son éq: $x=a$.



(3) Si $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a^-) \in \mathbb{R}$

et $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a^+) \in \mathbb{R}$

tel que $f'(a^-) \neq f'(a^+)$ alors

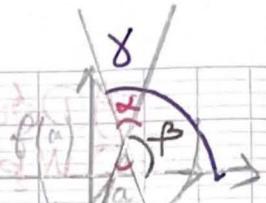
f n'est pas dérivable au pt $x=a$ et (f) admet au pt $(a; f(a))$ deux demi-tangentes.

Le pt $(a; f(a))$: pt anguleux

- $\alpha(T_1, T_2)$; $\beta(P_1, P_2)$; $\tan \beta = \text{pente}(T_1)$

$\gamma(P_2, T_2)$; $\tan \gamma = \text{pente}(T_2)$

$\alpha = \gamma - \beta$; $\tan \alpha = \tan(\gamma - \beta)$



Dérivée de la fonction composée

$$(f \circ u)'(x) = f'(U(x)) \cdot u'(x)$$

Sens de variation d'une fonction

Le signe de f' donne le sens de variation de f

* $f'(x) > 0$ pour $x \in I \Rightarrow f \uparrow$ sur I

* $f'(x) < 0$ pour $x \in I \Rightarrow f \downarrow$ sur I

* $f'(x) = 0$ pour $x \in I \Rightarrow f$ constante sur I

tableau de variation

| | |
|------|--------------|
| x | x_0 |
| f' | + 0 - |
| f | $f(x_0)$ max |

| | |
|------|--------------|
| x | x_0 |
| f' | - 0 + |
| f | $f(x_0)$ min |

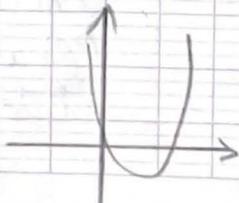
Dérivée successive

f' première dérivée; $f''(x) = (f'^{(n-1)}(x))'$

* Le signe de $f''(x)$ donne la concavité de f

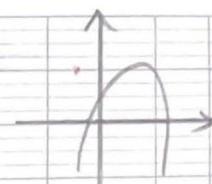
- si $f''(x) > 0 \Rightarrow f$ tourne sa concavité

vers le haut ($y > 0$)
 f est convexe



* chaque x a une seule image et chaque y un antécédent

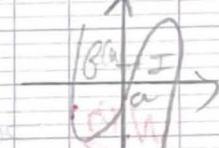
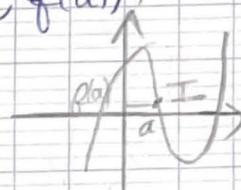
- Si $f''(x) < 0 \Rightarrow f$ tourne sa concavité vers le bas ($y < 0$)
 f est concave



- Si $f''(x) = 0$ pour $x = a$ et change son signe alors
 f admet un pt d'inflexion $I(a; f(a))$

D

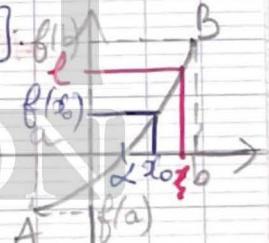
| | |
|-------|-------------|
| x | 0 |
| f'' | \bar{n}^0 |
| x | 0 |
| f'' | $+ 0 -$ |



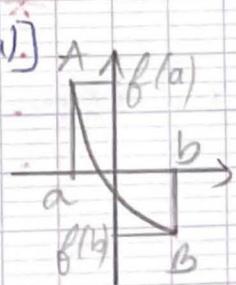
Bijection

une fonction définie et continue sur $[a; b]$

- 1) Si f sur $[a; b]$ alors $f([a; b]) = [f(a); f(b)]$. f bijective car f réalise une bijection de $[a; b]$ sur $[f(a); f(b)]$
 - $\forall x \in [f(a); f(b)]$ l'éq $f(x) =$ l admet une seule solution dans $[a; b]$
 - Si $f(a) < f(b) < 0$ alors $f(x) = 0$ admet une solut i $x \in [a; b]$



- 2) Si f sur $[a; b]$ alors $f([a; b]) = [f(b); f(a)]$. f réalise une bijection de $[a; b]$ sur $[f(a); f(b)]$. de même comme 1)



8) Limites et Asymptotes

- Si $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty \Rightarrow x = a$ asymptote verticale à (f)
- Si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = l \Rightarrow y = l$ asymptote horizontale à (f)

- Si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$: possibilité d'avoir une asymptote oblique d'éq: $y = ax + b$.

$$a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \begin{cases} -0 : \text{la courbe possède une direction asymptotique } \parallel x \parallel \\ \pm\infty : \text{la courbe possède une direction asymptotique } \parallel y \parallel \\ - \in \mathbb{R}^* : \text{calculer } b \end{cases}$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - ax] = \begin{cases} \pm\infty \quad \text{D.AS } \parallel y = ax \\ \in \mathbb{R}, y = ax + b \text{ AS. } 0 \end{cases}$$

W.B: Si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$
 $\Rightarrow y = ax + b$ AS. 0 à f en $\pm\infty$

- * Si la question est de démontrer que l'éq $\cos x = x$ admet une racine $\alpha \in [0; \frac{\pi}{2}]$, prendre $f(x) = \cos x - x$ / $f'(x)$ diff et continue sur \mathbb{R} en particulier $[0; \frac{\pi}{2}]$. puis trouver f — — —

- * Pour démontrer que (C_m) passe par un pt fixe $A(x_0; y_0)$.
 - remplacer x_0 et y_0 dans l'éq. de (C_m) .
 - prendre m en facteur
 - mettre un système de 2 éq. l'une égale à 0.

- * $f(-x) = f(x) \Rightarrow f$ est paire $\Rightarrow y \parallel$ axe de symétrie
- * $-f(x) = f(-x) \Rightarrow f$ impaire $\Rightarrow O$ centre de symétrie
- * La ligne de $f''(x)$ donne le sens de variation de $f'(x)$.
- * f' s'annule \rightarrow tangente horizontale.

Chapitre 8: Logarithmes

3) \ln :

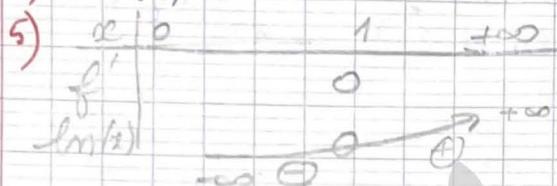
• Soit $f(x) = \ln(x)$

1) elle est définie et continue sur $x > 0$

2) $(\ln(x))' = \frac{1}{x}$

3) $(\ln(x))' > 0$ alors $\ln(x) \uparrow$

4) $\ln(1) = 0$



$0 < x < 1, \ln(x) < 0$

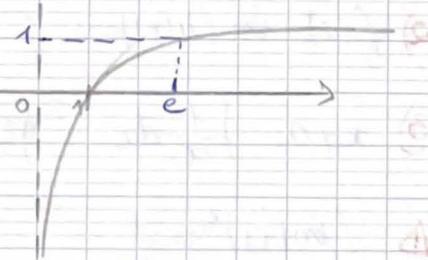
$x > 1, \ln(x) > 0$

6) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln(x)) = -\infty$

7) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(x)) = +\infty$

8) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ DAS / $\ln' x$

9)



10) $\ln(x)$ est une bijection de $]0; +\infty[$ sur $]-\infty; +\infty[$

11) $\ln x = 1 \Rightarrow x = e \approx 2,718$

$\ln e = 1$

N.B.: $F(x) = \int_1^{u(x)} \frac{1}{t} dt = \ln(u(x))$ où $u(x) > 0$

$$F'(x) = \frac{1}{u(x)} \times u'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$$

II) Propriétés

$$1) \quad \text{a} > 0 \text{ et } b > 0 ; \ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$2) \ln(axa) = \ln a + \ln a$$

$$\ln a^2 = 2 \ln a$$

$$\begin{array}{l} \text{Vn } \\ a > 0 \end{array} \quad \boxed{\ln a^m = m \cdot \ln a}$$

$$\text{Pq: } f(x) = \ln(x^2) \text{ def. für } x \neq 0 \\ = 2 \ln|x|$$

$$3) \quad a > 0; b > 0; \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

$$\text{Pq: } \ln\left(\frac{1}{b}\right) = -\ln b, \quad b > 0; \quad \ln\left(\frac{1}{e}\right) = -1$$

$$b) \ln\sqrt{a} = \frac{1}{2}\ln a$$

$$\Delta \delta \ln; \ln e^m = n$$

$$4) \text{ Si } ab > 0; \ln(a+b) = \ln|a| + \ln|b|$$

$$\ln(a-b) = \ln|a| - \ln|b|$$

$$5) \ln(a) = \ln(b) \Rightarrow a = b \quad (\text{ln est une bijection})$$

$$\ln a < \ln b \Rightarrow a < b$$

$$\ln a > \ln b \Rightarrow a > b$$

III) Dérivées et Intégrales

$$1) f(x) = \ln(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x} \quad \text{für } x > 0$$

$$2) f(x) = \ln(u(x)) \Rightarrow f'(x) = \frac{u'}{u} ; u > 0$$

$$3) x \neq 0; \int \frac{1}{x} dx = \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

⚠ $(\ln|x|)' = \frac{1}{x}$

$$4) u(x) \neq 0: \int \frac{u'}{u} dx = \ln |u(x)| + C$$

$$5) \int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln(|ax+b|) + C$$

$$\Delta 6) \int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2} \ln^2 x + C$$

$$m \neq -1; \int \frac{(lnx)^m}{x} dx = \frac{(lnx)^{m+1}}{m+1} + C$$

7) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x \cdot ln x}, x > 0$

$$= \int \frac{1}{ln x} dx = \ln |\ln x| + C$$

8) $\int ln x dx = x \cdot ln x - x$

IV) limites importantes

* $\lim_{x \rightarrow 0^+} (ln x) = -\infty$

* $\lim_{x \rightarrow +\infty} (ln x) = +\infty$

* $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ln x}{x} = 0 ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ln x}{x^\alpha} = 0 ; \alpha > 0$

* $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x \cdot ln x) = 0^- ; \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^\alpha \cdot ln x) = 0^- ; \alpha > 0$

* $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ln x}{x-1} = 1 ; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ln(x+1)}{x} = 1$

N.B.: pour tout $x > 0 ; ln x < x$

N.B.: avant de calculer $ln a - ln b$

mettre les conditions: $a > 0$ et $b > 0$

* si $ln(a/b)$ pour $a \neq 0$

Rappel: 1) $a > 0$

$$|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$$

2) $a > 0$

$$|x| \geq a \Leftrightarrow x \leq -a \text{ ou } x \geq a$$

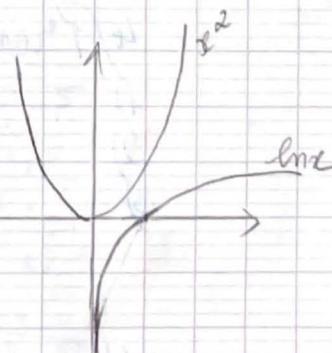
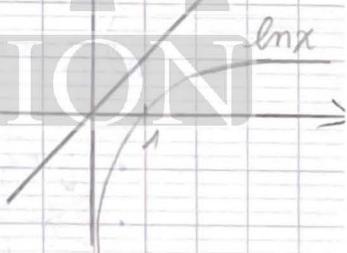
N.B.: $\frac{\infty}{\infty} = \infty, \frac{0}{\infty} = 0$

N.B.: x^2 emporte $ln x$ en $+\infty$ donc

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 \cdot ln x) = +\infty$$

N.B.: pour trouver l'allure qu'pt limite, trouver le nb dérivé.

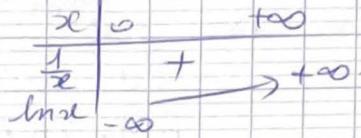
* si la fonction est sous la forme $\ln(\frac{a}{x})$ mettre $-ln a - ln b$ pour trouver f' ou $(f \cdot u)'$



Chapitre 9: Exponentielle

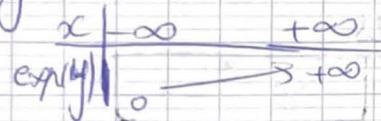
la fonction $\ln x$ est déf, cont. et strictement croissante sur $]0; +\infty[$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} > 0$$



alors $\ln x$ admet une fonction réciproque

$$y = \ln x \Leftrightarrow x = e^y = \exp(y)$$



Soit $f(x) = e^x - \exp(x)$. f déf, cont. et dérivable sur \mathbb{R} .

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

$$e^0 = 1, e^1 = e, e^x = m \Leftrightarrow x = \ln(m) \text{ où } m > 0$$

Propriétés

$$\textcircled{1} \quad e^x \cdot e^{x'} = e^{x+x'}$$

$$\text{car } \ln(e^x \cdot e^{x'}) = \ln e^x + \ln e^{x'} = x + x' = x + x'$$

$$= \ln e^{x+x'}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{e^x}{e^{x'}} = e^{x-x'}$$

$$\frac{1}{e^{x'}} = \frac{e^0}{e^{x'}} = e^{0-x'} = e^{-x'}$$

$$\textcircled{3} \quad \forall n, \quad (e^x)^n = e^{nx}$$

$$\textcircled{4} \quad e^x = e^{x'} \Rightarrow x = x'$$

$$e^x < e^{x'} \Rightarrow x < x' \quad \text{car } e^x \uparrow$$

$$e^x > e^{x'} \Rightarrow x > x'$$

Remarques:

- ① $\boxed{\ln e^x = x}$: théorème
- ② $\boxed{e^{\ln x} = x}$ si $x > 0$

car: $y = e^{\ln x}$ si $x > 0$

$$\ln y = \ln e^{\ln x}$$

$$\ln y = \ln x$$

$$y = x \rightarrow e^{\ln x} = x$$

2) Limites importantes

$$\boxed{\lim_{-\infty} e^x = 0}$$

$$\boxed{\lim_{+\infty} e^x = +\infty}$$

$$\boxed{\lim_{+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty}$$

$$\boxed{\lim_{-\infty} xe^x = 0^-}$$

$$\boxed{\lim_{-\infty} \frac{1}{xe^{-x}} = -\infty}$$

$$\boxed{\lim_{+\infty} e^{-x} = 0}$$

$$\boxed{\lim_{-\infty} e^{\frac{x}{x+1}} = +\infty}$$

3) Dérivée

* $\boxed{(e^x)' = e^x}$

car: $y = e^x$; $y' = \ln y$
 $(\ln y)' = x'$
 $\frac{1}{y} = 1 \rightarrow y' = y$

* $\boxed{(e^{u(x)})' = u'e^{u(x)}}$

4) Intégrales

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int u'e^u dx = e^{ux} + C$$

$$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b}$$

$$\int e^{-x} dx = -e^{-x} + C$$

⚠ $\int \frac{e^x}{e^x + K} dx = \ln |e^x + K| + C$

5) Représentation graphique de $f(x) = e^x$

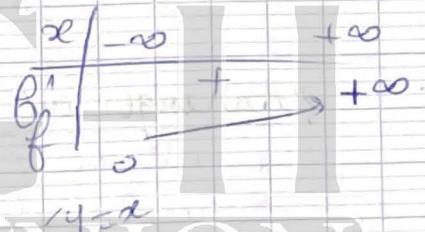
$f(x) = e^x$ diff' cont., et dérivable sur \mathbb{R}

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \quad ; \quad y = 0 \text{ asy.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \quad \text{d. asy. } y'$$

$$f'(x) = e^x > 0 \Rightarrow f \uparrow$$

$$\begin{matrix} e^0 = 1 \\ e^1 = e \end{matrix}$$



pour toutes $x > 0$; $\ln x < x < e^x$

RAPPEL DE LA S2S

Chapitre 28: Primitives

- * F est une primitive de $f \Leftrightarrow f$ est la dérivée de F .
- * Si F est une primitive de f , alors $F + C$ est l'ensemble des primitives de f où C est constante. On note $\int f(x) dx = F(x) + C$

Primitives des fonctions usuelles

* Pour $n \neq -1$:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$*\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$$

$$*\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$$

$$*\int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x \sqrt{x} + C$$

$$*\quad m \neq -1 \quad \int u^m u' dx = \frac{u^{m+1}}{m+1} + C$$

$$* \int \frac{u'}{u^2} dx = -\frac{1}{u} + C$$

$$* \int \frac{u'}{\sqrt{u}} dx = 2\sqrt{u} + C$$

$$* \int u' \sqrt{u} dx = \frac{2}{3} u \sqrt{u} + C$$

Propriétés:

- $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$
- * $\int K f(x) dx = K \int f(x) dx$

FIN DU RAPPEL

Chapitre 7: l'intégration

(I) Rappel: propriétés

$\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

$$\int (\alpha f(x) + \beta g(x)) dx = \alpha \int f(x) dx + \beta \int g(x) dx$$
$$x \neq -1; \int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} + C$$

$$\int u' u^m dx = \frac{u^{m+1}}{m+1} + C$$

(II) On appelle intégrale de f sur $[a; b]$ le nb note:

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \quad \text{avec } F \text{ primitive}$$

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Propriétés

① $\int_a^a f(x) dx = 0$

② $\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$

③ $c \in [a; b]; \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

④ $\alpha, \beta \in \mathbb{R}; \int_a^b (\alpha f(x) + \beta g(x)) dx = \alpha \int_a^b f(x) dx + \beta \int_a^b g(x) dx$

⑤ Si $f(x) \geq 0$ pour $x \in [a; b]$
alors $\int_a^b f(x) dx \geq 0$.

• Si $f(x) \leq 0$ pour $x \in [a; b]$
 $\int_a^b f(x) dx \leq 0$.

• Si $f(x) \leq g(x)$ pour $x \in [a; b]$
 $\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$

(6) si f est paire sur $[-a; a]$

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$$

△ (7) si f est impaire sur $[-a; a]$

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0$$

(8) si f est périodique de période T : $f(x+T) = f(x)$

$$\int_a^{a+T} f(x) dx = \int_0^T f(x) dx$$

△ **III) Théorème fondamental de l'intégration**

$F(x) = \int_a^x f(t) dt$ est la seule primitive de f tel que $F(a) = 0$

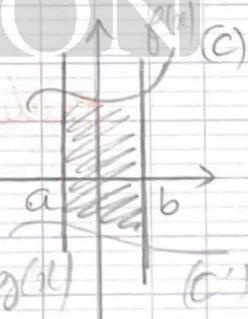
- c.à.d. $\left(\int_a^x f(t) dt \right)' = f(x)$

△ Si $F(x) = \int_a^x f(t) dt$

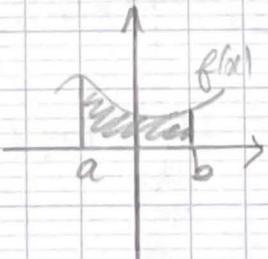
$$F'(x) = \left(\int_a^{u(x)} f(t) dt \right)' = f(u(x)) \times u'(x)$$

IV) Calcul d'aire

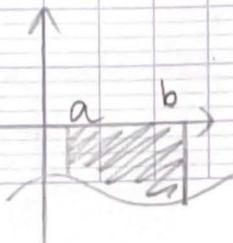
* $A_{\text{domaine plan}} = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$ unités d'aire



* $A = \int_a^b f(x) dx$ unités



* $A = \int_a^b -f(x) dx$ unités



V) Intégration par parties

$$(uv)' = u'v + v'u$$

$$u'v = (uv)' - vu'$$

$$\int u'v \, dx = \int (uv)' \, dx - \int vu' \, dx$$

$$\int u'v \, dx = uv - \int vu' \, dx$$

$$\int_a^b u'v \, dx = [uv]_a^b - \int_a^b v'u \, dx$$

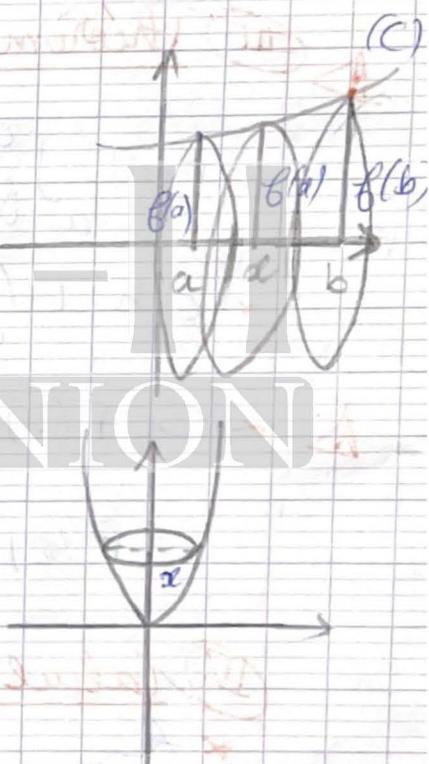
VI) Calcul de volume

1. Rotation autour de l'axe des x

$$(C) f(x) = y$$

$$V = \int_a^b \pi (f(x))^2 \, dx$$

$$V = \pi \int_a^b y^2 \, dx$$



2. Rotation autour de l'axe des y

$$V = \int_a^b \pi x^2 \, dy$$

Suite

Si les 2 bornes ne sont pas des constantes :

$$\int_x^{u(x)} f(x) \, dx = \int_x^a f(x) \, dx + \int_a^{u(x)} f(x) \, dx$$

$$= \int_0^x f(x) \, dx + \int_0^{u(x)} f(x) \, dx$$

de telle borne inférieure

Chapitre 6: Nombres complexes

I) Rappel

1) Il existe un nb imaginaire i^2 tel que $i^2 = -1$

C: ensemble des nb complexes

$$z \in C : z = x + iy \quad \text{où } x \text{ et } y \in \mathbb{R}$$

* Si $\operatorname{Re}(z) = 0$; z est imaginaire pur

* Si $\operatorname{Im}(z) = 0$; z est réel
d'où $\mathbb{R} \subset C$

2) Propriétés

$$1) z = x + iy = 0 \iff x = 0 \text{ et } y = 0$$

$$2) x + iy = x' + iy' \iff x = x' \text{ et } y = y'$$

$$3) z_1 = x_1 + iy_1, z_2 = x_2 + iy_2; z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)$$

$$4) z_1 \cdot z_2 = x_1 x_2 - y_1 y_2 + i(x_1 y_2 + x_2 y_1)$$

5) $z = x + iy$; conjugué de z $\bar{z} = x - iy$

$$\cdot z + \bar{z} = 2x = 2\operatorname{Re}(z) \Rightarrow \operatorname{Re}(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$$

$$\cdot z - \bar{z} = 2iy = 2\operatorname{Im}(z) \Rightarrow \operatorname{Im}(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$$

$$\therefore z \cdot \bar{z} = x^2 + y^2 = (\operatorname{Re}(z))^2 + (\operatorname{Im}(z))^2$$

4) Propriétés

$$1) z_1 + z_2 = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$$

$$2) z_1 \cdot z_2 = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$$

$$3) \frac{(z_1)}{z_2} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$$

$$4) \overline{(z^n)} = (\bar{z})^n$$

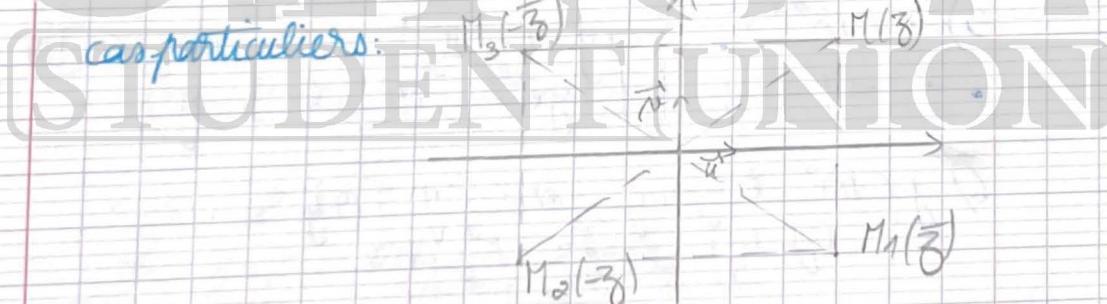
N.B.: $\star z$ est réel $\Leftrightarrow \operatorname{Im}(z) = 0 \Leftrightarrow \bar{z} = z$
 $\star z$ imaginaire pur $\Leftrightarrow \operatorname{Re}(z) = 0 \Leftrightarrow \bar{z} = -z$

Rq: $i^1 = i$; $i^2 = -1$; $i^3 = -i$; $i^4 = 1$
 $i^{4k+1} = i$; $i^{4k+2} = -1$; $i^{4k+3} = -i$; $i^{4k} = 1$

5) Représentation géométrique

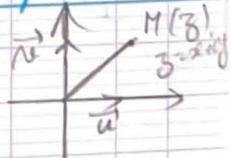
$$R(O; \vec{u}, \vec{v}) ; M(z)$$

- M est l'image de z; z est l'affixe de M.
- $z = x + iy \Rightarrow M(x; 0) \in x\text{-axe} \Rightarrow x \in \mathbb{R}$ axe des réels
- $z = iy \text{ ou } y \neq 0 \Rightarrow M(0; y) \in y\text{-axe des imaginaires}$
- $OM(z)$
- Si $A(z_A), B(z_B) \Rightarrow \overline{z_{AB}} = \overline{z_B} - \overline{z_A}$
- Si $\vec{u}(z_u), \vec{v}(z_v) \Rightarrow \overline{z_{uv}} = \overline{z_u} + \overline{z_v}$



II) Module; argument; forme trig et forme exponentielle

déf: module de z: $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = OM = r = \sqrt{z\bar{z}}$



argument de z: nombre réel θ (\vec{u}, OM) (2π)

$$\cos \theta = \frac{x}{r}; \sin \theta = \frac{y}{r}; \tan \theta = \frac{y}{x}$$

(θ en rad)

forme algébrique de z: $z = x + iy$; x et $y \in \mathbb{R}$

$$z = r \left(\frac{x}{r} + i \frac{y}{r} \right)$$

forme trigonométrique : $\boxed{z = r(\cos \theta + i \sin \theta)}$
 $= [r, \theta]$

forme exponentielle : $\boxed{z = re^{i\theta}}$
 avec $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$

cas particuliers

1) $z = 1 = [1; 0 + 2k\pi] \Rightarrow z = 1 = [1, \pi] = e^{i\pi}$

2) $x > 0 ; z = x, M(z) \in]0, x[$

alors $z = [x, 0 + 2k\pi]$

• $z = -x, M(z) \in]0, x[$

$z = [x, \pi + 2k\pi] = xe^{i\pi}$ (modulo $t \neq 0$)

3) $z = x, M(z) \in x \Rightarrow z = |x|e^{i\pi}$

cas de la partie réelle

impaire

4) $z = i = [1, \frac{\pi}{2}] = e^{i\frac{\pi}{2}}$

$z = -i = [1, \frac{3\pi}{2}] = [1, -\frac{\pi}{2}] = e^{-i\frac{\pi}{2}} = e^{i\frac{3\pi}{2}}$

5) $y \in \mathbb{R}^*$: $\bullet z = iy = [y, \frac{\pi}{2}] = ye^{i\frac{\pi}{2}}, M(z) \in]0, y[$

$\bullet z = -iy = [y, -\frac{\pi}{2}] = ye^{-i\frac{\pi}{2}}, M(z) \in]0, y[$

6) $y \in \mathbb{R}^*$ et $z = iy, M \in y' y - f(0)$

$|z| = |y|, \arg z = \frac{\pi}{2} + k\pi$

► Propriétés : $z_1 = [r_1, \theta_1] = r_1 e^{i\theta_1}, z_2 = r_2 e^{i\theta_2}$

1) $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2| ; [r_1, \theta_1] \times [r_2, \theta_2] = [r_1 r_2, \theta_1 + \theta_2]$

2) $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}, \frac{[r_1, \theta_1]}{[r_2, \theta_2]} = \left[\frac{r_1}{r_2}, \theta_1 - \theta_2 \right]$

3) $|z^m| = |z|^m, [r, \theta]^m = [r^m, m\theta]$

modulo > 0

→ si on a $z = -re^{i\alpha}$, pour éliminer \ominus $\rightarrow z = r e^{i(\pi + \alpha)}$

Remarque : $M(z) ; z = x + iy = [r; \theta] = r(\cos\theta + i\sin\theta) = re^{i\theta}$

1) $M_1(\bar{z})$; $|\bar{z}| = |z|$ et $\arg(\bar{z}) = -\arg(z)$.

2) $M_2(-z)$; $|z| = |z|$ et $\arg(-z) = \pi + \arg(z)$.

3) $M_3\left(\frac{1}{z}\right)$; $\frac{1}{z} = \frac{1}{|z|} e^{-i\theta}$.

$$\left| \frac{1}{z} \right| = \frac{1}{|z|} ; \arg\left(\frac{1}{z}\right) = -\arg(z)$$

Propriété

$$z \in \mathbb{C}^* ; |z| = 1 \Leftrightarrow z\bar{z} = 1 \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{1}{z}.$$

1) N.B : z réel $\Leftrightarrow z = x \Leftrightarrow M(z) \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \text{Im}(z) = 0 \Leftrightarrow \bar{z} = z$
 $\Leftrightarrow \arg(z) = k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$.

