مؤسسات أمل التربوية المديرية التربوية	باسمه تعالى امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : علوم العامة	الاختبار المشترك الأول العام الدراسي : 2019-2020
عدد المسائل : ستة	مسابقة في مادة الرياضيات (فرنسي) المدة : أربع ساعات	الاسم: الرقم:

ملاحظة: يُسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I- (2 points)

Dans le tableau suivant, une seule réponse est correcte pour chaque question.
Ecrire le numéro de la question et choisir la réponse correcte correspondante en la **justifiant**.

Nº	Questions	Réponses A	Réponses B	Réponses C
1	n est un entier naturel , multiple de 8. Alors $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n =$	1	-1	i
2	Si f(x) = arcsinx et g(x) = x alors $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(g'\circ f)(x)-1}{x} =$	$\frac{1}{2e}$	0	$+\infty$
3	Si $\arctan 2x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$ alors	$x\in\left\{\frac{-\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},0\right\}$	$x=\frac{\pi}{2}$	x = 1
4	La dérivée n$^{\text{ième}}$ de la fonction f définie par $f(x)=\ln(1+x)$ est	$f^{(n)}(x)=\frac{(-1)^n.(n-1)!}{(1+x)^n}$	$f^{(n)}(x)=\frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{(1+x)^n}$	$f^{(n)}(x)=\frac{n!}{(1+x)^n}$

II- (2,5 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, On considère :

- Les deux droites (d) et (d′) définies par :

$$(d):\begin{cases}x=t+1\\y=2t\\z=t-1\end{cases}\quad \text{and}\quad (d'):\begin{cases}x=2m\\y=-m+1\\z=m+1\end{cases}\quad (m\in\Re\ ,\ t\in\Re)$$

- Les trois points $A(2;0;2)$, $B\left(\frac{-2}{3};\frac{8}{3};\frac{-2}{3}\right)$ et E (0; 1; 1).
- (C) est un cercle de centre O et passant par E.

1) Montrer que les deux droites (d) et (d′) sont non coplanaires.
2) Montrer que x – y + z = 0 est une équation du plan (P) déterminé par le point O et la droite (d).
3) Montrer que le point E est le point d'intersection de (P) et de (d′).
4) **a-** Montrer que le point B est le symétrique du point A par rapport au plan (P).
b- Calculer le volume du tétraèdre AEBO.
5) Montrer que la droite (d) est tangente au cercle (C).
6) Soit (Γ) l'ensemble des points M(x, y, 0) équidistant du point L(1; 2; 0) et du plan (P).
Montrer que (Γ) est une ellipse dont le foyer et sa directrice associée à déterminer .

III- (2,5 points)

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct $(O\ ;\ \vec{u}, \vec{v})$ .On considère les points A,B,C , M et M′ d'affixes respectives : 2, 1 – i, 1+i , z et z′ tel que $z' = -i(z-2)+2$.

Partie A

1) Placer les points A, B et C.

2) Calculer $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$. Déduire que ABC est un triangle rectangle isoscèle.

3) Déterminer l'ensemble des points M′ si M varie sur un cercle (C) de centre A et de rayon 2 .

Partie B

Dans cette partie , on suppose que $z = 1 + e^{i\theta}$ tel que $\theta \in [0, \pi]$.

1) Montrer que $z' = e^{i\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)} + 2 + i$.

2) Soit Z = $\dfrac{z' - z_C}{z - z_C}$.

a- Montrer que Z est un nombre réel.

b- Exprimer $\overrightarrow{CM'}$ en fonction de $\overrightarrow{CM}$. Que peut – on dire des points C, M et M' ?

Partie C

Dans cette partie , on suppose que $z = (1-i)(2-4\sqrt{2})$.

1) Montrer que $z' = 4\sqrt{2}(1+i)$.

2) Résoudre l'équation $u^3 = z'$.

IV- (3 points)

Soit (U_n) une suite définie par : $U_0 = 2e$ et $U_{n+1} = \dfrac{e^2 + U_n^2}{2U_n}$ pour tout $n \in N$.

1) Montrer que $U_n >$ e pour tout $n \in N$.

2) Montrer que la suite (U_n) est décroissante .

3) Déduire que (U_n) est convergente et calculer sa limite.

