

N1 : Résoudre dans \mathbb{R} , les équations suivantes:

1. a. $e^x = 1$ b. $e^{2x} = 3$,
2. a. $2e^{2x} - 3e^x + 1 = 0$ b. $e^{2x} - 2e^x + 1 = 0$,
3. a. $4e^{2x} - e^x - 5 = 0$ b. $e^{4x} - 16 = 0$,
4. a. $e^{3x} + 4e^{2x} + e^x - 6 = 0$ b. $e^{2x} + 4e^x + e^{-x} - 6 = 0$,

N2: Résoudre dans \mathbb{R} , les inéquations suivantes:

1. a. $e^x - 1 \leq 0$ b. $2e^x - 3 \geq 0$,
2. a. $e^{2x} - e^x > 0$ b. $e^{3x} - 4e^x < 0$,
3. a. $e^{2x} - 5e^x + 4 < 0$ b. $-3e^{2x} + 5e^x - 2 \geq 0$,

N3 : Résoudre dans \mathbb{R}^2 , les systèmes suivants:

1. a. $\begin{cases} x.y = 6 \\ e^x.e^y = e^5 \end{cases}$ b. $\begin{cases} \frac{e^x}{e^y} = 2 \\ e^x + e^y = 3 \end{cases}$,
2. a. $\begin{cases} e^x = 3.e^y \\ x + y = 2 - \ln 3 \end{cases}$ b. $\begin{cases} e^x - 2e^y = 1 \\ e^{x-y} = 3 \end{cases}$,

N4 : Calculer la dérivée de chacune des fonctions suivantes:

1. a. $f(x) = x.e^x$ b. $f(x) = \frac{e^x}{x}$,
2. a. $f(x) = \frac{e^{x+2}}{e^x+1}$ b. $f(x) = (2x+1).e^{2x}$,
3. a. $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ b. $f(x) = \ln|e^x - 1|$,
4. a. $f(x) = e^{\cos x}$ b. $f(x) = e^{\sqrt{x^2-4}}$,

N5 : Calculer les limites suivantes :

1. a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{1+x^2}$ b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x+3}}{2e^{x-5}}$ c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{xe^x - e^{2x}}{2x}$
2. a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}-1}{3x}$ b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x-1}$ c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} + e^x - 2}{e^x - 1}$
3. a. $\lim_{x \rightarrow 0} x e^{\frac{1}{x}}$ b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - e^x)$ c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x - \ln(1 + e^x)]$
4. a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x + 1}{2x}$ b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(e^x - 1)$ c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - x}{x}$

N6 : Calculer la dérivée $f'(x)$ de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \frac{e^x - 2}{e^x - 2x}$
2. $f(x) = e^{3x^2-5}$
3. $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{x}$
4. $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$
5. $f(x) = \ln(2e^x + 1)$
6. $f(x) = \ln(1 + \sqrt{1 + e^{2x}})$
7. $f(x) = e^{x \ln x}$
8. $f(x) = \frac{(e^x - 2)(e^x + 2)}{e^x + 1}$

$$9. f(x) = \ln \left(\sqrt{\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}} \right)$$

$$10. f(x) = \frac{(x+2)e^x}{(x-1)x}$$

$$11. f(x) = \frac{e^{2x+3}}{e^{-x+1}}$$

$$12. f(x) = (e^{2x+3})(e^{4x+1})$$

$$13. f(x) = 2(e^{\sqrt{x}} - e^{-\sqrt{x}})$$

$$14. f(x) = (-x^2 + 5x - 6)e^x$$

$$15. f(x) = \frac{x+3}{x-x}e^x$$

$$16. f(x) = e^{2x} \ln x$$

$$17. f(x) = \frac{e^x}{x+2}$$

$$18. f(x) = e^{\frac{1}{x}-1}$$

N7 : Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.

Soit (C) le graphe de la fonction f définie par: $f(x) = xe^x$.