2) z imaginaire pur $\Leftrightarrow z = iy \Leftrightarrow M(z) \in i\mathbb{R} \setminus \{0\} \Leftrightarrow$
 $\text{Re}(z) = 0 \Leftrightarrow \bar{z} = -z \Leftrightarrow \arg(z) = \frac{\pi}{2} + k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$.

Interprétation géométrique de $\left| \frac{z-a}{z-b} \right|$ et $\arg\left(\frac{z-a}{z-b} \right)$

$P(\theta, \bar{m}, \bar{n})$; $M(z)$; $A(a), B(b)$

$$z = \frac{z-a}{z-b} = \frac{\bar{z}M - \bar{z}A}{\bar{z}M - \bar{z}B} = \frac{\bar{z}\bar{AM}}{\bar{z}\bar{BM}}$$

$$|z| = \frac{|\bar{z}\bar{AM}|}{|\bar{z}\bar{BM}|} = \frac{AM}{BM} = \frac{MA}{MB}$$

$$\arg z = \arg\left(\frac{\bar{z}\bar{AM}}{\bar{z}\bar{BM}}\right) = (\bar{MB}, \bar{MA}) \quad (\text{min fait la fo2})$$

d'où :
$$z = \frac{z-a}{z-b} = \frac{MA}{MB} e^{i(\bar{MB}, \bar{MA})}$$

on peut trouver la nature du triangle.

si $\frac{MA}{MB} = 1 \Rightarrow \Delta \text{ isocèle} ; \text{ si } \frac{MA}{MB} \neq 1 \Rightarrow \Delta \text{ isocèle} + (\bar{MB}, \bar{MA}) \stackrel{\text{égalité}}{=} 60^\circ$

$(\bar{MB}, \bar{MA}) = 60^\circ \Rightarrow \Delta \text{ équilatéral}$

Rq: Pour démontrer qu'un nombre est réel : soit $z = \bar{z}$
 soit $\arg(z) = 0 + k\pi$
 soit $y = 0$

\rightarrow impur : soit $z = -\bar{z}$

$$\begin{aligned} &\text{soit } \arg(z) = \pi + k\pi \\ &\Rightarrow x = 0 \end{aligned}$$

propriétés

1) $\overline{z_1 z_2}$ est réelle $\frac{\overline{z_1 z_2}}{z_{21}} = x \Leftrightarrow \arg(\overline{z_1 z_2}) = k\pi$

$$\overline{z_1 z_2}$$

(A; B et M alignés)

2) $\overline{z_1 z_2}$ imaginaire pur $\Leftrightarrow \arg(\overline{z_1 z_2}) = \frac{\pi}{2} + k\pi$

$$\overline{z_1 z_2}$$

$|MA| \perp |MB| \Rightarrow M \in \mathbb{C}$ de diamètre [AB]

$$\text{Rq: } \frac{\overline{z_B - z_A}}{z_C - z_B} = \frac{\overline{z_A z_B}}{\overline{z_B z_C}} = \frac{AB}{BC} e^{i(\overline{PC}) \cdot \overline{AB}}$$

formule de Moivre

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$$

formules d'Euler

$$\cos \theta = \frac{1}{2} (e^{i\theta} + e^{-i\theta}) ; \quad \sin \theta = \frac{1}{2i} (e^{i\theta} - e^{-i\theta})$$

$$\text{N.B: } z = a + bi$$

$$z = -a + bi \quad z = a + bi$$

$$\begin{array}{c} z = -a - bi \\ z = a - bi \end{array}$$

$$\text{Rq: } 1 + e^{ix} = e^{i\frac{x}{2}} \times e^{i\frac{x}{2}} + e^{i\frac{x}{2}} \times e^{-i\frac{x}{2}}$$

$$\text{N.B: } M(z) \in C(I; r) \Leftrightarrow IM = r \Leftrightarrow |z - z_I| = r$$

$$\text{N.B: } A \quad B \quad B \quad M \in]AB[\quad (\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = \pi / 2 \pi$$

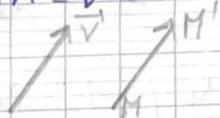
$$\text{N.B: } A \quad B \quad M \in [AB] \quad (\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = 0 / \pi$$

Chapitre 9: Transformations Planes

I) Translation

1) Def: Soit $\vec{v} \neq \vec{0}$ dans un plan. On appelle translation de vecteur \vec{v} la transformation qui, à chaque pt M de ce plan correspond un seul pt M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$.

On note $M' = t_{\vec{v}}(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$



Si $\vec{v} = \vec{0}$, $t_{\vec{0}}(M) = M$

donc $t_{\vec{0}} = I$: transformation unique

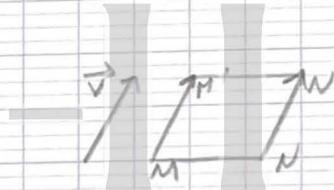
$$(t_{\vec{v}})^{-1} = t_{-\vec{v}}$$

car $M' = t_{\vec{v}}(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v} \Leftrightarrow \overrightarrow{M'M} = -\vec{v} \Leftrightarrow M = t_{-\vec{v}}(M')$

2) Propriétés:

a) Propriété caractéristique

$$M' = t_{\vec{v}}(M), N' = t_{\vec{v}}(N)$$



$$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{NN'} = \vec{v}$$

d'où: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M'N'}$

Réiproque: Si on a 4 pts. M, M', N et N' tels que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M'N'}$

alors il existe une translation t tel que $t_{(M)} = M'$ et $t_{(N)} = N'$

b) La translation conserve: les longueurs, l'alignement, le parallélisme, l'orthogonalité, les angles orientés, le centre de gravité, le rapport des longueurs.

3) Composéé de deux translations:

\vec{v}_1 et \vec{v}_2 deux vecteurs $\neq \vec{0}$

$$M \xrightarrow{t_{\vec{v}_1}} M_1 \xrightarrow{t_{\vec{v}_2}} M_2$$

on a: $\overrightarrow{MM_1} = \vec{v}_1$ et $\overrightarrow{M_1M_2} = \vec{v}_2$. or $\overrightarrow{MM_2} = \overrightarrow{MM_1} + \overrightarrow{M_1M_2} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$

la composée $t_{\vec{v}_2} \circ t_{\vec{v}_1} = t_{\vec{v}_1 + \vec{v}_2}$

$$t_{\vec{v}_3} \circ t_{\vec{v}_2} = t_{\vec{v}_2} \circ t_{\vec{v}_3}$$

4) Formes Analytique et Complexe d'une translation

$M(x, y)$; $z_M = x + iy$ / $M'(x', y')$; $z_{M'} = x' + iy'$ / $\vec{v}(x_0, y_0)$; $\vec{z}_v = b = x_0 + iy_0$

$$t(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v} \Leftrightarrow \vec{z}_{M'} - \vec{z}_M = \vec{z}_v \Leftrightarrow z' - z = b \Leftrightarrow z' = z + b.$$

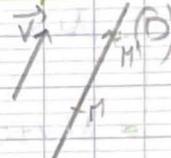
$x' + iy' = x + iy + x_0 + iy_0$.

d'où:

| |
|----------------|
| $x' = x + x_0$ |
| $y' = y + y_0$ |

5) Image d'une droite, Image d'un cercle par t_v

a) Soit (D) une droite

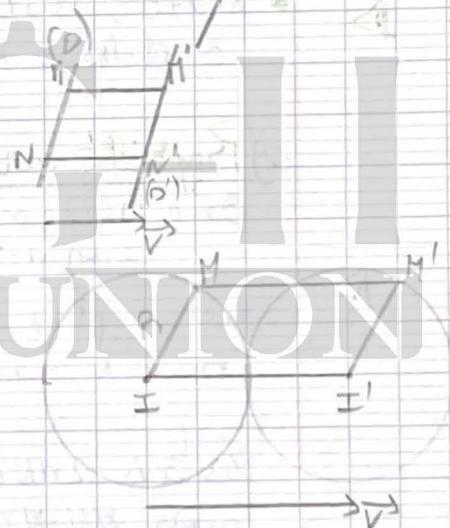


i) Si $(D) \parallel \vec{v}$ alors $t(D) = (D)$

(D) globalement invariant

ii) Si (D) et \vec{v} non parallèles

alors $t(D) = (D') \parallel (D)$



b) Soit $(C)(I, R)$

$t(C) = (C')(I', R)$ où $I' = \vec{v}(I)$

II) Rotation

1- Déf: On appelle rotation de centre Ω et

d'angle α où $\alpha \in \mathbb{R}$ la transformation

$R(\Omega; \alpha)$ tel que à tout pt M correspond un seul pt M' :

$$\begin{cases} \Omega M = \Omega M' \\ (\overrightarrow{\Omega M}; \overrightarrow{\Omega M'}) = \alpha (2\pi) \end{cases}$$

On note $R(M) = M'$

$$\begin{aligned} R(M) = M' \hookrightarrow \Omega M = \Omega M' &\hookrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \Omega M' = \Omega M \\ (\Omega M'; \Omega M') = \alpha(2\pi) \end{array} \right. \\ &\quad \left\{ \begin{array}{l} (\Omega M'; \Omega M') = +\alpha(2\pi) \\ R^{-1}(M') = M \end{array} \right. \\ &\quad \Rightarrow R^{-1} = R'(\Omega; -\alpha). \end{aligned}$$

$\Rightarrow R(\Omega; \pi) \hookrightarrow \Omega M = -\Omega M' \hookrightarrow R(\Omega; \pi) = \text{symétrie de centre } \Omega, S_\Omega.$

- $R(\Omega; \frac{\pi}{2})$: rotation d'un quart de tour directe
- $R(\Omega; -\frac{\pi}{2})$: rotation d'un quart de tour indirecte

• Si $\alpha = 0$ alors $R(\Omega; 0)$ est la transformation identique
 $R(M) = M$

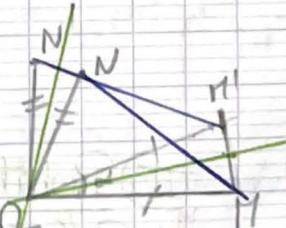
► Si $\alpha \neq 0$; $R(\Omega) = \Omega$ d'où Ω est le seul pt invariant ou pt double de R .

2) Propriété caractéristique

On a $R(\Omega; \alpha) \hookrightarrow \Omega M = \Omega M'$
 $R(M)N' \hookrightarrow (\Omega M; \Omega M') = \alpha(2\pi)$.

M et N 2 pts tels que
 $R(N) = N' \hookrightarrow \Omega N = \Omega N'$ et $(\Omega N; \Omega N') = \alpha(2\pi)$

Les 2 $\Delta \Omega MN$ et $\Omega M'N'$ égaux
alors $MN = M'N'$ et $(MN; M'N') = \alpha$



reciproquement: si on a 4 pts M, M', N, N' ,
tel que $MN = M'N'$ et $(MN; M'N') = \alpha$, alors il existe
une rotation $R(\Omega; \alpha)$ tel que $R(M) = M'$ et $R(N) = N'$.
 Ω est l'intersection des médiatrices de $[MM']$ et $[NN']$.

• La rotation conserve l'alignement
(comme translation)

3) Formes Complexes et Analytiques

complexe

repère $(O; \bar{u}, \bar{v})$: $M(z)$; $z = x + iy$; $M'(z')$; $z' = x' + iy'$; $n(z_0)$; $z_0 = x_0 + iy_0$

$R(\Omega; \alpha)$ telle que $R(M) = M'$

$$\Leftrightarrow R\Omega = \Omega M \text{ et } (\bar{\Omega}M; \bar{\Omega}M') = \alpha$$

$$\frac{z - \bar{\Omega}M'}{z - \bar{\Omega}M} = 1 e^{i\alpha}$$

$$z' - z_0 = e^{i\alpha} (z - z_0)$$

$$z' = e^{i\alpha} z + z_0(1 - e^{i\alpha})$$

de la forme: $z' = az + b$ où :

$$a = e^{i\alpha} \text{ et } b = z_0(1 - e^{i\alpha})$$



NB: rotation: $|a| = 1$

translation: $a = 1$

analytique

$$x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha - (x_0 \cos \alpha - y_0 \sin \alpha) + x_0$$

$$y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha - (x_0 \sin \alpha + y_0 \cos \alpha) + y_0$$

cas particuliers

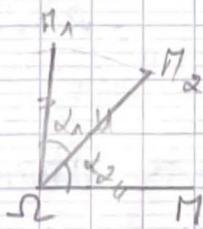
$$(1) \text{ si } \Omega = 0 : x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha \text{ et } y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha$$

$$(2) \text{ si } \alpha = \pi, z' = -z + b : x' = -x + 2x_0 \text{ et } y' = -y + 2y_0$$

$$(3) R(O; M); z' = z : x' = x \text{ et } y' = -y$$

4) Produit de deux rotations de même centre

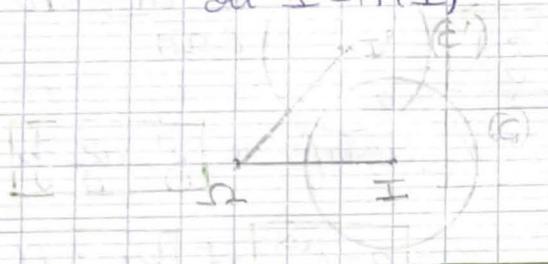
$$R_1(\Omega; \alpha_1) \circ R_2(\Omega; \alpha_2) = R_2(\Omega; \alpha_2) \circ R_1(\Omega; \alpha_1) \\ = R(\Omega; \alpha_1 + \alpha_2).$$



5) Image d'une droite et d'un cercle par $R(I; \alpha)$

① $R(D) = (D')$ tel que $(D); (D') = \alpha (\pi)$

② $(C)(I; r); R(C) = (C')(I'; r)$
où $I' = R(I)$



III) Réflexion

1) Dif.: soit (D) une droite. On appelle réflexion d'axe (D) ou symétrie axiale (D) : S_D la transformation plane où à tout pt M correspond M' tel que (D) médiatrice de $[MM']$.

On note $S_D(M) = M'$

- $S_D(M) = M' \Leftrightarrow (D)$ médiatrice de $[MM'] \Leftrightarrow M = S(M)$
d'où $S_{(D)}^{-1} = S_D$, S_D est une involution
- $M \in (D) \Leftrightarrow S_D(M) = M \Leftrightarrow (D)$ est l'ensemble des pts doubles de S_D

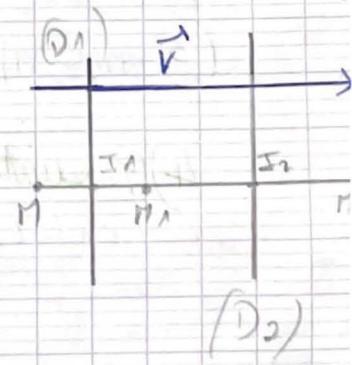
2) Composé de deux réflexions

① $(D_1) \parallel (D_2)$

$$S_{D_2} \circ S_{D_1}(M_1) = M_2$$

$$\overrightarrow{MM_2} = \overrightarrow{MM_1} + \overrightarrow{M_1M_2} = 2\overrightarrow{MI_1} + 2\overrightarrow{I_1I_2} \\ = 2\overrightarrow{I_1I_2} = \vec{V}$$

$$\text{donc } S_{D_2} \circ S_{D_1} = t_{2\overrightarrow{I_1I_2}}$$



Réiproque: Toute translation t est la composée de 2 réflexions d'axes parallèles: $t_V = S_{D_2} \circ S_{D_1}, (D_1) \parallel (D_2) \perp \vec{V}$

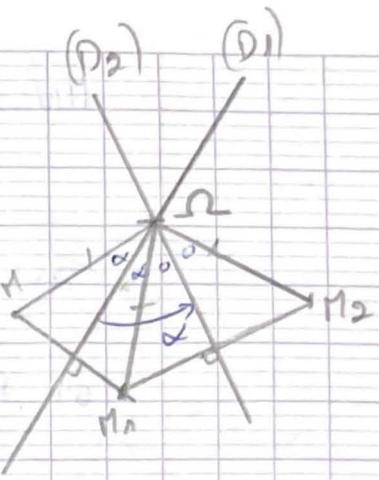
$$\textcircled{2} \quad (P_1) \cap (P_2) = \{O\}$$

$$S_{D_2} \circ S_{D_1}(M) = S_{D_2}(M_1) = M_2$$

$$S_{D_1}(M) = M_1 \Leftrightarrow \overline{\Omega M} = \Omega M_1$$

$$(\overline{\Omega M}; \overline{\Omega M_1}) = \alpha(D_1; \overline{\Omega M_1})$$

$$S_{D_2}(M_1) = M_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{\Omega M_1} = \overline{\Omega M_2} \\ (\overline{\Omega M_1}; \overline{\Omega M_2}) = 2(\overline{\Omega M_1}; P_2) \end{cases}$$



$$\overline{\Omega M} = \overline{\Omega M_2}$$

$$(\overline{\Omega M}; \overline{\Omega M_2}) = \alpha(D_1; \overline{\Omega M_1}) + \alpha(\overline{\Omega M_1}; D_2) = \alpha(D_1, D_2) = 2\alpha.$$

$$\rightarrow S_{D_2} \circ S_{D_1} = R(\Omega; 2\alpha) \text{ où } \alpha = (D_1, D_2)(\pi)$$

Réiproque: Toute rotation $R(\Omega, \alpha)$ est la composée de 2 réflexions d'axes sécants en Ω et $(D_1, D_2) = \frac{1}{2}\alpha$.

NB: $S \circ S^{-1} = I$

Composée de deux rotations de centres distincts

$$R_1 = R(\Omega_1; \alpha_1), \quad R_2 = R(\Omega_2; \alpha_2).$$

$$R_2 \circ R_1 ?$$

$$\left. \begin{array}{l} M \xrightarrow{R_1} M_1 \\ N \xrightarrow{R_1} N_1 \end{array} \right\} MN = M_1 N_1 \quad \left. \begin{array}{l} M_1 \xrightarrow{R_2} M_2 \\ N_1 \xrightarrow{R_2} N_2 \end{array} \right\} (M_1 N_1; M_2 N_2) = \alpha_1 \quad (?\pi).$$

$$\left. \begin{array}{l} M_1 \xrightarrow{R_2} M_2 \\ N_2 \xrightarrow{R_2} N_2 \end{array} \right\} M_1 N_1 = M_2 N_2 \quad \left. \begin{array}{l} M_1 N_1 = M_2 N_2 \\ (M_1 N_1; M_2 N_2) = \alpha_2 \end{array} \right\} (M_1 N_1; M_2 N_2) = \alpha_2 \quad (?\pi).$$

$$R_2 \circ R_1(M) = R_2(M_1) = M_2.$$

$$R_2 \circ R_1(N) = R_2(N_1) = N_2.$$

$$MN = M_2 N_2$$

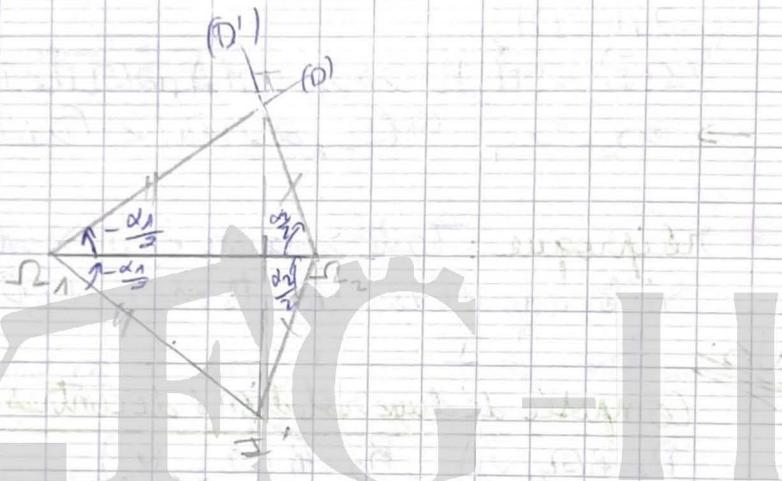
$$(\overline{MN}; \overline{M_2 N_2}) = (\overline{MN}; \overline{M_1 N_1}) + (\overline{M_1 N_1}; \overline{M_2 N_2}) = \alpha_1 + \alpha_2$$

$\triangleright * \quad$ Si $\alpha_1 + \alpha_2 = 0$ alors $R_2 \circ R_1 = T_V$ car:

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M_2N_2}, \text{ or } R_2 \circ R_1(\alpha_1) = R_2(\alpha_1) = \alpha' \Rightarrow \overrightarrow{V} = \overrightarrow{\alpha_1\alpha'}$$

* Si $\alpha_1 + \alpha_2 \neq 0$ alors $R_2 \circ R_1 = R(I; \alpha_1 + \alpha_2)$

or $R_2 \circ R_1(I) = I$ soit $R_1(I) = I'$
alors $R_2(I') = I$.



Soit D une droite passant par $\alpha_1 / (\alpha_2, \alpha_2, D) = -\frac{\alpha_1}{\alpha_2} (2\pi)$
Soit (D') une droite passant par $\alpha_2 / (\alpha_2, \alpha_1, D') = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} (2\pi)$
 $\cap \cap (D') = \{I\}$.

composée d'une rotation et d'une translation

$R(L; \alpha)$ et $T = \overrightarrow{TV}$

$f = T \circ R$.

$$\begin{array}{ccc} M & \xrightarrow{R} & M_1 \\ N & \xrightarrow{R} & N_1 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} T & \xrightarrow{} & M' \\ T & \xrightarrow{} & N' \end{array}$$

$$f(M) = T \circ R(M) = M'$$

$$f(N) = T \circ R(N) = N'$$

$$\begin{aligned} MN &= M_1N_1 \text{ et } (\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{M_1N_1}) = \alpha \quad (2\pi) \\ \overrightarrow{M_1N_1} &= \overrightarrow{M'N'} = M_1N_1 = M'N' \text{ et } (\overrightarrow{M_1N_1}, \overrightarrow{M'N'}) = \alpha \quad (2\pi) \end{aligned}$$

alors $MN = M'N'$

$$(\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{M'N'}) = \alpha (\text{ou } \pi)$$

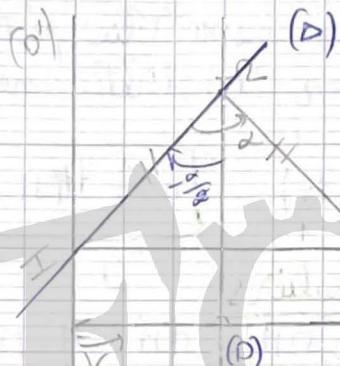
$$f = T \circ R = R'(I; \alpha)$$

$$f(I) = I$$

$$T \circ R(I) = T(I') = I \text{ ou } I' = R(I)$$

$$R(I) = I' \Rightarrow RI = I' \text{ et } (\overrightarrow{RI}; \overrightarrow{II'}) = \alpha$$

$$T(I') = I \Rightarrow I'I = V$$



construction de I :

- ① Soit (D) une droite passant par r et $(D) \perp V$.
- ② $(D') = t(D) \quad ((D) \parallel (D'))$
 $\frac{1}{2}V$
- ③ (Δ) passe par r et $(D)/(\Delta) = -\frac{\alpha}{2} (2\pi)$.
- ④ $(\Delta) \cap (D') = \{I\}$.

Rg: $R \circ T = R''(I; \alpha)$

$$\text{si } R \circ T \cdot (D') = t(D)$$

$$-\frac{1}{2}V$$



NB Pour trouver le centre d'une compositée (rot sur r), chercher un pt invariant qui est par suite ce centre
* Si r est une translation, pour trouver V , chercher $r(r'(centre)) = I' \quad V = II'$

$r(I)$
centre

IV) Homothétie

1) Déf: Dans un plan, on donne un pt Ω et $K \in \mathbb{R}^*$. On appelle homothétie de centre Ω et de rapport K la transformation noté $H(\Omega, K)$ qui à tout point M du plan correspond M' tel que $\overrightarrow{\Omega M}' = K \overrightarrow{\Omega M}$ d'où :

$$H(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega M}' = K \overrightarrow{\Omega M}$$

- * Si $K > 0 \Rightarrow$ homothétie positive
- * Si $K < 0 \Rightarrow$ homothétie négative

Réciproque
(Inverse)

$$H(\Omega, K); \quad H^{-1} = H(\Omega, \frac{1}{K})$$

2) Cas particuliers

$$\textcircled{1} \quad \text{Si } K=1; \overrightarrow{\Omega M}' = \overrightarrow{\Omega M} \Rightarrow M' = M \Rightarrow H(\Omega, 1) = I$$

$$\textcircled{2} \quad \text{Si } K=-1; \overrightarrow{\Omega M}' = -\overrightarrow{\Omega M} \Leftrightarrow M' \in \overline{\Omega M} \text{ sym}(M) \Rightarrow H(\Omega, -1) = S_\Omega$$

3) Point double d'une homothétie

$$H(\Omega) = \Omega \quad (\text{le centre de } H \text{ est le seul pt double})$$

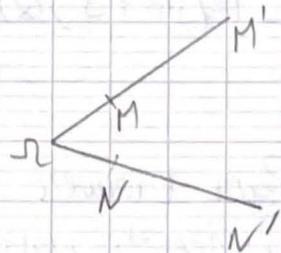
4) Propriété caractéristique

$$H(\Omega, K), K \neq 1 \text{ et } K \neq -1$$

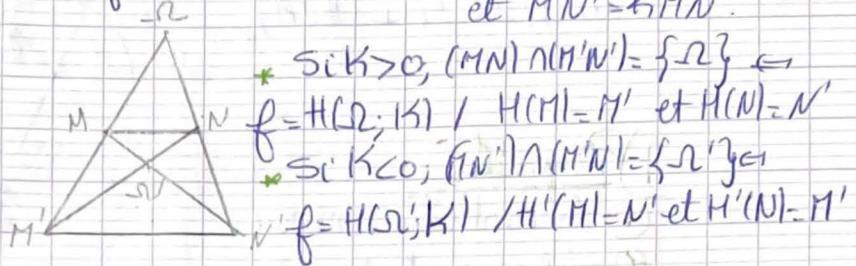
$$H(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega M}' = K \overrightarrow{\Omega M}$$

$$H(N) = N' \Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega N}' = K \overrightarrow{\Omega N}$$

$$\begin{aligned} \text{or } \overrightarrow{M'N'} &= \overrightarrow{\Omega N'} - \overrightarrow{\Omega M'} \\ &= K \overrightarrow{\Omega N} - K \overrightarrow{\Omega M} \\ &= K \overrightarrow{MN} \end{aligned}$$



Réiproque : Soit f une transformation / $f(M)=M'$ et $f(N)=N'$
 et $MN' \perp MN$.



- * Si $K > 0$, $(MN) \cap (M'N') = \{R\}$ \Leftrightarrow
 $f = H(R; K)$ / $H(M) = M'$ et $H(N) = N'$
- * Si $K < 0$, $(MN) \cap (M'N') = \{R'\}$ \Leftrightarrow
 $f = H(R'; K)$ / $H'(M) = N'$ et $H'(N) = M'$

5) Expressions Analytique et Complexes

complexe

$$B(0; \overline{r}, \overline{n}) \quad M(z) \quad M'(z') \quad -n(z_0) \quad H(-n; K)$$

$$H(M) = M' \Leftrightarrow \overline{r} \overline{M}' = K \overline{r} \overline{M} \Leftrightarrow \overline{z} \overline{r} \overline{M}' = K \overline{z} \overline{r} \overline{M}$$

$$\boxed{z' - z_0 = K(z - z_0)}$$

$$z' - z_0 = Kz + z_0(1-K) = az + b \text{ où } a = K \quad \boxed{b = z_0(1-K)}$$

$$\boxed{z_0 = \frac{b}{1-a}}$$

analytique

$$z = x + iy ; z' = x' + iy' ; z_0 = x_0 + iy_0 .$$

$$x' + iy' = K(x + iy) + (x_0 + iy_0)(1-K)$$

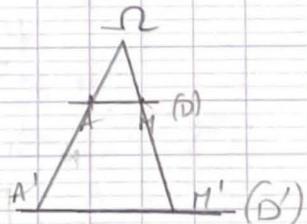
$$\boxed{\begin{aligned} z' &= Kx + (1-K)x_0 \\ y' &= Ky + (1-K)y_0 \end{aligned}}$$

$$\text{Si } n \geq 0 : x' = Kx, y' = Ky$$

6) Image d'une droite, d'un vecteur et d'un cercle par $H(n; K)$

1) Soit (D) une droite

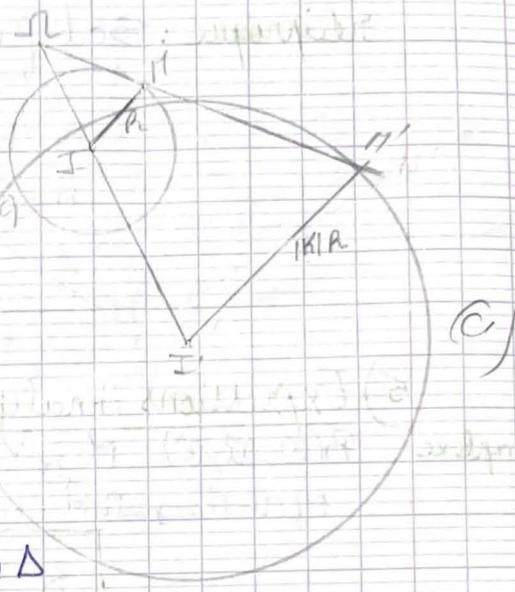
- Si $n \in (D)$: $H(D) = (D)$
- Si $n \notin (D)$: $H(D) = (D')$ où $(D') \parallel (D)$.