4) **a-** Montrer que $|U_{n+1} - e| \leq \dfrac{1}{2}|U_n - e|$ pour tout $n \in N$.

b- Déduire que $U_n - e \leq e\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ pour tout n.

c- Déduire du nouveau la valeur de $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

5) Soit (V_n) une suite définie par : $V_n = \dfrac{U_n + e}{U_n - e}$ pour tout $n \in N$.

a- Montrer que $V_{n+1} = V_n^2$ pour tout $n \in N$.

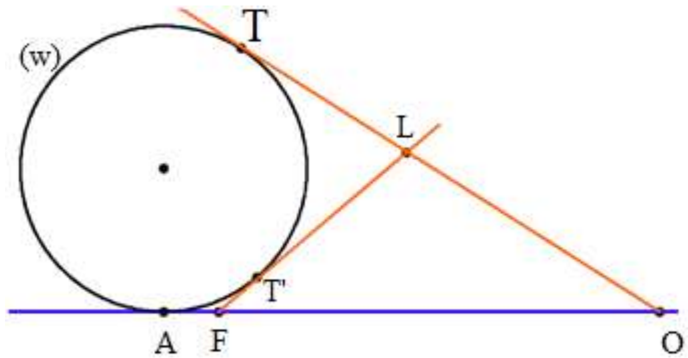
b- Montrer que $V_n = 3^{2^n}$ pour tout $n \in N$.

V- **(4 points)**

On donne les trois points alignés A, F et O tels que AF = 1 et FO = 8.

Soit (ω) un cercle variable tangent à (OA) en A.

Les tangentes à (ω), autre que (OA), menées de O et F se coupent en L.



Partie A

1) Montrer que , lorsque (ω) varie, L décrit une ellipse (E) des foyers O et F et de longueur de l'axe focal égale à 10.

2) Déterminer l'axe focal , le centre et les sommets principaux de (E).

3) Tracer (E).

Partie B

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ tel que $\overrightarrow{OF} = -8\vec{i}$.

1) Montrer que $\frac{(x+4)^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ est une équation de (E).

2) Déterminer une équation de la droite (d) directrice associée au foyer O.

3) Déterminer les points d'intersection P et Q de (E) et des axes des ordonnées. (P est un point d'ordonnée positive).

4) La tangente (Δ) à (E) en P coupe l'axe non-focal de (E) en T. Montrer que T appartient auxiliaire de (E).

5) Soit $S\left(x_0, y_o\right)$ un point de (E) tel que $y_o \neq 0$.

a- Montrer que la tangente (δ) à (E) en S coupe la directrice (d) en un point D d'ordinnée $-\frac{9x_0}{4y_0}$.

b- La droite (OS) recoupe (E) en un point S′. Montrer que la tangente (δ′) à (E) en S′ coupe la directrice (d) en le même point D.

VI-   (6 points)

Partie A

Soit g une fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = \ln x + x - 3$.

1) Etudier la variation de g .

2) Montrer que g (x) = 0 admet une solution unique α et vérifier que 2,20 < α < 2,21.

3) Etudier le signe de g (x) sur $]0, +\infty[$.

Partie B

On considère la fonction f , define sur $]0, +\infty[$, par $f(x) = \ln x - 2 + \dfrac{2 - \ln x}{x}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$.

1) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et que $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$. Déduire une asymptote à (C).

2) **a-** Montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x}$ et dresser le tableau de variations de f.

b- Montrer que $f(\alpha) = -\dfrac{(\alpha - 1)^2}{\alpha}$.

3) **a-** Calculer f (1) et f (e^2) et tracer (C). (prendre α = 2,2)

b- Etudier le signe de f(x) sur $]0, +\infty[$.

4) **a-** Montrer que f admet sur $]\alpha, +\infty[$, une function réciproque h, et déterminee son domaine de définition.

b- Tacer (H) la courbe représentative de h dans le même repère que (C).

c- Calculer $h'(0)$.

5) On considère la fonction F définie sur $]0, +\infty[$ par $F(x) = \int_1^x f(t)dt$ .On désigne par (Γ) la courbe représentative de F .

a- Sans calculer F(x), étudier les variations de F sur $]0, +\infty[$.

b- Montrer que $F(x) = x\ln x - 3x - \dfrac{1}{2}(\ln x)^2 + 2\ln x + 3$.

6) Calculer l'aire S du domaine limité par (H), l'axe des ordonnées et les deux droites d'équations y = α et y = e^2.