



**Exercice I : Condensateur, capteur d'humidité (15 pts)**

On réalise le montage schématisé ci-contre, où  $E = 12 \text{ V}$ ,  $L$  est une constante et  $R = 20 \Omega$ .

1. le commutateur ( $K_2$ ) est en position 0 ; on ferme l'interrupteur  $K_1$ . Le graphique du Doc.2 représente l'évolution de la tension  $u_C = u_{AS}$  aux bornes du condensateur en fonction du temps. Déterminer graphiquement (Doc.2) la constante de temps du dipôle ( $R, C$ ) série et en déduire que la capacité  $C$  du condensateur vaut  $C = 150 \text{ nF}$ .

2. L'interrupteur  $K_1$  est maintenant ouvert. Le commutateur  $K_2$  est placé en position 1. Le graphique du Doc.3 représente l'évolution de la tension  $u_C$  en fonction du temps.

- 2.1. Établir l'équation différentielle en  $u_C$ .
- 2.2. Déterminer graphiquement la pseudo-période  $T$ .
- 2.3. En déduire, en le justifiant, la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine.

3. Le condensateur est chargé de nouveau et le commutateur  $K_2$  est placé en position 2 à un instant choisi comme une nouvelle origine des dates. La tension aux bornes du module électronique ( $M$ ) est  $u_g = u_{DN}$ .

3.1. Pour un certain réglage de ( $M$ ),  $u_C$  devient de la forme  $u_C = E \cos(2\pi ft)$  avec  $f$  la fréquence de ces oscillations. En précisant le rôle du module, déduire l'expression de  $u_g$ .

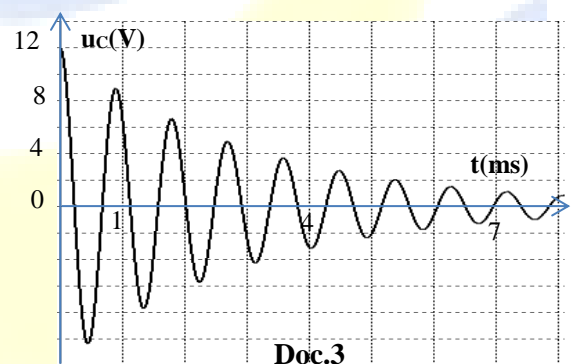
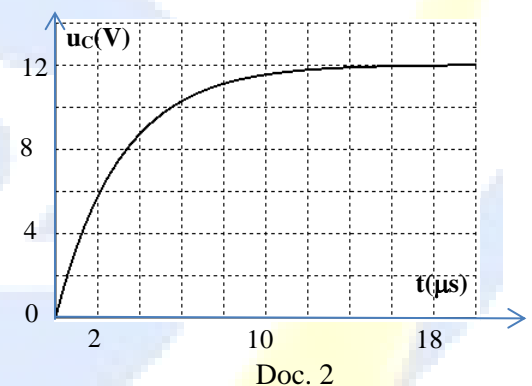
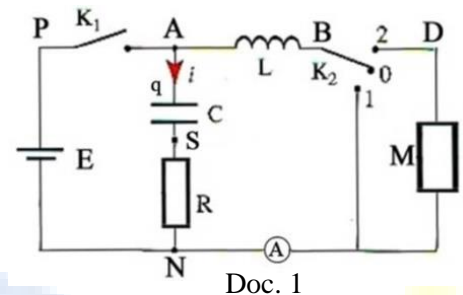
3.2. Déterminer la puissance moyenne fournie par ce module entre les dates  $t_0 = 0$  et  $t_1 = 4T$ .

3.3. Déterminer l'expression de l'intensité  $i$  du courant dans le circuit. En déduire que l'amplitude  $I_m$  de  $i$  est donnée par  $I_m = 2\pi f CE$ .

4. Le condensateur utilisé est un capteur d'humidité dont la capacité  $C$  varie avec le taux d'humidité  $H$  selon la relation :  $C = (aH + b)$  avec  $C$  en nF et  $H$  en %. Pour déterminer les valeurs des constantes  $a$  et  $b$ , on effectue les deux mesures suivantes dans les mêmes conditions que celles de la première mesure, le pourcentage d'humidité étant lu sur un hygromètre.

4.1. Déterminer les valeurs de  $a$  et  $b$ .

4.2. Déterminer le pourcentage d'humidité  $H$  lors de la première mesure.



Mesure	H%	$I_m(\text{mA})$	$f(\text{kHz})$	$C$
n°2	30,4	13,7	1,16	$C_2$
n°3	54,8	14,9	1,07	$C_3$



### Exercice II : Utilisation de noyaux radioactifs en médecine (15 pts)

Célérité de la lumière dans le vide :  $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ; constante de Planck :  $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  ;  
 $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$  ;

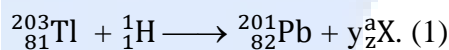
$1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV}/c^2 = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$  ;

constante radioactive du thallium 201 :

$\lambda_{\text{Tl}} = 2,6 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ .

Particule ou noyau	Hg 201	proton	neutron	électron
Masse en u	200,970 032	1,00728	1,00866	0,00055

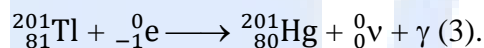
1. Un noyau de thallium 201 est obtenu par désintégration radioactive  $\beta^+$  du noyau de plomb 201, lui-même obtenu en bombardant des cibles de thallium 203 par des protons, selon la réaction :



1.1. Identifier la particule  ${}^a_Z\text{X}$  et calculer  $y$ .

1.2. Écrire l'équation (2) de la désintégration du noyau de plomb 201 en un noyau de thallium 201. On supposera que le noyau fils est obtenu dans l'état fondamental.

2. Le noyau de thallium 201, ayant une énergie de liaison par nucléon  $E_l/A = 7,684 \text{ MeV/nuc}$ léon, absorbe un électron et se transforme en un noyau de mercure  ${}^{201}_{80}\text{Hg}$  selon l'équation :



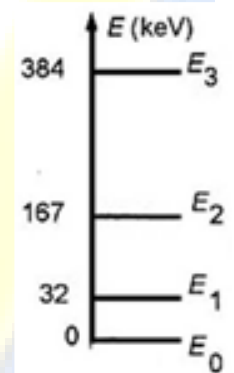
Cette réaction nucléaire est accompagnée par l'émission de plusieurs photons, parmi lesquels sont les photons  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  d'énergies respectives  $W_1 = 135 \text{ keV}$  et  $W_2 = 167 \text{ keV}$ . Le document 1 représente le diagramme énergétique des premiers niveaux du noyau de mercure 201.

2.1. Représenter sur ce diagramme la transition correspondant à chacun des deux photons  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$ .

2.2. Calculer les valeurs des longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , dans le vide, des deux photons  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$ .

2.3. En déduire la longueur d'onde du photon correspondant à la transition du niveau  $E_1$  au niveau  $E_0$ .

2.4. Calculer, en MeV, l'énergie libérée par la réaction nucléaire (3).



Doc.1

3. Le thallium 201 est employé en médecine nucléaire pour faire le diagnostic suite à de douleurs cardiaques. L'examen d'un patient de 70 kg nécessite l'injection, par voie intraveineuse, d'une solution de chlorure de thallium ayant une activité initiale, à  $t_0 = 0$ ,  $A_0 = 78 \text{ MBq}$ .

3.1. Calculer le nombre  $N_0$  de noyaux de thallium reçus par ce patient au moment de l'injection.

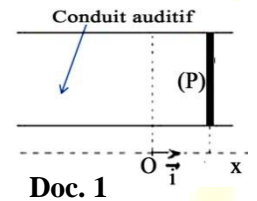
3.2. Le thallium présentant une certaine toxicité, une énergie absorbée par unité de masse corporelle limite a été fixée. Elle est de  $15 \text{ mg} \cdot \text{kg}^{-1}$  (par unité de masse corporelle). Vérifier par un calcul que l'énergie absorbée par unité de masse corporelle dose injectée au patient ne présente pas de danger.



3.3. On estime que les résultats de l'examen sont exploitables tant que l'activité du thallium 201 est supérieure à 3 MBq. Déterminer, en jours, le temps au bout duquel une nouvelle injection est nécessaire si on veut continuer l'examen pour s'assurer du diagnostic.