2) Soit \vec{AB}

$$\begin{cases} H(A) = A' \\ H(B) = B' \end{cases} \quad \vec{A'B'} = K \cdot \vec{AB}$$

③ Soit $(C)(I; R)$
 $H((C)) = (C')(I', K|R)$
 où $H(I) = I'$



7) Propriétés

L'homothétie conserve :

- ① l'alignement des pts
- ② le rapport des distances
- ③ les milieux
- ④ l'h et le //
- ⑤ le centre de gravité d'un Δ

8) Composée de deux homothéties

$$H_1(\Omega_1, K_1) \quad H_2(\Omega_2, K_2)$$

$$H_2 \circ H_1$$

$$\begin{aligned} M \xrightarrow{H_1} M_1 \xrightarrow{H_2} M_2 \\ N \xrightarrow{H_1} N_1 \xrightarrow{H_2} N_2 \\ M_1 N_1 = K_1 MN \quad M_2 N_2 = K_2 K_1 M_1 N_1 \\ M_2 N_2 = K_2 M_1 N_1 \end{aligned}$$

- * Si $K_1 K_2 = 1$ et $\Omega_1 = \Omega_2$: $H_2 \circ H_1 = I$
- * Si $K_1 K_2 = 1$ et $\Omega_1 \neq \Omega_2$: $H_2 \circ H_1 = t\vec{V}$

$$H_2 \circ H_1(\Omega_1) = H_2(\Omega_1) = \Omega' \xrightarrow{t\vec{V}} \Omega' = \Omega + \vec{V} \text{ où } \Omega' = H_2(\Omega_1)$$

- * Si $K+1$: $H_2 \circ H_1$: homothétie $H(I, K, K_2)$

$$\frac{\Omega_1 I}{H_1 \text{ centre}} = \frac{1-K_2}{1-K_1 K_2} \frac{\Omega_1 \Omega_2}{H_1 \text{ centre}}$$

$$I \in (\Omega_1, \Omega_2)$$

NB. Si $h(A) = A'$, $h(B) = B'$, \mathcal{I} = centre de $h = (AA') \cap (BB')$

- Pour trouver le lieu géométrique d'un pt, trouver une relation avec le pt variable.

9) Composé d'une homothétie et d'une translation

$$H(\mathcal{I}; K)$$

$$T_{\mathcal{V}}$$

$$T \circ H ?$$

$$\begin{array}{c} M \xrightarrow{H} M_1 \xrightarrow{T} M' \\ N \xrightarrow{H} N_1 \xrightarrow{T} N' \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \overrightarrow{M_1 N_1} = K \overrightarrow{MN} \\ \overrightarrow{M' N'} = K \overrightarrow{M N} \end{array} \quad \boxed{\overrightarrow{M' N'} = \overrightarrow{M_1 N_1}}$$

$T \circ H = \text{homothétie } H'(\mathcal{I}; K)$

$$T \circ H(\mathcal{I}) = \mathcal{I}' \quad ; \quad H(\mathcal{I}) = \mathcal{I}' \quad ; \quad T(\mathcal{I}') = \mathcal{I} \Rightarrow \mathcal{I}' \mathcal{I} = \mathcal{V}$$

$$\overrightarrow{\mathcal{I}' \mathcal{I}} = K \overrightarrow{\mathcal{I} \mathcal{I}}$$

$$\overrightarrow{\mathcal{I}' \mathcal{I}} = \mathcal{V}$$

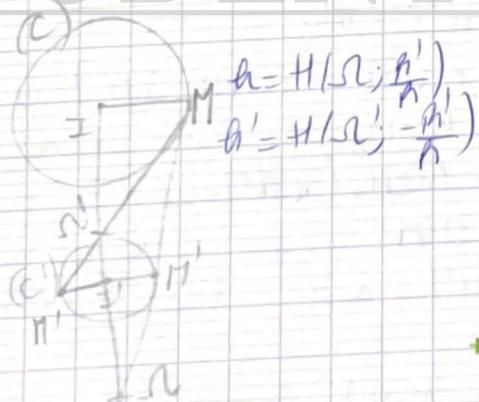
$$\boxed{\overrightarrow{\mathcal{I}' \mathcal{I}} = \frac{1}{1-K} \mathcal{V}}$$

10) Homothétie échangeant deux cercles

Soient $(C)(\mathcal{I}; R) \rightarrow (C')(I'; R')$

et $h = H(R; K) / h(C) = (C')$

alors $h(\mathcal{I}) = \mathcal{I}'$ et $R = |K| R' \quad |K| = \frac{R'}{R}$
 $\overrightarrow{\mathcal{I}' \mathcal{I}} = K \overrightarrow{\mathcal{I} \mathcal{I}}$, $\mathcal{I} \in (\mathcal{I}' \mathcal{I})$

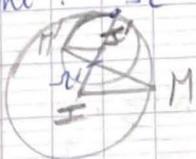


$$\begin{aligned} h &= H(R; K) \\ h' &= H(R'; -1) \\ &= S_{\mathcal{I}'}$$

* Si (C) et (C') tang. ext.



* Si (C) et (C') tang. int.



IV) Similitude

1) Déf: Soit r un pt d'un plan; $K \in \mathbb{R}^*$; $\alpha \in \mathbb{R}$
 On appelle similitude plan directe de centre r , de rapport K et d'angle α , la transformation notée $S(r; K, \alpha)$ qui à tout pt M du plan correspond un pt M' défini par: $S(M \rightarrow M') \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{rM'} = K \underline{rM} \\ (\underline{rM}; \underline{rM'}) = \alpha \end{cases}$

2) Cas particuliers

- * Si $K=1$ $S(r; 1, \alpha) = R(r; \alpha)$
- * Si $\alpha=0$ $S(r; K; 0) = H(r; K)$
- * Si $\alpha=\pi$ $S(r; K, \pi) = H(r; -K)$
- * Si $K=1$ et $\alpha=\pi$ $S(r, 1, \pi) = \text{sym}_r$

3) Propriétés

Toute similitude est la composition d'une homothétie et d'une rotation: $S(r; K, \alpha) = R(r, \alpha) \circ H(r; K) = H(r; K) \circ R(r, \alpha)$

Hom.

$$(K>0) \quad \underline{rM_1} = K \underline{rM} \quad (\underline{rM}; \underline{rM_1}) = 0$$

$$\underline{rM_1} = K \underline{rM}$$

$$\underline{rM}' = \underline{rM_1} \quad (\underline{rM_1}; \underline{rM}') = \alpha$$

$$\text{d'où: } \underline{rM}' = K \underline{rM}$$

$$(\underline{rM}; \underline{rM}') = \alpha$$

4) Point double

$S(r) = r$: r est le seul pt double de S

NB:

$$(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$$

5) Similitude Inverse

$$S(r; K, \alpha) = (R(r, \alpha) \circ H(r, K))^{-1}$$

$$= H^{-1}(r, \frac{1}{K}) \circ R^{-1}(r, -\alpha) = S(r, \frac{1}{K}; -\alpha)$$

$$S(r, \frac{1}{K}; -\alpha)$$

6) Propriété caractéristique

D
D

$$\begin{aligned} S(R; K; \alpha) &= R(R; \alpha) \circ H(-R; K) \\ S(MI - M') &\leftarrow \left\{ \begin{array}{l} M'N = K MN \\ S(N) = N \end{array} \right. \\ S(N) &= N \quad \left\{ \begin{array}{l} (MN) H(N) = \alpha \\ (MN) H(N) = \alpha \end{array} \right. \end{aligned}$$

7) Expression complexe

D

$$R(0, \bar{w}, \bar{\alpha}) \quad M(z), M'(z') \quad R(z_0) \quad S(R; K; \alpha)$$

$$\frac{z - z'}{z - \bar{w}} = K e^{i\bar{\alpha}}$$

$$z' - z_0 = K e^{i\bar{\alpha}} (z - z_0)$$

$$z' = K e^{i\bar{\alpha}} z + z_0 (1 - K e^{i\bar{\alpha}}) = az + b$$

où $a = K e^{i\bar{\alpha}}$

$|a| = K$

$\arg a = \bar{\alpha}$

$$b = (1 - K e^{i\bar{\alpha}}) z_0 = (1 - a) z_0$$

$$z' = \frac{b}{1-a}$$

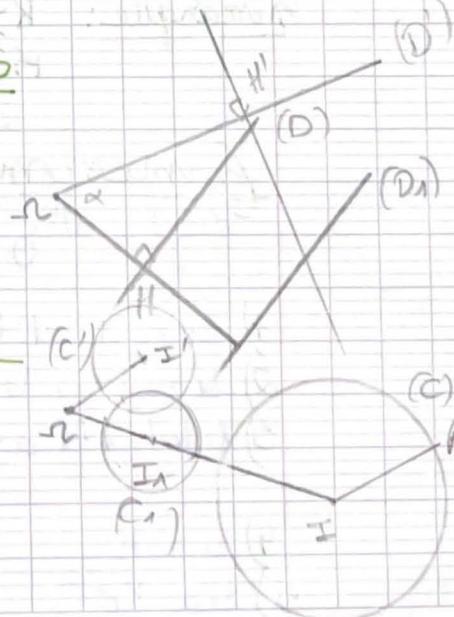
8) Propriétés de la similitude conforme : l'alignement des pts, le C, l'I, le centre de gravité, le rapport des distances

9) Image d'une droite (D) par S

$$S(D) = R \circ H(D) = R((D_1)) = (D')$$

$$(D_1) \parallel (D) \text{ et } (D_1; D') = \alpha(\Pi)$$

$$\text{alors } (D; D') = \alpha(\Pi)$$



10) Image d'un cercle (C) (I, R) par S

$$S(C) = R \circ H(C) = R((C_1)) = (C')$$

$$(C_1)(I_1, R_1), H(I) = I'$$

$$R_1 = KR \quad (C')(I'; R') \quad R' = R_1$$

$$R(I, I' = I')$$

$$\text{alors } S(C) = (C)(I; R)$$

$$R' = KR$$

11) Image d'une conique par S

S'image d'une conique est une conique de m^{me} nature

12) Aire et similitude

$$S(ABC) = A'B'C'$$

$$\frac{A_{ABC}}{A'_{A'B'C'}} = K^2$$

13) Composée d'une rotation et d'une homothétie

* $H(\Omega, K)$ K > 0 $R(\Omega'; \alpha)$

$$R \circ H = S(I; K; \alpha) / S(I) = I$$

$$H \circ R = S'(I'; K; \alpha) / S(I') = I'$$

* $H(\Omega, K)$ K < 0 $R(\Omega'; \alpha)$

$$R(\Omega; \alpha) \circ H(\Omega; K) = S(I; -K; \alpha + \pi) / S(I) = I$$

$$H(\Omega; K) \circ R(\Omega; \alpha) = S'(I'; -K; \alpha + \pi) / S(I') = I'$$

14) Composée de deux similitudes

$$S_1(I_1, K_1; \alpha_1) \circ S_2(I_2, K_2; \alpha_2) = S(I; K_1 K_2; \alpha_1 + \alpha_2)$$

Remarque: $K > 0$: $R \circ H = S(I; K; \alpha)$

$K < 0$: $R \circ H = S(I'; -K; \alpha + \pi)$

Formes complexes d'une transformation

$$f(z) \quad f'(z') \quad z' = az + b \quad f(M) = M'$$

1) si $a=1$ et $b=0$

alors $f = I$

2) si $a=1$ et $b \neq 0$

alors $f = t \vec{v}(b)$

3) si $|a|=1$ et $a = e^{i\alpha}$

alors $f = R(I; \alpha); zI = \frac{b}{1-a}$

4) si $a=k$

alors $f = H(I; K)$

5) si $a = ke^{i\alpha}$

alors $f = S(I; K; \alpha)$

$K > 0$

Chapitre 7: Applications aux nombres complexes

I) Racine $n^{\text{ème}}$ d'un nb complexe

Déf. $Z \in \mathbb{C}$ et $n \in \mathbb{N}^*$

On appelle racine $n^{\text{ème}}$ de Z tout nb complexe tel que $z^n = Z$

- * Soit $Z = r e^{i\theta}$, $r > 0$ et $z = r e^{i\alpha}$, $r > 0$.

$$z^n = Z \Leftrightarrow r^n e^{in\alpha} = r e^{i\theta}$$

$$\begin{cases} r^n = r \\ n\alpha = \theta + 2k\pi \end{cases} \Rightarrow r = \sqrt[n]{r}$$

$$\begin{cases} n\alpha = \theta + 2k\pi \\ \alpha = \frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n} \end{cases}; k \in \mathbb{Z}; 0 \leq k \leq n-1$$

Il y a n racines $n^{\text{ème}}$ de Z : $z_k = \sqrt[n]{r} e^{i(\frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n})}$

Rq: \bullet $z^3 = -1$; les racines cubiques de -1 sont:

$$\bullet 1, j = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} \text{ et } j^2 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$$

- ② La somme des racines $n^{\text{ème}}$ d'un nb complexe est égale à 0.
- ③ Les racines $4^{\text{ème}}$ de 1: 1; -1; i et $-i$.

Racine $n^{\text{ème}}$ de l'unité

$z = r e^{i\alpha}$ est une racine $n^{\text{ème}}$ de 1 alors:

$$r^n e^{in\alpha} = 1 e^{i2k\pi}; r = 1; n\alpha = 2k\pi; \alpha = \frac{2k\pi}{n}$$

$$z_k = e^{i\frac{2k\pi}{n}}$$

Rq: $z_k = z_0 \times e^{i\frac{2k\pi}{n}}$

des racines carrées d'un nb complexe sont opposées.

Chapitre 12: Dénombrement

1) Factorielle

$n \in \mathbb{N}^*$, factorielle n notée $n! = 1 \times 2 \times 3 \cdots \times n$.

$$0! = 1$$

2) Arrangement avec répétition (P -liste ou P -uplets)

Ensemble fini / $\text{card}(E) = n$ où $n \in \mathbb{N}^*$ et $P \subseteq E$

On appelle arrangement avec répétition de péléments de E , toute suite ordonnée de P éléments distincts ou non de E . Leur nombre est n^P .

2) Arrangement sans répétition ou Arrangement

Ensemble fini, $\text{card}(E) = n$, $n \in \mathbb{N}^*$, $P \subseteq E$, $P \leq m$

On appelle arrangement sans répétition de péléments de E , toute suite ordonnée de P éléments distincts de E .

Leur nombre est : $A_m^P = n(n-1)(n-2)\cdots(n-(p-1))$

$$A_m^P = \frac{n!}{(n-p)!} = P_m^r$$

P fois

4) Combinaison

Ensemble fini, $\text{card}(E) = n$, $n \in \mathbb{N}^*$, $P \subseteq E$, $P \leq m$

On appelle combinaison de P éléments de E toute partie de P éléments de E .

$$C_m^P = \frac{n!}{P!(n-P)!} = \frac{A_m^P}{P!}$$

Chapitre 13: Probabilités

1) Rappel

1) Definitions

| | |
|---|---|
| l'univers est un ensemble non vide et fini | $\Omega = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ |
| $\text{card}(\Omega) = m$ où $m \in \mathbb{N}^*$ | |
| vocabulaire | vocabulaire probabiliste notation |
| ensembles A, B -- parties de Ω | A, B -- des événements $\mathcal{P}(\Omega)$ |
| ensemble Ω | événement certain Ω |
| ensemble vide | événement impossible \emptyset |
| w est un élément de A | l'éventualité w réalise A $w \in A$ |
| w est un élément de \bar{A} | l'éventualité w ne réalise pas A $w \notin A$ |
| union de A et de B | l'éventualité (A ou B) $A \cup B$ |
| intersection de A et B | l'éventualité (A et B) $A \cap B$ |
| le complémentaire de A | l'événement non A \bar{A} |
| A et B disjoints | A et B incompatibles $A \cap B = \emptyset$ |
| A inclus dans B | réalisation de $A \rightarrow B$ $A \subset B$ |
| A singleton | A événement élémentaire $A = \{w\}$ |

STUDENT UNION

2) Probabilité

Soit $\Omega = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ un univers formé de m événements élémentaires, $m \geq 1$. $\mathcal{P}(\Omega)$: ensemble des parties de Ω .

Une probabilité P est une application de $\mathcal{P}(\Omega)$ dans $[0, 1]$

- la probabilité de chaque événement élémentaire $\{a_i\}$ avec $1 \leq i \leq m$ est un p_i compris entre 0 et 1. $P(\{a_i\}) = p_i$ où $0 < p_i < 1$

- la somme des probabilités p_i de tous les événements élémentaires est égale à 1. $p_1 + p_2 + \dots + p_m = 1$.

Rq: La probabilité d'un événement A est égale à la somme des probabilités des événements élémentaires qui forment A .

3) Propriétés

A et B 2 événements quelconques de Ω

1) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

2) Si $A \cap B = \emptyset$, alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (A et B incompatibles)

3) A événement de Ω , son événement contraire :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \text{ ou } P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

4) Ω et \emptyset 2 événements contraires, $P(\Omega) = 1$ et $P(\emptyset) = 0$

4) Equiprobabilité (loi uniforme ou loi équiprobable)

Si lorsque tous les événements élémentaires de l'univers Ω ont la même probabilité d'être réalisés, la probabilité est dite uniforme.

Par conséquent, la probabilité d'un événement élémentaire $\{a_i\}$ de l'univers $\Omega = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ formé de n événements élémentaires est $P(\{a_i\})$.

Si A événement de Ω et qui contient k événements élémentaires alors $P(A) = \frac{k}{n} = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(\Omega)}$

Cette probabilité peut être exprimée par le rapport $P(A) = \frac{\text{nb de cas favorables pour réaliser } A}{\text{nb total de cas possibles}}$

II) Probabilité Conditionnelle

P désigne une probabilité sur Ω et B événement de Ω / $P(B) \neq 0$

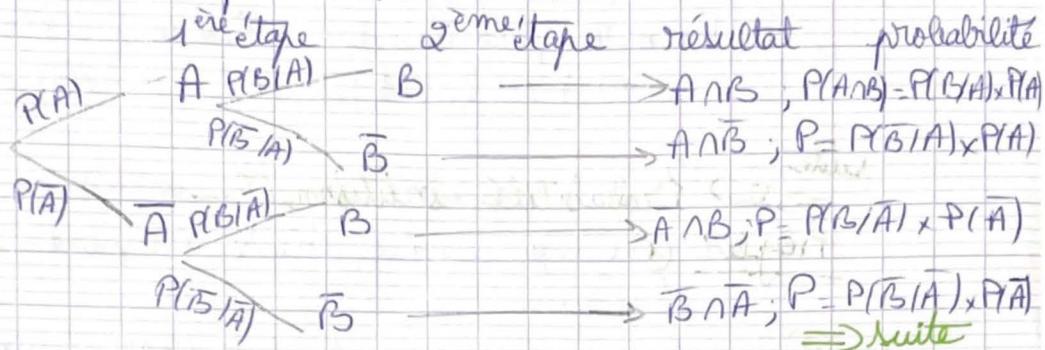
On appelle probabilité conditionnelle de l'événement A de Ω sachant que B est réalisé, le nombre $P(A|B)$ noté aussi $P_B(A)$ tel que $P_B(A) = P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Fig. 1) Si $A \subset B$ alors $A \cap B = A$ et $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$

2) L'événement sachant B est l'événement contraire de A sachant B .

D'où $P(A|B) = 1 - P(\bar{A}|B) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

On appelle arbre pondéré un arbre sur lequel on a placé les probabilités correspondant à chaque branche comme l'indique le schéma ci-dessous.



III * formule de la probabilité totale : $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})$

* espérance mathématique d'une variable aléatoire X :

$$E(X) = \sum_{i=1}^n P_i X_i \quad (\text{somme})$$

* Variance d'une variable aléatoire X :

$$V(X) = \sum P_i X_i^2 - [E(X)]^2$$

* écart-type : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

Fonction de répartition: F $\Omega \rightarrow [0, 1]$
 $x \mapsto F(x) = P(X \leq x)$.

IV Événements indépendants

A et B sont événements indépendants de l'univers Ω

A et B indépendants si $P(A|B) = A$

ou $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A)$ d'où : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

V Probabilités totales

Les événements B_1, B_2, \dots, B_m forment une partition de l'univers Ω avec $m \in \mathbb{N}^*$. S'ils sont non vides, deux à deux incompatibles et leur réunion est égale Ω .

Rq Tl événement élémentaire de Ω a un seul événement de

la partition car ils sont incompatibles 2 à 2.
formule de probabilités totales:

Pour un événement A de Ω on a :

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + \dots + P(A \cap B_m) \\ &= P(B_1) \times P(A|B_1) + P(B_2) \times P(A|B_2) + \dots + P(B_m) \times P(A|B_m) \end{aligned}$$

suite

⇒ II Probabilité conditionnelle

Règles ① Chaque nœud de l'arbre correspond à un état de l'expérience.

② Un chemin complet va du pt de départ à une extrémité de l'arbre et représente l'intersection de tous les événements rencontrés sur ce chemin.

③ La probabilité d'un chemin est égale au produit des probabilités sur chaque branche du chemin.

④ La somme des probabilités portées par les branches issues d'un m nœud est égale 1.

III) Loi binomiale

Loi binomiale : 2illues $\xrightarrow{\text{et}} \text{succès "S"}$
p = $P(S)$ $P(\bar{S}) = 1 - P(S) = 1 - p$

On répète l'opération n fois

X = nb de succès

$$0 \leq K \leq m \quad P(X=K) = C_m^k \times p^k \times (1-p)^{m-k}$$

$$E(X) = np$$

NB: binôme de Newton: $(a+b)^m = C_m^0 a^m + C_m^1 a^{m-1} b^1 + \dots + C_m^n b^n$

$$\checkmark C_m^0 + C_m^1 + C_m^2 + \dots + C_m^n = (1+1)^m = 2^m$$

$$\checkmark \text{card}(E) = m; \text{card}(P(E)) = C_m^0 + C_m^1 + \dots + C_m^n = 2^m.$$

PHYSIQUE - CONCOURS

Programme SG

Notes de Cours

Préparées Par : Stephanie Chahine

Chapitre 1: Energie

1) Travail d'une force

\rightarrow

$$W_{F(A \rightarrow B)} = \vec{F} \cdot \vec{AB}$$

$$= F \cdot AB \cdot \cos(\vec{F}, \vec{AB})$$

$N \quad m$

$w > 0$, travail moteur

$$\rightarrow w < 0, \text{ travail résistant}$$

cas particuliers:

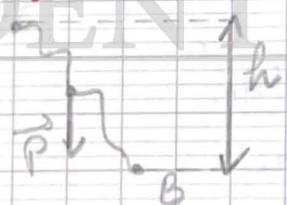
① $\vec{F} \parallel \text{mvt}; \vec{m} \text{ sens} \rightarrow W_{F(A \rightarrow B)} = F \cdot AB \cdot \cos(0^\circ) = F \cdot AB$

② $\vec{F} \parallel \text{mvt}; \text{ sens } \rightarrow W_{F(A \rightarrow B)} = F \cdot AB \cdot \cos(180^\circ) = -F \cdot AB$

(ex: frottement)

③ $\vec{F} \perp \text{mvt} \rightarrow W_F = 0$

Travail de \vec{P} :



$$W_P = mg(h_i - h_f)$$

$$= \pm mgh$$

plan incliné:



$$W_{P(A \rightarrow B)} = \vec{P} \cdot \vec{AB}$$

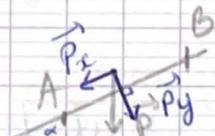
$$= P \cdot AB \cdot \cos(P, AB)$$

montée: $= mg \cdot AB \cos(90^\circ + \alpha)$

$$= mg \cdot AB \sin \alpha$$

descente: $W_P = mg \cdot AB \cos(90^\circ - \alpha)$

$$= mg \cdot AB \sin \alpha$$



$$W_{P(A \rightarrow B)} = W_{P_x} + W_{P_y}$$

$$= P_x \cdot AB + 0$$

montée: $= -mg \sin \alpha \cdot AB$

descente: $W_P = mg \sin \alpha \cdot AB$

2) Energie cinétique

2-1) d'une particule

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2$$

2-2) d'un système des particules

$$E_C = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \dots$$

2-3) d'un système des particules en translation (solide)

$$E_C = \frac{1}{2} M V^2$$

(M: masse du système)

toutes les particules ont $m V$.

2-4) d'un solide en rotation

$$E_C = \frac{1}{2} I \theta'^2$$

avec I : moment d'inertie ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)
 θ' : vitesse angulaire (rad/s)

2-5) Théorème de l'énergie cinétique

$$\Delta E_C = E_{Cf} - E_{Ci} = \Sigma W_{ext}$$

3) Energie potentielle de la pesanteur

Epp: niveau de référence de Epp

SE: (solide-Terre)

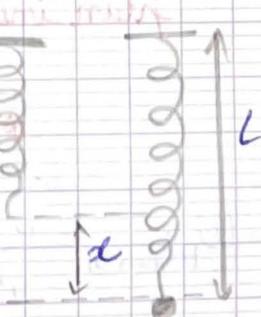
$$Epp = mgz_0 + Epp_0 = mgz_0 \text{ car } Epp_0 = 0$$

4) Energie potentielle élastique

ressort: K : cst de raideur du ressort L_0

L_0 : longueur à vide

$$Epe = \frac{1}{2} Kx^2$$



5) Energie mécanique (macroscopique)

$$E_m = E_C + E_p \text{ avec } E_p = Epp + Epe + \dots$$

Note : Puissance (Watt) $P = \frac{F_{10}}{(N)} \cdot \frac{v}{(m/s)}$

ou $P=E/t$ (énergie/temps)

6) Energie interne U (microscopique)

$$U = E_C(\text{micro}) + E_P(\text{micro})$$

mv² des e-

interaction entre p+ et e-

7) Energie totale d'un système et sa conservation

* $E_{\text{totale}} = E_m + U_{\text{micro}}$

* Système isolé énergétiquement : n'échange pas d'énergie avec le milieu extérieur ; dans ce cas, E conservée

$$E_{\text{conservée}} : E_2 = E_1$$

$$\Delta E_m = -\Delta U.$$

* $\Delta E = \Delta E_m + \Delta U.$

8) Conservation de l'énergie mécanique

Si $f = 0$ et pas de réactions chimiques ou nucléaires
 $\Rightarrow E_m$ conservée.

$$\Delta E_C = -\Delta E_P.$$

Chapitre 2: Quantité du mouvement

1) Quantité du mvt \vec{P}

1.1) d'une particule

$$\vec{P} = m \vec{V}$$

moment cinétique

1.2) d'un système des particules

$$\vec{P}_{\text{système}} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \dots = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 + \dots$$

1.3) du centre de masse d'un système

$$\vec{P}_{\text{système}} = M \vec{V}_G$$

2) Deuxième loi de Newton

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$$

$$\frac{d(M\vec{V}_G)}{dt} = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$$

$$M = \text{cte}, M \frac{d\vec{V}_G}{dt} = M \vec{a}_G = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$$

théorème du centre
d'inertie

3) Loi de conservation de la quantité du mvt

3.1) système isolé mécaniquement: $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$

3.2) loi de conservation de la quantité du mvt:

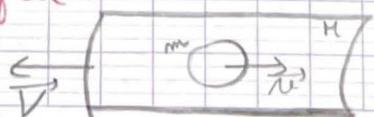
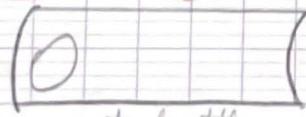
$$\text{si } \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = \text{cte}$$

Pour un système isolé mécaniquement ($\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$)

la quantité du mvt est conservée.

3.3) Applications

3.3.1) Recul d'une arme à feu



pour trouver une relation entre \vec{V} et \vec{v} utiliser la conservation de \vec{P} (car $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{p} + \vec{R_{\text{int}}} = 0$)
d'où $\vec{V} = \frac{m \vec{v}}{M}$: vitesse de recul du canon.

