Ecoles Al-Mabarrat Direction générale		En son nom
Code : EDD-F49	**Ed : 01**	Fiche de révision 02 / 2022

<u>Année scolaire :</u> 2021 – 2022 **<u>Date :</u> 22 / 04 /2022**

<u>Nom :</u> **<u>Classe</u> : 3ème année secondaire – S. V. T et S.G.**

Probabilités

Problème I

Les deux parties A et B peuvent être traitées indépendamment.
Les résultats seront donnés sous forme décimale en arrondissant à 10^{-4}.
Dans un pays, il y a 2 % de la population contaminée par un virus.

Partie A

On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :

- La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,99 (sensibilité du test).
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97 (spécificité du test).

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population.
On note V l'évènement « la personne est contaminée par le virus » et T l'évènement « le test est positif ».

1) **a.** Préciser les valeurs des probabilités P(V), P(T / V), $P\left(\overline{T}/\ \overline{V}\right)$.

b. Traduire la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.

c. En déduire la probabilité $P\left(V \cap T\right)$.

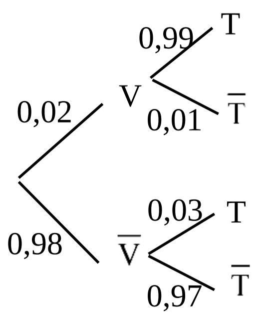
2) Démontrer que la probabilité que le test soit positif est 0,0492.

3) **a.** Justifier par un calcul la phrase :
« Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40 % de « chances » que la personne soit contaminée ».

b. Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif.

Partie B

On choisit successivement 10 personnes de la population au hasard, on considère que les tirages sont indépendants.
Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une personne contaminée parmi les 10.

QI	Réponses
A.1.a.	• P(V) = 0,02 ; • P(T / V) = 0,99 ; • $P\left(\overline{T}/\ \overline{V}\right) = 0,97$.
A.1.b	Arbre de probabilités : 
A.1.c.	$P\left(V \cap T\right) = P(T / V) \times P(V) = 0,99 \times 0,02 = 0,0198$.
A.2.	D'après la formule des probabilités totales :

	$P(T) = P(T \cap V) + P(T \cap \overline{V}) = 0{,}0198 + P(T / \overline{V}) \times P(\overline{V}) = 0{,}0198 + 0{,}03 \times 0{,}98 =$ 0,0492.
A.3.a.	$P(V / T) = \dfrac{P(V \cap T)}{P(T)} = \dfrac{0{,}0198}{0{,}0492} \approx 0{,}4024$ arrondi à 10^{-4} près ; Cette probabilité se traduit en une phrase par :« Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40 % de « chances » que la personne soit contaminée ».
A.3.b	$P(\overline{V} / \overline{T}) = \dfrac{P(\overline{V} \cap \overline{T})}{P(\overline{T})} = \dfrac{P(\overline{T} / \overline{V}) \times P(\overline{V})}{1 - P(T)} = \dfrac{0{,}97 \times 0{,}98}{1 - 0{,}0492} \approx 0{,}9998$ arrondi à 10^{-4} près.
B.	P(il y a au moins une personne contaminée parmi les 10) = 1 – P(10 non contaminées) $= 1 - \underbrace{P(\overline{V}) \times P(\overline{V}) \times \ldots \times P(\overline{V})}_{10 \text{ fois}} = 1 - \left[P(\overline{V})\right]^{10} = 1 - (0{,}98)^{10} \approx 0{,}1829$ arrondi à 10^{-4} près.

Problème II

Une entreprise fait fabriquer des paires de chaussette auprès de trois fournisseurs F_1, F_2, F_3.
Dans l'entreprise, toutes ces paires de chaussettes sont regroupées dans un stock unique.
La moitié des paires de chaussettes est fabriquée par le fournisseur F_1, le tiers par le fournisseur F_2 et le reste par le fournisseur F_3.
Une étude statistique a montré que :

- 5 % des paires de chaussette fabriquées par le fournisseur F_1 ont un défaut ;
- 1,5 % des paires de chaussette fabriquées par le fournisseur F_2 ont un défaut ;
- Sur l'ensemble du stock, 3,5 % des paires de chaussette ont un défaut.

1. On prélève au hasard une paire de chaussettes dans le stock de l'entreprise.
On considère les évènements F_1, F_2, F_3 et D suivants :

- F_1 : « La paire de chaussettes prélevée est fabriquée par le fournisseur F_1 » ;
- F_2 : « La paire de chaussettes prélevée est fabriquée par le fournisseur F_2 » ;
- F_3 : « La paire de chaussettes prélevée est fabriquée par le fournisseur F_3 » ;
- D : « La paire de chaussettes prélevée présente un défaut ».

a. Traduire en termes de probabilités les données de l'énoncé en utilisant les évènements précédents.
Dans la suite, on pourra utiliser un arbre pondéré associé à cette expérience.

b. Calculer la probabilité qu'une paire de chaussettes prélevée soit fabriquée par le fournisseur F_1 et présente un défaut.

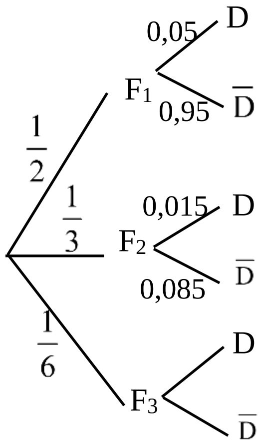
c. Calculer la probabilité de l'évènement $F_2 \cap D$.

d. En déduire la probabilité de l'évènement $F_3 \cap D$.

e. Sachant que la paire de chaussettes prélevée est fabriquée par le fournisseur F_3, quelle est la probabilité qu'elle présente un défaut ?