### Exercice III : Fonctionnement du tympan d'une oreille humaine (30 pts)

Le tympan d'une oreille humaine, dans certaines conditions, peut être modélisé par une membrane plane (P), de masse  $m = 1,5 \times 10^{-5}$  kg, qui peut osciller, parallèlement à elle-même, de part et d'autre de sa position d'équilibre stable en O. La membrane (P), écartée de O dans le sens positif de  $x_0 = 10^{-9}$  cm, est lâchée sans vitesse à la date  $t_0 = 0$ . À une date  $t$ , (P), d'abscisse  $x$  et de vitesse  $\vec{v} = v \vec{i}$  où  $v = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$ , subit, de la part du support du tympan, une force  $\vec{F}_1$  d'expression  $\vec{F}_1 = -k x \vec{i}$ , où  $k = 3500 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ .



Doc. 1

A- On néglige toute force dissipative.

1. Déterminer l'équation différentielle en  $x$  qui décrit le mouvement de (P).
2. Préciser alors l'expression de la pulsation propre  $\omega_0$  des oscillations supposées idéales et calculer sa valeur.
3. Déterminer l'équation horaire du mouvement de (P) et en déduire l'expression de  $v$  en fonction du temps.

B- En réalité, (P) subit en plus de la force  $\vec{F}_1$ , une force dissipative  $\vec{F}_2 = -h\vec{v}$ , où  $h = 0,10 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$ .

1. Déterminer l'équation différentielle en  $x$  qui décrit le mouvement de (P).
2. Le mouvement de (P) est alors pseudopériodique de pseudo-pulsation  $\omega'_0$ . Calculer sa valeur sachant que  $(\omega'_0)^2 = (\omega_0)^2 - \delta^2$  avec  $\delta = \frac{h}{2m}$ .
3. La solution de cette équation différentielle est de la forme :  $x = x_0 e^{-\delta t} [\cos(\omega'_0 t) + \frac{\delta}{\omega'_0} \sin(\omega'_0 t)]$ . Montrer que l'expression de  $v$  est :  $v = -\frac{x_0 \omega_0^2}{\omega'^0_0} e^{-\delta t} \sin(\omega'_0 t)$

4.1. En déduire la date à laquelle le tympan ne bouge plus pratiquement.

4.2. Tracer l'allure de la courbe  $v = v(t)$  entre les dates  $t_0 = 0$  et  $t = 2 \text{ ms}$ .

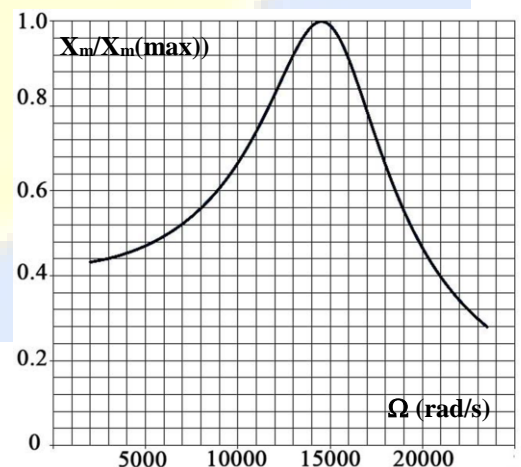
C- Un son se traduit physiquement par une modification de pression.

Ainsi, la membrane (P) est soumise maintenant, à  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ , et à une force de pression  $\vec{F}_3$ , de fréquence  $f$  réglable d'expression  $\vec{F}_3 = F_m \sin(\Omega t + \alpha) \vec{i}$  où  $\Omega = 2\pi f$ . En régime permanent, (P) effectue des oscillations forcées d'équation horaire :  $x = X_m \sin(\Omega t)$ .

1. Montrer que l'on a :  $\ddot{x} + \frac{h}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = \frac{F_m}{m} \sin(\Omega t + \alpha)$ .

2.1. Montrer, en donnant à  $\Omega t$  deux valeurs particulières, que :

$$X_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2 \Omega^2 + [k - m\Omega^2]^2}}$$



Doc. 2



2.2. Le document 2 montre la variation relative de  $X_m$  en fonction de la pulsation  $\Omega$ ,  $X_m(\max)$  étant la valeur maximale de  $X_m$ . En déduire l'intervalle des pulsations pour lesquelles  $X_m \geq \frac{X_m(\max)}{\sqrt{2}}$ .

### D- Analogie électrique

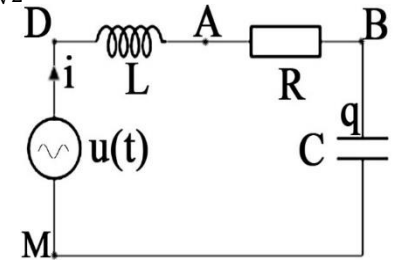
Le tympan, précédé du conduit auditif, est modélisé par le circuit de document 3, où  $L = 20 \text{ mH}$ ,  $R = 100 \Omega$  et  $u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$  est une tension excitatrice de pulsation  $\omega$  réglable. Le circuit est alors parcouru par un courant d'intensité  $i = I_m \sin(\omega t)$ .

1. On a ainsi une analogie électromécanique. Exprimer la même pulsation propre  $\omega_0$  trouvée dans la partie (A.2) de cet oscillateur en fonction de  $L$  et  $C$  et calculer la valeur de  $C$ .

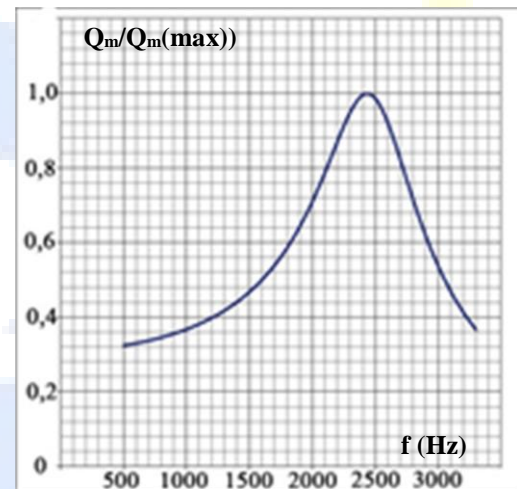
2.1. Montrer, par application de la loi d'additivité des tensions et en donnant à  $\omega t$  deux valeurs particulières, que l'amplitude  $Q_m$  de la charge  $q$  est :  $Q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 \omega^2 + (L\omega^2 - \frac{1}{C})^2}}$ .

2.2. Déduire l'expression de la valeur maximale  $Q_m(\max)$  de  $Q_m$ .

3. Déterminer, à partir du document 4, l'intervalle des fréquences pour lesquelles  $Q_m \geq \frac{Q_m(\max)}{\sqrt{2}}$ .



Doc.3



Doc. 4



**Exercice I: Condensateur: capteur d'humidité**

Q		Note
1.	la constante de temps : $u_C(\tau) = 0,63 \times 12 = 7,56 \text{ V} \Rightarrow \tau = 3,0 \mu\text{s} = 3,0 \times 10^{-6} \text{ s}$ . la capacité C du condensateur. $\tau = R \cdot C \Rightarrow C = \tau/R = 3,0 \times 10^{-6}/20 = 1,50 \times 10^{-7} \text{ F}$ . ou 150 nF.	1 1
2.1	La loi d'additivité des tensions donne : $u_{AS} + u_{SN} = u_{AB}$ . $u_{AS} = u_C$ . $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$ et $u_{SN} = RC \frac{du_C}{dt}$ . $u_{AB} = -L \frac{di}{dt} = -LC \frac{d^2 u_C}{dt^2}$ . Ainsi, $u_C + RC \frac{du_C}{dt} = -LC \frac{d^2 u_C}{dt^2}$ . Par suite, $LC \ddot{u}_C + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \Rightarrow$ $\ddot{u}_C + \frac{R}{L} \dot{u}_C + \frac{1}{LC} u_C = 0$ .	2
2.2	4,5 pseudo-périodes couvrent 4 ms, ainsi $T = 4/4,5 = 0,89 \text{ ms}$	1
2.3	L'amortissement étant faible, alors $T_0 \approx T = 0,89 \text{ ms} = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow L = 0,133 \text{ H}$	1 ½
3.1	Comme les oscillations deviennent non amorties, alors le module aura pour rôle d'entretenir les oscillations. Ainsi, pour compenser les pertes par effet Joule, on aura : $u_g = u_{DN} = u_{SN} = +Ri$ .	1 ½
3.2	La puissance moyenne : $P_m = \frac{\Delta W_{C(\max)}}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}C(u_0^2 - u_4^2)}{4T} = \frac{\frac{1}{2}150 \times 10^{-9}(144 - 3,8^2)}{4 \times 0,89 \times 10^{-3}} = 2,73 \times 10^{-3} \text{ W}$ .	2 ½
3.3	$i = C \frac{du_C}{dt} = -CE2\pi f \sin(2\pi ft)$ , ainsi l'amplitude de i est $I_m = 2\pi fCE$ .	1
4.1	La capacité C est donnée par : $C = \frac{I_m}{2\pi fE}$ Pour la deuxième mesure : $C_2 = \frac{13,7 \times 10^{-3}}{2\pi \times 1,16 \times 10^3 \times 12} = 1,57 \times 10^{-7} \text{ F}$ ou 157 nF. Pour la troisième mesure : $C_3 = \frac{14,9 \times 10^{-3}}{2\pi \times 1,07 \times 10^3 \times 12} = 1,85 \times 10^{-7} \text{ F}$ ou 185 nF. Comme $C = aH + b$ Alors, $157 = 30,4 a + b$ et $185 = 54,8 a + b \Rightarrow 185 - 157 = (54,8 - 30,4) a \Rightarrow a = 1,15 \text{ nF} \cdot \%^{-1}$ . $b = (185 - 54,8) \times 1,15 = 122 \text{ nF}$	2 ½
4.2	$H = \frac{C-b}{a} = \frac{150-122}{1,15} = 24,3\%$ .	1
		15