3.3.2) Explosion et choc

* explosion : durée courte ; $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P}_{\text{conservée}}$

* choc : durée courte ; $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P}_{\text{conservée}}$

types de choc :

- mou : E_C n'est pas conservée $\Rightarrow \vec{P}_{\text{conservée}}$.
- élastique : E_C conservée

4) Choc élastique avec vitesses colinéaires

avant le

choc : \vec{V}_1

et \vec{V}_2

après le

choc : \vec{V}'_1 et \vec{V}'_2

pour trouver une relation entre $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}'_1, \vec{V}'_2, m_1$ et m_2 .

choc : $\vec{P}_{\text{conservée}}$. ① avec projection sur l'axe du mvt

choc élastique : E_C conservée . ② avant du choc je m'en

d'après ① : $m_1(\vec{V}_1 - \vec{V}'_1) = m_2(\vec{V}'_2 - \vec{V}_2)$ l'autre

d'après ② : $m_1(\vec{V}_1 - \vec{V}'_1)(\vec{V}_1 + \vec{V}'_1) = m_2(\vec{V}'_2 - \vec{V}_2)(\vec{V}'_2 + \vec{V}_2)$

③ dans ① : $\vec{V}'_2 = \frac{2m_1\vec{V}_1 + (m_2 - m_1)\vec{V}_2}{m_1 + m_2}$; ④ dans ② : $\vec{V}'_1 = \frac{2m_2\vec{V}_2 + (m_1 - m_2)\vec{V}_1}{m_1 + m_2}$

cas particuliers :

$$1^{\text{er}} \text{ cas} : V_1 = 0 : \vec{V}'_1 = \frac{2m_2\vec{V}_2}{m_1 + m_2} ; \vec{V}'_2 = \frac{(m_2 - m_1)\vec{V}_2}{m_1 + m_2}$$

$$2^{\text{ème}} \text{ cas} : \text{ si } m_1 = m_2 : \vec{V}'_1 = \vec{V}_2 \text{ et } \vec{V}'_2 = \vec{V}_1.$$

Si les masses des solides sont égales, les solides échangent leurs vitesses.

* repère galiléen : repère fixe par rapport à la Terre, M.R.J., on peut appliquer les lois de Newton.

N.B. : Si la variation de P f(t) est une ligne droite

$$\frac{dP}{dt} = \text{pente de la droite}$$

1) Cinématique

1-1) Coordonnées cartesiennes (mvt dans un plan)

vecteur position: $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$; $|\vec{OM}|^2 = y^2$; $OM = \sqrt{x^2 + y^2}$

vecteur vitesse: $\vec{V} = \vec{OM}' = x'\vec{i} + y'\vec{j}$; $V_x = x'$; $V_y = y'$; $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$

vecteur accélération: $\vec{a} = \vec{V}' = \vec{OM}''$
 $= V_x' \vec{i} + V_y' \vec{j}$
 $= x'' \vec{i} + y'' \vec{j}$

$$\begin{aligned} a_x &= V_x' = x'' \\ a_y &= V_y' = y'' \\ a &= \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \end{aligned}$$

1-2) Base de Frenet: (\vec{u}_t, \vec{u}_n)

abscisse curvilinear: $s = |\vec{OM}|$

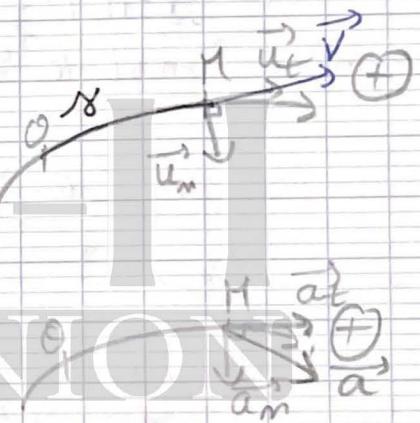
vitesse linéaire: $V = s'$
 $\vec{V} = s' \cdot \vec{u}_t$

accélération: $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$
 $a_t = V' = s''$
 $a_n = \frac{V^2}{r}$

rayon de courbure r

$s = R$: mvt circulaire

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$



1-3) mvt rectiligne: $\vec{OM} = x\vec{i}$; $OM = x$

$$\vec{V} = x'\vec{i}; V = x'$$

$$\vec{a} = V' \vec{i}; a = V' = x''$$

$a_n = 0$ car $s \rightarrow \infty$

$$\vec{a} = \vec{a}_t$$

MRV: $\vec{a} = \vec{0}$,

$$\vec{V} = \text{cte}$$

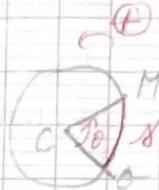
$$x = Vt + x_0$$

M&UV: $\vec{a} = \text{cte}$, $V = at + V_0$

$$x = \frac{1}{2} at^2 + V_0 t + x_0 ; V^2 = V_0^2 + 2a(x - x_0)$$

mvt circulaire:

- élévation (absolu) angulaire, $\theta = \theta CM$
 $s = R \cdot \theta$



en fin de

m: nb de tours effectués pendant un temps t : $\theta = 2\pi n$

- vitesse angulaire : $\theta' = \omega$ (rad/s) ; $V = R \cdot \omega$

vitesse de rotation : N: nb de tours effectués pendant un temps t ; $\theta' = 2\pi N$

- accélération angulaire : θ'' (rad/s²)

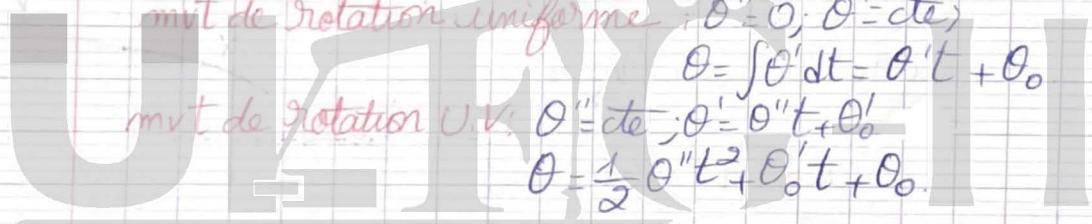
$$\Delta = R \cdot \theta ; V = R \cdot \theta' ; V' = R \cdot \theta'' ; a_f = R \cdot \theta''$$

mvt de rotation uniforme : $\theta = \theta_0 + \theta'$ (cte)

$$\theta = \int \theta' dt = \theta' t + \theta_0$$

mvt de rotation UV: $\theta'' = \text{cte}$; $\theta = \theta'' t + \theta_0$

$$\theta = \frac{1}{2} \theta'' t^2 + \theta_0 t + \theta_0$$



2) Dynamique de rotation

- centre de masse d'un système

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m_1 \cdot \overrightarrow{OA_1} + m_2 \cdot \overrightarrow{OA_2}}{m_1 + m_2} \quad \dots$$

$$x_G = \frac{m_1 x_{A_1} + m_2 x_{A_2}}{m_1 + m_2} \quad \dots$$

$$y_G = \frac{m_1 y_{A_1} + m_2 y_{A_2}}{m_1 + m_2} \quad \dots$$

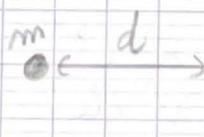
$$OG = \sqrt{x_G^2 + y_G^2}$$

moment d'inertie : I

- d'une particule :

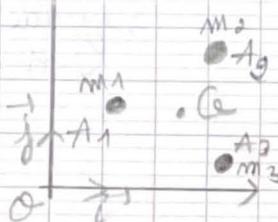
$$I_{m1/A} = m d^2$$

kg.m²



- d'un système des particules :

$$I_{\text{système}/A} = I_1 + I_2 + I_3 \quad \dots$$



moments d'inerties de qqs solides homogènes

| Solide | Axe | Moment d'inertie |
|------------------------|----------------------------|-----------------------|
| ✓ cercneau | axe du cercneau | $I = MR^2$ |
| ✓ cercneau | diamètre | $I = \frac{MR^2}{2}$ |
| cylindre creux | axe du cylindre | $I = MR^2$ |
| ✓ disque | axe du disque | $I = \frac{MR^2}{2}$ |
| cylindre plein | axe du cylindre | $I = \frac{MR^2}{2}$ |
| ✓ tige de longueur L | à la tige en son milieu | $I = \frac{ML^2}{12}$ |
| ✓ tige | à la tige en son extrémité | $I = \frac{ML^2}{3}$ |
| sphère pleine | diamètre | $I = \frac{2MR^2}{5}$ |

moment d'une force $m\vec{F}$

$$m(\vec{F}/\theta) = F.d$$

m (tourner un bâton \oplus)

et voir si la force a tendance de faire bouger le corps suivant (\oplus ou \ominus).

$$m(\vec{F} \parallel \text{axe}) = 0$$

$$m(\vec{F} \text{ qui rencontre l'axe}) = 0$$

travail d'une force en rotation.

$$W_F = m(\vec{F}) \cdot \theta$$

Chapitre 3: Moment cinétique

1) Moment cinétique.

1.1) d'une particule tournant autour d'un axe fixe

$$\sigma = I \cdot \theta' \quad \text{Nm} \cdot \text{rad/s}$$

Nm = kg m²/s²

1.2) d'un système des particules tournant autour d'un axe fixe

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{système}} &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ &= I_1 \cdot \theta_1 + I_2 \cdot \theta_2 + I_3 \cdot \theta_3\end{aligned}$$

1.3) d'un solide tournant autour d'un axe fixe

$$\sigma = I_{\text{solide}} \cdot \theta'$$

2) Théorème du moment cinétique

$$\frac{d\sigma}{dt} = \sum m \vec{F}_{\text{ext}}$$

$$\frac{d(I \cdot \theta')}{dt} = \sum m \vec{F}_{\text{ext}}$$

$$\text{pour } I = \text{cte}; I \frac{d\theta'}{dt} = \sum m \vec{F}_{\text{ext}}$$

$$I \cdot \theta'' = \sum m \vec{F}_{\text{ext}}$$

3) Conservation du moment cinétique

$$\frac{d\sigma}{dt} = \sum m \vec{F}_{\text{ext}}$$

$$\text{si } \sum m \vec{F}_{\text{ext}} = 0 \Rightarrow \frac{d\sigma}{dt} = 0 \Rightarrow \sigma = \text{cte}$$

Le moment cinétique d'un système est conservé si

$$\sum m \vec{F}_{\text{ext}} = 0.$$

4) Applications

(I) Système déformable du moment d'inertie variable

S.E patineule: $\sum m \vec{F}_{ext} = m \vec{\omega}_1 + m \vec{\omega}_2 = 0$
 σ conservé

état 1: mains tendues: $\tau_1 = I_1 \cdot \theta_1'$

état 2: mains sur la poitrine, $\tau_2 = I_2 \cdot \theta_2'$.

σ conservé $\Rightarrow \tau_1 = \tau_2 \Rightarrow \theta_2' = \frac{I_1 \theta_1'}{I_2}$; $I_1 > I_2$
 $\theta_2' < \theta_1'$.

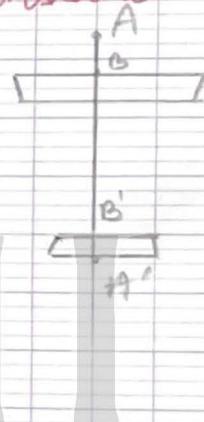
(II) Système déformable et moment d'inertie constant

S.E 2 tiges, $\sum m = 0$, σ conservé

état 1: $\tau_1 = 0$.

état 2: $\tau_2 = I_1 \cdot \theta_1' + I_2 \cdot \theta_2'$.

$$\tau_2 = \tau_1, \theta_2' = -\frac{I_1 \theta_1'}{I_2}$$



mvt de translation

mvt de rotation

STUDENT UNION

masse: m

force \vec{F}

$$\vec{P} = m \cdot \vec{v}$$

$$2^{\text{eme}} \text{ loi: } \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_{ext}$$

$$\vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} \text{ conservée}$$

moment d'inertie: I

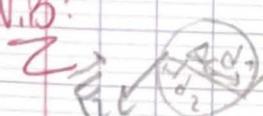
moment d'une force m

moment cinétique: $\tau = I \cdot \theta'$

$$\frac{d\tau}{dt} = \sum m \vec{F}_{ext}$$

$$\sum m \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \sigma \text{ conservé}$$

N.B:



Un couple de forces est formé par 2 forces F_1 et F_2 : un module, une direction

vers +, n'ont pas la même ligne d'action.

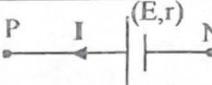
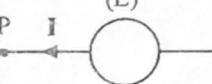
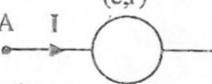
moment du couple: $m_{couple} = F \cdot d$

$$F_1 = F_2 = F$$

$$d = d_1 + d_2$$

RAPPELS

❖ Loi d'Ohm

| | Caractéristiques | schéma | Loi d'Ohm |
|----------------------|---|---|-------------------|
| △ Conducteur ohmique | Résistance R | A →  B | $U_{AB} = R I$ |
| △ Générateur | Force électromotrice (f.e.m.) : E Résistance interne : r | P →  N | $U_{PN} = E - rI$ |
| △ Générateur idéal | Force électromotrice (f.e.m.) : E Résistance interne nulle : r = 0 | P →  N | $U_{PN} = E$ |
| △ Récepteur | Force contre électromotrice (f.c.e.m.) : e Résistance interne : r | A →  B | $U_{AB} = e + rI$ |

❖ Loi de Pouillet

Dans un circuit en série : $I = \frac{\Sigma f.e.m - \Sigma f.c.e.m}{\Sigma R}$

❖ Champ magnétique

- **Champ magnétique** : le champ magnétique est une région de l'espace où se manifestent des actions magnétiques
- **Vecteur champ magnétique** : l'état magnétique d'un point M d'un champ magnétique est caractérisé par un vecteur appelé vecteur champ magnétique \vec{B} :

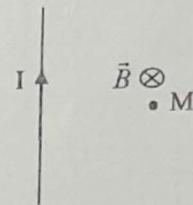
\vec{B} | direction : donnée par une petite aiguille aimantée placée en ce point
 sens : orienté du pôle sud vers le pôle nord de cette aiguille
 norme : donnée par un teslamètre
 B s'exprime dans le S.I. en tesla (T)

- **Lignes de champ magnétique** : Une ligne de champ magnétique est une ligne tangente en chacun de ses points au vecteur champ magnétique.
- **Champ magnétique uniforme** : \vec{B} reste constant en tous points de ce champ
- Notation : vers le plan de la figure : $\vec{B} \otimes$
 vers le lecteur : $\vec{B} \odot$

► Champ magnétique créé par un courant électrique

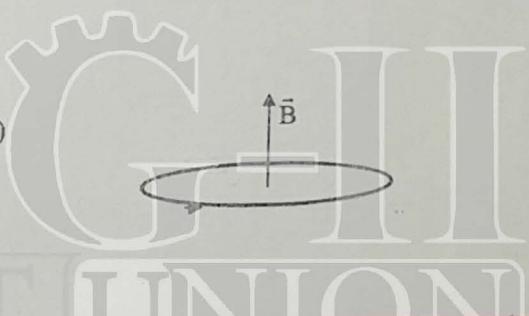
- Le courant électrique crée, dans son voisinage, un champ magnétique.
- Champ magnétique créé par un courant rectiligne, parcouru par un courant d'intensité I, au point M situé à une distance d du fil:

| | |
|-----------|--|
| \vec{B} | origine: M |
| | direction: \perp au plan formé M et le fil |
| | sens: donné par la règle de la main droite |
| | norme: $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{d}$ |



- Champ magnétique créé par une spire circulaire de rayon R, parcouru par un courant d'intensité I, au centre de la spire :

| | |
|-----------|--|
| \vec{B} | origine: centre de la spire |
| | direction: \perp au plan de la spire (axe de la spire) |
| | sens: donné par la règle de la main droite |
| | norme: $B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{R}$ |



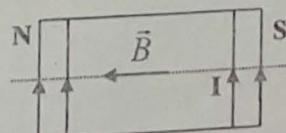
- Champ magnétique créé par une bobine circulaire plate formée de N spires identiques de même rayon R, parcouru par un courant d'intensité I, au centre de la bobine :

Mêmes caractéristiques que celles d'une spire avec : $B = \frac{\mu_0}{2} \frac{NI}{R}$

- Champ magnétique créé par un solénoïde (bobine longue)

À l'intérieur d'un solénoïde de longueur L comportant N spires, parcouru par un courant d'intensité I (loin des extrémités), le champ magnétique \vec{B} est uniforme, parallèle à l'axe du solénoïde, de sens déterminé par la règle de la main droite et de valeur

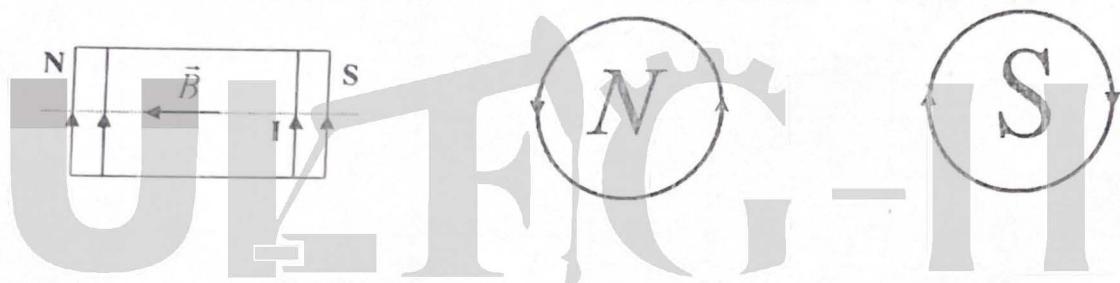
$$B = \mu_0 \frac{NI}{L}$$



$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I est la perméabilité du vide}$$

❖ Analogie aimants-bobines

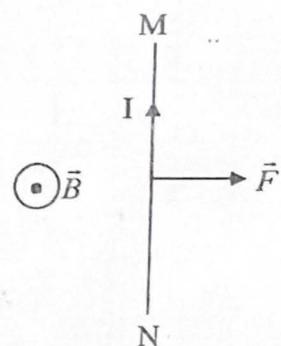
- › Une bobine (plate ou solénoïde), parcourue par un courant électrique, se comporte comme un aimant droit. On lui associe une face nord et une face sud.
- › Les lignes de champ magnétique sortent du pôle nord, pénètrent par le pôle sud.
- › La face nord est celle par où partent les lignes de champ
- › La face nord est la face devant laquelle il faut se mettre pour voir le courant circuler dans le sens contraire à celui du mouvement des aiguilles d'une montre.



❖ La force électromagnétique (force de Laplace)

Un fil conducteur MN, de longueur L, parcouru par un courant d'intensité I, plongé dans un champ magnétique uniforme \vec{B} , est soumis à l'action d'une force électromagnétique \vec{F} :

| | |
|-----------|---|
| \vec{F} | point d'application : le point O milieu de [MN] |
| | direction : perpendiculaire au plan formé par \vec{B} et MN |
| | sens : règle des trois doigts de la main droite |
| | norme : $F = I \cdot B \cdot L \cdot \sin(\vec{B}, MN) $ |

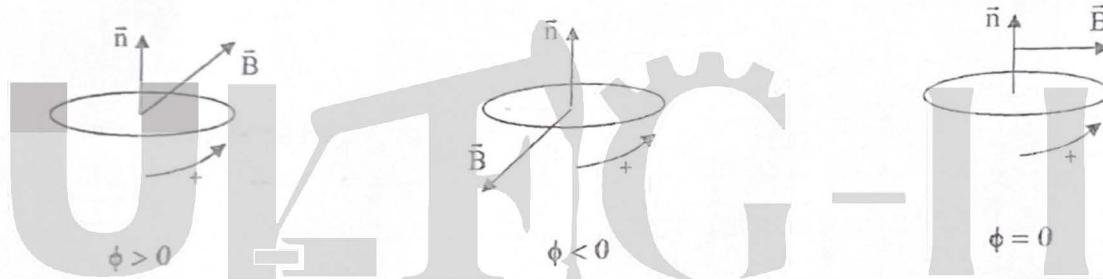


Chapitre 8

INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

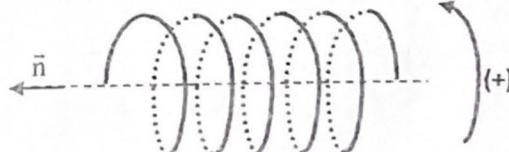
1- Flux magnétique

- Une spire d'aire S placée dans un champ magnétique uniforme \vec{B} .
- On choisit sur la spire **un sens positif** ;
- **Le vecteur unitaire normal au plan de la spire orienté suivant le sens positif choisi (règle de la main droite)**
- Le flux magnétique ϕ à travers la spire est : $\phi = S \vec{B} \cdot \vec{n} = S.B.\cos(\vec{B}, \vec{n})$
- Dans le S.I : B en (T), S en (m^2) et ϕ en weber (Wb).
- Le flux magnétique ϕ est une grandeur physique algébrique :
Pour $0 \leq (\vec{B}, \vec{n}) < 90^\circ$, $\cos(\vec{B}, \vec{n}) > 0$ alors $\phi > 0$
Pour $90^\circ < (\vec{B}, \vec{n}) \leq 180^\circ$, $\cos(\vec{B}, \vec{n}) < 0$ alors $\phi < 0$
Pour $(\vec{B}, \vec{n}) = 90^\circ$, $\cos(\vec{B}, \vec{n}) = 0$ alors $\phi = 0$ (c'est le cas où \vec{B} est parallèle au plan de la spire)



- Dans le cas d'une bobine comprenant N spires, chacune de surface S , le flux magnétique à travers la bobine est :
$$\phi = N.S \vec{B} \cdot \vec{n} = N.S.B.\cos(\vec{B}, \vec{n})$$

Le vecteur unitaire \vec{n} est porté par l'axe de la bobine



2- Variation du flux magnétique

d- Conclusion :

- Toute variation du flux magnétique à travers un circuit donne naissance à une f.e.m. induite « e » que le circuit soit ouvert ou fermé.
Si le circuit est fermé, un courant le traverse (courant induit)
- **Circuit induit** : c'est le circuit traversé par le courant induit.
- **Inducteur** : c'est la source du champ magnétique qui est à l'origine du phénomène d'induction.
- **Induction électromagnétique** : c'est l'apparition d'une f.e.m dans un circuit par variation du flux magnétique à travers ce circuit.

3-Loi de Lenz

Cette loi permet de trouver le sens du courant induit :

Le courant induit circule dans un sens tel que, par ses effets électromagnétiques, s'oppose à la cause qui lui a donné naissance.

4-Loi de Faraday

- La f.e.m induite « e » est égale, à chaque instant, à l'opposé de la dérivée par rapport au

$$\text{temps du flux magnétique à travers le circuit induit : } e = -\frac{d\phi}{dt}$$

Dans le S.I : e en V, ϕ en Wb et t en s

- la f.e.m « e » et l'intensité « i » du courant induit sont de même signe :

$e > 0$ alors $i > 0$ (le courant induit circule dans le sens positif)

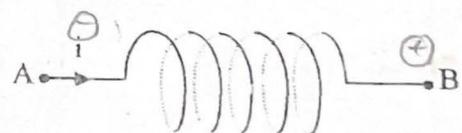
$e < 0$ alors $i < 0$ (le courant induit circule dans le sens contraire au sens positif).

5-Générateur équivalent à une bobine

- Une bobine (ou un circuit) traversée par un flux magnétique variable avec le temps se comporte comme un générateur caractérisé par sa f.e.m $e = -\frac{d\phi}{dt}$ et sa résistance interne r qui est la résistance du fil conducteur constituant la bobine.

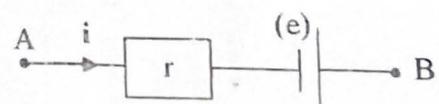
Tension aux bornes de la bobine

On suppose que le courant induit traverse la bobine de A vers B.



La tension aux bornes de la bobine est alors :

$$u_{AB} = r \cdot i - e$$



NB: Puissance mécanique $P = \vec{F} \cdot \vec{V}$.

Chapitre 9

AUTO-INDUCTION

1- Introduction

- Mise en évidence du phénomène d'auto-induction
- Une bobine, parcourue par un courant d'intensité variable, crée un champ magnétique variable \vec{B} , appelé champ magnétique propre. Le flux Φ de \vec{B} à travers la bobine est alors appelé **flux propre** qui est aussi variable. La variation du flux propre à travers la bobine fait apparaître une f.e.m. et la bobine sera alors le siège du phénomène appelé phénomène d'auto-induction.
- L'inducteur et l'induit sont le même circuit.
- La force électromotrice est appelée force électromotrice d'auto-induction.
- Le courant induit est appelé courant d'auto-induction.
- En courant continu, l'auto-induction est un phénomène transitoire qui apparaît uniquement lors de la fermeture et de l'ouverture de l'interrupteur.
- D'après la loi de Lenz, la f.e.m. d'auto-induction va s'opposer à la variation de l'intensité du courant : elle tend à retarder soit l'établissement du courant, soit la rupture du courant.

2- Inductance d'une bobine

- Le flux propre qui traverse la bobine est proportionnel à l'intensité du courant qui la traverse : $\Phi = L.i$
- L'inductance L de la bobine représente une caractéristique de cette bobine, elle s'exprime en henrys (H). (L est positive).
- Dans une bobine sans noyau de fer doux, L est constante.
- Dans une bobine avec noyau de fer doux, L varie avec l'intensité i du courant.
- Symbole de la bobine



Bobine sans noyau de fer doux



Bobine avec noyau de fer doux

3- Loi de Faraday

- La f.e.m auto-induite « e » est égale, à chaque instant, à l'opposé de la dérivée par rapport au temps du flux magnétique propre à travers le circuit : $e = -\frac{d\phi}{dt}$
- Pour une bobine sans noyau de fer doux, L est constante : $e = -\frac{d\phi}{dt} = -L \frac{di}{dt}$
- Dans le S.I : e en V, Φ en Wb, L en H et t en s

4- Loi d'Ohm aux bornes d'une bobine

- Soit une bobine d'inductance L et de résistance interne r, la tension aux bornes de la bobine est : $u_{AB} = r.i - e = r.i + L \frac{di}{dt}$; le courant traverse la bobine de A vers B

• Remarque :

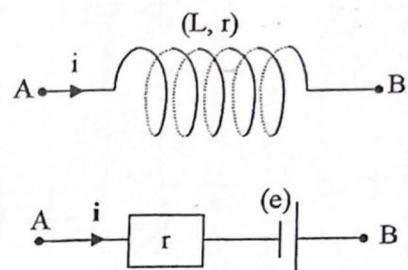
On peut orienter la bobine de A vers B et écrire :

$$u_{AB} = r.i - e = r.i + L \frac{di}{dt}$$

• En régime permanent, la bobine se comporte comme un conducteur ohmique.

$$U_{AB} = ri + L \frac{di}{dt}$$

$$i = \text{cte}, \frac{di}{dt} = 0 \text{ d'où } U_{AB} = ri$$



5- Energie magnétique emmagasinée dans une bobine

L'énergie magnétique emmagasinée dans une bobine, d'inductance L, parcourue par un courant d'intensité i est donnée par : $E_{\text{mag}} = \frac{1}{2} Li^2$.

Remarque

- Lors de l'établissement du courant dans le circuit, i augmente de zéro à I_0 . La bobine emmagasine de l'énergie magnétique et retarde de ce fait l'établissement du courant.
- Pendant la rupture du courant dans le circuit, i diminue de I_0 à zéro. La bobine restitue progressivement cette énergie et prolonge de ce fait la circulation du courant dans le circuit.

NB: Régime permanent : $i = \text{cte}$
transitoire : i variable

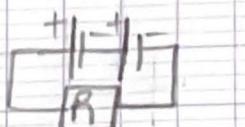
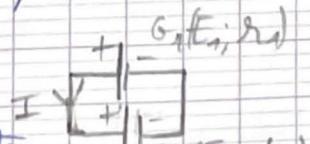
Loi de Pouillet applicable en régime permanent et en circuit en série.

générateurs en opposition :

$E_1 > E_2 \rightarrow G_1$ joue le rôle d'un générateur

G_2 joue le rôle d'un récepteur

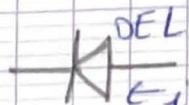
générateurs en série : G_1 et G_2 générateurs



•

sens inverse.

DEL joue le rôle
d'un interrupteur
ouvert



sens direct
passage du courant.

