



Examen d'entrée 2007-2008

Physique

Durée: 2 heures

I- [6 pts] Régime transitoire– Régime permanent

A- Circuit série (R, L)

Dans le circuit de la figure 1, $L = 1 \text{ H}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$ et $E = 10 \text{ V}$.

À la date $t_0 = 0$, on ferme l'interrupteur K. À la date t , le circuit est parcouru par un courant d'intensité i . Un oscilloscope, convenablement branché, sert à visualiser l'évolution de la tension $u_R = u_{BC}$ en fonction du temps (Fig. 2).

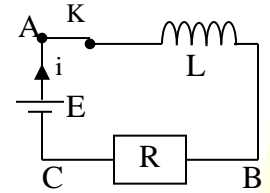


Fig. 1

1- Établir l'équation différentielle qui régit les variations de l'intensité i en fonction de R , L , E et t .

2- La solution de cette équation est de la forme : $i = A_1 - B_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}}$. Déterminer les valeurs des constantes A_1 , B_1 et τ_1 et donner la signification physique de chacune.

3- En se référant à la figure 2, vérifier que les valeurs de A_1 et τ_1 sont égales à celles trouvées ci-dessus.

4- Déterminer:

- la durée t_1 au bout de laquelle le régime permanent a été atteint ;
- la valeur de l'énergie emmagasinée par la bobine à partir de t_1 .

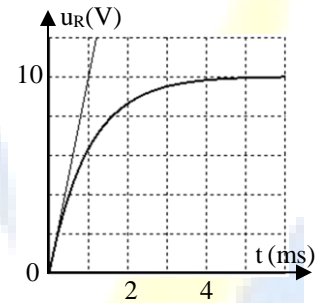


Fig. 2

B- Disque en mouvement de rotation

Un disque peut tourner autour d'un axe (Δ) horizontal et perpendiculaire à son plan en son centre O. Le moment d'inertie I du disque par rapport à (Δ) a pour valeur $I = 1,52 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.

Sous l'action d'un couple moteur, de moment constant $\mathcal{M}_M = 9,12 \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{N}$, le disque est mis en rotation à partir du repos à la date $t_0 = 0$. À la date t , les grandeurs physiques θ et $\dot{\theta}$ sont respectivement l'élongation angulaire et la vitesse angulaire du disque. Au cours de sa rotation, le disque subit aussi l'action d'un couple de forces de frottement de moment $\mathcal{M}_F = -k\dot{\theta}$ où k est une constante positive avec $k = 3,04 \times 10^{-5}$ unités SI.

Par application du théorème du moment cinétique, montrer que l'équation différentielle en $\dot{\theta}$ qui décrit le

mouvement du disque s'écrit : $I \frac{d\dot{\theta}}{dt} + k\dot{\theta} = \mathcal{M}_M$.

C- Une analogie

1- Faire correspondre à chacune des grandeurs électriques E , R , L , i , et $\frac{di}{dt}$ la grandeur mécanique convenable.

2- a) Déterminer la solution de l'équation différentielle en $\dot{\theta}$.

b) En déduire la durée t_2 au bout de laquelle le régime permanent sera pratiquement atteint.

c) Déterminer la vitesse angulaire en régime permanent.

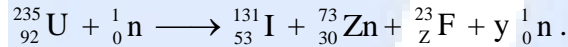


II- [7 pts] L'iode 131

L'iode 131 est l'un des effluents gazeux susceptibles de s'échapper d'un réacteur nucléaire fonctionnant à l'uranium enrichi. C'est un émetteur β^- de demi-vie $T = 8,05$ j, son noyau fils étant le xénon (Xe). En effet, des quantités importantes d'iode 131 ont été relâchées lors des accidents survenus à Windscale (Royaume-Uni) en 1957 ($1,4 \times 10^{15}$ Bq), à Three Mile Island (USA) en 1979 ($5,5 \times 10^{11}$ Bq) et à Tchernobyl en 1986 (5×10^{17} Bq).