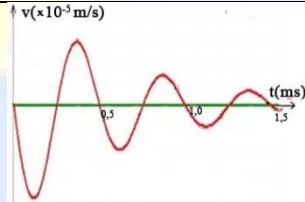


Exercice II: Utilisation de noyaux radioactifs en médecine

Q		Note
1.1	La loi de conservation du nombre de charge: $81 + 1 = 82 + y \cdot z \Rightarrow yz = 0$ . La seule possibilité est que $z = 0$ . Donc ${}_Z^aX$ est un neutron avec $a = 1$ . La loi de conservation du nombre de masse: $203 + 1 = 201 + y \cdot 1 \Rightarrow y = 3$ .	1 1/2
1.2	${}_{82}^{201}\text{Pb} \longrightarrow {}_{81}^{201}\text{Tl} + {}_{+1}^0\text{e} + {}_0^0\nu$ (2)	1/2
2.1	$W_1 = 135 \text{ keV}$ correspond à la transition $E_2 \rightarrow E_1$ car $E_2 - E_1 = 167 - 32 = 135 \text{ keV}$ $W_2 = 167 \text{ keV}$ correspond à la transition $E_2 \rightarrow E_0$ car $E_2 - E_0 = 167 \text{ keV}$ .	1 1/2 1/2
2.2	$W_1 = 135\,000 \times 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,16 \times 10^{-14} \text{ J}$ ; $\lambda_1 = hc/W_1 = 6,62 \cdot 10^{-34} \times 3,0 \cdot 10^8 / 2,16 \cdot 10^{-14} = \mathbf{9,19 \cdot 10^{-12} \text{ m}}$ . $W_2 = 167\,000 \times 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,67 \times 10^{-14} \text{ J}$ ; $\lambda_2 = hc/W_2 = 6,62 \cdot 10^{-34} \times 3,0 \cdot 10^8 / 2,67 \cdot 10^{-14} = \mathbf{7,44 \cdot 10^{-12} \text{ m}}$ .	2
2.3	$W_2 - W_1 = W_3 \Rightarrow hc/\lambda_2 - hc/\lambda_1 = hc/\lambda_3 \Rightarrow 1/\lambda_2 - 1/\lambda_1 = 1/\lambda_3 \Rightarrow 1/7,44 - 1/9,19 = 0,0256 \Rightarrow \lambda_3 = \mathbf{39,1 \cdot 10^{-12} \text{ m}}$ .	1 1/2
2.4	$m(\text{Tl}) = 81m_p + 120m_n - 201 \times E_{\text{li}}/A \times 931,5 = 81 \times 1,00728 + 120 \times 1,00866 - (201 \times 7,684/931,5) = 200,970819 \text{ u}$ . $E_{\text{lib}} = [m(\text{Tl}) + m(e^-) - m(\text{Hg})] \times 931,5$ $E_{\text{lib}} = (200,970819 + 0,00055 - 200,970032) \times 931,5 = 0,00134 \times 931,5 = 1,245 \text{ MeV}$ .	2 1/2
3.1	$A_0 = \lambda_{\text{Tl}} \times N_0 \Rightarrow N_0 = A_0/\lambda_{\text{Tl}} = 78 \times 10^6 / 2,6 \times 10^{-6} = 3,0 \times 10^{13} \text{ noyaux}$	1
3.2	La masse injectée : $m_0 = N_0 \times m(\text{Tl}) = 3,0 \times 10^{13} \times 201 \times 1,66 \times 10^{-27} = 1,0 \times 10^{-11} \text{ kg}$ ou $m_0 = 1,0 \times 10^{-5} \text{ mg}$ . La dose est : $1,0 \times 10^{-5} / 70 = 1,43 \times 10^{-7} \text{ mg/kg} < \text{à } 15 \text{ mg/kg}$ .	2
3.3	La loi de décroissance radioactive est : $A = A_0 e^{-\lambda t}$ ; $3 = 78 \exp(-2,60 \times 10^{-6} t)$ ; $\ln(26) = -2,60 \times 10^{-6} t \Rightarrow$ le temps, au bout duquel une nouvelle injection est nécessaire est : $t = 1,25 \times 10^6 \text{ s} = 14,5 \text{ j}$ .	2
		15



**Exercice III: Fonctionnement du tympan d'une oreille humaine**

Q		Note
A.1	Energie mécanique du système : $E_m = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2 = \text{constante}$ . $\frac{dE_m}{dt} = mv\dot{v} + kx\dot{x} = 0$ avec $v = \dot{x}$ n'est pas toujours nulle $\Rightarrow$ l'équation différentielle en $x$ : $\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$	2
2	La solution de cette équation différentielle est de la forme $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ . Par identification : $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ et l'expression de la pulsation propre $\omega_0$ est : $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ , par suite sa valeur est $\omega_0 = \sqrt{\frac{3500}{1,5 \times 10^{-5}}} = 1,53 \times 10^4$ rad/s.	2
3.	L'équation horaire du mouvement de (P) est de la forme : $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$ avec $\dot{x} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$ . À $t_0 = 0$ , $v_0 = \dot{x}_0 = -A\omega_0 \sin(\varphi) = 0 \Rightarrow \varphi = 0$ ou $\pi$ rad. À $t_0 = 0$ , $x = x_0 = A \cos(\varphi) > 0$ et $A > 0$ . Pour $\varphi = 0$ , $A = x_0 > 0$ à considérer et pour $\varphi = \pi$ , $A = -x_0 < 0$ à rejeter. Ainsi, $x = x_0 \cos(1,53 \times 10^4 t)$ x en m et t en s. L'expression de v est : $v = \dot{x} = -1,53 \times 10^4 x_0 \sin(1,53 \times 10^4 t)$ v en m/s et t en s.	2 1 1/2
B.1	$\frac{dE_m}{dt} = mv\dot{v} + kx\dot{x} = P(\vec{F}_2) = -h v^2$ ; avec $v = \dot{x}$ n'est pas toujours nulle $\Rightarrow$ : $m\ddot{x} + kx = -h\dot{x}$ . $\Rightarrow$ l'équation différentielle en x qui décrit le mouvement de (P) : $\ddot{x} + \frac{h}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$	1 1/2
2	On a : $(\omega'_0)^2 = (\omega_0)^2 - \delta^2$ avec $\delta = \frac{h}{2m}$ . Ainsi, $\delta = \frac{0,1}{2 \times 1,5 \times 10^{-5}} = 3,33 \times 10^3$ rad/s. Par suite : $(\omega'_0)^2 = (1,53 \times 10^4)^2 - (3,33 \times 10^3)^2 \Rightarrow \omega'_0 = 1,49 \times 10^4$ rad/s.	1 1/2
3	$x = x_0 e^{-\delta t} [\cos(\omega'_0 t) + \frac{\delta}{\omega'_0} \sin(\omega'_0 t)]$ . $v = \frac{dx}{dt} = x_0 e^{-\delta t} [-\delta \cos(\omega'_0 t) - \frac{\delta^2}{\omega'_0} \sin(\omega'_0 t) - \omega'_0 \sin(\omega'_0 t) + \delta \cos(\omega'_0 t)]$ . $V = -\frac{x_0 \omega_0^2}{\omega'_0} e^{-\delta t} [\sin(\omega'_0 t)$	2
4.1	$V_{\max} = \frac{x_0 \omega_0^2}{\omega'_0} e^{-\delta t} = \frac{10^{-9} \times 2,33 \times 10^8}{1,49 \times 10^4} e^{-3300t} = 1,56 \times 10^{-5} e^{-3300t}$ (V en m/s et t en s) La constante de temps : $\tau = 1/3330 = 3,0 \times 10^{-4}$ s. Il s'arrête pratiquement après $5\tau = 1,5 \times 10^{-3}$ s ou 1,5 ms.	1 1/2
4.2	$T'_0 = 0,42$ ms, $V_{\max} = 1,56 \times 10^{-5}$ m/s et $5\tau = 1,5$ ms.	1 1/2
		