2. L'entreprise choisit un lot de 400 paires de chaussettes pour la vente.
Un client choisi au hasard 3 paires l'une après l'autre sans remise.
Calculer la probabilité qu'exactement une seule paire présente un défaut (donner la réponse à 10^{-3} près).

QII	**Réponses**

1.a.	• $P(F_1) = \frac{1}{2}$; • $P(F_2) = \frac{1}{3}$; • $P(F_3) = 1 - P(F_1) - P(F_2) = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$; • $P(D / F_1) = 0{,}05$; • $P(D / F_2) = 0{,}015$; • $P(D) = 0{,}035$. 
1.b	$P(D \cap F_1) = P(D / F_1) \times P(F_1) = 0{,}05 \times \frac{1}{2} = 0{,}025$.
1.c.	$P(D \cap F_2) = P(D / F_2) \times P(F_2) = 0{,}015 \times \frac{1}{3} = 0{,}005$.
1.d.	D'après la formule des probabilités totales : $P(D) = P(D \cap F_1) + P(D \cap F_2) + P(D \cap F_3)$; $P(D \cap F_3) = P(D) - P(D \cap F_1) - P(D \cap F_2) = 0{,}035 - 0{,}025 - 0{,}005 = 0{,}005$.
1.e.	$P(D / F_3) = \dfrac{P(D \cap F_3)}{P(F_3)} = \dfrac{0{,}005}{\frac{1}{6}} = 0{,}03$.
2.	Parmi les 400 pairs de chaussette il y a $0{,}035 \times 400 = 14$ qui présentent un défaut ; La probabilité qu'exactement une seule paire présente un défaut : $\frac{14}{400} \times \frac{386}{399} \times \frac{385}{398} \times \frac{3!}{1! \times 2!} \approx 0{,}098$ à 10^{-3} près par défaut.

Problème III

Le secteur de production d'une entreprise est composé de 3 catégories de personnel :

- Les ingénieurs ;
- Les opérateurs de production ;
- Les agents de maintenance.

Il y a 8 % d'ingénieurs et 82 % d'opérateurs de production.
Les femmes représentent 50 % des ingénieurs, 25 % des agents de maintenance et 60 % des opérateurs de production.

Partie A

Dans cette partie, on interroge au hasard un membre du personnel de cette entreprise.
On note :

- M l'évènement : « le personnel interrogé est un agent de maintenance » ;
- O l'évènement : « le personnel interrogé est un opérateur de production » ;
- I l'évènement : « le personnel interrogé est un ingénieur » ;
- F l'évènement : « le personnel interrogé est une femme ».

1. Construire un arbre pondéré correspondant aux données.

2. Calculer la probabilité d'interroger :

a. Un agent de maintenance ;

b. Une femme agent de maintenance ;

c. Une femme.

Partie B

Le service de maintenance effectue l'entretien des machines, mais il est appelé aussi à intervenir en cas de panne. Pour cela une alarme est prévue ; des études ont montré que sur une journée :

- la probabilité qu'il n'y ait pas de panne et que l'alarme se déclenche est égale à 0,002 ;
- la probabilité qu'une panne survienne et que l'alarme ne se déclenche pas est égale à 0,003 ;
- la probabilité qu'une panne se produise est égale à 0,04.

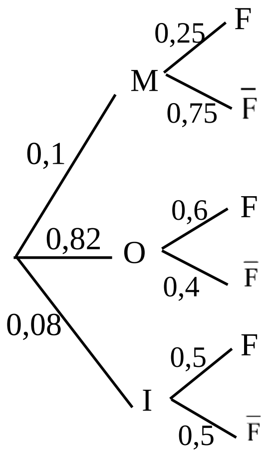
On note :

- A l'évènement : « l'alarme se déclenche » ;
- B l'évènement : « une panne se produit » ;

1. Démontrer que la probabilité qu'une panne survienne et que l'alarme se déclenche est égale à 0,037.

2. Calculer la probabilité que l'alarme se déclenche.

3. Calculer la probabilité qu'il y ait une panne sachant que l'alarme se déclenche.

QIII	**Réponses**
A.1.	
A.2.a.	P(M) = 1 – 0,08 – 0,82 = 0,1 ;
A.2.b	$P(F \cap M) = P(F / M) \times P(M) = 0,25 \times 0,1 = 0,025$.
A.2.c	D'après la formule des probabilités totales : $P(F) = P(F \cap M) + P(F \cap O) + P(F \cap I) = 0,025 + P(F / O) \times P(O) + P(F / I) \times P(I)$; $P(F) = 0,025 + 0,6 \times 0,82 + 0,5 \times 0,08 = 0,557$.
B.1.	• $P(\overline{B} \cap A) = 0,002$; • $P(B \cap \overline{A}) = 0,003$; • $P(B) = 0,04$; D'après la formule des probabilités totales : $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \overline{A})$ alors $P(B \cap A) = P(B) - P(B \cap \overline{A}) = 0,04 - 0,003 = 0,037$.
B.2.	D'après la formule des probabilités totales : $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) = 0,037 + 0,002 = 0,039$.
B.3.	$P(B / A) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(A)} = \dfrac{0,037}{0,039} = \dfrac{37}{39}$.

Bon travail