1. a. Calculer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$,
 b. Dresser le tableau de variations de f.
 c. Vérifier que (C) passe par O. Ecrire l'équation de la tangente (T) en O à (C).
 d. Tracer (T) et (C) dans le même repère.
2. Soit $g(x) = (ax + b)e^x$, où a et b sont deux réels.
 a. Déterminer a et b pour que g soit une primitive de f.
 b. Déduire en cm^2 , l'aire du domaine limité par : (C), x'x et les deux droites $x = -1$ et $x = 0$.

N8 : Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.

Soit (C) le graphe de la fonction f définie par: $f(x) = \frac{x}{e^x}$.

1. Calculer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement.
2. Calculer $f(-1)$.
3. Dresser le tableau de variations de f.
4. Vérifier que (C) passe par O. Ecrire l'équation de la tangente (T) en O à (C).
5. Tracer (T) et (C) dans le même repère.

N9 : Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.

Soit (C) le graphe de la fonction f définie par: $f(x) = \frac{e^x}{x}$.

1. Justifier que f est définie sur $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$.
2. Donner une asymptote verticale à (C).
3. Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et calculer $f(2)$ et $f(3)$.
4. Calculer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement.
5. Calculer $f'(x)$. Dresser le tableau de variations de f .
6. Ecrire l'équation de la tangente (T) en point A d' abscisse 2 à (C).
7. Tracer (T) et (C) dans le même repère.

N10 : Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.

Soit (C) le graphe de la fonction f définie par: $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$.

1-Justifier que f est définie sur \mathbb{R} .

2-Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$,

- a. Vérifier que $I(0; \frac{1}{2})$ est le centre de symétrie de (C).
- b. Le point I est – il un point d'inflexion de (C)? Justifier.

3- Soit f' la fonction dérivée de la fonction f .

- a. Justifier que $f'(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$.
- b. Ecrire une équation de la tangente (T) en I à (C).
- c. Dresser le tableau de variations de f .
- d. Tracer (C) et (T) dans le même repère.

N11 : Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm .

On donne le graphe (C) de la fonction f définie par : $f(x) = x + 1 - \frac{e^x}{1+e^x}$.

Soit (Δ) la droite d'équation : $y = x + 1$, et (D) la droite d'équation : $y = x$.

1. La fonction f est définie sur \mathbb{R} . Dire pourquoi.
2. Montrer que (Δ) est asymptote oblique au voisinage de $(-\infty)$,
3. Vérifier que : $f(x) = x + \frac{1}{1+e^x}$. En déduire que (D) est asymptote oblique au voisinage de $(+\infty)$.
4. Soit f' la fonction dérivée de la fonction f .
 - a. Vérifier que $f'(x) = 1 - \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$.
 - b. Dresser le tableau de variations de f .
 - c. Déduire que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule racine α . Justifier que $\alpha \in \left] -\frac{3}{4}; -\frac{1}{2} \right[$.

5. Soit f'' la dérivée seconde de f .
 - a. En étudiant le signe de $f''(x)$, montrer que (C) admet un seul point d'inflexion $I(0; \frac{1}{2})$.
 - b. Le point I est-il un centre de symétrie de (C) ? Justifier.
6. Etudier la position de (C) par rapport aux deux droites (D) et (Δ) . Tracer (C) , (D) et (Δ) .