C.1	$\frac{dE_m}{dt} = mv\dot{v} + kx\dot{x} = P(\vec{F}_2) + P(\vec{F}_3) = -h\dot{x}^2 + F_m \sin(\Omega t + \alpha)\dot{x}$ avec $v = \dot{x} \neq 0 \Rightarrow$ $m\ddot{x} + kx + h\dot{x} = F_m \sin(\Omega t + \alpha)$ . Ainsi, $\ddot{x} + \frac{h}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F_m}{m} \sin(\Omega t + \alpha)$	2



2.1	<p>Avec <math>\dot{x} = X_m \Omega \cos(\Omega t)</math> et <math>\ddot{x} = -X_m \Omega^2 \sin(\Omega t)</math>.</p> <p><math>-X_m \Omega^2 \sin(\Omega t) - \frac{h}{m} X_m \Omega \cos(\Omega t + \varphi) + \frac{k}{m} X_m \sin(\Omega t) = \frac{F_m}{m} \sin(\Omega t + \alpha)</math>.</p> <p>Pour <math>t = 0 \Rightarrow \frac{h}{m} \Omega X_m = \frac{F_m}{m} \sin(\alpha) \Rightarrow \frac{F_m}{m} \sin(\alpha)</math>. Pour <math>\Omega t = \pi/2 \Rightarrow -X_m \Omega^2 + \frac{k}{m} X_m = \frac{F_m}{m} \cos(\alpha)</math></p> <p><math>\frac{F_m^2}{m^2} = X_m^2 \left\{ \frac{h^2 \Omega^2}{m^2} + \left[ \frac{k}{m} - \Omega^2 \right]^2 \right\} \Rightarrow X_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2 \Omega^2 + [k - m \Omega^2]^2}}</math></p>	2 ½
2.2	<p>l'intervalle des pulsations pour lesquelles <math>X_m \leq \frac{(X_m)_{\max}}{\sqrt{2}}</math> est pour <math>10500 \text{ rad/s} \leq \Omega \leq 17800 \text{ rad/s}</math>.</p>	1 ½
D.1	<p><math>\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = 1,53 \times 10^4 \text{ rad/s} \Rightarrow LC = 2,34 \times 10^8 \Rightarrow C = \frac{1}{20 \times 10^{-3} \times 2,34 \times 10^8} = 2,14 \times 10^{-7} \text{ F}</math>.</p>	1 ½
2.1	<p><math>i = I_m \sin(\omega t)</math>.</p> <p>Alors : <math>u_{DA} = L \frac{di}{dt} = L \omega I_m \cos(\omega t)</math></p> <p><math>u_{AB} = Ri = R I_m \sin(\omega t)</math>.</p> <p><math>i = C \frac{du_{BM}}{dt} \Rightarrow u_{BM} = \frac{1}{C} \int i dt</math> constante. Constante = 0 car <math>u_{BM}</math> est alternative sinusoïdale.</p> <p>Ainsi, <math>u_{BM} = -\frac{1}{C\omega} I_m \cos(\omega t)</math></p> <p>D'après la loi d'additivité des tensions : <math>U_m \sin(\omega t + \varphi) = L \omega I_m \cos(\omega t) + R I_m \sin(\omega t) - \frac{I_m}{C\omega} \cos(\omega t)</math>.</p> <p>Pour <math>\omega t = 0 \Rightarrow U_m \sin(\varphi) = L \omega I_m - \frac{I_m}{C\omega}</math>. Pour <math>\omega t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow U_m \cos(\varphi) = R I_m</math>.</p> <p>Par suite : <math>U_m^2 = I_m^2 [R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2]</math>. Ainsi, <math>I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}</math>.</p> <p>Comme <math>u_{BM} = -\frac{1}{C\omega} I_m \cos(\omega t)</math>, donc <math>Q_m = \frac{I_m}{\omega} = \frac{U_m}{\omega \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 \omega^2 + (L\omega^2 - \frac{1}{C})^2}}</math>.</p>	3
2.2	<p><math>Q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 \omega^2 + (L\omega^2 - \frac{1}{C})^2}}</math> ; <math>Q_m</math> maximal pour <math>\frac{dQ_m}{d\omega} = 0 \Rightarrow 2R^2 \omega + 2(L\omega^2 - \frac{1}{C})(2L\omega) = 0</math> ;</p> <p><math>R^2 + 2(L\omega^2 - \frac{1}{C})(L) = 0 \Rightarrow R^2 + 2L^2 \omega^2 - \frac{2L}{C} = 0 \Rightarrow \omega_r^2 = \omega_0^2 - \frac{R^2}{2L^2}</math> avec <math>\omega_0^2 = \frac{1}{LC}</math>.</p> <p><math>Q_m(\max) = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 \omega_0^2 - \frac{R^4}{L^4} + (L\omega_0^2 - \frac{R^2}{2L} \frac{1}{C})^2}} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 \omega_0^2 - \frac{R^4}{4L^2}}}</math>.</p>	2 ½
3	<p>l'intervalle des fréquences pour lesquelles <math>Q_m \leq \frac{Q_m(\max)}{\sqrt{2}}</math> est <math>2000 \text{ Hz} \leq f \leq 2800 \text{ Hz}</math>.</p>	1 ½
		30





**Exercice I : Un son peut en masquer un autre (12 pts)**

**Données :** débit binaire lors de la lecture d'une musique enregistrée sur CD :  $1,41 \times 10^6 \text{ bits.s}^{-1}$  ; intensité sonore de référence  $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$ .

**1. L'effet de masquage**

Si deux sons purs sont écoutés simultanément, le plus intense, appelé son masquant, peut créer une gêne sur la perception du second, le son masqué. Il peut même le rendre inaudible. La comparaison des courbes des figures 1 et 2 données à la suite, permet de mettre en évidence ce phénomène psycho-acoustique appelé « effet de masquage ».

Figure 1 : Le graphique indique les valeurs minimales de niveau d'intensité sonore audible en fonction de la fréquence lorsque le son est écouté en environnement silencieux.

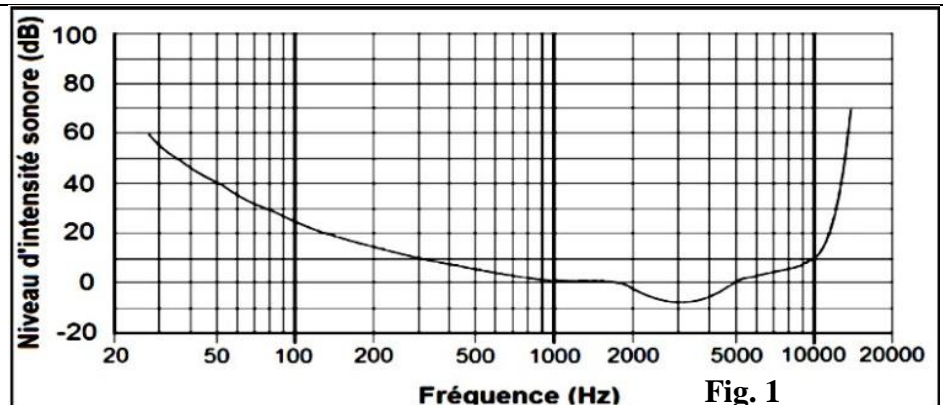
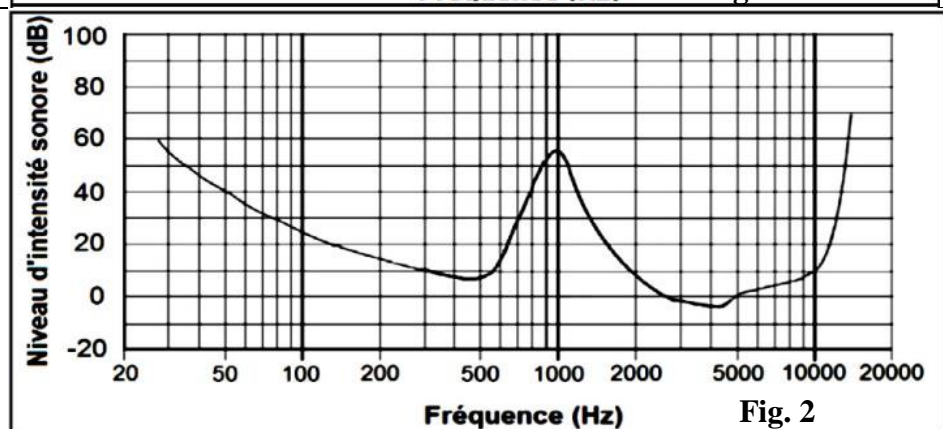


Figure 2 : Le graphique indique les valeurs minimales de niveau d'intensité sonore audible en fonction de la fréquence lorsque le son est écouté simultanément avec un son pur de fréquence 1 kHz et de niveau d'intensité sonore 55 dB.

