

I- Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par  $f(x) = -2x + 1 - \frac{e^x}{e^x - 1}$ , (C) est sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . (50 pts)

1) a) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  et déduire une asymptote à (C).

b) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et montrer que la droite (d) d'équation  $y = -2x$  est une asymptote à (C).

2) a) Montrer que  $f'(x) = \frac{-(e^x - 2)(2e^x - 1)}{(e^x - 1)^2}$ .

b) Compléter le tableau de variations de  $f$  ci-contre:

x	0	ln2	$+\infty$
$f'(x)$			
$f(x)$			

3) Tracer (d) et (C).

II-a) Trouver A et B tels que  $\frac{3x}{x^2 + x - 2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2}$  et calculer  $\int \frac{3x}{x^2 + x - 2} dx$ . (20 pts)

b) Calculer  $\int \frac{1}{x^2} e^{1/x} dx$ .

III- Un département d'un hôpital comporte 5 médecins et 10 infirmiers. Une personne arrive à l'urgence et l'opérateur fait appel à 3 personnes (aléatoire) du personnel médical. (30 pts)

a) Combien de façons différentes peut-il y avoir pour que 3 personnes arrivent au service d'urgence?

b) Prouver que la probabilité que 2 médecins et un infirmier arrivent à l'urgence est  $\frac{20}{91}$ .

c) Quelle est la probabilité pour que au moins un médecin arrive à l'urgence?

d) Soit  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de médecins qui arrivent à l'urgence.

i) Donner les quatre valeurs possibles de  $X$ .

ii) Trouver la distribution de probabilité de  $X$ .

Bonne chance

I- Consider the function  $f(x) = -2x + 1 - \frac{e^x}{e^x - 1}$  defined on  $]0, +\infty[$  and designate by (C) its representative curve in an orthonormal system  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . (50 pts)

1) a) Determine  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  and deduce an asymptote to (C).

b) Determine  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  and show that the line (d) with equation  $y = -2x$  is an asymptote to (C).

2) a) Show that  $f'(x) = \frac{-(e^x - 2)(2e^x - 1)}{(e^x - 1)^2}$ .

b) Copy and complete the adjacent table of variations of  $f$

x	0	ln2	$+\infty$
$f'(x)$			
$f(x)$			

3) Draw (d) and (C).

II-a) Find A and B such that  $\frac{3x}{x^2 + x - 2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2}$  and calculate  $\int \frac{3x}{x^2 + x - 2} dx$ . (20 pts)

b) Calculate  $\int \frac{1}{x^2} e^{1/x} dx$ .

III- In a department at a hospital, we have a medical staff consists of 5 doctors and 10 nurses.

A person arrived to the emergency unit. The operator called for 3 of the medical staff, and they randomly and simultaneously arrived to the emergency. (30 pts)

a) In how many different ways can 3 of the staff arrive to the emergency?

b) Prove that the probability 2 doctors and 1 nurse arrive to the emergency is  $\frac{20}{91}$ .

c) What is the probability that at least one doctor arrive to the emergency?

d) Let  $X$  be the random variable of number of doctors arriving to the emergency.

i) Give the 4 possible values of  $X$ .

ii) Find the probability distribution of  $X$ .

Good Luck