1) Calculer les primitives suivantes.

1) $\int 2x^3 - 3x^2 + 1 \, dx$ $\qquad \int \frac{-2}{x^3} \, dx$ $\qquad \int 2x^3 - x + \frac{3}{x^4} \, dx$.

2) $\int 2(2x-1)^3 \, dx$ $\qquad \int (1-2x)^3 \, dx$ $\qquad \int 2x\left(x^2-1\right)^5 \, dx$.

2) Calculer les primitives suivantes :

1) $\int 2e^x \, dx$ $\qquad \int e^{2x} \, dx$ $\qquad \int e^{-x} \, dx$.

2) $\int \frac{dx}{e^x}$ $\qquad \int \frac{e^x}{2e^x+1} \, dx$ $\qquad \int \left(e^x - 1\right)^2 \, dx$.

3) $\int \frac{e^x+1}{e^x} \, dx$ $\qquad \int \frac{e^x}{1+e^x} \, dx$ $\qquad \int \frac{\left(e^x-1\right)^2}{e^x} \, dx$.

3) Calculer les primitives suivantes :

1) $\int \left(\frac{1}{2x} + \frac{1}{2-x}\right) dx$ $\qquad \int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x-1}\right) dx$ $\qquad \int \frac{x}{x^2+2} \, dx$

2) $\int \frac{1}{x} \times \ln x \, dx$ $\qquad \int \frac{1}{x} \times \ln^2 x \, dx$ $\qquad \int \frac{1}{x \ln^2 x} \, dx$.

4) Calculer les intégrales suivantes.

1) $\int_1^3 dx$ $\qquad \int_0^2 x^2 - 3x + 2 \, dx$ $\qquad \int_1^2 \left(3x^2 - \frac{1}{x^2}\right) dx$

2) $\int_0^1 (2x+1)\left(x^2+x+4\right) dx$ $\qquad \int_0^1 \frac{x}{\left(x^2+1\right)^2} \, dx$ $\qquad \int_1^2 \frac{1}{(2x-1)^2} \, dx$.

5) Calculer les intégrales suivantes.

1) $\int_1^e 2 \times \frac{1}{x} \times \ln x \, dx$ $\qquad \int_1^e \frac{1}{x} \times (1 + \ln x) \, dx$ $\qquad \int_0^2 \left(2x + 1 - \frac{3}{x+1}\right) dx$.

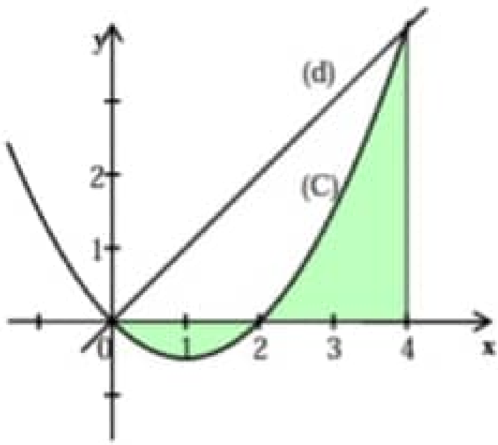
2) $\int_1^3 \frac{x-2}{x^2} \, dx$ $\qquad \int_1^2 \frac{2x^3+x-1}{x^2} \, dx$ $\qquad \int_1^3 \left(\frac{x}{2} + \frac{2}{x}\right) dx$.

6) Calculer les intégrales suivantes.

1) $\int_1^3 \left(3x + \frac{1}{3x}\right) dx$ $\qquad \int_1^e \frac{2}{x}(1 + \ln x)^2 \, dx$ $\qquad \int_1^e \frac{\ln x}{x} \, dx$.

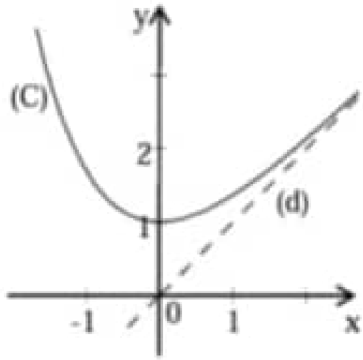
2) $\int_0^2 \left(e^x + x + 2\right) dx$ $\qquad \int_0^1 2x e^{x^2} \, dx$ $\qquad \int_{-1}^0 \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \, dx$.

