COLLÈGE DE LA SAGESSE
SECTION SAINT JEAN
BRASILIA BAABDA

aefe

Classe de SG
Mars 2024
Durée : 100 min

Contrôle de Mathématiques (20 pts)

Exercice 1 : (10 pts)

Dans la figure donnée en annexe, on donne :

- ABC un triangle équilatéral direct .
- W un point intérieur au triangle ABC tel que $(\overrightarrow{AB}\,,\overrightarrow{AW}) = \frac{\pi}{4}\,(2\pi)$.
- I et J les projetés orthogonaux de W respectivement sur les droites (AB) et (AC).
- Le point D de la droite (AC) tel que $DA = DW$.

Partie A

1) Montrer que $(\overrightarrow{AW}\,,\overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{12}\,(2\pi)$ et $(\overrightarrow{WJ}\,,\overrightarrow{WD}) = \frac{\pi}{3}\,(2\pi)$.
2) Soit r la rotation de centre W et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.
   Montrer que l'image F de J par r est un point de la demi-droite $[WI)$ et puis construire le point F.
3) Soit h l'homothétie de centre W telle que $h(F) = I$.
   On pose $S = h \circ r$.
   a) Vérifier que $S(J) = I$.
   b) Montrer que S est une similitude directe dont on précisera le centre et l'angle.
   c) On donne $sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$.
   Calculer $\frac{WA}{WI}$ et $\frac{WA}{WJ}$.
   d) En déduire que le rapport de S est égal à $1 + \sqrt{3}$.
   e) Quel est le rapport de h ?

Partie B

On se place dans le plan complexe muni du repère orthonormé $(I\,;\overrightarrow{IW}\ \overrightarrow{IA})$,

1) Déterminer les affixes des points I, W et A.
2) Donner la forme complexe de chacune des transformations h et S.
3) Calculer alors l'affixe du point J.
4) En déduire les affixes des points F et D.

Nom et Prénom: Georgio
G 6

Exercice 2 : (7 pts)

Dans le cadre d'une activité ludique, l'enseignante de maths de la SG décide de créer un jeu impliquant les prénoms des garçons de la SG : Joe, Georges, Georgio, Rudy et Rami.

Et elle décide de laisser les élèves de la SV jouer à ce jeu.

Elle écrit les initiales des prénoms des garçons de la SG sur des feuilles bien pliées indiscernables au toucher et placées dans une urne A.

Et elle amène une urne B et y place :

- 4 boules rouges numérotées $0, 1, 2$ et 4 ;
- 3 boules vertes numérotées $0, 1$ et 2.

Le jeu se déroule de la façon suivante :

Chaque joueur tire au hasard une feuille de l'urne A.

- Si la feuille contient la lettre "R", il tire simultanément et au hasard 3 boules de l'urne B.
- Si la feuille contient la lettre "G", il tire successivement, au hasard et sans remise 3 boules de l'urne B.
- Si la feuille contient la lettre "J", il tire successivement au hasard et avec remise 3 boules de l'urne B.

Un élève de la SV joue à ce jeu.

1) Sachant que l'élève de la SV a tiré une feuille contenant l'initiale "G".
   a) Calculer le nombre de tirages possibles.
   b) Quel est le nombre de tirages qui permettent de former le nombre 204 avec les boules tirées.
2) Dans cette partie, on considère les événements suivants :

R : « la feuille choisie contient la lettre R »   J : « la feuille choisie contient la lettre J »

G : « la feuille choisie contient la lettre G »   E : « Les 3 boules tirées ont la même coule

   a) Calculer $P(E/R)$ et en déduire $P(E \cap R)$.
   b) Vérifier que $P(E \cap J) = \frac{13}{245}$ puis calculer $P(E \cap G)$.
   c) En déduire $P(E)$.
   d) Calculer la probabilité que l'élève ait tiré une feuille contenant l'initiale "J", sa qu'il a tiré trois boules de la même couleur.

Exercice 3 : (3 pts)

On considère l'équation différentielle $(E) : y' - y = e^x - 1 ; x \in IR$.

Soit z une fonction dérivable telle que $y = ze^x + 1$.

1) Déterminer l'équation différentielle (E') dont la solution générale est la fonction z.
2) Résoudre alors l'équation (E') et en déduire la solution générale de (E),
3) On considère la fonction p, définie sur IR par $p(x) = (x + a)e^x + 1$ où a est un paramètre réel.

   Montrer que, pour tout réel a, la courbe représentative (C) de la fonction p admet une asymptote fixe qu'on déterminera.

Annexe