Chapitre 10: Circuit R-C en régime transitoire

A) Rappels

1) Définition

- Un condensateur est un dipôle formé de 2 armatures conductrices (armatures) séparées par un isolant (diélectrique)
- condensateur plan: armatures planes et parallèles.
- représentation symbolique:

2) Capacité d'un condensateur

$$Q_A = C \cdot U_{AB} ; Q_B = C \cdot U_{BA}$$



3) Relation entre i et q en régime transitoire

$$i \rightarrow \text{arrive sur une armature} \Rightarrow i = \frac{dq_A}{dt}$$

$$i \leftarrow \text{quitte une armature} \Rightarrow i = -\frac{dq_A}{dt}$$

4) Energie emmagasinée par un condensateur

$$E_c = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q U$$

B) Etude théorique d'un dipôle (R-C) en régime transitoire

1) Eq. différentielle régissant les variations de U_{MB}

Loi d'additivité des tensions :

$$U_{AB} = U_{AM} + U_{MB}$$

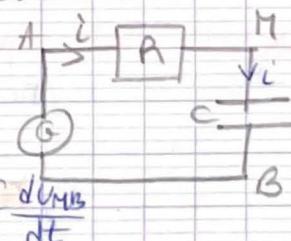
$$U_{AM} = Ri \text{ or } i = \frac{dQ_M}{dt} \text{ d'où } U_{AM} = RC \frac{dU_{MB}}{dt}$$

$$U_{AB} = RC \frac{dU_{MB}}{dt} + U_{MB} \quad \text{on divise par } RC :$$

$$\frac{dU_{MB}}{RC} = \frac{dU_{MB}}{dt} + \frac{U_{MB}}{RC}$$

$$T = RC$$

avec T : constante du temps



2) Solution de l'éq. différentielle durant la phase de charge

a) Eq. différentielle x si d'après des tensions

Durant cette phase $U_{AB} = E$

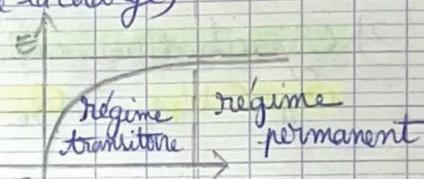
$$\text{L'éq. diff. devient : } \frac{E}{RC} = \frac{dU_{MB}}{dt} + \frac{U_{MB}}{RC}$$

$$\text{Solution de l'éq. : } U_{MB} = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad / \tau = RC$$

b) Allure de $U_{MB} = f(t)$

$t=0$; $U_{MB}=0$ (début de la charge)

$t \rightarrow \infty$; $U_{MB}=E$.



c) Détermination de la constante du temps τ ,

i) Méthode de la tangente à l'origine du graphique

• La tangente coupe l'asymptote d'éq. $U_{MB} = E$ au pt $t=0$.

• La b menée de A sur l'axe du temps

l'écoupe en $t=\tau$.

• pente de la tangente est : $\tan \alpha = \frac{U_{MB}(t+\tau) - U_{MB}(t)}{\tau}$

$$\tan \alpha = \left(\frac{dU_{MB}}{dt} \right)_{t=0} = \frac{E}{\tau} \quad \text{d'où } \tau = \frac{E}{\alpha}$$

• méthode peu précise

ii) Méthode 63%

• pour $t=\tau$, $U_{MB} = E(1 - e^{-1}) = 0,63E$

• on place le pt d'ordonnée $0,63E$.

τ est l'abscisse de ce pt.

d) Définition de la constante du temps τ durant la charge : temps au bout duquel la tension aux bornes du

condensateur (ou de la charge q) a atteint 63% de sa valeur maximale
* pour $t = 5\tau$, le condensateur est pratiquement chargé. ($U_{1B} = 0,99E$)

3) Solution de l'éq. différentielle durant la décharge

a) Eq. différentielle Loi d' Θ des tensions :

L'éq. différentielle devient : $\frac{dU_{1B}}{dt} + \frac{U_{1B}}{RC} = 0$

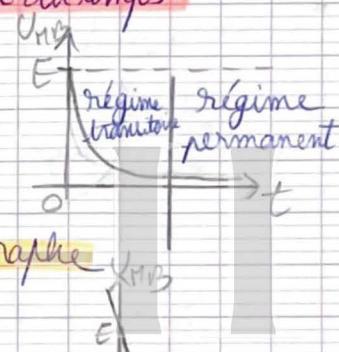
$$\text{solution : } U_{1B} = E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

avec $t' = t - t_0$
(nouvelle origine du temps)

b) Allure de la variation de U_{1B} en fonction du temps

$t=0; U_{1B}=E$ (début de la décharge)

$t \rightarrow \infty; U_{1B}=0$



c) Détermination de τ .

i) Méthode de la tangente à l'origine du graphique
calcul de la pente (prendre 2 pts)

ii) Méthode de 37%.

pour $t = \tau$; $U_{1B} = 0,37E$

τ est l'abscisse du pt dont l'ordonnée vaut 0,37E.

d) Définition de la constante du temps τ . pendant la décharge

temps au bout duquel la tension aux bornes du condensateur (ou la charge q) a atteint 37% de sa valeur maximale.

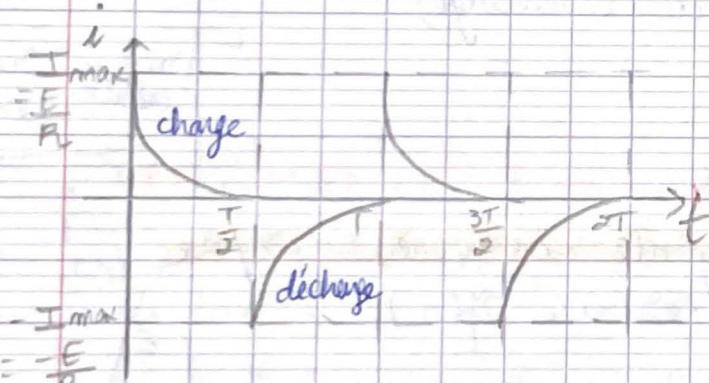
* pour $t = 5\tau$, le condensateur pratiquement déchargé

(En régime permanent, $i=0$)

U_C



ULTRAG-II
STUDENT UNION



NB: Au cours de la charge et de la décharge d'un condensateur, la variation de i présente une discontinuité

Chapitre 13

Aspect ondulatoire de la lumière Diffraction

- Il y a **diffraction de la lumière** chaque fois que la lumière est déviée de sa trajectoire initiale et que cette déviation ne peut s'expliquer par une réflexion ou une réfraction.
(la **diffraction de la lumière** est le passage de la lumière à travers un trou ou un obstacle très étroit).
- La diffraction met en :
 - défaut le principe de la propagation rectiligne de la lumière et le modèle du rayon lumineux ;
 - évidence l'aspect ondulatoire de la lumière.

• Description de la figure de diffraction par une fente fine

La figure de diffraction est formée de franges de diffraction :

- Alternativement brillantes et sombres ;
- Perpendiculaire à la direction de la fente ;
- La largeur de la frange centrale est le double des franges brillantes latérales.

N.B. les franges brillantes deviennent plus larges et plus lumineuses si on diminue la largeur de la fente.

• Description de la figure de diffraction par un trou

La figure de diffraction est formée par une tache circulaire centrale brillante entourée par des anneaux concentriques alternativement brillants et sombres.

N.B. la tache centrale devient plus large et plus lumineuse si on diminue le diamètre du trou

• Angle de diffraction (cas d'une fente fine)

λ : longueur d'onde de la radiation monochromatique émise par le laser

a : largeur de la fente

D : distance entre la fente et l'écran

L'angle de diffraction Θ est l'angle que fait la direction du faisceau incident avec celle d'une direction de diffraction.

- L'angle de diffraction du centre de la frange centrale brillante est nul.
- L'angle de diffraction pour une **frange sombre** est donné par :

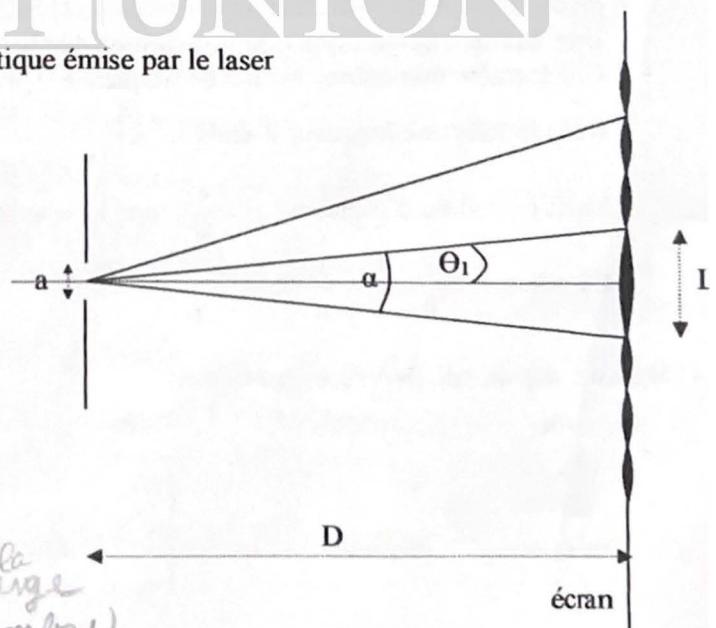
$$\sin \Theta = \frac{n\lambda}{a}$$

(λ et a sont exprimés avec la même unité)

n est un entier relatif non nul.

Pour les petites valeurs de Θ , on a :

$$\Theta_{(\text{rad})} \approx \sin \Theta = \frac{n\lambda}{a}$$



- **LARGEUR DE LA FRANGE CENTRALE**
 - La frange centrale est limitée par les franges sombres d'ordres -1 et +1
 - La largeur angulaire α de la frange centrale est l'angle sous lequel elle est vue depuis le centre de la fente.
 - Pour les petites valeurs de Θ , on a : $\alpha = 2\Theta_1 = \frac{2\lambda}{a}$
 - La largeur linéaire L de la frange centrale : $L/2$ (longueur de la frange centrale)
Pour les petites valeurs de Θ , on a : $\tan \Theta_1 = \Theta_1 = \frac{L/2}{D}$ avec $\Theta_1 = \frac{\lambda}{a}$

$$\text{On tire que : } \frac{L/2}{D} = \frac{\lambda}{a} \rightarrow L = \frac{2\lambda D}{a}$$

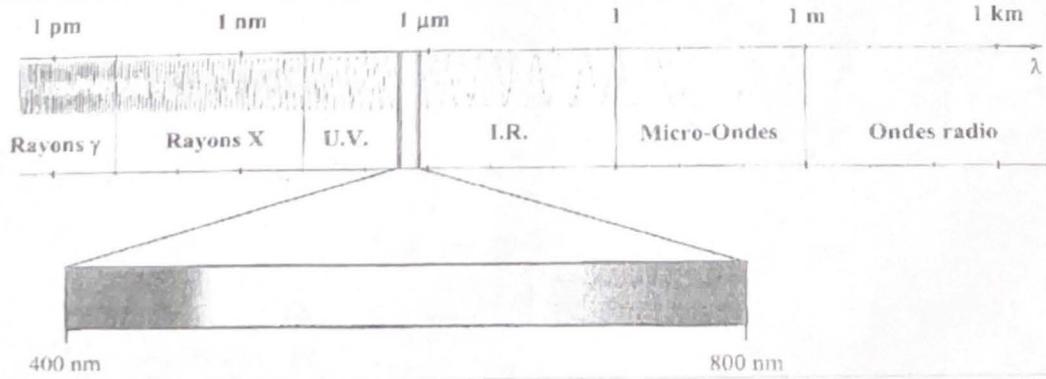
- **Énoncé du principe d'Huygens**
 - la lumière se propage de proche en proche dans l'espace
 - chacun des points atteints par la vibration lumineuse se comporte à son tour comme une source de vibration.
- **La lumière est une onde électromagnétique**
 - La lumière est une onde électromagnétique qui peut se propager dans le vide ou dans un milieu matériel transparent.
 - Une onde électromagnétique est caractérisée par sa longueur d'onde λ , par sa vitesse de propagation V et par sa fréquence v.
 - Une onde électromagnétique peut se propager dans le vide à la vitesse constante c.
 - Une lumière monochromatique est une onde électromagnétique visible ayant une fréquence v bien définie indépendante du milieu de propagation. Par contre sa longueur d'onde λ dépend du milieu de propagation. Une lumière monochromatique correspond à une seule couleur bien déterminée.
 - Une lumière polychromatique est formée de plusieurs couleurs.
 - Une lumière monochromatique de fréquence v possède :

Dans le vide une longueur d'onde λ : $\lambda = \frac{c}{v}$

Dans un milieu d'indice n ($n = \frac{c}{V}$), une longueur d'onde λ' : $\lambda' = \frac{V}{v}$

On tire que : $\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{V}{c} = \frac{1}{n} \Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda}{n}$

• Spectre des ondes électromagnétiques



Chimie - CONCOURS

Programme SG

Notes de Cours

Préparées Par : Stephanie Chahine

Rappel : Verbes d'action

- * **Décrire:** utiliser un langage scientifique pour donner les détails d'une observation, expérience.
- * **Déduire:** se baser sur ce qui précède.
- * **Interpréter:** analyser et donner une signification au résultat.
prendre 3 pts
pour interpréter
- * **Comparer:** pts communs et pts sans justification
- * **Distinguer:** pts ≠
- * **Vérifier:** conformer par raisonnement si qqch est vrai ou non
- * **Montrer / Démontrer:** il faut arriver au résultat. (toute la note)
- **Identifier:** reconnaître une chose d'après ses propriétés
ex: identifier un composé organique → donner nom et formule
- * **Citer:** énoncer sans expliquer
- * **Conclure:** aboutir à une décision
- * **Expliquer:** rendre clair, faire comprendre
- * **Justifier:** dire en expliquant pourquoi
- * **Indiquer:** désigner qqch sans justifier
- * **Préciser:** indiquer + justifier
- * **Déterminer:** définition + formule + calcul

I) Préparation d'une solution à partir d'un solide

1) Calcul: $C = \frac{m}{V} = \frac{m}{V} \Rightarrow m = C \cdot V \cdot M$

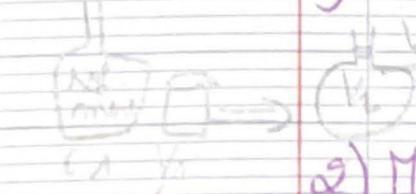
2) Matiériel: balance électrique - verre de montre - spatule - entonnoir - fiole jaugée de V mL - compte-goutte - pissette d'eau distillée

3) Démarche expérimentale

- Pesar, avec précision, dans un verre de montre m g du solide.
- Introduire cette masse à l'aide d'un entonnoir dans la fiole jaugée de V mL puis rincer le verre de montre avec de l'eau distillée au dessus de l'entonnoir pour récupérer sans perte la masse pesée.
- Ajouter dans la fiole jaugée de l'eau distillée jusqu'à sa moitié. Boucher puis agiter jusqu'à dissolution complète du solide.
- Ajouter de l'eau distillée avec la pissette puis compléter avec un compte-goutte jusqu'au trait de juge.
- Boucher, puis tourner un m b de fois pour homogénéiser la solution.

④ Préparation d'une solution par dilution

1) Calcul : $m_{\text{soluté avant dilution}} = m_{\text{soluté après}}$
 $V_1 \text{ ml} \rightarrow C_1 V_1 = C_2 V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{C_2 V_2}{C_1}$



prélevé avec la pipette

2) Matériel : bêcher, pipette jaugée munie d'une propipette, fiole jaugée, pissette d'eau distillée, compte-goutte.

C initial grande

$V_2 > V_1$ et $C_2 < C_1$

facteur de dilution $f = \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2}$ + grand + petit

3) Démarche expérimentale

• Prélever à l'aide d'une pipette jaugée munie d'une propipette $V_1 \text{ mL}$ d'une solution concentrée dans un bêcher.

• Verser ce volume dans une fiole jaugée de $V_2 \text{ mL}$ contenant un peu d'eau distillée.

• Ajouter de l'eau distillée avec la pissette puis compléter avec un compte-goutte jusqu'au trait de jauge.

• Boucher la fiole et la tourner un nb de fois pour homogénéiser la solution.

mélange de 2 solutions ne contenant pas le m soluté

$$\text{sol}_1 \frac{C_1}{V_1} + \text{sol}_2 \frac{C_2}{V_2}$$
$$C_1 V_1 = C'_1 \cdot V_{\text{total}} \quad C_2 = C'_2 \cdot V_{\text{total}}$$

Dilution

ajout de l'eau distillée

$$m_1 = m_2$$
$$C_1 V_1 = C_2 V_2$$

$$\begin{aligned} &\text{mélange de 2 solutés contenant} \\ &\text{le m soluté} \\ &m_1 + m_2 = m_3 \quad V_1 + V_2 = V_3 \\ &C_1 V_1 + C_2 V_2 = C_3 V_3 \end{aligned}$$

III Dosage d'un ox par un red

Objectif : déterminer la concentration d'une solution connaissant celle de l'autre.

2) Matériel + Montage :

support

burette
solution titrante
(C connue)

aimant/turbulent

erlen
sol. titrée (C à chercher)
agitateur magnétique

3) Démarche expérimentale

- Prélever x mL de la solution titrée à l'aide d'une pipette munie d'une propipette et les placer dans un erlen.

- Remplir la burette avec la solution titrante.
- Verser la solution titrante dans l'érلن jusqu'à virage de couleur à une goutte en excès en utilisant une agitation magnétique.
- Noter le volume V de la solution versée de la burette. C'est le dosage rapide.
- Réaliser un second dosage plus précis en versant la solution de la burette goutte à goutte à partir d'un volume égal à $V + 2\text{mL}$ jusqu'à obtenir l'équivalence.

* Au P.E. : $\frac{\text{Mox}(\text{mM})}{\text{coeff. starch.}} = \frac{\text{Mox}(\text{mM})}{\text{coeff. starch.}}$

* pipette jaugée : 1mL, 2mL, 5mL, 10mL;
20mL, 25mL, 50mL.

* tjs ox : MnO_4^- , $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$; I_2
(bleu) (jaune) (orange)

* dans le cas de dilution, tjs écrire :

$m_{\text{solute avant dilution}}$

$= m_{\text{solute après dilution}}$

* Comment repérer l'équivalence ? : une couleur persiste à une goutte de — en excès.

* PE : rapports stoichiométriques, fin du dosage, pas d'excès.

Partie 2: Cinétique chimique

Chapitre 2: Vitesse de réaction

1) vitesse de formation / disparition d'un corps
formation d'un produit:

$$v_{\text{moyenne}} = \frac{\Delta n}{\Delta t} ; v_{\text{instantanée}} = \frac{dn}{dt} = v$$

disparition d'un réactif

$$v_{\text{moyenne}} = -\left(\frac{\Delta n}{\Delta t}\right) ; v_{\text{instantanée}} = -\left(\frac{dn}{dt}\right)$$

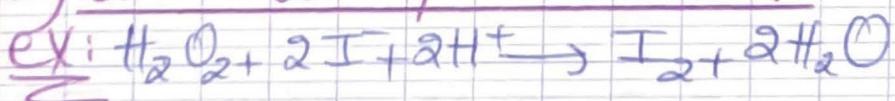
$$\ast v = \frac{dn}{Vdt} = \frac{dc}{dt} \quad (\text{mol.l}^{-1} \cdot \text{temp}^{-1})$$

$$\ast \frac{v_A}{a} = \frac{v_B}{b} = \frac{v_C}{c} = \frac{v_D}{d} = v_{\text{réaction}}$$

STUDENT UNION

- ✳ On peut mettre un bâcheur dans de l'eau glacée pour bloquer la réaction durant

2) Courbe Cinétique - vitesses



empois
d'amidon
colorie

I_2 en bleu

$$\frac{m_{H_2O_2}}{1} \text{ transformé} = \frac{m_{I^-} / 2}{2} = \frac{m_{H^+} / 2}{2} = \frac{m_{I_2}}{1} \text{ bleu}$$
$$= \frac{m_{H_2O}}{2} \text{ bleu}$$

courbe des réactifs : commence par $[I_2]_0$

" " produits : commence par $(0, 0)$.

* $m'_{H_2O_2}$ disparues = m_{I_2} formé (d'après les rapports stoechiométriques)

* nombre de moles restantes de H_2O_2 est :

$$m_{H_2O_2} \text{ restante} = m_{H_2O_2} - m'_{H_2O_2}$$

$$= m_{H_2O_2} - m_{I_2} \text{ formé}$$

* courbe cinétique : tracer celle du réactif restant ou bien celle du produit formé.

- préciser l'unité / attention à l'intervalle donné
- ne pas mettre un titre au graphique.

a) Pour les produits

$$\text{vitesse moyenne} : v = \frac{[I_2]_2 - [I_2]_1}{t_2 - t_1}$$

v_f : la vitesse moyenne de formation d'un produit P dans l'intervalle de temps $\Delta t = t_2 - t_1$ est égale au coefficient directeur de la sécante $[P] = f(t)$ aux points M_1 et M_2 d'abscisses respectives t_1 et t_2 .

déterminer V_m : v_f , formule + calcul

* Vitesse instantanée : $v_{I,t} = \frac{d[P]}{dt}$

déf : la vitesse instantanée de formation d'un produit au temps t est égal à la valeur de la dérivée de la fonction $[P] = f(t)$ au temps t . graphiquement, elle est égale au coefficient directeur de la tangente à la courbe $[P] = f(t)$ au pt d'abscisse t .

* Vitesse initiale : $v_{P,t_0} = \frac{d[P]}{dt}$ à t_0

déf : la vitesse initiale de formation d'un produit P est égale à la valeur de la dérivée de la fonction $[P] = f(t)$ au temps $t=0$.

graphiquement, elle est égale au cof. directeur de la tangente à la courbe $[P] = f(t)$ au pt d'abscisse $t=0$.

b) Pour les réactifs :

* Vitesse moyenne de disparition d'un réactif R dans l'intervalle de temps $\Delta t = t_2 - t_1$, est égale à l'opposé du cof. directeur de la sécante à la courbe $[R] = f(t)$ aux pts M_1 et M_2 d'abscisses respectives t_1 et t_2 .

$$v_R = -\frac{\Delta[R]}{\Delta t}$$

$$\text{Rapport} = \frac{m}{\text{coef. stock}} \text{ si on a } [] . \quad R = \frac{[] \cdot V}{\text{coef. stock}} \quad 1V = 1L$$

* Graphiquement, la vitesse instantanée d'un réactif est égale à l'opposé du coef. directeur de la tangente à la courbe $[R] = f(t)$ au pt d'abscisse t .

$$v_{R(t)} = - \frac{d[R]}{dt} |t$$

* vitesse initiale égale à l'opposé du coef. directeur de la tangente à la courbe $[R] = f(t)$ au pt d'abscisse $t=0$.

$$v_{R(0)} = - \frac{d[R]}{dt} |_0$$

* Vréaction dépend de la concentration des réactifs. (réaction chimique)

* R.S. commencer tjs par m

ex: $\frac{m'}{a} = \frac{m''}{b}$ divisions par V en L solution

$$\frac{[]'}{a} = \frac{[]''}{b}$$

* R.S. → réactif réagit
tableau / graphie → réactif restant.

si la q'té
est :

* déduire graphiquement la vitesse instantanée
 - diff + formule
 - 3 tangentes sur la courbe
 - la vitesse diminue au cours du temps car les pentes des tangentes menées à la courbe en les pts diminuent en fonction du temps.

Chapitre 3 Facteurs Cinétiques

I Constante de vitesse

Facteurs qui agissent sur l'évolution cinétique

1) Concentration des réactifs

La vitesse de réaction (disparition des réactifs et formation des produits) augmente lorsque les concentrations initiales des réactifs augmentent et vice versa.

2) Température du milieu réactionnel

La vitesse de réaction augmente lorsque la température du milieu réactionnel augmente et vice versa.

3) Catalyseur

* Un catalyseur est une substance qui accélère la vitesse de la réaction chimique et qui reste intact (inaltéré), du point de vue chimique, à la fin de la réaction.

De même, il est sans effet sur le rendement de la réaction chimique. Le rendement reste avec la même valeur malgré le catalyseur.

$$\text{N.B.: écart} = \frac{\text{valeur théorique} - \text{valeur réelle}}{\text{valeur théorique}} \times 100\% \text{ d'erreur}$$

diminue le temps pour que la réaction soit achevée.)

* caractères d'un catalyseur :

- Un catalyseur rend rapides des réactions lentes ou très lentes mais ne rend pas possible une réaction qui est chimiquement impossible.
- Les catalyseurs agissent souvent à faible dose. (les catalyseurs sont actifs)
- Plus la surface de contact entre catalyseur et réactifs est grande, plus son act. catalytique est imp.
- Les catalyseurs sont spécifiques.
- Les catalyseurs sont sélectifs en partant des m réactifs et en utilisant catalyseurs +, on obtient + produits. (le catalyseur est sélectif car il permet de sélectionner une réaction déterminée parmi +ieurs autres possibles)
- * à tout instant: $\text{v}_\text{avec catalyseur} > \text{v}_\text{sans catalyseur}$

(II) Temps de demi-réaction $t^{\frac{1}{2}}$

a) définition de $t^{\frac{1}{2}}$ pour un réactif

Le temps de demi-réaction $t^{\frac{1}{2}}$ est la durée au bout de laquelle la concentration

Si la question est : déterminer $t_{\frac{1}{2}}$:

- définition
- formule
- translation sur la courbe
- graphiquement

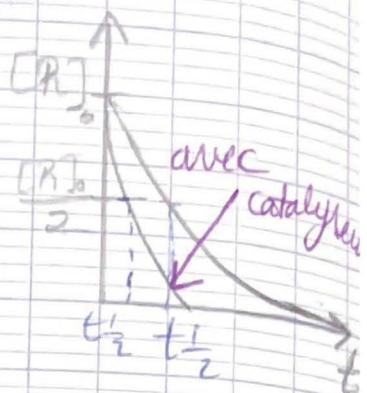
d'un réactif limitant R

devient égale à la moitié

de sa valeur initiale :

$$[R]_{t=\frac{1}{2}} = \frac{[R]_0}{2}$$

[R] limitant



* Plus la réaction est rapide, plus la courbe est décroissante et plus la valeur de $t_{\frac{1}{2}}$ est petite. Donc $t_{\frac{1}{2}}$ dépend de l'ajout d'un catalyseur.

b) définition de $t_{\frac{1}{2}}$ pour un produit

de temps donné : réaction $t_{\frac{1}{2}}$ est la durée au bout de laquelle

la concentration d'un produit $P = \frac{[P]_0}{2}$ à l'infini devient égale à la moitié de sa valeur à l'infini

$$[P]_{t=\frac{1}{2}} = \frac{[P]_\infty}{2}$$

avec catalyseur



* Plus la réaction est rapide, plus la courbe est croissante et la valeur de $t_{\frac{1}{2}}$ est plus petite.

N.B : tableau d'évolution en $\frac{1}{2}$

Partie 3: Équilibre chimique

Chapitre 4: Équilibre chimique

I Transformation totale :

Réaction totale ou complète si :

- elle s'effectue dans un seul sens
- s'arrête par épuisement des réactifs, sinon disparition du réactif limitant.
- * lorsque les produits ne peuvent pas donner les mêmes réactifs, la réaction est irréversible

II Transformation limitée

Réaction limitée ou incomplète si :

- les réactifs ne disparaissent pas complètement
- * il y a transformation simultanée des réactifs en produits et des produits en réactifs, la réaction est réversible.

III Équilibre homogène en phase liquide

ex: acide + alcool $\xrightleftharpoons[③]{①}$ ester + eau

- * sens ① ou sens direct ou vers la droite
- * sens ② ou sens indirect/inverse ou vers la gauche

La réaction d'esterification est athermique

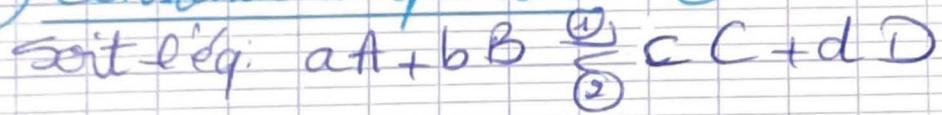
- * Au départ, l'esterification est plus rapide que la réaction inverse.
Au fur et à mesure que les quantités d'ester et d'eau ↗, la vitesse de la réaction inverse ↗, tandis que la réaction directe ↘.
- * lorsque la vitesse de formation d'un composé quelconque suivant la réaction directe devient égale à la vitesse de disparition de ce même composé suivant la réaction inverse, on atteint l'équilibre.

- À l'équilibre chimique, il y a coexistence des produits et de tous les réactifs. $\dot{C} \neq 0$
- À l'éq., les $[C]$ de toutes les substances sont constantes.
- Un eq. chimique est dynamique (il y a pas arrêt de réacti). les réacti directe et inverse, continuent toutes deux à avoir lieu à tt moment mais avec exactement la m^e vitesse.

IV) Equilibre homogène

Réaction réversible où toutes les substances présentes sont d'une même phase (état).
 Un \rightleftharpoons s'étale sur la phase liquide ou gazeuse.

V) Constante d'équilibre K_c



$$v_1 = K_1 [A]^a [B]^b, v_2 = K_2 [C]^c [D]^d$$

$$\text{A l'}\rightleftharpoons: v_1 = v_2 \Rightarrow K_1 [A]^a [B]^b = K_2 [C]^c [D]^d$$

Loi d'action de masse

$$\frac{K_1}{K_2} = K_c = \frac{[C]^c [D]^d}{[A]^a [B]^b}$$

corps de droite
corps de gauche

K_c : de degré relative aux concentrations ne dépend que de la température.

K_c sans unité

VI) Comment reconnaître si un système chimique est dans un état d'équilibre?