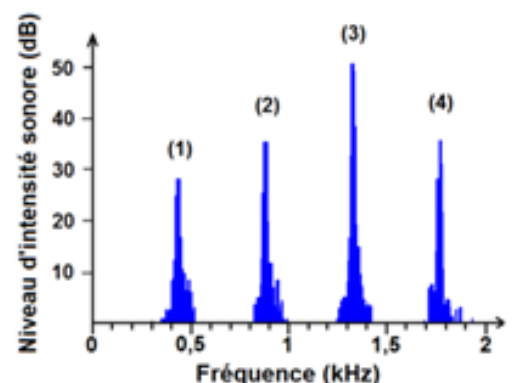


En se référant à la figure 2, déterminer le niveau d'intensité sonore minimal pour qu'un son de fréquence 800 Hz soit audible.

**2. Le format MP3 exploite l'effet de masquage pour compresser l'enregistrement numérique d'un signal sonore. Cela consiste à réduire le « poids » numérique (ou la taille du fichier) d'un enregistrement musical.**

Le spectre fréquentiel de la note La3 jouée par une flûte traversière dans un environnement silencieux est donné ci-contre (Fig. 3).

La flûte joue la note La3 en présence d'un son masquant de fréquence 1 kHz et de niveau d'intensité sonore de 55 dB qui correspond au cas de la figure 3. L'enregistrement numérique du signal sonore est compressé au format MP3.



**Figure 3 :** spectre fréquentiel de la note La3 (flûte traversière).



**2.1.** En étudiant chaque pic du spectre de la figure 3, indiquer en le justifiant, ceux qui restent par ce codage MP3.

**2.2.** Une chanson de 3 minutes est enregistrée sur un CD. Cet enregistrement est compressé au format MP3. Le « poids » numérique (taille) du fichier obtenu est alors égal à  $2,88 \times 10^6$  octets. Déterminer le facteur de compression du format MP3 après en avoir proposé une définition.

**3.** Dans une ambiance sonore calme, deux personnes conversent à un mètre l'une de l'autre. L'auditeur perçoit la parole de l'orateur avec un niveau d'intensité sonore égal à 50 dB. Un train passe. La parole de l'orateur est masquée par le bruit du train. On suppose que, dans ces conditions, le bruit du train masque toutes les fréquences audibles de niveau d'intensité sonore inférieur à 60 dB. On admettra que l'orateur se rapprochera de son auditeur.

**3.1.** Pour une source isotrope (c'est-à-dire émettant de la même façon dans toutes les directions), l'intensité sonore en un point situé à une distance  $d$  de la source est inversement proportionnelle à  $d^2$ , c'est-à-dire que  $I = \frac{k}{d^2}$  où  $k$  est une constante. Déterminer la valeur de  $k$ .

**3.2.** Déterminer la distance séparant l'orateur de l'auditeur pour être audible. Cette réponse est-elle logique ?

### Exercice II : Tsunami de l'île de Sumatra (6 pts)

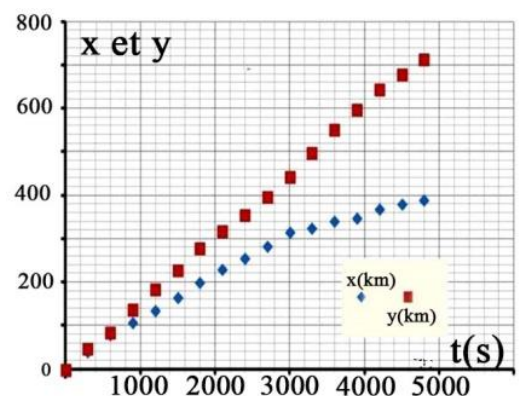
La vague du tsunami provenant de la côte de l'île de Sumatra (le 26/12/2004) est passée dans le détroit entre l'île de Nicobar et la pointe nord de Sumatra dont la largeur est de 180 km et a dévasté la ville balnéaire de Phuket en Thaïlande. La vitesse des vagues, à l'entrée de ce détroit, était d'environ 170 m/s et leur période d'environ 50 min.

1. Quel phénomène physique observe-t-on au passage de ce détroit ? Justifier l'existence de ce phénomène par un calcul.

2. Des pointages ont été effectués à partir de la sortie du détroit pour suivre la première vague vers le nord de la mer d'Andaman (direction Oy) et vers la Thaïlande à l'est (direction Ox). Un graphe  $x$  et  $y$  a été tracé en fonction du temps  $t$  ( $x$  et  $y$  en m et  $t$  en s).

2.1. Trouver la profondeur moyenne  $h$  de la mer d'Andaman vers le nord (axe Oy). Données : Pour un tsunami, la célérité  $c$  des ondes s'exprime de la façon suivante  $c = \sqrt{g \cdot h}$  où  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ .

2.2. Que peut-on dire de la profondeur de la mer d'Andaman quand on se rapproche de la Thaïlande ? Justifier. Calculer la valeur de la vitesse proche de Phuket entre les dates 4200 s et 4800 s.

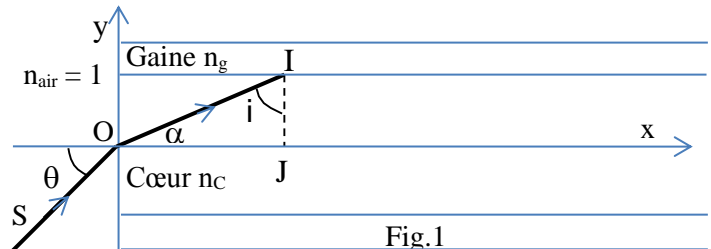




### Exercice III : Propagation de la lumière dans les fibres optiques à saut d'indice (19 pts)

Une fibre optique à saut d'indice est formée d'un cœur en verre d'axe Ox, de longueur L et d'indice  $n_c = 1,50$ , entouré d'une gaine d'indice  $n_g = 1,47$ . Un rayon lumineux SO entre dans la fibre au point O avec un angle d'incidence  $\theta$ . On note  $i_\ell$  l'angle limite de réfraction sur la surface de séparation cœur-gaine.

1.1. Montrer que, pour que le rayon reste confiné à l'intérieur du cœur, il faut que l'angle d'incidence  $\theta$  soit inférieur à un angle limite  $\theta_\ell$  tel que  $\sin \theta_\ell = n_c \cos i_\ell$ .



1.2. Faire un dessin montrant la marche d'un rayon SO dans la fibre pour  $i > i_\ell$ . Calculer la valeur de  $\theta_\ell$  appelé angle d'acceptance.

2. Supposons que l'on envoie dans la fibre un faisceau conique convergent en O de demi-angle au sommet  $\theta_\ell$ . Ainsi, un rayon entre dans la fibre avec un angle d'incidence  $\theta$  variable compris entre 0 et  $\theta_\ell$ .

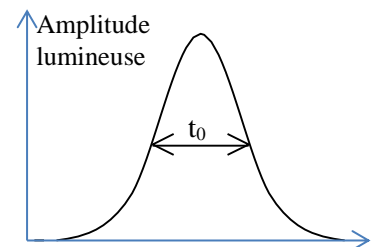
2.1. Déterminer, en fonction de L, c,  $n_c$  et  $\sin i_\ell$ , la durée de parcours  $\tau_1$  pour un rayon d'angle d'incidence  $\theta = 0$  puis la durée de parcours  $\tau_2$  pour un rayon d'angle d'incidence  $\theta = \theta_\ell$ .

