الاختبار المشترك الأول العام الدراسي : 2018/2019	باسمه تعالى إمتحانات الثانوية العامة فرع علوم الحياة	مؤسسات أمل التربوية المديرية التربوية
الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة: ساعتان	ثانوية:

ملاحظة: يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة)

I- (4 points)

Dans le tableau ci-dessous, pour chaque question **une seule** réponse est correcte.
Choisir la bonne réponse **en justifiant** chaque fois ta réponse.

Nº	Questions	Solutions A	Solutions B	Solutions C
1)	Z est un nombre complexe d'argument $\frac{\pi}{3}$. Un argument de $\frac{-i}{(\bar{z})^2}$ est	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{2}$
2)	Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O;\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, le projeté orthogonal *H* de point A (1; 2; 1) sur le plan (P) d'équation 2x – y + z + 1 = 0 est	$H\left(\frac{1}{3};\frac{5}{3};0\right)$	$H(4;-2;2)$	$H\left(\frac{1}{3};\frac{7}{3};\frac{2}{3}\right)$
3)	L'équation $x^2 - 2x + \ln(1-m) = 0$ admets deux solutions distinctes pour m ∈	$]-\infty;\ 1[$	$]1-e;\ +\infty[$	$]1-e;\ 1[$
4)	$\lim\limits_{x\to 1} \frac{\int_1^x \sqrt{1+\ln t}}{x-1} =$	1	0	E

II- (4 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives: $Z_A = 2i$ et $Z_B = i$. Pour tout point M d'affixe Z, on associe le point M′ d'affixe Z′ tel que:

$Z' = \frac{iZ+2}{Z-i}$, ($Z \neq i$ et $Z \neq 2i$).

1) Démontrer que si Z est imaginaire pure donc Z′ est imaginaire pure.

2)

a) Démontrer que $Z' = i\frac{Z-2i}{Z-i}$.

b) Montrer que $|Z'| = \frac{AM}{BM}$ et $\arg(Z') = \left(\overrightarrow{BM};\overrightarrow{AM}\right) + \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$.

c) Déterminer l'ensemble des points M si $|Z'| = 1$.

d) Montrer que si les trois points A, B et M sont alignés alors Z′ est imaginaire pure.

3) Soient Z' = x' + iy' et Z = x+ iy, où x, y, x' et y' sont real. ($x \neq 0$)

a) Démontrer que $x' = \frac{x}{x^2+(y-1)^2}$ et $y' = \frac{x^2+y^2-3y+2}{x^2+(y-1)^2}$.

b) Démontrer que lorsque M se déplace sur la droite (D) d'équation y =1 donc M' se déplace sur la même droite (D).

III-   (4 points)

Dans l'espace rapportés à un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{i}\,,\,\vec{j}\,,\vec{k}\right)$, On considère les droites (d) et (d′)

d'équations paramétriques respectives (d): $\begin{cases} x = m-1 \\ y = 2m \\ z = m+1 \end{cases}$ et (d′): $\begin{cases} x = 2t \\ y = t+2 \\ z = t+2 \end{cases}$ (m et t ∈ ℝ).

1) Vérifier que les deux droites (d) et (d') se coupent en un point A (0; 2; 2).

2) Déterminer une équation du plan (P) contenant les deux droites (d) et (d').

3) On considère la droite (D) dans (P) d'équations paramétrique : $\begin{cases} x = 3k \\ y = 3k+2 \\ z = 2k+2 \end{cases}$ (k ∈ ℝ).

Montrer que pour tout point M de (D) est équidistante de (d) et (d').

4) Détermine les équations paramétriques de la droite (Δ) passant par A et perpendiculaire au plan (P).

5) Soit B (1; 3; –1) un point de (Δ).
Trouver une équation du plan (Q) passant par B et parallèle au plan (P).

6) Soit N un point variable de (Q). I est un point de (D), T est le projeté orthogonal de I sur (d), S est le projeté orthogonal de I sur (d').
Démontrer que le volume de la tétraèdre NITS reste constante lorsque N varie sur (Q).

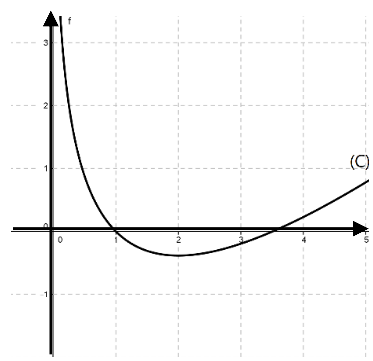
IV-   (8 points)

Partie A

Le courbe adjacente est celle de (C) la représentation d'une fonction f continue sur $]0,+\infty[$ définie par: $f(x) = ax + b\ln x - 1$.

Indication:

- La tangente à (C) en un point d'abscisse 2 est horizontal.
- Le courbe (C) coupe (x'x) en un point d'abscisse 1.



1) Utiliser (C) pour démontrer que a = 1 et b = −2.

2) L'équation f(x) = 0 admets deux racines 1 et α. Vérifier que 3.5 < α < 3.6.

3)

- **a)** Démontrer que 2lnα = α – 1.
- **b)** Calculer, en fonction de α, l'air de la région limité par (C) et l'axe des abscisses.

4) Etudier le signe de f (x).

<u>Partie B</u>

On considère la fonction g définie sur]0; +∞[par $g(x) = \dfrac{x^2}{2} - 2x\ln x + x$ et désignons par (G) la courbe représentative de g dans un repère orthonormal $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$ et g(10) à 10^{-1} près.

2) Démontrer que g'(x) = f(x) et dresser le tableau de variations de g.

3) Démontrer que $g(\alpha) = \dfrac{\alpha(4-\alpha)}{2}$

4) On donne α = 3.5. Tracer (G).

5) Soit (D) le droite d'équation y = x.
La droite (D) coupe (G) en deux points A et B d'abscisses respectives β et γ.
Démontrer que 1.4 < β < 1.5 et 8.6 < γ < 8.7.

6)

- **a)** Démontrer que g admets, sur [5; +∞[, une fonction réciproque h de domaine de définition à déterminer.
- **b)** Tracer (H) le courbe représentative de h dans le même repère.