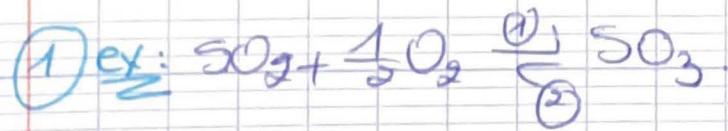
$$Q_{mi} = \frac{[d]^{of} [d]^{of}}{[c]^{of} [c]^{of}}$$

- Si le quotient de réaction initial, Q_{ri} est égale à la constante d'équilibre K_c , le système est déjà dans un état d'équilibre.
Il n'y a pas d'évolution.
- Si la valeur du quotient de réaction initial $Q_{ri} \neq K_c$, le système évolue spontanément dans un sens ou dans un autre de l'éq. pour atteindre un état d'équilibre.
 - Si $Q_{ri} < K_c$, le système évolue dans le sens direct. (de gauche à droite)
 - si $Q_{ri} > K_c$, le système évolue dans le sens indirect (de droite à gauche)

III) Déplacement de l'équilibre chimique: Principe de Le Chatelier

Facteurs affectant un état d'équilibre chimique:

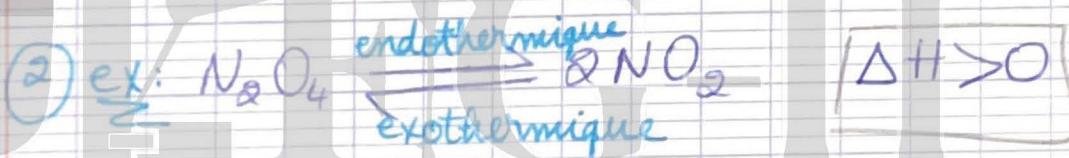
- ① Concentration d'un réactif ou d'un produit
 - ② Température
- Si un système chimique en éq. subit une modification, il se déplace (si c'est possible) dans le sens à l'opposé de cette modification.



- Si $[\text{SO}_2] \uparrow$

D'après le principe de Le Châtelier, l' \rightleftharpoons se déplace du côté à favoriser la consommation du réactif et réduire en partie sa concentration qui a augmenté. (sens ①).

- Si $[\text{SO}_3] \uparrow$, l' \rightleftharpoons se déplace du côté à diminuer en partie $[\text{SO}_3]$ donc sens ②.



- Si $T \uparrow$, l' \rightleftharpoons se déplace du côté endothermique.

- Si $T \downarrow$, l' \rightleftharpoons se déplace du côté exothermique.

Si: $\Delta H < 0$: $\frac{\text{exo}}{\text{endo}}$

VIII) Degré de conversion et degré de dissociation

α : degré de dissociation si $R \rightleftharpoons P_1 + P_2$

α : degré de conversion si $P_1 + P_2 \rightleftharpoons P_1 + P_2$

$$\alpha = \frac{\text{nb de moles de A qui réagit}}{\text{nb de moles de A initial}}$$

Tableau d'évolution :

① Réaction totale: ($\alpha = 1$)

$$m_{\text{réactifs}} \neq 0 > m_{\text{produits}} = 0.$$

t_0

t_{eq}

t_{final}

(prendre le q'té de

la substance qui a cof

stœch = 1) (si possible)

② Réaction limitée: $[\alpha \cdot m_0 \alpha] \leq \alpha \leq 1$.

t_0

$t_{\frac{1}{2}}$

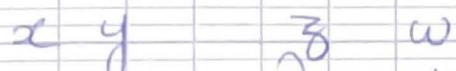
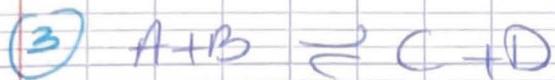
N.B Pour trouver le temps d'une réaction limitée connaissant les nb de moles à t_0 :



| | | | |
|-----|-----|---------------|---------------|
| x | y | 0 | 0 |
| ou | ou | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |



| | | | |
|-----|-----|----------|-----|
| 0 | 0 | α | y |
|-----|-----|----------|-----|



trouver K_{eq} et comparer avec K_C .

N.B. * On prend concentration d'un solide = 1
 * Si un équilibre est hétérogène (substances ont des états ≠), pour trouver K_C :

$$K_C = \frac{[]_{\text{gaz}}}{[] []}$$

N.B. Pourcentage de dissociation = 100α

Si on a 70% dissocié $\Rightarrow 70 \cdot 100\% \Rightarrow \alpha = 0,7$

Réaction d'esterification

1) caractéristiques : limitée - lente - exothermique

2) acide + alcool \rightleftharpoons ester + eau

* Si le mélange est équimolaire (c.à.d à 1 :

les réactifs ont le même nb de mol)

- si le rendement R à l' $\approx 67\% \Rightarrow$ alcool I

- si R $\approx 60\% \Rightarrow$ alcool II

- si R varie entre 1 et 6% \Rightarrow alcool III

* Si le mélange n'est pas équimolaire, le rendement à l' \neq doit être :

- réaction d'esterification : limitée, lente, attemuque
- acide sulfurique utilisé en grande quantité réagit avec l'eau

- > 67% si on a alcool I
- > 60% si on a alcool II
- > 6% si on a alcool III

Pour un mélange non équimolaire, si R = une des valeurs, on n'a pas atteint \rightleftharpoons

N.B: le catalyseur n'affecte pas le rendement \rightleftharpoons
mais \rightarrow le rendement à t glq.

$$\text{rendement} = \frac{m_{\text{réel}}}{m_{\text{théorique}}} \times 100$$

$$dans une rx limitée R = \frac{m_{\text{réal}}}{m_{\text{rx est totale}}} \times 100$$

Si on double les quantités de tous les réactifs, R n'est pas affecté car $m_{\text{réel}}$ et m_{th} doublent, le rapport reste constant car on ne peut pas appliquer le principe de Le Chatelier dans ce cas

Rappel si la substance est liquide : $m = \frac{M}{M} \cdot P \cdot \frac{m}{V}$

Si la substance est un gaz : $m = \frac{V}{V_m}$

Rq : l'acide sulfurique concentré utilisé à faible dose joue le rôle d'un catalyseur (esterification)

pH: potentiel enhydrogène

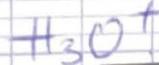
Partie 4: Acide - Base

Chap. 5: pH - acide fort, base forte - dosage

I) pH d'un solaq.

pH-métrique

- 1) Déf du pH • Une solution aqueuse, acide, basique ou neutre contient des ions hydronium (oxonium)



$$\begin{aligned}\text{pH} &= -\log [\text{H}_3\text{O}^+] \\ [\text{H}_3\text{O}^+] &= 10^{-\text{pH}}\end{aligned}$$

- Le pH varie en sens contraire à la concentration $[\text{H}_3\text{O}^+]$.

- L'intervalle de validité de la relation

$$\text{pH} = -\log [\text{H}_3\text{O}^+] \text{ est : } 10^{-14} \leq [\text{H}_3\text{O}^+] \leq 5 \cdot 10^{-2}$$

(en dehors de cet intervalle, on obtient des valeurs approchées)

2) Méthode du pH

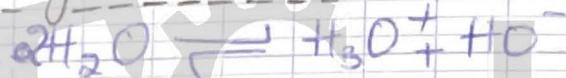
- papier pH: méthode rapide et peu précise
- pH-mètre: méthode précise
avant d'utiliser un pH-mètre on réalise un étalonnage.

3) Définition d'un acide et d'une base

Suivant Arrhenius, un acide est toute substance qui s'ionise dans l'eau pour donner des ions H_3O^+ .

Suivant Arrhenius, une base est toute substance qui s'ionise dans l'eau pour donner des ions HO^- .

4) Autoprotolyse de l'eau



La constante d' \rightleftharpoons est

$$K = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{HO}^-]}{[\text{H}_2\text{O}]^2} \rightarrow K \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]^2 = K_e \cdot [\text{H}_3\text{O}^+][\text{HO}^-]$$

K_e : produit ionique de l'eau.

dépend de la T° (\nearrow avec la T°)

$$K_e = 10^{-14} \text{ à } 25^\circ\text{C}$$

$$\text{p}K_e = -\log 10^{-14} = 14.$$

5) Valeurs du pH dans les solutions aquatiques

a) Solution neutre: $\text{pH} = \frac{1}{2} \text{p}K_e = \frac{1}{2} \cdot 14 = 7$

(à 25°C)

b) Solution acide :

$$\text{pH} < \frac{1}{2} \text{pK}_\text{e} < 7 \quad (\text{à } 25^\circ\text{C})$$

c) Solution basique :

$$\text{pH}_\text{base} > \frac{1}{2} \text{pK}_\text{e} > 7 \quad (\text{à } 25^\circ\text{C})$$

d) pH d'un acide fort et d'une base forte

a) solution d'un acide fort :

$$\text{pH} = -\log C_a \quad (C_a : \text{concentration de l'acide})$$

Un acide fort se dissocie complètement dans l'eau. ex: HCl

b) solution d'une base forte :

$$\text{pH} = 14 + \log C_b$$

Une base forte se dissocie complètement dans l'eau. ex: NaOH

D) Etude pH-métrique. PE

1) Réaction entre un acide fort et une base forte

a) Équilibre de la réaction :



Tous les autres ions présents dans la solution sont spectateurs (indifférents)

* et lorsqu'on observe un saut du pH on ajoute 0,5 mL par 0,5 mL.

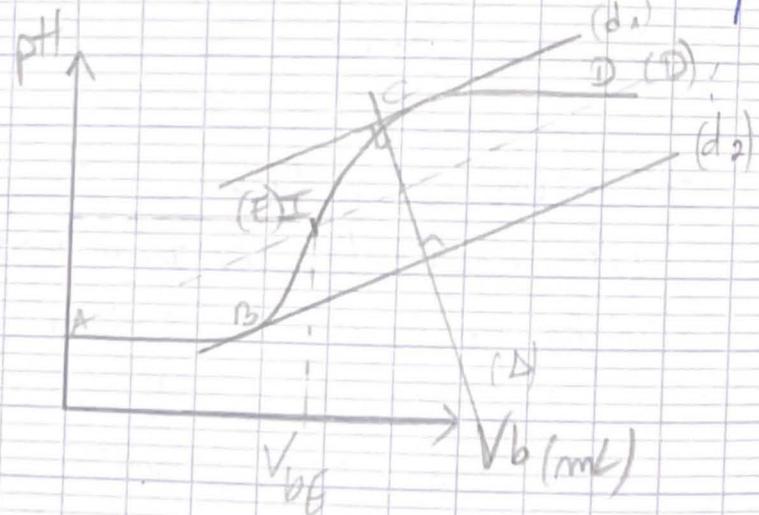
b) Caractéristiques de la réaction:

- rapide
- exothermique
- quasi totale
- univoque

2) variation du pH au cours de la réaction

procédure : exemple

- Etalonner l'^{electrode}pH-mètre. Rincer l'électrode.
- Remplir la burette avec la solution de NaOH.
- Placer V_a mL de la solution d'acide dans le becher.
- Plonger l'électrode dans la solution du becher.
- Retenir la valeur du pH.
- Ajouter 2mL de la solution basique *
- Retenir de nouveau la valeur du pH.



- * Le pt d'équivalence E ou I est déterminé par la méthode des tangentes parallèles : on trace la tangente (d_1). On mène la Δ à (d_1), on trace $(d_2) \parallel (d_1)$ et Δ . On trace (D) Δ en son milieu. (D) coupe la courbe en son pt d'inflexion (pt d'équivalence)
- * La courbe d'évolution de pH est une courbe croissante qui présente 3 parties distinctes :
 - AB : courbe presque rectiligne. Le pH varie peu.
 - BC : correspond à un saut de pH important (pH croît). La courbe change de concavité en présentant un pt d'inflexion (E ou I).
 - CD : pH varie de nouveau très lentement et forme un second palier. La courbe tend vers une asymptote horizontale.

Point d'équivalence :

Il y a équivalence lorsque la quantité n_{HO^-} ajoutée est égale à la quantité $n_{\text{H}_3\text{O}^+}$ dans le bûcher.

à l'équivalence : $n_{\text{H}_3\text{O}^+}$ (initiallement présents dans le bûcher) = n_{HO^-} (ajouté à l'équivalence)

$$\text{d'où: } C_a V_a = C_b V_b$$

de réaction
équivalente
 $\text{NaOH} + \text{HCl}$

à l'équivalence, la solution obtenue renferme des ions Na^+ , Cl^- et de l'eau. Na^+ et Cl^- sont indifférents et ne modifient pas l'autoprotolyse de l'eau.

$$\boxed{\text{pH}_e = 7 \text{ à } 25^\circ\text{C}}$$
 (réaction entre un acide fort et une base forte)

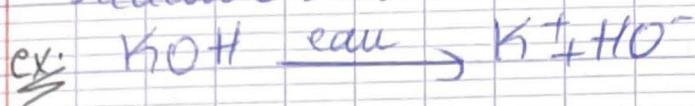
N.B.: ① Souvent, on a besoin d'ajouter un certain volume d'eau distillée à la solution du bâcher pour immerger l'électrode. Cet ajout n'affecte pas la valeur du pH à l'équivalence, ni le pH d'équivalence. Il affecte le pH initial (au début).

- ② Quand on dilue 10 fois, le pH d'un acide fort augmente d'une unité.
- ③ Quand on dilue 10 fois, le pH d'une base forte diminue d'une unité.

N.B: réaction d'un acide dans l'eau :



Réaction d'une base dans l'eau :



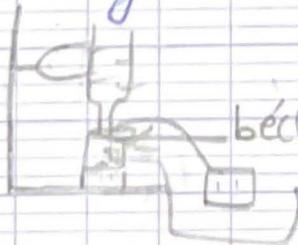
N.B: Si la question est de déterminer le PE (graphiquement) : relever V_E et pH_E .

*

volumètre de la burette

* Si la question est de justifier / vérifier $\text{pH}_E = 7$: (après avoir écrit la réaction entre acide + base) : les ions (cations et anions) sont spectateurs et H_2O est neutre donc $\text{pH}_E = 7$.

N.B: montage du dosage acido - basique



bécher et pas un peu

➔ électrode comprimée (ne doit pas toucher ni le fond du becher ni les bords).

N.B. : △
col. de dissociation d'un acide fort : $\alpha = 1$
La dilution n'a aucun effet sur α .

N.B. ① Le pourcentage massique représente la masse du soluté dans 100g de solution.
pourcentage massique = $\frac{m_{\text{soluté}}}{m_{\text{solution}}} \times 100$.

$m_{\text{soluté}}$ calculé d'après la concentration initiale
 m_{solution} calculé d'après l'ordre avec $V = 1 \text{ L}$)

$$P_{\text{solution}} = \frac{m_{\text{solution}}}{V_{\text{solution}}} ; C_m = \frac{m_{\text{soluté}}}{V_{\text{solution}}}$$

$$d = \frac{\text{Scorps}}{\text{Sear}} \Rightarrow \text{Scorps} = d \times \text{Sear} = d \times 1 \text{ kg. L}^{-1} = \text{kg.L}^{-1}$$

si $d = 1,22 \text{ kg. L}^{-1}$ signifie que 1L de solution pèse 1,22 kg.
 $* \text{Sear} = 1 \text{ kg. L}^{-1} = 1 \text{ g. cm}^3$

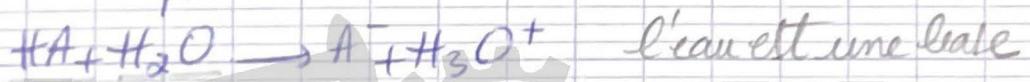
② si l'écart < 5% , la valeur expérimentale est proche de celle théorique

③ précautions à prendre en travaillant avec un acide et une base : mettre des gants et des lunettes de protection

Chap. 6: Acide faible - Base faible

I) Déf. d'un acide et d'une base selon Brønsted

- Un acide est toute espèce, molécule ou ion, capable de libérer un proton.
- Une base est toute espèce, molécule, ou ion, capable de capturer un proton.
- Rôle particulier de l'eau:



Selon Brønsted, l'eau est à la fois acide et base, on dit que l'eau est un ampholyte, elle possède des propriétés amphoterres.

II) Acide faible

Un acide faible^{HA} est toute espèce chimique qui cède un proton H^+ au cours d'une réaction limitée avec l'eau. (ne s'ionise pas totalement dans l'eau,



Pour un acide faible $[H_3O^+] < [A^-]$ et $pH > -\log K_a$

89

Pour calculer $\alpha \rightarrow$ formule
d'après K_a (tableau d'équilibre)

1- Coefficient de dissociation d'un acide faible

Le coef. de dissociation α d'un acide faible est égal au rapport de la quantité d'acide dissocié à la quantité d'acide initiale.

Le pourcentage de dissociation = 100α .

2- Effet de la dilution sur le pH

Quand on dilue 10 fois un acide faible, le pH augmente moins d'une unité.

3- Effet de la dilution sur le coef. de dissociation

La dilution favorise la dissociation d'un acide faible

Si la dilution \uparrow , $\alpha \uparrow$ et tend vers 1.

Le comportement d'un acide faible se rapproche de celui d'un acide fort.

III) Base faible

Une base faible est toute espèce chimique qui capture un proton H^+ au cours d'une réaction limitée avec l'eau: $B^- + H_2O \rightleftharpoons BH + HO^-$

Pour une base faible:

$$[HO^-] < C_b \text{ et } pH < 14 + \log C_b$$

IV) Couple acide / base

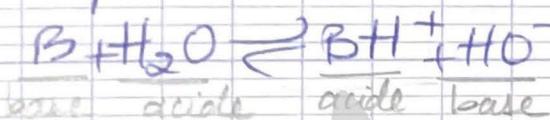
acide $\xrightarrow{\text{donne } \text{H}^+}$ base conjuguée

base $\xrightarrow{\text{accepte } \text{H}^+}$ acide conjugué

couple acide / base

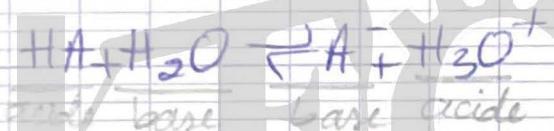
Si un acide est faible, la base conjuguée est forte.

couples de l'eau :



base acide acide base

couple $\text{H}_2\text{O} / \text{HO}^-$



acide base base acide

couple : $\text{H}_3\text{O}^+ / \text{H}_2\text{O}$

(l'eau joue un double rôle, c'est un ampholyte)

IV) Constante d'acidité K_a

1- Constante d'acidité d'un couple acide / base

couple de droite
couple de gauche

$$K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{Base}]}{[\text{Acide}]}$$

si la Rx est : $\text{HA} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{A}^- + \text{H}_3\text{O}^+$

$$\boxed{\text{p}K_a = -\log K_a} ; \boxed{K_a = 10^{-\text{p}K_a}}$$

2- Relation entre pH et $\text{p}K_a$

$$\boxed{\text{pH} = \text{p}K_a + \log \frac{[\text{B}]}{[\text{A}]}}$$

3. Domaines de prédominance

a) Si $\text{pH} = \text{pK}_a$, $[\text{A}^-] = [\text{HA}]$

L'acide et la base du couple se trouvent en concentrations égales dans la solution.

b) Si $\text{pH} > \text{pK}_a$ alors $\log \frac{[\text{A}^-]}{[\text{HA}]} > 0$ et $[\text{A}^-] > [\text{HA}]$
La base prédomine alors lorsque

$$\text{pH} > \text{pK}_a + 1$$

c) L'acide prédomine si
prédominance de l'acide

$$\text{pH} < \text{pK}_a - 1$$

prédominance de la base

4. Zone de virage d'un indicateur coloré

couleur de
 HInd

$$\text{pH} < \text{pK}_a - 1$$

l'indicateur coloré
prend la teinte acide

HInd : espèce acide

Ind^{-1} : espèce basique

Zone de
virage

$$\text{pK}_a$$

teinte stable

couleur de
 Ind^{-1}

$$\text{pH} > \text{pK}_a + 1$$

l'indicateur coloré
prend la teinte
basique

NB: réaction qui contrôle le pH est la réaction qui libère H_3O^+ ou H_2O^- .

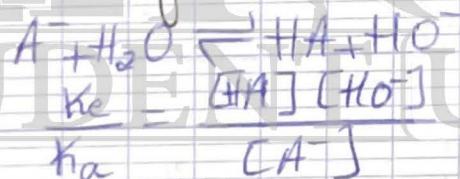
L'indicateur coloré commutable est celui dont la zone de virage est encadrée avec pH_v .

5- Forces des acides et des bases

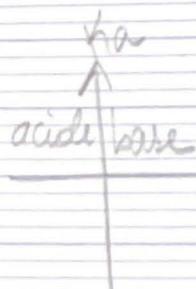
a) Acides faibles

Un acide faible est plus fort lorsque sa constante d'acidité (K_a) est plus grande et que son pK_a est plus petit.

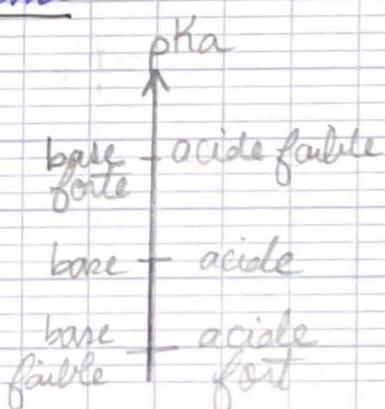
b) Bases faibles



Une base faible est plus forte lorsque K_b du couple auquel elle appartient est plus petite et pK_b est plus grand.



6- Echelle d'acidité dans l'eau



NB: Cléate faible : $pH = 14 + \log [H_3O^+]$.

2) dans un calcul où il y a K_a et si α ^(négligeable) ne pas la prendre en considération s'il y a + ou -.

NB: $pK_a: H_3O^+/H_2O = 0$

$pK_a: H_2O/H_3O^- = 14$.

7- Constante K_B d'une réaction acido-basique
les couples: HA_1/A_1^- et HA_2/A_2^-



Si la question est déterminer K_B :

$$1) K_B = \frac{[A_1^-][HA_2]}{[HA_1][A_2^-]}$$

$$2) \text{ on multiplie par } \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]}$$

$$K_B = \frac{[A_1^-][H_3O^+]}{[HA_1]} \times \frac{[HA_2]}{[A_2^-][H_3O^+]}$$

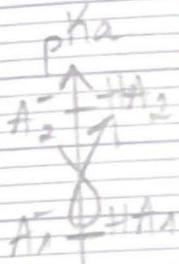
$$K_B = \frac{K_{a1}}{K_{a2}}$$

$$3) K_B = \frac{10^{-pK_{a1}}}{10^{-pK_{a2}}} = 10^{pK_{a2} - pK_{a1}}$$

Si la question calculer K_B , directement écrire 3)

NB: Un acide est faible est plus dissocié dans l'eau que dans une solution acide.

- * Une réaction acido-basique est quantitative si $K_R > 10^4$ ou $pK_{H_2} - pK_{H_A} > 4$



- * une réaction quantitative obéit à la rule of 8.
 $K_R = 10^{pK_A \text{ grand}} - 10^{pK_A \text{ petit}} > 10^4$
ou $K_R = pK_A \text{ grand} - pK_A \text{ petit} > 4$.
après avoir calculé K_R et si $K_R > 10^4$, réécrire la réaction mais avec un seul ion.

ULTRA STUDENT UNION

- * une réaction qui obéit à la règle anti 8 est limitée
 $K_R = 10^{pK_A \text{ petit}} - 10^{pK_A \text{ grand}} < 10^{-4}$

* Réaction prépondérante : réaction la plus avancée.

(2) K_R la plus grande - contrôle le pH du milieu -

(4) les ions majoritaires donnés dans l'hypothèse,

(5) se produit l'acide le + fort et à la base la + forte .

- * Déterminer si une réaction acido-basique est quasi-totale ou limitée : établir le diagramme de pK_A .

Mettre les couples de l'eau. Encadrer les espèces introduites y compris H_2O . La fixe le produit entre les espèces encadrées.

Chap. 7 : Acide faible, base forte

I) Réaction entre acide faible et base forte (dans l'eau)



NB : L'acide (ou la base) faible ne s'écrit pas sous forme ionique.

relation entre K_B , K_A et K_e :

$$K_B = \frac{[A^-][H_2O]}{[HA][HO^-]} \times \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]} = K_e \quad \begin{array}{l} \text{Condition} \\ \text{limite de} \\ \text{réac (2)} \end{array}$$

$$K_B = 10^{pK_a - pK_e}$$

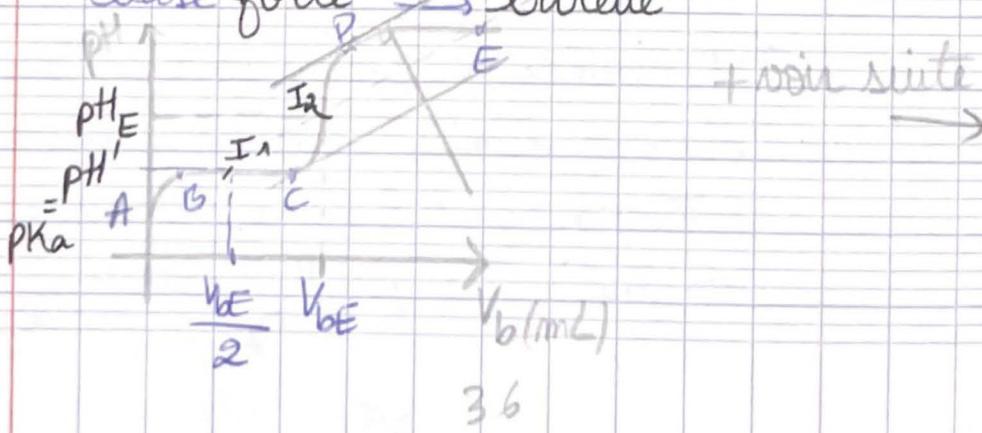
II) Etude pH-métrique de la réaction

a) Variation du pH d'une solution acide en fonction de V_b

- Même procédure du dosage de fort-fort.

- acide faible \rightarrow bêcher

base forte \rightarrow burette



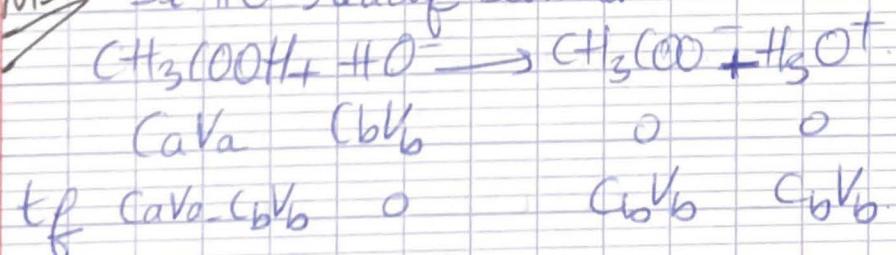
- D'après la méthode des tangentes parallèles on cherche le pt d'inflexion I_2 , on trouve $\text{pH}_E > 7$
 - A la demi-équivalence, c'est le 1^{er} pt d'inflexion I_1 , qui correspond à $\frac{V_B}{V_A + V_B}$. Il y a consommation de la moitié de l'acide.
- $$\text{pH}' = \text{pK}_a \frac{V_A}{V_A + V_B}$$

* justifier que la solution est basique :

Au PE, les réactifs sont totalement consommés.

La solution renferme de l'eau, les ions A^- (base) et des ions spectateurs (qui n'ont aucun caractère acido-basique), d'où le $\text{pH} > 7$.

NB : ① Si HO^- réactif limitant :



Si la qstn est de calculer V_a :

$$\text{pH} = \text{pK}_a + \log \frac{[\text{B}]}{[\text{A}]} = - - -$$

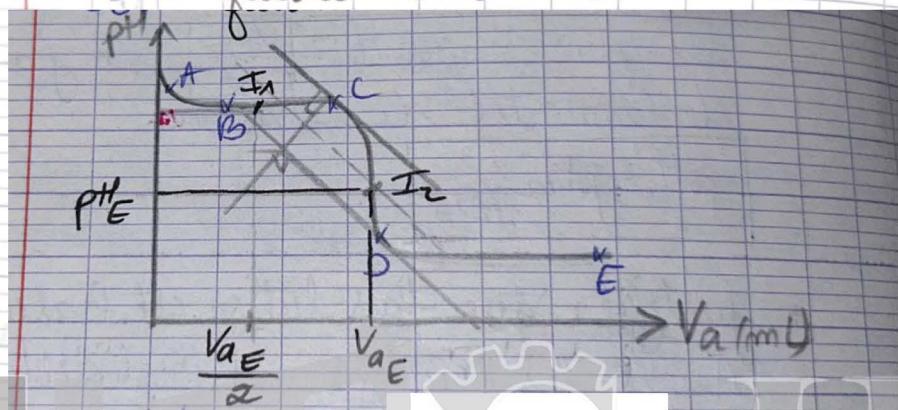
$$② \text{pH}_{100} = 14 + \log C_b$$

NB: Q: Pourquoi on travaille avec une solution diluée?

- ① mesures de facilité
- ② ne pas gaspiller les produits chimiques
- ③ réduire le nb d'erreurs.

b) variation du pH d'une base faible en fonction de V_a (fort)

- acide fort \rightarrow burette
- base faible \rightarrow bêcher



- à l'équivalence: $pH_E < 7$
- à la demi-equivalence: $pH = pK_a$
- $pH_{eq} = -\log Ca$

(base forte,
acide faible)

Courbe \downarrow , formée de 4 parties:

- La partie AB: le pH \rightarrow relativement d'une façon rapide
- La partie BC: le pH varie lentement en formant un palier. La courbe possède un pt d'inflexion.
- La partie CD: le pH \rightarrow rapidement. La courbe représente un haut lorsque de pH et un 2^e pt d'inflexion.
- La partie DE: le pH varie de nouveau lentement et forme un 2^e palier. La courbe tend vers une as. H.