7) Dans la figure ci-contre, (C) est la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{x^2-2x}{2}$.



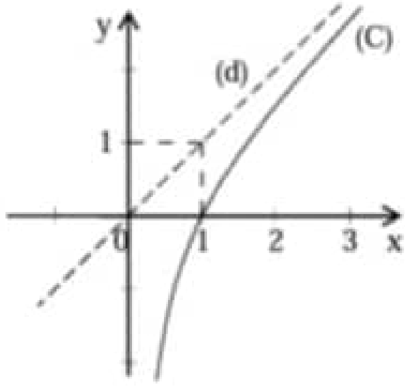
1) Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=2$ et $x=4$.
2) Calculer l'aire du domaine limité par (C) et l'axe des abscisses.
3) On désigne par (d) la droite d'équation $y=x$.
Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) et la droite (d).

8) Dans la figure ci-contre, (C) est la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x+e^{-x}$.
La droite (d) d'équation $y=x$ est une asymptote à (C).



1) Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=-1$ et $x=1$.
2) Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (C), l'asymptote (d) et les droites d'équations $x=0$ et $x=1$.

9) Dans la figure ci-contre, (C) est la courbe représentative de la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=x-\dfrac{1}{x}$.
La droite (d) d'équation $y=x$ est une asymptote à (C).



1) Calculer l'aire du domaine D limité par la courbe (C), l'asymptote (d) et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$.
2) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par (C) l'axe des abscisses et la droite d'équation $x=2$.

10) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x-1+e^{x+1}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1)

a- Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et montrer que la droite (d) d'équation $y=x-1$ est asymptote à (C).

b- Préciser la position de (C) par rapport à (d).

c- Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) Montrer que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ et dresser son tableau de variations.
3) Calculer $f(-1)$, $f(1)$ et tracer (d) et (C).
4) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α et que $-0,6<\alpha<-0,5$.
5) Calculer, en fonction de α, l'aire du domaine limité par la courbe (C) et les axes des coordonnées.

11) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2e^x - e^{2x}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x)$. En déduire une asymptote (d) à (C).
2) Montrer que la courbe (C) coupe l'axe des abscisses au point $A(\ln 2; 0)$.
3) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f.
4) Tracer (C).
5) Calculer l'aire du domaine limité par (C), l'axe $(x'x)$ et les deux droites $x = 0$ et $x = \ln 2$.

12) Soit f la fonction définie $]0; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{\ln x}{x} + 1$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) Calculer $\lim_{x \to 0} f(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x)$. En déduire les équations des asymptotes à (C).
2) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f.
3) Trouver une équation de la tangente (T) à (C) au point A de (C) d'abscisse 1.
4) Tracer les asymptotes, la tangente (T) et la courbe (C).
5) Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (C), l'asymptote horizontale et les deux droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

13) On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 2x(1 - \ln x)$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) Montrer que $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0$ et calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.
2) Soit A le point d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses. Déterminer les coordonnées de A.
3) Montrer que $f'(x) = -2\ln x$ et dresser le tableau de variations de f. Tracer (C).
4)
   a- Montrer que $F(x) = x^2\left(\dfrac{3}{2} - \ln x\right)$ est une primitive de f sur $]0; +\infty[$.
   b- Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

14) Calculer a, b et c pour que : $\dfrac{x^2+1}{(x+1)^2} = a + \dfrac{b}{x+1} + \dfrac{c}{(x+1)^2}$. En déduire $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^2+1}{(x+1)^2}\,dx$.

15) Calculer a, b et c pour que $\dfrac{x^2+5}{x^2+x-2} = a + \dfrac{b}{x-1} + \dfrac{c}{x+2}$. Calculer $\displaystyle\int_2^3 \frac{x^2+5}{x^2+x-2}\,dx$.

16) Trouver les réels a et b tels que $F(x) = (ax+b)e^x$ soit une primitive de $f(x) = (3x+1)e^x$.

En déduire $\displaystyle\int_0^{\frac{2}{3}} (3x+1)e^x\,dx$.