N12 : Le plan est rapporté à un repère orthonormé

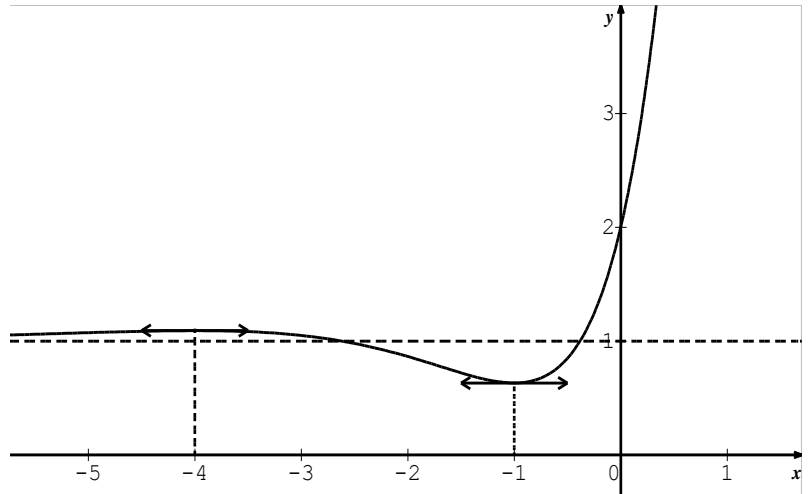
direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.

Voici le graphe de la fonction f définie sur \mathbb{R} .

1. Par lecture graphique répondre

aux questions suivantes:

- a. Déterminer: $f'(-1)$, $f'(-4)$ et $f(0)$.
- b. Lire: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$,
- c. Etudier suivant les valeurs de x le signe de $f'(x)$.



2. On suppose que $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^x + r$, où: a , b , c et r sont constants.

- a. Justifier que: $f(x) = (x^2 + 3x + 1)e^x + 1$.
- b. Calculer $f(-1)$ et $f(-4)$. Dresser le tableau de variations de f .

3. Soit (γ) le graphe de la fonction g définie par $g(x) = (x^2 + x)e^x + x$.

Soit (d) la droite d'équation $y = x$.

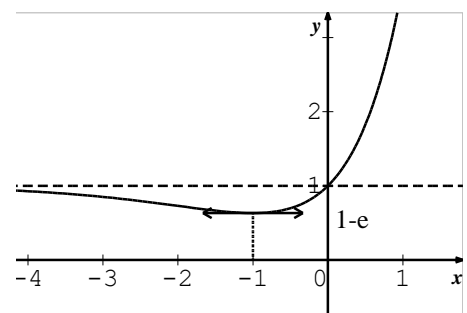
- a. Etudier suivant les valeurs de x la position de la droite (d) par rapport à (γ) .
- b. Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$, En déduire que (d) est une asymptote oblique à (γ) .
- c. Calculer: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$,
- d. Dresser le tableau de variations de g . Tracer: (T) , (d) et (γ) dans le même repère.

N13 : Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm. Voici le graphe (G) d'une fonction g définie sur \mathbb{R} .

Patrie A :

1. Par lecture graphique répondre aux questions suivantes:

- a. Déterminer: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$,
- b. Calculer: $g(-1)$, $g'(-1)$ et $g(0)$.
- c. Dresser le tableau de variations de g .



2. On suppose que $g(x) = \alpha x \cdot e^x + \beta$.
 - a. Vérifier que : $\alpha = \beta = 1$.
 - b. Ecrire l'équation de la tangente (T) en A(0;1) à (G).

Patrie B :

Soit (C) le graphe de $f(x) = (x - 1) \cdot e^x + x$, et (D) la droite d'équation $y = x$.

1.
 - a. Déterminer le domaine de définition de f.
 - b. Calculer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$,
 - c. Calculer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x]$. Interpréter graphiquement.
 - d. Etudier la position de (C) et (D).
 - e. Déterminer le point E de (C) où la tangente à (C) est parallèle à la droite (D).
2.

f' est la fonction dérivée de f.

 - a. Calculer $f'(x)$. Dresser le tableau de variations de f.
 - b. Tracer : (D) et (C) dans le même repère.

N14 : Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$

d'unité graphique 1 cm. Voici le graphe (C) d'une fonction f.

- ❖ Le point A est le point de (C) d'abscisse 0.
- ❖ (T) est la tangente en A à (C).