A- La fission de l'uranium 235

Une des réactions de fission possibles de l'uranium 235 qui donne l'iode 131 est :



1- Compléter cette équation.

2- Calculer l'énergie de liaison (E_ℓ) pour chaque noyau.

3- a) Montrer que l'énergie libérée par la réaction peut s'écrire :

$$E_{\text{lib}} = E_\ell(\text{I}) + E_\ell(\text{Zn}) + E_\ell(\text{F}) - E_\ell(\text{U}).$$

b) Calculer sa valeur.

Noyau	Énergie de liaison par nucléon (MeV)
U 235	7,59
I 131	8,42
Zn 73	8,64
F 23	7,62

B- La désintégration de l'iode 131

1- Écrire la réaction de désintégration de l'iode 131.

2- a) Calculer la constante radioactive λ de l'iode.

b) En déduire le temps qu'il faut pour que l'activité des effluents gazeux relâchés lors de l'accident survenu à Tchernobyl devienne égale à l'activité initiale des effluents gazeux relâchés lors de l'accident survenu à Three Mile Island.

3- La figure 3 montre les désintégrations les plus probables de l'iode 131 en xénon 131.

a) Que représente Q ?

b) i) Vérifier que l'énergie cinétique maximale de l'émission β_2 est 333 keV.

ii) En déduire l'énergie cinétique maximale de chacune des β_1 et β_3 .

c) Calculer la vitesse maximale de chacune des β_2 .

d) i) Calculer l'énergie du photon γ_3 qui est l'un des plus probables.

ii) Ce photon tombe sur une plaque métallique ; un électron est arraché de ce métal. Pourquoi ?

Données: La masse d'un électron est $m_0 = 511 \text{ keV}/c^2$; $E_C = m_0 c^2 (\gamma - 1)$ avec $\frac{1}{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

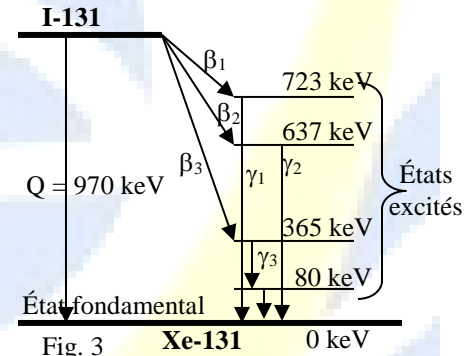


Fig. 3

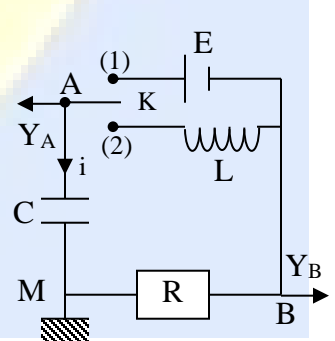


Fig. 4



III- [7 pts] Importance du circuit oscillant (L, C)

A. Charge du condensateur

Dans le circuit de la figure 4, $C = 10 \mu\text{F}$, $L = 1 \text{ H}$, la valeur de R est réglable et $E = 10 \text{ V}$. Un oscilloscope peut enregistrer les variations de la tension $u_C = u_{AM}$ et celles de la tension $u_R = u_{BM}$.

1- On règle R à la valeur $R = 50 \Omega$. À un instant donné, on fait passer l'interrupteur K dans la position (1).

a) Donner l'expression de la constante de temps τ du circuit RC.

b) En déduire la durée minimale au bout de laquelle le condensateur sera supposé pratiquement chargé.

2- Calculer, en fin de charge, l'énergie emmagasinée par le condensateur.

B. Circuit oscillant idéal

On règle R à la valeur zéro et à la date $t_0 = 0$, on place K dans la position 2.

1- Établir l'équation différentielle qui régit les variations de u_C en fonction du temps.

2- Montrer que u_C s'écrit : $u_C = A \cos(\frac{2\pi}{T_0} t)$. Calculer A et T_0 .