2.2. En déduire l'intervalle de temps  $\delta\tau = \tau_2 - \tau_1$  en fonction de L, c,  $n_c$  et  $n_g$ . Montrer que  $\delta\tau = 1,02 \times 10^{-10} L$  (L en m et  $\delta\tau$  en s)

3. On injecte à l'entrée de la fibre une impulsion lumineuse de durée  $t_0$  formée par un faisceau de rayons ayant un angle d'incidence compris entre 0 et  $\theta_\ell$ . La figure 2 représente l'allure du signal lumineux à l'entrée en fonction du temps.

3.1. Reproduire la figure en ajoutant à la suite l'allure du signal lumineux à la sortie de la fibre.

3.2. Quelle durée a approximativement l'impulsion lumineuse en sortie de la fibre ?



4. Le codage binaire de l'information (détaillé dans la section suivante) consiste à envoyer des impulsions lumineuses (appelées « bits ») périodiquement avec une fréquence d'émission f.

4.1. En supposant  $t_0$  négligeable devant  $\delta\tau$ , quelle condition portant sur la fréquence d'émission f exprime le non-recouvrement des impulsions à la sortie de la fibre optique ?

4.2. Soit  $L_{\max}$  la longueur maximale de la fibre optique permettant d'éviter le phénomène de recouvrement des impulsions. Déterminer la valeur de la bande passante B de la fibre, sachant que  $B = L_{\max} \cdot f$ .

4.3. Calculer la valeur numérique de  $L_{\max}$  pour un débit d'information de  $f = 100 \text{ Mbits/s} = 100 \text{ MHz}$ .

5. En supposant que le signal doit être ré-amplifié dès que sa puissance est inférieure à 1% de sa valeur d'émission, combien faut-il d'amplificateurs pour une liaison par fibres optiques entre deux villes distantes de 750 km ? Donnée : coefficient d'atténuation  $\alpha = 0,20 \text{ dB/km}$ .

6. Une image TV numérisée doit être transmise dans cette fibre à partir d'une source qui utilise une matrice d'affichage de  $450 \times 500$  pixels, chacun des pixels pouvant prendre 32 valeurs d'intensité différentes. On suppose que 30 images sont envoyées par seconde. Calculer le débit D de la source.



#### Exercice IV : Production des ions $^{18}\text{F}^-$ au moyen d'un cyclotron (23 pts)

**Données :** célérité de la lumière dans le vide,  $c = 3,00 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$  ;  $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$  ;

masse du proton :  $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$  ; et  $\gamma = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

Le fluor 18,  $^{18}\text{F}$ , nécessaire pour synthétiser le FDG (Fluoro Désoxy Glucose) est un dérivé du D-glucose contenant du fluor 18, isotope radioactif du fluor. Il doit être produit artificiellement à l'hôpital pour être injecté à un patient juste avant un examen appelé **PET-scan** (Tomographie par Émission de Positons). Pour cela, on bombarde au moyen d'un cyclotron, des noyaux d'oxygène 18,  $^{18}\text{O}$ , par des protons dont l'énergie cinétique est de 16 MeV.

L'objectif de cette partie est d'étudier le fonctionnement du cyclotron.

Le cyclotron est un appareil constitué de deux demi-cylindres horizontaux creux appelés "dees". Entre les plaques G et D, séparées d'une distance  $d = 2,00 \text{ mm}$ , est appliquée une tension  $U = 30 \text{ kV}$ . Ainsi, il règne entre ces plaques un champ électrique  $\vec{E}$  uniforme.

A- On fait l'hypothèse que le proton n'est pas relativiste et on admettra que son poids est négligeable devant la force électrique.

Les protons placés au point O sont accélérés jusqu'au point O' où ils pénètrent dans le dee D.

À  $t_0 = 0$ , un proton est introduit dans le cyclotron au point O sans vitesse initiale.

On se place sur l'axe Ox horizontal, centré sur O et dirigé vers la droite.

1. Sachant que le proton est accéléré, compléter le schéma de la figure ci-contre en y faisant figurer, sans souci d'échelle, le vecteur  $\vec{F}$  modélisant la force électrique exercée sur le proton entre O et O' et le vecteur champ électrique  $\vec{E}$  entre les plaques D et G. Justifier.

2. Établir l'expression du vecteur accélération  $\vec{a}$  du proton entre O et O' en fonction de  $\vec{E}$ .

3. Montrer que l'abscisse  $x$  du proton sur son trajet OO' est donnée par la relation  $x = \frac{e \cdot U}{2m_p \cdot d} t^2$ .

4. En déduire la valeur de la durée  $\Delta t_1$  mise par le proton pour aller de O à O'.

5. Dans le dee D, le proton, soumis à un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  d'intensité  $B = 1,6 \text{ T}$ , a jusqu'au point A' un mouvement circulaire uniforme, de rayon  $R = \frac{m_p v}{e \cdot B}$ , avec  $v$  la valeur de la vitesse du proton entre O' et A'. Lorsque le proton arrive au point A', le sens du champ électrique  $\vec{E}$  est inversé. Le proton subit alors une nouvelle accélération constante  $\vec{a}' = -\vec{a}$  jusqu'au point A.

Le processus d'accélération et de demi-tour successifs se répète un grand nombre de fois jusqu'à ce que le proton sorte de l'accélérateur avec la valeur de vitesse souhaitée pour bombarder la cible.

Une dizaine de microsecondes est nécessaire pour atteindre une telle valeur de vitesse.

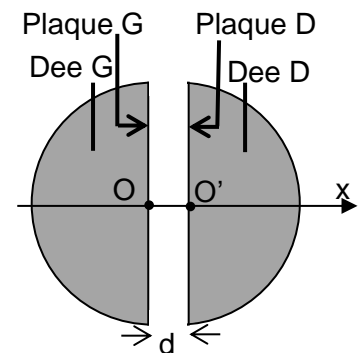


Figure 1. Schéma du cyclotron vu de dessus.

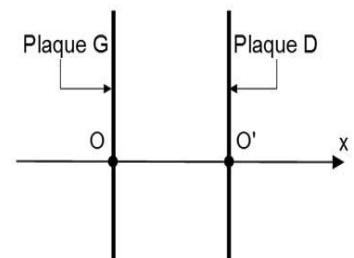


Figure 2.

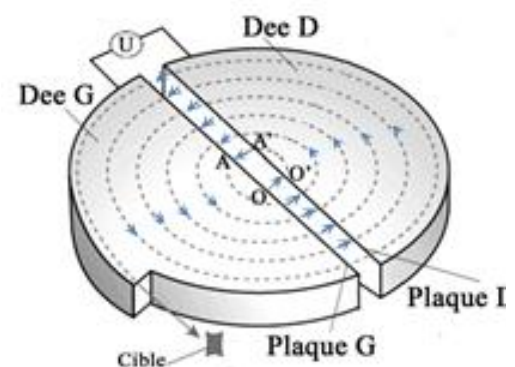


Figure 3. Principe de fonctionnement du cyclotron





**5.1.** En déduire la relation entre la vitesse  $v$ , le rayon  $R$  de sa trajectoire et la durée  $\Delta t_2$  de ce premier demi-tour.

**5.2.** Montrer que la durée  $\Delta t_2$  de ce premier demi-tour peut s'exprimer sous la forme :  $\Delta t_2 = \frac{\pi \cdot m_p}{e \cdot B}$ .

**5.3.** En déduire que tous les demi-tours suivants ont la même durée.

**5.4.** En considérant que la durée  $\Delta t_1$  d'une phase d'accélération est de l'ordre de 2 ns, montrer que la durée  $\Delta t_2$  d'un demi-tour est environ dix fois plus grande.

Par la suite, on considérera que la durée  $\Delta t_1$  est négligeable devant la durée  $\Delta t_2$ .

**6.** En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, montrer que la variation de l'énergie cinétique du proton à chaque passage d'un dee à l'autre est  $E_C = 3,0 \times 10^4$  eV..

**7.1.** Évaluer le nombre de tours que doit faire le proton pour qu'il atteigne, à la sortie du cyclotron, une énergie cinétique de 16 MeV.

**7.2.** Évaluer la durée pour que le proton sorte du cyclotron et comparer la valeur obtenue avec celle du texte décrivant le principe de fonctionnement du cyclotron.