Patrie A :

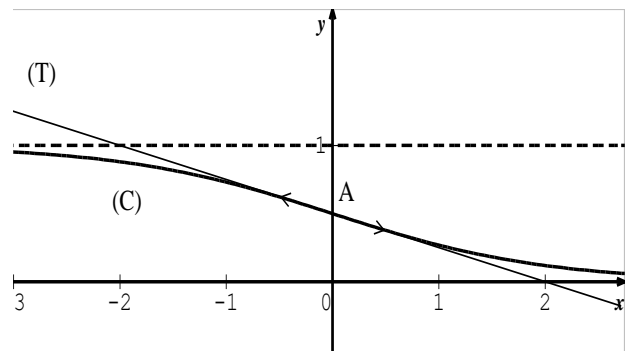
Par lecture graphique répondre aux questions suivantes:

- 1- Déterminer $f(0)$.
- 2- Ecrire l'équation de (T). En déduire $f'(0)$.
- 3- Déterminer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$,
- 4- Dresser le tableau de variations de f.

Patrie B :

La fonction f admet une fonction réciproque g dont le graphe est noté (C').

1. Justifier l'existence de g.
2. Vérifier que $B(\frac{1}{2}; 0)$ est un point de (C'). Calculer $g'(\frac{1}{2})$.
3. Dresser le tableau de variations de g. Tracer (C') et (C) sur votre feuille.



Partie C :

On suppose que $g(x) = \ln\left(\frac{1-x}{x}\right)$.

1. Montrer que $B\left(\frac{1}{2}; 0\right)$, est le centre de symétrie de (C') .
2. Dédurre que (C) admet un centre de de symétrie que l'on déterminera. Vérifier que $f(-x) + f(x) = 1$.
3. Montrer que $f(x) = \frac{e^{-x}}{e^{-x} + 1}$.
4. Calculer en cm^2 , l'aire limitée par : (C') , $y'y$ et les deux droites $y = 0$ et $y = 2$.

N15 : Soit f la fonction définie sur \mathbb{P} par $f(x) = x - 1 + \frac{2e^x}{e^x + 1}$, et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (unité graphique : 4 cm).

1. a. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et montrer que la droite (D_1) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote oblique à (C) au voisinage de $-\infty$.
b. Etudier la position de (C) par rapport à (D_1) .
2. a. Montrer que pour tout réel x , on a : $f(x) = x + 1 - \frac{2}{e^x + 1}$.
b. En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
c. Montrer que la droite (D_2) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote oblique à (C) au voisinage de $+\infty$.
d. Etudier la position de (C) par rapport à (D_2) .
3. Montrer que $f'(x) = 1 + \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2}$.
4. Dresser le tableau des variations de f .
5. Vérifier que (C) passe par l'origine et donner l'équation de la tangente (T) en O à (C) .
6. Tracer (D_1) , (D_2) , (T) et (C) dans le même repère.

N16 : Partie A :

On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{P} par : $f(x) = \frac{1}{1+e^x}$ et $g(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$.

On note (C) et (G) les courbes représentatives de f et g dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique 2 cm.)

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, en déduire les asymptotes à (C) en $+\infty$ et en $-\infty$.
2. Calculer $f'(x)$, puis dresser le tableau de variations de f .
3. Démontrer que le point $\Omega\left(0; \frac{1}{2}\right)$ est un centre de symétrie de (C) .
4. Soit (T) la tangente en Ω à (C) . Ecrire une équation de (T) . Tracer (T) et (C) .

5. Montrer que l'équation $f(x) = \frac{1}{4}$ admette une solution unique α , $1,09 < \alpha < 1,1$.
6. Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} , dont on déterminera le domaine.
7. Tracer la courbe (Γ) de la fonction f^{-1} , dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
8. Sans calculer l'expression de $(f^{-1})'(x)$ calculer $(f^{-1})'(\frac{1}{2})$

Partie B :

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$, en déduire les asymptotes à (G) en $+\infty$ et en $-\infty$.
2. Calculer $g'(x)$, puis dresser le tableau de variations de g .
3. Démontrer que le point $\Omega(0; \frac{1}{2})$ est un centre de symétrie de (G) .
4. Soit (T') la tangente en Ω à (G) . Ecrire une équation de (T') .
5. Démontrer que pour tout réel x , on a $f(x) + g(x) = 1$.
6. Tracer (T') et (G)

N17 : Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = e^x - x - e$, et (C) sa courbe représentative dans le plan d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, unité graphique 1 cm.