C. Exploitation d'un oscillogramme

On règle R à la valeur $R = 50 \Omega$. L'oscilloscope nous fournit les courbes de la figure 5.

1- Calculer, à la date $t_1 = 5 \text{ ms}$:

- l'intensité du courant dans le circuit ;
- l'énergie totale emmagasinée dans le circuit.

2- En déduire la puissance moyenne perdue entre les dates t_0 et t_1 .

3- Déterminer la durée T d'une oscillation. Comparer T et T_0 .

D. Le portique

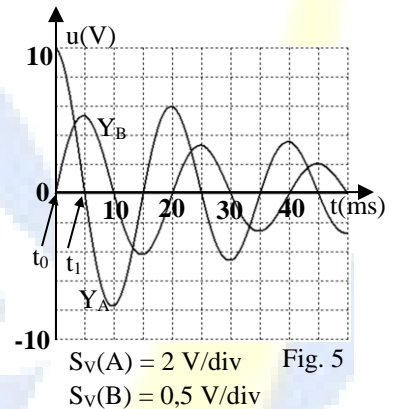
Pour éviter le vol des marchandises, on leur attache de petits circuits oscillants du type LC. À la sortie d'un magasin, on est obligé de passer à travers le portique de sécurité. Ce portique émet en permanence une onde radio de faible puissance de fréquence $f = 10 \text{ MHz}$, exactement égale à la fréquence propre f_0 du petit oscillateur. Dans ces conditions, le circuit capte l'énergie émise, se met à osciller, et émet à son tour une onde qui vient perturber l'onde émise par le portique. La détection de cette perturbation déclenche une alarme.

1- Pourquoi f doit-elle être égale à f_0 ?

2- La capacité C' du condensateur vaut $0,5 \text{ nF}$. Déterminer la valeur de l'inductance L' de la bobine.

3- a) Calculer la longueur d'onde de l'onde radio émise par le portique (On donne : $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$).

b) Cette onde est émise à partir du portique dans plusieurs directions. Elle subit ainsi un des phénomènes physiques : réflexion, réfraction ou diffraction. Lequel ?





Examen d'entrée 2007-2008

Solution de Physique

Durée: 2 heures

I- [6 pts] Régime transitoire– Régime permanent

A- Circuit série (R, L)

1- On a $u_{AC} = E = L \frac{di}{dt} + Ri \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{E}{L}$.

2- À $t_0 = 0$, $i = 0$, donc: $0 = A_1 - B_1$; $A_1 = B_1 \Rightarrow i = A_1(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})$;

$$\frac{di}{dt} = \frac{A_1}{\tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}} \Rightarrow \frac{A_1}{\tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \frac{R}{L} A_1 - \frac{R}{L} A_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} = \frac{E}{L}$$

Par identification: $\tau_1 = \frac{L}{R} = 1 \text{ ms}$, appelée constante de temps du circuit RL et $A_1 = B_1 = \frac{E}{R} = I_0 = 10 \text{ mA}$,

appelée intensité du courant en régime permanent.

3- $\tau_1 = 1 \text{ ms}$ (tangente); $A_1 = B_1 = I_0 = u_R(\text{max})/R = 10/10^3 = 10 \times 10^{-3} = 10 \text{ mA}$

4- a) Durée $t_1 = 5\tau_1 = 5 \text{ ms}$. b) $\mathcal{E} = \frac{1}{2} L I_0^2 = 5 \times 10^{-5} \text{ J}$

B- Disque en mouvement de rotation

Théorème du moment cinétique: $\sum M_{\Delta} = \frac{d\sigma_{\Delta}}{dt}$ avec $\sigma_{\Delta} = I\dot{\theta} \Rightarrow \mathcal{M}_M + \mathcal{M}_F + \cancel{\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P})} + \cancel{\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{R})} = I \frac{d\dot{\theta}}{dt}$;

$$I \frac{d\dot{\theta}}{dt} + k\dot{\theta} = \mathcal{M}_M.$$

C- Une analogie

1- En comparant les deux équations, on aura: $\dot{\theta} \equiv i$; $\frac{d\dot{\theta}}{dt} \equiv \frac{di}{dt}$; $k \equiv R$; $L \equiv I$ et $\mathcal{M}_M \equiv E$.