Partie 5: Chimie Organique II

Chapitre 8: Groupes Fonctionnels

1) Fonctions organiques oxygénées et azotées

| Famille de composés | Formule Générale | Groupe Fonctionnel |
|----------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| Alcools | $R-OH$ $C_nH_{2n+1}O$ | $-OH$ hydroxyle |
| Ethers | $R-O-R'$ $C_nH_{2n}O$ | $-O-$ |
| Aldéhydes | $(H)R-C(=O)H$ $C_nH_{2n}O$ | $C=O$ carbonyle |
| Cétones | $R-C(=O)R'$ $C_nH_{2n}O$ | carbonyle $-C=O$ |
| Acides carboxyliques | $(H)R-C(=O)OH$ | carbonyle $-C(=O)OH$ |
| chlorures d'acyle | $(H)R-C(=O)Cl$ | chlorure d'acyle $C(=O)-Cl$ |

| Famille de composés | Formule Générale | Groupe fonctionnel |
|------------------------------|---|---------------------------|
| Acides anhydrides d'acide | $(H)R - C^{\prime\prime}O$ $(H)R' - C^{\prime\prime}_H$ | $-C^{\prime\prime}O-C-$ |
| Esters | $(H)R - C^{\prime\prime}O$ $\quad \quad \quad $ $\quad \quad \quad O-R'$ | $C^{\prime\prime}O$ |
| Amines | $R' - N - R$ B'' | $-N-$ |
| Amides | $(H)R - C^{\prime\prime}O - N - H(A'')$ | $C^{\prime\prime}O - N -$ |

2) Isomères

a) isomère de ramifications (chaîne, squelette)

b) isomère de position: changement de la position du groupe fonctionnel sur leur chaîne carbonée

c) isomère de fonction: on change le groupe fonctionnel

* $C_2H_4O_3$ formule moléculaire (brute)

Donc des proportions définies :

$$\frac{12x}{\% C} = \frac{y}{\% H} = \frac{16z}{\% O} = \frac{M}{100}$$

$$\text{ou } \frac{12x}{m_C} = \frac{y}{m_H} = \frac{16z}{m_O} = \frac{M}{m_{S.O.}}$$

$$m_C = \frac{3}{11} m_{CO_2}$$

$$\% C = \frac{m_C \cdot 100}{m_{S.O.}}$$

$$m_H = \frac{1}{9} m_{H_2O}$$

$$\% H = \frac{m_H \cdot 100}{m_{S.O.}}$$

$$m_O = 100 - (m_C + m_H + \dots)$$

$$\% O = 100 - (\% C + \% H + \dots)$$

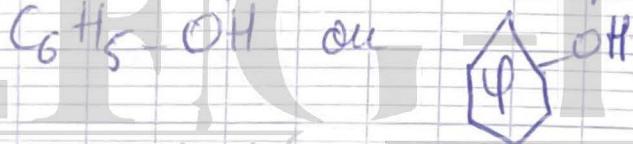
NB: ① $\text{C}_x\text{H}_y\text{O}_z : \frac{x}{\% \text{ atomique}} = \frac{y}{\% \text{ at H}} = \frac{z}{\% \text{ at O}} = \frac{x+y+z}{100}$

② $C_{\text{molaire}} = C_{\text{molligue}} \times M$

Chapitre 9: Fonction Alcool

I) Définition et Formule Générale

- Alcools: composés organiques qui dérivent des HC par remplacement d'un ou plusieurs H par le groupe fonctionnel (-OH).
- $R-OH$ ou $C_nH_{2n+1}OH$ ou $C_nH_{2n+2}O$
- Si le groupement (-OH) remplace un (-H) du benzene (C_6H_6) on aura le **phénol**:



II) Nomenclature (VICPA)

- On numérote les atomes de carbone de manière que le carbone fonctionnel ait l'indice le + petit.
- chaîne ramifiée:
 - choisir la chaîne carbonée la + longue renfermant -OH
 - numérotier dans le sens qui donne au carbone fonctionnel l'indice le + petit.

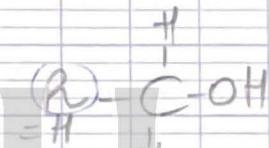
③ Nommer l'alcool en précisant l'indice et le nom de la ramifications suivis du nom de la chaîne principale.

NB S'il y a +ieurs substituants / ramifications, ces derniers seront cités par ordre alphabétique

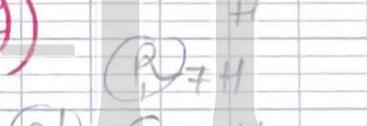
III) Classe d'alcool et Isomérie

① Il existe 3 classes d'alcool :

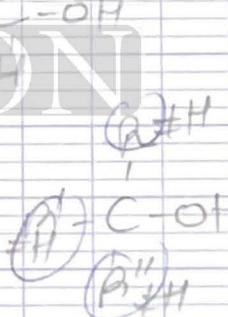
a) alcool primaire (ou ol(I))



b) alcool secondaire (ou ol(II))



c) alcool tertiaire (ou ol(III))



② Isomérie : isomères de position
isomères de ramifications

IV) Propriétés physiques de l'alcool

- les alcools sont liquides et solides à f° ambrante.

- Le groupement (OH) rend les composés + solubles dans l'eau.
- (OH) peut participer à des liaisons par pont d'hydrogène. $R-OH \cdots O-R$
- Les molécules d'éther ne se tiennent pas entre elles par des liaisons d'hydrogène. $H-\overset{H}{\underset{\overset{O}{|}}{O}}-R$

II) Propriétés chimiques des alcools

Dans un alcool on a:

- deux liaisons polaires $\delta^+ - \delta^-$ $C-O$ et $\delta^- - \delta^+$ $O-H$
- deux doublets libres sur O . $O-\ddot{O}-H$

Les réactions des alcools résultent de 2 types de rupture :

- Rupture de la liaison $O-H$, d'où la mobilité de H .
- Rupture de $C-OH$, d'où la mobilité de OH .

VI) Propriétés chimiques communes aux 3 classes

Esterification

acide + alcool $\xrightarrow{\text{cat}}$ ester + eau



caractéristiques de cette réaction :

lente, lente, exothermique

rendement de la réaction

classe de l'alcool

proportion moléculaire de l'ester

- primaire

$\sim 67\%$

- secondaire

$\sim 60\%$

- tertiaire

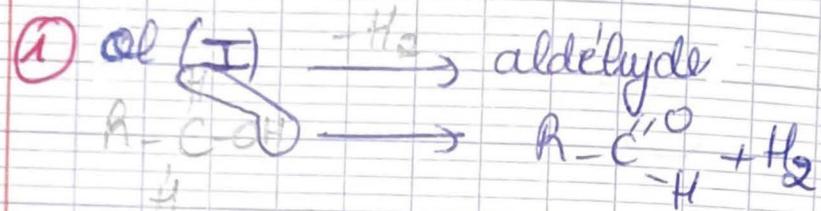
$\sim 5\%$

$$R = \frac{\text{mole obtenue} - \text{mole théorique}}{\text{mole théorique si la réact. est totale}} \times 100$$

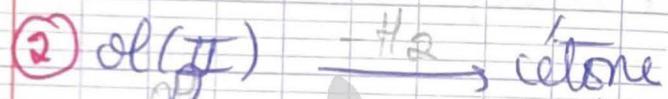
VII) Propriétés chimiques distinctives entre les 3 classes

1. Déshydrogénération catalytique des alcools

La deshydrogénéation consiste à enlever un H du groupe fonctionnel.



(on enlève le 2H du 1^{er} carbone)

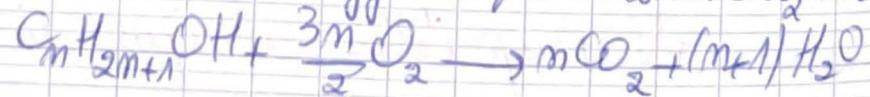


③ ol(III) ne peuvent pas se deshydrogénier.

2) Oxydation ménagée des alcools

a) oxydation totale avec destruction de la chaîne carbonée (combustion d'un alcool)

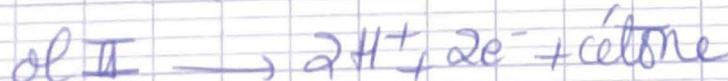
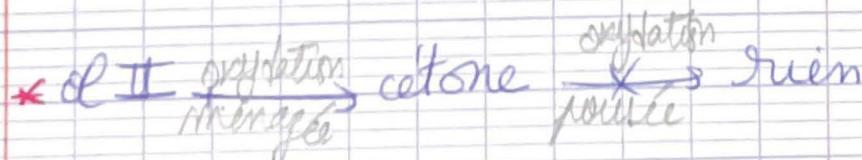
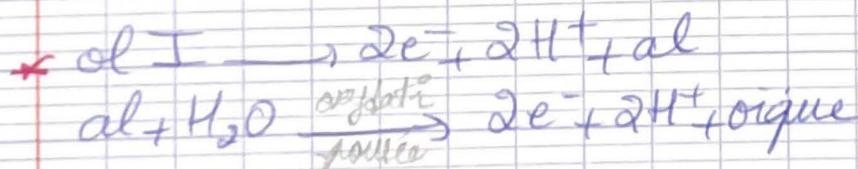
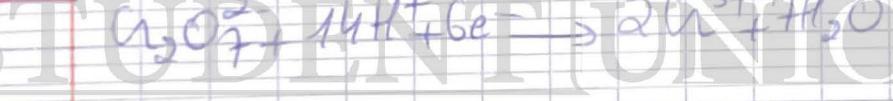
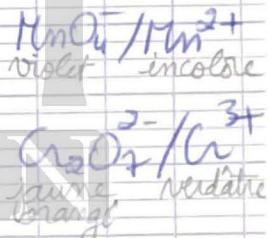
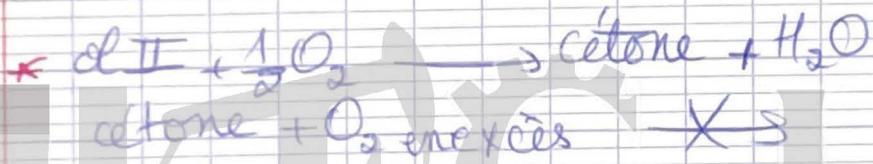
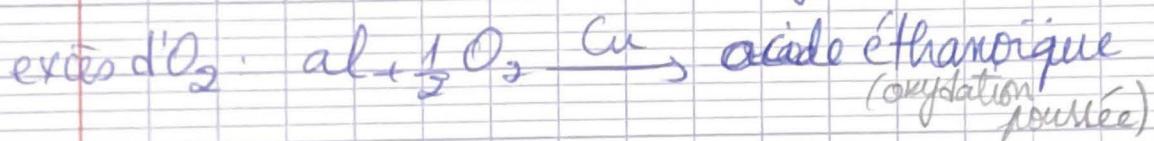
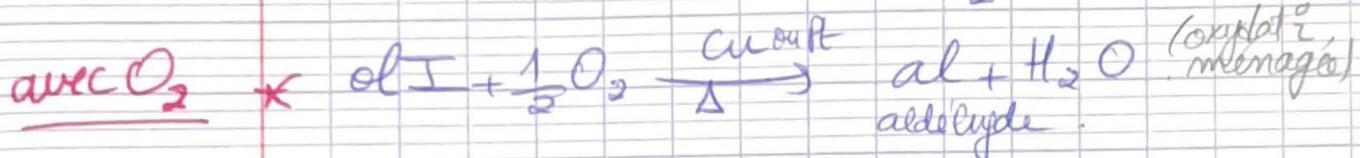
Les alcools brûlent complètement en présence d'un excès de dioxygène pour donner CO₂ et H₂O



Le tournisal (indication coloré) rougit en milieu acide.

b) oxydation ménagée (douce) sans destruction de chaîne carbonée

(en présence d'un oxydant : MnO_4^- ou $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$)
ou de O_2 de l'air



* ol III ne peuvent pas être oxydés car le carbone fonctionnel ne possède pas un atome H.

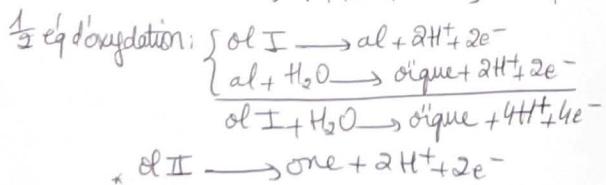
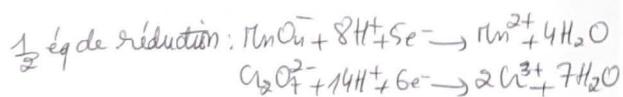
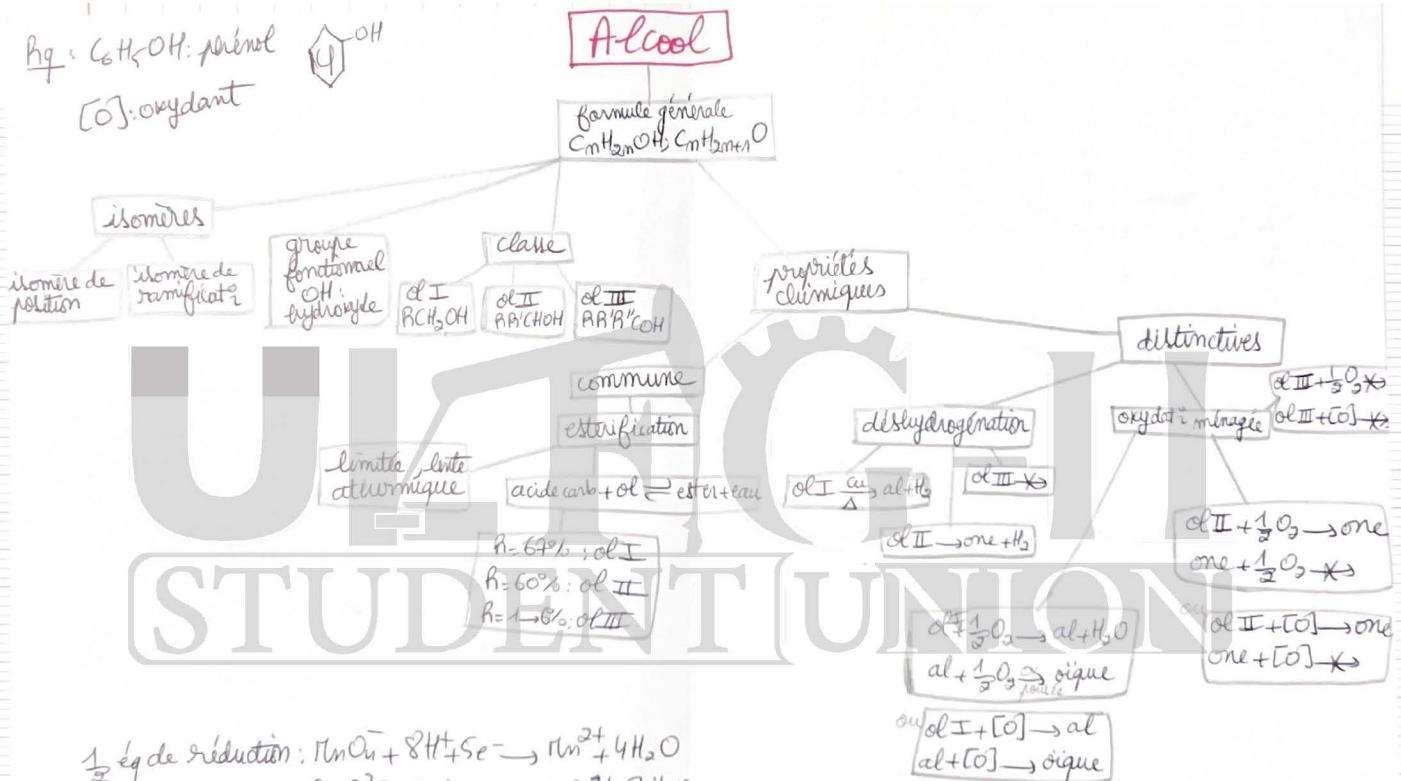
Ph-OH : phénol



[O] oxydant

Alcool

formule générale
 $\text{C}_m\text{H}_{2m+1}\text{OH}$



Chapitre 10: Aldéhyde - Cétone

I) Définition et Formule générale

formule générale : $C_nH_{2n}O$

groupe fonctionnel : carbonyl $-C=O$

- **aldéhyde** : $R-C=O-H$ (R peut être H)

Le groupement carbonyle est tjs à l'extrême de la chaîne.

- **cétone** : $R-C(=O)-R'$ (ou $R-C(=O)-R'$)

Le groupement carbonyle est tjs à l'intérieur de la chaîne.

II) Nomenclature et isomérie

- **aldéhyde** : alcan~~e~~-al

ex: m=1; CH_2O : méthanal $H-C=O-H$

m=2; C_2H_4O : éthanal $H-C(=O)-H$

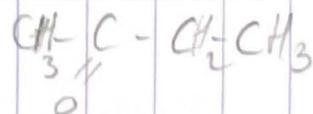
$\text{C}_6H_5-C=O$: benzaldéhyde

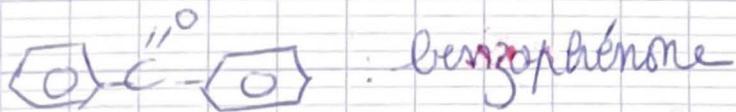
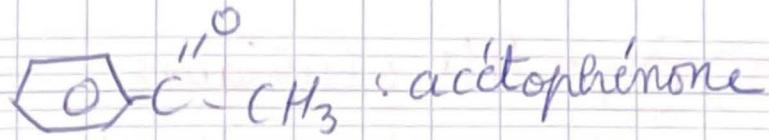
ou C_6H_5-CHO .

- **cétone** : alcan~~e~~-one ; à partir de m=3

ex: m=3 : C_3H_6O : propanone $CH_3-C(=O)-CH_3$

m=4 : C_4H_8O : butanone





III) Isoméries

- aldéhyde : isomérie de squelette
- cétone : isomérie de squelette et de position

(ramification)

IV) Propriétés Physiques (lire)

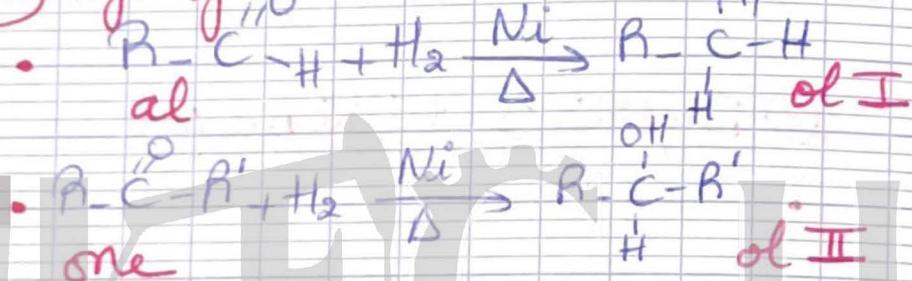
- les aldehydes et les ketones sont légèrement attirées les unes aux autres. C'est pour cela elles possèdent des pts d'ébullition > alcanes mais < oxygénés ayant la même masse moléaire.
- aldehydes liquides jusqu'à C_{11} sauf méthanal
- les composés carbonylés dissolvent la plupart des corps organiques.
- les ont une odeur particulière. Certains sont remarquables par leur odeur et sont utilisés en parfumerie.

D) Propriétés Chimiques

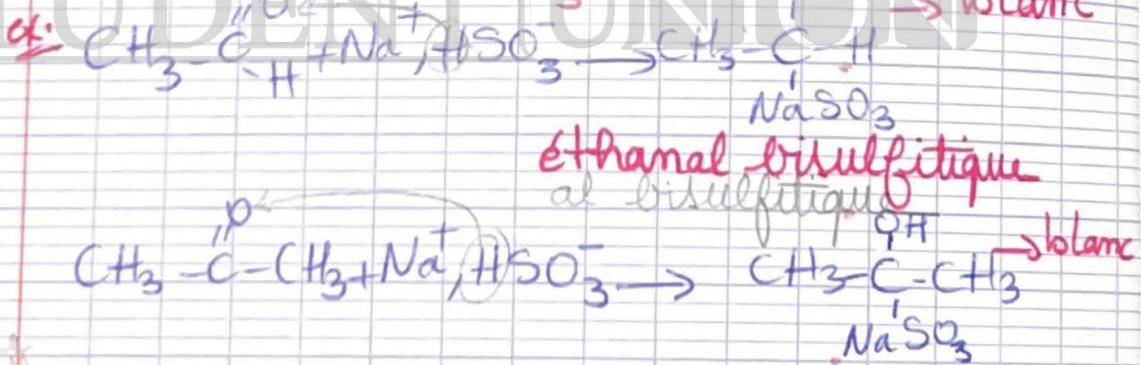
L'existence d'une double liaison entre C et O permettant des réactions d'addition
la présence de 2 doublets libres sur O permettant la réactivité des aldehydes.

i) Propriétés Communes

a) Hydrogénéation (addition avec H₂)



b) Réacti° d'addition avec l'hydrogénosulfite de sodium NaHSO₃



c) Test à la DNPH (2,4-dinitrophenylhydrazine)

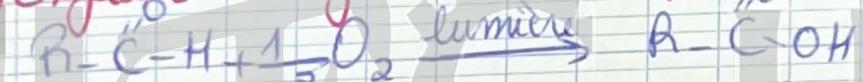
groupe carbonyle + DNPH → précipité jaune orange (test +)

Précède le test
de Tollens,
Schiff

2) Propriétés Distinctives

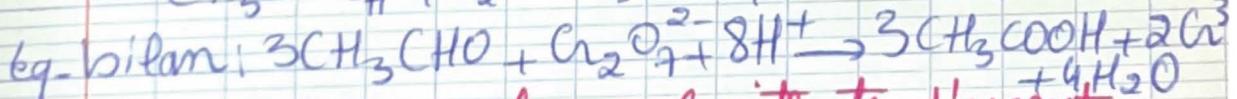
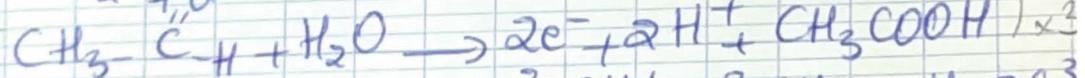
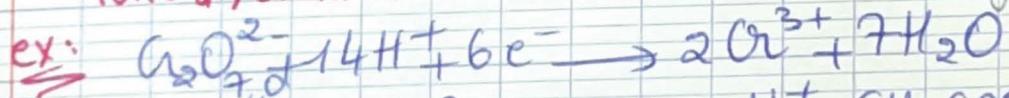
- $R-\overset{\text{O}}{\underset{\text{al}}{\text{C}-\text{H}}} + \text{oxydant} \rightarrow R-\overset{\text{O}}{\underset{\text{oxyde}}{\text{C}-\text{OH}}}$
- $R-\overset{\text{O}}{\underset{\text{one}}{\text{C}-\text{R}'}} + \text{oxydant} \xrightarrow{\text{pas de réaction}}$
(R' n'est pas un réducteur)
- * les oxydants qui peuvent réagir avec les al : O_2 de l'air; KmnO_4 ; $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$; liquide de Fehling et le nitrate d'argent ammoniacal.

a) oxydation ménagée d'un al par O_2 de l'air



C'est pourquoi il faut conserver l'al dans des flacons bruns bien bouchés.

b) oxydation ménagée d'un al par les ox ($\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$; KMnO_4) en milieu acide (c'est une réaction)



c) oxydation de al par le nitrate d'argent ammoniacal (réactif de Tollen)

al + réactif de Tollen \rightarrow dépôt noir Ag

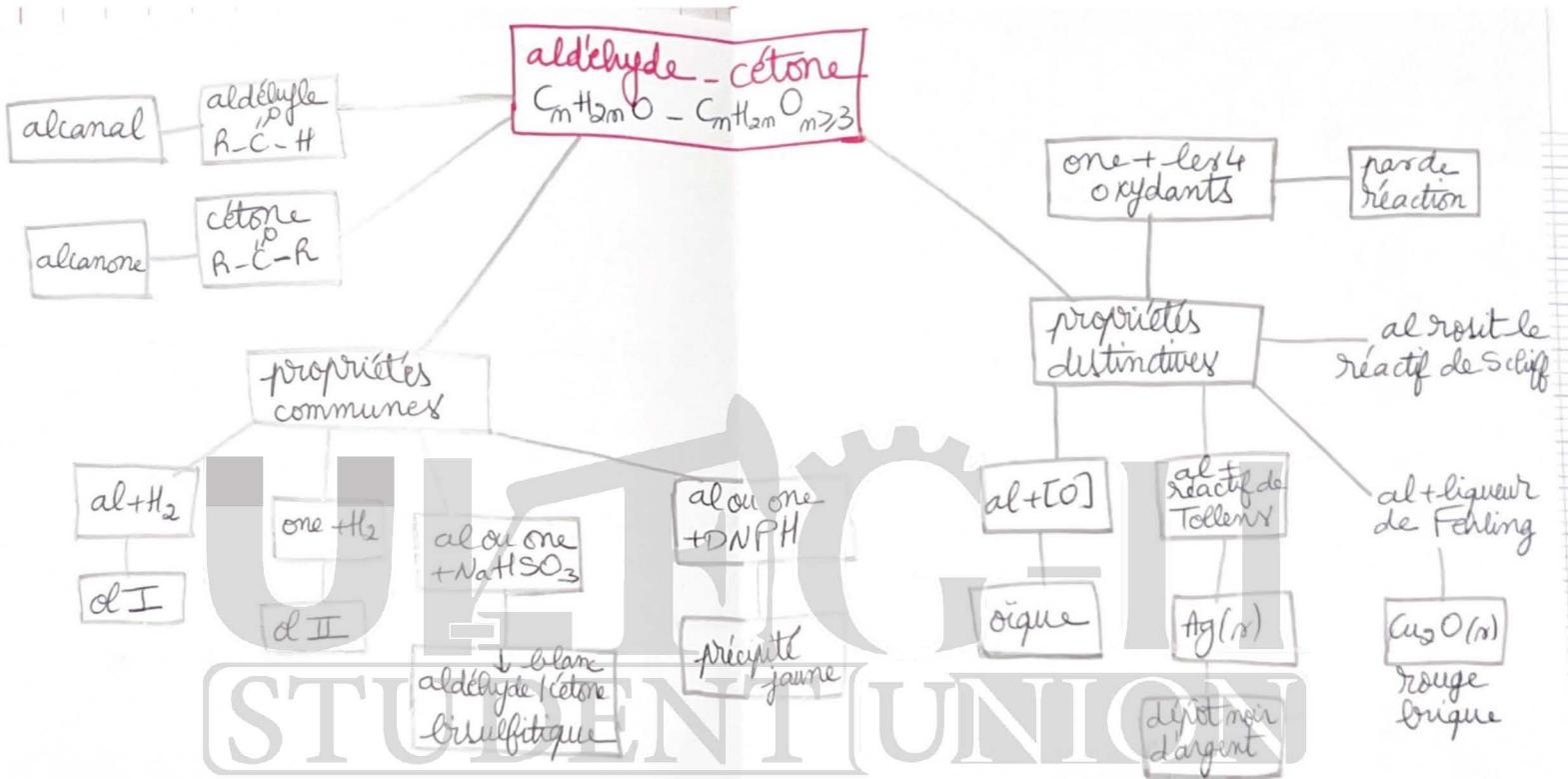
nitrate d'argent ammoniacal : $\text{Ag}(\text{NH}_3)_2^+$

d) oxydation de al par la liqueur de Fehling

liqueur de Fehling + al \rightarrow précipité rouge

(bleue) rouge

e) Test de Schiff : al coloré en rose le résultat de Schiff



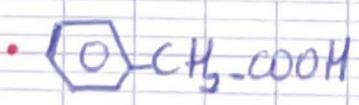
Chapitre 11: Acides Carboxyliques

I) Définition et Formule Générale

- formule générale: $C_nH_{2n}O_2$ $R-COOH$
- groupe fonctionnel: carboxyle $-COOH$
 $-CO_2H$

R peut être un radical alkyle C_nH_{2n+1} ;
aryle C_6H_5 ou H.