(d) la droite d'équation $y = -x - e$.

1. a. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, puis $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x + e]$.
b. En déduire une asymptote de la courbe (C) .
2. Calculer $f'(x)$, puis dresser le tableau de variations de la fonction f .
3. Justifier que (d) est au dessous de (C) .
4. Soit E un point de (C) .
a. Déterminer les coordonnées du point E , pour que la tangente (T) en E à (C) soit perpendiculaire à (d).
b. Donner une équation de (T) .
5. Montrer que l'équation $f(x) = 0$, admet deux solutions α et β , et que : $-2,65 < \alpha < -2,64$ et $1,42 < \beta < 1,43$
6. Tracer (d), (T) et (C) .
7. Soit $M(m; n) \in (C)$. La tangente en M à (C) , coupe l'asymptote (d) en un point N . Soit M' et N' les projetés orthogonaux respectifs de M et N sur $x'Ox$.

Montrer que lorsque M varie sur (C) , alors $\overline{M'N'}$ garde une valeur constante.

N18 : Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = e^{2x} - 3e^x + 2$, et (C) sa courbe représentative dans le plan d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, unité graphique 1 cm.

Partie A :

2. Résoudre dans \mathbb{R} , l'inéquation $f(x) > 0$.
3. a. Calculer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, puis $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.
b. En déduire une asymptote (d) à la courbe (C).
4. Calculer $f'(x)$, puis dresser le tableau de variations de f .
5. Ecrire une équation de la tangente (T) en $O(0; 0)$ à la courbe (C).
6. Déterminer les coordonnées du point F de (C) dont la tangente (\square) en F à la courbe (C) est perpendiculaire à (T). Tracer (d), (T) et (C).
7. Dans l'intervalle $\left] -\infty; \ln \frac{3}{2} \right[$, la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} .
Justifier l'existence de f^{-1} , puis calculer $(f^{-1})'(0)$.

Partie B:

Soit g la fonction définie par $g(x) = \ln(f(x)) = \ln(e^{2x} - 3e^x + 2)$, et soit (G) sa courbe représentative dans le plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Justifier que le domaine de définition de g est : $D_g =]-\infty; 0[\cup]\ln 2; +\infty[$.
2. a. Calculer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$, puis $\lim_{x \rightarrow +\infty} (g(x) - 2x)$.
b. En déduire deux asymptotes (d_1) et (d_2) à la courbe (G).
3. Calculer : $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow \ln 2^+} g(x)$. Déduire deux asymptotes verticales.
4. Calculer $g'(x)$, puis dresser le tableau de variations de la fonction g .
5. Calculer les coordonnées du point E de (G) où la tangente en E à (G) est parallèle à la droite d'équation : $y = -x$.
6. La droite d'équation : $y = \ln 2$ coupe la courbe en un point I.
Calculer les coordonnées du point I.
7. Tracer (G) et ses asymptotes (d_1) , (d_2) dans un nouveau repère.

N19 : On considère la fonction f définie sur \mathbf{R} par $f(x) = \ln(1 + e^{-x})$, On note (C) la courbe représentative de la fonction f dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$ puis la limite de f en $+\infty$.
2. Étudier le sens de variation de f .
3. Démontrer que, pour tout nombre réel x , $f(x) = -x + \ln(1 + e^x)$,
En déduire que la courbe (C) admet, en $-\infty$, une asymptote, notée (d).
4. Tracer (C) et (d).
5. Vérifier que, pour tout nombre réel x , $f'(x) = \frac{-1}{1+e^x}$.

6. On note A, B et C les points d'abscisses respectives 0, 1 et -1.

On appelle T_0 , T_1 et T_{-1} les tangentes respectives à la courbe (C) aux points A, B et C.