2- a) Par analogie avec la solution en i : $\dot{\theta} = A_2 - B_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}}$.

Pour $t_0 = 0$, $\dot{\theta} = 0$, alors: $A_2 = B_2 = \mathcal{M}_M/k = 300 \text{ rd/s}$; et $\tau_2 = \frac{I}{k} = 0,5 \text{ s}$. $\dot{\theta} = 300(1 - e^{-\frac{t}{0,5}}) = 300(1 - e^{-2t})$

b) $t_1 = 5\tau_2 = 2,5 \text{ s}$.

c) La vitesse angulaire (régime permanent) $\dot{\theta}_\ell = 300 \text{ rd/s}$.

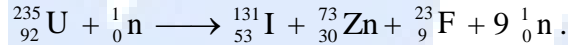


II- [7 pts] L'iode 131

A- La fission de l'uranium 235.

1. Conservation de nombre de masse : $235 + 1 = 131 + 73 + 23 + y \Rightarrow y = 9$.

Conservation du nombre de charge : $92 + 0 = 53 + 30 + z + 0 \Rightarrow z = 9$.



2. Pour l'uranium : $E_\ell = 7,59 \times 235 = 1783,65 \text{ MeV}$; **pour l'iode :** $E_\ell = 8,42 \times 131 = 1103,02 \text{ MeV}$.
pour le zinc : $E_\ell = 8,64 \times 73 = 630,72 \text{ MeV}$; **pour le fluor :** $E_\ell = 7,62 \times 23 = 175,26 \text{ MeV}$.

3. a) $E_{\text{lib}} = \{m(\text{U}) + m_{\text{n}} - [m(\text{I}) + m(\text{Zn}) + m(\text{F}) + 9m_{\text{n}}]\} \cdot c^2$.

Mais: $E_\ell({}_Z^AX) = [Zm_{\text{p}} + Nm_{\text{n}} - m_X] \cdot c^2 \Rightarrow m_X = Zm_{\text{p}} + Nm_{\text{n}} - E_\ell/c^2$. ($N = A - Z$)

$m(\text{U}) = 92 m_{\text{p}} + 143 m_{\text{n}} - E_\ell(\text{U})/c^2$; $m(\text{I}) = 53 m_{\text{p}} + 78 m_{\text{n}} - E_\ell(\text{I})/c^2$;

$m(\text{Zn}) = 30 m_{\text{p}} + 43 m_{\text{n}} - E_\ell(\text{Zn})/c^2$; $m(\text{F}) = 9 m_{\text{p}} + 14 m_{\text{n}} - E_\ell(\text{F})/c^2$;

Ainsi: $E_{\text{lib}} = \{m(\text{U}) - [m(\text{I}) + m(\text{Zn}) + m(\text{F}) + 8 m_{\text{n}}]\} \cdot c^2$

$= \{92 - (53 + 30 + 9)\} m_{\text{p}} c^2 + \{143 - (78 + 43 + 14 + 8)\} m_{\text{n}} c^2 + \{E_\ell(\text{I}) + E_\ell(\text{Zn}) + E_\ell(\text{F}) - E_\ell(\text{U})\}$

$E_{\text{lib}} = E_\ell(\text{I}) + E_\ell(\text{Zn}) + E_\ell(\text{F}) - E_\ell(\text{U})$.

b) $E_{\text{lib}} = 1103,02 + 630,72 + 175,26 - 1783,65 = 125,35 \text{ MeV}$

B- La désintégration de l'iode 131

1. ${}_{53}^{131}\text{I} \longrightarrow {}_{54}^{131}\text{Xe} + {}_{-1}^0\text{e} + {}_0^0\bar{\nu}$.