II) Nomenclature des acides carboxyliques

- acide
alcanoïque
- acides carb. non ramifiés: mot "acide"
suivi par le nom de l'HC correspondant
en remplaçant la terminaison "éne" ou "ique"
nom systématique - usuel
 - $H-C(OH)-CO_2H$ acide méthanoïque - acide formique
 - $CH_3-C(OH)-CO_2H$ acide éthanique - acide acétique
 -  $(C_6H_5-CO_2H)$ acide phénylméthanoïque - acide benzoïque
 -  acide 2- phénylethanoïque - acide benzylique

III) Isomérie

isomères de chaîne (car le groupement -COOH est tjs à l'extrême de la chaîne)

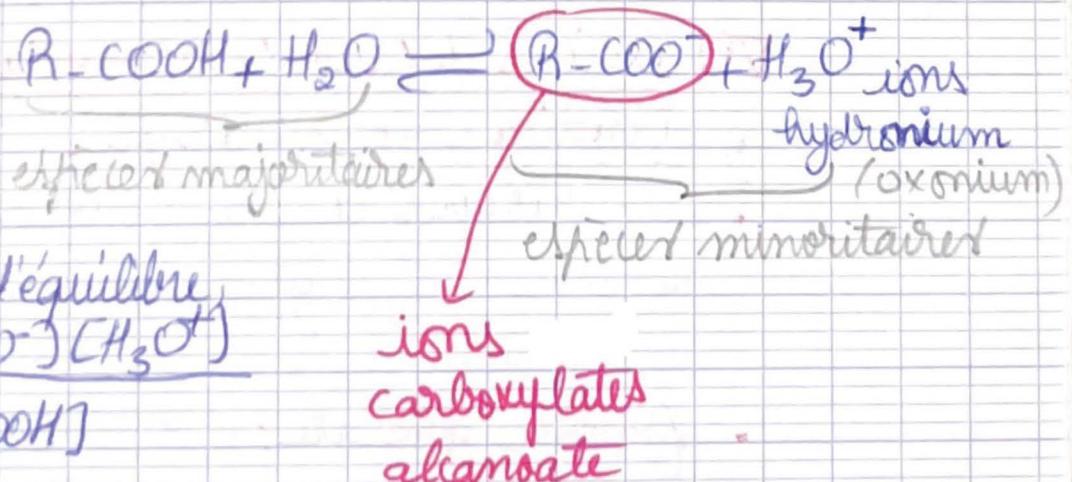
IV) Propriétés Physiques

- Les acides carboxyliques C₁ → C₄ sont liquides et très solubles dans l'eau.
- Les acides plus lourds (C₁₇H₃₅COOH) sont solides et insolubles dans l'eau.

IV) Propriétés Chimiques

a) Réaction avec l'eau

Les acides carb. solubles dans l'eau sont des acides faibles. Ils réagissent dans l'eau d'une façon limitée.



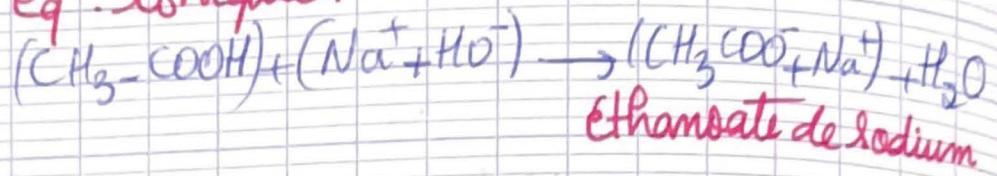
constante d'équilibre,

$$K_a = \frac{[R\text{COO}^-][H_3O^+]}{[R\text{COOH}]}$$

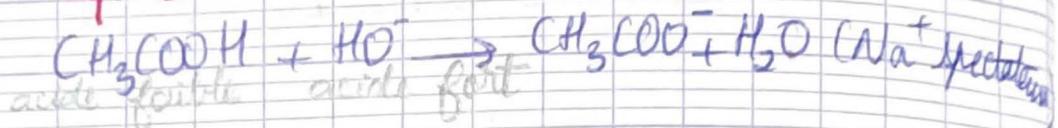
b) Réaction avec une base forte

exemple

réq. ionique:

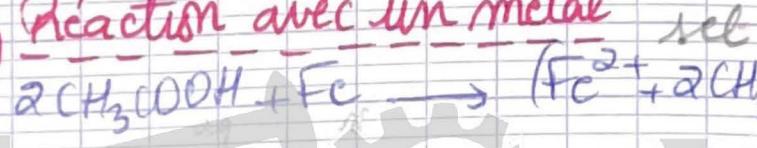


réq. bি. lam:

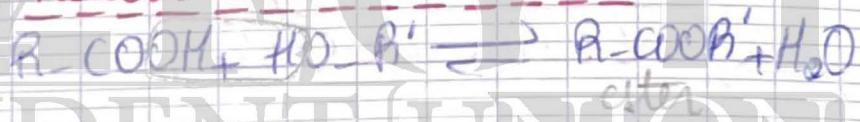


c) Réaction avec un métal

exemple



d) Réaction avec un alcool



NB: des acides carboxyliques seulement
colorent les indicateurs colorés.

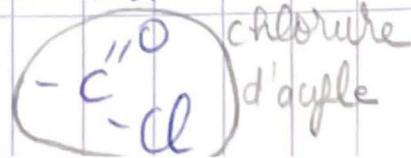
VI Dérivés des acides carboxyliques

1) Fonction chlorure d'acyle

- les chlorures d'acyle résultent du remplacement du groupement OH par un atome Cl

- formule générale: C_nH_{2n+1}COCl

- groupe fonctionnel:



a) Nomenclature: chlorure d'acanoyle

ex: $\text{H}-\overset{\text{O}}{\underset{\text{C}}{\text{C}}}^{\text{O}}-\text{Cl}$: chlorure de méthanoyle.

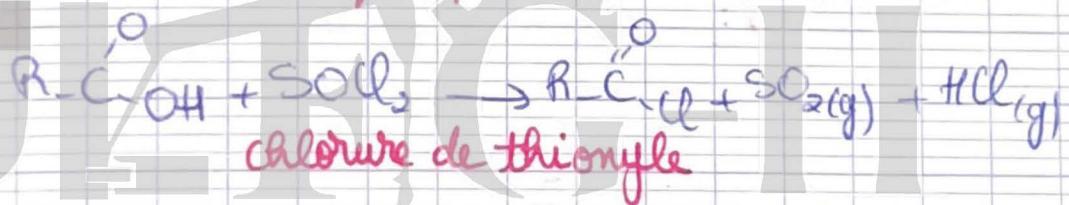
* $\text{C}_6\text{H}_5-\overset{\text{O}}{\underset{\text{C}}{\text{C}}}^{\text{O}}-\text{Cl}$: chlorure de benzoyle.

b) Préparation à partir des acides carboxyliques:

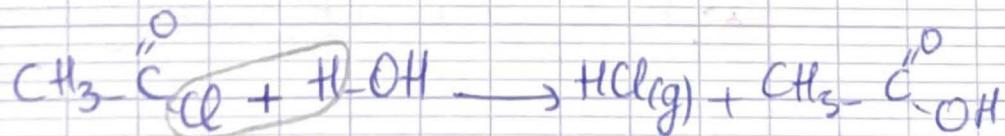
①



②



c) Réaction d'hydrolyse du chlorure d'éthanoyle



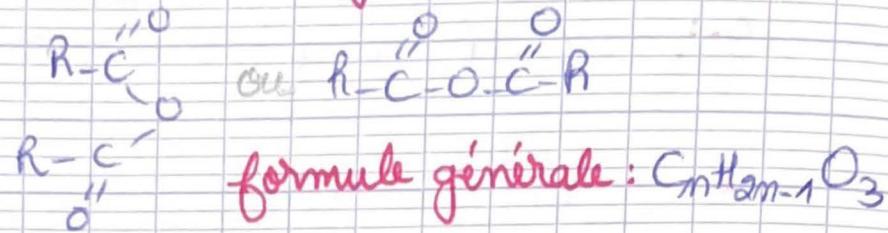
caractéristiques de la réaction:

- rapide
- totale
- exothermique

NB: réaction avec chlorure d'acyle se fait dans un milieu non aqueux pour éviter la transformation en acide.

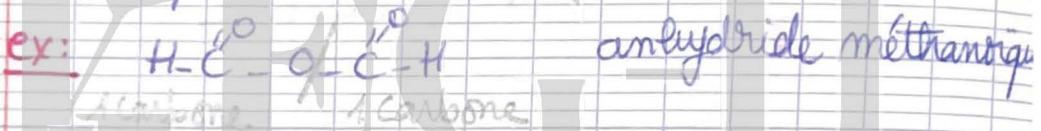
NB: 3 atomes O dans un composé \rightarrow anhydride d'acide
2 atomes O \rightarrow ester
 \rightarrow acide carboxylique

2) Fonction anhydride d'acide

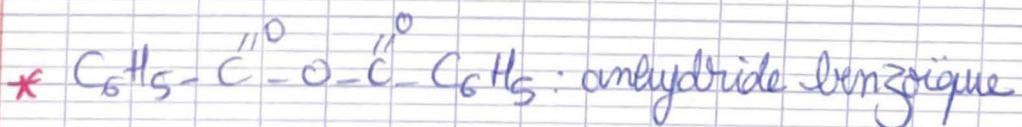
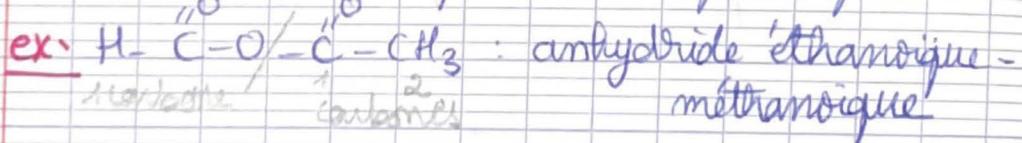


a) Nomenclature : anhydride alcanoïque

- Si les radicaux sont identiques, on ne dit pas "di".

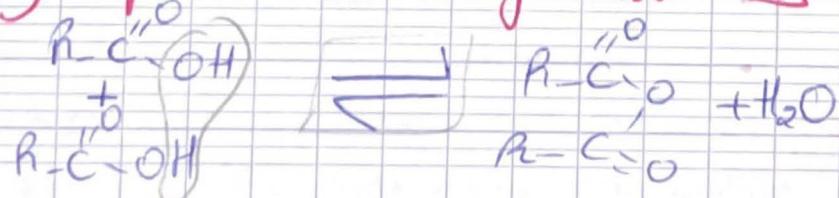


- Si les radicaux sont 2, l'anhydride est mixte, on nomme par ordre alphabétique.



b) Préparation des anhydrides Δ

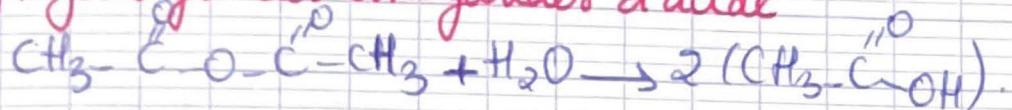
sans catalyseur



avec catalyseur

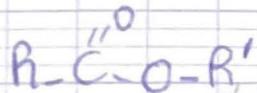


c) Hydrolyse des anhydrides d'acide



3) Fonction ester

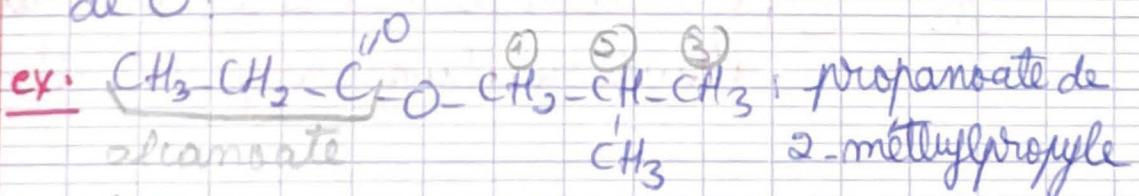
- formule générale : $\text{C}_x\text{H}_{2x}\text{O}_2$



- a) Nomenclature: alcanoate d'alkyle



- Si l'alkyle est ramifié, numérotier à partir de O:



- $\text{C}_6\text{H}_5-\overset{\text{O}}{\underset{\text{||}}{\text{C}}}-\text{O}-\boxed{\text{CH}_3}$: benzoate de méthyle.

b) Préparation des esters à partir d'un ac. carb.

L'ester est préparé à partir d'un ac. carb et d'un alcool.



- caractéristiques de la réaction :

- athermique

- limitée

- lente (c'est pourquoi on chauffe en présence du catalyseur H_2SO_4)

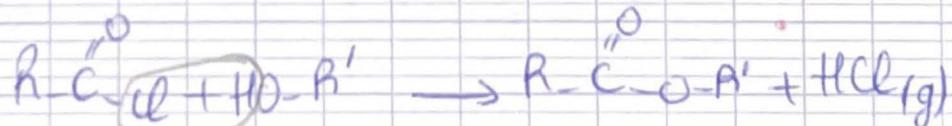
NB: H_2SO_4 utilisé en faible q'té \rightarrow catalyseur

H_2SO_4 utilisé en grande q'té \rightarrow réagit avec l'eau

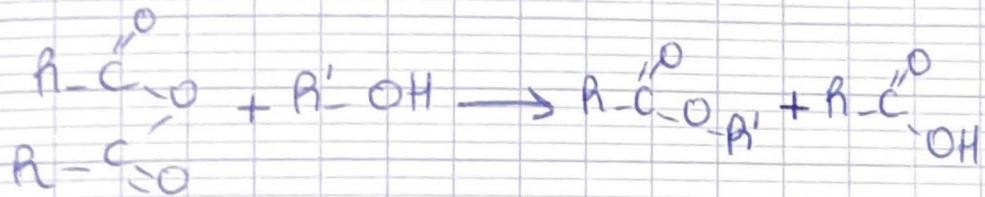


c) Préparation des esters à partir du chlorure d'acyle ou d'un anhydride d'acide.

* chlorure d'acyle + alcool \rightarrow ester + HCl



* anhydride d'acide + alcool $\xrightarrow{\text{ester}}$ ester + acide carb.

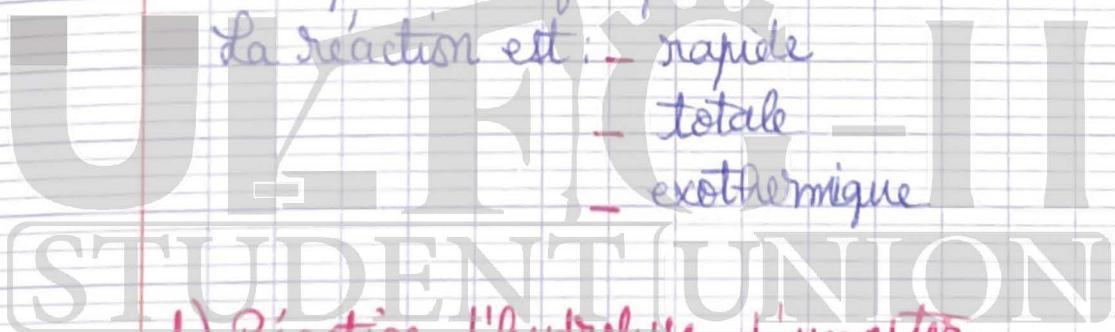


Pourquoi utiliser un dérivé à la place de l'acide carboxylique ?

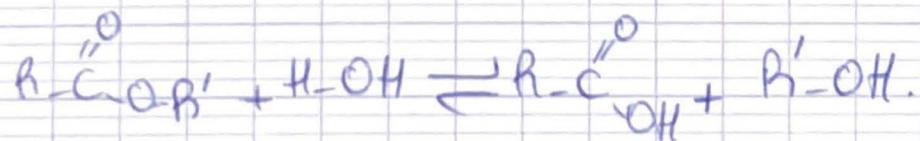
Les chlorures d'acyl et les anhydrides d'acide sont plus réactifs que l'acide carb. lui-même.

La réaction est :

- rapide
- totale
- exothermique



d) Réaction d'hydrolyse d'un ester



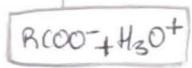
NB: $V_{\text{air}} = 5 \cdot V_{\text{O}_2}$

Acide Carboxylique

formule générale
 $C_nH_{2n}O_2$; $R-C(=O)OH$

acide alcanoïque

+H₂O



sel + H₂O

+R-OH

ester + eau

réaction
limitee,
lente
athermique

chlorure d'alcanoyle
 $R-C(=O)Cl$

+H₂O

acide + HCl

dérivés
 $R-C(=O)Z$

$R-C(=O)OR'$

ester

$C_nH_{2n}O_2$

anhydride d'acide
 $C_nH_{2n-1}O_3$

$R-C(=O)OR'$
alcanoate d'alkyl

$R-C(=O)Cl$

$R-C(=O)O-C(=O)R$

$C_nH_{2n+1}COCl$

+H₂O

acide + HCl

RAPPEL S2S II

(Organique)

S₂S:

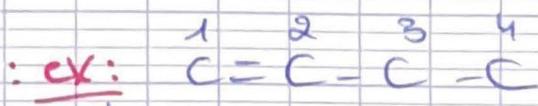
■ Alcène

1. formule générale: C_nH_{2n}

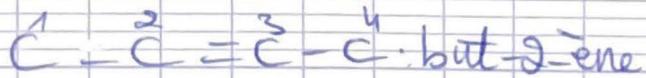
monosaturation
C=C

2. Isomérie:

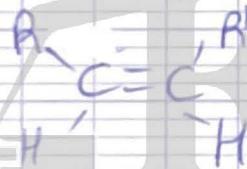
a) de position



but-1-ène



b) géométrique (stéréoisomérie): (n ≥ 2)



éthénomère (cis ou t)



éthénomère trans ou E

c) ramification

3. Propriétés chimiques

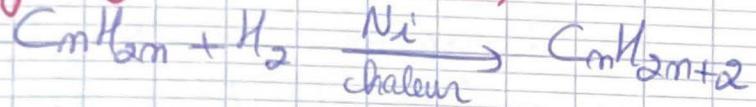
a) combustion complète (O₂ en excès)



b) réactions d'addition

but des Rx d'addition : transformer les alcènes insaturés en composés saturés (anex)

I- hydrogenation (+H₂)



II- addition d'un halogène : Cl₂, I₂, Br₂, F₂.

avec Cl₂: $C_nH_{2n} + Cl_2 \rightarrow C_nH_{2n}Cl_2$ (alcane disubstitué)

dichlorure d'alcane (alcane dihaloïde)

avec Br₂: Br₂ est un liquide rouge-brun. L'alcène réagit avec Br₂ dont la couleur disparaît.

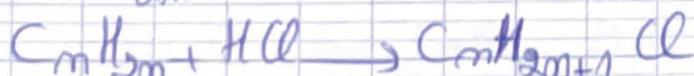
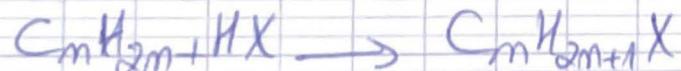
Rx utilisée pour distinguer entre un alcène et un HC quelconque



dibromure d'alcane

III- addition de HX : HF; HCl; HBr; H₂S

avec HCl:



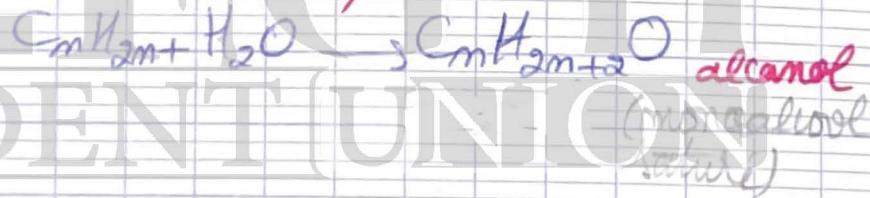
chlorure d'alkyl

~~Regle de Markovnikov~~

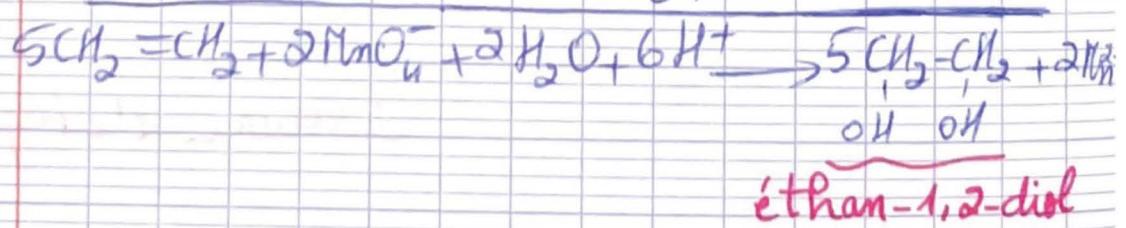
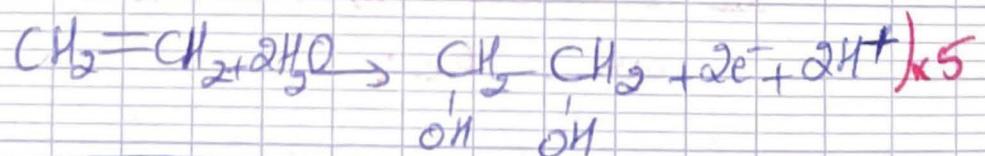
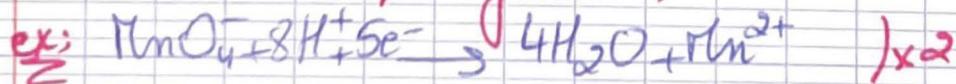
Pendant l'addition d'une molécule H_2X sur une double liaison, l'atome H s'additionne sur l'atome C le + hydrogéné de la double liaison pour donner le complexe majoritaire le + stable. On obtient un 2^e complexe minoritaire.

Si cela est un véhicule que il ya formation d'un produit secondaire, le majoritaire)

III- Hydratation (+ H_2O)

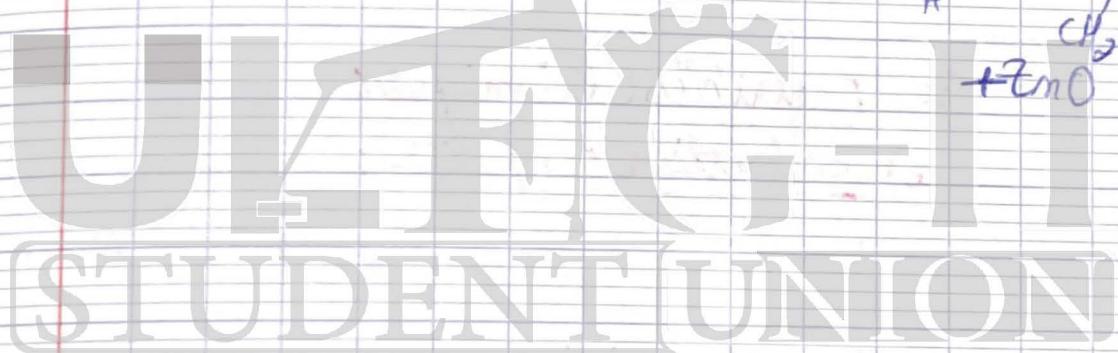
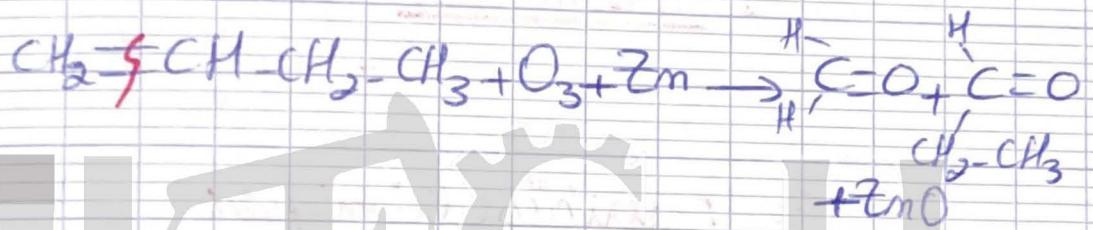


II- avec $KMnO_4$ (oxydation)



NB: La décoloration d'une solution rouille de KMnO_4 peut être utilisée comme test d'identification des alcènes.

VI - oxydation avec O_3 (ozonolyse)



■ Alcyne

1- def:

- HC aliphatique insaturé de formule générale C_mH_{2m-2} avec $m \geq 2$.

2- Isomérie:
- position
- ramifications

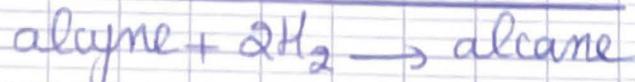
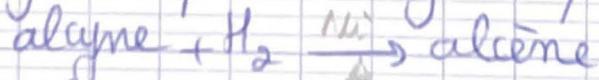
3- Propriétés chimiques

a) combustion complète:



b) Rx d'addition avec: H_2 , Cl_2 , HCl , H_2O :

Comme les alcènes, on a un alcyne symétrique et asymétrique.

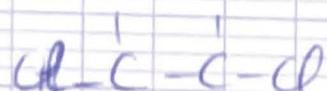
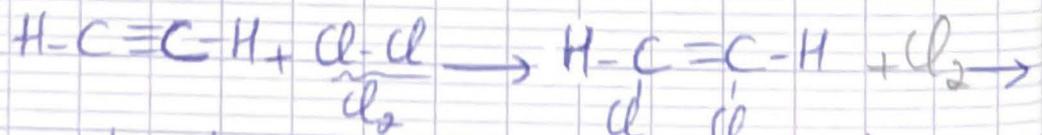


avec H_2 :

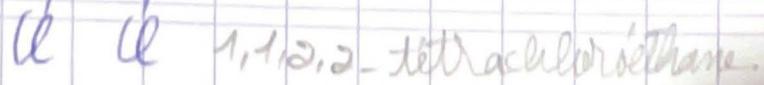
(Hydrogéné)

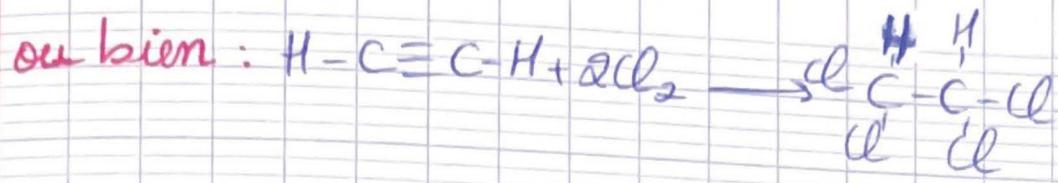
avec Cl_2 :

(chloration) ex:

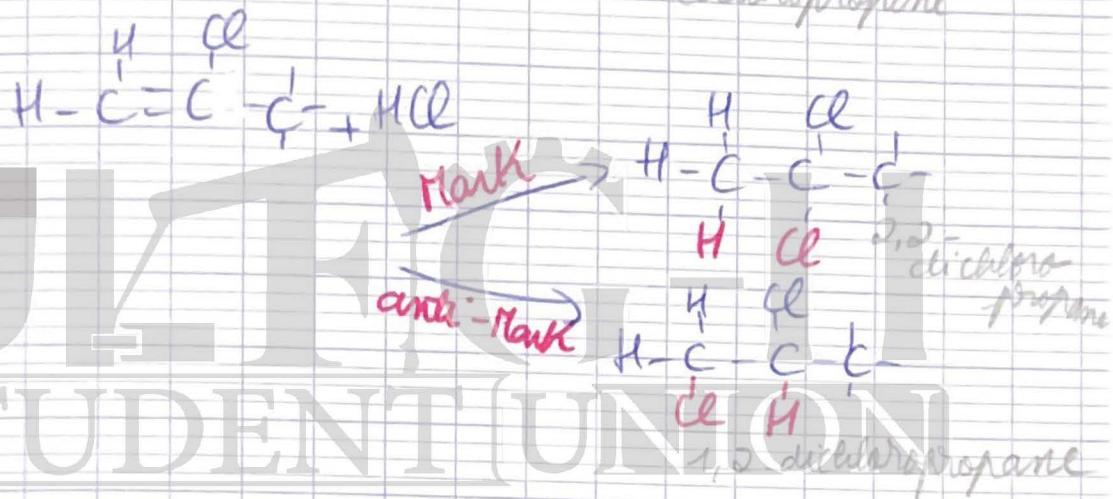
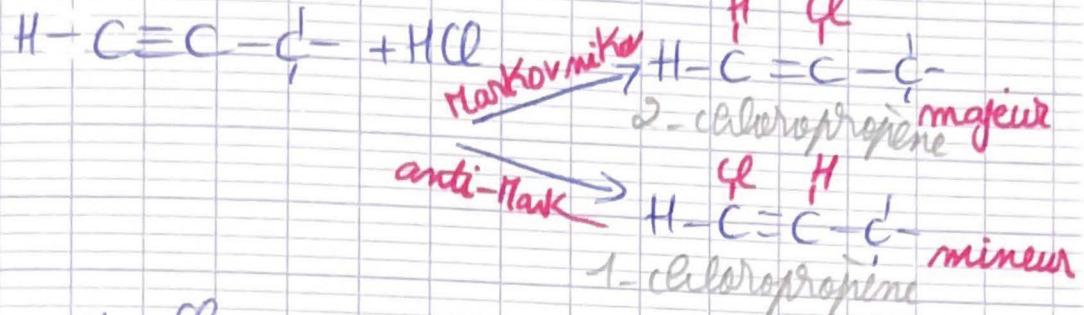


1,1,2,2-dichloroethène





avec HCl :
(hydrochloration)



avec H_2O :
(hydratation)