7. a. Démontrer que la droite (BC) est parallèle à la droite T_0 ,
b. Déterminer l'abscisse du point d'intersection de T_1 et T_{-1} ,

N20 : Partie A.

La fonction g est définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2e^x + 2x - 7$.

1. Etudier $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
2. Etudier le sens de variation de la fonction g sur \mathbb{R} et dresser le tableau de variations de g.
3. Montrer que l'équation : $g(x) = 0$, admet dans \mathbb{R} une solution unique α telle que $0,94 < \alpha < 0,941$.
4. Déduire le signe de g sur \mathbb{R} .

Partie B.

La fonction f est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (2x - 5)(1 - e^{-x})$,

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Etudier le signe de f sur \mathbb{R} .
2. Etudier $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
3. Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x)$ a même signe que g(x).
4. Dresser le tableau de variations de f.
5. Démontrer que $f(\alpha) = \frac{(2\alpha-5)^2}{2\alpha-7}$.
6. Démontrer que la droite (D) d'équation $y = 2x - 5$ est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$.
Préciser la position de (C) par rapport à (D).

7. On prend $f(\alpha) = -1,9$

Tracer (D) et (C) dans le repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, [unité graphique 2cm].

N21 Partie A :

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2e^x - x - 2$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Étudier le sens de variations de g, puis dresser son tableau de variations.
3. On admet que l'équation $g(x) = 0$ a exactement deux solutions réelles.
 - a. Vérifier que 0 est l'une de ces solutions.
 - b. L'autre solution est appelée α . Montrer que $-1.6 < \alpha < -1.5$.
 - c. En déduire le signe de g(x).

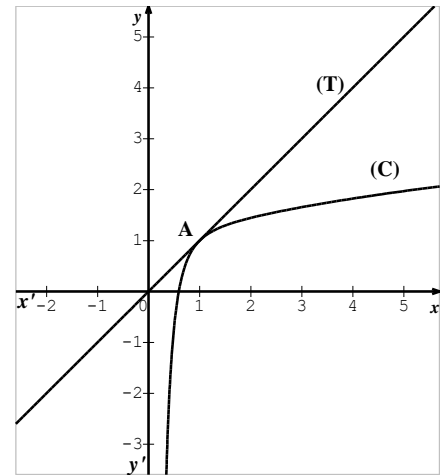
Partie B :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$,

1. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Calculer $f'(x)$ en fonction de $g(x)$, étudier les variations de f et dresser son tableau.
3. Montrer que $f(\alpha) = -\frac{\alpha^2 + 2\alpha}{4}$.
4. On suppose que $\alpha = -1,55$, calculer $f(\alpha)$ et tracer (C) .

N22 : La courbe ci-contre est la courbe représentative (C) d'une fonction g définie sur $]0; +\infty[$. La droite (T) passe par le point O et $A(1; 1)$ et elle est tangente en A à (C) . La courbe (C) admet une asymptote verticale l'axe des ordonnées.

1. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$; $g(1)$ et $g'(1)$.
2. On donne $g(x) = \ln x + \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2}$ où a et b sont des réels.
Montrer que $a = 2$ et $b = -1$.
3. Dresser le tableau de variations de g sur $]0; +\infty[$.
4. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ possède une solution unique α tel que $0,55 < \alpha < 0,66$.
Déduire le signe de $g(x)$ sur $]0; +\infty[$.



Partie B

Soit la fonction définie, sur $]0; +\infty[$, par $f(x) = e^x \left(\ln x + \frac{1}{x} \right)$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.
2. Montrer que $f(x) = \frac{e^x}{x} (x \ln x + 1)$. En déduire $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
3. Montrer que $f'(x) = e^x g(x)$ et dresser tableau de variations de f .
4. On suppose que $\alpha = 0,65$, calculer $f(\alpha)$ puis tracer la droite (D) et la courbe (C') .