2. a) La constante radioactive $\lambda = \frac{\ln 2}{T} = 0,693 / (8,05 \times 24 \times 3600) = 9,97 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$.

b) $A = A_0 e^{-\lambda t}$, $e^{-\lambda t} = 5,5 \times 10^{11} / 5 \cdot 10^{17} = 1,1 \times 10^{-6} \Rightarrow -9,97 \times 10^{-7} t = \ln(1,1 \times 10^{-6}) = -3,72$

Soit $t = 1,38 \times 10^7 \text{ s} \approx 159,3 \text{ jours}$

3. a) Q représente l'énergie libérée par la désintégration de l'iode 131.

b) i) $E_{\text{Cmax}}(\beta_2) = 970 - 637 = 333 \text{ keV}$.

ii) $E_{\text{Cmax}}(\beta_1) = 970 - 723 = 247 \text{ keV}$; $E_{\text{Cmax}}(\beta_3) = 605 \text{ keV}$.

c) La vitesse maximale de chacune des β_2 : $333 = (511)(\gamma - 1)$; $\Rightarrow (\gamma - 1) = 0,652 \Rightarrow \gamma = 1,652$ et par suite :

$1 - \frac{V^2}{c^2} = \frac{1}{1,652^2} \Rightarrow V^2 = 0,633 c^2$; ainsi $V = 0,796 c = 2,388 \times 10^8 \text{ m/s}$.

d) i- L'énergie du photon $\gamma_3 = 285 \text{ keV}$.

ii- Car l'énergie du photon qui est de l'ordre de 300 keV est beaucoup plus grande que l'énergie d'extraction du métal qui doit être de quelques eV. (- 1/2 pour $E > W$)



III- [7pts] Importance du circuit oscillant (L, C)

A. Charge du condensateur

1- a- La constante de temps $\tau = RC$.

b) $\tau = 50 \times 10 \times 10^{-6} = 0,5 \text{ ms}$; $t = 5\tau = 2,5 \text{ ms}$.

2- En fin de charge, l'énergie emmagasinée par le condensateur $= \frac{1}{2} CE^2 = 5 \times 10^{-4} \text{ J}$.

B. Circuit oscillant idéal

1- On a : $u_{AM} = u_C = -L \frac{di}{dt}$ avec $i = \frac{dq_A}{dt} = C \frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$.

2- L'équation différentielle est de la forme : $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$; u_C est de la forme $u_C = A \cos(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi)$; $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{LC} = 19,9 \text{ ms}.$$

À la date $t_0 = 0$, $i = 0 \Rightarrow \varphi = 0$ et $A = 10 \text{ V}$

C. Exploitation d'un oscillogramme

1. a) $u_R = 2,7 \times 0,5 = 1,35 \text{ V}$ et $i = u_R / 50 = 0,027 \text{ A}$.

b) L'énergie totale emmagasinée dans le circuit $= E_m + E_e = \frac{1}{2} Li^2 + \frac{1}{2} C u_C^2$

À la date t_1 , l'énergie totale $= \frac{1}{2} \times 1 \times i^2 + 0 = 3,65 \times 10^{-4} \text{ J}$.

2. La puissance moyenne perdue entre les dates t_0 et $t_1 = \frac{|\Delta E|}{t_1 - t_0} = (\frac{1}{2} 10 \times 10^{-6} \times 100 - 3,65 \times 10^{-4}) / 5 \times 10^{-3} = 0,027 \text{ W}$.

3. $T = 20 \text{ ms}$, $T \approx T_0$

D. Le portique

1- Pour que le circuit capte l'énergie émise il faut qu'il soit accordé à la fréquence de l'émetteur (résonance électrique - circuit sélectif \Leftrightarrow le phénomène de résonance.

2- $T'_0 = 10^{-7} = 2\pi \sqrt{L'C'} \Rightarrow L' = 0,5 \mu\text{H}$.

3- a) $\lambda = c/f = 30 \text{ m}$.

b) Phénomène de diffraction.