**7.3.** Déterminer la valeur  $v_1$  de la vitesse avec laquelle le proton heurte la cible.

**B-** On fait l'hypothèse que le proton est relativiste.

**1.** L'énergie totale d'une particule de masse  $m$  et de vitesse de valeur  $v$  est  $E = \gamma \cdot m \cdot c^2$  et elle est égale à la somme de son énergie cinétique  $E_C$  et de son énergie de masse, appelée aussi énergie de repos,  $E_0 = m \cdot c^2$ . Calculer la valeur  $v_r$  de la vitesse du proton à la sortie de l'accélérateur.

**2.** Déterminer l'écart relatif entre  $v_1$  et  $v_r$ . En déduire le caractère relativiste ou non relativiste du proton.





Concours d'entrée 2017-2018

Physique (Programme français)

Corrigé

Juillet 2017

Durée 2 h

**Exercice I : Un son peut en masquer un autre**

Q		Note
1.1	En se référant au graphique de la figure 2, le niveau d'intensité sonore minimal pour qu'un son de fréquence 800 Hz soit audible dans ces conditions est <b>40 dB</b> .	1
2.1	<p>Étudions la figure 3 tout en utilisant la figure 2 pour déterminer si le niveau sonore est suffisant pour nécessiter le codage de chaque pic</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Pic (1) : Il s'agit de la fréquence fondamentale à 0,45 kHz (environ 450 Hz) de niveau <math>\approx 30</math> dB et le seuil à cette fréquence est inférieur à <math>\approx 10</math> dB donc ce pic est à coder.</li> <li>Pic (2) : fréquence 0,90 kHz (environ 900 Hz), de niveau <math>\approx 35</math> dB, seuil à <math>\approx 50</math> dB donc inutile de la coder car elle subit l'effet de masquage.</li> <li>Pic (3) : fréquence 1,35 kHz, de niveau 50 dB, seuil à <math>\approx 30</math> dB donc à coder</li> <li>Pic (4) : fréquence 1,75 kHz Hz, de niveau 35 dB, seuil à <math>\approx 10</math> dB donc à coder.</li> </ul>	4
2.2	<p>On connaît :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>la durée de la chanson : <math>\Delta t = 3</math> min,</li> <li>le débit binaire : débit = <math>1,41 \times 10^6</math> bits.s<sup>-1</sup>,</li> <li>le « poids » numérique de la chanson après compression : <math>2,88 \times 10^6</math> octets, soit <math>2,88 \times 10^6 \times 8</math> bits</li> </ul> <p>Le « poids » numérique de la chanson sans compression est : débit <math>\times \Delta t</math>.</p> <p>Le facteur de compression du format MP3 est : <math>FC = \frac{\text{poids numérique sans compression}}{\text{poids numérique après compression}} = \frac{1,41 \times 10^6 \times 3 \times 60}{2,88 \times 10^6 \times 8}</math></p> <p>FC = 11 Grâce à la compression, la chanson « pèse » 11 fois moins.</p>	3
3.1	<p><math>I_1 = \frac{k}{d_1^2}</math>, donc <math>k = I_1 \times d_1^2</math>. Or <math>d_1 = 1</math> m et <math>L_1 = 50</math> dB.</p> <p>Comme: <math>I_1 = I_0 e^{\frac{L_1}{10}}</math>, <math>I_1 = 1,0 \times 10^{-12} \times 10^{50/10} = 1,0 \times 10^{-7} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}</math>; ainsi, <math>k = 1,0 \times 10^{-7} \times 1^2 = 1,0 \times 10^{-7} \text{ W}</math>.</p>	2
3.2	<p><math>I_2 = \frac{k}{d_2^2}</math>, donc <math>d_2 = \sqrt{\frac{k}{I_2}}</math>. On a <math>I_2 = I_0 e^{\frac{L_2}{10}} \Rightarrow I_2 = 1,0 \times 10^{-12} \times 10^{60/10} \Rightarrow I_2 = 1,0 \times 10^{-6} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}</math>; <math>\Rightarrow d_2 = \sqrt{\frac{1,0 \times 10^{-7}}{1,0 \times 10^{-6}}} = 0,32</math> m. Cette réponse n'est pas logique</p>	2
		12



Exercice II : Tsunami de l'île Sumatra

Q		Note
1	Phénomène de diffraction : $\lambda = c \times T = 170 \times 50 \times 60 = 5,10 \times 10^5$ m ou 510 km qui est de même ordre de grandeur que 180 km.	1 ½
2.1	Vers le nord $v_y = \frac{700 \times 10^3}{4800} = 146$ m/s ; $h = \frac{v_y^2}{g} = \frac{146^2}{9,8} = 2,18 \times 10^3$ m	2
2.2	La vitesse à un instant donné est le coefficient directeur de la tangente à la courbe. La vitesse diminue, donc la profondeur diminue.  Vers l'est $v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(390-370) \times 10^3}{4800-4200} = 33$ m/s ; $h = \frac{v_x^2}{g} = \frac{33^2}{9,8} = 113$ m.	2 ½
		6



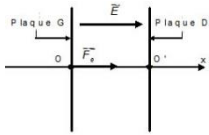
Exercice III :

Q		Note
1.1	Le rayon reste confiné à l'intérieur du cœur, pour $i > i_\ell$ ; $r < 90^\circ - i_\ell$ . D'après la loi de Descartes Snell : $n_{\text{air}} \sin \theta = n_C \sin r \Rightarrow \sin \theta < n_C \sin(90^\circ - i_\ell) = n_C \cos i_\ell \Rightarrow$ À la limite: $\sin \theta_\ell = n_C \cos i_\ell$ .	2
1.2	Voir figure. $\sin \theta_\ell = n_C \cos i_\ell$ et $\sin i_\ell = \frac{n_g}{n_C} = \frac{1,47}{1,50} \Rightarrow i_\ell = 78,52^\circ \Rightarrow \cos i_\ell = 0,199$ . Ainsi: $\sin \theta_\ell = 1,50 \times 0,199 = 0,298$ , par suite $\theta_\ell = 17,4^\circ$ .	1 1/2
2.1	Dans le cœur avec la célérité de la lumière $v_C$ est telle que $n_C = \frac{c}{v_C} \Rightarrow v_C = \frac{c}{n_C}$ . Ainsi : $\tau_1 = \frac{L}{v_C} = \frac{L \cdot n_C}{c}$ . Soit $d$ la distance parcourue. $\frac{L}{d} = \frac{OJ}{OI} = \sin i_\ell$ . Ainsi, $d = \frac{L}{\sin i_\ell}$ et par suite à la limite : $\tau_2 = \frac{L}{\sin i_\ell \cdot v_C} = \frac{L \cdot n_C}{c} = n_C \frac{L}{c}$ .	1 1/2
2.2	L'intervalle de temps $\delta \tau = \tau_2 - \tau_1 = n_C \frac{L}{\sin i_\ell c} - n_C \frac{L}{c} = n_C \frac{L}{c} \left[ \frac{1}{\sin i_\ell} - 1 \right] = n_C \frac{L}{c} \left[ \frac{1}{\frac{n_g}{n_C}} - 1 \right] = n_C \frac{L}{c} \left[ \frac{n_C}{n_g} - 1 \right]$ $\delta \tau = n_C \frac{L}{c} \left[ \frac{n_C - n_g}{n_g} \right] = \frac{n_C}{n_g} \frac{L}{c} (n_C - n_g) = \frac{1,50}{1,47} \frac{L}{3,00 \times 10^8} (1,50 - 1,47) \Rightarrow \delta \tau = 1,02 \times 10^{-10} L$ (L en m et $\delta \tau$ en s).	1 1/2
3.1	L'impulsion lumineuse s'étale dans la fibre : les différents rayons dans la fibre ne mettent pas le même temps pour la traverser. La durée de l'impulsion de sortie est l'écart temporel entre le rayon le plus rapide émis au début de l'impulsion et le rayon le plus lent émis à la fin de l'impulsion ; la durée de l'impulsion de sortie est de l'ordre de $\Delta t = t_0 + \delta \tau$ . L'amplitude de l'impulsion diminue du fait de l'atténuation et de son étalement (conservation de l'énergie lumineuse transportée)	1 1/2
3.2	La durée : $\Delta t = t_0 + \delta \tau$ .	1 1/2
4.1	La durée entre deux impulsions est $T = 1/f$ ; il y a non recouvrement à la sortie si $\delta \tau < T = 1/f$ . Ainsi il faut que $f < \frac{1}{\delta \tau}$ .	2
4.2	À la limite $f = \frac{1}{\delta \tau} = \frac{1}{1,02 \times 10^{-10} L_{\text{max}}} \Rightarrow$ La valeur de la bande passante B : $B = L_{\text{max}} \cdot f > 9,80 \times 10^9 \text{ Hz.m} = 9,80 \text{ MHz.km}$ .	2
4.3	La valeur numérique de $L_{\text{max}}$ : $L_{\text{max}} = \frac{9,80}{100} = 0,098 \text{ km}$ ou 98 m.	1 1/2
5	$\alpha = \frac{10}{L} \log \left( \frac{P_{\text{entrée}}}{P_{\text{sortie}}} \right) \Rightarrow 0,2 = \frac{10}{L} \log \left( \frac{1}{0,01} \right) = \frac{20}{L} \Rightarrow L = 100 \text{ km}$ . Ainsi il faut utiliser : $\frac{750}{100} = 7$ préamplificateurs	2
	Soit $n$ le nombre de bits : $2^n = 32 \Rightarrow n = 5$ bits.	2



	Taille de l'image : $450 \times 500 \times 5 = 1,125 \times 10^6$ bits Débit : $30 \times 1,125 \times 10^6$ bits/s = $33,75 \times 10^6$ bits/s	
		19

### Exercice 1V : Production des ions $^{18}\text{F}^-$ au moyen d'un cyclotron

Q		Note
1	<p>Le proton est accéléré entre O et O' donc la force électrique <math>\vec{F}</math>, perpendiculaire aux plaques, est dirigé de O vers O'.</p> <p>La force <math>\vec{F} = q \vec{E} = +e \vec{E}</math> pour un proton. Ainsi, la force électrique <math>\vec{F}</math> subie par le proton et le champ électrique <math>\vec{E}</math> sont de même direction et de même sens.</p> 	2
2	<p>D'après la 2<sup>ème</sup> loi de Newton appliquée au système {proton} dans le référentiel galiléen lié au cyclotron : <math>\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt}</math>, comme <math>m_p = \text{Cte}</math> alors <math>\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}</math>.</p> <p>Le poids du proton étant négligeable par rapport à la force électrique, alors <math>\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = +e \vec{E} = m \vec{a}</math>.</p> <p>Finalement <math>\vec{a} = \frac{e \vec{E}}{m_p}</math>. Comme <math>\vec{E} = E \vec{i} = \frac{U}{d} \vec{i}</math>, alors <math>\vec{a} = \frac{e U}{d \cdot m_p} \vec{i}</math>.</p>	2 ½
3	<p>Suivant l'axe horizontal Ox : <math>a_x = \frac{e U}{d \cdot m_p}</math>. Comme <math>a_x = \frac{dv_x}{dt}</math> alors <math>\frac{dv_x}{dt} = \frac{e U}{d \cdot m_p}</math>.</p> <p>En intégrant : <math>v_x = \frac{e U}{d \cdot m_p} t + C_1</math> or, à <math>t = 0</math>, <math>v_x(0) = 0</math> donc <math>C_1 = 0</math>. Ainsi <math>v_x = \frac{e U}{d \cdot m_p} t</math>.</p> <p>Comme <math>v_x = \frac{dx}{dt}</math> alors <math>\frac{dx}{dt} = \frac{e U}{d \cdot m_p} t</math>. En intégrant : <math>x(t) = \frac{1}{2} \frac{e U}{d \cdot m_p} t^2 + C_2</math>. or à <math>t = 0</math>, <math>x(0) = 0</math> donc <math>C_2 = 0</math>. Ainsi <math>x(t) = \frac{1}{2} \frac{e U}{d \cdot m_p} t^2</math>.</p>	2 ½
4	<p>Durée du déplacement de O à O' : <math>\Delta t_1 = t_1</math>. À la date <math>t_1</math>, le proton atteint l'abscisse <math>x(t_1) = d</math>.</p> <p>En utilisant le résultat précédent <math>x(t_1) = \frac{1}{2} \frac{e U}{d \cdot m_p} t_1^2 = d</math>.</p> <p><math>\Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2 d^2 \cdot m_p}{e U}} = \sqrt{\frac{2(2 \times 10^{-3})^2 \cdot 1,67 \times 10^{-27}}{1,6 \times 10^{-19} \times 30 \times 10^3}} = 1,63 \times 10^{-9} \text{ s} \approx 2 \text{ ns}</math>.</p>	1 ½
5.1	Le mouvement du proton entre O' et A' est circulaire uniforme : le proton parcourt donc un demi-cercle de longueur $d = \pi R$ à la vitesse constante $v$ durant la durée $\Delta t_2$ : $\Delta t_2 = \frac{\pi R}{v}$ .	1
5.2	Or d'après l'énoncé $R = \frac{m_p \cdot v}{e \cdot B}$ donc $\Delta t_2 = \frac{\pi m_p \cdot v}{v e \cdot B} = \frac{\pi m_p}{e \cdot B}$	1
5.3	On en déduit que la durée d'un demi-tour ne dépend que de la valeur du champ magnétique B (les autres grandeurs étant constantes pour un proton) qui ne varie pas dans le cyclotron donc la durée d'un demi-tour est constante.	1
5.4	$\Delta t_2 = \frac{\pi \cdot 1,67 \times 10^{-27}}{1,6 \times 10^{-19} \times 1,6} = 2,0 \times 10^{-8} \text{ s} = 20 \text{ ns}$ , ce qui est bien dix fois plus grand que l'ordre de 2 ns pour $\Delta t_1$ .	1 ½
6	<p>Vue que la variation d'énergie cinétique du proton à chaque passage d'un dee à l'autre est égale au travail W de la force électrique <math>\vec{F}</math> exercée sur le proton lors de ce passage : <math>\Delta E_C = W_{GD}(\vec{F})</math> (pour un passage du dee G vers le dee D et inversement).</p> <p>Or <math>W_{GD}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{OO'} = F \times OO' \times \cos(\vec{F}, \vec{OO'}) = e \cdot E \cdot d \cos(0^\circ) = e \cdot E \cdot d = e U</math>.</p> <p>Ainsi, <math>\Delta E_C = 1,6 \times 10^{-19} \times 30 \times 10^3 = 4,8 \times 10^{-15} \text{ J}</math>.</p> <p>En eV: <math>E_C = 1,6 \times 10^{-19} \times 30 \times 10^3 = \frac{4,8 \times 10^{-15}}{1,6 \times 10^{-19}} = 3,0 \times 10^4 \text{ eV}</math>.</p>	2 ½



7.1	Cependant, à chaque tour, le proton subit deux fois l'accélération donc son énergie cinétique augmente de $6,0 \times 10^4$ eV à chaque tour. <b>Ainsi</b> , le nombre de tours est: $n = \frac{16 \times 10^6}{6,0 \times 10^4} = 266,6$ tours $\approx 270$ tours.	1 ½
7.2	L'énoncé nous demande de considérer que la durée $\Delta t_1$ est négligeable devant la durée $\Delta t_2$ donc la durée d'un tour complet est $\Delta t_{\text{tour}} = 2 \Delta t_2 = 40 \times 10^{-9}$ s. La durée pour que le proton sorte du cyclotron est donc $\Delta t_{\text{total}} = n \cdot \Delta t_{\text{tour}} \approx 270 \times 40 \times 10^{-9} = 1,1 \times 10^{-5}$ s. = 11 μs. Ce résultat est conforme avec "la dizaine de microsecondes" annoncée dans le texte.	1 ½
7.3	$E_C = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 16 \times 1,60 \times 10^{-13}}{1,67 \times 10^{-27}}} = 5,54 \times 10^7$ m/s.	1 ½
B.1	$E = \gamma \cdot m \cdot c^2 = E_C + mc^2 \Rightarrow E_C = (\gamma - 1)mc^2$ $\Rightarrow (\gamma - 1) = E_C / mc^2 = 16 \times 1,6 \times 10^{-13} / (1,67 \times 10^{-27} \times 9,00 \times 10^{16}) = 0,0170 \Rightarrow \gamma = 1,017$ $\gamma^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1,034 \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = (1,034 - 1) / 1,034 = 0,033 \Rightarrow \frac{v}{c} = 0,18$ et $v = 5,47 \times 10^7$ m/s	2
2	$(5,54 \times 10^7 - 5,47 \times 10^7) / 5,47 \times 10^7 = 0,013 = 1,3\%$ La proposition est correcte.	1
		23